

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ И ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ

На правах рукописи

Дергачев Александр Александрович

Формирование и характеристики плазменных каналов при филаментации фемтосекундного лазерного излучения в воздухе

Специальность: 01.04.21 — Лазерная физика

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
к.ф.-м.н., доцент С. А. Шленов

Оглавление

1. Введение	4
1.1. Явление филаментации	4
1.2. Практические приложения филаментации	6
1.3. Измерения плазменных каналов в воздухе	8
1.4. Филаментация излучения УФ диапазона	10
1.5. Филаментация на протяженных трассах в атмосфере	11
1.6. Взаимодействие филаментов	16
1.7. Филаментация сфокусированного излучения	18
1.8. Цели и задачи диссертационной работы	20
1.9. Научная новизна работы	20
1.10. Практическая ценность работы	21
1.11. Защищаемые положения	22
1.12. Апробация результатов работы	22
1.13. Личный вклад автора	23
2. Математическая модель явления филаментации фемтосекундных лазерных импульсов	24
2.1. Уравнение для медленно меняющейся комплексной амплитуды светового поля	24
2.2. Уравнение для концентрации свободных электронов в самонаведенной лазерной плазме	34
2.3. Постановка задачи филаментации	36
2.4. Количественные характеристики атмосферного воздуха	40
2.5. Численные методы решения задачи филаментации	41
2.6. Параллельные алгоритмы решения задачи филаментации	48
2.7. Тестирование программного кода	54
3. Филаментация сфокусированного излучения ИК и УФ диапазонов в воздухе	59
3.1. Филаментация в сфокусированных пучках	59
3.2. Влияние фокусировки на филаментацию лазерных импульсов с гауссовым профилем пучка	60

3.3. Экспериментальные результаты измерений плазменных каналов	67
3.4. Влияние динамической кривизны волнового фронта на параметры филаментации	69
3.5. Влияние астигматизма начального пучка на параметры филаментации	76
3.6. Выводы по главе 3.....	81
4. Филаментация фемтосекундного лазерного излучения на протяженных атмосферных трассах	83
4.1. Особенности филаментации на протяженных трассах	83
4.2. Продольные смещения нелинейного фокуса и вероятность филаментации в турбулентной среде	88
4.3. Влияние турбулентности на филаментацию пучков разных размеров	93
4.4. Характерная мощность для развития режима множественной филаментации ...	96
4.5. Множественная филаментация в широких пучках	99
4.6. Выводы по главе 4.....	104
5. Плазменные каналы и филаменты при взаимодействии скрещенных пучков лазерного излучения	105
5.1. Взаимодействие филаментов в воздухе	105
5.2. Взаимодействие филаментов в сапфире	113
5.3. Филаментация взаимодействующих пучков с вихревым фазовым фронтом	120
5.4. Выводы по главе 5.....	126
Заключение	127
Список публикаций по теме диссертации	129
Благодарности	131
Литература	133

Глава 1

Введение

В главе представлен краткий обзор исследований филаментации фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе, включая протяженные атмосферные трассы, и рассмотрены ее основные приложения. Определены цели и задачи диссертационной работы, сформулированы ее научная новизна и практическая ценность, приведены защищаемые положения.

1.1. Явление филаментации

Распространение мощных фемтосекундных лазерных импульсов в прозрачных диэлектриках приводит к пространственно-временной локализации энергии импульса, которая сохраняется на больших расстояниях вдоль направления распространения излучения. Эта протяженная высокоэнергетичная структура в лазерном импульсе получила название филамент.

Первое экспериментальное наблюдение явления филаментации датируется 1965 годом [1]. Авторы наблюдали образование тонкой светящейся нити при распространении лазерного излучения в кювете с органическими жидкостями. В теоретической работе [2] было определено поперечное распределение энергии в стационарном пучке в филаменте, который получил название моды Таунса. Там же была получена оценка критической мощности самофокусировки. Стационарное самоканалирование пучка в среде с кубической нелинейностью было рассчитано в работах [3, 4] на основе уравнения для медленно меняющейся комплексной амплитуды светового поля.

Развитие лазерных технологий привело к созданию фемтосекундных лазеров в начале 1990-х годов. Это дало возможность использовать лазерное излучение длительностью 100 фс и менее с высокой пиковой мощностью (до нескольких ТВт), что позволило наблюдать филаментацию в газах. При экспериментальных исследованиях филаментации в качестве лазерного источника, в основном, используются титан-сапфировые лазерные системы, поэтому большинство результатов относятся к длине волны 800 нм.

Первое наблюдение филамента в воздухе относится к 1995 году [5]. При увеличении энергии коллимированного 200-фс лазерного импульса, начиная от 1 мДж вплоть до 50 мДж, авторы наблюдали квазилинейный режим распространения (без формирования филамента), одиночную филаментацию (при превышении пиковой мощности 10 ГВт), а также множе-

ственную филаментацию, порог перехода к которой составлял около 100 ГВт и увеличивался после пространственной фильтрации пучка. Длина филамента доходила до 20 м. Используя ССD-камеру, авторы смогли получить радиальное распределение энергии в филаменте; диаметр последнего оказался приблизительно равен 80 мкм (FWHM). Энергия, переносимая филаментом, была оценена как 0.75 мДж и практически не зависела от энергии импульса. Интенсивность в филаменте была оценена как $7 \cdot 10^{13}$ Вт/см² в предположении, что форма импульса остается неизменной. Также, следуя подходу [6], была получена оценка концентрации электронов в лазерной плазме $4.5 \cdot 10^{16}$ см⁻³.

Уменьшение длительности лазерных импульсов от наносекундных до фемтосекундных масштабов привело к смене доминирующих эффектов, определяющих динамику мощного излучения. Для наносекундных импульсов это были эффекты теплового самовоздействия, ветровой рефракции, электрострикционные механизмы. В течение фемтосекундных импульсов эти эффекты не успевают развиваться.

При распространении мощного фемтосекундного лазерного излучения в прозрачном диэлектрике показатель преломления среды немного меняется вследствие керровского отклика среды. Можно говорить о формировании фокусирующей керровской линзы. Это приводит к обратному влиянию на лазерный пучок, который начинает испытывать самофокусировку, что приводит к уменьшению его поперечных размеров и росту интенсивности. Необходимым условием развития самофокусировки является превышение мощности лазерного излучения критической мощности самофокусировки P_{cr} , зависящей от параметров среды и длины волны излучения. Для газовых сред величина критической мощности самофокусировки достигает до нескольких ГВт, для твердотельных сред она составляет единицы МВт. Коллапс пучка останавливается, когда интенсивность оказывается достаточной для фотоионизации среды, в результате образуется разреженная плазма свободных электронов. Изменение показателя преломления среды, связанное с наведенной плазмой, можно рассматривать как появление дефокусирующей линзы. После прохождения точки образования плазмы, называемой нелинейным фокусом пучка, между фокусирующей керровской и дефокусирующей плазменной нелинейностями возникает динамический баланс, который приводит к формированию тонкой протяженной структуры с высокой концентрацией световой энергии — лазерному филаменту [7–9]. Результатом ионизации среды проходящем в режиме филаментации лазерным излучением является образование узкого плазменного канала. Разреженная лазерная плазма, оставшаяся после прохождения фемтосекундного импульса, испытывает релаксацию, характерное время которой составляет порядка нескольких наносекунд и определяется временем скоростью рекомбинации электронов и положительных ионов [10].

Если начальная пиковая мощность лазерного импульса превосходит критическую мощность самофокусировки в сотни раз, то филаментация приводит к распаду единого пучка на отдельные структуры — множественные филаменты. Причиной распада могут выступать неоднородности в начальном распределении энергии в пучке или нерегулярности в распределении показателя преломления в среде, например, турбулентные флуктуации в атмосфере. Вследствие модуляционной неустойчивости [3] флуктуации в распределении энергии в мощ-

ном пучке будут нарастать, что приведет к распаду пучка и множественной филаментации. Количество сформированных филаментов будет определяться, в первую очередь, мощностью излучения. Так, при распространении излучения лазерной системы *Teramobile* [11] пиковой мощностью свыше $700 P_{cr}$ наблюдалось несколько десятков отдельных филаментов. В [12] было обнаружено существование порогового значения мощности, при превышении которого происходит взрывообразный рост числа филаментов, образующихся при распространении мощного лазерного импульса в воде. В то же время в [13] при численном исследовании образования множественных филаментов в плоской волне с начальными возмущениями указывается на насыщение числа филаментов при увеличении интенсивности плоской волны и даже на его снижение при больших интенсивностях.

Филаментация сопровождается значительным уширением спектра излучения, которое возникает из-за фазовой самомодуляции импульса и сильного искажения временного профиля импульса. При этом спектр уширяется как в длинноволновую, так и в коротковолновую области. В [14] наблюдалось уширение спектра вплоть до 4.5 мкм при центральной длине волны импульса 800 нм. В [15] нижняя граница спектра доходила до 230 нм. Ввиду столь большой ширины спектра излучения говорят о генерации белого света, или суперконтинуума. Эффективность преобразования излучения в суперконтинуум обычно составляет десятые доли процента. В пространстве излучение суперконтинуума распространяется в виде конуса, осью которого служит направление распространения лазерного пучка. При наблюдении на экране вокруг пучка регистрируется радужная картина конической эмиссии. В [16, 17] был продемонстрирован распад этой картины на дискретные кольца, что связано с образованием цепочки плазменных каналов вдоль филамента. В [18–21] установлено, что тип дисперсии групповой скорости (нормальная, аномальная или нулевая) влияет на развитие филаментации лазерного импульса и во многом определяет структуру колец конической эмиссии. В случае аномальной дисперсии групповой скорости при филаментации наблюдается образование так называемых световых пуль (light bullets), нелинейное самосжатие которых компенсируется дисперсионным расплыванием [22, 23]. Влияние поглощения среды на спектральную структуру суперконтинуума исследовано в [24].

1.2. Практические приложения филаментации

Уникальные особенности лазерных филаментов обуславливают круг их практических приложений. В работах [25, 26] была продемонстрирована возможность зондирования атмосферы излучением суперконтинуума. Были получены спектры поглощения газовых компонент атмосферы в диапазоне 680–920 нм с высоты около 4.5 км. Схема зондирования получила название фемтосекундного лидара. Лазерный импульс распространялся в атмосфере и на определенном расстоянии от выхода лазерной системы образовывал филамент. Филамент генерирует излучение суперконтинуума. Рассеянное назад излучение детектируется на поверхности Земли с помощью телескопа. Широкий спектр суперконтинуума позволяет детектировать различные газовые примеси в воздухе за один выстрел. Также метод обладает

хорошим пространственным разрешением, определяемым точностью позиционирования филамента.

Схожие идеи лежат в основе метода флуоресцентной спектроскопии при многофотонном возбуждении молекул примесей (Filament Induced Fluorescence Spectroscopy — FIFS). В [27, 28] было осуществлено удаленное зондирование молекул этанола и биоаэрозолей в атмосфере.

Спектроскопия пробоя, индуцированная филаментом, (Filament Induced Breakdown Spectroscopy — FIBS) основана на способности высокоинтенсивного излучения филамента ионизировать поверхность твердотельной мишени. Сигнал эмиссии вещества мишени, подверженно абляции лазерным филаментом, может быть использован для определения спектрального состава мишени, а также для образования дефектов на ее поверхности. Главным преимуществом филаментации здесь является бездифракционный режим распространения, так что высокая интенсивность сохраняется на длительном расстоянии вдоль направления распространения. В [29] на основе технологии FIBS были зарегистрированы спектры ряда металлических поверхностей. В [30] была продемонстрирована возможность наблюдения спектров и повреждения мишени на расстоянии до полутора километров.

Высокоинтенсивное излучение филамента может быть использовано для модификации показателя преломления различных материалов. Малый размер филамента в твердотельных средах (до 10 мкм) позволяет осуществлять объемную микромодификацию сред. При этом малая длительность излучения предохраняет систему от перегрева и тепловых деформаций. Использование фемтосекундных импульсов ближнего ИК диапазона для записи элементов микрооптики в объеме стекла впервые предложено в [31].

Высокая интенсивность в филаменте приводит к образованию плазменного канала вслед за ним. Наличие в атмосфере разреженной плазмы может быть использовано для управления высоковольтными разрядами. Проводимость плазмы выше, чем проводимость воздуха, поэтому порог пробоя становится ниже, сам разряд оказывается вытянут вдоль прямолинейного плазменного канала. В [32] зарегистрировано уменьшение порога пробоя на 40%. В [33, 34] предлагалось использовать плазменные каналы для управления грозowymi разрядами.

Также в [35] разреженную плазму каналов предлагалось использовать для создания волноведущей системы с целью направленной передачи СВЧ излучения. В эксперименте [36] виртуальный плазменный волновод формировался большим количеством (более 1000) плазменных каналов, образующихся при филаментации кольцевого пучка. Внутри волновода заходило излучение с длиной волны 3 см. При образовании плазменных каналов СВЧ сигнал возрастал в 6 раз по сравнению со свободным распространением.

В настоящее время активно исследуются возможности использования фемтосекундной филаментации для генерации терагерцового излучения. В основе явления лежит принцип оптического выпрямления при четырехволновом смешении [37–39]. Подробно исследованы направленность генерируемого терагерцового излучения (см., например, [40, 41]), влияние электростатического поля вблизи точки старта филамента [42, 43], поляризация излучения [44, 45].

1.3. Измерения плазменных каналов в воздухе

В настоящий момент для измерения параметров плазменных каналов активно используются две основных группы методов: интерферометрические и электрические. Кроме того, в [46] был предложен метод измерения поляризации среды, состояние которой определяется как керровским откликом, так и наличием самонаведенной плазмы, основанный на вращении плоскости поляризации пробного скрещенного с основным лазерного импульса. Для определения динамики поляризации на фемтосекундных временных масштабах этот метод требует сверхкороткий пробный импульс (до 10 фс) и стабильную систему синхронизации.

Интерферометрические методы основаны на просвечивании плазменного канала пробным импульсом. Плазменный канал для пробного импульса представляет тонкую область с измененным показателем преломления. Пробный импульс дифрагирует и образует в дальней зоне хорошо различимую систему колец (если пробный импульс распространяется вдоль канала — продольная схема [47–50]) или полос (в случае поперечной схемы [51]). Параметры дифракционной картины (расстояние между кольцами или полосами, их интенсивность) позволяют определить параметры плазменного канала. Для этого необходимо решить обратную задачу распространения излучения сквозь область с измененным показателем преломления. Как правило, ее решают, сделав разумные предположения о характере распределения концентрации свободных электронов в плазменном канале (например, об осевой симметрии распределения).

Электрические методы основаны на изменении проводимости среды при возникновении плазменного канала между электродами измерительной цепи. Электроды могут располагаться вдоль направления распространения излучения [51–53], тогда информация о концентрации плазменного канала усредняется по области с характерным размером, равным межэлектродному расстоянию. Возможна и поперечная схема [54], отличающаяся меньшей апертурой измерительного устройства.

Первые измерения параметров плазменных каналов в воздухе были выполнены с использованием продольной электрической схемы. В [55] использовался 120-фс лазерный импульс на длине волны 800 нм, дополнительно подфокусированный тонкой линзой с фокусным расстоянием 1 м. В предположении, что диаметр филамента в перетяжке составлял 40 мкм, авторы оценили концентрацию электронов в плазменном канале величиной $3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$. В практически одновременной работе [52] с использованием продольной электрической схемы другой группой была получена существенно заниженная оценка 10^{12} см^{-3} , что, вероятно, связано с сильно завышенной оценкой площади поперечного сечения плазменных каналов при множественной филаментации.

В [50] поперечный размер плазменных каналов и концентрация электронов в них оценивались по результатам измерений с использованием продольной интерферометрической схемы. Диаметр плазменных каналов составлял 60–100 мкм. Пиковая концентрация электронов возрастала от 10^{15} см^{-3} в коллимированном пучке до 10^{16} см^{-3} в сфокусированном и слабо зависела от мощности.

Изменение диаметра плазменного канала сфокусированного лазерного импульса при ва-

рыровании энергии излучения было зарегистрировано в [49]. Авторы считают это результатом ионизации среды излучением резервуара энергии, окружающего филамент. В коллимированных пучках интенсивность излучения в резервуаре недостаточна для заметной ионизации, однако при наличии фокусировки (радиус фокусировки 50 см) интенсивность в резервуаре возрастает и может дать сравнимый с филаментом вклад в общую концентрацию электронов. Кроме того, авторы провели восстановление поперечного профиля концентрации электронов по данным измерений в продольной интерферометрической схеме. Диаметр плазменного канала оказался равным 40 мкм в момент образования филамента (за несколько сантиметров перед геометрическим фокусом линзы), затем возрастал до 70–100 мкм и снова уменьшался до 40 мкм в геометрическом фокусе. Усложнение структуры распределения светового поля в перетяжке при увеличении пиковой мощности импульса также отмечалось в [56]. При этом не наблюдалось существенного роста пиковой интенсивности излучения. Таким образом, геометрический фокус линзы может ограничивать протяженность плазменного канала.

Помимо поперечного диаметра и концентрации электронов в практических приложениях важны продольные размеры каналов. В [57] рассматривалось распространение лазерных импульсов с пиковой мощностью до нескольких сотен P_{cr} . Плазменные каналы наблюдались на протяжении как минимум 55 м. При этом в поперечном сечении наблюдалось несколько десятков одновременно существующих и взаимодействующих филаментов.

В [58] исследовалась возможность управления продольным положением плазменных каналов на километровых трассах. Лазерный импульс с энергией 190 мДж мог иметь фазовую модуляцию — чирп, так что длительность импульса варьировалась от 0.2 до 9.6 пс. Изменение чирпа приводило к сильному перемещению области филаментации вдоль по трассе. При минимальной длительности филамент начинался почти сразу после выхода из лазерной системы и продолжался на протяжении 200 м, при этом плазменный канал регистрировался на первых пятидесяти метрах. При увеличении длительности импульса до 6 пс филамент начинается на расстоянии 200 м и не завершается вплоть до расстояния 2 км. Однако при этой и большей длительностях плазменные каналы начинают носить прерывистый характер.

В [59] исследовался вопрос о причинах ограничения длины филамента. Филамент простирался на расстоянии от 12 до 20 м от выхода лазерной системы. Как показал эксперимент, пиковая мощность излучения после завершения области филаментации все еще превышает критическую мощность самофокусировки в несколько раз. Если в области после филамента расположить собирающую линзу (использовалась линза с фокусным расстоянием 50 см), то можно даже наблюдать рождение второго филамента. Однако в отсутствие линзы он не образуется. Авторы видят причину в дефокусирующем воздействии плазменного канала. Несмотря на превышение пиковой мощности над критической, лазерное излучение дефокусировано после прохождения плазмы и не может сформировать нелинейный фокус.

В [51] электрическая схема измерения была адаптирована для исследования динамики концентрации электронов в процессе релаксации на наносекундных масштабах длительности. Для меньших временных промежутков использовалась поперечная интерферометриче-

ская схема. Лазерный импульс длительностью 120 фс и энергией 14 мДж был сфокусирован тонкой линзой с фокусным расстоянием 2 м при диаметре пучка около 2 см. В результате удалось оценить не только концентрацию электронов в плазменном канале ($2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$), но и параметры релаксационных процессов (скорость электрон-ионной рекомбинации).

Рекомбинация, наряду с прилипанием электронов к нейтральным молекулам воздуха, является основным фактором уменьшения концентрации электронов в процессе релаксации и в конечном итоге определяет время жизни лазерной плазмы и мгновенную длину плазменного канала (то есть области, в который в данный момент существует значимая концентрация электронов). В [60] для увеличения времени жизни канала использовалось два последовательных импульса. Первый импульс имел длительность 30 фс и был дополнительно подфокусирован на расстояние 35 см. Он испытывал филаментацию и оставлял после себя плазменный канал. Второй импульс следовал с запаздыванием 10 нс и имел длительность 0.3 нс. Энергии обоих импульсов составляли около 40 мДж. Было обнаружено, что наличие второго импульса приводило к увеличению продолжительности жизни канала с 20 до 200 нс. Авторы объясняют это дополнительным разогревом лазерной плазмы филамента вторым импульсом, что замедляет процессы рекомбинации.

1.4. Филаментация излучения УФ диапазона

Филаментация наиболее изучена для ближнего ИК диапазона. В то же время ряд работ указывает на потенциальные преимущества УФ филаментов в таких приложениях, как создание атмосферных волноводов [61], спектроскопия пробоя, индуцированного филаментом, (filament-induced breakdown spectroscopy, FIBS) [62], обнаружение взрывчатых веществ [63], сверление микроотверстий [64]. В теоретической работе [65] высказано предположение о возможности создания УФ филаментов с энергией в несколько сотен мДж и протяженностью несколько километров. Авторы считают, что этому будет способствовать меньшее поглощение лазерной энергии в самонаведенной плазме вследствие меньшей интенсивности в УФ филаменте и меньшего сечения обратного тормозного рассеяния.

В [66, 67] рассматривается использование УФ импульсов для управления электрическим разрядом. Показано, что совместное использование последовательности пикосекундных УФ импульсов с длинным УФ импульсом увеличивает разрядный фототок на два порядка по сравнению с током от уединенного длинного импульса.

В работе [68] рассматривалось совместное распространение ИК и УФ импульса, что приводило к одновременному образованию предельно коротких импульсов на двух длинах волн. В [69] исследовался вопрос переноса энергии между двумя наложенными ИК и УФ импульсами, а также спектральные особенности формирующегося излучения суперконтинуума. В [70] последовательное распространение ИК и УФ импульсов использовалось для увеличения времени жизни плазменного канала. В [71, 72] рассматривалось использование УФ филаментов для стимулирования процесса конденсации в атмосфере.

В первых работах [73, 74] отмечалось, что генерация лазерной плазмы излучением УФ

диапазона происходит при значительно меньшем порядке многофотонности, чем ИК излучением. Если при длине волны 800 нм для фотоионизации молекул кислорода и азота необходимы 8–10 фотонов, то при 248 нм их число сокращается до 3–4 фотонов. Вследствие этого баланс между керровской самофокусировкой и плазменной дефокусировкой излучения имеет более «мягкий» характер в филаменте УФ диапазона, чем в ИК. Авторы [73] указывают, что следствием этого является большая протяженность филамента УФ излучения по сравнению с ИК филаментом.

Согласно экспериментам, выполненным с остросфокусированными пучками [75], и численным исследованиям коллимированных пучков [76], диаметр плазменного канала в УФ филаменте меньше, чем в ИК. Исследования УФ филаментации показали [77], что с увеличением длительности излучения возрастает диаметр плазменного канала и концентрация электронов. В [78] концентрация электронов в плазменных каналах лазерных филаментов излучения с длиной волны 400 нм доходила до $2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$. Там же после диафрагмирования пучка наблюдалась множественная филаментация излучения с образованием филаментов длиной до 74 м. Также была определена энергия, переносимая филаментом, она составила всего 30 мкДж, что более чем на порядок меньше, чем в случае ИК излучения.

Таким образом, исследования филаментации в УФ диапазоне, в основном, связаны с ее практическими приложениями. Меньший порядок ионизации в УФ диапазоне может приводить к более легкой ионизации воздуха с образованием более длинных плазменных каналов, чем в случае ИК излучения. Однако возможности управления параметрами каналов изучены сравнительно слабо. Представляет значительный интерес исследование возможности применения стандартных для ИК излучения методов управления филаментацией к излучению УФ диапазона.

1.5. Филаментация на протяженных трассах в атмосфере

Филаментация мощного фемтосекундного излучения на протяженных трассах (сотни метров и более) представляет значительный интерес в связи с атмосферными приложениями филаментации [7, 8]. Однако ее исследование сопряжено с рядом трудностей.

Экспериментальные исследования осложняются необходимостью проведения сложных и дорогостоящих натурных экспериментов. В ряде случаев в качестве протяженной трассы удавалось использовать коридоры лабораторных корпусов [59, 79]. Дополнительную сложность представляют продольная и поперечная неустойчивости пучка и филаментов, связанные как с неустойчивостями лазерных систем, так и с принципиальной стохастичностью процесса распространения излучения в условиях турбулентной атмосферы.

Численное моделирование таких задач также отягощено рядом факторов. Во-первых, большая протяженность трассы сильно увеличивает время расчетов. Во-вторых, отсутствие радиальной симметрии из-за неоднородностей показателя преломления вынуждает использовать полную трехмерную постановку задачи филаментации (см. раздел 2.3.1). Затем, интерес представляет распространение излучения с пиковой мощностью, многократно (в сто и более

раз) превосходящей критическую мощность самофокусировки. Это неизбежно ведет к развитию множественной филаментации с образованием широких пучков тонких филаментов, что в моделировании налагает жесткие условия на разрешающую способность расчетной сетки. Наконец, исследование случайного процесса распространения предполагает набор статистики, что как минимум на порядок увеличивает объем вычислений.

Одно из первых теоретических исследований процесса множественной филаментации было проведено в [80]. Пучок сантиметрового диаметра имел гауссовый профиль с добавлением начальных возмущений, его пиковая мощность составляла $35 P_{cr}$. В процессе распространения он образовывал четыре отдельных филамента, которые (в условиях моделирования) существовали, по крайней мере, на протяжении 2–3 м. Начальный шум привел к образованию центров зарождения будущих филаментов; после старта филаментов дефокусированное излучение концентрировалось в общем энергетическом резервуаре и давало начало новым филаментам.

Филаментация мощного лазерного излучения на протяженных трассах часто носит случайный характер. Это относится, прежде всего, к продольному и поперечному положению точки образования филамента, а также к количеству и динамике взаимодействия множественных филаментов при многократном превышении пиковой мощности над P_{cr} . Основные факторы, определяющие стохастический характер процесса, включают неоднородности начального распределения поля в лазерном импульсе (они могут носить случайный, шумовой характер или создаваться искусственно, например, в сегментированных пучках), а также флуктуации показателя преломления среды. Причиной последних может выступать атмосферная турбулентность или распределенный в среде аэрозоль.

Экспериментально влияние турбулентных флуктуаций на филаментацию пучка исследовалось в [81,82]. Турбулентное возмущение создавалось потоком воздуха в перпендикулярном лазерному лучу направлении. В обеих работах отмечался вероятностный характер образования филамента, но только для турбулентностей, существенно превосходящих атмосферную, и относительно малых мощностей пучка. Также указывалось, что турбулентные возмущения сильнее влияют на поперечное положение пучка на начальном, пре-филаментационном этапе распространения импульса.

В [83] исследовалась поперечная стабильность филаментов. В эксперименте и численном моделировании распространения мощного однородного пучка сквозь атмосферу с колмогоровским спектром турбулентных флуктуаций было показано, что положение «горячих точек» в поперечном сечении описывается распределением Рэля. Этот результат был уточнен в [82], где распределение оказалось более общим распределением Вейбулла.

Поперечная стабильность филамента в условиях турбулентности и вероятность его образования исследовалась также в [84]. В качестве параметра, определяющего указанную вероятность, авторы предлагают использовать не параметр турбулентности C_n^2 , а произведение $C_n^2 L$, где L — длина турбулентной области. Авторы предсказывают, что для сильной атмосферной турбулентности $C_n^2 = 10^{-13} \text{ см}^{-2/3}$ вероятность обнаружить филамент после 4-км трассы составит 50%.

Продольное положение точки старта филамента (нелинейного фокуса) часто имеет более важное значение, чем его поперечное положение, поскольку разброс в поперечном направлении, как правило, не превосходит нескольких сантиметров, а продольное положение от импульса к импульсу может изменяться на несколько десятков метров. Точка старта филамента определяется, прежде всего, пиковой мощностью пучка и его поперечным размером. Увеличение последнего может также приводить к потере непрерывности плазменного канала [85, 86].

В [87] для отдельных значений параметров (размер пучка, спектр турбулентных флуктуаций) было показано, что в условиях турбулентности среднее расстояние до нелинейного фокуса уменьшается по сравнению с регулярным случаем. При уменьшении пиковой мощности излучения увеличивается разброс расстояний до точки старта филамента.

В [88] на основе отдельных расчетов указывалось на увеличение расстояния до нелинейного фокуса в условиях турбулентности по сравнению с невозмущенным случаем. При сильной турбулентности отмечалась возможность отсутствия филамента в пучке, то есть турбулентность воспрепятствовала филаментации. Однако в [89] при исследовании самофокусировки отдельных временных слоев импульса высокой пиковой мощности было обнаружено, что увеличение интенсивности атмосферной турбулентности приводит к укорочению расстояния до нелинейного фокуса и большему турбулентному уширению пучка филаментов. Увеличение же внутреннего масштаба турбулентности, напротив, приводит к небольшому замедлению филаментации. В [90] в численном моделировании наблюдалось как уменьшение, так и увеличение расстояния до нелинейного фокуса. Также была показана большая устойчивость продольного положения филамента при использовании chirпированных импульсов.

В [82] при рассмотрении продольные смещения нелинейного фокуса было показано, что сильная турбулентность приводит к увеличению расстояния до нелинейного фокуса для маломощных пучков. С ростом мощности модуляционная неустойчивость станет основным механизмом формирования филаментов (например, для $C_n^2 = 4.6 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ это имеет место при $P > 20 P_{cr}$). Начиная с $P \approx 100 P_{cr}$ и более, модуляционная неустойчивость должна приводить к сокращению расстояния до нелинейного фокуса по сравнению с регулярной средой.

Экспериментальное влияние сильной турбулентности на процесс филаментации было исследовано в [91]. Энергия импульса составляла 10 мДж, длительность — 80 фс, что соответствовало пиковой мощности порядка 20 критических. Управление турбулентностью проводилось путем введения в лазерный луч потока горячего воздуха перпендикулярно пучку на разном расстоянии от выхода лазерной системы. Было показано, что сильная турбулентность ($C_n^2 = 10^{-9} \text{ см}^{-2/3}$) приводит к укорочению расстояния до нелинейного фокуса и увеличению числа филаментов. Кроме того, был сделан вывод, что влияние турбулентности сильнее на начальном этапе распространения (до формирования филаментов).

В [92] было проведено несколько серий вычислительных экспериментов, в которых рассматривалось распространение сфокусированного фазово-модулированного импульса с энергией 200 мДж в турбулентной атмосфере. Было установлено, что для импульсов пиковой мощности $10 P_{cr}$ при увеличении структурной постоянной показателя преломления C_n^2 рас-

стояние до филамента в среднем уменьшается. Кроме того, указывалось, что для уменьшения стандартного отклонения расстояния до начала филаментации следует использовать как можно более острую фокусировку, ограничением на которую снизу служит как желаемое расстояние до филамента (оно будет во всяком случае меньше, чем расстояние до фокуса линзы), так и необходимость сохранения достаточной для устойчивого образования филаментов пиковой мощности.

Можно выделить две тенденции при формировании нелинейного фокуса в условиях турбулентности. При относительно низкой пиковой мощности излучения расстояние до старта филамента увеличивается вследствие частичной потери когерентности и эффективного увеличения критической мощности для возмущенного пучка. При высокой пиковой мощности, напротив, турбулентность провоцирует распад пучка на субструктуры, которые достигают своего нелинейного фокуса на меньшем расстоянии.

Таким образом, интерес представляет исследование вопроса о вероятности образования филамента в зависимости от параметров пучка и турбулентности. Также важно определить положение старта филамента (его среднее значение и разброс) при различных параметрах излучения и турбулентности.

Важное практическое значение имеет вопрос о возможности транспортировки лазерного излучения высокой плотности энергии в атмосфере. Распространение излучения современных тераваттных лазерных систем происходит в режиме множественной филаментации с количеством филаментов порядка нескольких сотен.

В [93] исследовалось распространение излучения лазерной установки Alisé на длине волны 1.05 мкм в атмосфере. Длительность импульсов варьировалась от 520 фс до 65 пс при энергии до 26 Дж, диаметр пучка составлял 10 см. При самофокусировке профиль пучка приобретал характерную ячеистую структуру, напоминавшую соты; образовывалось до сотни филаментов. В [36] импульсы длительностью 27 фс и энергией 1.5 Дж использовались для создания кольца филаментов, плазменные каналы которых служили виртуальным полым волноводом для импульса СВЧ диапазона. Всего в одном импульсе возникало более 1000 различных филаментов. Для оценки количества возникающих филаментов можно использовать приближенную формулу $N_{fil} \approx P_0/P_{fil}$, где мощность, приходящаяся на один филамент, $P_{fil} \approx 3 \div 5 P_{cr}$ [94].

В [95] продемонстрировано развитие модуляционной неустойчивости в импульсе при значениях внутреннего масштаба турбулентности, близких к атмосферным значениям $l_0 = 1-2$ мм. При этом поперечный масштаб возмущений поля с наибольшим инкрементом нарастания [3] составлял $\Lambda \approx 2$ мм. Увеличение l_0 до 6 мм приводило к подавлению модуляционной неустойчивости и самофокусировке пучка как целого.

В [96] исследовалась фокусировка гауссового пучка с добавленным в него шумом. Указывалось, что для малых мощностей ($10 P_{cr}$) добавление шума практически не изменило положение нелинейного фокуса, в то время как для мощных пучков ($300 P_{cr}$) расстояние до старта филаментации резко сократилось. Там же была введена характерная мощность множественной филаментации $P_{MF} \approx 100 P_{cr}$, ниже которой расстояние до нелинейного фокуса

$z_{fil} \propto P^{-1/2}$, а для мощностей $P > P_{MF}$ расстояние $z_{fil} \propto P^{-1}$. В [97] этим двум диапазонам были поставлены в соответствие режим самофокусировки пучка как целого и режим множественной филаментации. Однако при моделировании шума в начальных условиях авторы использовали самый простой с точки зрения программирования способ: к начальному значению поля в каждой точке было прибавлено случайное число, равномерно распределенное в некотором диапазоне. В результате получился шум со странным распределением по интенсивности и, что важнее, с радиусом корреляции, меньшим шага расчетной сетки в поперечном направлении, который имеет порядок нескольких микрометров. Ясно, что реальные масштабы шума в физических задачах, на 2–3 порядка превосходят использованный, что ставит под сомнение полученный результат.

Таким образом, важно исследовать вопрос о влиянии масштабов неоднородностей на развитие самофокусировки и филаментации.

Помимо турбулентных флуктуаций, неоднородности показателя преломления в атмосфере могут быть связаны с распределенным в среде аэрозолем. Аэрозоли могут состоять из капелек жидкости (туманы) или из твердых частиц (дымы и пыль). Размеры частиц в аэрозолях может составлять от нескольких миллиметров до микрометров.

В [98] была выполнена серия экспериментов, когда на пути сформированного филамента помещалась капля диаметром от 50 до 95 мкм. При этом наблюдалось незначительное сокращение длины филамента, что свидетельствует о слабом влиянии отдельной капли на сам филамент. Даже когда капля была поглощающей (содержала взвесь капель чернил), длина филамента менялась незначительно. Причина подобного поведения связана с тем, что поглощение или рассеяние в капле излучения филамента не приводит к большим потерям энергии в энергетическом резервуаре, окружающем филамент, поэтому после прохождения капли филамент восстанавливается. Когда же филаментирующий импульс распространялся сквозь камеру длиной 35 см, в которой находился водный аэрозоль с частицами размеров в несколько микрометров, падение длины филаментации после камеры коррелировало с падением полной энергии направленного излучения вследствие рассеяния Ми. Таким образом, влияние аэрозоля на филаментацию происходит косвенным образом, через энергетический резервуар. Этот результат был подтвержден в численном моделировании в [99]. Было обнаружено, что провал, возникающий на оси филамента вследствие поглощения излучения каплей, быстро затягивается, и распределения энергии и линейной концентрации электронов вдоль трассы слабо меняются, независимо от положения капли. В [100], в то же время, самовосстановление филамента после прохождения отдельной капли было увязано с релаксацией самосфокусированного состояния с высокой мощностью к состоянию с низкой мощностью, вновь испытывающему керровскую самофокусировку. Роль резервуара в этом процессе оказывается второстепенной.

В [101] в натурном эксперименте была показана устойчивость филаментов при распространении сквозь дождь. Эксперимент проводился на значительной высоте (3230 м над уровнем моря) при атмосферном давлении 0.67 атмосфер. Длина трассы достигала 150 м. Наблюдаемые эффекты филаментации (фотографии пучка на экране) были неотличимы для

случаев распространения сквозь дождь и сквозь сухой воздух. Только в распределении энергии в резервуаре были замечены некоторые отличия в виде кольцевых структур, связанных с дифракцией низкоинтенсивной энергии на отдельных каплях. В [102] этот результат был подтвержден при сопоставлении эксперимента и численного моделирования распространения излучения сквозь 10-метровый слой водного аэрозоля (размер капель около 1 мкм).

В [103] было показано, что влияние аэрозоля на распространяющийся мощный лазерный импульс не сводится только к уменьшению его мощности. При увеличении размеров частиц аэрозоля индикатриса рассеяния сужается, и перераспределение энергии при рассеянии начинает доминировать над ослаблением. В результате в пучке развивается мелкомасштабная самофокусировка, что приводит к уменьшению расстояния до старта филаментации. Более подробное статистическое исследование [104] привело к оценке критического значения оптической толщи аэрозольного слоя $\tau_{aer} = 2\pi R_{aer}^2 N_{aer} z_{fil}$ (R_{aer} , N_{aer} — радиус и концентрация частиц аэрозоля, z_{fil} — расстояние до старта филаментации). При $\tau_{aer} < 0.2$ развивается множественная филаментация, при больших значениях потери энергии при прохождении аэрозоля становятся значительными и приводят к увеличению расстояния до старта филаментации и уменьшению количества множественных филаментов.

Помимо рассеяния на аэрозоле важным может оказаться эффект ослабления лазерного излучения вследствие молекулярного поглощения на трассе. В [86] при численном исследовании филаментации излучения CO₂-лазера с длиной волны 10.6 мкм показано, что атмосферное поглощение искажает частотный спектр суперконтинуума и сокращает длину плазменного канала.

1.6. Взаимодействие филаментов

Распад пучка на большое количество отдельных филаментов при множественной филаментации приводит к сложному характеру их взаимодействия. В [105] сообщалось, что распространение импульсов высокой пиковой мощности приводило к образованию картины поверхностной плотности энергии, похожей на созвездие, — тонкие соединенные линии. Структура «созвездия» оказывалась чувствительной к начальному профилю пучка (например, оказалось возможным сформировать структуру простой заданной формы), но обнаруживала определенную устойчивость при распространении в нелинейной среде. При изменении мощности менялось только количество филаментов, но не структура линий «созвездия». Также при взаимодействии отдельных филаментов наблюдались такие эффекты, как слияние филаментов и расщепление одного филамента на два и более. Первый эффект был увязан с наличием «силы притяжения» между филаментами при определенных фазовых соотношениях между последними, причиной второго, по мнению авторов, мог стать существенный избыток энергии отдельного филамента и его асимметричная форма.

Исследование взаимодействия филаментов в пучке высокой мощности (порядка ТВт и выше) затруднительно, поэтому обычно используется несколько отдельных пучков или один пучок с искусственно сформированной в нем неоднородностью. В [106] на примере одного

пучка с неоднородностью был обнаружен сценарий одновременного развития двух филаментов с последующим их слиянием в единый канал.

Взаимодействие филаментов зачастую опосредовано общим энергетическим резервуаром. Конкуренция филаментов за энергетический резервуар может привести к увеличению расстояния до нелинейного фокуса [107]. Кроме того, эта конкуренция приводит к сокращению протяженности филаментов и их плазменных каналов.

В [108] указывалось на важность фазовых соотношений при взаимодействии филаментов. Так, синфазные коллимированные филаменты при распространении сливались в единую нить. Указывалось также, что в синфазном случае увеличивалась стабильность канала по сравнению со случаем филаментации одного пучка двойной мощности. В противофазном случае отмечался режим отталкивания филаментов. В [109] было также показано, что взаимодействие скрещенных под малым углом (0.01° – 0.1°) филаментов определяется фазовыми соотношениями: при близких фазах филаменты сливались в единый канал, протяженность которого зависела от разности фаз импульсов, в противофазном случае филаменты отталкивались и быстро удалялись друг от друга. Взаимодействие параллельных филаментов, образованных импульсами на основной и удвоенной частотах, также может приводить к их притяжению, отталкиванию или слиянию [110]. Взаимодействие пересекающихся филаментов можно использовать для обмена энергией между ними [111]. Передача энергии зависела от временной задержки и чирпов лазерных импульсов и достигала 7%. С увеличением мощности взаимодействующих импульсов становится важным механизм взаимодействия посредством самонаведенной плазмы, что приводит к росту эффективности передачи энергии до 20% и более [69].

