

ОТЗЫВ

официального оппонента по диссертации Вострикова Ивана Васильевича «Эллипсоидальные методы в решении задач достижимости и синтеза управлений для систем с запаздыванием», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление в диссертационный совет Д 501.001.43

Актуальность темы диссертационного исследования. Теория оптимального управления является одной из самых востребованных практикой областей математики. Исследуемые в диссертации модели, описываемые дифференциальными уравнениями с отклоняющимся аргументом, характерны для механических, химических, экологических и биологических процессов, а также динамических систем в авиационной и космической технике. Задачи оптимального управления системами с запаздыванием являются весьма сложными задачами оптимизации, как с теоретической точки зрения, так и с прикладной. В практических системах автоматического управления процессы получения и обработки информации о текущем положении объекта управления происходят не мгновенно. Это неизбежно приводит к запаздыванию управляющего воздействия, что влияет на поведение объекта управления.

Трудности решения задач оптимального управления процессами, описываемыми дифференциальными уравнениями с запаздыванием, заключаются, в первую очередь, в функциональном характере состояния системы. Следуя подходу Н.Н. Красовского, движение рассматривается в функциональном пространстве, содержащем вместе с каждым состоянием системы еще и предысторию. Во-вторых, показатель качества управления является недифференцируемым, так как представляет собой минимум некоторого функционала, в частности, квадрат расстояния до некоторого терминального множества. В-третьих, постановки задач усложняются технологическими ограничениями на управление. Все эти сложности возникают из-за учета требований практики. Поэтому актуальным является теоретическое исследование, выясняющее условия существования решения поставленных задач, а также разработка методов его нахождения. Именно такое исследование представлено в диссертации.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации. Обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, подтверждается: их сопоставлением с классическими результатами теории оптимального управления; обсуждением на пяти международных конференциях и на научном семинаре "Прикладные задачи системного анализа" под руководством акад. А.Б. Куржанского; публикациями основных положений диссертационного исследования в трех статьях в рецензируемых научных изданиях, из перечня рекомендуемых ВАК журналов для публикации материалов по диссертациям.

Научная новизна результатов исследования. 1. Проблеме оптимального управления системами с запаздыванием посвящено много работ. Однако, постановки задач оптимального позиционного управления систем с запаздыванием, исследуемые в диссертации, являются новыми. Из-за функциональной природы состояния системы задача достижения целевого множества рассматривается в функциональной и конечномерной постановках, при этом время окончания процесса управления либо фиксировано, либо произвольное в заданном промежутке. В каждой постановке речь идет о программном и позиционном управлениях. Все эти варианты задач решаются на основе метода динамического программирования, что можно считать новым применением этого метода. Разнообразие постановок задач, исследуемых в диссертации, производит сильное впечатление.

2. Показано, что функционал цены (аналог функции Гамильтона – Якоби – Беллмана) можно представить в виде максимума от вспомогательного функционала, при этом использовано выражение квадрата расстояния от точки до множества через опорную функцию этого множества. Записывая вспомогательный функционал на решениях уравнения движения, получен явный вид функционала цены. Выведено дифференциально-функциональное уравнение типа Гамильтона – Якоби – Беллмана, которому удовлетворяет функционал цены. Аналогичные уравнения выведены для решения всех поставленных задач, как в функциональной, так и в конечномерной постановках. На функциональные пространства перенесена известная теорема о дифференцируемости по направлению функции минимума (теорема 5). Выводы уравнений и доказательства теорем показывают понимание функционального анализа и дифференциальных уравнений, уверенное применение инструментов выпуклого анализа и недифференцируемой оптимизации.

3. Получены внешние и внутренние эллипсоидальные оценки множества достижимости линейной системы с запаздыванием при эллипсоидальных ограничениях на управление. Техника эллипсоидального оценивания, развитая в работах акад. А.Б. Куржанского, для систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, переносится на уравнения с запаздыванием. Здесь, как и ранее (в первом разделе), рассматриваются два варианта – конечномерный и функциональный. Приводятся графические иллюстрации внутренних и внешних оценок множества достижимости двумерной системы. При доказательстве теоремы, о сходимости метода прямых, применяется формула Коши, интегральные неравенства, формула Стирлинга, оценки роста степенных и показательных функций, формула Тейлора, лемма Гронуолла – Беллмана. Это свидетельствует о высокой математической квалификации автора.

