... можно разложить в сходящийся ряд Тейлора в окрестности любой точки области V. Тогда из интегрального представления (3) несложно получить представление в виде ряда по производным от $\overset{*}{v}$

$$\overset{*}{u}(x) = \sum_{q=0}^{\infty}\sum_{p=0}^{\infty} \omega^p \, \overset{*}{N}{}^{(q,p)}_{i_1\ldots i_q} \, \overset{*}{v}{}_{,i_1\ldots i_q}. \qquad (4)$$

Функции $\overset{*}{N}{}^{(q,p)}_{i_1\ldots i_q}(x_1, x_2, x_3)$ не зависят от ω и удовлетворяют системе рекуррентных дифференциальных уравнений в частных производных

$$[C_{kl}\, \overset{*}{N}{}^{(q,p)}_{i_1\ldots i_q,l} + C_{ki_q}\, \overset{*}{N}{}^{(q-1,p)}_{i_1\ldots i_{q-1}}]_{,k} + C_{i_q l}\, \overset{*}{N}{}^{(q,p)}_{i_1\ldots i_{q-1},l} + C_{i_q i_{q-1}}\, \overset{*}{N}{}^{(q-1,p)}_{i_1\ldots i_{q-2}} +$$
$$+ i\mu\, \overset{*}{N}{}^{(q,p-1)}_{i_1\ldots i_q} + \rho\, \overset{*}{N}{}^{(q,p-2)}_{i_1\ldots i_q} = \delta^{(q,p)}_{i_1\ldots i_q}; \quad (q \geq 0,\ p \geq 0), \qquad (5)$$

где $\delta^{(2,0)}_{i_1 i_2} = C^o_{i_2 i_1}$, $\delta^{(0,1)} = i\mu^o$, $\delta^{(0,2)} = \rho^o$, а все остальные константы $\delta^{(q,p)}_{i_1\ldots i_q} = 0$.

3. Неустановившийся процесс

Если процесс не установившийся, то интегральная формула представления решения исходной задачи через решение сопутствующей задачи имеет вид:

$$u(x,t) = v(x,t) + \int_0^t d\tau \int_V G_{|i}(\xi, x, t-\tau)\,[C^o_{ij} - C_{ij}(\xi)] v_{|j}(\xi,\tau)\, dV_\xi +$$
$$+ \int_0^t d\tau \int_V G(\xi, x, t-\tau)\,[\mu^o - \mu(\xi)]\dot{v}(\xi,\tau)\, dV_\xi +$$
$$+ \int_0^t d\tau \int_V G(\xi, x, t-\tau)\,[\rho^o - \rho(\xi)]\ddot{v}(\xi,\tau)\, dV_\xi. \qquad (6)$$

Здесь $G(\xi, x, t-\tau)$ — функция Грина исходной начально-краевой задачи.

Работа выполнена в рамках федеральной целевой программы «Интеграция», а также гранта РФФИ № 99–0100124.

Упругость и неупругость, 2001.

О ГИПОТЕЗЕ ПРОЧНОСТИ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЛОЖНЫХ ЦИКЛИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Б. И. Завойчинский[1], *Э. Б. Завойчинская*[2]

[1] *МИНЭНЕРГО, Москва, Россия*
[2] *Московский государственный университет, Москва, Россия*

В развитие постулатов теории длительной прочности А. А. Ильюшина сформулирован и обоснован вариационный принцип описания предельных процессов нагружения.

Following to Ilyushin's long term strength theory there is formulated and justified the approach to description of failure processes of loading.

Процесс нагружения $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(t)$ или процесс деформирования $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(t)$, $i,j = 1,2,3$, окрестности точки $\vec{x}$ твердого тела на интервале времени $t \in [0, t^*]$ изображают в пятимерном евклидовом пространстве А. А. Ильюшина [1] траекторией вектора напряжений (деформаций), направление и модуль которого зависят от времени, а также средним напряжением или средней деформацией, тоже являющимися функциями времени.

