

Форма «Т». Титульный лист отчета о выполнении проекта

Название проекта: Геометрическая теория колец и квантизация		Номер проекта: 17-11-01377	
		Код типа проекта: ОНК(2)	
		Отрасль знания: 01	
Фамилия, имя, отчество (при наличии) руководителя проекта: Белов Алексей Яковлевич		Контактные телефон и e-mail руководителя проекта: +79266383211, belov.aia@mipt.ru	
Полное и краткое название организации, через которую осуществляется финансирование проекта: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Московский физико-технический институт (государственный университет)" МФТИ			
Объем средств, фактически полученных от РНФ в 2017 г.: 6000 тыс. руб.		Год начала проекта: 2017	Год окончания проекта: 2019
		Объем финансирования, запрашиваемый на 2018 год: 6000 тыс. руб. (для продолжающихся проектов)	
Перечень приложений к отчету	1. Копии публикаций в соответствии с Формой 2о - 7 шт. на 10 стр. в 1 экз. <i>К печатному экземпляру отчета прикладываются только копии первой (с указанием авторов) страницы и страницы со ссылкой на поддержку от РНФ.</i>		
Гарантирую, что при подготовке отчета не были нарушены авторские и иные права третьих лиц и/или имеется согласие правообладателей на представление в РНФ материалов и их использование РНФ для проведения экспертизы и для их обнародования.			
Подпись руководителя проекта _____/А.Я.Белов/		Дата подачи отчета: 12 декабря 2017 г.	
Подпись руководителя организации _____/_____/			
Печать (при наличии) организации			

Отчет о выполнении проекта № 17-11-01377 «Геометрическая теория колец и квантизация», в 2017 году

1.1. Заявленный в проекте план работы на год

Формируется в соответствии с заявкой на участие в конкурсе.

1. Предполагается работать над вопросами связанными с Ind -схемами и D -модулями. Исследовать функции роста и размерности алгебраических многообразий автоморфизмов, эквивалентности категорий модулей над алгебрами дифференциальных операторов и гипотезы Концевича о соответствии.
2. Предполагается доказать алгоритмическую неразрешимость проблемы вложения аффинной прямой в алгебраическое многообразие.
3. Планируется провести исследование по проблеме суперпозиции алгебраических функций а также рядов Тейлора алгебраических функций. В центре внимания - взаимоотношение автоматного языка с группами Галуа.
4. В свете вопроса Латышева о ниль-кольце предполагается работать над построением элемента, аннулирующего идеал порожденный степенями элементов в конечно определенном кольце. Для подготовки атаки на проблему Латышева предполагается работать над вопросами Шеврина, исследовать ниль-полугруппы.
5. Предполагается исследовать конечно порожденные (как алгебры) тела.

А. Чиликов планирует заняться проблемой суперпозиции алгебраических функций. Д. Карпушкин планирует заняться алгоритмической неразрешимости проблемы вложения аффинной прямой в алгебраическое многообразие.

Ф. Рухович планирует заняться исследованием правильного 12-угольника, совершенствуя компьютерную систему доказательства фрактальности. Д. Гусев планирует заняться изучением роботов в случайных лабиринтах и через это строить контрпримеры, например строить лабиринт требующий для обхода фиксированное число камней. Е. Кондакова планирует заняться роботами в лабиринтах, снабженных датчиками случайных чисел.

Предполагаются командировки А. Елишева в Париж и в Израиль для исследования D -модулей, командировки в Париж и Люмини для взаимодействия со специалистами по комбинаторике слов, командировка в США для общения со специалистами по мозаикам, в частности, с Гудманом-Штрауссом. Предполагаются командировки в Париж для общения с А. Эршлер и в Израиль для общения с И. Рипсом, Ц. Селой, А. Юхасом. Планируются командировки в Эдинбург (Великобритания) для взаимодействия с А. Смоктунович и Т. Ленаганом.

1.2. Заявленные научные результаты на конец года

Формируется в соответствии с заявкой на участие в конкурсе.

1. Доказательство алгоритмической неразрешимости проблемы вложения аффинной прямой в алгебраическое многообразие.
2. Планируется провести исследование по проблеме суперпозиции алгебраических функций, а также рядов Тейлора алгебраических функций.
3. Предполагается получить топологические обобщения теоремы Гудмана-Штраусса.
4. Предполагается решить вопросы Л.Н.Шеврина -- построить конечно определенную бесконечную ниль-полугруппу неограниченного индекса а также конечно определенную бесконечную ниль-полугруппу с тождеством $x^2=0$.
5. Предполагается получить следующий результат. Пусть $g, \{f_i\}_{i=1}^{\infty}$ -- попарно непропорциональные однородные формы степени k , $n_1 < n_2 < \dots$ -- достаточно быстро возрастающая последовательность. Тогда

из набора соотношений $f_i^{(n)}=0$ не следует нильпотентность g , т.е. соотношение $g^k=0$ ни для какого k .

6. Предполагается создать текст доказательства проблемы Кете.

7. Предполагается усовершенствовать систему компьютерного доказательства существования апериодических точек и осуществлении схемы Рози.

1.3. Сведения о фактическом выполнении плана работы на год

(фактически проделанная работа, до 10 стр.)

{\bf Полиномиальные автоморфизмы и проблема Якобиана.} Велась работа по исследованию полиномиальных автоморфизмов. Был изучен цикл работ У. Умирбаева о Гипотезе Якобиана для различных многообразий алгебр и В.А.Артамонова о связи проблем типа Гипотезы Якобиана, гипотезой о подъеме (Lifting Conjecture), с Проблемой Серра. А.Я.Белов прочитал мини-курс из 4 лекций на Летней Школе "Современная Математика", посвященной памяти В. Д. Арнольда в Дубне: <https://www.mcsme.ru/dubna/2017/courses/kanel.html>, сделал доклад на семинаре «Дифференциальные операторы на сингулярных пространствах, алгебраически интегрируемые системы и квантование» мехмата МГУ 13 октября 2017 г.

http://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?&presentid=18121&option_lang=rus

А.Я. Белов, вместе с аспирантами Фарухом Равазия и Венчао Жангом, получил новое, через квантование, доказательство знаменитой Теоремы Бергмана о централизаторе, вместе со своим бывшим дипломником С.Григорьевым, своими аспирантами А.М. Елишевым (участником данного гранта) и Венчао Жангом было получено и принято в печати в журнале Communications of Algebra продвижение в Гиптезе Концевича о подъеме. Недавно мы анонсировали доказательство гипотезы Концевича. (Такой анонс планировался в сентябре, однако в это же время А.Я.Белов получил на рецензию статью других авторов, в которых заявлялся этот результат. Им, а также другим рецензентом были обнаружены существенные ошибки, с которые не смогли закрыть авторы. После прояснения ошибочности рецензируемой работы (см. <https://arxiv.org/abs/1710.00432>) А.Я.Беловым был сделан анонс.)

В полученном доказательстве Беловым, Елишевым, J.T.Yu используется опубликованный online в 2017 г. работе прием подъема полиномиального симплектоморфизма до вектора из формальных степенных рядов по h с коммутационными соотношениями, отвечающими алгебре Вейля. Ключевые моменты доказательства таковы.

1. Рассматривается редукция по модулю бесконечно большого простого p . Можно подкрутить подъем так, чтобы кольцо $k[x_i^p, \partial_i^p]$, порожденное x_i^p и ∂_i^p перешло в себя (без h). Поскольку автоморфизм алгебры Азума фиксирующий центр есть сопряжения, остается возможность для ренормализации путем сопряжения дифференциальном оператором (точнее рядом) вида $1+hD$ (т.е. $R \rightarrow (1+hD)R(1+hD)^{-1}$).

2. Тем самым фиксируются члены при h^2 . Отметим, что главная часть поправки при сопряжении будет $[R,D]h$ и она будет иметь вид $\partial D \partial x_i$ и $\partial D \partial y_i$. Возможность скомпенсировать члены степени большей чем исходный симплектоморфизм означает равенство нулю дифференциала соответствующей формы.

3. Равенство нулю этого дифференциала видна на модельном примере, когда $n=1$.

Подкрутив сопряжением, добиваемся того, чтоб $x \rightarrow x$. Теперь остается возможность $1+hD$ быть рядом от x . Сопрягая образ y мы можем избавиться от членов в которые y не входит (рассматривая первообразную и заметив, что сопряжение y дает дифференцирование. С другой стороны, иные члены (кроме y содержащие y) в нужном приближении из-за коммутационного соотношения и не появятся, ибо коммутант образов буде равен h а это уже $[x,y]$.

Техническое усовершенствование данной конструкции позволяет рассуждать и для произвольного n

{\bf Проблемы алгоритмической неразрешимости и алгебраическая геометрия.} Д.Карпушкиным и А.Я.Беловым алгоритмическая неразрешимость проблемы вложения аффинной прямой в алгебраическое многообразие, тем самым алгоритмически неразрешима проблема вложения двух алгебраических многообразий. Задача вложения аффинной прямой такова:

Постановка задачи: существует ли такая машина Тьюринга, которой на вход подаётся система уравнений n переменных

с коэффициентами из $\mathbb{C}$, которая отвечает положительно, если существует нетривиальное решение этой системы в $\mathbb{R}[x]$ и отрицательно в обратном случае. Тривиальным решением в данной задаче называется решение, в котором каждой переменной сопоставлена константа.