Наиболее частым механизмом взаимодействия филаментов является керровская нелинейность, что обуславливает фазовую чувствительность взаимодействия. Также может использоваться и плазменная нелинейность. В [112] два мощных скрещенных пучка основной гармоники использовались для формирования одномерной плазменной решетки, на которой затем дифрагировал задержанный импульс удвоенной частоты. В [113] вследствие взаимодействия на совместно сформированной плазменной решетке наблюдался обмен энергией между двумя импульсами с небольшой разностью несущих частот (до 100 ТГц при центральной длине волны 800 нм). Эффективность перекачки энергии доходила до 50%. Кроме того, в [114] указывается, что переориентация молекул, связанная с вращательными переходами, может обеспечивать взаимодействие на больших временах, нежели керровская и плазменная нелинейности.

В [115] исследовался вопрос о возможности достижения интенсивностей, превышающих характерную интенсивность в филаменте. В частности, предлагался способ фокусировки двух импульсов в одну точку. Было обнаружено, однако, что пиковая интенсивность возрастала не более, чем на 30% по сравнению с одним импульсом. Было также отмечено существенное (в два раза) увеличение поперечных размеров области с высокой концентрацией электронов.

В [116] сообщалось об эксперименте по взаимодействию двух когерентных импульсов,

сфокусированных в нелинейный кристалл. Было обнаружено, что при нулевой разности фаз импульсов образующиеся филаменты расходятся слабее, чем в отсутствие взаимодействия (в последнем случае один из импульсов задерживался на несколько пикосекунд, тогда филаментацию импульсов можно считать независимой), а в противофазном случае — сильнее. Указывалось, что определяющим параметром при формировании картины множественной филаментации будет отношение диаметра энергетического резервуара к расстоянию между интерференционными полосами в фокусе линзы.

Таким образом, исследование взаимодействия филаментов представляет интерес как для задач множественной филаментации, так и для управления филаментацией и перераспределения энергии между филаментами.

1.7. Филаментация сфокусированного излучения

Исследование атмосферной филаментации затруднено ввиду необходимости иметь протяженную трассу (сотни метров и более), поэтому в эксперименте часто используют сфокусированное излучение, что позволяет выполнить эксперименты в пределах ограниченного пространства лаборатории. С точки зрения теоретического описания, это дает возможность пренебрегать влиянием атмосферной турбулентности, не существенной на трассах порядка 10 метров.

Развитие филаментации в сфокусированных пучках несколько отличается от распространения коллимированного излучения. Образование нелинейного фокуса происходит ближе к выходу лазерной системы. Если в коллимированном пучке филамент образуется на расстоянии z_{coll} , то в таком же пучке, дополнительно сфокусированного на расстояние f , положение старта филаментации можно оценить по формуле $z_{foc}^{-1} = z_{coll}^{-1} + f^{-1}$ [90]. Иными словами, в процессе самофокусировки силы керровской и обычной линз складываются.

Также в случае фокусировки излучения продольные размеры области филаментации часто ограничиваются геометрическим фокусом оптической системы. Несмотря на расходимость излучения после прохождения геометрического фокуса, в нелинейном режиме возможно образование высокоинтенсивной области за фокальной плоскостью. В [117] было обнаружено протягивание филамента за фокальную плоскость линзы с фокусным расстоянием 2 м. В [118] было показано, что при заданной фокусировке существует пороговое значение пиковой мощности импульса, при котором возможно развитие рефокусировки за геометрической перетяжкой пучка. На основе измерений плазменных каналов лазерных импульсов различной мощности, сфокусированных на расстояние 20 см в [119] была предложена процедура определения критической мощности самофокусировки P_{cr} и получены оценки $P_{cr} = 3.19$ ГВт для 800 нм и $P_{cr} = 0.45$ ГВт для 400 нм.

Использование фокусировки является одним из простейших способов управления параметрами лазерных филаментов и их плазменных каналов. Подробные исследования плазменных каналов в сфокусированных пучках в воздухе были проведены в [50]. Было обнаружено, что диаметр плазменных каналов (FWHM) составляет около 60 мкм для коллимированных

импульсов и увеличивается до 100 мкм при обострении фокусировки вплоть до фокусного расстояния 50 см. Кроме того, для коллимированного излучения диаметр канала слабо зависит от пиковой мощности импульса, если она находится в диапазоне от 1 до 5 P_{cr} (режим одиночной филаментации). Пиковая концентрация электронов возрастала от 10^{15} см^{-3} в коллимированном пучке до 10^{16} см^{-3} в сфокусированном и слабо зависела от мощности. При очень острой фокусировке (радиус фокусировки 10 см при диаметре пучка 6 мм) наблюдалась существенно более высокая концентрация (до $2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$) и существенно меньший диаметр канала (порядка 30 мкм). В [120] было обнаружено, что при острой фокусировке (фокусное расстояние 20 см) и постоянной пиковой интенсивности импульса длина плазменного канала практически не зависит от диаметра лазерного пучка. В [121] также показана возможность управления пространственным положением множественных филаментов в случае многократного превышения пиковой мощностью импульса критической мощности самофокусировки. Кроме того, геометрическая фокусировка (или дефокусировка) позволяет управлять количеством филаментов в плоскости мишени [122].

В ряде работ предлагалось использовать фокусировку с помощью аксикона вместо обычной линзы. Аксикон обеспечивает большую протяженность перетяжки, но только небольшая часть энергии импульса оказывается в пределах центрального максимума, остальная часть распределена в низкоинтенсивных кольцах. В [123] было показано расщепление непрерывной картины конической эмиссии на узкие кольца при использовании аксикона вместо линзы. В [124] для увеличения протяженности плазменных каналов предлагалось использовать бесселевы пучки, формируемые при конической фокусировке аксиконом. При этом продольным положением каналов можно было управлять за счет chirпирования импульса. В [125] было обнаружено, что коническая фокусировка увеличивает протяженность каналов филаментов 800 нм излучения в два раза по сравнению с обычной параболической фокусировкой. Коническая фокусировка также может способствовать упорядочению множественной филаментации [126].

В ряде работ рассматривалась возможность использования эллиптических пучков для управления филаментацией. В [127] был рассмотрен процесс самофокусировки таких пучков в параксиальном приближении, однако в [128] указывается на недопустимость подобного рассмотрения вследствие невозможности корректного воспроизведения частичного коллапса пучка, когда только часть полной мощности оказывается сосредоточена вблизи сингулярности поля. Особенности развития филаментации в эллиптических пучках обсуждаются в [129]. Там указывается на рост расстояния до старта филамента при увеличении эллиптичности, что интерпретируется как эквивалентное увеличение критической мощности. Кроме того, указывается на возможность регуляризации множественных филаментов за счет эллиптичности.

В [130] в численном моделировании продемонстрировано увеличение протяженности плазменных каналов и плотности свободных электронов в них при использовании пучков кольцевой формы. Положением и длиной каналов при этом можно управлять за счет геометрической фокусировки.

В [131] для увеличения протяженности филаментов использовалось адаптивное зеркало, вводя сферическую aberrацию в волновой фронт пучка. При этом периферия пучка оказывалась сфокусированной на большее расстояние, чем его центральная часть, что приводило к двукратному увеличению протяженности плазменного канала. В настоящей работе будет рассмотрено влияние более низкой aberrации — астигматизма. Поскольку астигматизм волнового фронта фактически означает наличие двух фокусных расстояний для лазерного пучка, можно ожидать, что вся область между фокусами окажется перетяжкой в линейном режиме распространения и будет занята филаментом в нелинейном режиме. Тем самым станет возможным управление длиной филамента и плазменного канала за счет изменения начального астигматизма.

Таким образом, геометрическая фокусировка предоставляет богатые возможности для управления параметрами лазерных филаментов и их плазменными каналами. Однако в большинстве работ исследовались размеры и положения плазменных каналов и филаментов, при этом значениям концентрации электронов и интенсивности лазерного излучения уделялось существенно меньшее внимание. Особенно это касается излучения УФ диапазона. Требуется сравнительное исследование зависимостей параметров филаментации от фокусировки для двух диапазонов длин волн.

1.8. Цели и задачи диссертационной работы

1. Исследование параметров филаментов и плазменных каналов при филаментации лазерного излучения фемтосекундной длительности ИК и УФ диапазонов длин волн в сфокусированных пучках в воздухе.
2. Исследование факторов, позволяющих увеличить протяженность плазменных каналов лазерных филаментов в сфокусированных пучках.
3. Статистическое исследование процесса самофокусировки лазерного пучка на протяженной трассе в турбулентной атмосфере и определение закономерностей в положении точки старта филамента и плазменного канала.
4. Исследование множественной филаментации мощного лазерного излучения фемтосекундной длительности и установление общих закономерностей картины филаментации при взаимодействии отдельных филаментов.
5. Создание пакета программ для расчета задачи филаментации фемтосекундного лазерного излучения с возможностью масштабирования на современных вычислительных кластерах.

1.9. Научная новизна работы

1. При численном исследовании зависимости параметров филаментации в сфокусированных импульсах от остроты фокусировки установлено качественное отличие в формировании филамента и плазменного канала излучения УФ диапазона, которое по

сравнению с излучением ИК диапазона имеет более мягкий характер при одинаковом превышении пиковой мощности над критической.

2. Впервые получена подробная статистика образования филамента при распространении лазерного импульса в турбулентной атмосфере. Исследована вероятность образования филамента и продольное положение точки старта филамента.
3. Показано, что взаимодействие двух скрещенных когерентных филаментов может приводить к образованию дополнительных филаментов вне плоскости распространения лазерных пучков.
4. Создан пакет программ для численного моделирования филаментации и самофокусировки мощного фемтосекундного лазерного излучения в регулярных и случайно неоднородных средах на вычислительных кластерах с использованием технологий параллельного программирования.

1.10. Практическая ценность работы

1. Созданный пакет программ для расчета задачи филаментации фемтосекундных лазерных импульсов позволил эффективно использовать ресурсы суперкомпьютерного комплекса МГУ с возможностью масштабирования задачи.
2. Показана возможность управления параметрами филаментов и плазменных каналов мощного фемтосекундного излучения УФ диапазона за счет изменения радиуса фокусировки пучка.
3. На основе результатов численного исследования обоснованы способы увеличения протяженности плазменных каналов в пучках сфокусированного излучения: посредством введения в пучок астигматической абберации и использования динамической кривизны волнового фронта, приобретаемой импульсом при прохождении тонкого слоя прозрачного твердотельного диэлектрика.
4. Проведенное исследование самофокусировки пучка в турбулентной атмосфере позволяет прогнозировать положение начала филаментации на протяженной атмосферной трассе при различных параметрах излучения и состоянии атмосферы.
5. Построенная модель периодических граничных условий для задачи филаментации в широких пучках позволяет оптимизировать использование вычислительных ресурсов при исследовании распространения лазерного излучения с мощностью, многократно превышающей критическую мощность самофокусировки.
6. Использование когерентного взаимодействия лазерных филаментов позволяет управлять пространственным распределением энергии и структурой множественных плазменных каналов.

1.11. Защищаемые положения

1. При изменении радиуса фокусировки в диапазоне от 1 м до 20 м для лазерных импульсов УФ диапазона с диаметром пучка порядка нескольких миллиметров и пиковой мощностью в несколько критических мощностей самофокусировки интенсивность в филаменте в воздухе монотонно убывает в несколько раз, пиковая концентрация свободных электронов убывает на 1–2 порядка, а диаметр плазменного канала возрастает до двух раз. Подобное поведение параметров УФ филаментов и их плазменных каналов при изменении фокусировки качественно отличается от случая ИК излучения.
2. Динамическое изменение кривизны волнового фронта в течение импульса в большей степени влияет на продольное положение начала филамента, чем на положение его конца. Нестационарное возрастание кривизны волнового фронта в центре импульса приводит к увеличению длины плазменного канала фемтосекундного филамента.
3. При распространении в турбулентной атмосфере на горизонтальной трассе пучка с мощностью, незначительно превышающей критическую мощность самофокусировки ($P < 3 P_{cr}$), вероятность образования филамента монотонно убывает с усилением турбулентных флуктуаций, а среднее расстояние до точки старта филамента вначале возрастает, а затем начинает убывать. При большой мощности ($P > 10 P_{cr}$) в пучке развивается множественная филаментация, продольное положение точки старта которой характеризуется относительно малым разбросом и смещается к началу трассы при усилении турбулентных флуктуаций.
4. При конструктивной интерференции двух пересекающихся когерентных пучков мощного фемтосекундного лазерного излучения помимо филаментов, лежащих в плоскости распространения пучков, возникают дополнительные филаменты, лежащие вне плоскости распространения пучков.

1.12. Апробация результатов работы

Основные результаты работы опубликованы в 6 статьях в рецензируемых журналах и одном сборнике:

1. Кандидов В.П., Шленов С.А., Силаева Е.П., Дергачев А.А. Филаментация мощного фемтосекундного лазерного излучения в воздухе и ее приложения в атмосферной оптике // Оптика атмосферы и океана. — 2010. — Т. 23, №10. — С. 873–884.
2. Дергачев А.А., Силаева Е.П., Шленов С.А. Фемтосекундные лазерные филаменты // В сб. «Суперкомпьютерные технологии в науке, образовании и промышленности», М.: Изд. Московского университета, 2010, с. 100–102.
3. Дергачев А.А., Кадан В.Н., Шлёнов С.А. Взаимодействие неколлинеарных фемтосекундных лазерных филаментов в сапфире // Квантовая электроника. — 2012. — Т. 42, №2. — С. 125–129.
4. Дергачев А.А., Ионин А.А., Кандидов В.П., Селезнев Л.В., Сеницын Д.В., Сунчугашева Е.С., Шлёнов С.А. Филаментация фемтосекундных ИК и УФ импульсов при

- фокусировке в воздухе // Квантовая электроника. — 2013. — Т. 43, №1. — С. 29–36.
5. Blonskyi I.V., Kadan V.M., Dergachev A.A., Shlenov S.A., Kandidov V.P., Puzikov V.M., Grin' L.O. Filamentation of femtosecond vortex beam in sapphire // Ukrainian Journal of Physics. — 2013. — Vol. 58, no. 4. — P. 341–344.
 6. Дергачев А.А., Ионин А.А., Кандидов В.П., Мокроусова Д.В., Селезнев Л.В., Синицын Д.В., Сунчугашева Е.С., Шленов С.А., Шустикова А.П. Плазменные каналы при филаментации в воздухе фемтосекундного лазерного излучения с астигматизмом волнового фронта // Квантовая электроника. — 2014. — Т. 44, №12. — С. 1085–1090.
 7. Dergachev A.A., Ionin A.A., Kandidov V.P., Mokrousova D.V., Seleznev L.V., Sinitsyn D.V., Sunchugasheva E.S., Shlenov S.A., Shustikova A.P. Effect of nonlinearity in the pass-through optics on femtosecond laser filament in air // Laser Physics Letters. — 2015. — Vol. 12, no. 1. — P. 015403.

а также докладывались на конференциях «Ломоносов — 2009» (Москва, Россия, 2009), SPIE Optics+Photonics (Сан-Диего, США, 2009), «Оптика — 2009» (Санкт-Петербург, Россия, 2009), Пятая Всероссийская школа для студентов, аспирантов, молодых ученых и специалистов по лазерной физике и лазерным технологиям (Саров, Россия, 2011), 20th International Laser Physics Workshop 2011 (Сараево, Босния и Герцеговина, 2011), 2nd International Conference «Terahertz and Microwave radiation: Generation, Detection and Applications» TERA — 2012 (Москва, Россия, 2012), XVIII Международный симпозиум «Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы» (Иркутск, Россия, 2012), International Conference on Coherent and Nonlinear Optics & International Conference on Lasers, Applications, and Technologies ICONO/LAT — 2013 (Москва, Россия, 2013), XIX Международный симпозиум «Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы» (Барнаул, Россия, 2013), «Оптика-2013» (Санкт-Петербург, Россия, 2013), V Всероссийская молодежная конференция по фундаментальным и инновационным вопросам современной физики (Москва, Россия, 2013), Laser Optics 2014 (Санкт-Петербург, Россия, 2014), Eighteenth International School on Quantum Electronics «Laser Physics and Applications» (Созополь, Болгария, 2014).

1.13. Личный вклад автора

Все представленные в диссертации теоретические результаты получены автором лично. Экспериментальные результаты получены в лаборатории газовых лазеров Физического института им. П. Н. Лебедева РАН Л. В. Селезневым и Е. С. Сунчугашевой и центре коллективного пользования «Фемтосекундный лазерный центр» Национальной академии наук Украины В. Н. Каданом.

Глава 2

Математическая модель явления филаментации фемтосекундных лазерных импульсов

В главе приведен вывод основных уравнений, описывающих динамику лазерного импульса при филаментации в приближении медленно меняющейся комплексной амплитуды светового поля. Сформулирована самосогласованная задача для амплитуды поля и концентрации свободных электронов. Рассмотрены стационарный и нестационарный вариант задачи филаментации при наличии и при отсутствии осевой симметрии. Приведены количественные характеристики исследуемых сред. Рассмотрены численные методы решения задач филаментации. Обсуждается использование параллельных алгоритмов для реализации предложенных численных методов на вычислительных кластерах.

2.1. Уравнение для медленно меняющейся комплексной амплитуды светового поля

2.1.1. Волновое уравнение

Динамика напряженностей электромагнитного поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$ и $\vec{H}(\vec{r}, t)$ в однородной изотропной немагнитной среде описывается уравнениями Максвелла

$$\text{rot} \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.1a)$$

$$\text{rot} \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \left(\frac{\partial \vec{P}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{j}(\vec{r}, t) \right), \quad (2.1b)$$

$$\text{div} \vec{E}(\vec{r}, t) = 4\pi \left(\rho(\vec{r}, t) - \text{div} \vec{P}(\vec{r}, t) \right), \quad (2.1c)$$

$$\text{div} \vec{H}(\vec{r}, t) = 0, \quad (2.1d)$$

где $\vec{P}$ — поляризация среды, ρ — плотность свободных зарядов, $\vec{j}$ — плотность тока проводимости, c — скорость света в вакууме.

Взяв ротор от обеих частей уравнения (2.1a), можно получить волновое уравнение для напряженности электрического поля:

$$\Delta \vec{E} - \text{grad div } \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \left(\frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} + \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \right). \quad (2.2)$$

Для описания электромагнитного поля лазерного импульса удобно использовать представление поля в виде квазимонохроматической квазиплоской волны, распространяющейся вдоль оси z . Считая также излучение линейно поляризованным вдоль оси x , представим поле в виде

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \vec{e}_x A(\vec{r}, t) e^{i(\omega_0 t - k_0 z)} + \text{к. с.} \quad (2.3)$$

Здесь ω_0 и k_0 — центральная частота и центральное волновое число плоской волны, $k_0 = \frac{\omega_0}{c} n_0$, $n_0 = n(\omega_0)$ — показатель преломления среды на заданной частоте излучения. Величина $A(\vec{r}, t)$ называется медленно меняющейся комплексной амплитудой светового поля $\vec{E}$. Применимость метода медленно меняющихся амплитуд допустима для импульсов длительностью вплоть до нескольких периодов колебаний поля [132].

2.1.2. Поляризация среды

Следуя подходу нелинейной оптики, разложим поляризацию среды $\vec{P}$ в ряд по напряженности поля $\vec{E}$, учитывая, что в изотропной среде члены четного порядка отсутствуют:

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{P}^{(1)}(\vec{r}, t) + \vec{P}^{(3)}(\vec{r}, t) + \vec{P}^{(5)}(\vec{r}, t) + \dots \quad (2.4)$$

$$\vec{P}^{(k)}(\vec{r}, t) = \int_0^\infty \dots \int_0^\infty \hat{\chi}^{(k)}(\tau_1, \dots, \tau_k) \otimes \vec{E}(\vec{r}, t - \tau_1) \dots \vec{E}(\vec{r}, t - \tau_k) d\tau_1 \dots d\tau_k. \quad (2.5)$$

Здесь $\hat{\chi}^{(k)}(\tau_1, \dots, \tau_k)$ — тензоры оптической восприимчивости k -го порядка. Приведенное разложение учитывает временную инерционность отклика среды, что, в общем случае, необходимо ввиду соизмеримости частот спектра веществ и частоты лазерного поля. Пространственная нелокальность отклика среды считается малой и не учтена в данном разложении.

Из разложения (2.5) можно получить оценку сходимости ряда (2.4) [133]

$$\left| \vec{P}^{(n+2)}(\vec{r}, t) \right| / \left| \vec{P}^{(n)}(\vec{r}, t) \right| \propto \left| \vec{E}(\vec{r}, t) \right|^2 / E_a^2 = I(\vec{r}, t) / I_a, \quad (2.6)$$

где E_a — напряженность внутриатомного поля, I_a — соответствующая ему интенсивность. Поскольку интенсивность света для интересующих нас режимов распространения лазерных импульсов достигает значения порядка $10^{14} \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2}$, что существенно меньше интенсивности внутриатомного поля (около $3 \cdot 10^{16} \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2}$), то в разложении (2.4) можно ограничиться первыми двумя членами, соответствующими линейному отклику и нелинейному отклику

третьего порядка.

В ряде недавних работ значительное внимание уделяется высшим порядкам нелинейности и их роли в филаментации. В [134] сообщалось о первых измерениях коэффициентов высших нелинейностей, а также о том, что нелинейная добавка к показателю преломления при высоких интенсивностях (около $2.6 \cdot 10^{13}$ Вт/см²) может менять знак. Уточненные значения коэффициентов приведены в [135]. Ряд экспериментов показывает, что роль высших нелинейностей в филаментации является определяющей для остановки коллапса, а традиционно привлекаемая для этого плазменная нелинейность является лишь сопутствующим фактором [136, 137]. В последней работе указывалось, что влияние высших нелинейностей будет сказываться сильнее на импульсах меньшей длительности и большей длины волны. В то же время, есть данные об экспериментах, которые гораздо лучше согласуются с численными расчетами на базе «стандартной» (керровско-плазменной без высших нелинейностей) модели [138].

В данной работе вкладом высших нелинейностей будет пренебрегаться.

Подставив представление электрического поля (2.3) в (2.4), получим выражения для линейного и нелинейного отклика, выраженные через комплексную амплитуду светового поля.

Для линейного отклика, с учетом симметрии тензора восприимчивости, получим

$$\begin{aligned}\vec{P}^{(1)}(\vec{r}, t) &= \frac{1}{2} \vec{e}_x \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(\tau) A(\vec{r}, t - \tau) e^{i\omega_0(t-\tau) - ik_0 z} d\tau + \text{к. с.} = \\ &= \frac{1}{2} \vec{e}_x \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\chi}^{(1)}(\tau) A(\vec{r}, t - \tau) e^{-i\omega_0 \tau} d\tau \cdot e^{i\omega_0 t - ik_0 z} + \text{к. с.}\end{aligned}\quad (2.7)$$

Внутри интеграла перейдем к частотному представлению:

$$\chi^{(1)}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (2.8)$$

$$A(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\vec{r}, \Omega) e^{i\Omega t} d\Omega. \quad (2.9)$$

Получим:

$$\begin{aligned}
\vec{P}^{(1)}(\vec{r}, t) &= \frac{1}{2} \vec{e}_x \frac{e^{i\omega_0 t - ik_0 z}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{-i\omega_0 \tau} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega d\Omega \chi^{(1)}(\omega) A(\vec{r}, \Omega) e^{i\omega \tau} e^{i\Omega(t-\tau)} + \text{к. с.} = \\
&= \frac{1}{2} \vec{e}_x \frac{e^{i\omega_0 t - ik_0 z}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega A(\vec{r}, \Omega) e^{i\Omega t} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \chi^{(1)}(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i(\omega - \Omega - \omega_0)\tau} + \text{к. с.} = \\
&= \frac{1}{2} \vec{e}_x \frac{e^{i\omega_0 t - ik_0 z}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega A(\vec{r}, \Omega) e^{i\Omega t} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \chi^{(1)}(\omega) 2\pi \delta(\omega - \Omega - \omega_0) + \text{к. с.} = \\
&= \frac{1}{2} \vec{e}_x \frac{e^{i\omega_0 t - ik_0 z}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega A(\vec{r}, \Omega) \chi^{(1)}(\omega_0 + \Omega) e^{i\Omega t} + \text{к. с.} \quad (2.10)
\end{aligned}$$

В прозрачных диэлектриках величина $\chi^{(1)}(\omega)$ чисто вещественная и связана с показателем преломления среды соотношением

$$n(\omega) = \sqrt{1 + 4\pi\chi^{(1)}(\omega)}. \quad (2.11)$$

В свою очередь, показатель преломления определяет дисперсионную зависимость

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega). \quad (2.12)$$

Нелинейный отклик третьего порядка в изотропной среде задается выражением

$$\begin{aligned}
\vec{P}(\vec{r}, t) &= e^{i3\omega_0 t - i3k_0 z} \cdot \frac{1}{8} \vec{e}_x \iiint \chi^{(3)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) A(\vec{r}, t - \tau_1) A(\vec{r}, t - \tau_2) A(\vec{r}, t - \tau_3) \cdot \\
&\quad \cdot e^{-i\omega_0(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)} d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \text{к. с.} + \\
&+ e^{i\omega_0 t - ik_0 z} \cdot \frac{3}{8} \vec{e}_x \iiint \chi^{(3)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) A(\vec{r}, t - \tau_1) A(\vec{r}, t - \tau_2) A^*(\vec{r}, t - \tau_3) \cdot \\
&\quad \cdot e^{-i\omega_0(\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)} d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \text{к. с.} \quad (2.13)
\end{aligned}$$

Первое слагаемое (и его комплексное сопряжение) в (2.13) описывает процесс генерации третьей гармоники. Его учет приводит к необходимости совместного рассмотрения связанных уравнений для лазерного поля на основной и третьей гармонике, что выполнено, например, в [139]. Генерация третьей гармоники будет существенна только при выполнении условия фазового синхронизма $3k_0 \approx k(3\omega_0)$. Поскольку мы не будем предпринимать специальных мер по его выполнению, процессом генерации третьей гармоники можно пренебречь.

Вновь выполним переход к спектрам амплитуды поля (2.9) и нелинейной восприимчивости

$$\chi^{(3)}(t_1, t_2, t_3) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) e^{i(\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2 + \omega_3 t_3)} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3. \quad (2.14)$$

В результате получим нелинейную поляризацию среды в виде

$$\vec{P}^{(3)}(\vec{r}, t) = \frac{3}{8} \vec{e}_x \frac{e^{i\omega_0 t - ik_0 z}}{(2\pi)^3} \iiint \chi^{(3)}(\omega_0 + \Omega_1, \omega_0 + \Omega_2, -\omega_0 + \Omega_3) A(\vec{r}, \Omega_1) A(\vec{r}, \Omega_2) A^*(\vec{r}, -\Omega_3) \cdot e^{i(\Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3)t} d\Omega_1 d\Omega_2 d\Omega_3 + \text{к. с.} \quad (2.15)$$

Выражение (2.15) значительно упрощается, если характерное время отклика среды τ_{resp} много меньше длительности импульса, что верно, например, для отклика электронной оболочки атома или молекулы ($\tau_{resp} \lesssim 1$ фс). Тогда

$$\vec{P}^{(3)}(\vec{r}, t) = \frac{3}{8} \vec{e}_x e^{i\omega_0 t - ik_0 z} \chi^{(3)}(\omega_0, \omega_0, -\omega_0) |A(\vec{r}, t)|^2 A(\vec{r}, t) + \text{к. с.} \quad (2.16)$$

Введем нелинейный показатель преломления по амплитуде

$$n_{2,A} = \frac{3\pi \chi^{(3)}(\omega_0, \omega_0, -\omega_0)}{2n_0}. \quad (2.17)$$

Тогда выражение (2.16) запишется в виде

$$\vec{P}^{(3)}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \vec{e}_x \frac{e^{i\omega_0 t - ik_0 z}}{2\pi} n_0 n_{2,A} |A(\vec{r}, t)|^2 A(\vec{r}, t) + \text{к. с.} \quad (2.18)$$

Существует несколько механизмов возникновения нелинейности в отклике среды. Отклик электронной оболочки атома имеет характерное время отклика порядка 10^{-15} с, что позволяет считать его мгновенным для импульсов, длительность которых превышает несколько фемтосекунд. Времена нелинейного отклика, связанных с изменением ориентации молекул, электрострикцией и тепловыми процессами, существенно превышает длительность рассматриваемых импульсов, поэтому их можно не учитывать [140].

Однако существуют и нелинейные процессы с временем отклика, сравнимым с длительностью лазерных импульсов. Например, процесс вынужденного комбинационного рассеяния на вращательных переходах молекул воздуха имеет время отклика около 50 фс. В [141] на основе квантовомеханического расчета показано, что функция отклика имеет сложный осциллирующий характер. В [142] проведен расчет функции отклика для молекулярных азота и кислорода, которая имела вид затухающей осциллирующей функции с несколькими всплесками, следующих с периодом около 2–3 пс. На основе этих данных в [143] была предложена простая модель описания инерционного нелинейного отклика среды:

$$\vec{P}^{(3)}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \vec{e}_x \frac{e^{i\omega_0 t - ik_0 z}}{2\pi} n_0 \Delta n_K(\vec{r}, t) A(\vec{r}, t) + \text{к. с.} \quad (2.19)$$

$$\Delta n_{K,A}(\vec{r}, t) = (1 - g) n_{2,A} |A(\vec{r}, t)|^2 + g n_{2,A} \int_{-\infty}^{\infty} H(\tau) |A(\vec{r}, t - \tau)|^2 d\tau. \quad (2.20)$$

Вклад мгновенной и запаздывающей компонент нелинейного отклика определяется весом g .

Функция отклика $H(t)$ имеет вид

$$H(t) = \Theta(t) \frac{\Omega^2}{\Lambda} \sin(\Lambda t) e^{-\frac{\Gamma t}{2}}, \quad (2.21)$$

где $\Theta(t)$ — единичная функция Хевисайда, Λ — частота, связанная с вращательными частотами молекул, $\Gamma = 2\tau_{resp}^{-1}$ — величина, обратная времени релаксации отклика, $\Lambda^2 = \Omega^2 - \frac{\Gamma^2}{4}$.

В дальнейшем мы будем использовать выражение для изменения показателя преломления вследствие кубической нелинейности среды через интенсивность светового поля

$$I(\vec{r}, t) = \frac{cn_0}{8\pi} |A(\vec{r}, t)|^2, \quad (2.22)$$

$$\Delta n_K(\vec{r}, t) = (1 - g)n_2 I(\vec{r}, t) + gn_2 \int_{-\infty}^{\infty} H(\tau) I(\vec{r}, t - \tau) d\tau, \quad (2.23)$$

где $n_2 = \frac{8\pi}{cn_0} n_{2,A}$ — коэффициент кубической нелинейности (по интенсивности).

2.1.3. Ток свободных носителей

При распространении лазерного излучения с интенсивностью до 10^{14} Вт · см⁻² в прозрачной среде происходит ионизация среды с образованием разреженной плазмы. Механизмы ионизации детально обсуждаются в разделе 2.2.

Согласно модели Друде [144] коллективное упорядоченное движение электронов происходит под действием внешнего электрического поля, а также сопровождается столкновениями с массивными частицами (нейтральными атомами или молекулами, либо ионами). Уравнение движения в таком случае имеет вид

$$m_e \frac{\partial \vec{v}_e(\vec{r}, t)}{\partial t} = e \vec{E}(\vec{r}, t) - \nu_c m_e \vec{v}_e(\vec{r}, t). \quad (2.24)$$

Здесь e и m_e — заряд и масса электрона, ν_c — частота столкновений электронов с массивными частицами.

Скорость упорядоченного движения связана с плотностью тока соотношением

$$\vec{j}_e(\vec{r}, t) = e N_e(\vec{r}, t) \vec{v}_e(\vec{r}, t). \quad (2.25)$$

Окончательно,

$$\frac{\partial \vec{j}_e(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{e^2}{m_e} N_e(\vec{r}, t) \vec{E}(\vec{r}, t) - \nu_c \vec{j}_e(\vec{r}, t). \quad (2.26)$$

Частота столкновений ν_c для газообразных сред при нормальных условиях имеет порядок 10^{12} с⁻¹ [10]. Поскольку частота лазерного излучения ω_0 оптического диапазона существенно превосходит ν_c , мы будем пренебрегать столкновениями.

Следуя методу медленно меняющихся амплитуд, представим плотность тока в виде ли-

нейно поляризованной квазимонохроматической квазиплоской волны:

$$\vec{j}_e(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \vec{e}_x j_e(\vec{r}, t) e^{i\omega_0 t - ik_0 z} + \text{к. с.} \quad (2.27)$$

Тогда уравнение (2.26) примет вид

$$\frac{\partial j_e(\vec{r}, t)}{\partial t} + i\omega_0 j_e(\vec{r}, t) = \frac{e^2}{m_e} N_e(\vec{r}, t) A(\vec{r}, t). \quad (2.28)$$

Считая, что $\left| \frac{\partial j_e(\vec{r}, t)}{\partial t} \right| \ll \omega_0 |j_e(\vec{r}, t)|$, получаем выражение для тока свободных электронов:

$$j_e(\vec{r}, t) = -i \frac{e^2}{m_e \omega_0} N_e(\vec{r}, t) A(\vec{r}, t). \quad (2.29)$$

Введем плазменную частоту $\omega_{pl}^2(\vec{r}, t) = \frac{4\pi e^2 N_e(\vec{r}, t)}{m_e}$. Тогда ток свободных электронов примет вид

$$j_e(\vec{r}, t) = i \frac{n_0 \omega_0}{2\pi} A(\vec{r}, t) \left(-\frac{\omega_{pl}^2(\vec{r}, t)}{2n_0 \omega_0^2} \right) = i \frac{n_0 \omega_0}{2\pi} \Delta n_{pl}(\vec{r}, t) A(\vec{r}, t), \quad (2.30)$$

где введена плазменная добавка к показателю преломления

$$\Delta n_{pl}(\vec{r}, t) = -\frac{\omega_{pl}^2(\vec{r}, t)}{2n_0 \omega_0^2}. \quad (2.31)$$

Если среда состоит из нескольких компонентов (например, воздух), то необходимо вводить несколько концентраций электронов $N_e^{(i)}$, по одной на каждый компонент. При этом в формулах будет фигурировать полная концентрация

$$N_e(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^n N_e^{(i)}(\vec{r}, t). \quad (2.32)$$

В приведенном выводе игнорируется ток свободных ионов. Это допустимо, поскольку масса ионов на 3–4 порядка превосходит массу электрона, что приводит к пропорционально меньшей подвижности.

2.1.4. Параболическое уравнение

Вернемся теперь к волновому уравнению (2.2) и подставим в него выражения для поля (2.3), поляризации (2.10, 2.19) и тока свободных электронов (2.30). Пренебрегая членом $\text{div} \vec{E}$ ввиду электронейтральности плазмы, получим

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 A(\vec{r}, t)}{\partial z^2} - 2ik_0 \frac{\partial A(\vec{r}, t)}{\partial z} - k_0^2 A(\vec{r}, t) + \Delta_{\perp} A(\vec{r}, t) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega A(\vec{r}, \Omega) k^2(\omega_0 + \Omega) e^{i\Omega t} = \\ & = -\frac{2k_0^2}{n_0} \left[1 - 2\frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\omega_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] (\Delta n_K(\vec{r}, t) A(\vec{r}, t)) - \frac{2k_0^2}{n_0} \left[1 - \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \right] (\Delta n_{pl}(\vec{r}, t) A(\vec{r}, t)). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Перейдем теперь к новой системе координат:

$$(x, y, z, t) \rightarrow (x, y, z, \tau = t - \frac{z}{v_g}), \quad (2.34)$$

где $v_g = \frac{1}{k_1} = \left(\frac{\partial k}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} \right)^{-1}$ — групповая скорость лазерного импульса. Пренебрежем также выражениями вида $\frac{1}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t}$, считая медленным изменение всех амплитуд по сравнению с быстрыми осцилляциями на несущей частоте импульса. Получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A(\vec{r}, \tau)}{\partial z^2} - 2ik_0 \left(1 - \frac{ik_1}{k_0} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial A(\vec{r}, \tau)}{\partial z} + \Delta_{\perp} A(\vec{r}, \tau) + \\ + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega A(\vec{r}, \Omega) (k^2(\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1\Omega)^2) e^{i\Omega\tau} = \\ = -\frac{2k_0^2}{n_0} (\Delta n_K(\vec{r}, \tau) + \Delta n_{pl}(\vec{r}, \tau)) A(\vec{r}, \tau). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Наконец, пренебрежем второй производной по z , считая амплитуду $A(\vec{r}, \tau)$ медленно меняющейся также и по пространственной координате: $\left| \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right| \ll \left| k_0 \frac{\partial A}{\partial z} \right|$. Также пренебрежем разницей между фазовой и групповой скоростями и окончательно получим

$$\begin{aligned} 2ik_0 \frac{\partial A(\vec{r}, \tau)}{\partial z} = \Delta_{\perp} A(\vec{r}, \tau) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega A(\vec{r}, \Omega) (k^2(\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1\Omega)^2) e^{i\Omega\tau} + \\ + \frac{2k_0^2}{n_0} (\Delta n_K(\vec{r}, \tau) + \Delta n_{pl}(\vec{r}, \tau)) A(\vec{r}, \tau). \end{aligned} \quad (2.36)$$

Приведенное параболическое уравнение для медленно меняющейся комплексной амплитуды светового поля учитывает такие физические процессы, как дифракция, материальная дисперсия, а также кубическая (керровская) и плазменная нелинейности среды.

2.1.5. Учет затухания

Распространение высокоинтенсивного лазерного излучения приводит к ионизации среды, что сопровождается уменьшением энергии лазерного импульса. Учтем эти потери. Изменение энергии малой части импульса $[x, x + dx] \times [y, y + dy] \times [\tau, \tau + d\tau]$ при распространении на расстояние dz равно

$$\Delta \mathcal{E}(x, y, z, \tau) = (I(x, y, z + dz, \tau) - I(x, y, z, \tau)) dx dy d\tau. \quad (2.37)$$

С другой стороны, при таком элементарном акте распространения образовалось

$$\Delta \mathcal{N}(x, y, z, \tau) = (\Delta N_e(x, y, z, \tau))_{field} dx dy dz \quad (2.38)$$

электронов (индекс *field* обозначает, что необходимо учитывать изменение концентрации электронов только вследствие полевой ионизации). Для отрыва одного электрона нужно не менее

$$K = \left\lceil \frac{W_i}{\hbar\omega_0} \right\rceil \quad (2.39)$$

квантов света несущей частоты, где W_i — энергия ионизации атома или молекулы. Будем считать, что во всех актах ионизации поглощается ровно K квантов. Тогда потери энергии лазерным импульсом равны суммарной энергии всех квантов, поглощенных при актах ионизации, так что

$$-\Delta\mathcal{E}(x, y, z, \tau) = \Delta\mathcal{N}(x, y, z, \tau) \cdot K\hbar\omega_0. \quad (2.40)$$

В результате получим дифференциальное уравнение для интенсивности светового поля:

$$\frac{\partial I(x, y, z, \tau)}{\partial z} = - \left(\frac{\partial N_e(z, y, z, \tau)}{\partial \tau} \right)_{field} \cdot K\hbar\omega_0. \quad (2.41)$$

Воспользуемся тем, что при поглощении меняется только амплитуда поля, но не его фаза. Тогда $I(z) = \frac{cn_0}{8\pi} |a(z)e^{i\varphi}|^2$ (a — вещественная амплитуда) и

$$\frac{\partial I(z)}{\partial z} = \frac{cn_0}{8\pi} 2a(z) \frac{\partial a(z)}{\partial z}. \quad (2.42)$$

Подставим полученное выражение в (2.41), получим

$$2ik_0 \frac{\partial a(z)}{\partial z} = ik_0 \frac{-K\hbar\omega_0 \left(\frac{\partial N_e}{\partial \tau} \right)_{field}}{\frac{cn_0}{8\pi} a(z)} = ik_0 \frac{-K\hbar\omega_0 \left(\frac{\partial N_e}{\partial \tau} \right)_{field}}{I(z)} a(z), \quad (2.43)$$

откуда после умножения на $e^{i\varphi}$ получим

$$2ik_0 \frac{\partial A(\vec{r}, \tau)}{\partial z} = -ik_0 \alpha(\vec{r}, \tau) A(\vec{r}, \tau), \quad (2.44)$$

где $\alpha(\vec{r}, \tau) = \frac{K\hbar\omega_0 \left(\frac{\partial N_e}{\partial \tau} \right)_{field}}{I(\vec{r}, \tau)}$ — коэффициент затухания, связанный с полевой ионизацией.

