УДК 159.9

НОВЫЙ МЕТОД СГЛАЖИВАНИЯ ДАННЫХ АЙТРЕКИНГА ДЛЯ АНАЛИЗА МИКРОДВИЖЕНИЙ ГЛАЗ[11, 12]

В.Е. Дубровский*, А.В. Гарусев, Е.Г. Лунякова*****

* Факультет психологии МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия. *vicdubr@mail.ru*

** Факультет психологии МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия. *percept5@mail.ru*

*** Кандидат психологических наук. Факультет психологии МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия. *eglun@mail.ru*

Предложен новый нелинейный метод сглаживания записей движений глаз на основе алгоритма хуберовской непараметрической регрессии. Приведены примеры обработки данных.

Ключевые слова: движения глаз, сглаживание данных, непараметрическая регрессия.

NEW METHOD OF EYE TRACKING DATA SMOOTHING FOR MICRO-MOVEMENTS ANALYSIS[13]

V.E. Doubrovski*, A.V. Garusev, E.G. Luniakova*****

* Faculty of Psychology, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia. *vicdubr@mail.ru*

** Faculty of Psychology, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia. *percept5@mail.ru*

*** PhD (Psychology). Faculty of Psychology, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia. *eglun@mail.ru*

A new nonlinear method for smoothing eye movement records based on the Huber nonparametric regression algorithm is proposed. Examples of data processing are given.

Keywords: eye movements, data smoothing, nonparametric regression.

---

[11] Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований Проект № 19-013-00784\19.

[12] Статья публикуется в авторской редакции.

[13] Supported by RFBR grant № 19-013-00784\19.

Практически любое устройство, осуществляющее регистрацию движений глаз, выдает зашумленную запись [5]. Наличие шума обусловлено погрешностями достаточно сложного алгоритма, определяющего мгновенное направление взора. В большинстве исследований, связанных с регистрацией движений глаз, этими шумами можно пренебречь, так как вносимая ими погрешность достаточно мала. Но ситуация существенно меняется при изучении микродвижений глаз. В этом случае уровень шумов аппаратуры сравним с амплитудой полезного сигнала. Для решения содержательных задач необходимо сгладить сигнал, чтобы уменьшить уровень шума.

Стандартный пакет программ, которые исследователь получает, приобретая серийный айтрекер, обычно не содержит функций анализа микродвижений глаз. Соответствующие инструменты приходится разрабатывать самостоятельно. В настоящей работе приводится краткий обзор алгоритмов сглаживания, а также предлагается новый эффективный метод обработки экспериментальных данных.

С формальной точки зрения сглаживание данных представляет собой решение задачи восстановления гладкой функции $f(t)$ по зашумлённым наблюдениям. Обычно предполагается, что шум является аддитивным, так что измеренные в моменты времени t_i значения y_i представляют собой сумму полезного сигнала и шума:

$$y_i = f(t_i) + \xi_i \qquad i = 1, \ldots n$$

Для получения необходимой информации из “сырых” данных разработано множество процедур, позволяющих в той или иной мере избавиться от шума. Условно их можно разделить на две большие группы:

фильтрация – оценка сглаженной величины в некоторой точке с использованием данных только в предшествующих по времени точках.

сглаживание – величина в точке оценивается на основании измерений как в предыдущих, так и в последующих точках.

Выбор метода обработки зависит от решаемой задачи. Если сглаженные оценки направления взора необходимо получать непосредственно в ходе эксперимента, то следует использовать фильтрацию. К примеру, необходимость изменять тестовое изображение в зависимости от движений глаз испытуемого влечет за собой использование алгоритмов фильтрации. Алгоритмы сглаживания позволяют получить “очищенные” данные, точнее описывающие положение глаз, но их можно применять только в режиме пост-обработки полученных записей.