Данная задача принадлежит классу задач, вытекающих из 10 проблемы Гильберта, которая была окончательно доказана в 1970 году Ю.В. Матиясевичем. После решения 10 проблемы Гильберта осталось множество вопросов, которые были решены, такие как разрешимость над полями конечной характеристики и разрешимость над $\mathbb{C}$, так и остались нерешенные, такие как разрешимость уравнений над полем рациональных чисел. В настоящее время многими учеными проводится работа над разрешением обширного класса задач, связанных с этой проблематикой. В основном все исследования в этой сфере направлены на установление свойств колец для которых выполняется или не выполняется 10 проблема Гильберта. У нас рассматривается вопрос о возможности вложения прямой в многообразие, тем самым задача приобретает более отчётливый геометрический смысл и некоторые ограничения на решение. Доказательство состоит в нахождении подобной структуры из решения Ю.В.Матиясевича 10 проблемы Гильберта, а именно рассмотрены свойства аналога уравнений Пелля для $\mathbb{R}[x]$ из которых и следует неразрешимость поставленной задачи

Предполагается доклад на эту тему, см. анонс http://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option_lang=rus\&presentid=18958

Подготовлена к печати (и выложена в arxiv.org) работа (А.А.Чиликовым и А.Я.Беловым), посвященная исследованию экспоненциально-диофантовых уравнений над кольцами конечной характеристики. В ближайшее время будет выложена работа, посвященная автоматной технике работы с рядами Тейлора алгебраических функций в положительной характеристике, структур "прополок" (отвечающих отображениям следа в оригинальном доказательстве Делиня гипотез Вейля) и их взаимосвязи с группами Галуа.

{\bf Апериодические замощения и алгебра} Одним из основных направлений работы в этом году (И.А.Ивановым-Погодаевым) было исследование связей апериодических замощений с алгебраическими структурами, прежде всего с полугруппами и группами. В этой связи важным инструментом является результат Мозеса-Гудмана-Штраусса из теории плиточных замощений.

Теорема Мозеса-Гудмана-Штраусса (точнее наше ее топологическое обобщение) заключается в следующем: $\{\text{it}$ допустим, есть подстановочная система из конечного числа геометрических многоугольников-плиток, с заданным правилом разбиения каждой плитки на гомотетичные плитки меньшего размера. Тогда по такой подстановочной системе можно осуществить декорирование: разбить плитки каждого типа на конечное число подтипов и раскрасить стороны плиток каждого подтипа в конечное число цветов. После этого можно рассмотреть все замощения плоскости плитками полученных типов, с условием, что прикладывать друг к другу плитки можно только одинаковыми сторонами}.

Теорема утверждает, что декорирование можно осуществить таким образом, что замощениями, удовлетворяющими таким краевым условиям, будут только замощения, генерируемые изначальной подстановочной системой. Ш.Мозес доказал этот факт в 1988 году для плиток прямоугольного типа (комбинаторных подстановок). Х.Гудман-Штраусс доказал это для геометрических подстановок в 1998 году. Оба доказательства являются технически сложными, в настоящее время не известно относительно простого способа доказать это утверждения. Альтернативные доказательства были получены Т.Ферником (с которым мы имели общий проект по плиточным замощениям на Летней Конференции Турнира Городов <http://www.turgor.ru/lktg/2013/2/index.htm>).

Идеологически утверждение означает возможность задания глобальной иерархической системы локальными средствами. При построении конечно определенной бесконечной нильполугруппы, сделанной нами, используется топологическое обобщение теоремы Мозеса-Гудмана-Штраусса, правда для частного случая, но такого, что его доказательство обобщается на общий случай.

Нам удалось применить такие идеи также работают и в других разделах алгебры, например, в теории групп. По плиточным замощениям можно строить полугруппы и группы, при этом некоторые свойства замощений влекут полезные свойства в полугруппах и группах.

В этом году мы исследовали связи языков замощений и языков полугрупп и групп. Это позволило получить

переформулировку-обобщение теоремы Мозеса-Гудмана-Штраусса. В этом обобщении плитка рассматривается как топологический квадрат. Подстановкой называется разбиение этого топологического квадрата на квадраты меньших размеров. Для любой подстановки можно провести декорирование квадратов таким образом, что разрешенными окажутся только подстановочные способы замощения.

Оказалось, что как для построения конечно определенной бесконечной ниль-полугруппы, так и для групповых вопросов очень важным является также свойство $\{it \text{ детерминированности}\}$. Для замощения квадратными плитками он означает однозначное восстановление плитки внутри квадрата 2×2 по трем остальным плиткам. Язык плиточных замощений может быть переведен в язык теории групп. В этом случае наличие детерминированности влечет наличие свойства $C(4)$ - $T(4)$ в соответствующей группе.

В своей монографии "Гиперболические группы" (sec. 4.7A) М.Л.Громов обсуждает вопрос, обязательно ли негиперболическая группа с неположительной кривизной должна содержать подгруппу, изоморфную $\mathbb{Z}^2$. М.Л.Громов выражает уверенность, что можно построить компактное полугиперболическое (неположительной кривизны) пространство, в которое можно отобразить $\mathbb{R}^2$, но, фундаментальная группа которого не содержит $\mathbb{Z}^2$. Исследования, проведенные совместно с Анной Эршлер (из Ecole Normale Superior, Paris https://fr.wikipedia.org/wiki/Anna_Erschler) в апреле-мае и сентябре-октябре во время визитов в Ecole Normale Superior, Paris, позволили преодолеть идеологические трудности.

Для этого строится набор квадратных плиток обладающий набором свойств, в числе которых есть свойства апериодичности и детерминированности. По набору строится группа, при этом детерминированность набора влечет свойство $C(4)$ - $T(4)$ в группе, а апериодичность гарантирует отсутствие подгруппы, изоморфной $\mathbb{Z}^2$. При этом само наличие замощений влечет негиперболичность группы. В настоящее время идет подготовка публикации по этому результату.

Вопросы, поставленные Л.Н.Шевриным, важны и в свете исследования конечно определенных колец, как промежуточный этап.

В рамках исследований по конечно определенным кольцам, была сделана промежуточная работа совместно с Сергеем Малевым и Ольгой Сапир: Была построена конечно определенная полугруппа, содержащая бесконечный безквадратный идеал. Соответствующая работа "A construction of a finitely presented semigroup containing an infinite square-free ideal with zero multiplication" была отрецензирована и принята в печать в International Journal of Algebra and Computation. Методы этой работы были применены в другой статье "Finite Grobner basis algebras with unsolvable Nilpotency Problem and Zero Divisors Problem by Ilya Ivanov-Pogodaev, Sergey Malev находится на рецензии в Journal of Algebra и опубликована на сайте arxiv.org. Конечной целью является построение конечно определенного нилькольца. Полезными являются промежуточные построения, включающие, например, конечно определенное кольцо, содержащее бесконечный безквадратный идеал. Работы, упомянутые выше, являются частью этого плана.

В данный момент работа о конечно определенной ниль полугруппе находится на рецензировании в Известиях РАН. После принятия в печать в Известиях мы подадим статью, усиливающий результат (в статье, поданной в Известия полугруппа удовлетворяет тождеству $x^9=0$) до тождества $x^2=0$ (вопрос Л.Н.Шеврина) с усовершенствованным доказательством. Разумеется, будет ссылка на статью в Известиях РАН. Что касается второго вопроса Шеврина, о возможной неограниченности индекса, то его публикация предполагается в следующей статье, совместно с другими исследователями.

Динамические системы и комбинаторика слов. Ф.Руховичем была построена система компьютерного доказательства существования ренормализационных схем во внешних билиардах. Им было проведено дальнейшее исследование для правильного 12-иугольника, статья для 8-иугольника подана в Доклады РАН (отметим, что внешнему билиарду вокруг правильного пятиугольника были посвящены работы S. Tabachnikov. On the dual billiard problem. Advances in Math., 115(1995), 221-249, Outer billiard outside regular polygons и Nicolas Bedaride, Julien Cassaigne, Journal of the London Mathematical Society, 2011. Number 83 volume 2, 301-323 в высокорейтинговых журналах). Ф.Рухович был приглашен на 3 конференции в CIRM Люмини, Марсель, Франция (где штаб-квартира Французского Математического общества). (Отметим что в известной монографии Шварца, посвященной восьмиугольнику, приведен babyexample а правильная ренормализационная схема для восьмиугольника (и тем более для 12-иугольника) не указана, зато сказано что ее можно найти).

В данный момент исследуются кусочно-евклидовы преобразования, связанные с вращением на $\pi/7$.

{\bf Роботы в лабиринтах.} Д.Гусевым построен лабиринт, для обхода которого необходимо ровно n камней. Это стало возможно благодаря разработке вероятностного метода (параллельному пропагандируемого и разрабатываемому в школе А.М.Райгородского) применительно к Computer Science. Е.Г.Кондаковой и А.Я.Беловым было исследовано поведение роботов на целочисленной решетке, снабженных одним камешком и датчиком случайных чисел. При отсутствии камней но наличия датчика случайных чисел можно обойти плоскую решетку, но нельзя решетку более высокой размерности. При наличии одного камешка (и датчика случайных чисел) можно обойти решетку размерности 3 и 4, но нельзя решетку более высокой размерности.