Также присутствовать потери в плазме; они могут быть учтены добавлением мнимой части в показатель преломления плазмы. Их появление связано со столкновениями в плазме и имеет порядок $\frac{\nu_c}{\omega_0}$. Ввиду малости частоты столкновений, мы будем пренебрегать этими потерями, считая плазму бесстолкновительной.

Кроме того, среда может быть не полностью прозрачной, так что необходимо учесть и обычные бугеровские потери. Для этого модифицируем коэффициент затухания, добавив в

него постоянное слагаемое:

$$\alpha(\vec{r}, \tau) = \frac{K\hbar\omega_0 \left(\frac{\partial N_e}{\partial \tau} \right)_{field}}{I(\vec{r}, \tau)} + \delta, \quad (2.45)$$

где $\delta = l_{ext}^{-1}$ — коэффициент линейного ослабления, обратный длине экстинкции l_{ext} .

Таким образом, параболическое уравнение для медленно меняющейся комплексной амплитуды светового поля принимает вид

$$\begin{aligned} 2ik_0 \frac{\partial A(\vec{r}, \tau)}{\partial z} = & \Delta_{\perp} A(\vec{r}, \tau) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega A(\vec{r}, \Omega) (k^2(\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1\Omega)^2) e^{i\Omega\tau} + \\ & + \frac{2k_0^2}{n_0} (\Delta n_K(\vec{r}, \tau) + \Delta n_{pl}(\vec{r}, \tau)) A(\vec{r}, \tau) - ik_0 \alpha(\vec{r}, \tau) A(\vec{r}, \tau). \end{aligned} \quad (2.46)$$

2.1.6. Флуктуации показателя преломления

Среда, в которой распространяется излучение, может быть слабо неоднородной, так что ее показатель преломления можно представить в виде суммы постоянной величины и малой добавки:

$$n(\vec{r}) = n_0 + \Delta\tilde{n}(\vec{r}), \quad |\Delta\tilde{n}(\vec{r})| \ll n_0. \quad (2.47)$$

Подобная ситуация имеет место, например, в атмосфере при распространении излучения на протяженных трассах (сотни метров и более). Параболическое уравнение модифицируется путем введения еще одной добавки к показателю преломления (помимо членов, связанных с кубическим откликом среды Δn_K и откликом плазмы Δn_{pl}):

$$\begin{aligned} 2ik_0 \frac{\partial A(\vec{r}, \tau)}{\partial z} = & \Delta_{\perp} A(\vec{r}, \tau) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega A(\vec{r}, \Omega) (k^2(\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1\Omega)^2) e^{i\Omega\tau} + \\ & + \frac{2k_0^2}{n_0} (\Delta n_K(\vec{r}, \tau) + \Delta n_{pl}(\vec{r}, \tau) + \Delta\tilde{n}(\vec{r})) A(\vec{r}, \tau) - ik_0 \alpha(\vec{r}, \tau) A(\vec{r}, \tau). \end{aligned} \quad (2.48)$$

Изменение показателя преломления атмосферного воздуха $\Delta\tilde{n}$ связано с турбулентными флуктуациями плотности воздуха. Эти флуктуации не успевают сколь-нибудь существенно эволюционировать за время импульса, поэтому их можно считать постоянными, что приводит к отсутствию аргумента τ в зависимости (2.47).

Турбулентные флуктуации показателя преломления учитывались в рамках модели фазовых экранов [89], подробнее он рассмотрен в разделе 2.5.

2.2. Уравнение для концентрации свободных электронов в самонаведенной лазерной плазме

2.2.1. Полевая ионизация

Как указывалось выше, распространение мощного фемтосекундного лазерного излучения приводит к образованию разреженной плазмы, которая оказывает обратное влияние на распространяющееся излучение. Это проявляется в наличии в уравнении (2.46) члена Δn_{pl} , зависящего от концентрации свободных электронов $N_e(\vec{r}, \tau)$. Таким образом, необходимо дополнить параболическое уравнение для амплитуды поля уравнением, описывающим динамику концентрации N_e . В случае многокомпонентной системы необходимо записать уравнения динамики всех парциальных концентраций $N_e^{(i)}$. Поскольку концентрация электронов в плазменных каналах при исследуемых фокусировках излучения не превосходит нескольких процентов от концентрации нейтралов, процесс ионизации всегда будет считаться однократным. Многократная ионизация возможна в пучках остросфокусированного излучения, однако в таком случае говорить о филаментации уже некорректно.

Процесс фотоионизации приводит к накоплению свободных электронов, причем изменение концентрации плазмы пропорционально концентрации неионизированных частиц (нейтралов):

$$\frac{\partial N_e(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau} = R(\vec{r}, \tau) \cdot (N_0 - N_e(\vec{r}, \tau)). \quad (2.49)$$

Здесь N_0 — концентрация нейтралов, а R — скорость ионизации, характеризующая вероятность отрыва электрона от нейтрала в единицу времени.

Наиболее распространенной моделью, описывающей ионизацию нейтралов лазерным полем, является модель Келдыша [145]. Ключевым ее параметром является так называемый параметр Келдыша

$$\gamma = \frac{\omega_0 \sqrt{2m_e W_i}}{e|A|}, \quad (2.50)$$

где ω_0 и A — частота и амплитуда поля, e и m_e — заряд и масса электрона, W_i , как и ранее, энергия ионизации нейтрала.

Предельные случаи $\gamma \ll 1$ и $\gamma \gg 1$ соответствуют случаям туннельной и многофотонной ионизации, соответственно. Для инфракрасного диапазона длин волн и максимальных для филаментации в воздухе интенсивностей параметр Келдыша достигает значения порядка 1. Это означает невозможность использования предельных случаев полевой ионизации: туннельного и многофотонного режимов.

В [146] для атомов благородных газов было проведено сравнение нескольких моделей ионизации, являющихся развитием модели Келдыша, например, модели ППТ [147] и АДК [148]. Авторы пришли к выводу, что модель ППТ лучше всего описывает экспериментальные результаты в актуальном для задач филаментации диапазоне интенсивностей.

Модель ППТ предполагает, что внешнее поле гораздо слабее атомного поля, пока электрон не удалится от ядра, а при удалении модель учитывает взаимодействие электрона с

атомным остатком. Кроме того, предполагается, что ионизация происходит в поле плоской монохроматической волны, а атом предполагается водородоподобным. Модель также содержит параметр Z^* , равный заряду остаточного иона после отрыва электрона. Используя этот параметр как подгоночный и приписывая ему дробные значения, можно добиться количественного согласия скорости ионизации молекул, не обладающих сферической симметрией. В [149] на основе экспериментальных измерений с использованием излучения Ti:Sapphire лазера (длина волны 800 нм) были получены оценки эффективного заряда остаточного иона молекул кислорода ($Z^* = 0.53$) и азота ($Z^* = 0.9$). Модель ППТ использовалась в качестве единой модели, пригодной для всего диапазона интенсивностей при филаментации излучения ближнего ИК диапазона.

При филаментации в воздухе излучения ультрафиолетового диапазона характерные интенсивности существенно меньше, параметр Келдыша всегда значительно больше 1, и допустимо использование многофотонного приближения

$$R(I) = \sigma I^K, \quad (2.51)$$

где I — интенсивность лазерного излучения, K — порядок многофотонности (2.39), а σ — сечение процесса фотоионизации, характеризующее вероятность отдельного акта отрыва электрона.

2.2.2. Динамика концентрации электронов

При достаточно большой интенсивности лазерного излучения I оторванные в процессе фотоионизации электроны могут накопить кинетическую энергию, достаточную для ударной ионизации нейтрала при столкновении. Частота ударной ионизации в приближении $\nu_c \ll \omega_0$ равна [10]

$$\nu_i = \frac{\sigma_c}{W_i} I \quad (2.52)$$

где $\sigma_c = \frac{4\pi e^2}{m_e \omega_0^2} \frac{\nu_c}{c n_0}$ — сечение обратного тормозного поглощения, ν_c — частота столкновений электрон-нейтрал.

Кроме того, помимо процесса отрыва электронов вследствие полевой или ударной ионизации, будут идти и обратные процессы релаксации, приводящие к уменьшению концентрации электронов. В газовых средах это процесс рекомбинации электронов и ионов с образованием нейтральной молекулы (и, возможно, ее последующей диссоциации) и процесс налипания электронов к нейтралам с образованием отрицательно заряженного иона (при этом подвижность заряда падает на несколько порядков). Скорость релаксации пропорциональна концентрации электронов в степени L , называемой степенью процесса рекомбинации.

Окончательно, уравнение динамики концентрации свободных электронов записывается в виде

$$\frac{\partial N_e(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau} = R(I(\vec{r}, \tau))(N_0 - N_e(\vec{r}, \tau)) + \nu_i N_e(\vec{r}, \tau) - \beta N_e^L(\vec{r}, \tau). \quad (2.53)$$

Для развития электронной лавины необходимо, чтобы время между актами ударной иони-

зации было меньше длительности импульса: $\nu_i^{-1} \ll \tau_0$. В газовых средах это не так, и процессом лавинной ионизации при филаментации можно пренебречь. Релаксационные процессы в газах при нормальном давлении имеют характерные времена не менее десятков пикосекунд [10], поэтому они также не успеют сказаться на концентрации электронов за время прохождения импульса. По той же причине мы пренебрегаем эффектами пространственного перераспределения заряда (амбиполярной диффузией).

Поэтому в газовых средах уравнение (2.53) упрощается и выглядит так:

$$\frac{\partial N_e(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau} = R(I(\vec{r}, \tau))(N_0 - N_e(\vec{r}, \tau)). \quad (2.54)$$

Для нескольких газовых компонент необходимо записывать несколько уравнений (2.54), по одному на каждую компоненту, со своими скоростями ионизации $R^{(i)}$.

2.3. Постановка задачи филаментации

2.3.1. Нестационарная задача

Нестационарная (полная) задача филаментации описывает пространственно-временную динамику излучения как на начальной стадии филаментации (на этапе самофокусировки), так и на стадии развитого филамента. Объединяя уравнение для медленно меняющейся комплексной амплитуды поля A (2.48) и уравнение для концентрации свободных носителей N_e (2.53), получим самосогласованную систему:

$$2ik_0 \frac{\partial A(\vec{r}, \tau)}{\partial z} = \Delta_{\perp} A(\vec{r}, \tau) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega A(\vec{r}, \Omega) (k^2(\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1\Omega)^2) e^{i\Omega\tau} + \frac{2k_0^2}{n_0} (\Delta n_K(\vec{r}, \tau) + \Delta n_{pl}(\vec{r}, \tau) + \Delta \tilde{n}(\vec{r})) A(\vec{r}, \tau) - ik_0 \alpha(\vec{r}, \tau) A(\vec{r}, \tau), \quad (2.55a)$$

$$\frac{\partial N_e(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau} = R(I(\vec{r}, \tau))(N_0 - N_e(\vec{r}, \tau)). \quad (2.55b)$$

К системе уравнений (2.55) необходимо добавить начальные и граничные условия:

$$A(x, y, z = 0, \tau) = A_0(x, y, \tau), \quad (2.56)$$

$$A(x = \pm\infty, y, z, \tau) = A(x, y = \pm\infty, z, \tau) = A(x, y, z, \tau = \pm\infty) = 0, \quad (2.57)$$

$$N_e(x = \pm\infty, y, z, \tau) = N_e(x, y = \pm\infty, z, \tau) = N_e(x, y, z, \tau = -\infty) = 0. \quad (2.58)$$

Последнее условие в (2.58) означает отсутствие свободных электронов до прихода импульса.

Часто начальные условия могут иметь вид гауссова импульса с произвольным профилем пучка:

$$A_0(x, y, \tau) = G(x, y) e^{-\frac{\tau^2}{2\tau_0^2}}; \quad (2.59)$$

с гауссовым профилем пучка выражение 2.59 принимает вид

$$A_0(x, y, \tau) = A_0 e^{-\frac{x^2 + y^2}{2r_0^2}} e^{-\frac{\tau^2}{2\tau_0^2}}. \quad (2.60)$$

Параметр τ_0 характеризует длительность импульса и связан с обычно приводимой в экспериментальных работах полной длительностью по полувысоте τ_{FWHM} соотношением

$$\tau_{\text{FWHM}} = \tau_0 \cdot 2\sqrt{\ln 2}. \quad (2.61)$$

Параметр r_0 называется радиусом пучка по уровню e^{-1} по интенсивности и связан с часто приводимым в экспериментальных работах радиусом пучка по уровню e^{-2} по интенсивности r_{exp} соотношением

$$r_{\text{exp}} = r_0 \cdot \sqrt{2}. \quad (2.62)$$

В случае, если среда однородна ($\Delta\tilde{n}(\vec{r}) = 0$), а начальное условие для поля (2.56) обладает радиальной симметрией, решение системы (2.55) также будет обладать радиальной симметрией, что позволяет использовать только одну координату $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ в поперечном сечении. Тогда система (2.55–2.58) принимает вид:

$$2ik_0 \frac{\partial A(\rho, z, \tau)}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial A(\rho, z, \tau)}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega A(\rho, z, \Omega) (k^2(\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1 \Omega)^2) e^{i\Omega\tau} + \frac{2k_0^2}{n_0} (\Delta n_K(\rho, z, \tau) + \Delta n_{pl}(\rho, z, \tau)) A(\rho, z, \tau) - ik_0 \alpha(\rho, z, \tau) A(\rho, z, \tau) \quad (2.63a)$$

$$\frac{\partial N_e(\rho, z, \tau)}{\partial \tau} = R(I(\rho, z, \tau))(N_0 - N_e(\rho, z, \tau)), \quad (2.63b)$$

$$A(\rho, z = 0, \tau) = A_0(\rho, \tau), \quad (2.64)$$

$$A(\rho = \infty, z, \tau) = A(\rho, z, \tau = \pm\infty) = 0, \quad (2.65)$$

$$N_e(\rho = \infty, z, \tau) = N_e(\rho, z, \tau = -\infty) = 0. \quad (2.66)$$

Отметим, что радиально симметричный подход в любом случае нельзя использовать, если пиковая мощность лазерного импульса превосходит критическую мощность самофокусировки в десятки и более раз, поскольку вследствие модуляционной неустойчивости [3] даже минимальные нарушения симметрии в начальном профиле пучка или минимальные отличия среды от однородной приведут к распаду пучка на отдельные субструктуры и развитию множественной филаментации.

2.3.2. Стационарная задача

Часто исследуется только начальная стадия филаментации (самофокусировка). Тогда в рамках модели движущихся фокусов можно следить за центральным временным слоем импульса, обладающим пиковой мощностью. Поскольку этот временной слой пройдет свой

нелинейный фокус первым, влияние плазмы от передних временных слоев оказывается пренебрежимо малым и им можно пренебречь.

Кроме того, если рассматривать не слишком короткие импульсы (от 100 фс и более), можно также пренебречь дисперсионными эффектами, поскольку характерное расстояние их развития — дисперсионная длина — оказывается существенно больше расстояния до старта филамента. Например, дисперсионная длина импульса длительностью 100 фс в воздухе превосходит 100 м, в то время как нелинейная длина пучка диаметром 5 мм и мощностью $5 P_{cr}$ на длине волны 800 нм составляет 13 м. Если пучок сфокусирован, продольные пространственные масштабы дополнительно сокращаются. Следует отметить, что по мере приближения к старту филамента импульс будет испытывать укрупнение волнового фронта, что приведет к уменьшению длительности и дисперсионной длины. Однако сравнимой с нелинейной длиной дисперсионная длина станет только при развитой филаментации, которая в любом случае не может описываться в стационарной постановке.

Наконец, будем также пренебрегать запаздыванием отклика, оценив в $2.23 g \approx 0$. Если длительность импульса существенно превосходит характерное время запаздывающего отклика (около 40 фс), то сделанное допущение приведет к небольшому завышению параметра n_2 (порядка 25%), которое оказывается меньше, чем разброс значений n_2 , известных в литературе.

При сделанных предположениях полная задача филаментации сводится к стационарной задаче самофокусировки

$$2ik_0 \frac{\partial A(x, y, z)}{\partial z} = \Delta_{\perp} A(x, y, z) + \frac{2k_0^2}{n_0} (\Delta n_K(x, y, z) + \Delta \tilde{n}(\vec{r})) A(x, y, z), \quad (2.67)$$

где временная координата τ является параметром и положена равной 0. Тем самым производится рассмотрение процесса самофокусировки центрального временного слоя, содержащего пиковую мощность.

Это рассмотрение справедливо вплоть до достижения характерных для филамента интенсивностей 10^{13} – 10^{14} Вт/см², то есть до точки старта филамента. Таким образом, решение более простой стационарной задачи позволяет получить информацию о начале филамента, но не о его развитии.

2.3.3. Краткий обзор численных моделей нелинейного распространения импульсов

Полученные системы (2.55, 2.67) уже давно используются при моделировании филаментации и прошли детальную апробацию. Лежащий в их основе метод медленно меняющихся амплитуд восходит к задачам теории нелинейных колебаний в электрических цепях и работам Б. ван дер Поля [150–152]. Применительно к задачам лазерной физики он был развит Р.В. Хохловым и подробно изложен в [153].

Ключевым для метода медленно меняющихся амплитуд является понятие огибающей импульса. Для импульсов длительностью в несколько периодов колебаний использовать его

затруднительно. Непосредственное полевое рассмотрение часто проводится в приближении двухуровневой среды и приводит к уравнениям вида уравнения Кортевега — де Фриза или синус-Гордона [154]. Однако в двухуровневом приближении коэффициент керровской нелинейности оказывается отрицательным [155], что противоречит эксперименту. Причина в том, что двухуровневый механизм, как правило, не является основным при нерезонансном взаимодействии излучения с веществом. Кроме того, двухуровневое приближение также описывает только нормальную дисперсию групповой скорости.

В [156, 157] для учета поляризационного отклика среды предложено использовать модель связанных осцилляторов электронной и электрон-ионной (рамановской) природы. Полная поляризация дается суммой двух компонент, причем электрон-ионной компонентой, как правило, можно пренебречь. Там же приведен вывод однонаправленного уравнения распространения плоской волны в нелинейной среде в нерезонансном приближении. Релаксацией нелинейного отклика поляризации также пренебрегалось. На базе полученного уравнения было получено качественное различие в поведении импульса в случаях, когда спектр его лежит в области нормальной и аномальной групповых дисперсий. Также были получены соотношения на предельную длительность оптического солитона.

Развитие этого подхода представлено в [158], где приведено численное моделирование самофокусировки гауссового импульса с конечной апертурой, имеющего предельно короткую длительность (около 6 фс). Было продемонстрировано формирование «гантелеподобной» формы импульса, состоящего из двух субимпульсов. Построенная модель не привела к возникновению сингулярности поля при самофокусировке, что свойственно моделям, основанным на параболическом приближении для огибающей поля, и требует учета в них дефокусирующих слагаемых (плазменной нелинейности или высших полевых нелинейностей).

В [132] метод медленно меняющихся амплитуд (slowly-varying-envelope approximation, SVEA) был модифицирован для описания нелинейного распространения предельно коротких импульсов. Эта модификация получила название метод медленно меняющейся волны (slowly-evolving-wave approximation, SEWA). Последний требует не только медленное изменение амплитуды, но и фазы поля (той ее части, которая не связана с дисперсией нулевого и первого порядка). В свою очередь, SEWA снимает ограничение SVEA на длительность импульса. На базе построенного метода в указанной работе также приведено получение параболического уравнения на амплитуду светового поля, учитывающее эффекты дифракции, дисперсии, а также нелинейного отклика поляризации среды. В несколько более простом виде оно приведено и используется в [159], где также делается вывод о применимости метода к задаче самоукручения волнового фронта импульса. Нелинейный отклик поляризации в обоих работах сводится к мгновенному керровскому отклику. В качестве базового численного метода интегрирования полученных уравнений берется метод Кранка-Николсона с использованием Фурье-метода после расщепления по физическим факторам.

В [160] керровская нелинейность в отклике поляризации была дополнена плазменной нелинейностью, причем в уравнении для концентрации плазмы учитывалась только многофотонная ионизация в приближении разреженной плазмы ($N_e \ll N_0$). Кроме того, учитывал-

ся запаздывающий керровский отклик. В [161] дополнительно учитывается вклад столкновений в плазменную нелинейность, а также слагаемое, описывающее генерацию плазменных (кильватерных) волн. При описании динамики плазмы учитывается не только многофотонная, но и туннельная ионизация. Также учитываются релаксационные процессы: прилипание электронов к нейтралам и электрон-ионная рекомбинация. В [162] дополнительно учтена столкновительная ионизация.

Более общим, чем уравнение SEWA, является однонаправленное уравнение распространения импульса (unidirectional pulse propagation equation, UPPE) [163]. В нем не используется приближение $\text{div} \vec{E} = 0$, которое в спектрально-угловом подходе эквивалентно приближению $k_z \approx k_0$. В [164] указывается на применимость UPPE для описания распространения жестко сфокусированных импульсов, когда числовая апертура составляет 0.1–1. Кроме того, это векторное уравнение, поэтому оно может использоваться для моделирования произвольно поляризованных импульсов. Более подробно вывод нелинейных слагаемых в методе UPPE приведен в [165]. Там же обсуждаются вопросы его численного интегрирования, а также вывода на его основе других уравнений нелинейной оптики.

2.4. Количественные характеристики атмосферного воздуха

В расчетах атмосферный воздух считался двухкомпонентной газовой смесью, состоящей на 79% из молекулярного азота и на 21% из молекулярного кислорода. Полная концентрация нейтралов N_0 составляла $2.7 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Уравнения на концентрацию электронов (2.54) имели вид

$$N_e = N_e^{(1)} + N_e^{(2)} \quad (2.68)$$

$$\frac{\partial N_e^{(1)}(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau} = R^{(1)}(I(\vec{r}, \tau))(N_0^{(1)} - N_e^{(1)}(\vec{r}, \tau)) \quad (2.69)$$

$$\frac{\partial N_e^{(2)}(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau} = R^{(2)}(I(\vec{r}, \tau))(N_0^{(2)} - N_e^{(2)}(\vec{r}, \tau)) \quad (2.70)$$

с начальными концентрациями $N_0^{(1)} = 0.21n_L$ и $N_0^{(2)} = 0.79n_L$, где $n_L = 2.7 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ — число Лошмидта.

Для учета дисперсии воздуха использовалась формула Коши

$$n(\lambda) = 1 + A(1 + \frac{B}{\lambda^2}) \quad (2.71)$$

с параметрами $A = 2.73 \cdot 10^{-4}$, $B = 7.52 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ [166].

Коэффициент керровской нелинейности воздуха n_2 равнялся $3.98 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2 \cdot \text{Вт}^{-1}$ для длины волны 800 нм и $13.36 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2 \cdot \text{Вт}^{-1}$ для длины волны 248 нм [134, 142, 167]. Это соответствует критической мощности самофокусировки, равной 2.4 ГВт и 70 МВт, соответственно. Для длины волны 744 нм параметр n_2 оценивался равным $4.16 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2 \cdot \text{Вт}^{-1}$ по

модели, предложенной в [168]. Согласно этой модели дисперсионная зависимость коэффициента кубической нелинейности можно аппроксимировать законом Коши $n_2(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2}$, параметры которой определялись по известным из литературы значениям n_2 для разных длин волн. Параметр g нелинейного керровского отклика (2.23) в нестационарной задаче равнялся $\frac{1}{2}$, инерционность отклика (2.21) описывалась параметрами $\Gamma = 26$ ТГц, $\Omega = 20.6$ ТГц [143].

Для описания процесса полевой ионизации инфракрасным излучением с длиной волны 800 нм в рамках модели ППТ использовались энергии ионизации молекулярных кислорода и азота, равные 12.1 эВ и 15.6 эВ, соответственно [169]. Эффективные заряды остаточного иона равнялись, соответственно, $Z^* = 0.53$ и $Z^* = 0.9$ [149]. Порядки многофотонности составляли $K_{O_2} = 8$ и $K_{N_2} = 11$.

Полевая ионизация молекул воздуха излучением с длиной волны 248 нм описывалась в рамках многофотонного приближения (2.51). В [74, 77, 170] приведены различные оценки сечений процесса многофотонной ионизации молекул кислорода и азота, по которым были выбраны средние значения $\sigma_{O_2} = 1.34 \cdot 10^{-27} \text{ см}^6 \text{ с}^{-1} \text{ Вт}^{-3}$ и $\sigma_{N_2} = 2.4 \cdot 10^{-43} \text{ см}^8 \text{ с}^{-1} \text{ Вт}^{-4}$.

Ударная ионизация, релаксация концентрации свободных электронов за время импульса, а также бугеровское поглощение в воздухе считались пренебрежимо малыми.

2.5. Численные методы решения задачи филаментации

2.5.1. Дискретизация координат

В работе использовались конечно-разностные методы, для которых необходимо предварительно дискретизировать координаты x , y и τ (или ρ и τ для осесимметричной задачи, или x и y для стационарной задачи). Координата z является эволюционной, ее дискретизация автоматически выполнялась при совершении дискретных шагов Δz_k .

Дисперсионн Для этого использовалось быстрое преобразование Фурье (см. 2.5.3). Для этого, в свою очередь, потребовалось использовать равномерную сетку по временной координате τ :

$$\tau \longrightarrow \tau_m = \Delta\tau \left(m - \frac{N_t - 1}{2} \right), \quad m = \overline{0, N_t - 1}, \quad (2.72)$$

где $\Delta\tau$ — шаг сетки по времени, N_t — количество точек по временной координате. Полный размер сетки по времени равнялся $\Delta T = \Delta\tau(N_t - 1)$ и выбирался таким, чтобы он был в 10–12 раз больше длительности импульса τ_0 .

При отсутствии радиальной симметрии для подзадачи дифракции использовался переход от пространственных координат (x, y) к угловым (k_x, k_y) , для чего также применялось быстрое преобразование Фурье (см. 2.5.3), поэтому сетка по поперечным пространственным

координатам также была равномерная:

$$x \longrightarrow x_i = \Delta x \left(i - \frac{N_x - 1}{2} \right), \quad i = \overline{0, N_x - 1}, \quad (2.73)$$

$$y \longrightarrow y_j = \Delta y \left(j - \frac{N_y - 1}{2} \right), \quad j = \overline{0, N_y - 1}. \quad (2.74)$$

Здесь Δx , Δy — шаги по пространственным координатам, N_x , N_y — количество точек сетки по ним. Полный размер сетки составлял $\Delta X \times \Delta Y = \Delta x(N_x - 1) \times \Delta y(N_y - 1)$ и выбирался в 10–12 раз больше радиуса пучка r_0 . В расчетах использовались только квадратные сетки: $\Delta X = \Delta Y$, $N_x = N_y$.

В случае радиально симметричной задачи вместо преобразования Фурье можно было бы использовать преобразование Ханкеля, однако готовые реализации существенно менее доступны, и, кроме того, это преобразование обладает худшими свойствами [171]. Поэтому для осесимметричной задачи использовалась конечно-разностная схема. Последняя не требует равномерности сетки, поэтому сетка по радиальной координате ρ была неравномерной. Конкретно, для вычисления шага $\Delta \rho_i$ использовалась следующая формула:

$$\Delta \rho_i = \begin{cases} \Delta \rho & 0 \leq i < N_1, \\ \Delta \rho_{i-1} \cdot \varepsilon & N_1 \leq i < N - 1. \end{cases} \quad (2.75)$$

Кроме того, нулевой расчетный узел брался смещенным на полшага от начала координат координат: $\rho_0 = \frac{1}{2} \Delta \rho$. Это было сделано для избежания особенности оператора Лапласа в нуле в случае радиально симметричной постановки.

Таким образом, сетка была равномерной с шагом $\Delta \rho$ в приосевой области на протяжении N_1 шагов, а затем шаг увеличивался с постоянным инкрементом ε , который в разных расчетах составлял величину около $1.001 \div 1.01$. Даже такое незначительное увеличение шага приводило к существенной экономии расчетных точек в удаленной от центра области, которая не требует высокого пространственного разрешения.

2.5.2. Метод расщепления по физическим факторам

При численном решении задачи филаментации (2.55) и стационарной задачи самофокусировки (2.67) координата z является эволюционной, что приводит к задаче нахождения поля $A(x, y, z_{k+1}, \tau)$ по известным значениям на предыдущем шаге $A(x, y, z_k, \tau)$. С этой целью использовался метод расщепления по физическим факторам [172]. Он состоит в отдельном учете линейных и нелинейных факторов на каждом шаге $\Delta z_k = z_{k+1} - z_k$.

Схему метода расщепления можно представить следующим образом:

$$A(x, y, z_k, \tau) \xrightarrow[\text{lin}]{\Delta z_k} \tilde{A}(x, y, \tau) \xrightarrow[\text{nonlin}]{\Delta z_k} A(x, y, z + \Delta z_k, \tau), \quad (2.76)$$

$$A(x, y, z_k, \tau) \xrightarrow[\text{nonlin}]{\Delta z_k} \tilde{A}(x, y, \tau) \xrightarrow[\text{lin}]{\Delta z_k} A(x, y, z_k + \Delta z_k, \tau). \quad (2.77)$$

В первом варианте (2.76) вначале выполняется интегрирование уравнения (2.55a) (или (2.63a) в случае осесимметричной постановки) с шагом Δz_k с учетом только линейных факторов: дифракции и дисперсии. Затем, используя полученный промежуточный результат $\tilde{A}(x, y, \tau)$, выполняется повторное интегрирование того же уравнения вместе с уравнением (2.55b) (или (2.63b)) с учетом только нелинейных факторов: керровской и плазменной нелинейностей, а также поглощения (в том числе бугеровского). Второй вариант (2.77) отличается только порядком учета слагаемых: вначале нелинейные, затем линейные.

Лучший порядок аппроксимации показывают схемы с чередованием (двухцикличная процедура расщепления):

$$A(x, y, z_k, \tau) \xrightarrow[\text{lin}]{0.5\Delta z_k} \tilde{A}(x, y, \tau) \xrightarrow[\text{nonlin}]{\Delta z} \tilde{\tilde{A}}(x, y, \tau) \xrightarrow[\text{lin}]{0.5\Delta z} A(x, y, z + \Delta z_k, \tau), \quad (2.78)$$

$$A(x, y, z_k, \tau) \xrightarrow[\text{nonlin}]{0.5\Delta z_k} \tilde{A}(x, y, \tau) \xrightarrow[\text{lin}]{\Delta z} \tilde{\tilde{A}}(x, y, \tau) \xrightarrow[\text{nonlin}]{0.5\Delta z} A(x, y, z_k + \Delta z_k, \tau). \quad (2.79)$$

Схема (2.78) требует двукратного расчета линейных слагаемых на одном шаге интегрирования, что является более затратным с точки зрения времени вычислений по сравнению с (2.79). Правда, после первого шага первый полушаг очередной итерации можно объединить с последним полушагом предыдущей, но тогда не удастся узнать значения физических величин после полного шага. Поэтому из приведенных схем использовалась последняя схема (2.79). Она лишь немного уступает в скорости расчета простым схемам (2.76, 2.77), но позволяет использовать больший шаг интегрирования Δz .

В случае стационарной задачи самофокусировки схема метода расщепления остается прежней, за исключением состава линейных и нелинейных членов (учитываются только дифракция и керровская нелинейность).

2.5.3. Учет дифракции и дисперсии

Неосесимметричная задача

Учет линейных факторов в неосесимметричной постановке задачи филаментации или стационарной задачи самофокусировки осуществлялся в спектрально-угловом пространстве.

Уравнение (2.55a) на этапе учета линейных факторов имело вид

$$2ik_0 \frac{\partial A(x, y, z, \tau)}{\partial z} = \Delta_{\perp} A(x, y, z, \tau) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega A(x, y, z, \Omega) (k^2(\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1\Omega)^2) e^{i\Omega\tau}, \quad (2.80)$$

Перейдем от поля $A(x, y, z, \tau)$ и частотного спектра $A(x, y, z, \Omega)$ (2.9) к его частотно-угловому спектру

$$A(x, y, z, \tau) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint A(k_x, k_y, z, \Omega) e^{i\Omega\tau + ik_x x + ik_y y} dk_x dk_y d\Omega. \quad (2.81)$$

Уравнение (2.80) примет вид

$$2ik_0 \frac{\partial A(k_x, k_y, z, \Omega)}{\partial z} = (-k_x^2 - k_y^2) A(k_x, k_y, z, \Omega) + (k^2(\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1\Omega)^2) A(k_x, k_y, z, \Omega). \quad (2.82)$$

Нетрудно видеть, что аргументы k_x , k_y и Ω являются параметрами, а само уравнение превратилось в обыкновенное линейное дифференциальное уравнение. Его решение при известном начальном условии $A(k_x, k_y, z_k, \Omega)$ дается формулой:

$$A(k_x, k_y, z_k + \Delta z_k, \Omega) = A(k_x, k_y, z_k, \Omega) \cdot e^{\frac{-k_x^2 - k_y^2 + k^2(\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1\Omega)^2}{2ik_0} \Delta z_k}. \quad (2.83)$$

Решение в пространственно-временном представлении получается применением обратного преобразования Фурье:

$$A(x, y, z_k + \Delta z_k, \tau) = \iiint A(k_x, k_y, z_k + \Delta z_k, \Omega) \cdot e^{-i\Omega\tau - ik_x x - ik_y y} d\Omega dk_x dk_y. \quad (2.84)$$

В случае стационарной задачи, в которой не учитывается дисперсия, в 2.82 следует отбросить дисперсионный член, считая, что $k(\omega_0 + \Omega) = k_0 + k_1\Omega$.

После дискретизации переменных преобразования (2.81, 2.84) заменяются на дискретные преобразования Фурье.

Осесимметричная задача

Учет дисперсии в осесимметричной задаче происходил аналогично неосесимметричной, но без перехода к угловым гармоникам:

$$A(\rho, z_k + \Delta z_k, \Omega) = A(\rho, z_k, \Omega) \cdot e^{\frac{k^2(\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1\Omega)^2}{2ik_0} \Delta z_k}. \quad (2.85)$$

Учет дифракции выполнялся отдельно от учета дисперсии, то есть производилось дальнейшее расщепление по физическим факторам.

Для радиальной части оператора Лапласа была построена аппроксимация третьего по-

рядка точности

$$\left. \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial A}{\partial \rho} \right) \right|_i \approx \alpha_i A_{i-1} + \beta_i A_i + \gamma_i A_{i+1} \quad (2.86)$$

с коэффициентами

$$\alpha_i = \frac{3 - \frac{\rho_{i+1}}{\rho_i}}{(\rho_{i-1} - \rho_i)(\rho_{i-1} - \rho_{i+1})}, \quad (2.87)$$

$$\gamma_i = \frac{3 - \frac{\rho_{i-1}}{\rho_i}}{(\rho_{i+1} - \rho_i)(\rho_{i+1} - \rho_{i-1})}, \quad (2.88)$$

$$\beta_i = -\alpha_i - \gamma_i. \quad (2.89)$$

Используя приведенную аппроксимацию, построим схему Кранка-Николсона для уравнения дифракции

$$2ik_0 \frac{\partial A(\rho, z, \tau)}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial A}{\partial \rho} \right) \quad (2.90)$$

$$2ik_0 \frac{A_i^{k+1} - A_i^k}{\Delta z_k} = \frac{1}{2} (\alpha_i A_{i-1}^k + \beta_i A_i^k + \gamma_i A_{i+1}^k + \alpha_i A_{i-1}^{k+1} + \beta_i A_i^{k+1} + \gamma_i A_{i+1}^{k+1}), \quad (2.91)$$

откуда легко получить систему линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей:

$$\alpha_i A_{i-1}^{k+1} + (\beta_i - \frac{4ik_0}{\Delta z_k}) A_i^{k+1} + \gamma_i A_{i+1}^{k+1} = -\alpha_i A_{i-1}^k - (\beta_i + \frac{4ik_0}{\Delta z_k}) A_i^k - \gamma_i A_{i+1}^k, \quad (2.92)$$

где $i = \overline{1, N-2}$. Остается добавить граничные условия.

На правом конце использовались нулевые граничные условия второго рода, аппроксимация которых имела вид

$$A_{N-2}^{k+1} - A_{N-1}^{k+1} = 0. \quad (2.93)$$

Нетрудно видеть, что при смещении нулевого расчетного узла на полшага $\rho_1 = 3\rho_0$, поэтому $\alpha_0 = 0$. Кроме того, можно формально положить $\rho_{-1} = -\frac{1}{2}\Delta\rho$. Тогда $\gamma_0 = -\beta_0 = \frac{2}{(\Delta\rho)^2}$. В итоге, при $i = 0$ разностное уравнение (2.92) будет иметь вид

$$\left(-\frac{2}{(\Delta\rho)^2} - \frac{4ik_0}{\Delta z_k} \right) A_0^{k+1} + \frac{2}{(\Delta\rho)^2} A_1^{k+1} = -\left(-\frac{2}{(\Delta\rho)^2} + \frac{4ik_0}{\Delta z_k} \right) A_0^k - \frac{2}{(\Delta\rho)^2} A_1^k, \quad (2.94)$$

или после упрощения

$$\left(1 + \frac{2ik_0(\Delta\rho)^2}{\Delta z_k} \right) A_0^{k+1} - A_1^{k+1} = -\left(1 - \frac{2ik_0(\Delta\rho)^2}{\Delta z_k} \right) A_0^k + A_1^k. \quad (2.95)$$

Полученная система линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей легко решается методом прогонки.

2.5.4. Учет нелинейных факторов и затухания

На этом этапе необходимо проинтегрировать систему (2.55) с отброшенными дифракционным и дисперсионным членами:

$$2ik_0 \frac{\partial A(x, y, z, \tau)}{\partial z} = \frac{2k_0^2}{n_0} (\Delta n_K(x, y, z, \tau) + \Delta n_{pl}(x, y, z, \tau)) A(\vec{r}, \tau) - ik_0 \alpha(x, y, z, \tau) A(x, y, z, \tau), \quad (2.96a)$$

$$\frac{\partial N_e(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = R(I(x, y, z, \tau))(N_0 - N_e(x, y, z, \tau)). \quad (2.96b)$$

Как показывают оценки, потери энергии импульсом за один шаг интегрирования крайне малы, поэтому можно считать, что интенсивность $I(x, y, z, \tau)$ остается «замороженной» для нелинейных процессов. Это позволяет нам проинтегрировать второе уравнение и получить наведенную временным слоем τ в данной точке пространства (x, y, z) концентрацию электронов $N_e(x, y, z, \tau_m + \Delta\tau)$:

$$N_e(x, y, z, \tau_m + \Delta\tau) = N_0 - e^{-R(I(x, y, z, \tau_m))\Delta\tau} (N_0 - N_e(x, y, z, \tau_m)). \quad (2.97)$$

Зная изменение числа электронов, можно определить потери излучения на ионизацию среды, вычислив коэффициент $\alpha(x, y, z, \tau)$ по формуле (2.45).

Керровская добавка к показателю преломления определяется по формуле (2.21). Для численного интегрирования инерционного отклика использовался метод трапеций.

Теперь, когда коэффициенты Δn_K , Δn_{pl} , α определены, можно проинтегрировать уравнение (2.96a). Оно допускает точное решение (конечно, в предположении «замороженности» интенсивности):

$$A(x, y, z_k + \Delta z_k, \tau) = A(x, y, z_k, \tau) \cdot e^{i\varphi_{nl}(x, y, z_k, \tau)} \cdot e^{-\frac{\alpha}{2}\Delta z_k}, \quad (2.98)$$

где

$$\varphi_{nl}(x, y, z_k, \tau) = -i \frac{k_0}{n_0} (\Delta n_K + \Delta n_{pl}) \Delta z_k. \quad (2.99)$$

нелинейный набег фазы.

Подход к интегрированию системы (2.96) в случае осесимметричной задачи остается тем же, поскольку во всех выкладках текущего раздела пространственные координаты x и y являются параметрами и могут быть без последствий заменены единой координатой ρ .

2.5.5. Учет турбулентных флуктуаций показателя преломления

Аналитическое исследование филаментации лазерного импульса в турбулентной атмосфере затруднено ввиду случайности флуктуаций показателя преломления. При сравнительно небольшой мощности излучения можно считать нелинейные факторы малыми добавками и провести рассмотрение задачи при определенных приближениях, например, в приближении

заданной формы пучка [173]. В общем случае, однако, такое приближение не оправдывается, и необходимо проводить статистическое численное моделирование.