Простейшим методом сглаживания является алгоритм скользящего среднего. Каждая точка нового, сглаженного временного ряда является средним, вычисленным по некоторому набору измеренных значений, попавших в заданную окрестность данной точки. В частности, если измерения производятся с постоянным шагом дискретизации (так работают практически все системы регистрации движений глаз), то алгоритм скользящего среднего использует для оценки сглаженного значения $\hat{y}_k$ в точке k множество из $2n+1$ точек с индексами $(k-n \ldots k \ldots k+n)$:

$$\hat{y}_k = \frac{1}{2n+1}\sum_{i=-n}^{n} y_{k+i}$$

Данный метод обладает существенным недостатком: все точки, попавшие в интервал сглаживания (“окно сглаживания”), вносят одинаковый вклад в результат вне зависимости от того, как далеко они находятся от точки, в которой вычисляется оценка. Ясно, что при быстро меняющейся функции $f(t)$ ошибка может оказаться недопустимо большой. Поэтому обычно используют взвешенное скользящее среднее, присваивая каждой точке вес k_i, убывающий с расстоянием от центра окна:

$$\hat{y}_k = \frac{1}{2n+1}\sum_{i=-n}^{n} K_i\, y_{k+i}$$

Веса при этом должны удовлетворять условию нормировки:

$$\sum_{i=-n}^{n} K_i = 2n+1$$

Это выражение можно записать в более общей форме [1] так, чтобы оно позволяло вычислить сглаженную оценку $\hat{y}_t$ для любого момента времени t, и при этом не требовалась нормировка весовых коэффициентов. Измеренные значения также могут быть заданы в произвольных точках t_i:

$$\hat{y}_t = \frac{\sum_{i=-n}^{n} y_{k+i}\, K\left(\frac{t-t_{k+i}}{h}\right)}{\sum_{i=-n}^{n} K\left(\frac{t-t_{k+i}}{h}\right)}$$

Это - так называемая формула непараметрического сглаживания Надарая-Ватсона. Для того чтобы задать систему весов, убывающих по мере удаления от центра окна, используется невозрастающая гладкая ограниченная четная функция $K(\cdot)$, называемая ядром (отсюда еще одно название ядерная оценка). Обычно считается, что она отлична от нуля только на отрезке **(-1, 1)**. Ширина окна сглаживания весовой функции $K\left(\frac{t}{h}\right)$ задается параметром h. Чем больше этот параметр, тем шире окно. Как видно из приведенного выражения, при вычислении оценки будут учитываться только те точки, которые попадают в окно сглаживания, так как только для них весовые коэффициенты принимают ненулевые значения.

Легко показать, что оценка Надарая-Ватсона (как и ее частный случай, оценка скользящего среднего) является оценкой метода наименьших квадратов. Действительно, будем искать такую аппроксимацию константой $\hat{y}_k$ искомой функции в пределах окна, чтобы минимизировать взвешенную сумму квадратов отклонений:

$$\sum_{i=-n}^{n} K\left(\frac{t-t_{k+i}}{h}\right)\left(y_{k+i}-\hat{y}_k\right)^2 \to \min_{\hat{y}_k}$$

Взяв производную по и приравняв ее нулю, получаем оценку Надарая-Ватсона.

В литературе предлагается использовать различные ядерные функции:
Равномерное ядро:

$$K(u)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & |u|\le 1\\ 0, & |u|>1\end{cases}$$

Треугольное ядро:

$$K(u)=\begin{cases}1-|u| & |u|\le 1\\ 0, & |u|>1\end{cases}$$

Ядро Епанечникова:

$$K(u)=\begin{cases}\frac{3}{4}(1-u^2), & |u|\le 1\\ 0, & |u|>1\end{cases}$$

Биквадратное ядро:

$$K(u)=\begin{cases}\frac{15}{16}(1-u^2)^2, & |u|\le 1\\ 0, & |u|>1\end{cases}$$

Триквадратное ядро:

$$K(u)=\begin{cases}\frac{35}{32}(1-u^2)^3, & |u|\le 1\\ 0, & |u|>1\end{cases}$$

Трикубическое ядро:

$$K(u)=\begin{cases}\frac{70}{81}(1-|u|^3)^3, & |u|\le 1\\ 0, & |u|>1\end{cases}$$

Как показывают проведенные исследования, форма ядра слабо влияет на результаты сглаживания. Наиболее популярно ядро Епанечникова.