При наличии двух камешков (и датчика случайных чисел) можно обойти решетку любой размерности. Для этого можно имитировать машину Минского следующим образом. Расположим камешки на плоскости. Теорема о возвращении для плоского случайного блуждания позволяет их двигать и преобразовывать слой, важно однако, определять их взаимное расположение. Встретив первый камешек, осуществим случайное блуждание ко второму, но при этом будем фиксировать МОНОТОННОСТЬ пути - отсутствия движения в двух противоположных направлениях а также направления, в которых осуществлялось смещение. Рано или поздно камешки соединятся монотонным путем и мы определим их взаимное расположение, что позволяет построить машину Минского.

Удивительно, что наличия Кирпича - т.е. отмеченной клетки - позволяет обойти с помощью камешка и датчика случайных чисел 5-и и 6-и мерную решетку, а наличие аффинного подмногообразия коразмерности 6 из кирпичей -- решетки размерностей 7 и 8. Если многообразие кирпичей имеет коразмерность больше нуля но меньше 6 - то обойти можно, а если больше 6 -- то нельзя.

С коразмерностью 6 ситуация весьма интересна. Пусть есть датчик случайных чисел, 1 камешек и подмногообразие размерности 6 из кирпичей (которые можно распознавать, но нельзя двигать). Если размерность решетки больше 8 то ее не обойти, но можно обойти, если в ее клетки случайным образом расставить символы конечного алфавита, состоящего более чем из одной буквы.

{\bf Игровая версия теоремы Ван-Дер Вардена}. Рассмотрим игру: на один ход крестиков следует ответ из n ноликов. Нолики хотят создать арифметическую прогрессию длины k причем как можно быстрее. Вокруг этого сюжета был проект на Летней Конференции Турнира Городов (с целью вербовки будущих учеников). Обобщенная теорема Ван-Дер Вардена означает, что для любой раскраски плоскости в конечное число цветов и любого конечного множества M найдется ему подобное одноцветное. Имеется открытый вопрос. Плоскость раскрашена в несколько цветов. Верно ли что найдется одноцветный прямоугольник единичной площади. Для прямоугольных треугольников и пространственных крестов это составило содержание дипломной работы В.Шарича (под руководством А.Я.Белова). Данную проблематику можно рассматривать в таком контексте для любой раскраски плоскости в конечное число цветов и любого конечного множества M найдется одноцветное множество M' получающееся из M гиперболическим поворотом. Удалось решить игровую форму последней задачи (д.Карпушкиным).

{\bf Основания математической теории вычислимости.} Одним из важнейших достижений математики XX века было возникновение содержательного понятия вычислимости, построение формального (теоретико-множественного) определения того, что такое вычисляемая функция и формулирование тезиса о том, что эти два понятия совпадают – тезиса Черча. В дальнейшем математические рассуждения в общей, качественной теории вычислимости строились, как правило, в терминах интуитивной вычислимости. Параллельно с представлениями о вычислимости и даже несколько раньше, в математике формировалось общее понятие выводимости, порождаемости в абстрактных исчислениях. В цикле исследований А.Л. Семенова и В. А. Успенского строится содержательное понятие породимости. Это понятие, как и понятие вычислимости, сводится к понятию действия, введенному Э. Борелем в 1910-е гг. Породимост может быть формализована как перечислимость, или как породимость в формальной грамматике Хомского и послужить основой для формального определения вычислимости. Результаты были доложены на Ломоносовских чтениях в МГУ 2017 г. Планируется публикация заметки в Доклады АН и продолжение исследований.

Все планируемые на год работы выполнены полностью:
да

1.4. Сведения о достигнутых конкретных научных результатах в отчетном году

(до 5 стр.)

1. Основным научным результатом явилось доказательство гипотезы Концевича об естественном изоморфизме полиномиальных симплектоморфизмов и автоморфизмов алгебры Вейля (алгебры дифференциальных операторов).
2. Получен запланированный результат. Пусть $g, \{f_i\}_{i=1}^{\infty}$ -- попарно непропорциональные однородные формы степени k , $n_1 < n_2 < \dots$ -- достаточно быстро возрастающая последовательность. Тогда из набора соотношений $f_i^{n_i} = 0$ не следует нильпотентность g , т.е. соотношение $g^k = 0$ ни для какого k .
Соответствующий текст вместе вопросами, относящимися к проблеме Кете необходимо согласовать с И.Рипсом и Ц.Селлой.
3. Построена бесконечная конечно определенная полугруппа с тождеством $x^2 = 0$.
4. Была показана алгоритмическая неразрешимость проблемы вложения аффинной прямой в алгебраическое многообразие.
5. В своей монографии "Гиперболические группы" (sec. 4.7A) М.Л.Громов обсуждает вопрос, обязательно ли негиперболическая группа с неположительной кривизной должна содержать подгруппу, изоморфную Z^2 . М.Л.Громов выражает уверенность, что можно построить компактное полугиперболическое (неположительной кривизны) пространство, в которое можно отобразить R^2 , но, фундаментальная группа которого не содержит Z^2 . Исследования, проведенные И.А.Ивановым-Погодаевым, А.Я.Беловым совместно с Анной Эршлер (из Ecole Normale Superior, Paris https://fr.wikipedia.org/wiki/Anna_Erschler) (при участии И.А.Рипса) в апреле-мае и сентябре-октябре во время визитов в Ecole Normale Superior, Paris, позволили преодолеть все идеологические трудности.
6. Ф.Руховичем была построена система компьютерного доказательства существования ренормализационных схем во внешних билиардах. Им было проведено дальнейшее исследование для правильного 12-иугольника, статья для 8-иугольника подана в Доклады РАН (отметим, что внешнему билиарду вокруг правильного пятиугольника были посвящены работы S. Tabachnikov. On the dual billiard problem. Advances in Math., 115(1995), 221-249, Outer billiard outside regular polygons и Nicolas Bedaride, Julien Cassaigne, Journal of the London Mathematical Society, 2011. Number 83 volume 2, 301-323 в высокорейтинговых журналах). Показано что во внешнем билиарде вокруг правильного 10, 8, 12 угольников множество периодических точек имеет полную меру.
7. Разработан вероятностный метод построения лабиринтов с заданными свойствами обхода. Построен лабиринт, для обхода которого необходимо ровно n камней.
8. а) Было исследовано поведение роботов на целочисленной решетке, снабженных одним камешком и датчиком случайных чисел. При отсутствии камешков но наличии датчика случайных чисел можно обойти плоскую решетку, но нельзя решетку более высокой размерности. При наличии одного камешка (и датчика случайных чисел) можно обойти решетку размерности 3 и 4, но нельзя решетку более высокой размерности.
б) При наличии двух камешков (и датчика случайных чисел) можно обойти решетку любой размерности. Для этого можно имитировать машину Минского следующим образом. Расположим камешки на плоскости. Теорема о возвращении для плоского случайного блуждания позволяет их двигать и преобразовывать слой, важно однако, определять из взаимное расположение. Встретив первый камешек, осуществим случайное блуждание ко второму, но при этом будем фиксировать МОНОТОННОСТЬ пути - отсутствия движения в двух противоположных направлениях а также направления, в которых осуществлялось смещение. Рано или поздно камешки соединяться монотонным путем и мы определим их взаимное расположение, что позволяет построить машину Минского.
в) При этом наличие Кирпича - т.е. отмеченной клетки - позволяет обойти с помощью камешка и датчика случайных чисел 5-и и 6-и мерную решетку, а наличие аффинного подмногообразия коразмерности 6 из кирпичей -- решетки размерностей 7 и 8. Если многообразие кирпичей имеет коразмерность больше нуля но меньше 6 - то обойти можно, а если больше 6 -- то нельзя.
г) С коразмерностью 6 ситуация такова. Пусть есть датчик случайных чисел, 1 камешек и подмногообразие размерности

6 из кирпичей (которые можно распознавать, но нельзя двигать). Если размерность решетки больше 8 то ее не обойти, но можно обойти, если в ее клетки случайным образом расставить символы конечного алфавита, состоящего более чем из одной буквы.

9. Показано, что хроматическое число произведения плоскости на отрезок сколь угодно малой длины не меньше 5, а хроматическое число произведения плоскости на квадрат со сколь угодно малыми сторонами не меньше 6.

10. Была решена игровая форма теоремы Ван-Дер-Вардена для гиперболических поворотов.

11. Одним из важнейших достижений математики XX века было возникновение содержательного понятия вычислимости, построение формального (теоретико-множественного) определения того, что такое вычислимая функция и формулирование тезиса о том, что эти два понятия совпадают – тезиса Черча. В дальнейшем математические рассуждения в общей, качественной теории вычислимости строились, как правило, в терминах интуитивной вычислимости. Параллельно с представлениями о вычислимости и даже несколько раньше, в математике формировалось общее понятие выводимости, порождаемости в абстрактных исчислениях. В цикле исследований А.Л. Семенова и В. А. Успенского строится содержательное понятие породимости. Это понятие, как и понятие вычислимости, сводится к понятию действия, введенному Э. Борелем в 1910-е гг. Породимось может быть формализована как перечислимость, или как породимость в формальной грамматике Хомского и послужить основой для формального определения вычислимости. Результаты были доложены на Ломоносовских чтениях в МГУ 2017 г. Планируется публикация заметки в Доклады АН и продолжение исследований.