Учет влияния турбулентных флуктуаций показателя преломления атмосферы осуществлялся в рамках модели фазовых экранов [89]. Согласно этой модели, слой атмосферы толщиной δz_{turb} (обычно 2–5 метров) заменяется тонким фазовым экраном, расположенным посередине слоя, при прохождении которого пучок получает фазовый набег, как от всего слоя:

$$A(x, y, z_{screen} + 0, \tau) = A(x, y, z_{screen} - 0, \tau) \cdot e^{i\varphi(x, y)}. \quad (2.100)$$

Толщина стягиваемого слоя не должна быть очень большой, в противном случае распространение пучка сквозь слой уже нельзя будет рассматривать как получение фазового набег, поскольку вследствие дифракции исказится поперечное распределение интенсивности. Если расстояние между экранами превосходит максимальный по размеру масштаб флуктуаций (так называемый внешний масштаб турбулентности), то фазовые экраны можно считать статистически независимыми.

В качестве модели турбулентной атмосферы использовалась модель с модифицированным кармановским спектром пространственных флуктуаций показателя преломления

$$S_n(k) = 0.033 C_n^2 (k^2 + \kappa_0^2)^{-11/6} \exp\left(-\frac{k^2}{\kappa_m^2}\right). \quad (2.101)$$

Здесь k — поперечное волновое число, $\kappa_0 = \frac{2\pi}{L_0}$, $\kappa_m = \frac{5.92}{l_0}$, где L_0 и l_0 — внешний и внутренний масштабы турбулентности. Внешний масштаб турбулентности на горизонтальной трассе часто можно оценить как характерную высоту трассы над поверхностью. В расчетах он выбирался равным 1 м, что значительно превосходит размеры использовавшихся пучков. Внутренний масштаб турбулентности составляет обычно около 1–3 мм. Структурная постоянная C_n^2 определяет интенсивность турбулентных флуктуаций, чем больше ее значение, тем больше амплитуда флуктуаций. Для спокойной атмосферы $C_n^2 \simeq 10^{-17} \text{ см}^{-2/3}$, величина $C_n^2 \simeq 10^{-13} \text{ см}^{-2/3}$ соответствует очень сильной турбулентности [174].

2.5.6. Адаптивный шаг интегрирования

Правильный выбор шага интегрирования Δz чрезвычайно важен для получения корректного результата моделирования за приемлемое время. По отдельности уравнения, содержащие только линейные (2.80) и только нелинейные факторы (2.96), могут быть проинтегрированы с достаточно большим шагом, поскольку известны их точные решения. Однако взаимное влияние этих факторов не дает возможности так поступить. Нелинейный набег фазы оказывает влияние на дифракцию, приводя, в частности, к самофокусировке, и на дисперсию, приводя к фазовой самомодуляции, самосжатию импульса и прочему. Изменение интенсивности при дифракции и дисперсии приводит к нарушению предположения о «замороженности» интенсивности для нелинейных процессов. Поэтому шаг интегрирования необходимо ограничить.

С другой стороны, шаг интегрирования для области развитого филамента в атмосфере доходил до величин порядка 1 мкм, что гораздо меньше необходимого шага для области, предшествующей филаментации. На этапе самофокусировки, когда нелинейные факторы еще слабы, допустим гораздо больший шаг, позволяющий существенно сократить время вычислений, по крайней мере, для начального этапа распространения импульса. Однако в общем случае невозможно предсказать, где начнется область интегрирования, требующая малого шага Δz_k . Поэтому шаг интегрирования должен быть не только переменным, но и адаптивным, подстраиваясь под получаемое решение.

Для оценки пригодности текущего шага интегрирования использовался простой критерий, основанный на требовании малости нелинейного фазового набег (2.99): $\max_{x,y,\tau} |\varphi_{nl}| \leq 0.01$. Константа 0.01 была подобрана эмпирически. Если нелинейный набег превосходил пороговое значение, следующий шаг интегрирования пропорционально уменьшался:

$$\Delta z_{k+1} = \Delta z_k \frac{\max_{x,y,\tau} |\varphi_{nl}(x,y)|}{0.01}. \quad (2.102)$$

2.6. Параллельные алгоритмы решения задачи филаментации

2.6.1. Оценка объема вычислительной нагрузки

В случае общей задачи филаментации (2.55) на каждом шаге по эволюционной координате z необходимо иметь данные о значениях комплексной амплитуды поля во всех точках расчетной сетки $A_{i,j,m} = A(x_i, y_j, \tau_m)$, $0 \leq i \leq N_x - 1$, $0 \leq j \leq N_y - 1$, $0 \leq m \leq N_t - 1$. Таким образом, в памяти программы должны храниться и обрабатываться данные о значениях поля в $N_x \times N_y \times N_t$ точках сетки.

Количество точек по поперечным пространственным координатам определяется, с одной стороны, необходимостью разместить на сетке весь лазерный пучок, так чтобы поле на границе сетки было исчезающе малым, и, с другой стороны, необходимостью иметь высокое пространственное разрешение, чтобы прописать тонкую структуру филаментов и плазменных каналов. Размер сетки, таким образом, должен быть в 10–12 раз больше радиуса пучка r_0 , а шаг сетки — как минимум на порядок меньше диаметра филаментов и плазменных каналов. Оценив радиус пучка величиной 2 мм, а диаметр каналов — величиной 20 мкм, получим полное число точек по поперечной координате $N_x = N_y \simeq 10^4$.

Количество точек по временной координате можно оценить из тех же соображений, считая длительность импульса равной 100 фс, а минимально необходимое временное разрешение равным 1 фс. В результате, $N_t \simeq 10^3$.

Таким образом, полное число точек расчетной сетки достигает величины 10^{11} . Для хранения всей трехмерной матрицы значений поля потребуется порядка 1.5 Тбайт оперативной памяти. Кроме того, число шагов интегрирования по эволюционной координате z достигает 10^3 – 10^4 , что приводит к необходимости использования распределенных вычислений и

параллельных алгоритмов для работы с данными. Основной архитектурой для проведения вычислений в таком случае будут системы с массовым параллелизмом — вычислительные кластеры, в которых большое количество вычислительных узлов объединены общей коммуникационной сетью.

Основным при построении параллельного алгоритма является вопрос разделения данных между работающими процессами или потоками. Разница между процессами и потоками состоит в том, что процессы могут быть запущены на различных вычислительных узлах кластера. При этом один процесс не будет иметь прямого доступа к оперативной памяти другого, в связи с чем необходимо выполнять передачу данных между расчетными узлами. Потоки же работают в рамках общей памяти, что, однако, сильно ограничивает масштабируемость, поскольку максимальное количество независимых вычислительных ядер на современных процессорах обычно не превосходит 8–16.

Ниже мы рассмотрим построение параллельных алгоритмов решения стационарной задачи самофокусировки и нестационарной задачи филаментации при наличии и при отсутствии осевой симметрии, во всех случаях предполагая работу на системе с разделенной памятью.

2.6.2. Стационарная задача

В стационарной задаче отсутствует временная координата, поэтому объем хранимых и обрабатываемых данных по полю уменьшается и достигает величины 1–10 Гбайт. Вычисления с таким объемом данных уже могут быть проведены на современных персональных компьютерах. Однако и здесь технологии параллельного программирования способны существенно сократить время расчета за счет одновременного расчета задач с разными параметрами или при наборе статистики.

Поскольку матрица поля $A_{i,j}$ двумерная, ее проще всего разделить на отдельные полосы, при этом каждый процесс будет хранить в памяти только свою полосу (рис. 2.1). Распределение данных между процессами требует изменение расчетного алгоритма. Учет керровской нелинейности (2.5.4) остается без изменения, поскольку она является локальной по пространству, то есть для вычисления нелинейного фазового набег в заданной точке (x_i, y_j) необходимо знать только значения поля в этой же точке, но не в соседних.

Алгоритм вычисления шага дифракции необходимо изменить. Для параллельного вычисления двумерного преобразования Фурье на распределенной подобным образом матрице использовалась готовая свободно распространяемая библиотека FFTW [175]. Помимо выполнения прямого и обратного параллельного дискретного быстрого преобразования Фурье необходимо было провести вычисления по формуле (2.83) (без учета дисперсионного вклада), причем матрица углового спектра поля $A(k_x, k_y)$ также является распределенной по координате k_y . Однако, как нетрудно видеть, в угловом пространстве дифракция оказывается локальной, то есть для расчета значения углового спектра в некоторой точке (k_x, k_y) на новом шаге по z необходимо значение спектра на предыдущем шаге только в той же самой точке. Поэтому необходимости в использовании низкоуровневых операций обмена данными с соблюдением обязательных условий синхронизации процессов не возникает.

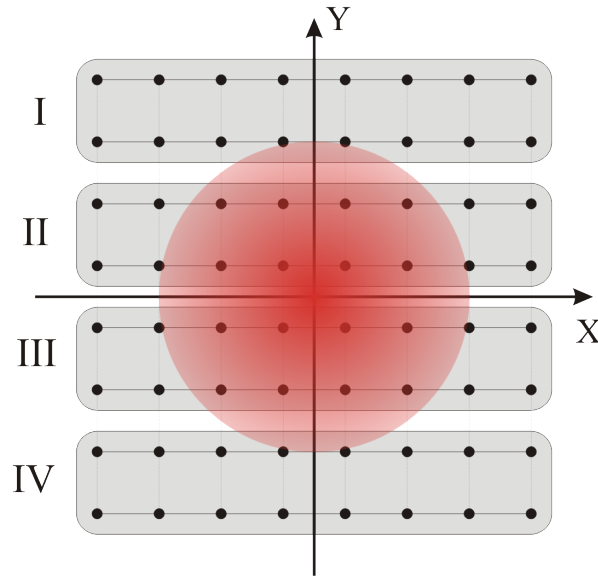


Рис. 2.1. Схема распределения данных в поперечном сечении пучка между процессами. Черные точки — узлы сетки. Римской цифрой обозначен номер процесса, серая область — узлы сетки, принадлежащие соответствующему процессу. Круглая область схематически изображает апертуру лазерного пучка.

Таким образом, для стационарной задачи вопрос распараллеливания алгоритма решается путем использования параллельного преобразования Фурье из готовой библиотеки.

В типичных расчетах использовалось от 8 до 32 расчетных узла, которыми выступали процессорные ядра.

2.6.3. Нестационарная задача филаментации при отсутствии радиальной симметрии

В случае полной задачи филаментации необходимо распределить между процессами трехмерную матрицу $A_{i,j,m}$. В [176, 177] была предложена схема распределения данных по временной координате τ . Каждый процесс получал несколько подряд идущих временных слоев импульса. На иллюстрирующем эту идею рис. 2.2а первый процесс рассчитывает распространение первых двух временных слоев, второй процесс — двух задних временных слоев. Схема с распределением по временной координате обладает существенным недостатком. Дело в том, что в уравнении для концентрации электронов (2.55b) присутствует зависимость задних временных слоев от предыдущих. Плазма, накопленная передними слоями, дефокусирует излучение в последующих временных слоях, что не позволяет проводить вычисление поля в более поздних слоях, пока не завершатся расчеты во всех предшествующих. Фактически, это не позволяет распараллелить вычисления, и вместо одновременной работы над задачей процессы будут работать строго по очереди.

Было предложено организовать конвейерную схему распараллеливания, при которой разные временные слои находятся на разном расстоянии z , то есть пока некоторые процессы выполняют расчет значений амплитуды поля для заднего фронта импульса на некотором расстоянии z_1 , другие процессы рассчитывают распространение переднего фронта на рас-

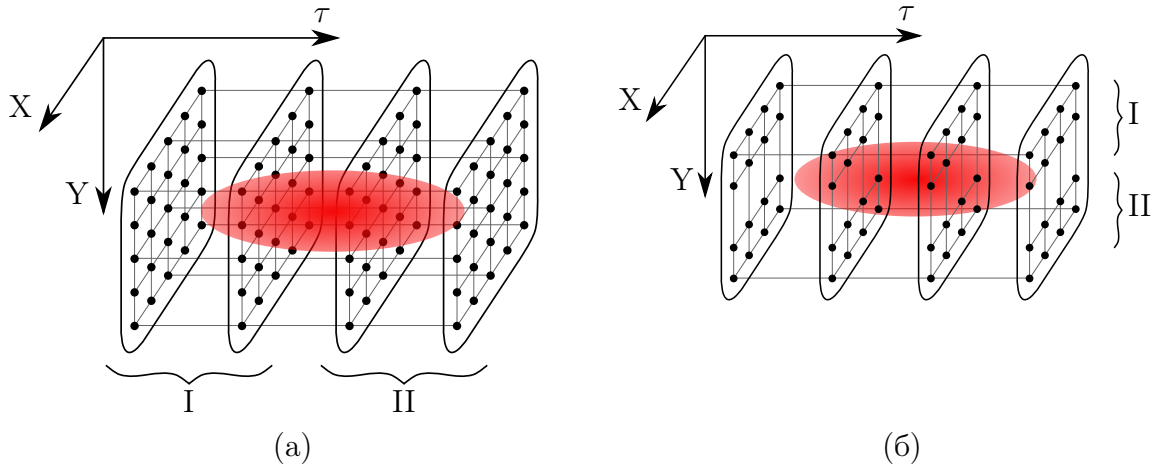


Рис. 2.2. Схема распределения данных для полной задачи филаментации на примере использования двух процессов. Передним временным слоем соответствует меньшее значение τ . Черные точки — узлы сетки. Римской цифрой обозначен номер процесса. Эллиптическая область схематически изображает лазерный импульс. Приведены распределения по временной координате (а) и по поперечной пространственной координате (б). Расчетная сетка равномерна по всем направлениям, в (б) расстояния между точками по оси Y увеличены для наглядности разбиения данных между процессами.

стоянии $z_2 > z_1$.

Из-за того, что в каждый момент расчета разные временные слои импульса находятся на разном расстоянии z , в конвейерной схеме крайне затруднительно организовать учет дисперсии конечно-разностными методами и невозможно — спектральным. Кроме того, поскольку первыми испытывают самофокусировку центральные временные слои импульса, как содержащие пиковую мощность, необходимость уменьшить шаг интегрирования возникает тогда, когда временные слои переднего фронта уже прошли соответствующий отрезок трассы. Поэтому для организации расчета с использованием адаптивного шага приходится сохранять текущее состояние амплитуд поля в постоянной памяти (например, на жестком диске) и загружать это состояние при необходимости уменьшить шаг. Это сильно замедляет работу программы.

Таким образом, причинная связь между временными слоями импульса (передние слои влияют на задние через наведенную плазму) препятствует эффективному распараллеливанию алгоритма в схеме с распределением данных по временной координате. Поэтому в расчетах использовалась схема с распределением по поперечной пространственной координате (рис. 2.2б). При таком распределении матрицы каждому процессу выделяется часть поперечного сечения пучка в виде полосы. Для каждой точки поперечного сечения (x_i, y_j) процесс имеет все временные слои импульса (то есть все точки (x_i, y_j, τ_m) , $m = 0, N_t - 1$). Поэтому расчет нелинейностей и дисперсии происходит локально, то есть не требует данных другого процесса.

Расчет дифракции при распределении трехмерной матрицы поля по поперечной пространственной координате отличается от расчета дифракции в стационарной задаче 2.6.2

только необходимостью последовательно выполнить шаг дифракции для всех временных слоев.

В расчетах использовалось не менее 64 расчетных узлов вследствие ограничения по оперативной памяти. Время одного расчета варьировалось от нескольких часов до нескольких суток.

2.6.4. Нестационарная задача филаментации при наличии радиальной симметрии

Для использования параллельных вычислений при решении нестационарной задачи филаментации в осесимметричной постановке необходимо провести распределение двумерной матрицы поля $A_{i,m} = A(\rho_i, \tau_m)$. Разбиение матрицы по временной координате приводит к тем же проблемам, что и в случае неосесимметричной задачи. Поэтому выполнялось разбиение матрицы по пространственной координате.

Как и в случае неосесимметричной задачи, расчет нелинейных слагаемых и дисперсии не вызывает проблем ввиду пространственной локальности этих факторов.

Последовательный алгоритм расчета дифракции основывается на использовании метода прогонки, который не может быть явно распараллелен ввиду строгой последовательности в вычислении прогоночных коэффициентов на прямом ходе прогонки и амплитуд поля на обратном. Существуют параллельные модификации алгоритма прогонки, однако их реализация весьма трудоемка, а эффективность не слишком высока [178, 179]. Подробно различные параллельные реализации конечно-разностных методов решения задачи филаментации (в том числе основанные на прогонке) рассмотрены в [180].

В связи с этим было решено воспользоваться тем фактом, что на шаге интегрирования требуется выполнить N_t дифракционных шагов, по одному на каждый временной слой импульса. Это позволило использовать для распараллеливания конвейерную схему (рис. 2.3). На первом шаге конвейера работает только процесс I, который выполняет расчет прогоночных коэффициентов для своей части первого временного слоя. Затем он передает последние

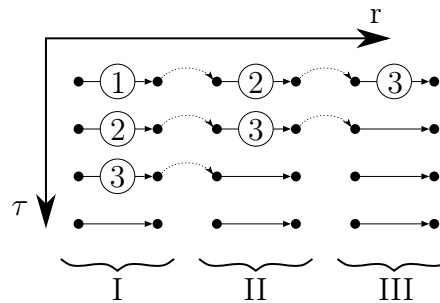


Рис. 2.3. Конвейерная схема организации вычислений для нестационарной задачи филаментации в осесимметричной постановке. Черные точки — узлы расчетной сетки. Римские цифры обозначают номер процесса. Арабскими цифрами обозначена последовательность шагов конвейера. Сплошные стрелки символизируют последовательность вычислительных операций (вычисление прогоночных коэффициентов) процессами, пунктирные стрелки — передачу данных между процессами.

рассчитанные прогоночные коэффициенты процессу II. На втором шаге конвейера процесс I начинает обрабатывать следующий, второй временной слой, а процесс II, получив прогоночные коэффициенты от процесса I, продолжает выполнять расчет прогоночных коэффициентов для первого временного слоя. По завершении расчетов процесс II передает данные процессу III, а процесс I — процессу II.

По завершению прямой прогонки аналогичным образом, только в другом направлении выполняется обратная прогонка.

В [181] предлагалось использовать похожую конвейерную схему, но с распределением по временной координате τ или по продольной пространственной координате Z . В первом случае различные вычислительные процессы отвечают за распространение различных временных отрезков импульса (например, первый процесс рассчитывает распространение передних временных слоев, а второй — задних). Во втором случае отдельный процесс рассчитывает распространение всех временных слоев импульса, но на заданном отрезке трассы (например, первый процесс выполняет расчет распространения от $z_0 = 0$ до z_k , второй — от z_k до z_{2k} и так далее). Недостатком обеих схем является то, что у разных процессов одновременно хранится информация о световом поле разных временных слоев на разном расстоянии z . В результате крайне затруднительной и ресурсоемкой становится реализация адаптивного шага интегрирования [176].

Недостаток предложенной конвейерной схемы с распределением по поперечной координате состоит в небольшом времени простоя вначале, когда конвейер запускается и еще не все процессы начали работу, и в конце, когда некоторые процессы уже завершили расчеты и ждут остальных. Этот недостаток свойственен любой конвейерной схеме, однако когда количество процессов гораздо меньше количества временных слоев, относительные потери времени на запуск и остановку конвейера невелики.

Таким образом, использование конвейерной схемы организации расчетов позволило эффективно распараллелить осесимметричную задачу филаментации.

2.6.5. Ускорение параллельных алгоритмов

Для оценки эффективности распараллеливания используется величина ускорения алгоритма, которая равна отношению времени работы последовательного и параллельного алгоритмов. На рис. 2.4а приведено ускорение параллельного алгоритма для осесимметричной задачи. Размер сетки был выбран близким к обычно использовавшимся в расчетах (21000×2048). Количество потоков варьировалось и было ограничено сверху количеством ядер вычислительного узла (большее количество потоков не привело бы к ускорению расчетов). На рис. 2.4б приведены графики ускорения для параллельного алгоритма с разбиением по поперечному сечению, использовавшемуся для решения стационарной и нестационарной задач в отсутствие осевой симметрии. В расчетах использовались квадратные сетки. Для нестационарной задачи количество точек сетки по поперечным координатам обычно равнялось 2048. Для стационарной задачи могли использоваться и большие сетки. Количество процессов было ограничено сверху не столько падением ускорения, сколько необходимостью

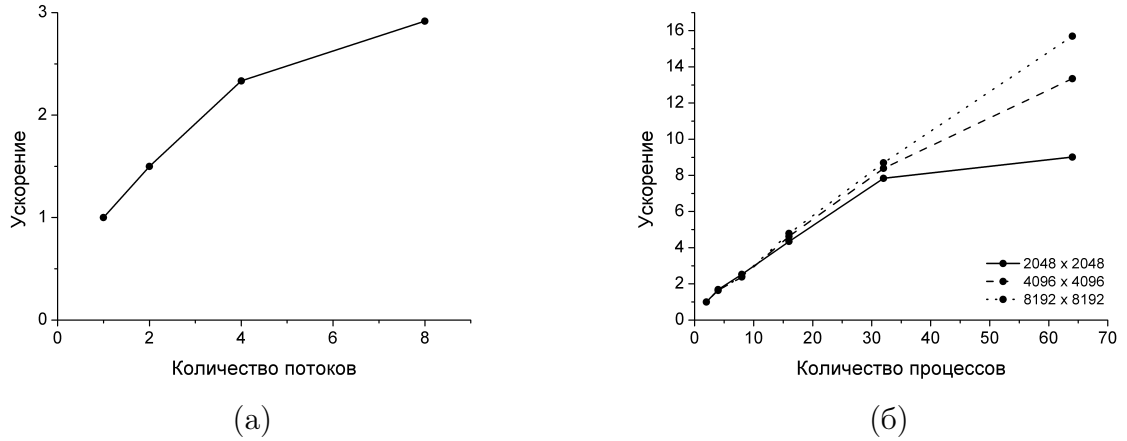


Рис. 2.4. Ускорение параллельных алгоритмов решения задачи филаментации в зависимости от количества используемых потоков или процессов. (а) — конвейерный алгоритм для осесимметричной задачи, размер сетки $(N_r \times N_\tau) = (21000 \times 2048)$, (б) — алгоритм с разбиением по поперечному сечению, размер квадратной сетки варьировался и составлял (2048×2048) , (4096×4096) , (8192×8192) .

ожидания задач свободных ресурсов вычислительного кластера, поскольку полное время расчета складывалось из времени нахождения в очереди (которое тем больше, чем больше ресурсов нужно задаче) и собственно времени расчета.

Ускорение конвейерного кода достигало величины 3, что связано, прежде всего, с последовательностью выполнения части кода, рассчитывающей дисперсию. Несмотря на то, что эта часть также может быть распараллелена, это не было сделано из-за отсутствия необходимости. Время расчета было приемлемым и составляло порядка нескольких часов для задачи филаментации в сфокусированных пучках. Ускорение трехмерного кода достигало величины 15. Время расчета доходило до нескольких суток.

Все численные расчеты были выполнены на суперкомпьютерах «Чебышев» и «Ломоносов» НИВЦ МГУ.

2.7. Тестирование программного кода

Для проверки корректности программного кода были использованы тестовые примеры, для которых известны аналитические или приближенные численные решения [97, 163, 182]. К их числу относятся задачи линейной дифракции коллимированного и фокусированного гауссового пучка, дисперсии гауссового импульса, а также самофокусировки гауссового пучка.

2.7.1. Линейная задача дифракции

Для проверки корректности расчета дифракции в системах (2.55, 2.63, 2.67) занулялись слагаемые, связанные с дисперсией, нелинейностями и поглощением излучения. В результате

уравнение распространения излучения имело вид

$$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp} A, \quad (2.103)$$

где аргументами поля A служили продольная пространственная координата z , поперечные координаты x и y в отсутствии осевой симметрии или радиальная координата r при ее наличии, а также временная координата τ для случаев нестационарной задачи. Начальное условие задавалось в виде гауссового импульса со сфокусированным гауссовым профилем пучка:

$$A(z=0) = A_0 e^{-\frac{x^2+y^2}{2r_0^2}} e^{i \frac{k_0(x^2+y^2)}{2f}}. \quad (2.104)$$

В случае стационарной задачи временная часть отсутствовала, в случае осевой симметрии вместо пары координат (x, y) использовалась радиальная координата r .

Для линейной задачи дифракции метод Фурье дает точное (с точностью до вычислительной ошибки) решение задачи свободного распространения излучения при любом шаге Δz , лишь только поле не доходит до границ рассматриваемой области. Когда это условие нарушается и пучок уширяется до краев расчетной сетки, возникает отражение, искажающее точное решение. Схожий процесс происходит и в случае конечно-разностного метода, использующегося при решении осесимметричной задачи.

На рис. 2.5 приведено сопоставление результата расчета и аналитического поведения максимальной интенсивности в импульсе. Длина волны излучения равнялась 744 нм, радиус пучка составлял 0.1 см, радиус кривизны был выбран равным 500 см. Совпадение кривых позволяет говорить о корректности расчета дифракции.

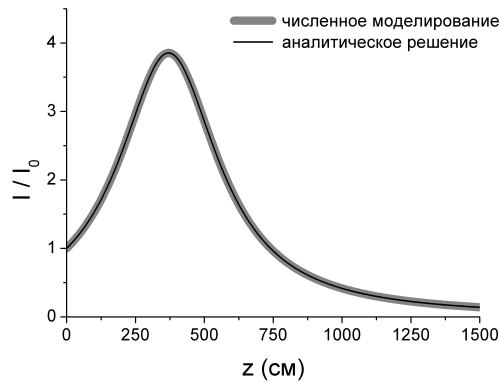


Рис. 2.5. Аналитическое решение (тонкая черная кривая) и численное решение (жирная серая кривая) для максимальной интенсивности в пучке, нормированной на начальное значение, вдоль оси распространения при свободной дифракции. Параметры излучения: длина волны 744 нм, радиус пучка 0.1 см, радиус фокусировки 500 см.

2.7.2. Линейная задача дисперсии

Для проверки корректности расчета дисперсии в системах (2.55, 2.63) занулялись слагаемые, связанные с нелинейностями и поглощением излучения. Для нейтрализации эффекта дифракции начальное условие задавалось в виде chirпированного гауссового импульса с плоским волновым фронтом:

$$A(z=0) = A_0 e^{-\frac{\tau^2}{2\tau_0^2}} \cdot (1 + i\alpha). \quad (2.105)$$

Закон дисперсии выбирался в виде:

$$k^2(\omega_0 + \Omega) = (k_0 + k_1\Omega)^2 + a\Omega^2. \quad (2.106)$$

Он обеспечивает дисперсию второго порядка, хотя и несколько отличается от обычного разложения волнового числа в ряд по частоте. Точное решение в таком случае будет иметь вид

$$A(z, \tau) = A_0 \frac{1}{\sqrt{1 + i\frac{z}{z_{eff}}}} \cdot \exp \left\{ -\frac{\tau^2}{2\tau_0^2 \left(1 + i\frac{z}{z_{eff}}\right)} \right\}, \quad (2.107)$$

где параметр $z_{eff} = \frac{k_0\tau_0^2}{a(1+i\alpha)}$ играет роль комплексной дисперсионной длины (в случае нулевого chirпа он становится обычной, вещественной дисперсионной длиной).

На рис. 2.6 представлены результаты численного моделирования и аналитическое решение для максимальной интенсивности в импульсе. Длина волны излучения равнялась 744 см, длительность импульса τ_0 составляла 60 фс, параметр chirпа $\alpha = \frac{2}{\tau_0^2}$. Совпадение кривых подтверждает корректность расчета дисперсии.

2.7.3. Самофокусировка гауссового пучка

Расстояние до нелинейного фокуса z_{fil} в коллимированном гауссовом пучке с мощностью, превосходящей P_{cr} , можно оценить по известной в литературе формуле Марбургера [182]

$$z_{reg} = \frac{0.367k_0r_0^2}{\left(\left((P/P_{cr})^{1/2} - 0.852\right)^2 - 0.0219\right)^{1/2}}. \quad (2.108)$$

Формула Марбургера применима только для пучков гауссового профиля. В случае реальных пучков ею можно пользоваться для оценки старта филамента в режиме одиночной филаментации. Если пиковая мощность импульса превосходит критическую мощность самофокусировки P_{cr} в десятки и более раз, пучок распадается на отдельные структуры, в которых формируются множественные филаменты [8]. Однако если мощность пучка превосходит P_{cr} только в несколько раз, то при самофокусировке происходит выделение осесимметричной

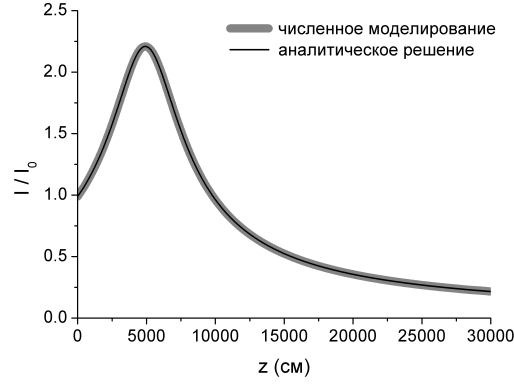


Рис. 2.6. Аналитическое решение (тонкая черная кривая) и численное решение (жирная серая кривая) для максимальной интенсивности в импульсе, нормированной на начальное значение, вдоль оси распространения при свободной дисперсии. Параметры излучения: длина волны 744 нм, длительность импульса $\tau_0 = 60$ фс, параметр chirp $\alpha = \frac{2}{\tau_0^2}$.

моды Таунса [183] и пучок фокусируется как целое, формула Марбургера применима.

Для проверки корректности расчета самофокусировки в системах (2.55, 2.63, 2.67) за- нулялись слагаемые, связанные с плазменной нелинейностью и поглощением излучения. В керровской нелинейности учитывался только мгновенный отклик ($g = 0$ в 2.23). Закон дисперсии выбирался в виде

$$k(\omega_0 + \Omega) = k_0 + k_1\Omega, \quad (2.109)$$

то есть использовалось приближение первого порядка теории дисперсии.

Начальное условие выбиралось в виде гауссового импульса с коллимированным гауссовым пучком радиусом 1 мм на длине волны 744 нм. При варьировании его пиковой мощности

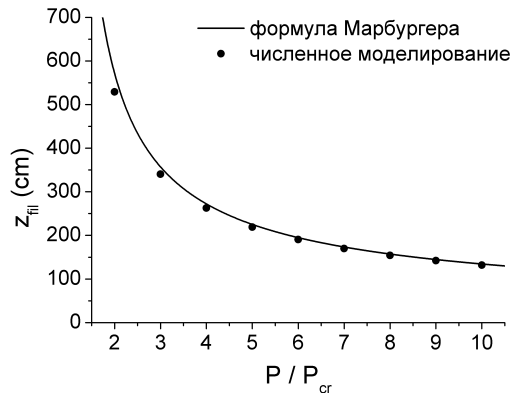


Рис. 2.7. Расстояние до нелинейного фокуса z_{fil} , оцененное по формуле Марбургера (кривая), и его положение в численном моделировании при отдельных значениях пиковой мощности P (точки). Параметры излучения: длина волны 744 нм, радиус пучка 1 мм.

оценивалось расстояние до нелинейного фокуса, в которой в используемой модели образуется сингулярность поля.

Результат сопоставления численного моделирования и оценки по формуле (2.108) представлен на рис. 2.7. Небольшое расхождение численных результатов с эмпирической формулой при небольших мощностях связано с приближенным характером последней. В целом, можно утверждать, что учет мгновенной керровской нелинейности корректен.

Глава 3

Филаментация сфокусированного излучения ИК и УФ диапазонов в воздухе

В главе проведено исследование влияния фокусировки на параметры филамента и плазменного канала лазерного излучения фемтосекундной длительности. Произведено сопоставление результатов моделирования с параметрами экспериментально зарегистрированных каналов. Предложена модель динамической кривизны волнового фронта, позволяющая учесть в расчетах распространение мощного излучения через проходную оптику и добиться лучшего соответствия с экспериментально измеренными длинами плазменных каналов. Исследовано влияние астигматической aberrации в исходном пучке на длину плазменного канала филамента.

3.1. Филаментация в сфокусированных пучках

Экспериментальное исследование филаментации мощного лазерного излучения в атмосфере затруднено из-за большой длины трассы, на которой происходит формирование филаментов. Так, при мощности $5 P_{cr}$ лазерный пучок радиуса 1 см на длине волны 800 нм имеет характерное расстояние до нелинейного фокуса порядка 200 м. Поэтому для исследования филаментации в воздухе в лабораторных условиях часто используют пучки сфокусированного излучения. Использование сфокусированного излучения имеет и самостоятельное значение, поскольку фокусировка является одним из простейших способов управлять продольным положением филамента и плазменного канала.

Положение точки старта филамента в коллимированном пучке в регулярной среде z_{reg} можно оценить по формуле Марбургера (2.108). Для сфокусированного излучения расстояние до нелинейного фокуса z_f может быть оценено по формуле

$$\frac{1}{z_f} = \frac{1}{z_{reg}} + \frac{1}{f}, \quad (3.1)$$

где f — радиус фокусировки пучка, обычно равный фокусному расстоянию собирающей линзы или зеркала. Возможность применения формулы 3.1 обусловлена инвариантностью уравнения стационарной самофокусировки к линзовым преобразованиям [90, 184].

Формула (2.108), а вместе с ней и (3.1), является оценочной, поскольку учитывает только мгновенный керровский отклик. Наличие запаздывающего отклика нелинейности, а также дисперсии среды могут привести к затягиванию образования нелинейного фокуса, а при определенных параметрах даже подавить развитие филаментации [185]. Для качественной оценки возможных последствий полезным оказывается сравнение продольных масштабов различных эффектов, а именно расстояния до нелинейного фокуса z_{reg} или z_f с дисперсионной длиной импульса $z_{disp} = \frac{\tau_0^2}{k''(\omega_0)}$. Если дисперсионная длина оказывается меньше расстояния z_f , то дисперсионное расплывание импульса будет сильнее керровского самосжатия пучка, и филамент не будет образован.

Кроме того, формула (2.108) применима для самофокусировки в регулярной среде и не учитывает влияние турбулентных флуктуаций показателя преломления в атмосфере. Однако исследуемые значения радиуса фокусировки не превосходили 50 м, что позволяет не учитывать влияние флуктуаций по сравнению с вкладами нелинейностей.

Введение фокусировки в пучок не только приближает старт филамента, но и может сократить его длину. Существование филамента поддерживается низкоинтенсивным энергетическим резервуаром [143], распространяющимся в линейном режиме. После прохождения геометрического фокуса пучка резервуар начинает испытывать расходимость, и филамент, как правило, быстро прекращает свое существование. Тем самым ограничивается протяженность канала, что позволяет в эксперименте и численном моделировании исследовать филаментацию до ее завершения. Кроме того, фокусировка может влиять и на пиковые значения концентрации электронов в плазменных каналах, приводя к ее увеличению более чем на порядок по сравнению с коллимированным излучением [50].

Большинство работ по исследованию филаментации используют ближний ИК диапазон излучения. Филаментация в других диапазонах длин волн изучена существенно слабее. В данной главе будут также представлены результаты численного исследования филаментов и плазменных каналов в сфокусированных пучках УФ излучения и их сопоставление с экспериментом. Интерес к УФ диапазону связан с более высокой скоростью процесса фотоионизации (вследствие большей энергии кванта, чем для ИК излучения) и, как следствие, с возможностью создания плазменных каналов с более высокой концентрацией электронов.

3.2. Влияние фокусировки на филаментацию лазерных импульсов с гауссовым профилем пучка

3.2.1. Параметры моделирования

Исследование влияния фокусировки пучка на параметры филаментов и плазменных каналов в воздухе проводилось для лазерного излучения с длинами волн 744 нм и 248 нм. Они

Таблица 3.1. Параметры лазерных импульсов в численном моделировании. λ — длина волны излучения, τ_0 — параметр длительности гауссового импульса, r_0 — радиус пучка, E , P , $I_{\max}$ — энергия, пиковая мощность и пиковая интенсивность импульса, l_{diff} — дифракционная длина, l_{disp} — дисперсионная длина, z_{reg} — оценка положения нелинейного фокуса по формуле Марбургера.

λ , нм	τ_0 , фс	r_0 , мм	E , мДж	P/P_{cr}	$I_{\max}$, Вт/см ²	l_{diff} , м	l_{disp} , м	z_{reg} , м
744	60	3	1	5	$3.5 \cdot 10^{10}$	76	123	20
248	60	3	0.037	5	$2.5 \cdot 10^8$	228	41	61

соответствуют первой и третьей гармоникам излучения титан-сапфирового лазера. Параметры лазерных импульсов приведены в таблице 3.1.

Параметр длительности τ_0 , равный 60 фс, соответствует длительности импульса по уровню $1/2$, равной 100 фс. Энергии ИК и УФ импульсов подбирались такими, что при указанной длительности пиковая мощность в импульсе превышала критическую мощность на соответствующей длине волны в пять раз. Радиус фокусировки f в первой серии вычислительных экспериментов варьировался от 0.25 м до 20 м, то есть был много меньше или сопоставим с расстоянием до нелинейного фокуса. Соответствующая числовая апертура пучка составляла от 0.00015 до 0.012.

Поскольку задача обладает радиальной симметрией, для решения использовалась осесимметричная схема (2.63). Результатом расчета были значения поля лазерного импульса $A(r_i, \tau_m, z_k)$ в разных точках поперечного сечения и временных слоях импульса на разных расстояниях по оси z , а также концентрация электронов $N_e(r_i, \tau_m, z_k)$. Для сопоставления с экспериментальными результатами по этим величинам были рассчитаны следующие параметры:

- радиальное распределение поверхностной плотности энергии (флюенса) (Дж/см²):

$$F(r, z) = \int_{-\infty}^{\infty} I(r, \tau, z) d\tau;$$
- концентрация электронов после прохождения всего импульса (см⁻³):

$$N_e(r, z) = N_e(r, \tau = \infty, z);$$
- линейная (погонная) концентрация плазмы (см⁻¹):

$$\rho(z) = \int_0^{\infty} N_e(r, z) \cdot 2\pi r dr;$$
- полное число электронов в плазменном канале:

$$Q_e^{total} = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} N_e(r, z) \cdot 2\pi r dr dz;$$
- радиус филамента r_{fil} и плазменного канала r_{pl} по уровню e^{-1} от поверхностной плотности энергии F и концентрации электронов N_e (см):

$$F(r_{fil}, z) = \max_r F(r, z) \cdot e^{-1},$$

$$N_e(r_{pl}, z) = \max_r N_e(r, z) \cdot e^{-1};$$
- длина плазменного канала по уровню e^{-1} (то есть длина области, в пределах которой линейная концентрация плазмы $\rho(z)$ отличалась от своего пикового значения не более, чем в e раз) (см):

$$\Delta z_{pl} = \left| \left\{ z: \rho(z) > \max_{z^*} \rho(z^*) \cdot e^{-1} \right\} \right|.$$

Бесконечный предел в интегралах по радиальной координате r соответствует интегрированию по всему поперечному сечению пучка, которое в расчете проводилось по всей расчетной сетке. Аналогично бесконечные значения временной координаты τ соответствуют моментам времени до прихода импульса ($\tau = -\infty$) и после его прохождения ($\tau = \infty$). Наконец, бесконечный предел интегрирования по продольной пространственной координате z в формуле для Q_e^{total} означает расчет полного числа электронов в плазменном канале, пока он не закончится. Реально расчет продолжался до тех пор, пока концентрация плазмы не падала до пренебрежимо малых значений.

3.2.2. Зависимость параметров ИК и УФ филаментов и их плазменных каналов от фокусировки пучка

На рис. 3.1 представлены пиковая интенсивность в филаментах ИК и УФ излучения (I_{IR} и I_{UV}), пиковая концентрация электронов в плазменных каналах (N_e), а также диаметры каналов в месте достижения максимальной концентрации N_e ($d_{pl} = 2r_{pl}$), которые образовались при филаментации лазерных импульсов с параметрами, приведенными в табл. 3.1. Кривые зависимости пиковой интенсивности (рис. 3.1а), а также диаметра плазменного канала (рис. 3.1в) в ИК и УФ импульсах демонстрируют качественно разное поведение при изменении фокусировки пучка.