Если в выражении для метода наименьших квадратов вместо константы воспользоваться более сложной аппроксимацией функции в пределах окна сглаживания, а именно полиномом

$$P_\alpha(t-t_{k+i})=\alpha_0+\alpha_1(t-t_{k+i})+\alpha_2(t-t_{k+i})^2+\dots$$

зависящим от вектора параметров $\alpha=\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2,\dots$, мы придем к еще одному классу широко распространенных алгоритмов – методу Савицкого – Голея, впервые предложенному в [6]:

$$\sum_{i=-n}^{n} K\left(\frac{t-t_{k+i}}{h}\right)\left(y_{k+i}-P_\alpha(t-t_{k+i})\right)^2 \to \min_\alpha$$

В классическом варианте метода все весовые коэффициенты выбираются одинаковыми. На каждом шаге методом наименьших квадратов на отрезке с центром в точке t ищется полином заданного порядка, максимально близкий к измеренным точкам (минимизирующий квадратичную ошибку). Решение (т.е. вектор параметров α) находится с помощью стандартных численных процедур. Значение полинома в центре окна принимается за сглаженную оценку.

Все рассмотренные линейные оценки достаточно быстро вычисляются и дают хорошие результаты при восстановлении гладких функций с гауссовым шумом. Но если шум существенно отличается от нормального (например, содержит большие выбросы), или восстанавливаемая функция подвержена резким скачкам, в области таких особых точек линейные оценки ведут себя крайне неустойчиво и не отражают реального положения восстанавливаемой функции. К сожалению, именно записи движений глаз обычно содержат большие выбросы в тех местах, где алгоритм определения направления взора дает сбой (например, при моргании испытуемого). Кроме того, движения глаз включат резкие скачки (саккады), которые также плохо обрабатываются линейными алгоритмами. Все это заставляет выбирать альтернативные способы сглаживания, не имеющие подобных недостатков.

Одно из наиболее распространённых решений заключается в том, чтобы отказаться от поиска минимума суммы квадратов отклонений и заменить квадратичную функцию на такую функцию потерь, при которой решение не так сильно зависит от больших выбросов. Будем искать сглаженные значения как решение задачи минимизации [1]-[3]:

$$\sum_{i=-n}^{n} K\left(\frac{t-t_{k+i}}{h}\right) F\left(y_{k+i}-\hat{y}_k\right) \to \min_{\hat{y}_k}$$

где функция потерь $F(u)$ – выпуклая функция действительного переменного, имеющая производную $\psi(u)=F'(u)$, $K(\cdot)$ – весовая функция, h - ширина окна.

Для получения оценки в каждой точке нужно, как и ранее, приравнять нулю производную и решить полученное нелинейное уравнение

$$\sum_{i=-n}^{n} K\left(\frac{t-t_{k+i}}{h}\right) \psi\left(y_{k+i}-\hat{y}_k\right) = 0$$

При квадратичной функции потерь $F(u)=\frac{1}{2}u^2$ функция $\psi(u)=u$ линейная, что приводит к легко вычисляемой оценке Надарая-Ватсона. В общем же случае приходится использовать численные методы, чтобы найти $\hat{y}_k$.

При $F(u)=(u)$ и $\psi(u)=sign(u)$ оценка является скользящей взвешенной медианой. Алгоритм, вычисляющий эту оценку, приводится в [3]. Если веса одинаковы, то взвешенная медиана превращается в обыкновенную медиану, которая является решением задачи о минимизации суммы абсолютных величин отклонений измеренных величин от искомой оптимальной оценки $\hat{y}_k$. Чтобы найти решение, необходимо построить вариационный ряд, отсортировав попавшие в окно значения. Выборочная медиана находится точно в его середине.

Медианный сглаживатель хорошо убирает импульсные шумы, сохраняя ступеньки в исходном сигнале. Имеются достаточно быстрые алгоритмы вычисления скользящей медианы, поэтому подобные методы сейчас широко используются для сглаживания движений глаз. В то же время, медианные алгоритмы недостаточно эффективны в области точек фиксации, где глаза почти не двигаются, и сигнал хорошо может быть описан гауссовым шумом с некоторой постоянной составляющей, которую и требуется найти.

Таким образом, мы приходим к выводу, что линейный и медианный алгоритмы хорошо подходят для обработки различных участков записей движений глаз, но в целом необходим некий «гибрид», который мог бы оптимально обрабатывать всю запись.

Такое промежуточное положение занимает функция потерь Хубера:

$$F(u) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}u^2, & (u) \le C \\ C(u) - \frac{1}{2}C^2, & (u) > C \end{pmatrix}$$

Ее производная $\psi(u)$ является кусочно-линейной. При малых значениях константы Хубера *C* оценка стремится к скользящей медиане, а при больших значениях превращается в линейную оценку Надарая – Ватсона. Эти результаты хорошо известны, но обычно для вычисления оценки Хубера предлагается использовать итерационный алгоритм, что сильно замедляет вычисления для длинных временных рядов. Вероятно, именно по этой причине такие сглаживатели до сих пор не использовались для обработки записей движений глаз.