Все запланированные в отчетном году научные результаты достигнуты:
да

1.5. Описание выполненных в отчетном году работ и полученных научных результатов для публикации на сайте РНФ

на русском языке (до 3 страниц текста, также указываются ссылки на информационные ресурсы в сети Интернет (url-адреса), посвященные проекту)

1. Основным научным результатом явилось доказательство гипотезы Концевича об естественном изоморфизме групп полиномиальных симплектоморфизмов и автоморфизмов алгебры Вейля (алгебры дифференциальных операторов). В полученном А.Я. Беловым и А.М.Елишевым доказательстве используется опубликованный ими в 2017 г. работе прием подъема полиномиального симплектоморфизма до вектора из формальных степенных рядов по $\hbar$ с коммутационными соотношениями, отвечающими алгебре Вейля. Ключевые моменты доказательства таковы.

А). Рассматривается редукция по модулю бесконечно большого простого p . Можно подкрутить подъем так, чтобы кольцо $k[x_i^p, \partial_i^p]$, порожденное x_i^p и ∂_i^p перешло в себя (без $\hbar$). Поскольку автоморфизм алгебры Азума фиксирующий центр есть сопряжения, остается возможность для ренормализации путем сопряжения дифференциальным оператором (точнее рядом) вида $1 + \hbar D$ (т.е. $R \rightarrow (1 + \hbar D)R(1 + \hbar D)^{-1}$).

Б). Тем самым фиксируются члены при $\hbar^2$. Отметим, что главная часть поправки при сопряжении будет $[R, D]\hbar$ и она будет иметь вид $\partial D \partial x_i$ и $\partial D \partial y_i$. Возможность скомпенсировать члены степени большей чем исходный симплектоморфизм означает равенство нулю дифференциала соответствующей формы.

В). Равенство нулю этого дифференциала видна на модельном примере, когда $p=1$.

Подкрутив сопряжением, добиваемся того, чтоб $x \rightarrow x$. Теперь остается возможность $1 + \hbar D$ быть рядом от x . Сопрягая образ y мы можем избавиться от членов в которые y не входит (рассматривая первообразную и заметив, что сопряжение y дает дифференцирование. С другой стороны, иные члены (кроме y содержащие y) в нужном приближении из-за коммутационного соотношения и не появятся, ибо коммутант образов буде равен $\hbar$ а это уже $[x, y]$.

Техническое усовершенствование данной конструкции позволяет рассуждать и для произвольного p см. анонс http://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option_lang=rus&presentid=18958

2. Одним из основных направлений работы в этом году (И.А.Ивановым-Погодаевым) было исследование связей аperiодических замощений с алгебраическими структурами, прежде всего с полугруппами и группами. В этой связи важным инструментом является результат Мозеса-Гудмана-Штраусса из теории плиточных замощений.

Теорема Мозеса-Гудмана-Штраусса (точнее наше ее топологическое обобщение) заключается в следующем: $\{ \tau \}$

допустим, есть подстановочная система из конечного числа геометрических многоугольников-плиток, с заданным правилом разбиения каждой плитки на гомотетичные плитки меньшего размера. Тогда по такой подстановочной системе можно осуществить декорирование: разбить плитки каждого типа на конечное число подтипов и раскрасить стороны плиток каждого подтипа в конечное число цветов. После этого можно рассмотреть все замощения плоскости плитками полученных типов, с условием, что прикладывать друг к другу плитки можно только одинаковыми сторонами}. Исследовалась связь языков замощений и языков полугрупп и групп. Это позволило получить переформулировку-обобщение теоремы Мозеса-Гудмана-Штраусса. Оказалось, что как для построения конечно определенной бесконечной ниль-полугруппы, так и для групповых вопросах очень важным является также свойство $\{\text{it}$ детерминированности}. Для замощения квадратными плитками он означает однозначное восстановление плитки внутри квадрата 2×2 по трем остальным плиткам. Язык плиточных замощений может быть переведен в язык теории групп. В этом случае наличие детерминированности влечет наличие свойства $C(4)$ - $T(4)$ в соответствующей группе.

3. Была показана алгоритмическая неразрешимость проблемы вложения аффинной прямой в алгебраическое многообразие.

4. Ф.Руховичем была построена система компьютерного доказательства существования ренормализационных схем во внешних билиярдах. Им было проведено дальнейшее исследование для правильного 12-иугольника, статья для 8-иугольника подана в Доклады РАН (отметим, что внешнему билиярду вокруг правильного пятиугольника были посвящены работы S. Tabachnikov. On the dual billiard problem. *Advances in Math.*, 115(1995), 221-249, Outer billiard outside regular polygons и Nicolas Bedaride, Julien Cassaigne, *Journal of the London Mathematical Society*, 2011. Number 83 volume 2, 301-323). Показано что во внешнем билиярде вокруг правильного 10, 8, 12 угольников множество периодических точек имеет полную меру.

5. Д.Гусевым построен лабиринт, для обхода которого необходимо ровно n камней. Это стало возможно благодаря разработке вероятностного метода (параллельному пропагандируемому и разрабатываемому в школе А.М.Райгородского) применительно к Computer Science.

6. Было исследовано поведение роботов на целочисленной решетке, снабженных одним камешком и датчиком случайных чисел. а) При отсутствии камешков но наличия датчика случайных чисел можно обойти плоскую решетку, но нельзя решетку более высокой размерности. При наличии двух камешков (и датчика случайных чисел) можно обойти решетку любой размерности. б) При наличии одного камешка (и датчика случайных чисел) можно обойти решетку размерности 3 и 4, но нельзя решетку более высокой размерности.

При этом наличие Кирпича - т.е. отмеченной клетки - позволяет обойти с помощью камешка и датчика случайных чисел 5-и и 6-и мерную решетку, а наличие аффинного подмногообразия коразмерности 6 из кирпичей -- решетки размерностей 7 и 8. Если многообразие кирпичей имеет коразмерность больше нуля но меньше 6 - то обойти можно, а если больше 6 -- то нельзя. в) Наиболее интересна коразмерность 6. Пусть есть датчик случайных чисел, 1 камешек и подмногообразие размерности 6 из кирпичей (которые можно распознавать, но нельзя двигать). Если размерность решетки больше 8 то ее не обойти, но можно обойти, если в ее клетки случайным образом расставить символы конечного алфавита, состоящего более чем из одной буквы.

7. Хорошо известна классическая задача о хроматическом числе плоскости. Если плоскость покрашена в 3 цвета, то две точки одного цвета будут на единичном расстоянии друг от друга. С другой стороны, для семи цветов такой пары точек может и не найтись. Известно, что если плоскость раскрашена в 4 цвета и одноцветные области измеримы, то найдутся две одноцветные точки. В этой связи была предложена концепция слойки. Показано (совместно с В.Вороновым и Д.Черкашином), что хроматическое число произведения плоскости на отрезок сколь угодно малой длины не меньше 5, а хроматическое число произведения плоскости на квадрат со сколь угодно малыми сторонами не меньше 6.
<http://mi.mathnet.ru/rus/aa1557>

8. Была решена игровая форма теоремы Ван-Дер-Вардена для гиперболических поворотов (Д.Карпушкиным). Рассмотрим игру: на один ход крестиков следует ответ из n ноликов. Нолики хотят создать арифметическую прогрессию длины k причем как можно быстрее. Вокруг этого сюжета был проект на Летней Конференции Турнира Городов (с целью привлечения будущих учеников) <http://www.turgor.ru/lktg/2017/7/index.htm>. Обобщенная теорема Ван-Дер Вардена означает, что для любой раскраски плоскости в конечное число цветов и любого конечного множества M найдется ему подобное одноцветное. Имеется открытый вопрос. Плоскость раскрашена в несколько цветов. Верно ли что найдется одноцветный прямоугольник единичной площади. Для прямоугольных треугольников и

пространственных крестов это составило содержание дипломной работы В.Шарича (под руководством А.Я.Белова) <https://istina.msu.ru/diplomas/60736779/>. Данную проблематику можно рассматривать в таком контексте для любой раскраски плоскости в конечное число цветов и любого конечного множества M найдется одноцветное множество M' получающееся из M гиперболическим поворотом. Удалось решить игровую форму последней задачи.

9. Одним из важнейших достижений математики XX века было возникновение содержательного понятия вычислимости, построение формального (теоретико-множественного) определения того, что такое вычисляемая функция и формулирование тезиса о том, что эти два понятия совпадают – тезиса Черча. В дальнейшем математические рассуждения в общей, качественной теории вычислимости строились, как правило, в терминах интуитивной вычислимости. Параллельно с представлениями о вычислимости и даже несколько раньше, в математике формировалось общее понятие выводимости, порождаемости в абстрактных исчислениях. В цикле исследований А.Л. Семенова и В. А. Успенского строится содержательное понятие породимости. Это понятие, как и понятие вычислимости, сводится к понятию действия, введенному Э. Борелем в 1910-е гг. Породимост может быть формализована как перечислимость, или как породимость в формальной грамматике Хомского и послужить основой для формального определения вычислимости. Результаты были доложены на Ломоносовских чтениях в МГУ 2017 г. Планируется публикация заметки в Доклады АН и продолжение исследований

на английском языке

1. Our main result is the proof of Kontsevich Conjecture on the existence of a natural isomorphism between the automorphism group of the Weyl algebra (the algebra of polynomial differential operators) and the group of polynomial symplectomorphisms of the affine space of corresponding dimension.