4. Разработана методика построения эллипсоидальной оценки множества разрешимости для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, аппроксимирующей исходную систему с запаздыванием методом прямых. Оценки получены путем применения метода динамического программирования к аппроксимирующей системе при эллипсоидальных ограничениях управления и целевого множества. Представлены графические иллюстрации управления и эллипсоидальных оценок множества разрешимости. Интересная деталь: работа

начинается и заканчивается методом динамического программирования, что говорит о завершенности диссертационного исследования.

Достоверность результатов исследования подтверждается использованием в качестве теоретической и методической базы трудов ведущих отечественных и зарубежных ученых в области теории оптимального управления, функционального и выпуклого анализа, дифференциальных уравнений, оптимизации; строгими доказательствами теорем; обоснованными выводами уравнений; сравнением с известными ранее теоретическими результатами.

Практическая значимость работы заключается в том, что полученные результаты можно использовать при решении широкого круга оптимизационных задач, возникающих при моделировании экологических и технологических процессов с запаздыванием, в частности, в авиационной и космической технике. Теоретические результаты можно использовать при обучении бакалавров и специалистов математических и естественно-научных направлений и специальностей.

Замечания по диссертационной работе. Наряду с достоинствами диссертационная работа имеет недостатки.

1. Нет сравнения функционала цены (в задачах управления системами с запаздыванием) с функцией цены (в задачах управления системами без запаздывания). Возможен ли в выведенных уравнениях предельный переход, когда запаздывание становится мгновенным или исчезает? Получается ли в пределе классическое уравнение Гамильтона – Якоби – Беллмана или нет? Эти вопросы представляют научный интерес. Напомню, что в исследованиях устойчивости систем с запаздыванием функция (функционал) Ляпунова-Разумихина отличается от функции Ляпунова (для систем без запаздывания). Аналогичные отличия функционала цены от функции цены было бы интересно продемонстрировать в диссертации.

2. В разд.1, к сожалению, нет примеров (даже академических), в которых был бы найден хотя бы один функционал цены.

3. В постановке задач нет никаких ограничений на целевое множество. При прочтении диссертации я, автоматически, считал, что это выпуклый компакт. Боюсь, что для произвольного целевого множества многие выводы диссертации окажутся неверными.

4. В постановке задачи вектор управления имеет столько же координат, что и вектор состояния. Как правило, в управляемых системах размерность фазового пространства больше размерности пространства допустимых значений управления. Конечно, можно дополнить вектор управления фиктивными компонентами, но зачем? Мне кажется, проще взять матрицу B прямоугольной, а не квадратной.

5. В задаче быстродействия (разд.1.8) функционал цены не зависит от времени. Поэтому время лучше было бы исключить из аргументов функционала.

6. Полученные схемы эллиптического оценивания множеств достижимости и разрешимости пока нельзя применить на практике. Описанная в разд.3.4 процедура выбора параметров метода и регуляризации опирается на теорему о сходимости (теорема 30), но не может заменить детальный пошаговый алгоритм.

7. В диссертации и автореферате имеются опечатки, иногда затрудняющие понимание.

Указанные замечания не снижают ценности диссертационного исследования. В диссертации представлено высококвалифицированное математическое исследование, выполненное на актуальную тему. Обширный теоретический материал хорошо проработан, снабжен иллюстрирующими примерами.

Соответствие диссертации требованиям ВАК РФ. Автореферат и научные публикации автора отражают содержание диссертации. Диссертационная работа в целом является логичным, законченным, самостоятельным исследованием, имеющим научную новизну и теоретическую значимость. Выводы и рекомендации достаточно обоснованы. Работа удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Востриков Иван Васильевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент, доктор физ.-мат. наук,
доцент, ведущий научный сотрудник федерального
государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)»

А.С. Бортаковский

125993, Москва, Волоколамское шоссе, д.4
8-(499)-158-49-11
dep805.ru

Подпись Бортаковского А.С. заверяю.

Ч.о. Декан факультета "Прикладная математика и физика"

С.С. Крылов