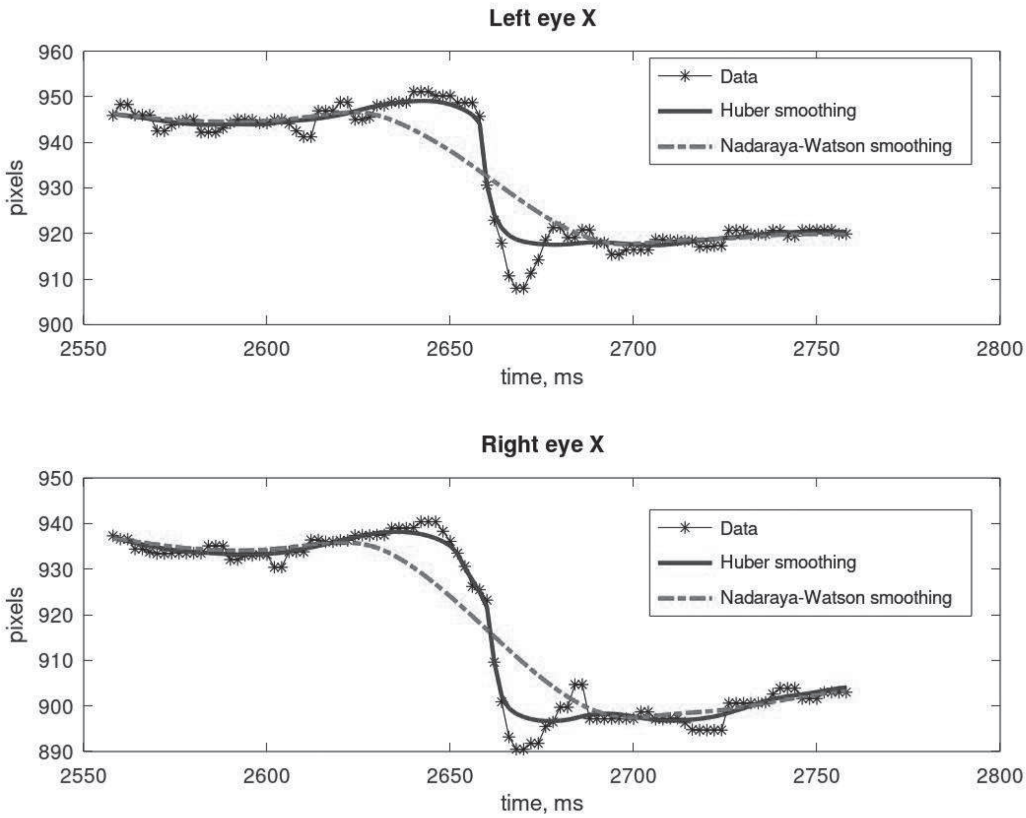
Однако, в работе [4] был предложен быстрый алгоритм вычисления оценок Хубера за конечное число шагов. Авторами была разработана программа на языке Pascal, включенная в одну из первых версий статистического пакета XploRe [1].

Работа алгоритма основана на следующей идее: Решением задачи является точка, в которой обращается в ноль функция

$$f(\hat{y}_k) = \sum_{i=-n}^{n} K\left(\frac{t - t_{k+i}}{h}\right)\psi(y_{k+i} - \hat{y}_k)$$

Эта функция является суммой кусочно-линейных функций, то есть также кусочно-линейная. Если упорядочить набор узлов, в которых изменяется коэффициент наклона сегментов, то последовательно переходя от сегмента к сегменту, можно найти точку, в которой очередной линейный сегмент пересекает ось абсцисс, т.е. решение. При этом нет необходимости каждый раз производить сортировку узлов при сдвиге окна. Вся структура поддерживается в виде упорядоченного списка, в который добавляются новые точки. Те точки, которые больше не попадают в окно, из списка удаляются.