The proof by A.Ya. Belov and A.M. Elishev and Jie Tai Yu of the Kontsevich Conjecture relies upon the existence of lifting of a polynomial symplectomorphism to a vector with entries in formal power series in $\hbar$ (the latter is referred to as the Planck constant in the context of deformation quantization), which preserves the commutation relations defining the Weyl algebra of corresponding rank. The key steps of the proof are as follows.

A). Consider reduction modulo infinite prime p . It turns out that the lifting may be conjugated in such a way that the center of the reduced algebra, given by $k[x_1^p, y_1^p]$, is mapped into itself (with no terms in $\hbar$ involved). Due to the fact that any Azumaya algebra automorphism which is stable on its center is a conjugation, there remains a possibility of renormalization by a formal power series differential operator of the form $1 + \hbar D$ (i.e. $R \mapsto (1 + \hbar D)R(1 + \hbar D)^{-1}$).

B). This in particular fixes the term at $\hbar^2$. Observe also that the main part of the shift under the conjugation is given by $[R, D]\hbar$, or, in other words, by a combination of terms of the form $\partial D / \partial x_i$ и $\partial D / \partial y_i$. The possibility of compensating the higher-order terms therefore amounts to vanishing of the differential of the appropriate form.

C). One can obtain an understanding of the condition of vanishing of the differential in the base case $n=1$, which we now consider. By appropriate conjugation we can always make $x \mapsto x$. Thus the remaining possibility is for $1 + \hbar D$ to be a power series in x . Conjugating the image of y , we can get rid of those terms that do not contain y (by noting that the conjugation of y amounts to taking a derivative and then, therefore, starting with the primitive). On the other hand, the rest of the terms (that is, the ones containing y with the exception of y itself) in the appropriate degree cannot be present thanks to the fact that the lifted object preserves the commutator (so that the commutator of the images is $\hbar$, which is $[x, y]$).

A technical modification of the described construction allows it to be applied to the case of arbitrary n . See also the announcement http://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option_lang=rus&presentid=18958.

2. One of the main research directions of our laboratory this year has been the investigation of connections between aperiodic tilings with algebraic structures, first and foremost groups and semigroups. The well-known result of Moses and Goodman-Strauss on tilings has been instrumental in this endeavor.

We have obtained a topological generalization of the Moses -- Goodman-Strauss Theorem, which is stated as follows:
{\it Suppose we have a substitution system of finite number of polygonal tiles together with a partition rule of each tile into homothetic tiles of smaller size. Then from this data we can reconstruct a decoration, i.e. the partition of tiles of each type into a finite number of subtypes and the coloring of each edge of tiles of every type by a finite number of

colors. After that one may consider all tilings of the plane by tiles of types so obtained with the condition that two tiles may be adjoined only by an edge of the same color.}

During the course of the year we have researched the connection between the languages of tilings and groups and semigroups. This allowed us to obtain a generalization of Moses and Goodman-Strauss Theorem. In this generalization a tile is topologically a square. It turns out that in the context of construction of infinite finitely presented nil semigroup, as well as in the group-related context, of considerable importance is the $\{\text{it property of determinacy}\}$. In the case of the tiling problem by topological squares this property translates into a uniquely defined reconstruction of the tile inside a 2×2 -square from the remaining three tiles. The language of tilings may be translated into the language of groups. In this case determinacy implies property $C(4)$ - $T(4)$ in the corresponding group.

3. Thanks to the effort of our research staff, the undecidability of the affine line embedding problem has been demonstrated, cf. http://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option_lang=rus\&presentid=18958.

4. F. Rukhovich has devised a computer-assisted proof of the existence of renormalization schemes in outer billiards. He has also conducted further analysis of the case of regular dodecagon. The paper dedicated to the regular octagon case has been submitted to Doklady RAN. (Also note that the outer billiards relative to the regular pentagon were the subject of the work of S. Tabachnikov, cf. "On the dual billiard problem". Advances in Math., 115(1995), 221-249; "Outer billiard outside regular polygons", and also of Nicolas Bedaride, Julien Cassaigne, Journal of the London Mathematical Society, 2011. Number 83 volume 2, 301-323). It has also been demonstrated that for outer billiards outside regular octagon, decagon and dodecagon the set of periodic points has complete measure.

5. D. Gusev has shown the existence of a labyrinth that is explorable by exactly n flags. This was made possible thanks to the development of a computer science version of the probabilistic method (along the lines of random subset and random graph theory, as developed by the school of A.M. Raigorodskii).

6. a). E. Kondakova studied behavior of automata defined on integral grid and equipped with a single flag and a random number generator. In the absence of flags but in the presence of the random number generator one may explore the planar grid, however one may not do so for the case of higher dimension. If both a single flag and a random number generator are given, then grids of dimension 3 and 4 are explorable, but higher dimensions are not. In the case of two flags (and random number generator) all dimensions are good. In order to see this, one may imitate the Minsky machine in the following way. Consider an assignment of flags on the plane. By the Return Theorem for planar random walk, one may move the flags and transform the layer. One must however determine the relative position of the flags. After encountering the first flag, perform a random walk toward the second one, while keeping the monotonicity of the path fixed -- that is, one has to disallow movement in opposite directions as well as maintain the direction of the shift. Eventually the flags will be connected by a monotone path, so that we may determine their relative position, which allows the construction of the Minsky machine.

b). In the setup above, the existence of a brick -- that is, of a marked cell -- allows to explore the five and six dimensional grids by a single flag and a random number generator. Furthermore, the existence of affine subvariety of bricks of codimension 6 is sufficient for explorability of grids of dimension 7 and 8. If the subvariety of bricks has codimension greater than zero but less than six, then the grid is explorable, if greater than six, then not.

c). The case of codimension six is as follows. Suppose given a random number generator, a single flag and a brick subvariety of codimension six (which one can recognize but never move). If grid dimension is greater than eight, then it is not explorable; if however one assigns at random symbols from a finite alphabet (consisting of more than one letter) to grid cells, then the grid will become explorable.

7. Well known is the classical problem of the chromatic number of the plane. If the plane is colored by 3 colors, then there will be two points of the same color, the distance between whom will be 1. On the other hand, for the case of 7 colors such a pair of points may not exist. It is known that if the plane is colored by 4 colors, and if regions of a fixed color are measurable, then there exist two points satisfying the above requirement. In connection to this, the concept of layer was introduced. It has been shown (together with V.Voronov and D.Cherkashin) that the chromatic number of the product of the plane with a line segment of arbitrarily small length is not less than 5, while the chromatic number of the product with the square of arbitrarily small side cannot be less than 6. Cf. <http://mi.mathnet.ru/rus/aa1557>.

8. The game-theoretic version of the Van der Waerden Theorem on hyperbolic rotations has been formulated and proved. Consider the following modification of the tic-tac-toe: at a given turn one player marks a single X , to which the second player responds by marking n O s. The second player's objective is to construct an arithmetic progression of O s of length k as soon as possible. This game was given much attention at the Turnir Gorodov Summer Conference (with the goal of attracting prospective students, see <http://www.turgor.ru/lktg/2017/7/index.htm>.) The generalized Van der Waerden Theorem

means in this case that for any finite coloring of the plane and any finite set M there exists a single-color set which is similar to M . The following problem is open. Suppose a finite coloring of a plane is given. Is it true that there exists a single-color rectangle of unit area? An analogous problem for the case of right triangles and crosses was the subject of V. Sharich's undergraduate thesis (supervised by A.Ya. Belov, cf. <https://istina.msu.ru/diplomas/60736779/>). This problem can be considered for any finite M and for any finite plane coloring, namely for any finite set M there is a single-color set M' , which is obtained from M by a hyperbolic rotation. We have managed to solve the game-theoretic version of the latter problem.

9. One of the most eminent achievements of XX century mathematics was the emergence of a consistent concept of computability, construction of a formal set-theoretic definition of computable function and formulation of equivalence between the two,

known as Church's thesis. Further analysis in the context of qualitative theory of computability was constructed generally in terms of intuitive computability. Parallel to the concept of computability, and in fact slightly prior to that, a general concept of derivability in abstract calculations was formulated. In the research of A.L. Semenov and V.A. Uspensky a meaningful concept of derivability has been presented. This concept, as well as computability, may be reduced to the concept of Borel action, introduced in 1910s. Derivability can be re-formulated as an enumerability property, or as derivability in the Chomsky formal grammar and serve as a foundation for a formal definition of computability. The results of the research have been reported at the annual conference "Lomonosovskie Tchteniya" at MSU in 2017. Publication in Doklady AN and further research is planned.

1.6. Файл с дополнительными материалами

(при необходимости представления экспертному совету РНФ дополнительных графических материалов к отчету по проекту)

В формате pdf, размером до 3 Мб.

