

А.Е.Букатов, М.Г.Перов,
Н.М.Соловей

СВОБОДНЫЕ ВНУТРЕННИЕ ВОЛНЫ В ГЛУБОКОВОДНОЙ ЗОНЕ ЧЕРНОГО МОРЯ

На основе линейной теории внутренних волн (ВВ) в непрерывно стратифицированной идеальной несжимаемой жидкости конечной глубины проведено исследование свободных ВВ по данным натурных гидрологических наблюдений в глубоководной зоне Черного моря.

1. Рассмотрим зависимость внутренних волн от вертикальной структуры невозмущенной плотности $\rho_0(z)$. Будем исходить из системы линейных уравнений движения непрерывно стратифицированной несжимаемой жидкости [1] постоянной глубины

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + f u &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} - f u = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} - g \frac{\rho}{\rho_0} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad \frac{\partial p}{\partial t} + w \frac{\partial \rho_0}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\rho + \rho_0 g \zeta = 0, \quad \zeta_t = w \quad (2)$$

на свободной поверхности ($z=0$) и

$$w = 0 \quad (3)$$

на дне ($z = H$).

Здесь u, v, w — составляющие вектора скорости волнового возмущения; p и ρ — возмущения давления и плотности жидкости под влиянием движения. Из (1) — (3) в случае горизонтально распространяющихся гармонических волн

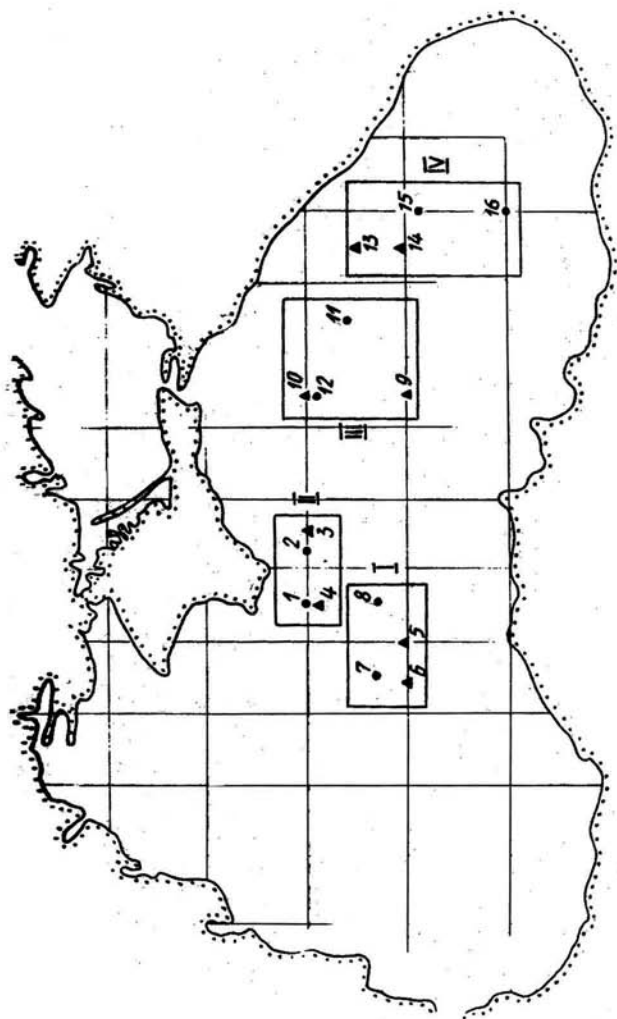


Рис. I

$$\{u, v, w, p, \rho, \xi\} = \{U(z), V(z), W(z), R(z), P(z), Z(z)\} e^{i\theta},$$

$$\theta = m x + n y - \sigma t,$$

используя приближения Буссинеска и твердой крышки, получим краевую задачу

$$W'' + [\lambda(N^2(z) - f^2) - \kappa^2] W = 0, \quad (4)$$

$$W(H) = W(0) = 0, \quad (5)$$

где

$$N^2(z) = g \rho_0' / \rho_0, \quad \lambda = k^2 / (\sigma^2 - f^2), \quad \kappa^2 = m^2 + n^2,$$