При относительно слабой фокусировке ($f \geq 5$ м) все приведенные параметры ИК филаментов и их плазменных каналов демонстрируют насыщение, что согласуется с общепринятой моделью филаментации: параметры филамента, образующегося в лазерном импульсе, слабо зависят от параметров самого импульса, они определяются достижением динамического баланса керровской и плазменной нелинейностей.

При сравнительно острой фокусировке ($f < 5$ м) параметры ИК филамента и его канала сильно зависят от радиуса фокусировки пучка. Обострение фокусировки приводит к большему углу сходимости излучения, который пропорционален отношению радиуса пучка к ра-

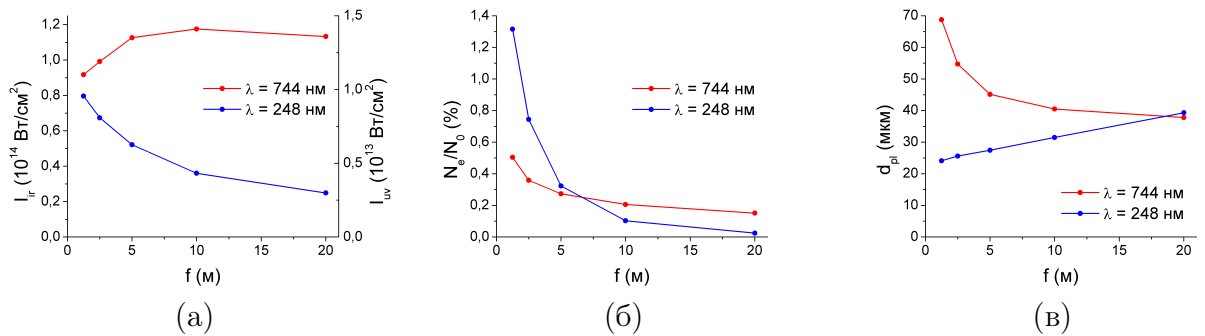


Рис. 3.1. Зависимости пиковой интенсивности в импульсе $I_{max}(z)$ (а), пиковой концентрации электронов в плазменном канале $N_e(z)$ (б) и диаметра плазменного канала d_{pl} (в) от радиуса фокусировки пучка f . На левом графике левая шкала интенсивности относится к ИК импульсу, правая — к УФ импульсу.

диусу фокусировки r_0/f . Большой угол сходимости приводит к большему углу рефракции на самонаведенной плазме, что приводит к более сильной дефокусировке в плазме. Из-за этого в острогофокусированном импульсе плазменная нелинейность останавливает коллапс пучка раньше, чем в импульсе с более мягкой фокусировкой. В результате поперечный размер канала возрастает от 40 мкм до 70 мкм, а достигаемая в импульсе пиковая интенсивность снижается с $1.15 \cdot 10^{14}$ Вт/см² до $0.9 \cdot 10^{14}$ Вт/см².

Поведение параметров УФ филаментов и их плазменных каналов качественно отличается от случая ИК излучения. Во-первых, сильная зависимость приведенных на рис. 3.1 параметров от фокусировки проявляется во всем диапазоне исследуемых радиусов фокусировки, то есть зависимость не демонстрирует насыщение. Если в случае ИК излучения введение фокусировки в пучок приводило, прежде всего, к смещению филамента и плазменного канала в продольном направлении, но можно было говорить, что параметры ИК филамента остаются прежними, то для УФ излучения подобное утверждение неверно.

Во-вторых, ход зависимостей пиковой интенсивности и диаметра канала для УФ излучения противоположен случаю ИК излучения. С обострением фокусировки интенсивность в УФ филаменте возрастает, а канал становится более тонким. Это поведение качественно повторяет линейный режим распространения. При линейном режиме распространения фокусированного излучения обострение фокусировки влечет увеличение интенсивности в перетяжке и уменьшение поперечного размера перетяжки, который можно сопоставить с радиусом плазменного канала. При этом режим распространения мощного лазерного импульса является заведомо нелинейным, поскольку мощность излучения существенно превосходит критическую мощность самофокусировки.

Количественно результаты моделирования согласуются с известными в литературе значениями. Пиковая интенсивность в ИК филаменте немного превосходит величину 10^{14} Вт/см², а концентрация электронов в его плазменном канале составляет около $4 \cdot 10^{16}$ см⁻³, что близко к результатам [5, 48, 51, 186]. Пиковая интенсивность в филаменте слабо сфокусированного УФ излучения в моделировании составляла около $3 \cdot 10^{12}$ Вт/см², что почти на полтора порядка меньше, чем в ИК филаменте. Из-за этого интенсивности в ИК и УФ филаментах на рис. 3.1а, 3.2а и 3.3 отложены по разным вертикальным осям (ИК — по левой, УФ — по правой). Пиковая концентрация электронов в плазменном канале УФ филамента при слабой фокусировке почти на порядок меньше, чем в канале ИК филамента, что также согласуется с данными из литературы [74, 77]. Следует отметить, что при острой фокусировке пиковая концентрация электронов в плазменном канале УФ импульса может даже обгонять концентрацию электронов для ИК импульса.

3.2.3. Филаменты и плазменные каналы пучков разных размеров

Пучки ИК и УФ излучения одинакового радиуса имеют разные дифракционные, а следовательно, и нелинейные длины. В результате одинаковые абсолютные значения радиуса фокусировки f могли по-разному повлиять на импульсы разных диапазонов (например, из-за различного размера перетяжки лазерных пучков). Для устранения этого фактора была про-

ведена вторая серия вычислительных экспериментов для трех радиусов пучка: 1 мм, 1.7 мм и 3 мм (данные для последнего значения взяты из предыдущей серии). Поскольку исследуемые длины волн отличаются в три раза, то отличие в радиусе в $\sqrt{3}$ раз позволяет добиться одинаковой дифракционной длины (например, она одинакова для ИК импульса с радиусом пучка 3 мм и УФ импульса с радиусом пучка 1.7 мм). Результаты представлены на рис. 3.2.

При увеличении радиуса пучка как ИК, так и УФ импульсов наблюдается усиление эффектов зависимости параметров филаментации от радиуса фокусировки. Так, пиковая интенсивность в ИК филаменте падает до более низкого значения ($0.9 \cdot 10^{14}$ Вт/см²) в случае острой фокусировки широкого пучка, по сравнению с узким пучком ($1.06 \cdot 10^{14}$ Вт/см²). Пиковая концентрация электронов в его плазменном канале при обострении фокусировки от $f = 20$ м до $f = 1.25$ м возрастает в 3.3 раза для широкого пучка и только в 1.7 раз для узкого. Диаметр канала также возрастает только до 50 мкм в случае узкого лазерного пучка и до 70 мкм в случае широкого. Аналогичен эффект и для УФ излучения.

Для ИК импульса больший радиус при неизменном радиусе фокусировки f означает большую числовую апертуру, то есть больший угол рефракции на самонаведенной плазме и более раннюю дефокусировку. В результате большему радиусу пучка ИК импульса соответствует более широкий плазменный канал и меньшая пиковая интенсивность в филаменте. Наоборот, для УФ излучения поведение параметров филаментации в зависимости от радиуса пучка вновь качественно совпадает с поведением этих параметров при линейном режиме распространения. Чем больше радиус пучка, тем острее геометрическая фокусировка, тем больше интенсивность в перетяжке и меньше поперечный размер перетяжки. В нелинейном режиме распространения характер зависимостей остается таким же.

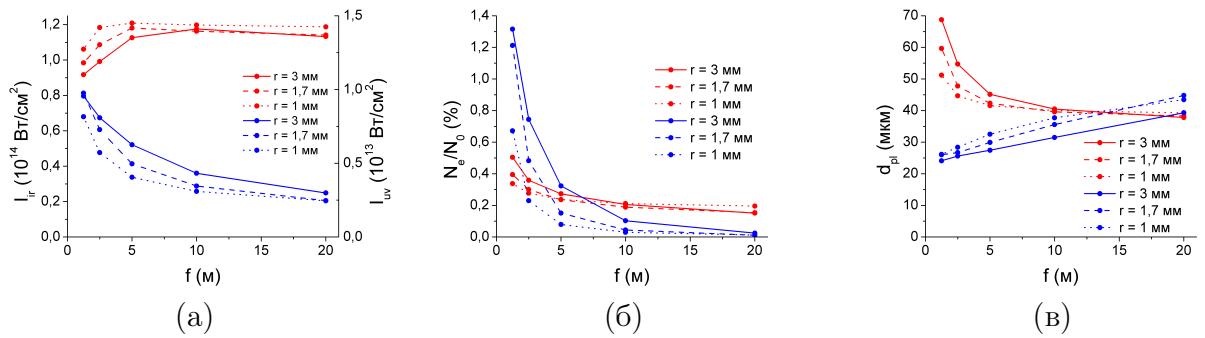


Рис. 3.2. Зависимости пиковой интенсивности в импульсе $I_{\text{max}}(z)$ (а), пиковой концентрации электронов в плазменном канале $N_e(z)$ (б) и диаметра плазменного канала $d_{\text{pl}} = 2r_{\text{pl}}$ (в) от радиуса фокусировки пучка f для трех радиусов пучка. Красные кривые относятся к ИК излучению, синие — к УФ. На левом графике левая шкала интенсивности относится к ИК импульсу, правая — к УФ импульсу.

3.2.4. Причины отличия характера зависимости параметров филаментации от радиуса фокусировки для ИК и УФ импульсов

В предыдущих разделах показано, что изменение параметров филаментации ИК излучения при изменении радиуса фокусировки или радиуса пучка наблюдается только при сравнительно острой фокусировке. Чем острее фокусировка, тем меньше интенсивность в филаменте и тем шире плазменный канал. При сравнительно мягкой фокусировке параметры филаментации демонстрируют насыщение. Изменения параметров филаментации при острой фокусировке объясняются изменением угла рефракции на самонаведенной плазме, который определяет момент остановки коллапса пучка с последующей дефокусировкой.

Параметры филаментации УФ излучения не демонстрируют насыщения во всем исследованном диапазоне фокусировок. Характер изменения этих параметров качественно совпадает с характером изменения параметров лазерного импульса при геометрической фокусировке в линейном режиме. При более острой фокусировке пиковая интенсивность в филаменте растет, а диаметр плазменного канала уменьшается.

Причиной различного характера зависимостей параметров филаментации от фокусировки не может быть дифракционный фактор. В противном случае следовало бы ожидать сходного поведения кривых для ИК импульса с радиусом пучка 3 мм и УФ импульса радиусом 1.7 мм, поскольку для них дифракционные длины совпадают. Для керровской нелинейности параметром подобия является превышение мощности над критической, которое с целью сопоставления поддерживалось постоянным и одинаковым для двух диапазонов длин волн. Маловероятно также, что различие обусловлено дисперсионным фактором, поскольку дисперсионные длины импульсов и в том, и в другом случае существенно превосходят характерные длины трассы (см. табл. 3.1).

Основной причиной является различие в процессах фотоионизации воздуха. Количественной мерой, определяющей темп нарастания скорости ионизации от интенсивности, является порядок многофотонности K (2.39). Для молекулярного кислорода, дающего определяющий вклад в концентрацию свободных электронов, он составляет 8 для излучения с длиной волны 744 нм и только 3 для излучения с длиной волны 248 нм. Это позволяет говорить о более резком нарастании плазменной нелинейности при филаментации ИК излучения. В результате линейные факторы (например, геометрическая фокусировка) оказывают меньшее влияние на параметры ИК филаментов.

Для того, чтобы проверить, действительно ли модель ионизации является фактором, определяющим различный характер зависимостей максимальной интенсивности от радиуса фокусировки, была выполнена серия расчетов, в которой для лазерного излучения на длине волны 744 нм использовалась модель ионизации для УФ диапазона, а для 248 нм — модель ионизации для ИК излучения.

Полученные пиковые интенсивности в филаменте представлены на рис. 3.3. Цвет кривых, как и ранее, соответствует длине волны излучения. Сплошные кривые совпадают с кривыми на рис. 3.1а, то есть они получены в результате расчетов с «родной» моделью ионизации. Пунктирные кривые обозначают зависимости пиковой интенсивности в расчетах с «чужой»

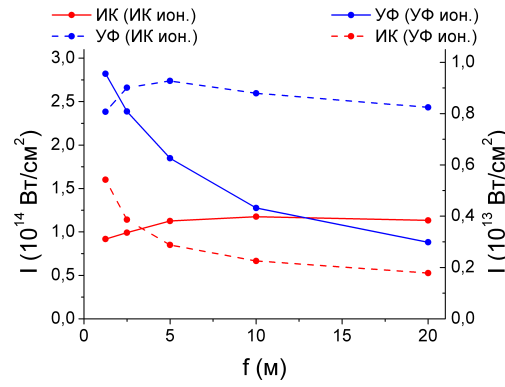


Рис. 3.3. Зависимости пиковой интенсивности в импульсе $I_{\max}(z)$ от радиуса фокусировки пучка f при филаментации ИК (красные кривые) и УФ (синие кривые) излучения с различными моделями ионизации. Пунктирными кривыми приведены кривые для гипотетических («чужих») моделей ионизации. Значения сплошной красной и пунктирной синей кривых берутся по левой шкале, сплошной синей и пунктирной красной кривых — по правой шкале.

моделью. Видно, что характер поведения кривых (нарастание или убывание с уменьшением f) одинаков для ИК и УФ излучения с ИК моделью ионизации, а также для УФ и ИК излучения с УФ моделью ионизации. Таким образом, различный характер изменения пиковой интенсивности в филаменте действительно определяется зависимостью скорости ионизации от интенсивности излучения.

Можно также отметить, что даже количественная разница между кривыми в значительно большей степени связана с моделью ионизации. Так, при фокусном расстоянии $f = 2.5$ м пиковая интенсивность в ИК и УФ филаментах при использовании ИК модели ионизации (красная сплошная и синяя пунктирная кривые) отличается в 2.7 раза, в то время как для ИК излучения с разными моделями ионизации она отличается в 25 раз (красные кривые, значения берутся по разным шкалам!).

Дополнительное отличие филаментации ИК и УФ излучения состоит в разных относительных потерях энергии излучения на фотоионизацию воздуха. Полное число электронов в плазменном канале для двух диапазонов длин волн было сопоставимо и составляло величину порядка 10^{13} . Однако энергии импульсов на указанных длинах волн отличались примерно в 27 раз, так как во столько раз отличаются критические мощности самофокусировки на данных длинах волн, а превышение пиковой мощности импульса над критической оставалось зафиксированным. В результате относительные потери энергии ИК импульсом не превышали 1%, в то время как для УФ импульса потери при филаментации доходили до 40%. Кроме того, необходимо иметь ввиду, что эти потери приходятся на наиболее продуктивные с точки зрения плазмообразования центральные временные слои импульса.

Таким образом, потери энергии импульсом на фотоионизацию в большей степени ограничивают длину УФ филамента и препятствуют развитию рефокусировок в импульсе, чем в случае ИК филамента.

3.3. Экспериментальные результаты измерений плазменных каналов

Было проведено сопоставление результатов экспериментов с фокусированными пучками ИК и УФ излучения с численным моделированием с параметрами эксперимента. Эксперимент был выполнен в лаборатории газовых лазеров Физического института им. П. Н. Лебедева РАН Л. В. Селезневым и Е. С. Сунчугашевой. Схема экспериментальной установки приведена на рис. 3.4.

Излучение титан-сапфирового лазера на длине волны 744 нм использовалось для исследования филаментации в ИК диапазоне, его третья гармоника на длине волны 248 нм — в УФ диапазоне. С помощью собирающей линзы формировались сходящиеся пучки радиусом 4 мм с длиной фокусировки 110 см на длине волны 744 нм и 100 см на 248 нм. Длительность излучения составляла 100 фс (FWHM). Измерение линейной плотности плазмы ρ_{lin} осуществлялось посредством конденсатора с обкладками в виде двух полусфер радиусом 1 см, центры которых лежат на прямой, перпендикулярной измеряемому плазменному каналу. Кратчайшее расстояние между полусферами составляло 2 – 3 мм. При образовании плазменного канала в филаменте, проходящем между полусферами, емкость конденсатора изменялась, и ток его перезаряда регистрировался осциллографом. Поскольку изменение емкости зависит от концентрации электронов, протяженности и ширины плазменного канала между сферами, то измеряемый ток перезаряда пропорционален линейной плотности плазмы в филаменте.

Измерения проводились для двух значений энергии: 2.8 мДж и 5.9 мДж для длины волны 744 нм и 116 мкДж и 250 мкДж для 248 нм. Они соответствуют пиковой мощности излучения около 10 и 20 критических мощностей самофокусировки для приведенных длин волн. В численном моделировании использовалось предположение об однородном гауссовом профиле пучков, что приводило к возникновению только одного филамента. Это предположение оправдано для меньших энергий (пиковая мощность порядка $10 P_{cr}$), однако при больших значениях в пучке возможно одновременное образование нескольких филаментов вследствие неоднородностей в пучке. Тем не менее, отдельный вычислительный эксперимент

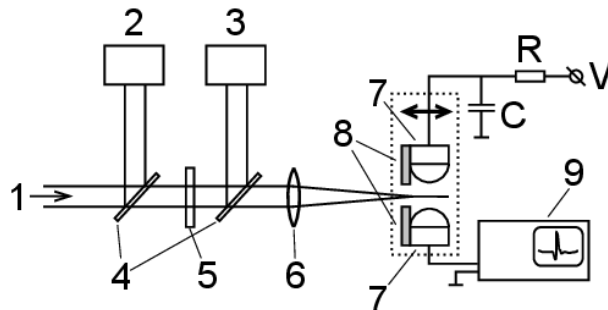


Рис. 3.4. Схема экспериментальной установки. 1 — лазерное излучение, 2 — автокоррелятор, 3 — измеритель энергии, 4 — делители пучка, 5 — ослабитель, 6 — линза, 7 — электроды, 8 — диафрагма, 9 — осциллограф. Измерительная система (выделена пунктиром) сдвигалась вдоль филамента. На электроды было подано напряжение $V = 300$ В.

с неоднородным пучком, распределение интенсивности в котором было близким к экспериментальному, не показал существенных количественных отличий в протяженности плазменных каналов и концентрации электронов в них по сравнению с однородным пучком той же мощности. Возможно, это связано с тем, что отдельная неоднородность исходного пучка имела сравнительно небольшую пиковую мощность и не формировала в процессе распространения плазменный канал с существенной концентрацией электронов.

Результаты сравнения экспериментальных данных с численным моделированием представлены на рис. 3.5. Как в численном моделировании, так и в эксперименте при увеличении энергии импульсов протяженность канала возрастала, а его начало смещалось к выходу лазерной системы. Также численное моделирование корректно воспроизводит обрыв плазменного канала ИК филамента сразу после линейного фокуса и протягивание его за фокус в случае УФ излучения. Наличие отдельных пиков в распределении концентрации электронов в плазменном канале ИК филамента связано с эффектом рефокусировки, однако оно не воспроизводилось в эксперименте, вероятно, из-за усреднения сигнала по апертуре измерительного прибора, характерный размер которого составляет несколько сантиметров. Однако даже такое усреднение не может объяснить значительную разницу в протяженности каналов: в эксперименте она получается почти в два раза больше, чем в моделировании.

Следует отметить, что пиковые значения линейной концентрации электронов ρ_{lin} , полученные в численном моделировании, также согласуются с экспериментальными. Например,

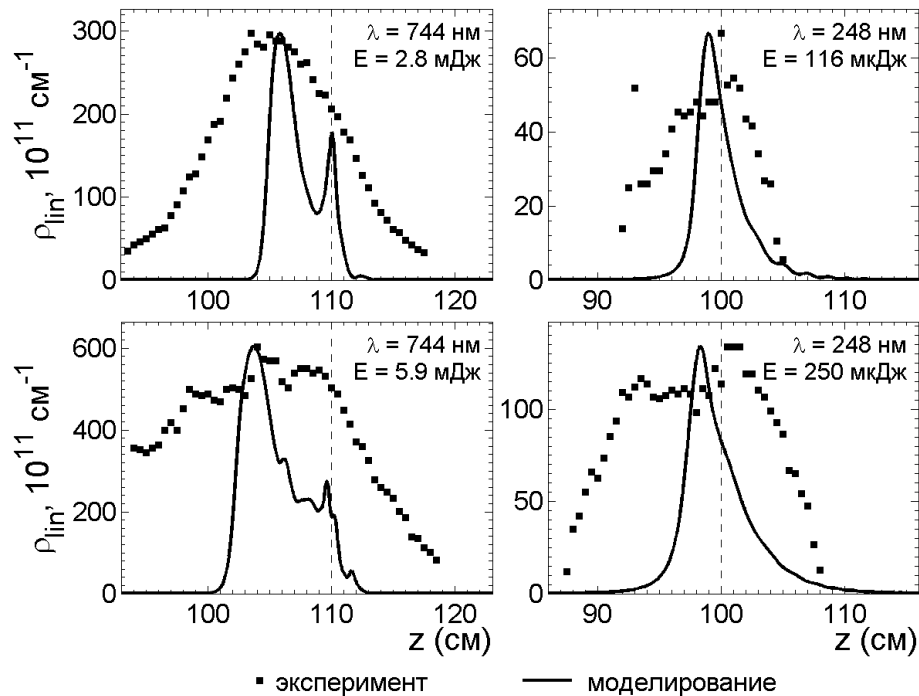


Рис. 3.5. Изменение линейной концентрации плазмы ρ_{lin} вдоль направления распространения импульса для разных начальных энергий импульсов E : точки — экспериментальные данные, сплошные кривые — численное моделирование. Вертикальная шкала соответствует результатам моделирования, экспериментальные результаты нормированы так, чтобы максимумы экспериментальных данных и результатов моделирования совпадали. Пунктиром отмечена фокальная плоскость.

при изменении энергии вдвое сигнал, регистрируемый осциллографом, возрастал вдвое для обеих длин волн, так же как и пиковое значение ρ_{lin} в моделировании. Также экспериментальные сигналы для разных длин волн и одинаковом превышении мощности над P_{cr} отличались в несколько раз (сигнал на осциллографе около 110 мВ для меньшей энергии ИК импульса и около 30 мВ для меньшей энергии УФ импульса). Абсолютные значения концентрации электронов в эксперименте не определялись.

Таким образом, экспериментальные результаты измерения плазменных каналов продемонстрировали существенное количественное отличие от полученных в численном моделировании. Плазменные каналы в эксперименте оказались значительно более протяженными, чем в численном моделировании. В последующих разделах этой главы обсуждаются возможные причины этого различия, а также предлагаются способы управления длиной плазменного канала.

3.4. Влияние динамической кривизны волнового фронта на параметры филаментации

3.4.1. Модель излучения с динамической кривизной волнового фронта

В эксперименте лазерный импульс, как правило, проходит на своем пути твердые прозрачные диэлектрики. Ими могут выступать кристалл усилителя, кристалл генерации кратной гармоники, светоделительные пластины, линзы. Для наблюдения филаментации в воздухе пиковая мощность импульса должна превосходить критическую мощность самофокусировки в воздухе, которая составляет несколько ГВт, следовательно, она также тысячекратно превосходит критическую мощность самофокусировки в твердом диэлектрике, которая составляет несколько МВт. Вследствие этого при распространении импульса сквозь указанные оптические элементы существенным оказывается эффект Керра, и импульс приобретает дополнительную фазовую модуляцию. Если совокупная оптическая толщина всех твердотельных элементов велика, то фазовые искажения могут в процессе дифракции успеть перейти в амплитудные, изменив тем самым пространственно-временное распределение энергии. Фактически для точного учета оптических элементов требуется последовательно решить полную задачу филаментации в твердом диэлектрике, а затем ее решение использовать в качестве начального условия для второй задачи филаментации в воздухе. При наличии нескольких оптических элементов подобные действия необходимо проделать несколько раз.

Попытка учесть влияние входного окна газовой кюветы на распространение в газе остро-сфокусированного излучения была предпринята в [187]. Входное окно было сделано из плавленого кварца и имело толщину 5 мм. Лазерный импульс имел пиковую мощность, превосходящую критическую мощность самофокусировки в плавленном кварце в несколько сотен раз, и был сфокусирован линзой с фокусным расстоянием 50 см и 20 см. В эксперименте наблюдалось смещение фокальной перетяжки в целом, ее форма сохранялась, а сдвиг по

направлению к входному окну составлял несколько менее 1 см и зависел от энергии импульса. Дополнительным эффектом, связанным с прохождением кварцевого окна, стало усиление мелкомасштабных возмущений в начальном пучке, что привело к ухудшению качества пучка и небольшому увеличению диаметра перетяжки при большой энергии импульса.

Влияние керровской нелинейности в лазерных усилителях часто оценивают с помощью B -интеграла $B = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^{\Delta z} n_2 I(z) dz$, который определяет полный фазовый набег на оси пучка, приобретаемый им при прохождении дистанции Δz [188]. При $B > 1 \div 2$ пучок может распасться на отдельные субструктуры вследствие мелкомасштабной самофокусировки в прозрачных компонентах усилителя. При исследовании филаментации характерные начальные значения интенсивности поля составляют величину порядка 10^{11} Вт/см², что для диэлектриков толщиной менее 1 см приводит к значению $B < 1$. В этом случае распада пучка на отдельные структуры не происходит. Поэтому в дальнейшем считается, что в твердотельном диэлектрике приобретенные фазовые искажения не успевают перейти в амплитудные, так что импульс при прохождении прозрачной пластины приобретает только фазовую самомодуляцию.

В приближении тонкой линзы эту фазовую самомодуляцию импульса с гауссовым пучком в твердотельном диэлектрике можно оценить как

$$\Delta\varphi(\tau) = -n_2^{\text{TB}} I(r, \tau) \cdot \frac{2\pi n_0}{\lambda} \Delta z = -n_2^{\text{TB}} I_{\text{max}}(\tau) e^{-\frac{r^2}{r_0^2}} \cdot \frac{2\pi n_0}{\lambda} \Delta z, \quad (3.2)$$

где $I_{\text{max}}(\tau)$ — максимальная интенсивность во временном слое, n_2^{TB} — коэффициент керровской нелинейности твердого диэлектрика, n_0 — его показатель преломления, Δz — толщина пластинки. Таким образом, пространственная ограниченность импульса при фазовой самомодуляции приводит к возникновению кривизны волнового фронта пучка, которая меняется в течение импульса, поэтому в дальнейшем эта модуляция будет называться динамической кривизной волнового фронта.

Фазовый набег при обычной геометрической фокусировке тонкой линзой с фокусным расстоянием f определяется по формуле

$$\Delta\varphi = \frac{k_0 r_0^2}{2f}. \quad (3.3)$$

Раскладывая в ряд экспоненту в (3.2) и записывая квадратичный по r член фазовой самомодуляции в виде (3.3), получаем оценку фокусного расстояния керровской линзы твердотельных элементов:

$$f(\tau) = \frac{r_0^2}{2n_2^{\text{TB}} I_{\text{max}}(\tau) n_0 \Delta z} = \frac{4\pi^2 r_0^4 P_{\text{cr}}^{\text{TB}}}{3.77 \lambda^2 P(\tau) \Delta z}, \quad (3.4)$$

где $P_{\text{cr}}^{\text{TB}}$ — критическая мощность самофокусировки в твердом диэлектрике, $P(\tau)$ — зависящая от временной координаты мощность в пучке. Выбрав $r_0 = 1$ мм, $\lambda = 744$ нм, $P_{\text{cr}}^{\text{TB}} = 2$ МВт, $\Delta z = 1$ мм и гауссов профиль импульса $P(\tau) = P_0 \exp\left(-\frac{\tau^2}{\tau_0^2}\right)$ с пиковой мощностью $P_0 = 10$ ГВт (около 5 критических мощностей самофокусировки в воздухе), мы получим, что

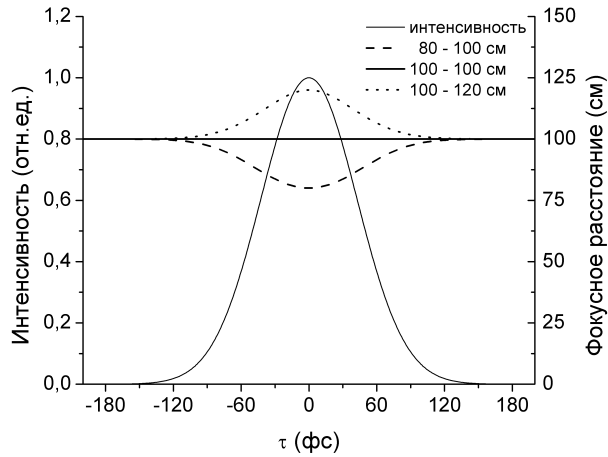


Рис. 3.6. Временная зависимость интенсивности (тонкая черная кривая) и кривизны волнового фронта в импульсе с динамической кривизной волнового фронта. Горизонтальная линия (сплошная черная кривая) соответствует постоянной кривизне волнового фронта с радиусом фокусировки 100 см, штриховая и пунктирная кривые отражают дополнительную фокусировку и дефокусировку центральных временных слоев, так что радиус фокусировки меняется в пределах от 80 до 100 см и от 100 до 120 см, соответственно.

центральный временной слой импульса имеет дополнительную фокусировку на расстояние около 4 м, что сравнимо с геометрической фокусировкой в эксперименте. На переднем и заднем фронте импульса эта фокусировка будет слабее из-за меньшей мощности.

На рис. 3.6 представлены графики зависимости $f(\tau)$ в течение длительности импульса. Сплошная черная кривая отображает случай однородной геометрической фокусировки, при которой импульс приобретает статическую, то есть одинаковую во всех временных слоях кривизну волнового фронта (в процессе нелинейного распространения импульса эта кривизна, конечно, перестанет быть статической). Также исследовался случай динамической кривизны, когда центральные временные слои дополнительно подфокусированы относительно носа и хвоста импульса (штриховая кривая). Кроме того, в численном моделировании был рассмотрен случай дефокусировки центрального временного слоя (пунктирная кривая), экспериментальная реализация которого не очевидна.

3.4.2. Численное моделирование филаментации лазерного излучения со статической и динамической кривизной волнового фронта

При численном изучении филаментации излучения с динамической кривизной волнового фронта использовались следующие параметры. Длительность лазерного импульса гауссовой формы составляла 100 фс (FWHM), пиковая мощность импульса составляла 5 критических мощностей самофокусировки на соответствующей длине волны. Радиус гауссового пучка составлял 1 мм, радиус однородной фокусировки составлял $f_0 = 1$ м. В импульс вводилась дополнительная фазовая модуляция (3.2). Ее амплитуда выбиралась такой, что радиус кривизны волнового фронта менялся, как показано на рис. 3.6. Для приведенных в предыдущем

разделе параметров твердого диэлектрика это соответствует ориентировочной совокупной толщине 1 мм. В результате начальные условия приобретали следующий вид:

$$A(r, \tau, z = 0) = A_0 e^{-\frac{r^2}{2r_0^2}} e^{-\frac{\tau^2}{2\tau_0^2}} e^{i\frac{k_0 r^2}{2f_0}} e^{i\frac{k_0 r^2}{2\Delta f(\tau)}}, \quad (3.5)$$

где согласно (3.4) $\frac{1}{\Delta f(\tau)} = \frac{1}{\Delta f_{\max}} e^{-\frac{\tau^2}{\tau_0^2}}$, $\Delta f_{\max} = 4$ м для красной кривой, $\Delta f_{\max} = -6$ м для синей и $\Delta f_{\max} = 0$ м для зеленой. Таким образом, фокусное расстояние в импульсе с дополнительной подфокусировкой меняется от 80 см в центральных временных слоях до 100 см на фронте и хвосте импульса (штриховая кривая), а для импульса с дополнительной дефокусировкой — от 120 см до 100 см (пунктирная кривая).

На рис. 3.7 представлены плазменные каналы в ИК и УФ импульсах с динамической кривизной волнового фронта. Видно, что введение в импульс дополнительной подфокусировки центральных временных слоев приводит к смещению точки старта канала навстречу лазерному импульсу. При этом положение обрыва канала практически не меняется. В целом, длина плазменного канала по уровню e^{-1} возрастает с 13 см при статической кривизне волнового фронта до 20 см при динамической кривизне для ИК излучения и 6 см до 10 см для УФ импульса. В случае динамической кривизны противоположного знака (синие кривые) старт плазменного канала смещается по направлению распространения излучения, а плазменный канал сокращается до 10 см в случае ИК излучения и до 4 см для УФ импульса.

Объяснить смещения старта плазменного канала можно на базе модели движущихся фокусов [189, 190]. Согласно этой модели филамент представляет собой последовательность нелинейных фокусов, возникающих в разных временных слоях импульса, начиная от центрального слоя, обладающего пиковой мощностью, и затем в слоях на переднем фронте

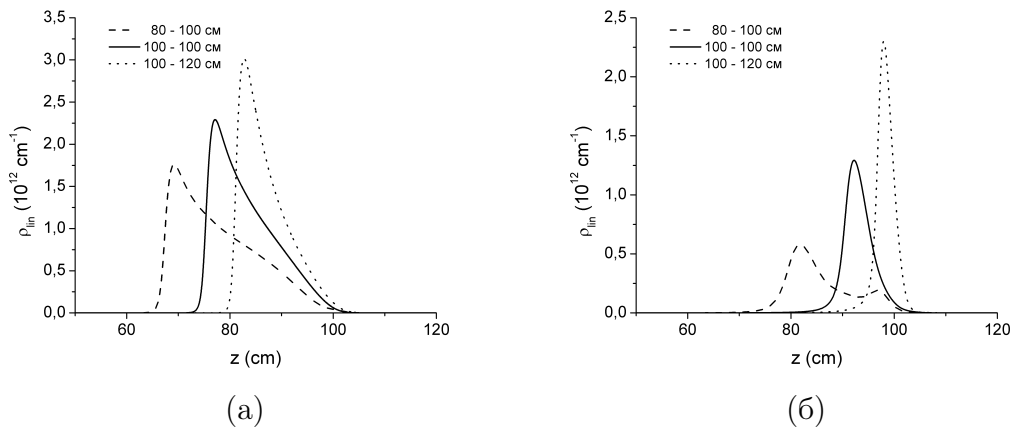


Рис. 3.7. Распределение линейной концентрации электронов ρ_{lin} вдоль направления распространения z импульса с динамической кривизной волнового фронта в численном моделировании. Приведены графики для ИК (а) и УФ (б) импульсов при отсутствии динамической кривизны волнового фронта (сплошные кривые) и при наличии дополнительной фокусировки (штриховые кривые) и дефокусировки (пунктирные кривые) центральных временных слоев.

импульса. Определенным ограничением модели является предсказываемая ею бесконечная длина филамента (поскольку временной слой импульса, содержащий ровно $1 P_{cr}$ будет иметь нелинейный фокус на бесконечности), однако ее справедливость для начальной стадии филаментации, в частности, применимость формулы Марбургера (2.108) для предсказания точки старта филамента, подтверждена экспериментально для фемтосекундных [189] и наносекундных импульсов [191, 192]. В случае сфокусированного (однородно или неоднородно по времени) импульса необходимо воспользоваться формулой (3.1). Таким образом, дополнительная подфокусировка центральных временных слоев приводит к смещению точки старта филамента навстречу лазерному импульсу и, как следствие, к удлинению плазменного канала. Дополнительная дефокусировка центральных временных слоев, напротив, приводит к затягиванию образования первого вдоль направления распространения нелинейного фокуса, что приводит к более позднему старту плазменного канала.

Несмотря на изменение протяженности плазменных каналов при введении динамической кривизны волнового фронта, полное число электронов Q_e^{total} в плазменном канале остается практически неизменным: около $6.5 \cdot 10^{13}$ штук для ИК излучения и $1.5 \cdot 10^{13}$ штук для УФ. Это связано с изменением пикового значения ρ_{lin} , при увеличении длины канала оно уменьшается. Следует также отметить, что в целом протяженность плазменных каналов для ИК излучения выше, чем для УФ, из-за более раннего старта канала, что также качественно объясняется моделью движущихся фокусов. Действительно, большая длина волны ИК излучения приводит к меньшей дифракционной и, как следствие, нелинейной длине, в результате точка старта филамента в ИК излучении достигается раньше (см. (2.108, 3.1)).

На рис. 3.8 представлены распределения поверхностной плотности энергии $F(r, z)$ в ИК филаментах. Видно, что увеличение протяженности филамента в случае подфокусированных центральных временных слоев импульса (рис. 3.8а) связано с образованием второго по оси распространения максимума F (вблизи геометрического фокуса системы). Протяженность филамента по уровню e^{-1} при исследуемых параметрах в случае динамической кривизны волнового фронта примерно на 30% больше (при подфокусировке центральных временных слоев импульса) и на 30% меньше (при их дефокусировке), чем в случае статической кривизны волнового фронта.

Таким образом, использование динамической кривизны волнового фронта может привести к значительным изменениям протяженности наблюдаемых плазменных каналов. Соответствующая ей фазовая модуляция может формироваться в импульсе при прохождении твердых оптических элементов экспериментальной установки.

3.4.3. Экспериментальные измерения плазменных каналов лазерных импульсов со статической и динамической кривизной волнового фронта

Для проверки выводов о влиянии динамической кривизны волнового фронта на длину плазменных каналов и прояснения вопроса о возможности управления длиной канала было

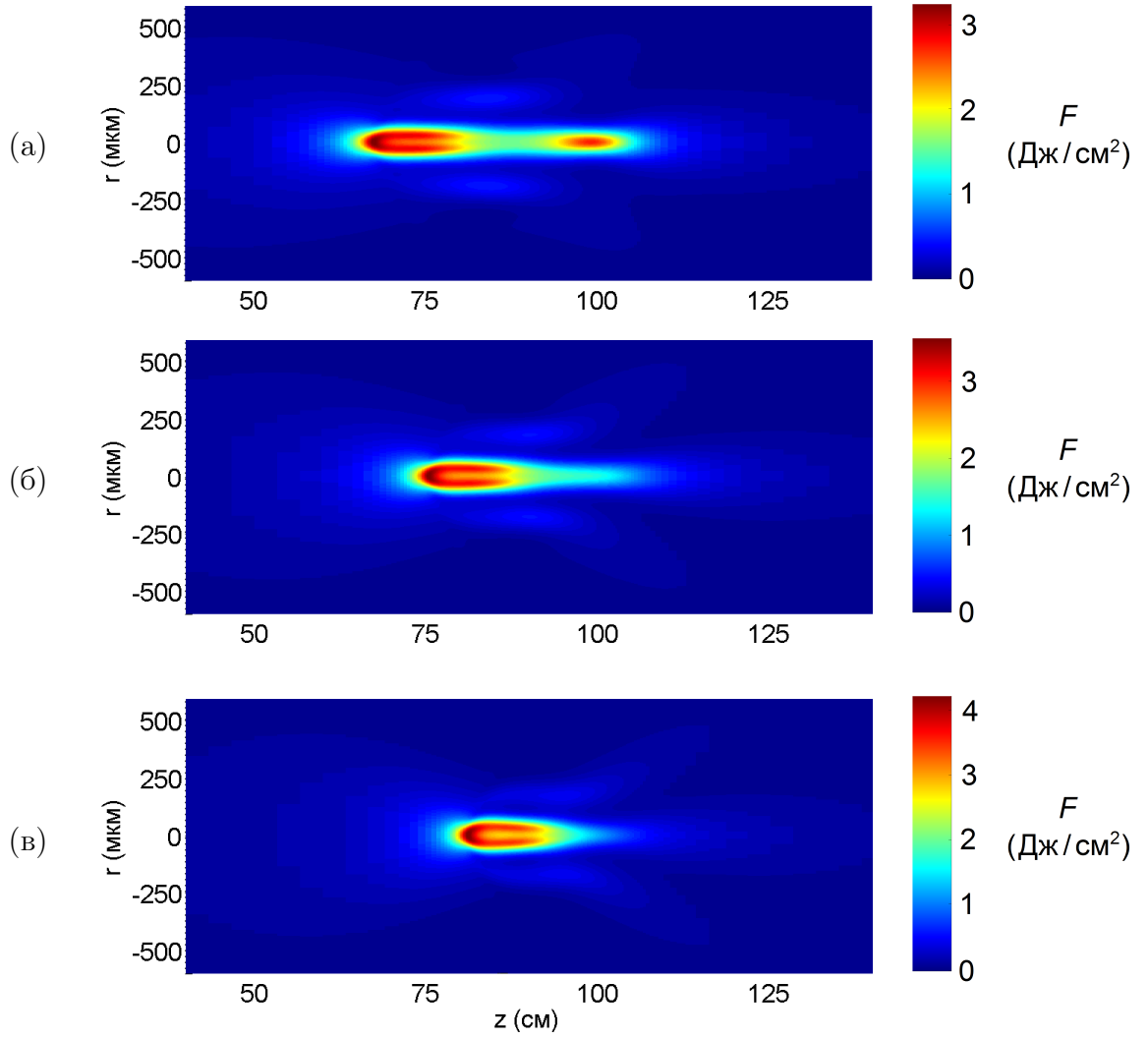


Рис. 3.8. Распределение поверхностной плотности энергии $F(r, z)$ вдоль радиальной r и продольной z координат при филаментации ИК импульса в отсутствии динамической кривизны волнового фронта (б) и при наличии дополнительной фокусировки (а) и дефокусировки (в) центральных временных слоев.