1.7. Перечень публикаций за год по результатам проекта

(публикации добавляются из списка зарегистрированных участниками проекта публикаций)

1. А.А.Чиликов, А.Я.Белов (A.A.Chilikov, A.Ya.Belov) **Normal bases of algebras and Exponential Diophantine equations in rings of positive characteristic** Arxiv.org (2017 г.)

2. А.Канель-Белов, Джи-Тай Ю, А.Елишев (A. Kanel-Belov, J.-T. Yu, A. Elishev) **On the tame automorphism approximation, augmentation Topology of Automorphism Groups and Ind -schemes, and automorphisms of tame automorphism groups** Arxiv.org (2017 г.)

3. Алексей Канель-Белов, Сергей Григорьев, Андрей Елишев, Венчао Жанг (Alexei Kanel-Belov, Sergey Grigoriev, Andrey Elishev, Wenchao Zhang) **Lifting of Polynomial Symplectomorphisms and Deformation Quantization** Communications in Algebra (2018 г.)

4. Алексей Канель-Белов, Сергей Григорьев, Андрей Елишев, Венчао Жанг (Alexei Kanel-Belov, Sergey Grigoriev, Andrey Elishev, Wenchao Zhang) **Lifting of Polynomial Symplectomorphisms and Deformation Quantization** Arxiv.org (2017 г.)

5. Алексей Канель-Белов, Фарух Разавиния, Венчао Жанг (Alexei Kanel Belov, Farrokh Razavinia, Wenchao Zhang) **Bergman's Centralizer Theorem and quantization** Comm. in Algebra (2017 г.)

6. И.А.Иванов-Погодаев, С.Малев (Ilya Ivanov-Pogodaev, Sergey Malev) **Finite Gröbner basis algebra with unsolvable nilpotency problem and zero divisors problem** arxiv.org (2017 г.)

7. Канель-Белов А.Я., Воронов В.А., Черкашин Д.Д. (A.J.Kanel-Belov, V.Voronov, D.Cherkashin) **О хроматическом числе плоскости** Алгебра и анализ (St. Petersburg Mathematical Journal) (2017 г.)

1.8. В 2017 году возникли исключительные права на результаты интеллектуальной деятельности, созданные при выполнении проекта:

нет

1.9. Показатели реализации проекта

Показатели кадрового состава научного коллектива (рассчитываются как округленное до целого отношение суммы количества месяцев, в которых действовали в отчетном периоде в отношении членов научного коллектива приказы о составе научного коллектива, к количеству месяцев, в которых действовало в отчетном периоде соглашение)

Плановые значения указываются только для показателей, предусмотренных соглашением.

Показатели	Единица измерения	2017 год	
		план	факт
Число членов научного коллектива	человек	10	10
Число исследователей в возрасте до 39 лет среди членов научного коллектива	человек	8	8
в том числе:			
кандидатов наук в возрасте до 35 лет (включительно)	человек		1
аспирантов (интернов, ординаторов) и (или) студентов очной формы обучения	человек		5
Количество лиц категории «Вспомогательный персонал»	человек		1

Публикационные показатели реализации проекта (значения показателей формируются автоматически на основе данных, представленных в форме 2о (накопительным итогом). Показатели публикационной активности приводятся в отношении публикаций, имеющих соответствующую ссылку на поддержку Российского научного фонда и на организацию (в последнем случае – за исключением публикаций, созданных в рамках оказания услуг сторонними организациями).

Плановые значения указываются только для показателей, предусмотренных соглашением.

Публикационные показатели реализации проекта (нарастающим итогом, за исключением показателя «Число цитирований...»)	Единица измерения	2017 год	
		план	факт
Количество публикаций по проекту членов научного коллектива в рецензируемых российских и зарубежных научных изданиях, индексируемых в базах данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (SCOPUS)	Ед.	1	3
Число цитирований публикаций членов научного коллектива в научных журналах, индексируемых в международной базе данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) в отчетном году	Ед.		47
Количество публикаций по проекту членов научного коллектива в изданиях, учитываемых в базе данных «РИНЦ»	Ед.	1	3
Количество монографий по проекту членов научного коллектива	Ед.		0
Количество зарегистрированных результатов интеллектуальной деятельности по проекту членов научного коллектива	Ед.		0

1.10. Информация о представлении достигнутых научных результатов на научных мероприятиях (конференциях, симпозиумах и пр.)

(в том числе форма представления – приглашенный доклад, устное выступление, стендовый доклад и пр.)

1. F.Rukhovich. Outer billiards around regular polygons. 6 December CONFERENCE: Tiling and Recurrence
4-8 December, 2017. Lumini, Marsellite, France (стендовый доклад)

2. F.Rukhovich. Outer billiards outside regular polygons: sets of full measure and aperiodic points. 21 November RESEARCH SCHOOL: Tiling Dynamical System
20-24 November, 2017. Lumini, Marsellite, France Приглашенный доклад

3. Ivan Mitrofanov, Algorithmical properties of transducer groups and tilings. 22 November RESEARCH SCHOOL: Tiling Dynamical System
20-24 November, 2017. Lumini, Marsellite, France Приглашенный доклад

4. А. Я. Канель-Белов, Автоморфизмы алгебры Вейля, гипотеза якобиана и задачи о подъеме.
Дифференциальные операторы на сингулярных пространствах, алгебраически интегрируемые системы и квантование
13 октября 2017 г. 20:15 Приглашенный доклад

5. А. Я. Белов-Канель. Построение тела, конечно порожденного как кольцо
Семинар отдела алгебры и отдела алгебраической геометрии (семинар И. Р. Шафаревича)
19 сентября 2017 г. 15:00 Приглашенный доклад
6. Alexei Belov, "Representations of relatively free algebras and canonization theorems", Advances in Noncommutative Algebra – on the occasion of Louis Rowen's retirement (Bar-Ilan University, Израиль), BIU, 2017 Приглашенный доклад
7. Алексей Яковлевич Белов-Канель, Группы и мозаики, <http://combalg.ru/schools/summer17/>, Судиславль, 2017 (опубликована online) , Десятая летняя школа «Комбинаторика и алгоритмы» для школьников и студентов. 12–24 августа 2017 Приглашенный доклад
8. А.Я. Канель-Белов, Д.Д. Карпушкин, Д.В. Макаров, Б.Р.Френкин, Теорема Ван дер Вардена и игры, <http://www.turgor.ru/lktg/2017/7/index.htm>, 2017 (в печати) , 29-я летняя конференция международного математического Турнира городов 29th summer conference of the International mathematical Tournament of towns Даховская, Республика Адыгея, Россия / Dakhovskaya, Adyghe, Russia / 03.08.2017-11.08.2017 Российская академия наук / Russian Academy of Sciences Департамент образования города Москвы / Moscow Department of Education Московский центр непрерывного математического образования / Moscow Center for Continuous Mathematical Education Факультет матем.
9. Алексей Яковлевич Канель-Белов, Гипотеза Якобиана, нестандартный анализ и антиквантование. XVII летняя школа «Современная математика», посвященная памяти Виталия Арнольда, 2017 г. Дубна, дом отдыха «Ратмино» Приглашенный доклад
10. Семёнов А.Л., Успенский В.А. О понятии исчисления. <https://www.msu.ru/science/lom-read/2017/pr26.pdf> Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ»
19 Апреля, 2017 среда. Приглашенный доклад
11. Семёнов А.Л. О пространствах выразимости. <https://www.msu.ru/science/lom-read/2017/pr26.pdf> Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ»
19 Апреля, 2017 среда. Приглашенный доклад
12. Семёнов А.Л., Сопрунов С.Ф. Структура пространств выразимости для следования на целых числах. <https://www.msu.ru/science/lom-read/2017/pr26.pdf> Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ»
19 Апреля, 2017 среда. Приглашенный доклад
13. Алексей Яковлевич Белов-Канель, Теория информации, конечные автоматы, лабиринты и математическое моделирование обучающего поведения, <http://combalg.ru/schools/winter17/courses/>, 2017 , Девятая зимняя школа «Комбинаторика и алгоритмы» для школьников и студентов, 17–24 февраля 2017 Приглашенный доклад
14. Filipp Rukhovich (Moscow Institute of Physics & Technology)
Outer billiards : aperiodic points outside regular polygons. New Advances in Symbolic Dynamics (CNRS Thematic School) January 30 - 3 February, 2017, 3 February, Lumini, Marsellite, France Приглашенный доклад
15. Заявлен анонс решения гипотезы Концевича а также проблемы вложения прямой в алгебраическое многообразие (сразу после начала весеннего семестра):
Об логических вопросах алгебраической геометрии, А. Я. Белов, А. М. Елишев
Межкафедральный семинар МФТИ по дискретной математике
14 февраля 2018 г. 18:30

поддержки от Фонда:

да

1.12. Информация (при наличии) о публикациях в СМИ, посвященных результатам проекта, с упоминанием Фонда:

нет

Настоящим подтверждаю:

- самостоятельность и авторство текста отчета о выполнении проекта;
- что при обнародовании результатов выполненного в рамках поддержанного РНФ проекта научный коллектив ссылался на получение финансовой поддержки проекта от РНФ и на организацию, на базе которой выполнялось исследование;
- что согласен с опубликованием РНФ сведений из отчета о выполнении проекта, в том числе в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»;
- что проект не имеет других источников финансирования;
- что проект не является аналогичным* по содержанию проекту, одновременно финансируемому из других источников.