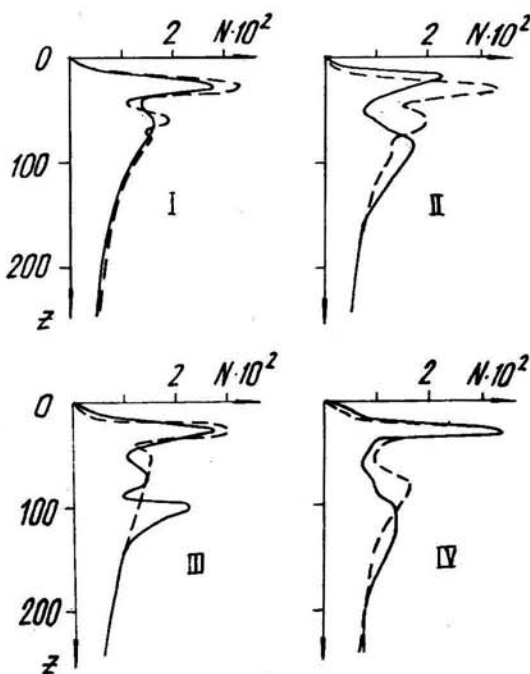


Рис. 2

штрих означает производную по z . Для численного решения задачи (4), (5) строилась ее конечно-разностная аппроксимация на сетке неравноотстоящих узлов $z_0, z_n = z_{n-1} + h_{n-1}$ с шагом h_n , что позволило детализировать вертикальный профиль частоты Брента-Вяйсяля $N(z)$. Полученная система алгебраических уравнений решалась методом [2], основанном на непосредственном решении характеристического уравнения для ее матрицы. При численных расчетах использовались данные стандартных

измерений плотности на гидрологических станциях в центральном (I), северо-восточном (III), юго-восточном (IV) районах и у по-

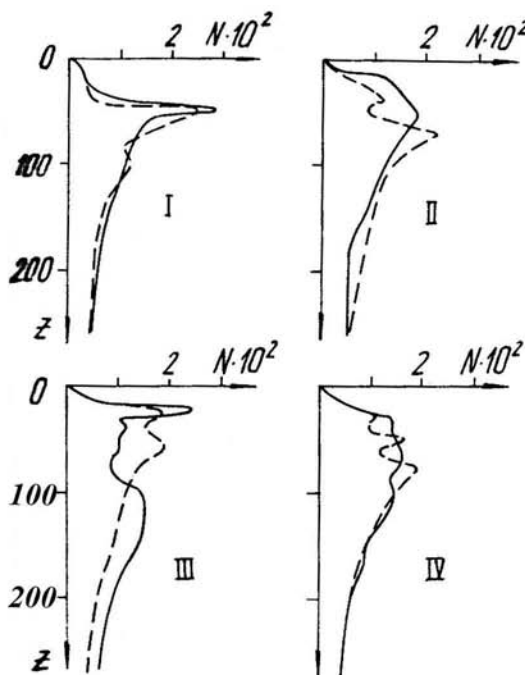


Рис. 3

(рис.3), а штриховые - на станциях 2, 8, 12, 16 (рис. 2) и 4, 6, 10, 14 (рис. 3). Шаг по глубине в верхнем 100-метровом слое принимался равным 10 м. Расстояние между узлами сетки на глубинах от 100 до 200 м и глубинах от 200 до 400 м составляло соответственно 20 и 50 м. Для волновых чисел $5 \cdot 10^{-5} < k < 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ шаг по глубине в области $z^* \leq z < H$, $z^* = 400 \text{ м}$ принимался равным 100 м, а при $10^{-3} \text{ м}^{-1} < k < 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ расчеты велись до глубины z^* , где производилась стыковка разностного $\tilde{W}(z)$ в области $0 \leq z \leq z^*$ и аналитического

$$W = \tilde{W}(z^*) \operatorname{sh}[k(z-H)] \operatorname{sh}^{-1}[k(z^*-H)]$$

для $z^* \leq z < H$ решений.

2. Численный анализ показал, что в рассматриваемом диапазоне волновых чисел дисперсионная зависимость $\sigma(k)$ является

бережья Крыма (П). Схематическое расположение станций показано на рис. 1. На станциях, обозначенных треугольником, измерения проводились весной 1962 г., а кружками - осенью 1965 г. Глубина бассейна в районах станций I - 16 составляет около двух километров. Вертикальные профили $N(z)$, полученные по натурным измерениям в указанных районах I - IV, приведены на рис. 2 для осени и рис. 3 для весны. Сплошные линии характеризуют профили $N(z)$ на станциях I, 7, II, 15 (рис. 2) и 3; 5, 9, 13