Нами создана программа, реализующая описанный метод сглаживания в среде MATLAB/OCTAVE. На рис. 1 приведены примеры работы алгоритма при сглаживании записей движения глаз в области микросаккады. По оси X – время (мсек), по оси Y – направление оптической оси глаза (пиксели на экране). На каждом из рисунков приведена также более пологая кривая результат работы линейного сглаживателя Надарая-Ватсона.



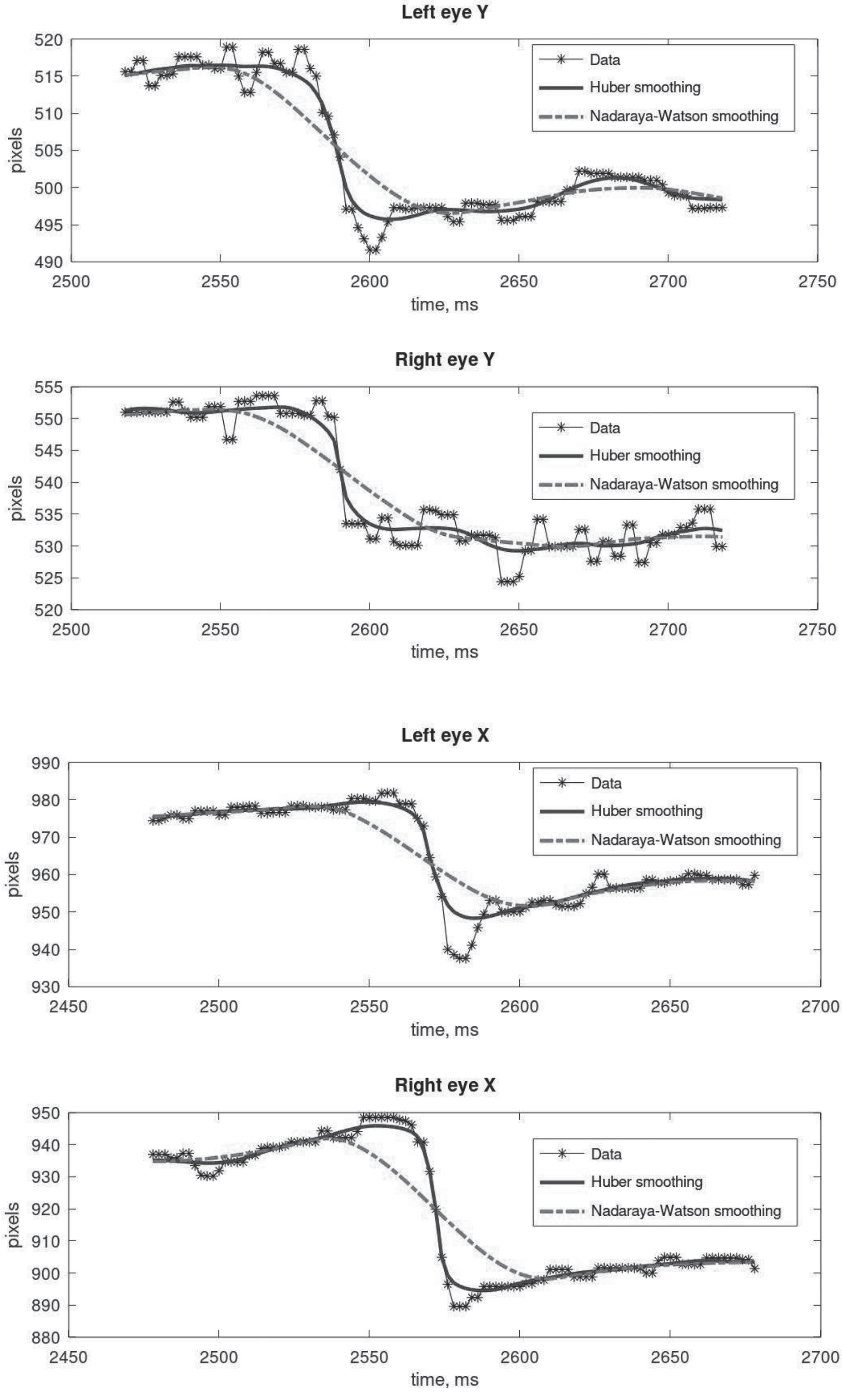


Рис. 1. Записи движений глаз, обработанные нелинейным хуберовским сглаживателем и линейным сглаживателем Надарая-Ватсона

На рис. 2. показан модельный пример: сглаживание сигнала, являющегося суммой логистической кривой и гауссовского шума при помощи хуберовского и линейного сглаживателей.