* Проекты, аналогичные по целям, задачам, объектам, предметам и методам исследований, а также ожидаемым результатам. Экспертиза на совпадение проводится экспертным советом Фонда.

Подпись руководителя проекта _____/А.Я.Белов/

Сведения о публикациях по результатам проекта
№ 17-11-01377
«Геометрическая теория колец и квантизация»,
в 2017 году

Приводится в отношении публикаций, имеющих соответствующую ссылку на поддержку РНФ.

(заполняется отдельно на каждую публикацию, для формирования п. 1.7. отчета)

В карточке публикации все данные приводятся на языке и в форме, используемой базами данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection), «Скопус» (Scopus) и/или РИНЦ, каждая статья упоминается только один раз (независимо от языков опубликования).

1

2.1. Авторы публикации

на русском языке: А.А.Чиликов, А.Я.Белов

на английском языке: A.A.Chilikov, A.Ya.Belov

WoS Researcher ID (при наличии): K-7999-2012

Scopus AuthorID (при наличии): 6507726012

2.2. Название публикации

Normal bases of algebras and Exponential Diophantine equations in rings of positive characteristic

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

finite automata, regular languages, P l-algebra, Shirshov theorem on height, word combinatorics, n-divisibility, Burnside-type problems

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

Arxiv.org

ISSN (при наличии): ---

e-ISSN (при наличии): ---

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: нет

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

1712.00508

Месяц и год публикации: 12.2017

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

<https://arxiv.org/abs/1712.00508>

2.8. DOI (при наличии)

Accession Number WoS (при наличии): ---

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях,

положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: ---

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

нет

2.11. Импакт-фактор издания

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

нет

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

нет

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

нет

2.16. Файл с текстом публикации

2

2.1. Авторы публикации

на русском языке: А.Канель-Белов, Джи-Тай Ю, А.Елишев

на английском языке: A. Kanel-Belov, J.-T. Yu, A. Elishev

WoS Researcher ID (при наличии): K-7999-2012

Scopus AuthorID (при наличии): 6507726012

2.2. Название публикации

On the tame automorphism approximation, augmentation Topology of Automorphism Groups and Ind -schemes, and automorphisms of tame automorphism groups

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

Ind-group, Approximation, Singularities, Affine spaces, Automorphisms, Polynomial algebras, Toric varieties, Free associative algebras, Lifting problem, Tame and Wild automorphisms, Coordinates, Nagata Conjecture, Linearization

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

Arxiv.org

ISSN (при наличии): ---

e-ISSN (при наличии): ---

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: нет

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

1712.01490

Месяц и год публикации: 12.2017

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

<https://arxiv.org/abs/1712.01490>

2.8. DOI (при наличии)

Accession Number WoS (при наличии): ---

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях, положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: ---

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

нет

2.11. Импакт-фактор издания

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

нет

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

нет

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

нет

2.16. Файл с текстом публикации

2.1. Авторы публикации

на русском языке: Алексей Канель-Белов, Сергей Григорьев, Андрей Елишев, Венчао Жанг

на английском языке: Alexei Kanel-Belov, Sergey Grigoriev, Andrey Elishev, Wenchao Zhang

WoS Researcher ID (при наличии): K-7999-2012

Scopus AuthorID (при наличии): 6507726012

2.2. Название публикации

Lifting of Polynomial Symplectomorphisms and Deformation Quantization

2.3. Год публикации

2018

2.4. Ключевые слова

Bergman theorem, poisson brackets, quanization, free associative algebra

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

Communications in Algebra

ISSN (при наличии): 0092-7872

e-ISSN (при наличии): 1532-4125

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: да

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

Месяц и год публикации: ---

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

2.8. DOI (при наличии)

Accession Number WoS (при наличии): ---

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях, положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

да

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: файл pdf, скачать

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

да

2.11. Импакт-фактор издания

.484

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

да

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

да

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

нет

2.16. Файл с текстом публикации

2.1. Авторы публикации

на русском языке: Алексей Канель-Белов, Сергей Григорьев, Андрей Елишев, Венчао Жанг

на английском языке: Alexei Kanel-Belov, Sergey Grigoriev, Andrey Elishev, Wenchao Zhang

WoS Researcher ID (при наличии): K-7999-2012

Scopus AuthorID (при наличии): 6507726012

2.2. Название публикации

Lifting of Polynomial Symplectomorphisms and Deformation Quantization

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

Deformational quantization, Jacobian conjecture, Affine algebraic geometry

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

Arxiv.org

ISSN (при наличии): ---

e-ISSN (при наличии): ---

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: нет

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

arXiv:1707.06450

Месяц и год публикации: 07.2017

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

<https://arxiv.org/abs/1707.06450>

2.8. DOI (при наличии)

Accession Number WoS (при наличии): ---

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях, положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: ---

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

нет

2.11. Импакт-фактор издания

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

нет

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

нет

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

нет

2.16. Файл с текстом публикации

5

2.1. Авторы публикации

на русском языке: Алексей Канель-Белов, Фарух Разавиния, Венчао Жанг

на английском языке: Alexei Kanel Belov, Farrokh Razavinia, Wenchao Zhang

WoS Researcher ID (при наличии): K-7999-2012

Scopus AuthorID (при наличии): 6507726012

2.2. Название публикации

Bergman's Centralizer Theorem and quantization

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

quantization, Kontsevich, Bergman theorem, generic matrices

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

Comm. in Algebra

ISSN (при наличии): 1532-4125

e-ISSN (при наличии): ---

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: да

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

Месяц и год публикации: ---

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

2.8. DOI (при наличии)

10.1080/00927872.2017.1372462

Accession Number WoS (при наличии): ---

Scopus EID (при наличии): 2-s2.0-85031815059

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях,

положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

да

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: файл pdf, скачать

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

да

2.11. Импакт-фактор издания

.484

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

да

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

да

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

нет

2.16. Файл с текстом публикации

файл pdf, скачать

6

2.1. Авторы публикации

на русском языке: И.А.Иванов-Погодаев, С.Малев

на английском языке: Ilya Ivanov-Pogodaev, Sergey Malev

WoS Researcher ID (при наличии): ---

Scopus AuthorID (при наличии): ---

2.2. Название публикации

Finite Gröbner basis algebra with unsolvable nilpotency problem and zero divisors problem

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

Базис Гребнера-Ширшова, нильпотенты, дедители нуля, распознаваемость

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

arxiv.org

ISSN (при наличии): ---

e-ISSN (при наличии): ---

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: нет

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

1606.01566

Месяц и год публикации: 12.2017

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

<https://arxiv.org/abs/1606.01566>

2.8. DOI (при наличии)

Accession Number WoS (при наличии): ---

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях, положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: ---

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

нет

2.11. Импакт-фактор издания

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

нет

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

нет

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

да

Другой грант ERC Advanced grant Coimbra 320974. был аффилирован с Сергеем Малевым, соавтором Ильи Иванова-Погодаева

2.16. Файл с текстом публикации

2.1. Авторы публикации

на русском языке: Канель-Белов А.Я., Воронов В.А., Черкашин Д.Д.

на английском языке: A.J.Kanel-Belov, V.Voronov, D.Cherkashin

WoS Researcher ID (при наличии): K-7999-2012

Scopus AuthorID (при наличии): 6507726012

2.2. Название публикации

О хроматическом числе плоскости

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

Chromatic number of plane, Chromatic number of Euclidean spaces.

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указывается название издательства, город)

Алгебра и анализ (St. Petersburg Mathematical Journal)

ISSN (при наличии): 0234-0852

e-ISSN (при наличии): ---

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: да

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

29:5, 68–89

Месяц и год публикации: 05.2017

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

2.8. DOI (при наличии)

Accession Number WoS (при наличии): ---

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях, положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

да

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: ---

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

да

2.11. Импакт-фактор издания

.606

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

да

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

да

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

да

Статья с соавторами, поддержанными иными фондами, автор (Канель-Белов А.Я.) поддержан только РФФИ. Прописано разделение результатов, полученных в статье разными авторами, в соответствии с требованиями фонда.

2.16. Файл с текстом публикации

файл pdf, скачать

Подпись руководителя проекта _____/А.Я. Белов/

План работы на 2018 год и ожидаемые результаты по проекту № 17-11-01377 «Геометрическая теория колец и квантизация»

3.1. План работы на 2018 год

(в том числе указываются запланированные командировки по проекту), до 5 стр.

1. Полиномиальные автоморфизмы и проблема Якобиана. Предполагается довести до публикации гипотезу Концевича. Предполагается также получить аналог теоремы Белиницкого Бирулы (о приведении действия максимального тора к стандартному путем сопряжения) для многообразий алгебр.

Предполагается исследовать проблему подъема $\mathbb{Z}\mathbb{Z}$ -автоморфизмов кольца многочленов до автоморфизмов свободных ассоциативных алгебр.

2. Алгоритмические вопросы в алгебраической геометрии. Предполагается довести до публикации решение вопроса об алгоритмической неразрешимости проблемы вложения алгебраических многообразий. Предполагается исследовать проблему изоморфизма.