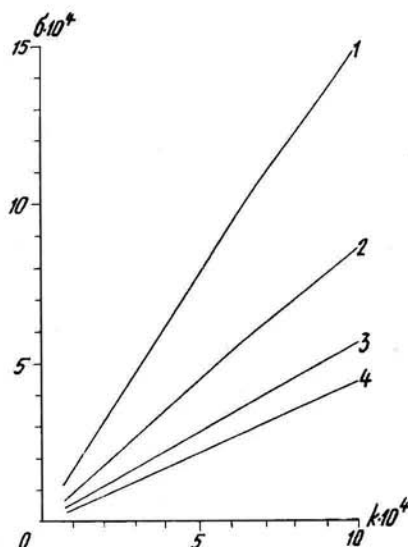


Рис. 4

практически линейной. Для станции 7 это иллюстрируют линии с номерами соответствующих мод на рис. 4. При фиксированном значении периода колебаний τ и $\kappa \leq 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ длины каждой из четырех низших мод для рассматриваемых районов моря могут отличаться не более, чем на 20%, что видно из таблицы, где приведены длины волн для трех характерных [3-5] периодов τ . Здесь j номер моды, а i номер станции.

Для всех рассмотренных профилей $N(z)$ распределения амплитуд вертикальной составляющей скорости каждой из четырех низших мод внутренних волн по глубине в качествен-

ном отношении одинаковые. Они имеют вид, представленный на рис. 5 при $\kappa = 10^{-4} \text{ м}^{-1}$ для гидрологических условий станции 7. Величины $W_j(z)$, $j = 1 + 4$ нормированы здесь в соответствии с условием

$$\int_0^H (N - f) W_j \cdot W_i dz = g^2 H \delta_{ji}, \quad \delta_{ji} - \text{символ Кронекера.}$$

Значения глубин расположения соответствующих экстремумов мод $W_j(z)$ отличаются не более, чем на 20 м в верхнем слое толщины 200 м и на 50 м на глубинах от 200 до 400 м. С ростом номера моды глубина максимума $W_j(z)$ увеличивается. Например, при $\kappa = 10^{-4} \text{ м}^{-1}$ для всех рассмотренных районов максимум $W_j(z)$ находится на глубинах 400-500, 700-800, 900-1000, 1000-1200 м соответственно для первой, второй, третьей и четвертой мод. Если пренебречь локальными изменениями частоты Брента-Вяйсяля в районе пикноклина, аппроксимируя ее профили гладкой линией, то распределения $W_j(z)$, $j = 1 + 4$ практически не изменяются. Однако наличие второго пикноклина ниже глубины 100 м существенно смещает вверх положения максимумов $W_j(z)$.

Таблица

$\begin{matrix} \text{I} \\ \text{I} \end{matrix}$	3,5				5,8				7,8			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	19625	10328	7388	-	34889	18471	12560	9373	48308	24154	16103	12077
2	21655	11018	7056	-	39250	19030	11849	9373	52333	25120	15700	12313
3	18471	10129	6753	-	31400	16973	11214	8602	41866	21655	14605	11214
4	23259	10644	7218	-	39250	17943	12077	9515	57091	24154	16526	12077
5	17943	10129	6280	-	31400	16526	10466	7850	41866	21655	13955	10466
6	17444	9812	6280	-	29905	16103	10467	7850	41866	22428	13955	11018
7	19625	11214	6978	-	31400	17943	11418	8845	41866	25120	15700	12077
8	19625	10328	7218	-	33053	18471	12077	9235	44857	24154	15700	11849
9	19030	10129	6542	-	31400	16526	10644	8351	41866	21655	14275	10644
10	19625	10644	6681	-	33053	17444	11018	8263	44857	23259	14605	11018
11	19030	10328	7056	-	33053	17943	11849	8971	41866	23259	15700	11849
12	20933	11018	6978	-	34889	18471	11418	8373	44857	25120	14952	11018
13	20933	10129	6826	-	34889	17444	11418	8602	48308	22428	14952	11214
14	20258	10295	6753	-	34889	17444	11214	8486	48308	23259	14952	11018
15	21655	11214	7566	-	36941	19030	12560	9968	48308	24154	16526	13083
16	23259	11629	7658	6343	41966	19625	12560	10466	52333	26167	16973	13652