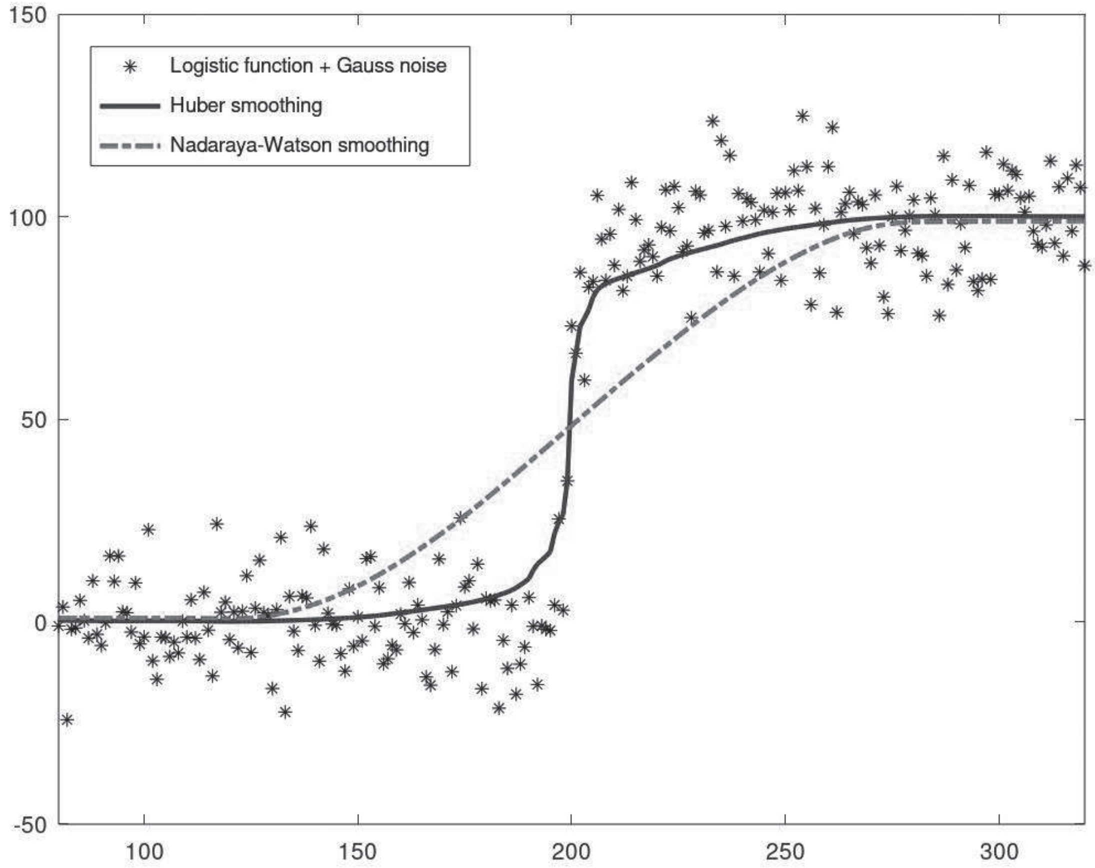


Рис. 2. Модельный пример: сглаживание сигнала, являющегося суммой логистической кривой и гауссовского шума при помощи хуберовского и линейного (более пологая кривая) сглаживателей.

Список литературы

1. *Хардле В.* Прикладная непараметрическая регрессия. М.: Мир, 1993.

2. *Цыбаков А.Б.* Непараметрическое оценивание сигнала при неполной информации о распределении шума // Проблемы передачи информации. 1982. Т. 18. №. 2. С. 44-60.

3. *Цыбаков А.Б.* Робастные оценки значений функции // Проблемы передачи информации. 1982. Т. 18. №. 3. С. 39-52.

4. *Цыбаков А.Б., Дубровский В.Е.* Алгоритм непараметрического робастного сглаживания, разработанный для программного пакета XPLORE: Научный отчет. Рукопись, 1990.

5. *Duchowski A.T.* Eye tracking methodology // Theory and practice. 3 edition, Springer, 2017.

6. *Savitzky A., Golay M.J.E.* Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures // Analytical chemistry. 1964. V. 36. №. 8. P. 1627-1639.