выполнено сопоставление результатов моделирования с экспериментальными, полученными в лаборатории газовых лазеров ФИАН Л. В. Селезневом и Е. С. Сунчугашевой. В эксперименте использовалось лазерное излучение на длине волны 744 нм длительностью 100 фс (FWHM) и энергией в импульсе 2.2 мДж, что соответствует пиковой мощности в импульсе порядка $10 P_{cr}$. Профиль пучка был гауссовым с радиусом $r_0 = 2$ мм. Лазерное излучение было сфокусировано зеркалом с фокусным расстоянием 3 м. На расстоянии 70 см после зеркала на пути пучка располагалась плоскопараллельная кварцевая пластина толщиной 4.5 мм или 10.5 мм, распространение сквозь которую приводило к фазовой самомодуляции импульса, а также к небольшим потерям энергии импульсом (около 10%).

Вследствие превышения критической мощности самофокусировки в пучке формировался филамент, плазменный канал которого регистрировался той же системой полусферических электродов, что и в разделе 3.3. Помимо этого для регистрации филамента использовалась также пробная плоскопараллельная кварцевая пластинка толщиной 0.15 мм. Эту пластину

перемещали вдоль направления распространения импульса; когда она оказывалась близка к точке старта филамента в воздухе, филаментация начинала развиваться уже в самой пробной пластине, что сопровождалось заметным невооруженным глазом излучением суперконтинуума. С учетом толщины пробной пластины и соотношения между критическими мощностями самофокусировки в воздухе и в кварце ($P_{cr}^{air}/P_{cr}^{quartz} \approx 10^3$) можно утверждать, что кварцевая пластина толщиной 0.15 мм примерно эквивалентна слою воздуха толщиной 15 см. Эта величина определяет точность регистрации старта филамента.

Экспериментальные результаты измерения плазменных каналов, а также результаты численного моделирования с параметрами эксперимента представлены на рис. 3.9. Видно, что как в моделировании, так и в эксперименте введение пластины в пучок не приводит к смещению конца плазменного канала, в то время как его начало сдвигается навстречу импульсу тем сильнее, чем толще пластина. В численном моделировании величина смещения составляет 40 см для пластины толщиной 4.5 мм и 75 см для пластины 10.5 мм. В эксперименте получены вдвое меньшие значения 20 см и 40 см, что может объясняться большим количеством сделанных предположений об однородном характере пучка, пластины, а также неточностью величин критической мощности самофокусировки в воздухе и кварце. В целом введение пластины в пучок увеличивало протяженность плазменного канала почти в два раза в моделировании и на 30% в эксперименте. При этом полное число электронов Q_e^{total} в моделировании слегка возрастало: от $8 \cdot 10^{13}$ в отсутствии пластины до $9.5 \cdot 10^{13}$ в случае пластины толщиной 10.5 мм.

Также видно, что плазменные каналы в численном моделировании характеризуются существенно большей модуляцией, связанной с последовательными рефокусировками излучения. Их отсутствие в эксперименте может быть связано с усреднением измеряемой величины по апертуре прибора, а также по времени измерения, за которое лазерная плазма может

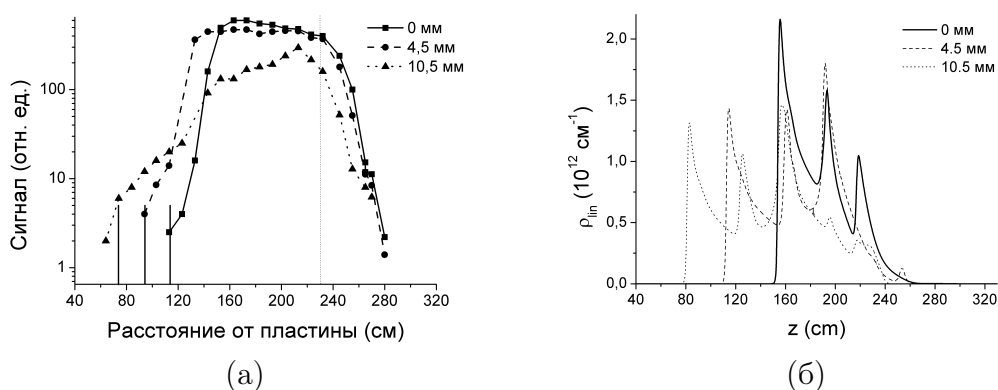


Рис. 3.9. Электрический сигнал в эксперименте (логарифмическая шкала) (а) и линейная концентрация электронов ρ_{lin} в численном моделировании (б) на разном расстоянии от кварцевой пластины. Приведены графики для двух пластин разной толщины (4.5 мм и 10.5 мм), а также для случая отсутствия пластины. На левом графике вертикальные отрезки в левом нижнем углу обозначают положение старта филамента, определяемое с помощью пробной пластины, тонкая вертикальная линия обозначает положение геометрического фокуса собирающего зеркала.

успеть частично релаксировать.

Таким образом, в эксперименте качественно воспроизводится смещение старта плазменного канала навстречу излучению при использовании динамической кривизны волнового фронта. Это может быть использовано для управления длиной канала.

3.5. Влияние астигматизма начального пучка на параметры филаментации

В рассмотренных выше экспериментах для управления распространением лазерного импульса среди прочих оптических элементов использовались собирающие зеркала, причем пучок мог падать на зеркало под значительным углом к нормали. Это приводит к добавлению в волновой фронт пучка астигматической aberrации, которая может быть представлена в виде

$$\varphi(x, y) = \frac{k_0 x^2}{2f_x} + \frac{k_0 y^2}{2f_y}. \quad (3.6)$$

Количественно астигматизм задается двумя геометрическими фокусами f_x и f_y (не умаляя общности, будем считать $f_x < f_y$). В качестве безразмерного параметра, характеризующего астигматизм, было выбрано отношение (параметр астигматизма) $\frac{\Delta f}{f_0}$, равное отношению расстояния между меридиональным (f_x) и сагиттальным (f_y) фокусами (продольной меры) к среднему фокусному расстоянию $f_0 = \frac{f_x + f_y}{2}$. При $f_x = f_y$ астигматизм отсутствует, пучок в целом сфокусирован на расстояние f_0 . В данном разделе анализируется влияние астигматизма входного пучка на параметры плазменных каналов.

При слабом астигматизме можно ожидать, что перетяжкой пучка будет вся область между геометрическими фокусами, что в нелинейном режиме распространения приведет к удлинению филамента и плазменного канала по сравнению с безабберационной фокусировкой пучка. При сильном астигматизме геометрические фокусы окажутся далеко друг от друга, и можно ожидать разрыва канала на два отрезка вблизи геометрических фокусов.

3.5.1. Численное моделирование филаментации лазерного излучения с астигматизмом

В моделировании использовались 100 фс импульсы с пиковой мощностью 5 критических на двух длинах волн: 744 нм и 248 нм. Радиус гауссового пучка равнялся 3 мм, радиус фокусировки $f_0 = 50$ см. Параметр астигматизма варьировался в диапазоне от 0, что соответствует безабберационной фокусировке, до 0.16.

На рис. 3.10 показаны зависимости пиковой интенсивности в филаменте I и максимальной линейной концентрации электронов ρ_{lin} в плазменном канале ИК (а) и УФ (б) импульсов, а также полное число электронов Q_e^{total} (в) для двух диапазонов длин волн. Видно, что увеличение астигматизма пучка приводит к монотонному уменьшению пиковой интенсивности в филаменте до двух раз (в исследованном диапазоне параметров). Это связано с тем, что при

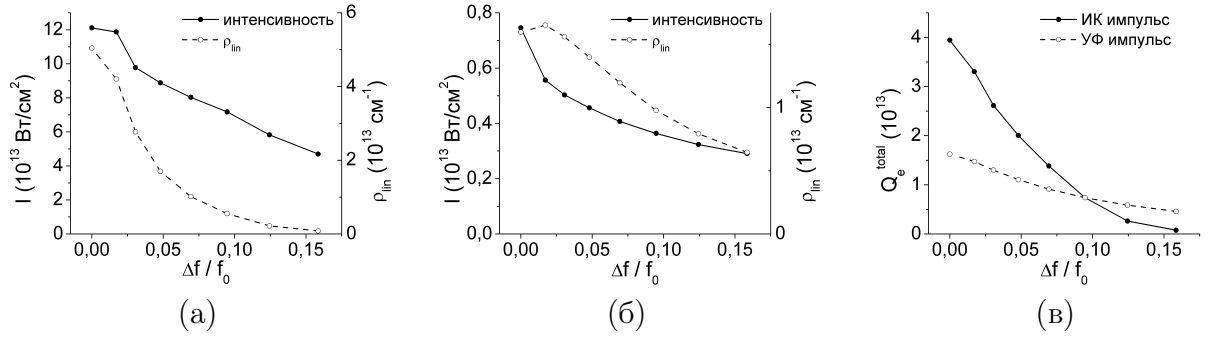


Рис. 3.10. Пиковая интенсивность в филаменте I и линейная концентрация электронов в плазменном канале ρ_{lin} при филаментации ИК (а) и УФ (б) импульса с астигматическим профилем пучка, а также полное число электронов Q_e^{total} в плазменном канале (в) для ИК и УФ импульса.

сильном астигматизме геометрическая фокусировка фактически происходит вначале только по одному из двух поперечных направлений (например, вдоль оси x). Это препятствует быстрому формированию нелинейного фокуса. Характер фокусировки приближается к фокусировке щелевого пучка, и для предотвращения коллапса достаточно оптически более слабой рассеивающей линзы, формируемой самонаведенной плазмой в канале филамента. Уменьшение интенсивности в филаменте вызывает резкое падение скорости ионизации, соответственно, значительно снижается и концентрация электронов в лазерной плазме. При этом, как показали результаты численного моделирования, поперечный размер плазменных каналов ИК излучения, определяемый по уровню e^{-1} от максимальной концентрации электронов в данном сечении пучка, не меняется или незначительно уменьшается. В итоге это приводит к падению полного числа электронов в плазменном канале приблизительно в 50 раз (рис. 3.10в). Для УФ импульсов характерен рост поперечного размера плазменных каналов. Поэтому линейная концентрация плазмы падает медленнее (рис. 3.10б) и полное число электронов в плазменном канале уменьшается только в 3.5 раза (рис. 3.10в).

На рис. 3.11 приведены распределения линейной концентрации ρ_{lin} вдоль трассы для ИК (а) и УФ (б) импульсов при различных параметрах астигматизма волнового фронта. Можно видеть, как усиление астигматизма приводит к формированию вначале более протяженного канала, а затем к разрыву единого канала на две области в окрестности меридионального (переднего, с большей концентрацией электронов) и сагиттального (заднего) фокусов. При этом протяженность каналов по уровню e^{-1} возрастала до 20% для ИК излучения.

Для выявления зависимости параметров плазменных каналов лазерных пучков с астигматизмом волнового фронта от радиуса пучка была выполнена серия численных экспериментов, в которых радиус менялся от 1 до 2.5 мм при сохранении неизменной пиковой мощности пучка ($P_0 = 5 P_{cr}$). Положение переднего и заднего фокусов пучка оставалось фиксированным (80 см и 100 см, $\frac{\Delta f}{f_0} = 0.22$). В этих условиях увеличение радиуса пучка приводит к более острой астигматической фокусировке. В результате пиковые значения линейной концентрации плазмы вдоль трассы менялись от $2.3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-1}$ при $r_0 = 1 \text{ мм}$ до $2.3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-1}$ при $r_0 = 2.5 \text{ мм}$. Нормированное распределение линейной концентрации электронов ρ_{lin} в

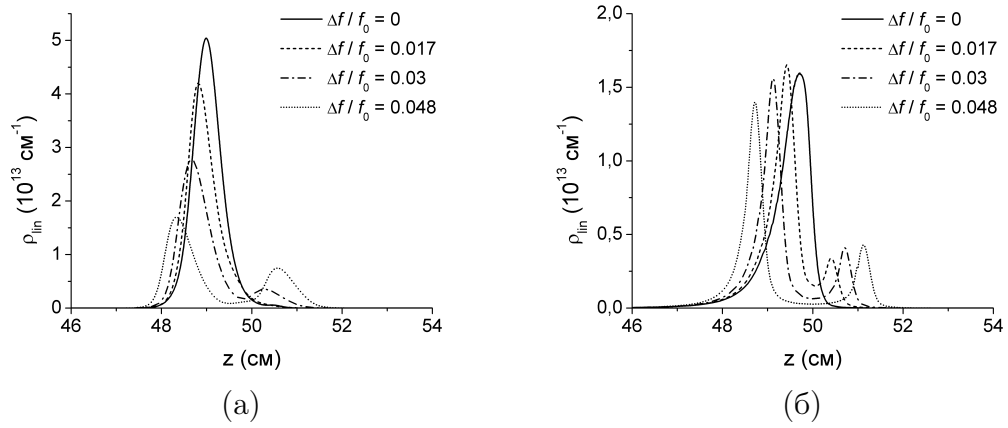


Рис. 3.11. Линейная концентрация электронов ρ_{lin} в плазменных каналах ИК (а) и УФ (б) импульсов при разных значениях параметра астигматизма $\frac{\Delta f}{f_0}$.

плазменных каналах, полученное в численном моделировании, представлено на рис. 3.12.

При большом радиусе пучка ($r_0 = 2.5$ мм) перетяжки вблизи переднего и заднего фокусов оказываются короткими и не перекрываются, в результате формируются две разнесенные в продольном направлении области плазменного канала: с большей линейной концентрацией плазмы в окрестности переднего фокуса и более протяженная, но с меньшей концентрацией, область перед задним фокусом. С уменьшением радиуса ($r_0 = 2$ мм) резко уменьшается пиковое значение линейной плотности плазмы в окрестности переднего фокуса, а максимум линейной плотности электронов достигается между передним и задним фокусами. Фактически, именно здесь начинает формироваться основная часть плазменного канала. При этом его вторая, более протяженная часть, образуется за задним фокусом на расстояниях 105–130 см.

При дальнейшем уменьшении радиуса ($r_0 = 1.5$ мм) происходит слияние передней и зад-

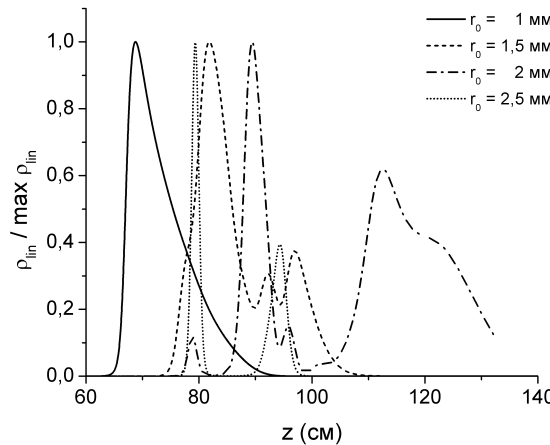


Рис. 3.12. Плазменные каналы ИК импульса при различных радиусах пучка с астигматизмом. Передний и задний фокусы пучка расположены на расстоянии 80 см и 100 см, соответственно. Линейная концентрация ρ_{lin} нормирована на максимальное значение вдоль трассы.

ней частей плазменного канала, и он непрерывно простирается на всем протяжении трассы между фокусами астигматической линзы, слабо заходя за задний фокус. При наименьшем радиусе пучка ($r_0 = 1$ мм) реализуется режим мягкой фокусировки, характеризуемый формированием однородного в продольном направлении плазменного канала, в начале которого происходит резкий рост линейной концентрации плазмы, а затем плавное падение. При этом в узком пучке плазменный канал начинается ближе всего к входной апертуре лазерной системы.

Таким образом, достаточно жесткая фокусировка ($r_0 = 2.5$ мм в условиях моделирования) приводит к разрыву канала на две несвязанные области, которые формируются в окрестности переднего и заднего фокусов. При промежуточном значении $r_0 = 1.5$ мм достигается наибольшая длина канала по уровню e^{-1} от максимального значения линейной плотности. В этом случае канал начинается до переднего фокуса и завершается за задним фокусом, простираясь непрерывно на протяжении более 25 см. При дальнейшем уменьшении радиуса (смягчении фокусировки) до $r_0 = 1$ мм длина канала немного уменьшается, а сам канал сдвигается к началу трассы.

3.5.2. Экспериментальные измерения плазменных каналов лазерных импульсов с астигматическими пучками

Для проверки установленных в численном моделировании особенностей формирования плазменных каналов при филаментации пучков с астигматизмом волнового фронта была выполнена серия экспериментов по филаментации УФ импульсов. Эксперименты были выполнены Л. В. Селезевым и Е. С. Сунчугашевой на той же установке, что и описанные в разделе 3.3. Схема эксперимента приведена на рис. 3.13.

Лазерное излучение инфракрасного и ультрафиолетового диапазонов фокусировалось собирающим зеркалом с фокусным расстоянием $f_0 = 50$ см. При нормальном падении на зеркало это приводило к безабберационной фокусировке пучка с параболическим волновым

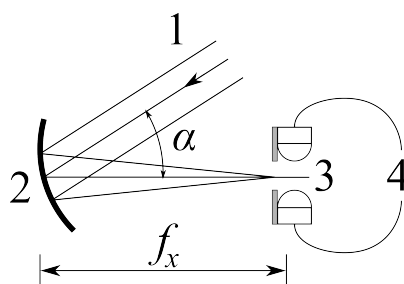


Рис. 3.13. Схема эксперимента с астигматическими пучками. Лазерное излучение (1) наклонно падает на собирающее зеркало (2) и образует филамент (3) вблизи перетяжки. Его плазменный канал регистрируется измерительной схемой (4) (показаны только электроды). Расстояние между зеркалом и точкой пересечения лучей в плоскости рисунка соответствует меридиональному фокусу f_x , а сама плоскость рисунка является меридиональной (то есть содержит ось симметрии зеркала). Сагиттальная плоскость перпендикулярна ей и содержит главный (центральный) луч отраженного пучка.

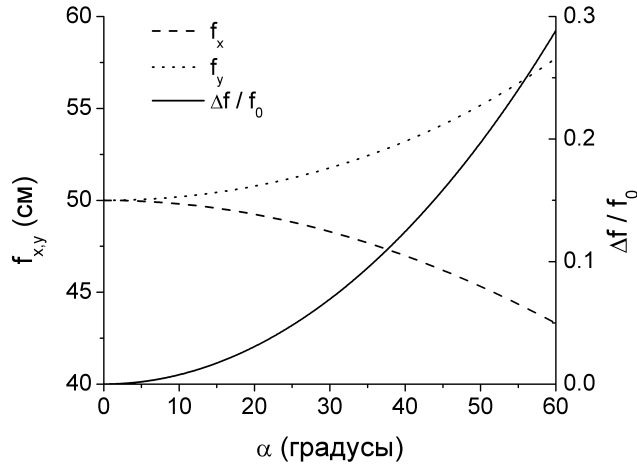


Рис. 3.14. Зависимость положения переднего f_x и заднего f_y фокусов астигматического пучка (штриховая и пунктирная кривые) и параметра астигматизма $\Delta f / f_0$ (сплошная кривая) от угла α между падающим и отраженным лучами при фокусном расстоянии зеркала $f_0 = 50$ см.

фронтом:

$$\varphi(x, y) = \frac{k_0(x^2 + y^2)}{2f_0}. \quad (3.7)$$

Астигматизм вводился в пучок путем поворота зеркала, так что угол между падающим и отраженным лучами равнялся α (рис. 3.13). На рис. 3.14 приведена зависимость положения фокусов пучка f_x и f_y в зависимости от угла α , который в условиях эксперимента мог варьироваться в диапазоне от 0° до 45° .

На рис. 3.15 приведено сравнение полученных в численном моделировании каналов с экспериментальными данными. Были получены плазменные каналы при слабом и сильном астигматизме (параметр астигматизма $\frac{\Delta f}{f_0}$ составлял 0.017 и 0.16, что соответствовало значениям $\alpha = 15^\circ$ и $\alpha = 45^\circ$).

Как видно из рисунка, при сравнительно слабом астигматизме плазменный канал состоит из одного целого отрезка, а при усилении астигматизма он разрывается на две области в окрестности меридионального (переднего с большей концентрацией электронов) и сагиттального (заднего) фокусов. Сравнение экспериментальных и численных зависимостей показывает хорошее согласие в положении плазменных каналов. Однако относительное уменьшение пиковых значений линейной концентрации электронов при увеличении параметра астигматизма в расчетах оказалось существенно больше, чем было зарегистрировано в экспериментальных измерениях. Одной из причин этого может быть ограниченность используемой в расчетах модели, в которой не учитываются нелинейные возмущения импульса в твердотельных элементах лазерной установки. Эти возмущения могут приводить к обсуждавшимся в разделе 3.4 дополнительным динамическим абберациям волнового фронта пучка как в случае слабого, так и сильного астигматизма, тем самым сглаживая разницу в пиковых значениях интенсивности излучения и концентрации генерируемой им плазмы. Другой возможной причиной может являться релаксация плазмы за время регистрации сигнала в эксперименте,

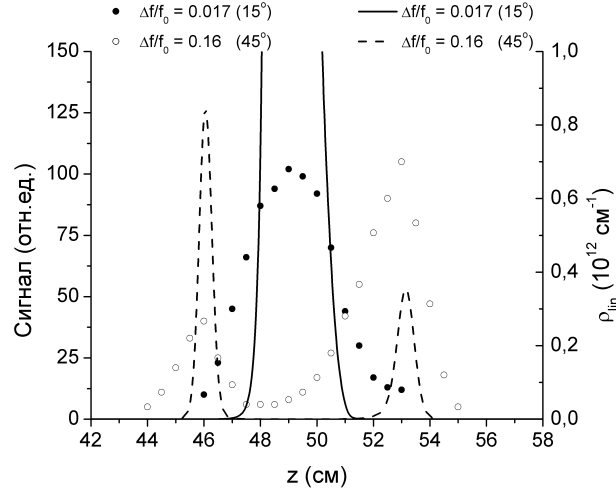


Рис. 3.15. Изменение регистрируемого в эксперименте сигнала (точки, левая шкала) и полученная численно линейная концентрация электронов ρ_{lin} (кривые, правая шкала) вдоль направления распространения импульса z . Приведены данные для сравнительно слабого и сильного астигматизма (угол между падающим и отраженным лучами 15° и 45°).

которая не учитывается в численной модели.

Таким образом, введение астигматизма волнового фронта лазерного пучка излучения фемтосекундной длительности позволяет управлять положением и протяженностью плазменных каналов. Слабый астигматизм приводит к увеличению длины плазменного канала по сравнению с безаберрационной фокусировкой, а сильный астигматизм может привести к образованию двух каналов, расположенных на оси филамента последовательно друг за другом. При этом более мягкая фокусировка пучка с астигматизмом приводит к слиянию плазменных каналов.

3.6. Выводы по главе 3

Исследовано влияние геометрической фокусировки пучка на параметры одиночной филаментации фемтосекундного лазерного импульса при мощности излучения, не превышающей критическую мощность самофокусировки более, чем на порядок ($P_0 \leq 10 P_{cr}$). Обнаружено качественное отличие в поведении пиковой интенсивности в филаменте и поперечных размеров плазменного канала в импульсах ИК ($\lambda = 744$ нм) и УФ ($\lambda = 248$ нм) диапазонов. Введение в миллиметровые пучки ИК излучения мягкой фокусировки ($f \geq 5$ м, числовая апертура менее 0.001) практически не влияет на параметры одиночной филаментации. При более острой фокусировке ($1 \text{ м} \leq f \leq 5 \text{ м}$, числовая апертура от 0.01 до 0.001) ИК излучения пиковая интенсивность в филаменте снижается на 10%, а диаметр плазменного канала возрастает до двух раз. Напротив, для УФ излучения введение фокусировки в пучок влияет на параметры филаментации во всем исследованном диапазоне радиусов кривизны и радиусов пучка. При этом интенсивность в филаменте оказывается больше при более острой фокусировке, также как это происходит при фокусировке пучка пучка в линейном режиме, а радиус

плазменного канала убывает с обострением фокусировки, подобно размеру фокального пятна при линейном распространении.

При сопоставлении результатов численных расчетов с экспериментальными данными о плазменных каналах в сфокусированных пучках обнаружено существенное занижение длины каналов в численном моделировании. Для объяснения этого предложена модель динамической кривизны волнового фронта, учитывающая прохождение импульсом твердотельных диэлектриков. За счет нестационарной фазовой самомодуляции в диэлектрике происходит формирование положительной динамической кривизны волнового фронта, при которой центральные временные слои импульса оказываются сфокусированы сильнее, чем его фронт и срез. Обнаружено, что динамическая кривизна волнового фронта способна существенно сместить точку старта филамента и за счет этого увеличить длину плазменного канала.

Наряду с динамической кривизной численно исследовано влияние астигматизма волнового фронта пучка на филаментацию лазерного импульса. Показано, что слабый астигматизм приводит к удлинению плазменного канала (до 20% при определенных параметрах), в то время как более сильный способен привести к разрыву плазменного канала и формированию двух плазменных отрезков вблизи переднего и заднего геометрических фокусов пучка. Результаты численного моделирования находятся в качественном согласии с экспериментальными данными по формированию плазменных каналов в лазерном пучке с астигматизмом волнового фронта.

Глава 4

Филаментация фемтосекундного лазерного излучения на протяженных атмосферных трассах

В главе проведено исследование самофокусировки и филаментации лазерного излучения на протяженных атмосферных трассах. Установлено, что при малой мощности пучка вероятность развития филаментации убывает с увеличением амплитуды турбулентных флуктуаций, при этом среднее расстояние до точки старта филамента и его плазменного канала меняется немонотонно. Показано, что при большой мощности пучка точка старта филамента приближается к выходу лазерной системы при усилении турбулентности. Для пучков большего размера это смещение выражено сильнее. Определено, что вероятность одновременного возникновения нескольких филаментов в мощном пучке максимальна, когда размер пространственных неоднородностей в пучке составляет величину порядка радиуса пучка. Предложен метод периодизации граничных условий для моделирования филаментации лазерного излучения в широких пучках на протяженных атмосферных трассах.

4.1. Особенности филаментации на протяженных трассах

Значительный интерес представляет задача распространения лазерного излучения на протяженных трассах. В случае пучков докритической мощности лазерное излучение испытывает дифракционную расходимость, что не позволяет получить больших пиковых значений интенсивности светового поля, поверхностной плотности энергии и концентрации плазмы на удалении от лазерной системы. Использование пучков надкритической мощности, испытывающих самофокусировку и филаментацию в воздухе, может позволить сохранить высокие значения приведенных параметров излучения на протяжении длинного филамента.

При исследовании распространения излучения на протяженных атмосферных трассах значимым оказывается фактор неоднородности среды. Турбулентные флуктуации плотности и температуры атмосферного воздуха приводят к флуктуациям показателя преломления

и, как следствие, к фазовым искажениям, вносимым в пучок. В докритическом (квазилинейном) режиме это приводит к уширению пучка в целом [193]. В случае надкритической пиковой мощности импульса турбулентные флуктуации могут оказывать влияние как на процесс самофокусировки, так и на развитие сформировавшегося в пучке филамента. В данной главе будет рассмотрен вопрос о влиянии атмосферных флуктуаций преимущественно на первую стадию филаментации — самофокусировку лазерного излучения, а развитию образовавшихся в пучке филаментов будет посвящен раздел 4.5, для чего потребуется использовать особый метод.

При рассмотрении начальной стадии филаментации — этапа самофокусировки излучения — можно использовать стационарную постановку задачи (2.67), рассматривая тем самым распространение только временного слоя с пиковой мощностью вплоть до достижения им нелинейного фокуса (если он вообще будет образован). Когда пучок при распространении доходит до нелинейного фокуса, в его поперечном сечении возникает «горячая точка» — небольшая область с высоким значением интенсивности, обычно имеющая круговую форму. Ее положение в поперечном сечении в общем случае не совпадает с центром пучка (в отличие от случая однородной среды) из-за турбулентных флуктуаций показателя преломления и является случайным. Однако из-за малого характерного разброса положения «горячей точки» в поперечном сечении [82] более важным оказывается вопрос продольного положения нелинейного фокуса, то есть расстояния до старта филамента. Его рассмотрению и посвящена данная глава.

Турбулентные изменения показателя преломления, вносящие фазовые искажения в пучок, можно рассматривать как совокупность случайно расположенных линз разных размеров со случайными оптическими силами, как собирающих, так и рассеивающих. В зависимости от расположения они могут приводить к фокусировке или дефокусировке излучения в целом или к выделению в пучке одновременно развивающихся субструктур, то есть вызывать фрагментацию пучка. В результате можно предполагать как увеличение, так и уменьшение расстояния до нелинейного фокуса по сравнению с невозмущенной средой. Эффект изменения расстояния будет носить случайный характер, поэтому в численном моделировании потребуется набор статистики.

Можно также ожидать, что турбулентные флуктуации будут сильнее влиять на лазерные пучки большего размера. Это связано как с тем, что в пределах пучка окажется большее число флуктуаций, так и с тем, что при увеличении диаметра пучка увеличатся также и характерные продольные масштабы (дифракционная и нелинейная длины), а значит, пучок на пути к нелинейному фокусу пройдет большую атмосферную толщину. При численном исследовании развитой множественной филаментации большие размеры пучка приводят к значительным трудностям ввиду большого размера расчетной сетки и большого объема вычислений. Для преодоления этой проблемы в разделе 4.5 предложен метод периодизации граничных условий.

Все рассмотрение в данной главе проведено для излучения ИК диапазона, $\lambda = 800$ нм.

4.1.1. Определение положения начала филамента в численном моделировании

Если пиковая мощность импульса превосходит критическую мощность самофокусировки, то решение стационарной задачи (2.67) имеет особенность, а именно интенсивность излучения неограниченно возрастает при приближении к так называемому нелинейному фокусу. В регулярной среде положение нелинейного фокуса приближенно описывается формулой Марбургера (2.108).

Положение нелинейного фокуса определяет точку старта филамента. Распространение лазерного излучения за нелинейный фокус не может быть описано в рамках стационарной задачи. В качестве критерия достижения нелинейного фокуса использовалось 50-кратное превышение пиковой интенсивностью пучка I начальной пиковой интенсивности I_0 . По достижении этого порогового значения расчет прекращался.

На рис. 4.1 сплошная кривая соответствует зависимости пиковой интенсивности в импульсе I от пройденного в регулярной нелинейной среде расстояния z . Радиус пучка равнялся 0.5 см, мощность пучка составляла $2.5 P_{cr}$, критическая мощность самофокусировки в воздухе P_{cr} полагалась равной 2 ГВт. Пунктирные линии отмечают расчетное положение точки, в которой достигается 50-кратное превышение начальной интенсивности (она находится на расстоянии 92 м), и точки с пиковой интенсивностью $5 \cdot 10^{13}$ Вт/см², то есть характерной пиковой интенсивности в филаменте. Нелинейный фокус находится на расстоянии около 94.5 м. Видно, что погрешность, вносимая ранним прекращением расчета, составляет менее 3%. В то же время экономия расчетного времени значительна, расчет до уровня $50 I_0$ в несколько раз быстрее расчета до характерной интенсивности в филаменте, поскольку при подходе к нелинейному фокусу резкий рост интенсивности приводит к необходимости уменьшения расчетного шага Δz (см. раздел 2.5.6).

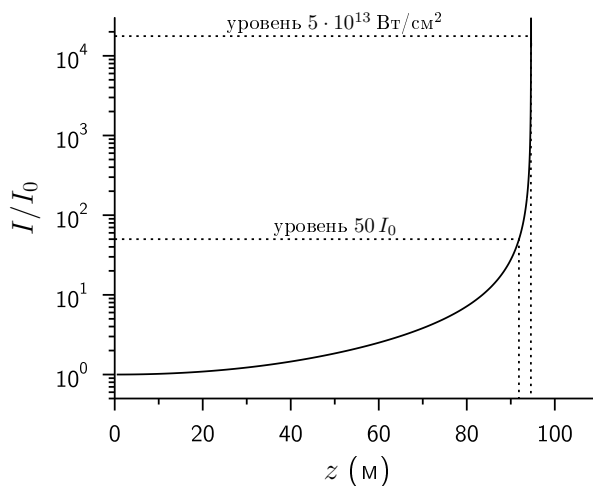


Рис. 4.1. Зависимость пиковой интенсивности самофокусирующегося пучка I от пройденного расстояния z (сплошная кривая). Пунктирными линиями отмечены уровни интенсивности $50 I_0$ и характерной пиковой интенсивности в филаменте. Радиус пучка $r_0 = 0.5$ см, начальная пиковая интенсивность $I_0 = 6.4 \cdot 10^9$ Вт/см²

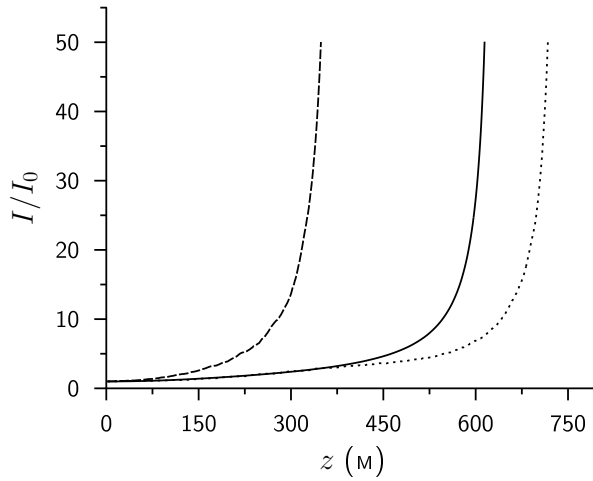


Рис. 4.2. Зависимость пиковой интенсивности гауссового пучка I , нормированной на начальное значение I_0 , от пройденного расстояния z в регулярной среде (сплошная кривая) и в турбулентной атмосфере при разных реализациях турбулентности (пунктирная и штриховая кривые). Мощность пучка $P = 1.3 P_{cr}$, структурная постоянная $C_n^2 = 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$.

В случайно неоднородной среде расстояние до нелинейного фокуса будет случайной величиной. На рис. 4.2 приведены зависимости пиковой интенсивности пучка от пройденного расстояния для регулярной среды (сплошная кривая) и среды с турбулентностью (пунктирная и штриховая кривые). При получении двух последних кривых использовались разные последовательности случайных статистически независимых фазовых экранов, которые моделировали влияние флуктуаций показателя преломления $\Delta\tilde{n}$ на трассе. Статистические параметры экранов (тип спектра флуктуаций, внутренний и внешний масштабы турбулентности, амплитуда флуктуаций) оставались зафиксированными в рамках набора. При моделировании фазовых экранов использовался модифицированный кармановский спектр (2.101) с внутренним масштабом турбулентности $l_0 = 1 \text{ мм}$, внешним масштабом $L_0 = 1 \text{ м}$ и параметром $C_n^2 = 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$. Мощность пучка составляла $1.3 P_{cr}$, его радиус равнялся 0.75 см . При таких параметрах пучка нелинейный фокус в невозмущенной среде должен находиться на расстоянии около 650 м .

Штриховая кривая соответствует «фокусирующей» последовательности экранов (то есть способствующей уменьшению расстояния до старта филамента z_{fil} по сравнению с регулярной средой). Пунктирная кривая соответствует «дефокусирующей» последовательности экранов. Следует отметить, что фазовые экраны были статистически независимыми и генерировались случайно, поэтому одна из реализаций случайно оказалась «фокусирующей», а другая «дефокусирующей». Таким образом, одинаковые статистические параметры случайных флуктуаций не гарантируют одинакового поведения лазерного пучка в отдельных реализациях. В данном случае расстояние до нелинейного фокуса оказалось на 43% меньше (для штриховой кривой) и на 17% больше (для пунктирной кривой), чем в регулярном случае.

Кроме того, было обнаружено, что в отдельных расчетах последовательность сгенерированных фазовых экранов оказывалась такой, что пиковая интенсивность в пучке не достига-

ла уровня $50 I_0$ даже на расстояниях $5 z_{reg}$, несмотря на небольшое превышение критической мощности самофокусировки. В таком случае считалось, что турбулентность воспрепятствовала самофокусировке, и филамент не образуется. При значительном превышении критической мощности нелинейный фокус образовывался во всех реализациях. Таким образом, формирование филамента в случайно-неоднородной среде является вероятностным процессом, и для выяснения особенностей продольного положения точки начала филамента требуется проведение статистического анализа.

4.1.2. Общая схема набора статистики

Главным результатом моделирования распространения импульса было определение продольного положения точки нелинейного фокуса. Как указывалось выше, в качестве критерия образования филамента (достижения нелинейного фокуса) выбиралось условие возрастания пиковой интенсивности в 50 раз по сравнению с начальной.

Получаемые результаты (расстояния до нелинейного фокуса $(z_{fil})_i$) усреднялись по нескольким десяткам статистически независимых реализаций. Среднее расстояние до начала филаментации z_{fil} и его доверительный интервал рассчитывались по формулам

$$z_{fil} = \frac{1}{N_{удач}} \sum_{i=1}^{N_{удач}} (z_{fil})_i, \quad (4.1)$$

$$\Delta z_{fil} = \sqrt{\frac{1}{N_{удач} (N_{удач} - 1)} \sum_{i=1}^{N_{удач}} ((z_{fil})_i - z_{fil})^2}, \quad (4.2)$$

где $N_{удач}$ — число «удачных» реализаций (то есть тех, в результате которых интенсивность превзошла пороговое значение $50 I_0$). Общее число реализаций в серии варьировалось, поскольку при малых мощностях не все реализации приводили к образованию филамента и для набора минимального количества «удачных» реализаций $N_{удач}$ необходимо было увеличивать общее число реализаций. Для больших мощностей эта проблема неактуальна, поскольку «горячая точка» в поперечном сечении возникала во всех реализациях. Обычно расчет велся до тех пор, пока не набиралось минимум 32 «удачные» реализации; число «32» было выбрано как характерное значение, начиная с которого происходит нормализация распределения.

4.1.3. Параметры моделирования

Численное моделирование базировалось на стационарной постановке задачи филаментации (2.67). Длина волны излучения λ в моделировании принадлежала ИК диапазону и составляла 800 нм. Для типичного в численном моделировании радиуса $r_0 = 0.75$ см это соответствует дифракционной длине $l_{diff} = 440$ м. В табл. 4.1 приведены характерные расстояния до нелинейного фокуса z_{reg} в регулярной среде для разных мощностей пучка, рассчитанные по формуле (2.67).

Таблица 4.1. Характерное расстояние до филамента в регулярной среде z_{reg} при разных мощностях пучка P , рассчитанное по формуле Марбургера 2.108. Длина волны 800 нм, радиус пучка 0.75 см.

P/P_{cr}	1.3	10	100
z_{reg} , м	650	70	18

Поперечный размер вычислительной области брался в 6 раз больше диаметра пучка. Количество точек расчетной сетки составляло $NX \times NY = 4096 \times 4096$.

Внешний и внутренний масштабы турбулентности брались равными $L_0 = 1$ м, $l_0 = 1$ мм. Радиус пучка r_0 составлял 0.75 см, амплитуда турбулентных флуктуаций, определяемая структурной постоянной C_n^2 , и мощность пучка P варьировались в расчетах.