Под предельным процессом нагружения $\sigma^*_{ij} = \sigma^*_{ij}(t, t^*)$ или предельным процессом деформирования $\varepsilon^*_{ij} = \varepsilon^*_{ij}(t, t^*)$, $i,j = 1,2,3$ понимают такой процесс малых упруговязкопластических деформаций, который переводит материал из некоторого начального состояния в определенное предельное состояние за время t^*, называемое долговечностью.

Физически предельные состояния материала характеризуются появлением заданной объемной концентрации субмикроскопических, микроскопических или коротких трещин, макротрещин в условиях ограниченной усталости и выносливости (предельные процессы нагружения), микро и макротрещин в условиях малоцикловой усталости (предельные процессы деформирования).

Привлекая уравнения равновесия для координатного тетраэдра, выделяют трехмерное подпространство пятимерного пространства напряжений А. А. Ильюшина, координаты которого являются функциями от координат вектора напряжений и углов Эйлера [3].

ного пространства деформаций А. А. Ильюшина, координаты которого являются функциями координат вектора деформаций и углов Эйлера.

Рассматривают линейный интегральный оператор на процессе нагружения (деформирования), который отображает трехмерное подпространство нагружения (деформирования) в трехмерное пространство повреждений. Предполагают независимое действие этого оператора на три координаты вектора напряжений (деформаций) трехмерного подпространства и на среднее напряжение (среднюю деформацию), при этом оператор содержит четыре симметричных ядра для отображения вектора и для учета действия шарового тензора [2].

С целью учета закономерностей различных стадий развития трещин в материалах вводят два класса и две группы материалов. Для определения координат вектора повреждений используют два вида соотношений между повреждением и процессом нагружения (две группы), а для определения длины вектора повреждений — две нормы в пространстве повреждений (два класса).

В предлагаемом подходе принимают следующий основной постулат [2, 3]: **предельный процесс нагружения** реализует **максимум** нормы вектора повреждений по времени и углам Эйлера.

Для нахождения собственных значений ядер линейного интегрального оператора используют результаты экспериментов при постоянном и симметричном одномерном, равномерном двумерном нагружениях и сдвиге, при сложном симметричном одномерном нагружении и сдвиге с различными фазами между ними [3].

Обсуждают теоретические взаимосвязи параметров нагружений, наиболее широко реализуемых в эксперименте, и проводят их сопоставление с аппроксимационными зависимостями отечественных и зарубежных исследователей. Расхождение по нагружению не превышает 7% [4].

Траектория процесса асимметричного одночастотного несинхронного нагружения в пространстве А. А. Ильюшина является эллипсом. Циклические асимметричные процессы двухчастотного синхронного нагружения происходят по фигурам Лессажу. Для рассмотренных нагружений предлагаемые соотношения выражаются линейной или квадратичной формами инвариантов относительно ортогональных преобразований пространства А. А. Ильюшина [5].

Литература

1. *Ильюшин А.А.* Пластичность. Основы общей математической теории. М.: Изд. Академии наук. 1963. 271 с.

2. *Завойчинский Б.И.* Долговечность магистральных и технологических трубопроводов. Теория, методы расчета, пректирование. М.: Недра. 1992. 271 с.
3. *Завойчинская Э.Б., Саттаров А.Г.* Взаимосвязь параметров асимметричного сложного нагружения при разрушении. Механика твердого тела. 1. 1997. С. 122–129.
4. *Завойчинская Э.Б., Завойчинский Б.И.* Теоретические основы и практические подходы анализа безопасности конструкций трубопроводов. Справочник. Инженерный журнал. Ч. 1. 1998. № 5. С. 48–52; Ч. 2. 1998. № 6. С. 41–47; Ч. 3. 1999. № 1. С. 31–41; Ч. 4. 1999. № 3. С. 35–45.
5. *Завойчинская Э.Б.* Представление процессов несинхронного нагружения в пространстве напряжений // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика, механика. 1989. № 4. С. 99–102.