3. Предполагается провести исследование ростков алгебраических функций в положительной характеристике, операторов "прополки" и их взаимосвязь с группами Галуа. В этой связи изучить связь доказательства теоремы Кристофа о критерии автоматности ряда Тейлора алгебраической функции в положительной характеристике и доказательства Делиня гипотез Вейля о рациональности дзета-функций в положительной характеристике.

4. Предполагается провести исследования совместно с И.Рипсом, Е.Плоткиным и А.Аткарской по созданию гиперболической теории колец. Предполагается использование метода канонической формы, восходящий к С.И.Адяну и разработанной И.Рипсом. При этом используется метод анализа привилегированных членов и векторный подход к проблеме канонического базиса. Предполагается создать текст по проблеме построения тела, конечно порожденного как кольцо.

5. Предполагается довести до публикации работ о внешнем бильярде вокруг правильного 8-и и 12-и угольника, провести исследование динамик связанных с поворотами на углы кратные $\pi/7$, изучить работы специалистов по этой теме. Исследование внешнего бильярда вне правильного семиугольника проводилось различными авторами. Так, в статье (Jeong, In-Jee: Outer billiards with contraction: regular polygons - Dynamical Systems) приводятся результаты компьютерных экспериментов; также такие результаты можно найти и на сайте <http://dynamicsofpolygons.org/>; однако никаких точных результатов не обнаружено.

Внешние бильярды тесно связаны с исследованиями рациональных кусочных изометрий (rotational piecewise isometries). Ряд исследователей работали над такими изометриями и получили ряд результатов. Например, в статье (A. Goetz, Guillaume Poggiaspalla. Rotations by $\pi/7$ - Nonlinearity 17(5):1787-1802, 2004) исследуется система, для которой преобразование первого возвращения в одну и ту же фигуру может иметь неограниченное число итераций. С другой стороны, в статье (S. Akiyama, E. Harris - Pentagonal Domain Exchange - Discrete and Continuous Dynamical Systems 33(10)) показано, как с помощью кусочных изометрий можно доказать периодичность последовательности, исходно никак не связанной с геометрией и системами (имеются работы Arek Goetz и Shigeki Akiyama, Franko Vivaldi в которых исследуются такие повороты). Данная задача не представляется безнадежной, хотя наличие самоподобия (кроме случаев $n=5,8,10,12$) представляется маловероятным. Однако возникают области, с границами параллельными сторонам исходного многоугольника, и преобразование первого возвращения порождает разбиение на периодические множества и на области такого же сорта с аналогичным (зависящем от параметра) преобразованием первого возвращения. При этом число параметрических семейств и типов переходов между ними (ветвящихся, какая область какую порождает с преобразованием первого возвращения) ограничено и поддается компьютерному перебору (порядка тысяч). Отметим, что Ф.Рухович тренер сборной Физтеха по спортивному программированию и сам весьма успешно выступал в такого рода соревнованиях.

6. Довести результат о лабиринте, для обхода которого требуется ровно n камней до публикации.
7. Довести результаты об обходе лабиринтов с датчиком случайных чисел до публикации. А именно: максимальная размерность, которую можно обойти 1 камнем и датчиком случайных чисел не превосходит 4, при наличии кирпича не превосходит 6, при наличии линии из кирпичей не превосходит 8. Изучить лабиринты со случайной разметкой.
8. Обобщить результаты о плоской слойке на пространства большей размерности.
9. Основания математической теории вычислимости. Будет продолжено изучение содержательных понятий вычислимости и породимости и связей между ними.

3.2. Ожидаемые в конце 2018 года конкретные научные результаты

(форма изложения должна дать возможность провести экспертизу результатов и оценить степень выполнения заявленного в проекте плана работы), до 5 стр.

1. Полиномиальные автоморфизмы и проблема Якобиана. Предполагается довести до публикации гипотезу Концевича. Предполагается также получить аналог теоремы Белиницкого Бирулы (о приведении действия максимального тора к стандартному путем сопряжения) для многообразий алгебр.

Предполагается исследовать проблему подъема $\mathbb{Z}$ -автоморфизмов кольца многочленов до автоморфизмов свободных ассоциативных алгебр.

2. Алгоритмические вопросы в алгебраической геометрии. Предполагается довести до публикации решение вопроса об алгоритмической неразрешимости проблемы вложения алгебраических многообразий. Предполагается исследовать проблему изоморфизма.

3. Предполагается провести исследование ростков алгебраических функций в положительной характеристике, операторов "прополки" и их взаимосвязь с группами Галуа. В этой связи изучить связь доказательства теоремы Кристофа о критерии автоматности ряда Тейлора алгебраической функции в положительной характеристике и доказательства Делиня гипотез Вейля о рациональности дзета-функций в положительной характеристике.

4. Предполагается довести до публикации работ о внешнем бильярде вокруг правильного 8-и и 12-и угольника, провести исследование динамик связанных с поворотами на углы кратные $\pi/7$, изучить работы специалистов по этой теме (имеются работы Arek Goetz и Shigeki Akiyama, Franko Vivaldi в которых исследуются такие повороты).

6. Довести результат о лабиринте, для обхода которого требуется ровно n камней до публикации.

7. Довести результаты об обходе лабиринтов с датчиком случайных чисел до публикации. А именно: максимальная размерность, которую можно обойти 1 камнем и датчиком случайных чисел не превосходит 4, при наличии кирпича не превосходит 6, при наличии линии из кирпичей не превосходит 8. Изучить лабиринты со случайной разметкой.

8. Обобщить результаты о плоской слойке на пространства большей размерности.

9. Будет дано общее определение и установлены базовые свойства алгоритма и исчисления, позволяющие получать начальные результаты качественной теории алгоритмов и устанавливать соответствия между вычислительными и порождающими моделями. Планируется публикация заметки А.Л.Семенова в Доклады АН о взаимосвязи понятий породимости и перечислимости.

3.3. Файл с дополнительной информацией (при необходимости)

(с графиками, фотографиями, рисунками и иной информацией о содержании проекта)

В формате pdf, до 3 Мб.

Подпись руководителя проекта _____/А.Я.Белов/

Запрашиваемое финансирование по проекту
№ 17-11-01377
«Геометрическая теория колец и квантизация»,
на 2018 год

4.1. Планируемые расходы по проекту за счет средств, предоставляемых Фондом на следующий год (тыс. руб.)

Без учета неиспользованного остатка средств гранта предыдущих лет на начало планируемого года.

№ п.п.	Направления расходования средств гранта	Сумма расходов (тыс.руб.)
	ВСЕГО	6000
	Вознаграждение членов научного коллектива (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды, без лиц категории «вспомогательный персонал»),	5000
	в том числе:	
	вознаграждение членов научного коллектива – исследователей в возрасте до 39 лет (включительно) Имеет информационный характер.	1800
	Вознаграждение лиц категории «вспомогательный персонал» (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды)	200
1	Итого вознаграждение (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды)	5200
2	Оплата услуг сторонних организаций на выполнение научного проекта Не более значений, предусмотренных соглашением.	0
3	Расходы на приобретение оборудования и иного имущества, необходимых для проведения научного исследования (включая монтаж, пусконаладочные работы, обучение работников и ремонт)	0
4	Расходы на приобретение материалов и комплектующих для проведения научного исследования	0
5	Иные расходы для целей выполнения проекта	200
6	Накладные расходы организации Не могут превышать значений, предусмотренных соглашением.	600

4.2. Расшифровка планируемых расходов

№

п.п.

Направления расходования средств гранта, расшифровка

- 1 Итого вознаграждение (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды)
(указывается общая сумма вознаграждения, включая установленные трудовым законодательством Российской Федерации гарантии, отчисления по страховым взносам на обязательное пенсионное страхование, на обязательное медицинское страхование, на обязательное социальное страхование на случай временной нетрудоспособности и в связи с материнством, на обязательное социальное страхование от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний)
5200 тыс руб.
- 2 Оплата услуг сторонних организаций
(приводится перечень планируемых договоров (счетов) со сторонними организациями с указанием предмета и суммы каждого договора)
Не имеется
- 3 Расходы на приобретение оборудования и иного имущества, необходимых для проведения научного исследования (включая монтаж, пусконаладочные работы, обучение работников и ремонт)
(представляется перечень планируемых к закупке оборудования и иного имущества, необходимых для проведения научного исследования)
Нет
- 5 Иные расходы для целей выполнения проекта
(приводится классификация иных затрат на цели выполнения проекта, в том числе - расходы на командировки, связанные с выполнением проекта или представлением результатов проекта, оплату услуг связи, транспортных услуг, иное; расходы не расшифровываются)
200 тыс руб

Подпись руководителя проекта _____/А.Я. Белов/

Подпись руководителя организации (уполномоченного представителя, действующего на основании доверенности (письменного уполномочия)), **печать** (при ее наличии) **организации.**

В случае подписания формы уполномоченным представителем организации (в т.ч. – руководителем филиала) к печатному экземпляру отчета прилагается доверенность (копия письменного уполномочия или доверенности, заверенная печатью организации).

_____/_____
М.П.

Изменения в составе участников

Иванов-Погодаев Илья Анатольевич

Елишев Андрей Михайлович

Семенов Алексей Львович