4.2. Продольные смещения нелинейного фокуса и вероятность филаментации в турбулентной среде

Для выявления влияния интенсивности турбулентных флуктуаций, определяющейся структурной постоянной C_n^2 , на самофокусировку в турбулентной среде была проведена следующая серия численных экспериментов. Генерировалась последовательность случайных фазовых экранов, моделирующих влияние случайных флуктуаций показателя преломления на трассе, и рассматривалось прохождение пучка по этой трассе. В каждой последующей реализации пространственное распределение флуктуаций на экранах сохранялось прежним, но менялась их амплитуда, пропорциональная $\sqrt{C_n^2}$. Таким образом строилась зависимость расстояния z_{fil} от параметра C_n^2 при фиксированном пространственном распределении флуктуаций показателя преломления. Поскольку интерес представляет влияние турбулентных флуктуаций показателя преломления, расстояние до нелинейного фокуса нормировалось на аналогичное расстояние в случае регулярной среды z_{reg} . Таким образом строилась одна кривая на рис. 4.3. Затем генерировалось новое пространственное распределение флуктуаций показателя преломления на трассе, и процедура варьирования значений C_n^2 повторялась для построения следующей кривой.

Из рис. 4.3 видно, что существуют реализации, при которых расстояние z_{fil} монотонно растет с ростом турбулентности (например, красная кривая). Такие реализации в дальнейшем будут условно называться «нарастающими». Существуют также реализации, в которых это расстояние сокращается («убывающие» реализации, группа из трех кривых в нижней части графика). Однако и в них кривая заканчивается резким ростом, а начиная с некоторого значения C_n^2 (порядка 10^{-14} см^{-2/3}), самофокусировка практически полностью подавляется турбулентностью.

Процесс самофокусировки относительно маломощного пучка ($P = 1.3 P_{cr}$) в отдельной реализации показан на рис. 4.4 (на рис. 4.3 эта реализация отсутствует). Видно, что турбу-

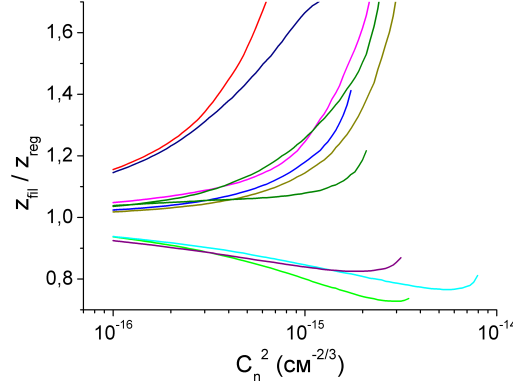


Рис. 4.3. Зависимость расстояния до нелинейного фокуса z_{fil} от величины турбулентных флуктуаций C_n^2 для серии из 10 случайных реализаций. Цветные кривые — различные реализации серии. Мощность пучка $1.3 P_{cr}$. Расстояние до нелинейного фокуса в регулярной среде $z_{reg} = 650$ м.

лентность сильно искажает профиль пучка. Разбиение пучка на отдельные «горячие точки» не происходит, и при мощностях, незначительно превышающих P_{cr} , пучок самофокусируется как целое. При этом «горячая точка» в поперечном сечении может сильно смещаться от оптической оси.

На рис. 4.5 приведена зависимость расстояния до нелинейного фокуса z_{fil} от величины структурной постоянной C_n^2 после проведения усреднения по 100 реализациям. В процедуре усреднения участвовали только те реализации, в которых образовывался филамент. Скачки красной кривой связаны с уменьшением числа «удачных» реализаций (таких, в которых обнаруживался нелинейный фокус). Поскольку вначале нелинейный фокус пропадает в «нарастающих» реализациях, из процедуры усреднения выбывает, как правило, самое большое слагаемое, и среднее расстояние до нелинейного фокуса z_{fil} скачкообразно уменьшается. В результате при сильной турбулентности усреднение производится уже не по 100 реализациям, а по меньшему их количеству, вплоть до 4 реализаций при $C_n^2 = 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$.

Из рисунка видно, что при малых амплитудах турбулентных флуктуаций расстояние до фокуса растет с ростом турбулентности, что связано с тем, что для низких мощностей «нарас-

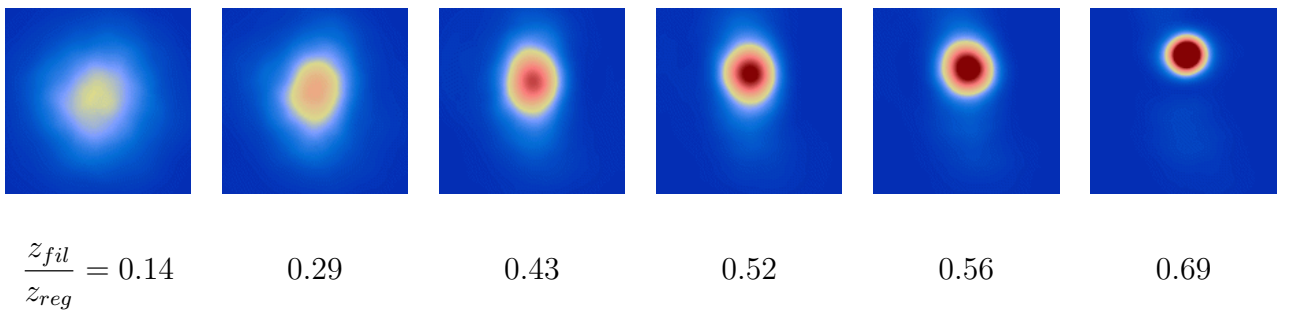


Рис. 4.4. Распределения интенсивности в поперечном сечении пучка на разных расстояниях от выхода лазерной системы. Расстояния нормированы на расстояние до нелинейного фокуса в регулярной среде z_{reg} . Структурная постоянная $C_n^2 = 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$, мощность пучка $P = 1.3 P_{cr}$. Размер области изображения $4 \text{ мм} \times 4 \text{ мм}$.

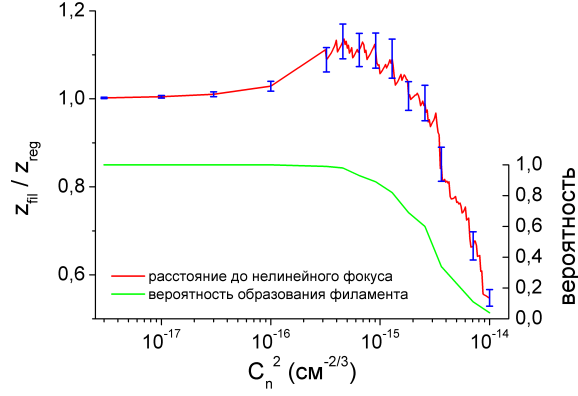


Рис. 4.5. Зависимость расстояния до нелинейного фокуса z_{fil} и вероятности образования филамента от структурной постоянной C_n^2 . Расстояние z_{fil} нормировано на расстояние до нелинейного фокуса в регулярной среде z_{reg} .

тающих» реализаций больше, чем «убывающих». После того, как из суммы выбывает 10–20% самых «быстронарастающих» реализаций, среднее расстояние начинает уменьшаться. При этом вероятность образования филамента начинает уменьшаться уже при $C_n^2 = 3 \cdot 10^{-16} \text{ см}^{-2/3}$ и в условиях сильной турбулентности при $C_n^2 = 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$ составляет всего 4%.

Для больших мощностей пучка ($P > 10 P_{cr}$) наблюдалось монотонное уменьшение расстояния до нелинейного фокуса с ростом турбулентности, при этом все реализации были «убывающими», то есть приводили к уменьшению расстояния до фокуса по сравнению с регулярной средой.

На рис. 4.6 приведены результаты численного моделирования для разных значений структурной постоянной показателя преломления C_n^2 и мощности пучка P . Все точки получены как результат усреднения по 32 реализациям. Для тех точек, для которых вероятность образова-

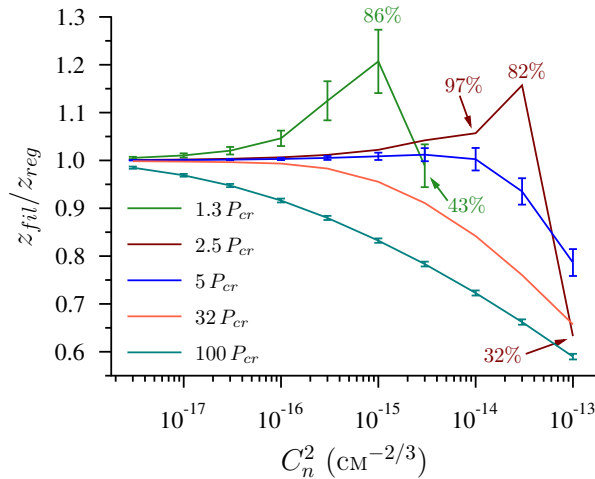


Рис. 4.6. Зависимость среднего расстояния до нелинейного фокуса z_{fil} от значения структурной постоянной C_n^2 для разных мощностей пучка. Числами указаны вероятности образования «горячей точки» для соответствующих значений параметров. В остальных точках эта вероятность равна 100%. Для трех кривых указаны доверительные интервалы.

ния филамента была меньше 100%, полное число реализаций было большим 32, но среднее по-прежнему рассчитывалось по 32 «удачным» реализациям, в которых начинал формироваться филамент. Рис. 4.6 позволяет выделить следующие закономерности продольного положения фокуса в турбулентной атмосфере.

Малая мощность. Когда мощность пучка мала ($P < 3 P_{cr}$), рост турбулентности вначале сопровождается ростом среднего расстояния до нелинейного фокуса z_{fil} . Однако при дальнейшем увеличении C_n^2 в части «нарастающих» реализаций филамент не возникает, вероятность образования филамента падает одновременно со средним расстоянием z_{fil} . Уменьшение среднего расстояния до нелинейного фокуса, как указывалось ранее, объясняется тем, что в нарастающих реализациях быстрее с ростом интенсивности турбулентности происходит подавление самофокусировки, филамент в них не образуется, и соответственно, они перестают вносить вклад в среднее расстояние до начала филамента. Тем самым происходит своеобразная селекция реализаций — для усреднения остаются те реализации, в которых при меньшей турбулентности нелинейный фокус возникал на меньших расстояниях.

Следует отметить, что стандартное отклонение z_{fil} (разброс точки старта в отдельных реализациях) в случае мощности, незначительно превосходящих P_{cr} , существенно больше, чем в случае больших мощностей. Стандартное отклонение пропорционально доверительному интервалу Δz_{fil} , показанному на рис. 4.6. В приведенной на рис. 4.4 реализации самофокусировка произошла на 30% ближе к выходу лазерной системы, чем в регулярном случае, в то время как из рис. 4.6 следует, что среднее расстояние до фокуса при этих параметрах на 20% больше. Для указанных значений турбулентности и мощности пучка ($C_n^2 = 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$, $P = 1.3 P_{cr}$) наименьшее наблюдавшееся расстояние до фокуса составило $0.5 z_{reg}$, а наибольшее — $1.7 z_{reg}$. Стандартное отклонение составило $0.37 z_{reg}$ (30%).

Причиной роста z_{fil} при малых C_n^2 является турбулентное уширение пучка (в среднем), которое приводит к эффективному росту его поперечного размера, а также искажение профиля пучка, что влечет рост эффективной критической мощности самофокусировки. В результате образование «горячей точки» затягивается. Большая величина разброса связана с тем, что при малой мощности пучка нелинейная фокусировка происходит при сильном влиянии крупномасштабных флуктуаций показателя преломления (сравнимых с диаметром пучка). Если в приосевой области пучка возникла фокусирующая случайная «линза», расстояние z_{fil} в данной реализации уменьшится, а если дефокусирующая — увеличится по сравнению с регулярным случаем. В итоге разброс z_{fil} в различных реализациях будет существенным (см. также кривые на рис. 4.3).

Большая мощность. Когда мощность пучка существенно превышает критическую ($P > 10 P_{cr}$), среднее расстояние до нелинейного фокуса z_{fil} монотонно сокращается с ростом турбулентности. При этом разброс этого расстояния в отдельных реализациях сравнительно мал. Например, для $P = 100 P_{cr}$ он не превосходит 5%.

При указанных мощностях возникает режим множественной филаментации вследствие модуляционной неустойчивости пучка. Во всех реализациях пучок распадается на несколько

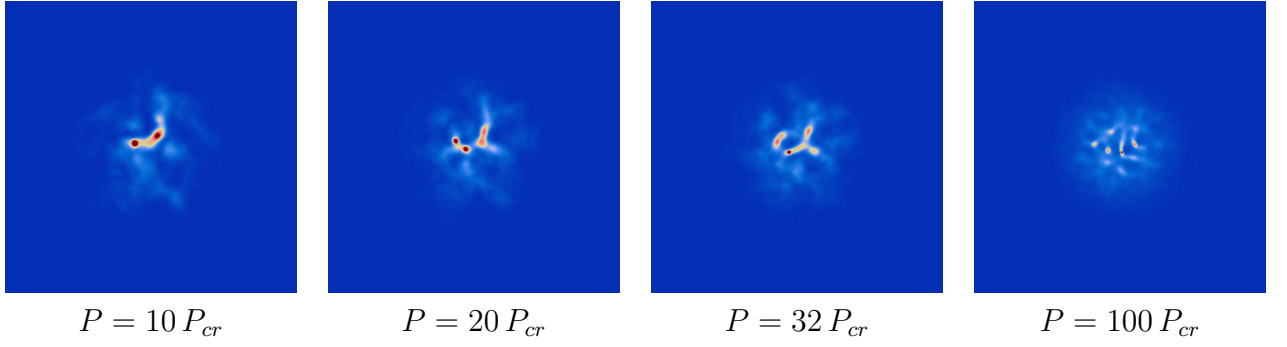


Рис. 4.7. Распределение интенсивности в поперечном сечении пучка вблизи нелинейного фокуса для одной и той же реализации последовательности фазовых экранов и разных мощностей пучка. Радиус пучка $r_0 = 0.75$ см, размер приведенной области 5 см. Красный цвет соответствует интенсивности $50 I_0$.

«горячих точек». От реализации зависит, прежде всего, их местоположение в поперечном сечении. На рис. 4.7 представлены распределения интенсивности в пучке вблизи нелинейного фокуса для одной и той же реализации фазовых экранов и при разных мощностях пучка. Видно, что с увеличением мощности количество «горячих точек» растет. Мощность, сосредоточенная в каждой «горячей точке», составляет порядка P_{cr} .

Поперечный размер этих структур на первом этапе самофокусировки может оказаться порядка минимальных размеров флуктуаций. В дальнейшем размер мелкомасштабных структур будет уменьшаться (для флуктуаций с нужным знаком кривизны волнового фронта) и вскоре станет меньше размеров любых значимых флуктуаций (меньше внутреннего масштаба турбулентности l_0). Турбулентный фазовый набег для такой мелкомасштабной структуры будет всего лишь фазовым наклоном и не сможет повлиять на расстояние самофокусировки. Таким образом, турбулентность оказывает влияние, прежде всего, на начальный этап процесса распространения пучка.

Уменьшение расстояния z_{fil} по сравнению с z_{reg} и его малый разброс можно объяснить следующим образом. Поскольку мощность пучка велика, большое влияние на пучок начинают оказывать мелкомасштабные флуктуации (в пределах такой флуктуации теперь может находиться мощность, превышающая критическую), в то время как в случае малых мощностей они приводили лишь к небольшим искажениям профиля, что несколько замедляло образование фокуса. Фактически происходит самофокусировка областей размером существенно меньше радиуса пучка.

Если r_0 и P_0 — радиус и мощность всего пучка, а r_{fluct} и P_{fluct} — размер флуктуации и мощность, сосредоточенная в ней, то $P_{fluct} \propto P_0 \frac{r_{fluct}^2}{r_0^2}$. Воспользуемся формулой Марбурга (2.108) для оценки расстояния филаментации всего пучка мощности P_0 и отдельной флуктуации, считая ее гауссовой. Будем считать, что и P_0 , и P_{fluct} существенно превосходят P_{cr} . Тогда $z_{fluct} \propto \frac{r_{fluct}^2}{\sqrt{P_{fluct}}} \propto \frac{r_{fluct} r_0}{\sqrt{P_0}} \propto z_0 \frac{r_{fluct}}{r_0}$, где z_0 — расстояние до нелинейного фокуса для всего пучка в целом. Поскольку $r_{fluct} < r_0$, то расстояние до нелинейного фокуса должно сократиться. Причиной этого является мелкомасштабная самофокусировка, индуцированная

турбулентными флуктуациями, необходимым условием которой является большая (по сравнению с P_{cr}) мощность пучка.

Кроме того, локальная кривизна волнового фронта в области флуктуации может иметь как положительный, так и отрицательный знак, но поскольку размер этих областей существенно меньше радиуса пучка, а значит, в пределах пучка их количество достаточно велико, то практически в любой реализации случайных экранов среди них найдутся собирающие «линзы». Во всех реализациях продольное расположение нелинейного фокуса будет ближе, чем в регулярной среде, и примерно одинаковым в масштабах z_{fil} .

Чем больше структурная постоянная C_n^2 , тем больше оптические силы случайных «линз». Приведенный механизм указывает, что с ростом C_n^2 и, как следствие, величины фазовых флуктуаций, расстояние z_{fil} будет уменьшаться (самофокусирующаяся область будет иметь все меньший радиус кривизны волнового фронта). Кроме того, отдельные реализации будут существенно различаться поперечным расположением «горячих точек».

Промежуточный случай. Для мощности $P = 3 - 10 P_{cr}$ в широком диапазоне значений структурной постоянной C_n^2 расстояние z_{fil} практически не меняется (синяя кривая на рис. 4.6). При этом вплоть до значения $C_n^2 = 10^{-13} \text{ см}^{-2/3}$ вероятность образования филамента равна 100%. Слабое изменение среднего расстояния до начала филамента связано с компенсацией факторов турбулентного уширения пучка и его фрагментации с выделением мелкомасштабных структур.

Известно, что при самофокусировке мощность, сосредоточенная в «горячей точке», составляет порядка 1 критической. Это свидетельствует о том, что оставшейся в энергетическом резервуаре мощности может хватить на образование по крайней мере еще одного филамента. Таким образом, можно утверждать, что в случае промежуточной мощности ($P = 3-10 P_{cr}$) режим множественной филаментации возможен. При этом второй филамент возникает либо из энергетического резервуара, возможно, несколько позднее первого, либо несколько филаментов порождаются как дочерние первого филамента [107]. В рамках стационарной задачи на этот вопрос ответить невозможно, поскольку становится необходимым учет нестационарного плазменного вклада в нелинейный показатель преломления, останавливающего коллапс первой «горячей точки» и приводящего к формированию первого филамента.

4.3. Влияние турбулентности на филаментацию пучков разных размеров

Мелкомасштабная самофокусировка, развивающаяся в пучке при значительном превышении пиковой мощности над критической, — это процесс образования мелкомасштабных структур, поэтому логично предположить, что на ее развитие будут оказывать влияние, прежде всего, малые флуктуации, размером меньше или сравнимыми с размером пучка. Крупномасштабные флуктуации будут для меньшего по размеру пучка фазовыми наклона-

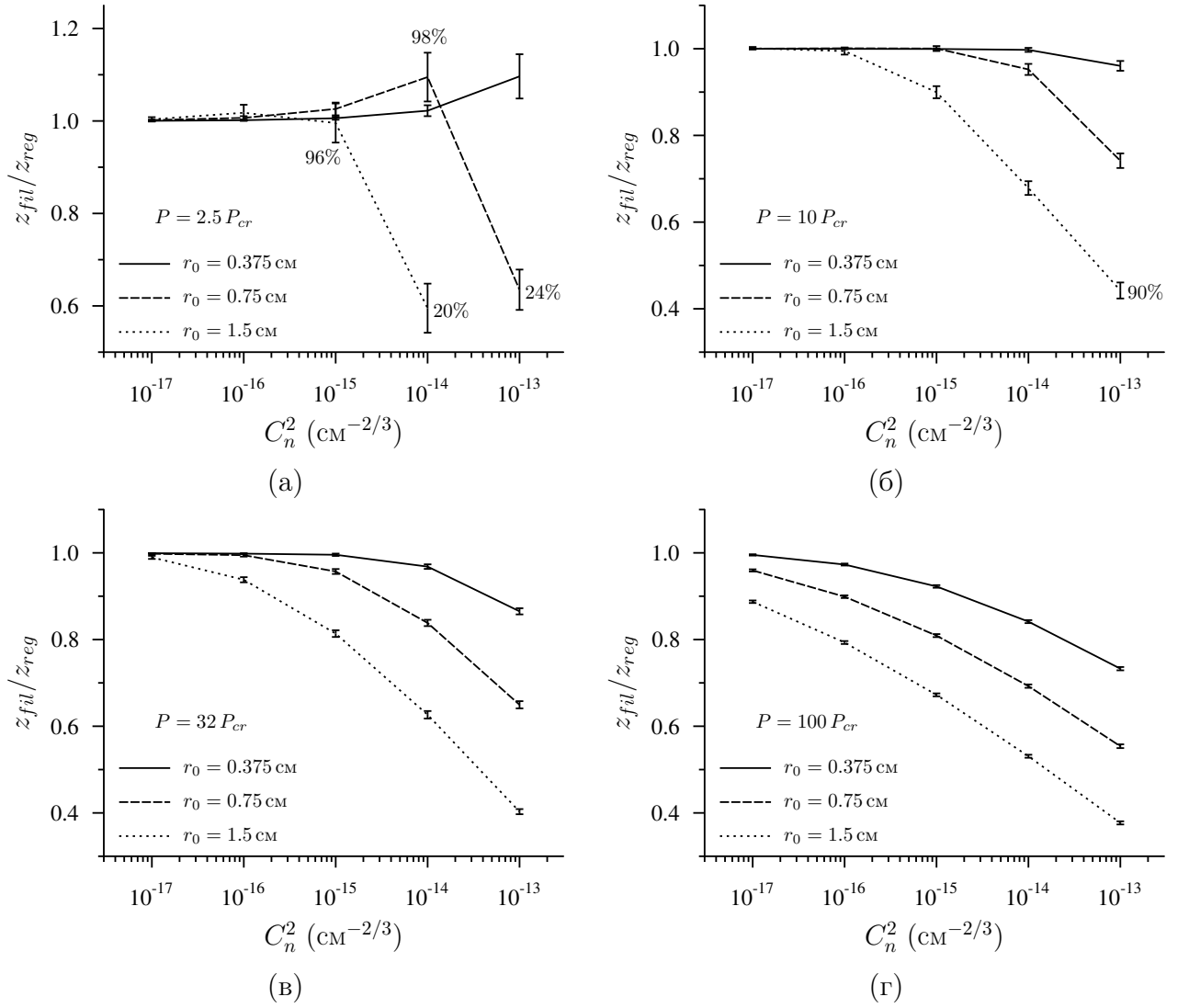


Рис. 4.8. Зависимость расстояния до нелинейного фокуса z_{fil} от структурной постоянной C_n^2 для разных радиусов r_0 и мощностей пучка P .

ми и не скажутся существенно на филаментации.

Из этого следует, что если поперечные размеры пучка малы по сравнению с внутренним масштабом турбулентности $l_0 = 1$ мм, влияние турбулентности на продольное расстояние до нелинейного фокуса будет слабым. Для пучков, размер которых существенно превосходит внутренний масштаб турбулентности, это влияние должно быть сильнее.

На рис. 4.8 приведены результаты численного моделирования для пучков разных радиусов: $r_0 = 0.375, 0.75, 1.5$ см. Они подтверждают сформулированные выше предположения. При фиксированной мощности $P = 2.5 P_{cr}$ (рис. 4.8а) увеличение радиуса пучка в два раза приводит к резкому падению вероятности образования филамента и, как следствие, к уменьшению среднего расстояния z_{fil} . Так, при значении $C_n^2 = 10^{-14}$ см $^{-2/3}$ увеличение радиуса с $r_0 = 0.75$ см до 1.5 см приводит к падению вероятности филаментации в 5 раз. В то же время для меньшего размера пучка ($r_0 = 0.375$ мм) даже при самой сильной турбулентности не наблюдалось исчезновение «горячей точки», вероятность образования филамента оставалась равной 100%.

Поведение расстояния z_{fil} с ростом C_n^2 для больших мощностей ($P = 10, 32, 100 P_{cr}$, рис. 4.8б, в, г) также подтверждает предположение о более сильном влиянии турбулентности на широкие пучки: чем больше будет радиус пучка, тем более мелкомасштабными (сравнительно с пучком) будут флуктуации показателя преломления, тем активнее пойдет процесс множественной филаментации, тем сильнее сокращается расстояние до нелинейного фокуса z_{fil}/z_{reg} . Отметим, что сокращение расстояние имеет место по отношению к расстоянию до филамента в регулярной среде z_{reg} , которое в свою очередь зависит от радиуса r_0 (см. 2.108). Абсолютное значение z_{fil} с ростом радиуса увеличивается.

Как указывалось выше, увеличение радиуса пучка также ведет к увеличению расстояния z_{reg} . Тем самым увеличивается длина воздействия турбулентности на пучок. При различных длинах трассы влияние турбулентных флуктуаций показателя преломления в большей степени характеризуется не собственно значением C_n^2 , а параметром $\beta_0 = \sqrt{1.23 C_n^2 k_0^{7/6} L^{11/6}}$ [194], где k_0 — волновое число пучка, L — длина трассы. Он характеризует величину флуктуаций интенсивности в пучке при прохождении слоя турбулентной атмосферы. На рис. 4.9 при-

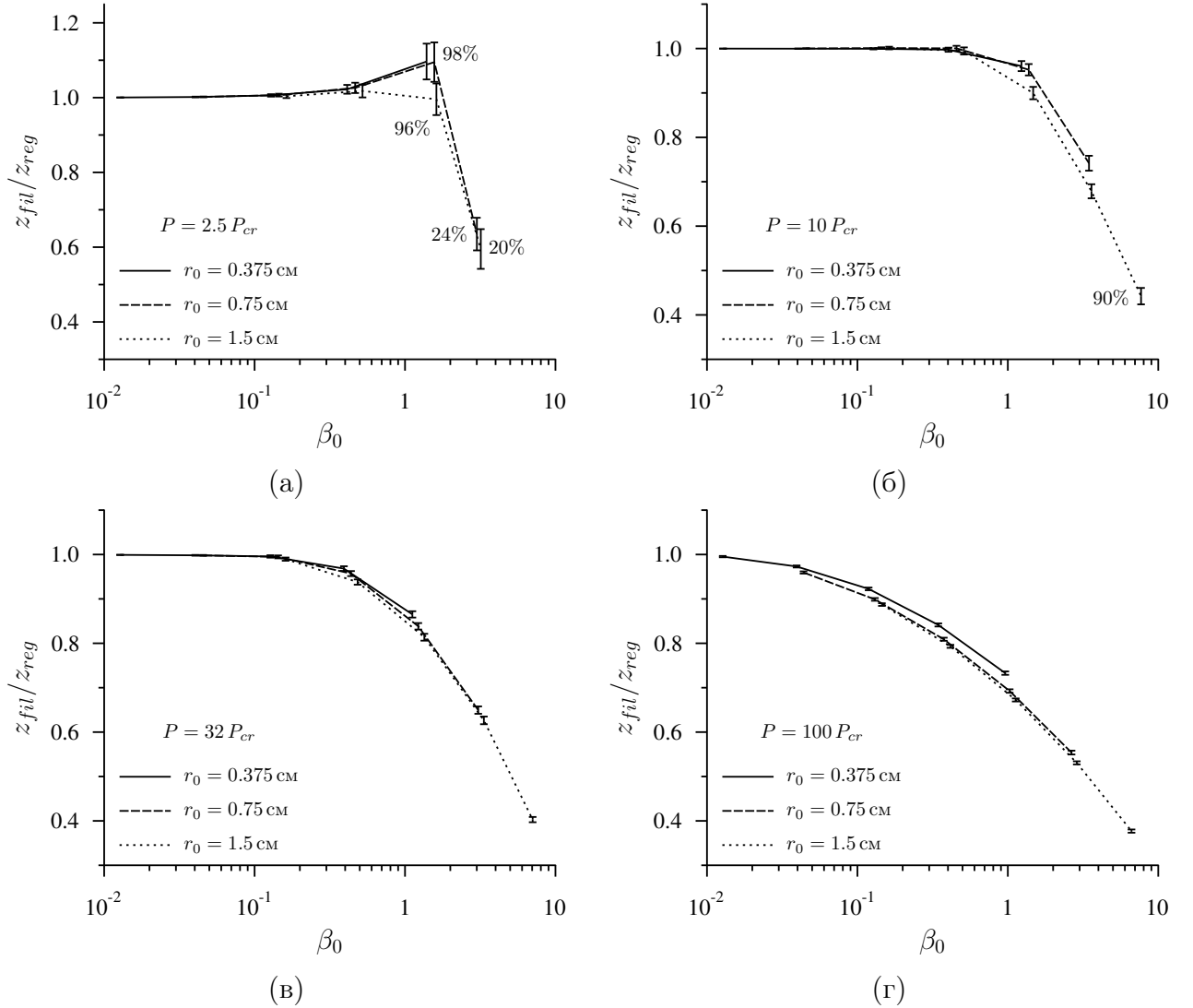


Рис. 4.9. Зависимость расстояния до нелинейного фокуса z_{fil} от параметра β_0 для разных радиусов r_0 и мощностей пучка P .

ведены графики зависимости положения нелинейного фокуса от параметра β_0 для разных радиусов пучка. Для оценки длины трассы L , фигурирующей в определении параметра β_0 , использовалось апостериорное значение z_{fil} .

Видно, что кривые для разных радиусов практически точно наложались друг на друга. Это позволяет говорить о том, что параметр β_0 остается параметром подобия и в нелинейной задаче, по крайней мере, для исследуемого диапазона радиусов пучка и турбулентности. К сожалению, для использования этого параметра требуется знать апостериорное значение длины трассы z_{fil} .

Таким образом, влияние турбулентности на широкий пучок сильнее, чем на более узкий. Первая причина этого состоит в том, что в пределах более широкого пучка содержится большее количество турбулентных флуктуаций, а следовательно, для пучков малой мощности ($P < 3 P_{cr}$) профиль пучка искажается сильнее, для него возрастает значение эффективной критической мощности, и нелинейный фокус отодвигается дальше, а вероятность образования филамента становится меньше. Для пучков большой мощности ($P > 10 P_{cr}$) в пределах размера флуктуации оказывается сосредоточена мощность, превосходящая P_{cr} , что приводит к развитию модуляционной неустойчивости [184]. Поэтому для пучков большего размера более мелкомасштабная турбулентность приводит к развитию модуляционной неустойчивости, более раннему распаду на субструктуры и поэтому приближает нелинейный фокус.

Вторая причина состоит в том, что более широкий пучок проходит в турбулентной среде до нелинейного фокуса большую трассу (все продольные масштабы, такие как дифракционная длина или z_{reg} масштабируются как r_0^2). Тем самым увеличивается длина воздействия турбулентности на пучок, и это воздействие проявляется сильнее.

При значительном превышении критической мощности P_{cr} во все большей числе реализаций появляются одновременно несколько филаментов (см., например, рис. 4.7). В следующем разделе исследуется вопрос о преобладании режима одиночной или множественной филаментации в зависимости от мощности излучения.

4.4. Характерная мощность для развития режима множественной филаментации

Режим множественной филаментации при распространении импульсов в нелинейных средах представляет значительный интерес, поскольку он является неизбежным для импульсов большой мощности. В разделе 4.2 указывалось, что режим множественной филаментации в турбулентной атмосфере имеет место уже при мощности импульса в $10 P_{cr}$ (см. также рис. 4.7). При меньших мощностях (случай промежуточной мощности, см. раздел 4.2) этот режим также возможен, однако на начальном этапе самофокусировки образуется только одна «горячая точка». В реальных средах развитие множественной филаментации обычно связано со случайными флуктуациями начального профиля пучка или с флуктуациями показателя преломления среды.

В данном разделе исследуется вопрос, при каких мощностях пучка происходит переход

от режима одиночной филаментации к режиму одновременного образования множественных филаментов. Поскольку фрагментация пучка связана с турбулентными флуктуациями, искомая характерная мощность может зависеть от масштаба случайных флуктуаций (точнее, от соотношения между размером флуктуаций и радиусом пучка) и от их амплитуды. Например, в [95] указывалось на преобладание множественной филаментации при внутреннем масштабе турбулентности l_0 в диапазоне от 1 мм до 6 мм практически независимо от параметров мощного пучка, лишь бы его мощность значительно превышала P_{cr} .

Для исследования влияния амплитуды и радиуса корреляции шума на характер филаментации была поставлена следующая задача. Рассматривалась регулярная среда, а начальные условия брались в виде гауссового пучка с добавлением гауссового шума $\xi(x, y)$ (математическое ожидание $E = 0$, дисперсия $\sigma^2 = 1$, радиус корреляции l_0):

$$A(x, y, z = 0) = \left(1 + c \cdot \tilde{\xi}(x, y)\right) \exp \left\{ -\frac{x^2 + y^2}{2r_0^2} \right\}. \quad (4.3)$$

Параметр c варьировался: $c = 0.014, 0.029, 0.058$.

В численном эксперименте варьировалась мощность пучка P без шума, то есть при $c = 0$. Мощность шума пропорциональна c^2 , при указанных значениях c она составляла не более нескольких десятых процента от мощности всего пучка. Для каждого значения мощности пучка P проводилось 100 реализаций с различными начальными условиями в целях набора статистики.

Основным результатом отдельного расчета было распределение интенсивности в поперечном сечении пучка на таком расстоянии от выхода лазерной системы, где пиковая интенсивность I превосходила начальную I_0 в 50 раз. Полученное распределение подвергалось обработке на предмет обнаружения нескольких «горячих точек». При этом «горячей точкой» считался любой локальный максимум распределения интенсивности, по величине больший $1.5 I_0$. Число «1.5» было взято по результатам наблюдений за динамикой интенсивности в первой «горячей точке». А именно, если интенсивность в некоторой точке поперечного сечения превосходила начальную пиковую интенсивность I_0 в 1.5 раза, то в дальнейшем она монотонно росла вплоть до $50 I_0$. Предполагалось, что если интенсивность в некоторой точке поперечного сечения увеличилась в 1.5 раза, то в дальнейшем в этом месте образуется отдельный филамент.

С ростом мощности пучка P во все большем числе реализаций наблюдалось несколько «горячих точек». Мощность, при которой в половине реализаций образовывалось две и более «горячие точки», в дальнейшем будет называться характерной мощностью множественной филаментации и обозначаться P_{MF} . Отметим, что в данном случае подразумевается такой режим множественной филаментации, при котором несколько филаментов образуется из исходных флуктуаций на близком по оси z расстоянии друг от друга (порядка 1 – 2 метров).

Зависимость P_{MF} от характерного пространственного масштаба гауссовых флуктуаций l_0 приведена на рис. 4.10 для нескольких значений параметра c . Зависимость P_{MF} от мощности шума, определяемой параметром c , вполне естественна: чем сильнее шум, тем больше

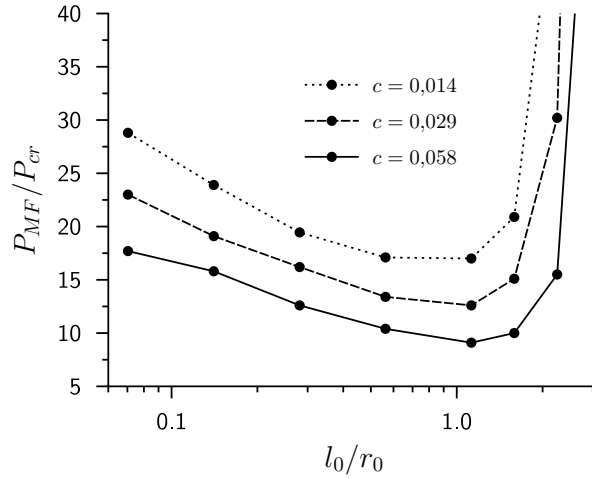


Рис. 4.10. Зависимость характерной мощности множественной филаментации P_{MF} от радиуса корреляции гауссового шума l_0 для нескольких значений амплитуды шума c .

оптическая сила «линз» в фазовых экранах, тем проще развиваться множественной филаментации, тем ниже мощность P_{MF} . Видно также, что если поперечный размер флуктуаций l_0 достаточно велик ($l_0 > 2r_0$), то для перехода в режим множественной филаментации необходимы значительные мощности ($40 P_{cr}$ и более). Если спектр шума приближается к белому (то есть $l_0 \rightarrow 0$), то также наблюдается рост пороговой мощности. Это связано с тем, что большое количество флуктуаций в пределах апертуры пучка требует значительной мощности всего пучка, чтобы в отдельной флуктуации содержалась достаточная мощность для ее самофокусировки. Минимум зависимости наблюдается при $l_0 \approx r_0$. Если считать характерный диаметр флуктуаций равным l_0 , то мощность, которая сосредоточена во флуктуации такого размера вблизи центра пучка, составляет величину $2 - 5 P_{cr}$. Таким образом, для развития множественной филаментации наиболее благоприятны флуктуации размером, приблизительно равным радиусу пучка. В этом случае переход к режиму множественной филаментации происходит при прочих равных условиях при минимальной мощности.

Полученный размер, вообще говоря, не совпадает с размером флуктуации с наибольшим инкрементом нарастания [3]. В пределах последней сосредоточена мощность порядка критической. Это, вероятно, связано с конечной апертурой пучка, поскольку полученный результат равен ему по порядку величины, в то время как наибольший инкремент нарастания определяется для плоской волны.

Таким образом, пространственный масштаб флуктуаций оказывает сильное влияние на развитие процесса филаментации и, в частности, на вероятность одновременного образования нескольких филаментов. Наименьшая характерная мощность развития множественной филаментации P_{MF} достигается для флуктуаций, радиус корреляции которых приблизительно совпадает с радиусом лазерного пучка. Слишком мелкие и, в особенности, слишком крупные флуктуации при той же мощности способствуют развитию режима самофокусировки пучка как целого.

4.5. Множественная филаментация в широких пучках

В предыдущих разделах этой главы проводилось рассмотрение только начальной стадии филаментации — самофокусировки лазерного пучка. Это позволило использовать стационарное приближение и рассматривать распространение только одного центрального временного слоя, содержащего пиковую мощность. Ограничением этого подхода является невозможность продвинуться за нелинейный фокус, поскольку образование самонаведенной лазерной плазмы приводит к сильной связи между временными слоями.

Данный раздел посвящен исследованию развитой филаментации, что не позволяет воспользоваться стационарным приближением. Также исследуются лазерные импульсы тераваттного уровня мощности, что обычно означает большой диаметр пучка. В результате оказывается необходимым использовать расчетную сетку больших размеров. Наконец, развитие множественной филаментации характеризуется отсутствием осевой симметрии, что вынуждает использовать самую ресурсоемкую постановку задачи филаментации 2.55. Все это приводит к необходимости выработки метода, позволяющего сократить потребность в вычислительных ресурсах.

4.5.1. Численное моделирование нестационарной множественной филаментации в широких пучках

Полная задача филаментации широкого пучка является крайне ресурсоемкой. Для уменьшения объема необходимых ресурсов был предложен следующий метод.

Будем рассматривать филаментацию в пределах малой (от 1 мм до 1 см) приосевой области. Диаметр лазерного пучка при этом может быть много больше и достигать десятка сантиметров и более. Подобное рассмотрение не требует изменения системы уравнений 2.55. Однако граничные условия для задачи филаментации обычно сводятся к отсутствию поля на границе сетки (2.57), поэтому они требуют модификации. Была предложена периодизация граничных условий для комплексной амплитуды электрического поля

$$\begin{aligned} A(x = -\frac{a}{2}, y, z) &= A(x = \frac{a}{2}, y, z) \\ A(x, y = -\frac{a}{2}, z) &= A(x, y = \frac{a}{2}, z), \end{aligned} \tag{4.4}$$

где a — размер сетки в поперечном сечении. Впоследствии схожая схема была использована в [195].

Данная постановка основана на том, что сверху, снизу, слева и справа от исследуемой области находятся другие области примерно в тех же условиях, что и исследуемая. На рис. 4.11 схематично показана исследуемая область (сплошная граница) и ее периодические продолжения. Если число филаментов в исследуемой области (выделены черным) достаточно велико, то без существенного нарушения качественной картины множественной филаментации можно считать, что они взаимодействуют с периодически продолженным полем этой же области (выделено серым).