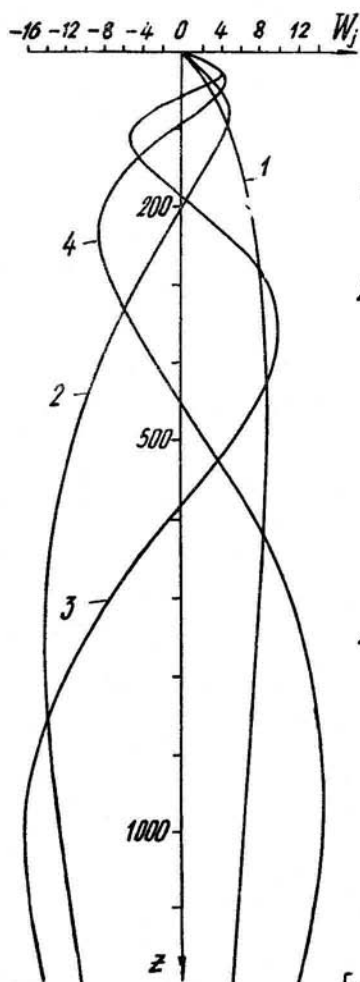


Рис. 5

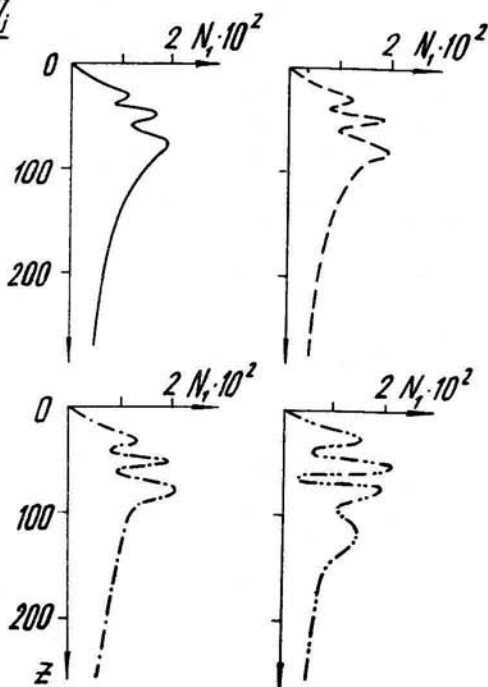


Рис. 6

Для рассмотрения зависимости распределения частоты Брента-Вайсяля по глубине от волновых возмущений плотности производились численные расчеты по формулам

$$N_j(z) = \left[\frac{g}{\rho_0 + \rho} \frac{d(\rho_0 + \rho)}{dz} \right]^{1/2}, \quad \rho = W N^2 \frac{\rho_0 \sqrt{\lambda}}{g \kappa}.$$

Результаты вычислений показали, что влияние возмущений плотности ρ , вносимых внутренними волнами, проявляется, главным образом, на экстремальных значениях $N_j(z)$. При этом увеличение максимума частоты Брента-Вайсяля по глубине за счет низших мод внутренних волн может составить около 30%. Увеличение амплитуды и номера моды обуславливает не только количественные, но и ка-

чественные отличия в распределениях N и N_1 . Это наглядно иллюстрирует сопоставление штриховых профилей $N(z)$ на рис. 3 для юго-восточного района с графиками N_1 на рис. 6, где сплошные, штриховые, штрихпунктирные линии с одной и двумя точками характеризуют влияние каждой из четырех низших мод ($j = 1 + 4$) внутренних волн с амплитудами соответственно равными 5, 15, 25, 36 м и частотами $\omega \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, равными 1,479; 8,534; 5,643; 4,357, на распределение частоты Брента-Вайсяля в районе станции 14 при $K = 10^{-3} \text{ м}^{-1}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Краусс В. Внутренние волны. - Л.: Гидрометеиздат, 1968. 272 с.
2. Гриценко В.А., Красицкий В.П. Об одном способе расчета дисперсионных соотношений и собственных функций внутренних волн в океане по данным натурных измерений // Океанология. - 1982. - 22, вып. 4. - С. 546-549.
3. Белякова О.М., Беляков Д.М. О периодах внутренних волн в замкнутом глубоком море // Океанология. - 1963. - 3, вып.6.- С. 962-969.
4. Глинский Н.Т. О вертикальных колебаниях температуры воды в Черном море // Изв. АН СССР. Геофизика. - 1960. - № 5. - С. 688-697.
5. Букатов А.Е., Черкесов Л.В. Волны в неоднородном море. - Киев:Наук.думка, 1983. - 224 с.

Three internal waves are studied using field hydrological observations in the deep-sea region of the Black Sea on the basis of the linear theory of internal waves (IWs) in a continuously stratified ideal incompressible fluid of finite depth.