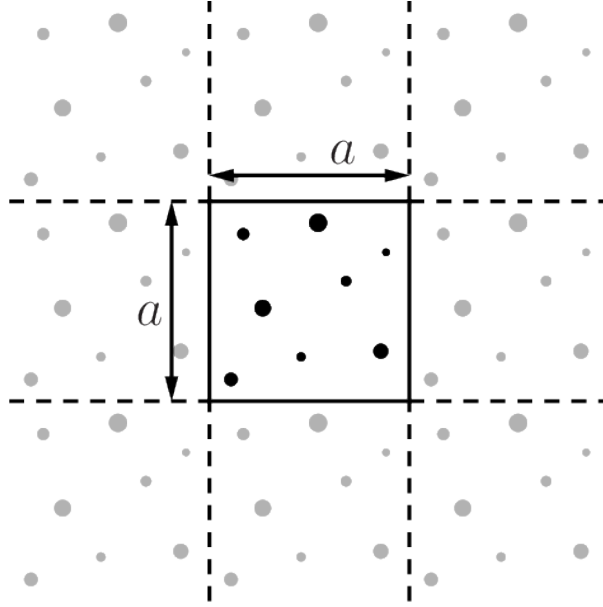


Рис. 4.11. Схема периодизации граничных условий. Темными пятнами схематично отмечены области высокой концентрации поверхностной энергии — «горячие точки» филаментов. Черным квадратом выделена область расчетной сетки размером $a \times a$. Серым выделены ее периодические продолжения.

Таким образом, необходимым условием применимости подобной схемы является достаточное количество филаментов в пределах квадрата $a \times a$. Поскольку размер филамента составляет около 100 мкм, размер области ограничен снизу величиной порядка 1 мм. Кроме того, подобное допущение требует, чтобы в пределах исследуемой области содержалась достаточная мощность для формирования многих филаментов. Таким образом, условие $P_0 \gg P_{cr}$ также является необходимым условием применимости данного приближения (здесь P_0 — пиковая мощность, содержащаяся внутри области $a \times a$).

В импульсах тераваттной мощности ($P \gg P_{cr}$) после нескольких каскадов усиления неизбежно присутствуют достаточно сильные возмущения, учет которых следует осуществлять в начальных условиях. Кроме того, толщина атмосферы, которую успевает пройти такой пучок до распада на отдельные филаменты, как правило, невелика (несколько метров) и поэтому влияние случайных турбулентных флуктуаций атмосферы значительно меньше, чем влияние шума в пучке на выходе лазерной системы. Временной профиль импульса брался гауссовым с длительностью τ_0 . Ввиду малости размеров сетки по сравнению с реальным размером пучка, для невозмущенного пучка использовалось приближение плоской волны. Таким образом, начальные условия для поля A брались в виде:

$$A(x, y, z = 0, \tau) = A_0 \left(1 + c \cdot \tilde{\xi}(x, y) \right) \exp \left\{ -\frac{t^2}{2\tau_0^2} \right\}, \quad (4.5)$$

где $\tilde{\xi}(x, y)$ — случайное комплексное поле с гауссовым спектром, имеющее математическое ожидание, равное 0, единичную дисперсию и радиус корреляции l_0 , которое моделирует амплитудно-фазовые флуктуации на выходе лазерной системы. Параметр c определял долю шума в пучке.

Численные методы решения задачи филаментации в предложенной постановке с периодическими граничными условиями совпадают с ранее описанными методами (см. раздел 2.5).

Наличие периодических граничных условий по переменным x и y никак не сказывается на схеме расщепления задачи по физическим факторам, поскольку все добавки к показателю преломления считаются локальными. Дискретное преобразование Фурье, используемое для решения линейных задач дифракции и дисперсии, предполагает расчет бесконечного периодического поля, так что в традиционной постановке задачи требуются специальные методы борьбы с нефизическими продолжениями ограниченного пучка. Как правило, они сводятся к использованию расчетной области, существенно превосходящей размеры пучка (такие же требования налагаются на временную область — ее размер должен существенно превосходить длительность импульса). Периодические же граничные условия являются для подобного метода естественными.

4.5.2. Динамика множественных филаментов в широких пучках

Для анализа множественной филаментации была рассмотрена нестационарная задача филаментации импульса со следующими параметрами. Параметр длительности импульса составляла $\tau_0 = 120$ фс, несущая длина волны $\lambda = 800$ нм. Поперечный размер расчетной области брался равным 5 мм. Пиковая мощность в пределах исследуемой области равнялась 100 ГВт ($50 P_{cr}$). Это соответствует полной мощности лазерного пучка в несколько десятков ТВт. Спектр затравочного шума $\tilde{\xi}$ был гауссовым (математическое ожидание $E = 0$, дисперсия $\sigma^2 = 1$), его радиус корреляции $l_0 = 0.5$ мм, параметр $c = 0.025$. При таком радиусе корреляции на одну флуктуацию приходилась мощность порядка $1 P_{cr}$. Шаг расчетной сетки по поперечным осям составлял 2.5 мкм, толщина временного слоя $\Delta\tau = 1.5$ фс, шаг вдоль направления распространения Δz_k был адаптивным, уменьшался по мере приближения к первому нелинейному фокусу и доходил до 100 мкм.

На рис. 4.12 представлена изоповерхность поверхностной плотности энергии импульса после начала множественной филаментации. Видно, что в пределах расчетной сетки, которая

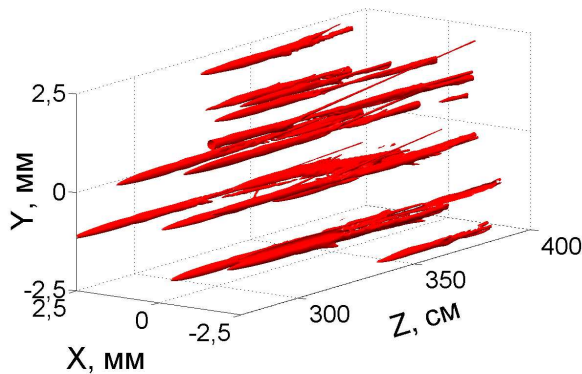


Рис. 4.12. Изоповерхность поверхностной плотности энергии F импульса в режиме множественной филаментации в широком пучке.

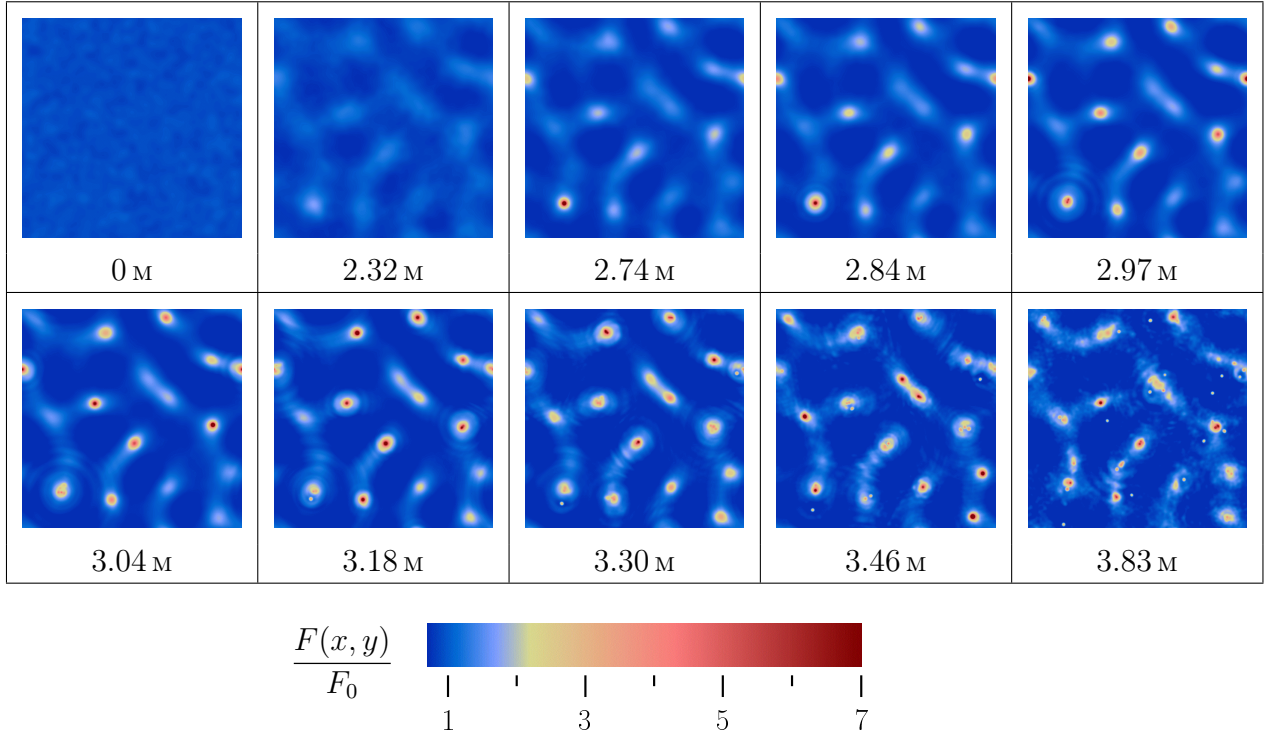


Рис. 4.13. Распределение поверхностной плотности энергии $F(x, y)$ в поперечном сечении пучка после прохождения всего импульса на разных расстояниях от выхода лазерной системы. Размер области изображения 5 мм. В нижней части рисунка представлена палитра цветов для поверхностной плотности энергии, уровень «1» соответствует невозмущенному широкому пучку на входе с поверхностной плотностью энергии $F_0 = 0.2 \text{ Дж/см}^2$.

содержит центральную часть широкого пучка, образуются множество филаментов. При этом филаменты возникают на разном расстоянии от выхода лазерной системы, первый из них на расстоянии около 2.8 м. Это расстояние определялось по положению первого максимума поверхностной плотности энергии F .

Картина развития множественной филаментации приведена на рис. 4.13. Представлены распределения поверхностной плотности энергии F в поперечном сечении, синий цвет соответствует минимальным значениям, темно-красный — максимальным.

Изображения показывают картину формирования «горячих точек» поверхностной плотности энергии из шумовых флуктуаций комплексного поля на входе. На расстоянии 2.74 м от выхода лазерной системы центральный временной слой импульса, содержащий пиковую мощность, испытал самофокусировку (темно-красная точка в распределении поверхностной плотности энергии). Уже на расстоянии 2.84 м наведенная импульсом плазма привела к дефокусировке задних слоев импульса, и от «горячей точки» начали разбегаться кольца конического излучения. Кроме того, образовались и другие «горячие точки» в поперечном сечении.

На расстоянии 3.04 м профиль исходной, первой «горячей точки» (левая нижняя на изображении) сильно исказился. На расстоянии 3.18 м хорошо виден возникший около первой «горячей точки» дочерний филамент. Образование подобных «сателлитов» заметно и у дру-

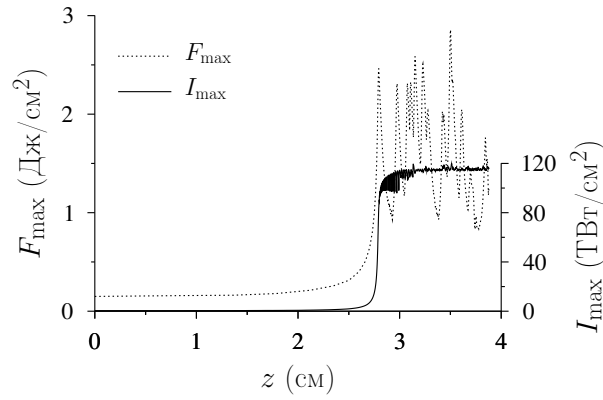


Рис. 4.14. Зависимость максимальной интенсивности в импульсе $I_{\max}$ и максимальной поверхностной плотности энергии $F_{\max}$ от расстояния z .

гих «горячих точек». В дальнейшем потоки энергии, расходящиеся от филаментов, начинают интерферировать, интерференционные максимумы дают рождение новым филаментам, и картина сильно усложняется.

На рис. 4.14 представлена зависимость пиковой интенсивности в импульсе от расстояния. Видно, что после образования первого филамента ($z \approx 2.8$ м) интенсивность остается примерно постоянной в окрестности значения $1.2 \cdot 10^{14}$ Вт/см², что свидетельствует о примерно одинаковой пиковой интенсивности во всех образующихся филаментах. Пиковое значение поверхностной плотности, напротив, в режиме образовавшихся филаментов испытывает сильные осцилляции, пики которых отмечают образование новых филаментов и рефокусировку излучения в существующих.

По результатам моделирования были рассчитаны основные характеристики филаментов. Радиусы филамента и плазменных каналов определялись на расстоянии, соответствующем максимуму F , как среднее расстояние (по осям x и y) от локального максимума, на котором соответствующая физическая величина (F или N_e) падала в e раз. Отметим, что радиусы филаментов и плазменных каналов вдоль осей x и y оказались очень близкими, что свидетельствует об их осесимметричности. Были получены значения: радиус филамента r_{fil} варьировался в диапазоне 85 – 100 мкм, радиус плазменного канала r_{pl} составлял величину около 25 – 30 мкм, пиковая интенсивность во всем импульсе $I_{fil} = 1.2 \cdot 10^{14}$ Вт/см², поверхностная плотность энергии в «горячей точке» филамента $F_{fil} = 2$ Дж/см², концентрация свободных электронов в плазменном канале доходила до $N_{pl} = 10^{17}$ см⁻³ (0.5% от концентрации нейтралов). Полученные значения хорошо согласуются с параметрами филаментов в воздухе [8].

Таким образом, была предложена схема с периодизацией граничных условий для рассмотрения множественной филаментации в широких пучках тераваттного уровня мощности. С ее помощью были получены количественные оценки параметров филаментов в воздухе при множественной филаментации. Также была получена (в отдельной реализации) качественная картина развития множественной филаментации приосевой части широкого пучка.

4.6. Выводы по главе 4

Проведено исследование начальной стадии филаментации сантиметровых лазерных пучков в турбулентной атмосфере со следующими параметрами: внешний масштаб турбулентности $L_0 = 1$ м, внутренний масштаб $l_0 = 1$ мм, структурная постоянная C_n^2 варьировалась в диапазоне $10^{-18} \div 10^{-13} \text{ см}^{-2/3}$. Установлено, что вероятность развития филаментации в пучке малой мощности ($P \leq 3 P_{cr}$) падает с увеличением интенсивности турбулентных флуктуаций. Среднее расстояние до старта филамента изменяется немонотонно: при усилении турбулентных флуктуаций оно сначала возрастает вследствие частичной потери когерентности в пучке, а затем уменьшается из-за того, что филамент образуется не в каждом импульсе. При увеличении радиуса пучка вероятность образования филамента становится меньше.

При большой пиковой мощности ($P \geq 10 P_{cr}$) филамент образуется во всех импульсах, и при усилении интенсивности турбулентных флуктуаций среднее расстояние до старта филамента монотонно уменьшается вследствие развития множественной филаментации. При увеличении радиуса пучка относительное расстояние до точки старта филамента и плазменного канала уменьшается.

Характерная мощность перехода в режим множественной филаментации зависит от размера фазовых флуктуаций в пучке и имеет минимум при радиусе корреляции флуктуаций, близком к радиусу пучка.

Для численного анализа развитой стадии филаментации в широких пучках тераваттного уровня мощности предложена модель периодических граничных условий. Модель качественно воспроизводит основные этапы развития множественной филаментации и позволяет оптимизировать использование вычислительных ресурсов при исследовании филаментации излучения с мощностью, многократно превосходящей критическую.

Глава 5

Плазменные каналы и филаменты при взаимодействии скрещенных пучков лазерного излучения

В главе проведено исследование взаимодействия двух когерентных импульсов в скрещенных пучках в воздухе и в кристалле сапфира. Получена картина множественной филаментации в области перекрытия пучков в зависимости от фазовых соотношений между пучками. Обнаружено возникновение дополнительных филаментов вне плоскости распространения импульсов. Предложен способ управления потоками энергии, возникающими при взаимодействии импульсов, за счет малой временной задержки между ними. Также рассмотрена филаментация двух когерентных импульсов с вихревым и безвихревым фазовым фронтом. Предложен способ управления азимутальным положением филаментов за счет введения малого запаздывания между взаимодействующими импульсами.

5.1. Взаимодействие филаментов в воздухе

Развитие множественной филаментации в мощном пучке приводит к появлению сложной стохастической картины распределения энергии в пространстве. Развитие первичных филаментов связано со случайными флуктуациями в пучке, расходящиеся кольца дефокусированного на самонаведенной плазме излучения интерферируют, и на их интерференционных максимумах формируются вторичные филаменты. Отдельные сформированные филаменты начинают взаимодействовать друг с другом, что может проявляться как в конкуренции за общий энергетический резервуар, так и в развитии дочерних филаментов.

Исследование взаимодействия филаментов в мощном пучке при множественной филаментации, как теоретическое, так и экспериментальное, затруднено из-за большого количества филаментов. Поэтому была предпринята попытка провести исследование отдельного акта взаимодействия на примере двух филаментов, распространяющихся под небольшим углом друг к другу. Взаимодействие пересекающихся филаментов представляет и самостоятельный интерес, поскольку может сопровождаться пространственным перераспределением энергии

излучения, отличным от линейной картины.

5.1.1. Математическая модель взаимодействующих филаментов

Начальное распределение светового поля представляло собой два одинаковых когерентных фемтосекундных импульса, которые распространялись параллельно. Для получения скрещенных импульсов в экспериментальных условиях использовалась собирающая линза: импульсы распространялись вдоль главной оптической оси линзы на равном расстоянии от нее. В результате комплексная амплитуда A светового поля имела вид

$$\begin{aligned} A(x, y, z = 0, \tau) &= A_0 g_{\perp}(x, y) \exp \left\{ i \frac{k_0(x^2 + y^2)}{2f} \right\} \exp \left\{ -\frac{\tau^2}{2\tau_0^2} \right\}, \\ g_{\perp}(x, y) &= \exp \left\{ -\frac{(x - h/2)^2 + y^2}{2r_0^2} \right\} + \exp \left\{ -\frac{(x + h/2)^2 + y^2}{2r_0^2} \right\} \cdot e^{i\Delta\varphi}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где r_0 — радиус пучков, h — расстояние между центрами пучков, f — фокусное расстояние линзы. Таким образом, после прохождения линзы пучки лазерных импульсов оказывались пересекающимися под углом $\alpha \approx \frac{h}{f}$. Пиковая мощность каждого импульса превосходила критическую мощность самофокусировки, так что филамент образовывался в каждом импульсе незадолго до области перекрытия пучков. Кроме того, один из импульсов мог быть задержан относительно другого на малый промежуток времени (порядка периода колебаний), что учитывалось в начальных условиях с помощью фазового множителя $e^{i\Delta\varphi}$.

Поскольку распределение светового поля в поперечном сечении не обладает радиальной симметрией, при численном моделировании использовалась система уравнений (2.55) для полной задачи филаментации в неосесимметричной постановке.

Были выбраны следующие значения параметров. Центральная длина волны излучения при моделировании составляла 800 нм, длительность импульсов равнялась 120 фс. Пиковая мощность одного импульса P была выбрана равной $2 P_{cr}$. Начальная пиковая интенсивность излучения была немного меньше 10^{13} Вт/см². Радиус пучков равнялся $r_0 = 0.12$ мм, расстояние между ними составляло $h = 0.5$ мм, фокусное расстояние линзы было выбрано равным $f = 6.5$ см. При этом угол между направлениями распространения импульсов составлял около 0.4° . Ширина интерференционной полосы составляла 57 мкм, а диаметр линейной перетяжки равнялся приблизительно 67 мкм. Малое число интерференционных полос в пределах перетяжки позволяло детально рассмотреть изменение характера взаимодействия при сдвиге фаз между импульсами.

5.1.2. Влияние сдвига фаз на филаментацию в скрещенных пучках в воздухе

Численное моделирование взаимодействия лазерных филаментов в скрещенных пучках в воздухе было выполнено для разных фазовых сдвигов $\Delta\varphi$ между ними. Результаты представлены на рис. 5.1. Для сравнения также представлена картина распределения поверхностной

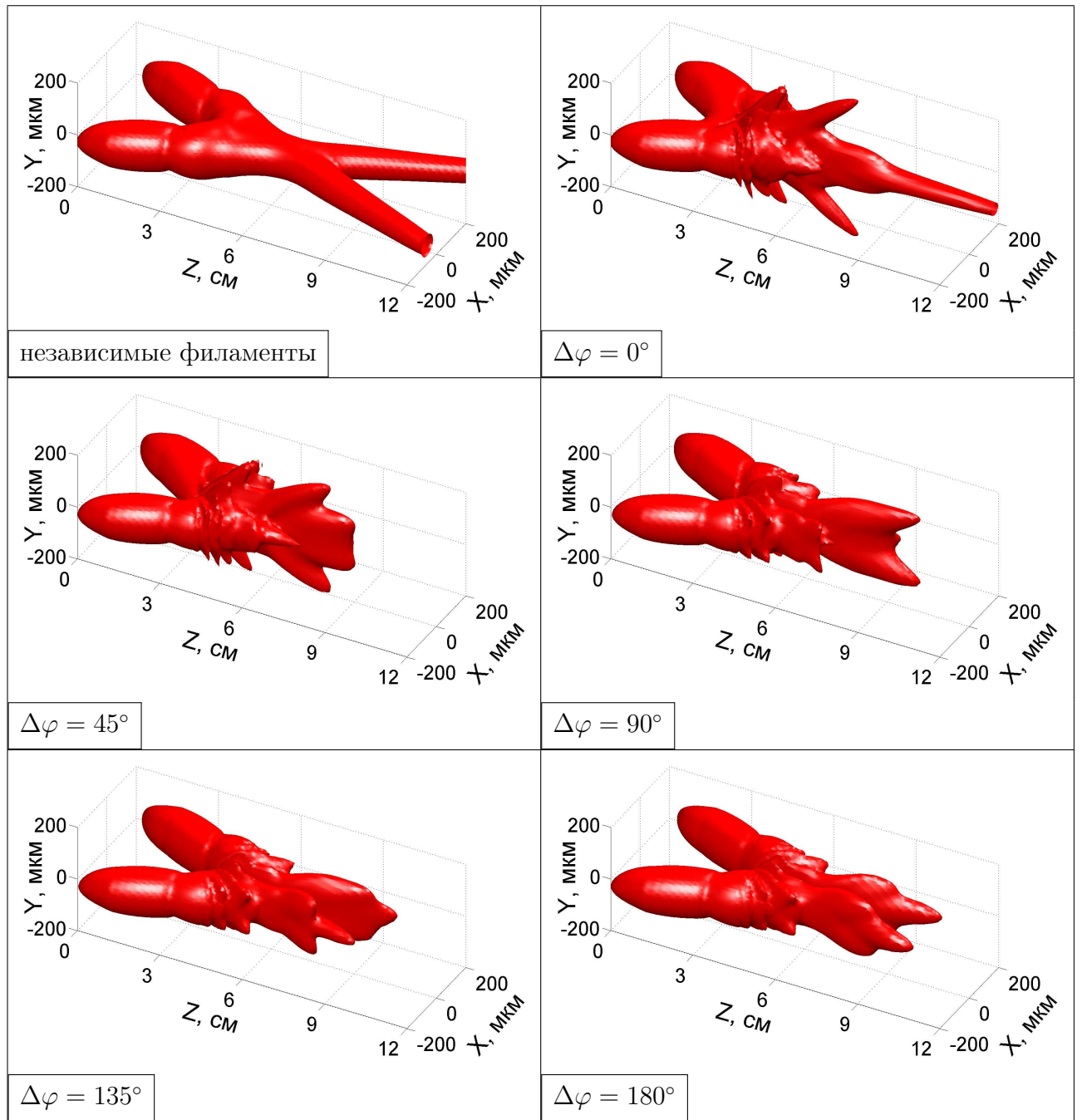


Рис. 5.1. Поверхность постоянного уровня поверхностной плотности энергии F (уровень 1.8 Дж/см^2) для различных фазовых сдвигов импульсов $\Delta\varphi$. Фокальная плоскость линзы имеет координату $z = 6.5 \text{ см}$.

плотности энергии $F(x, y, z) = \int I(x, y, z, \tau) d\tau$ для невзаимодействующих импульсов.

Начальная стадия распространения для всех случаев одинакова: импульсы испытывают самофокусировку независимо, поскольку расстояние между ними велико. Далее (3–6 см вдоль оси z) наблюдаются элементы интерференционной картины в виде расходящихся под углом к плоскости $x = 0$ полос максимумов F . Эти полосы содержат недостаточную для образования филаментов энергию, поэтому излучение в этих областях быстро дифрагирует.

Также общей чертой всех графиков является сходство картины распределения поверхностной плотности энергии непосредственно за фокальной плоскостью с интерференционной

картиной в линейном случае. Так, при разности фаз $\Delta\varphi = 0^\circ$ в центре наблюдается светлая полоса, а при разности фаз 180° — темная. Изоповерхность поверхностной плотности энергии $F = 1.8 \text{ Дж/см}^2$ приобретает «слоистую» форму. При промежуточных значениях разности фаз интерференционная картина сдвигается в поперечном сечении вдоль оси x . В зависимости от $\Delta\varphi$ меняется энергия в пределах полос: в синфазном случае большая ее часть сосредоточена в центральной полосе, в противофазном — две симметрично расположенные полосы имеют равную энергию.

Кроме того, в синфазном случае наблюдается образование тонкой протяженной области высокой поверхностной плотности энергии вдоль оси $x = y = 0$ (то есть два исходных импульса сформировали единый филамент). Отметим, что эта часть импульса, не обладая аксиальной симметрией на расстоянии 6–9 см (смотри рис. 5.1, случай $\Delta\varphi = 0^\circ$), испытывает самофокусировку вдоль оси y и формирует осесимметричную нить после $z = 9 \text{ см}$.

Если же $\Delta\varphi > 45^\circ$, то область высокой поверхностной плотности энергии быстро перестает существовать после фокальной плоскости линзы. При численном моделировании было обнаружено монотонное уменьшение пиковой интенсивности при $z > 7 \text{ см}$. В выходной плоскости $z = 12.5 \text{ см}$ пиковая интенсивность падала до 10^{13} Вт/см^2 , то есть существенно ниже характерной интенсивности в филаменте. Таким образом, в случае $\Delta\varphi > 45^\circ$ нелинейное взаимодействие импульсов приводило к прекращению филаментации при перекрытии пучков.

В поперечном сечении наблюдается перераспределение энергии в вертикальном направлении (вдоль оси y), тем большее, чем меньше разность фаз взаимодействующих импульсов. На рис. 5.2 изображены распределения поверхностной плотности энергии в выходной плоскости для разных фазовых соотношений между импульсами. Видно, что во всех случаях большая часть энергии распространяется под углом к горизонтальной плоскости $y = 0$. Особенно хорошо это заметно для синфазного случая.

Для количественной оценки перераспределения энергии в пространстве при взаимодействии когерентных филаментов рассчитывалась доля полной энергии W_{tot} двух импульсов в пределах апертур, обозначенных на рис. 5.2 белыми окружностями. Были выделены три группы апертур: центральная апертура 1, группа основных апертур 2 и группа дополнительных апертур 3. Апертуры располагались в выходной плоскости oxy на расстоянии 6 см за геометрическим фокусом линзы. Диаметр всех апертур составлял 400 мкм. Первая группа апертур состояла из одной центральной апертуры, расположенной на оси симметрии системы. Вторая (основная) группа апертур располагалась в том месте, где находятся «горячие точки» филаментов в отсутствие их взаимодействия. При линейном режиме распространения в основную группу попадает примерно половина энергии импульсов. Апертуры третьей группы были размещены вне горизонтальной плоскости oxz , выше и ниже центральной апертуры. В последние две группы при линейном режиме распространения импульсов попадает не более 1% их энергии. Результаты представлены на рис. 5.3.

Из графика для первой апертуры видно, что в случае синфазных филаментов значительная часть энергии импульсов (9%) распространяется в сравнительно узкой области в окрестности оси $x = y = 0$. Если же разность фаз $\Delta\varphi$ превышает 45° , доля энергии в приосе-

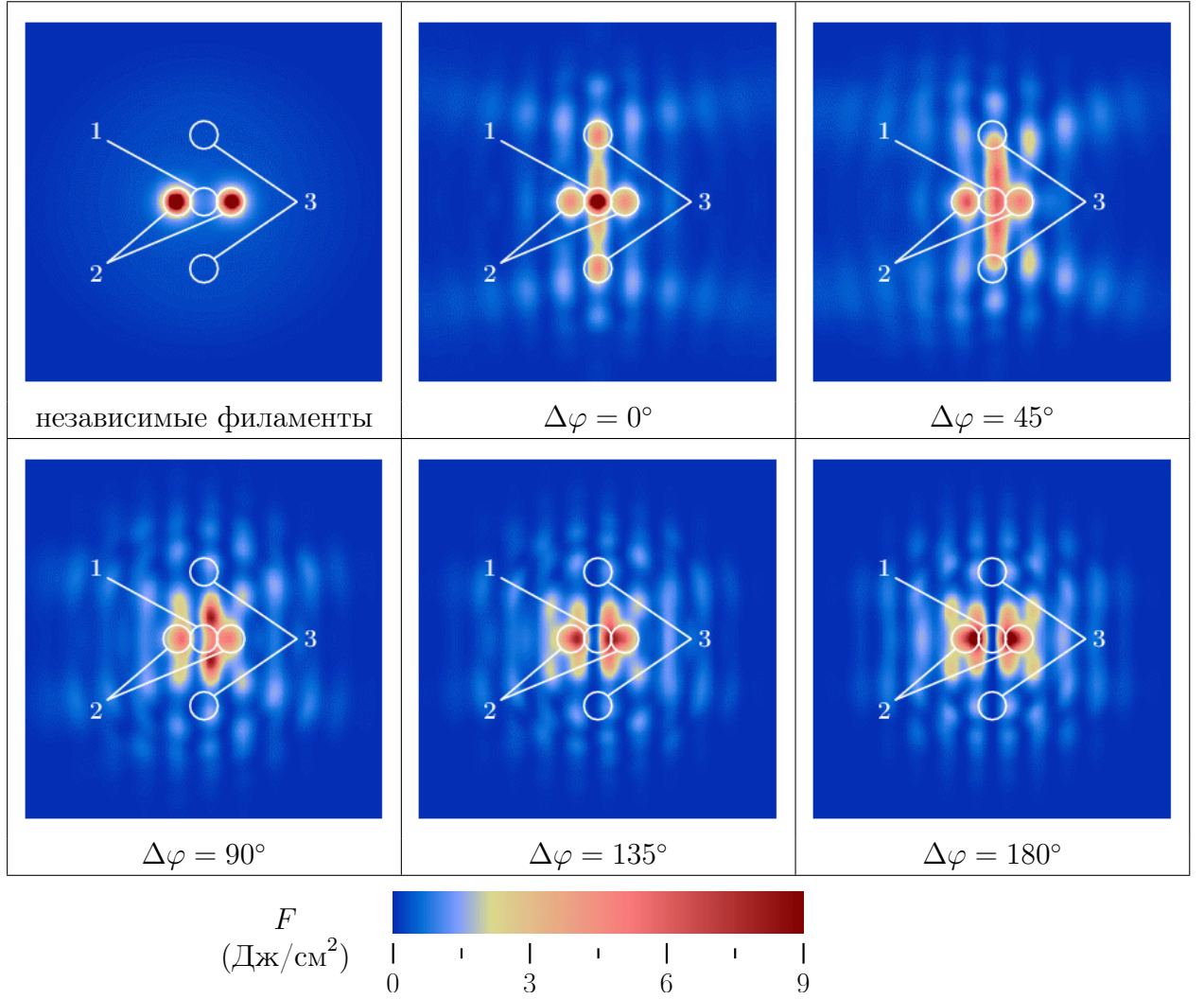


Рис. 5.2. Распределение поверхностной плотности энергии F на расстоянии $z = 13$ см. Белые окружности обозначают апертуры, в пределах которых подсчитывалась пройденная в течение импульса энергия (1 — центральная апертура, 2 — группа основных апертур, 3 — группа дополнительных апертур). Ось ox на рисунке горизонтальна, oy вертикальна. Размер области изображения равен $1.5 \text{ мм} \times 1.5 \text{ мм}$.

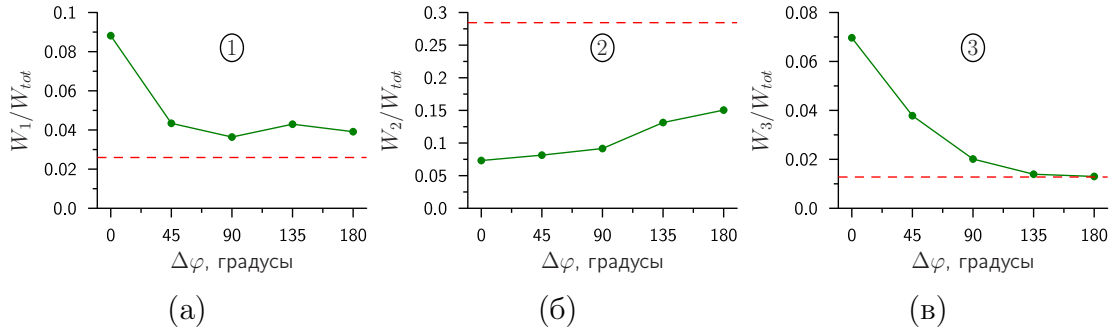


Рис. 5.3. Зависимость энергии W_i , прошедшей через группы из центральной (а), основных (б) и дополнительных (в) апертур, от разности фаз импульсов $\Delta\varphi$. Энергия нормирована на полную энергию импульсов W_{tot} . Красным пунктиром обозначено значение соответствующей энергии для независимых импульсов.

вой области уменьшается в два и более раз, однако остается несколько большим, чем в случае двух невзаимодействующих импульсов. Из графика для второй группы апертур видно, что, какова бы ни была разность фаз между импульсами $\Delta\varphi$, взаимодействие филаментов приводит к значительному (в три раза) уменьшению энергии в пределах основных филаментов. Наконец, график для третьей группы апертур показывает, что распространение энергии в плоскости $y = 0$, перпендикулярной плоскости скрещенных пучков, наиболее сильно выражено для небольших разностей фаз импульсов ($\Delta\varphi \lesssim 90^\circ$). При этом в двух побочных максимумах суммарно может находиться до 7% полной энергии (синфазный случай) против всего 1.2% в случае независимых филаментов.

Рассмотренное перераспределение энергии можно объяснить следующим образом. Вначале (перед фокальной плоскостью линзы) вследствие уже начавшейся интерференции формируются параллельные оси ou полосы с высокой концентрацией энергии. Пиковая мощность, сосредоточенная в пределах нескольких центральных полос, оказывается значительной, а форма полос — сильно вытянутой (рис. 5.4). В результате интерференционная полоса распадается на центральный и побочные угловые максимумы. Полная энергия в отдельной полосе максимальна в синфазном случае, поэтому перераспределение энергии наиболее существенно именно для нулевой разности фаз $\Delta\varphi$. Следует отметить, что в более ранних работах по взаимодействию филаментов в воздухе [108, 109] также сообщалось о значимости фазовых соотношений, однако перераспределение в вертикальной плоскости не фиксировалось.

На рис. 5.5 показана зависимость максимальной по поперечному сечению поверхностной плотности энергии от расстояния, пройденного в нелинейной среде независимыми, синфазными и противофазными импульсами. Все три кривые имеют локальный максимум около $z = 3$ см, что соответствует максимуму поверхностной плотности энергии F для одиночного филамента. Следующий пик кривой для противофазного случая (зеленая кривая) расположен непосредственно перед геометрическим фокусом линзы. Увеличение поверхностной плотности энергии F здесь связано с обычной фокусировкой импульсов. После фокуса

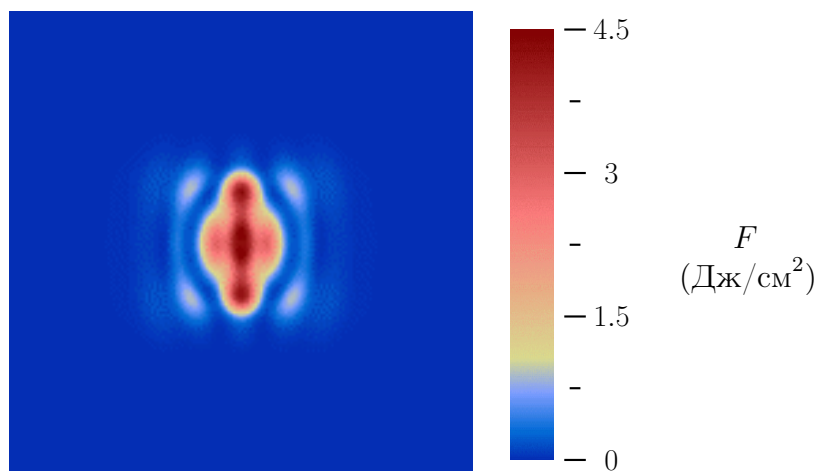


Рис. 5.4. Распределение поверхностной плотности энергии $F(x, y)$ в поперечном сечении синфазных импульсов на расстоянии $z = 6.2$ см. Ось ox на рисунке горизонтальна, oy вертикальна. Размер области изображения равен $1 \text{ мм} \times 1 \text{ мм}$.

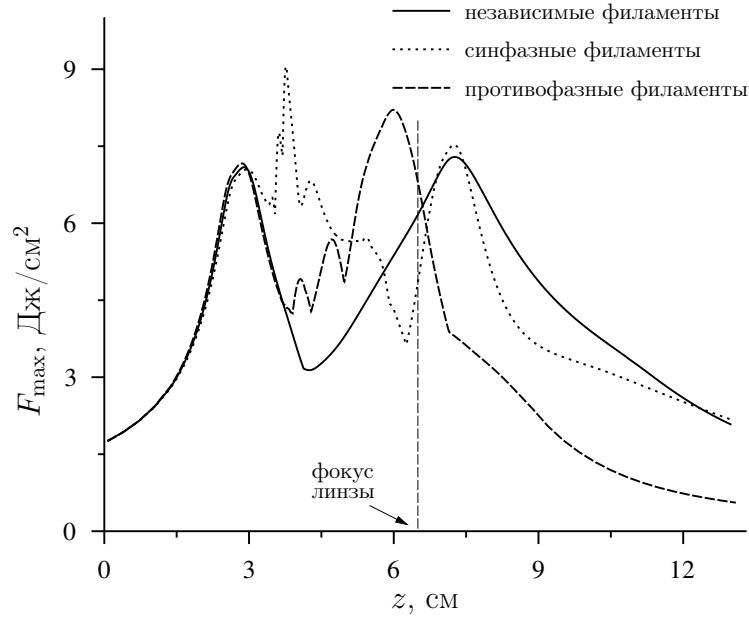


Рис. 5.5. Зависимость пикового значения поверхностной плотности энергии $F_{\max}$ от пройденного расстояния z для случаев независимых, синфазных и противофазных филаментов. Пунктиром указано положение фокальной плоскости линзы.

линзы пиковое значение F монотонно падает.

Иначе обстоит дело с синфазным случаем (красная кривая). Здесь наибольший максимум достигается задолго до геометрического фокуса и связан с конструктивной интерференцией импульсов, уже находящихся в режиме филаментации. Пиковая интенсивность в этом месте составляет $1.12 \cdot 10^{14}$ Вт/см². Однако высокая интенсивность в области интерференции приводит к быстрой ионизации, дефокусировке и резкому падению F . Второй максимум ($z \approx 7.3$ см) может быть связан с самофокусировкой центральной части центральной интерференционной полосы или рефокусировкой в образовавшемся филаменте. В этой полосе на указанном расстоянии уже образовались две структуры, распространяющиеся в вертикальной плоскости вверх и вниз (смотри рис. 5.1, случай $\Delta\varphi = 0^\circ$ и рис. 5.4), и центральная часть распространяется практически независимо от них, то есть происходит распад импульса на субимпульсы, где большая часть энергии сосредоточена в центральном импульсе, а энергия субимпульсов, распространяющихся в поперечной плоскости, составляет 7% от полной энергии импульса. Далее следует быстрый спад пикового значения F , а после того, как центральная часть приобретает осесимметричную форму ($z = 9$ см), наблюдается более плавное уменьшение пиковой поверхностной плотности энергии с расстоянием.

Для проверки тенденции интерференционных полос к распаду с образованием дополнительных филаментов было выполнено моделирование для вдвое большей мощности пучков ($4 P_{cr}$ в каждом). В таком случае можно ожидать сосредоточения в центральной полосе большей мощности и, как следствие, ее распада на большее количество филаментов. Поверхности постоянного уровня плотности энергии F и концентрации электронов N_e представлены на рис. 5.6. Более насыщенным цветом выделена поверхность с большим значением физической величины.

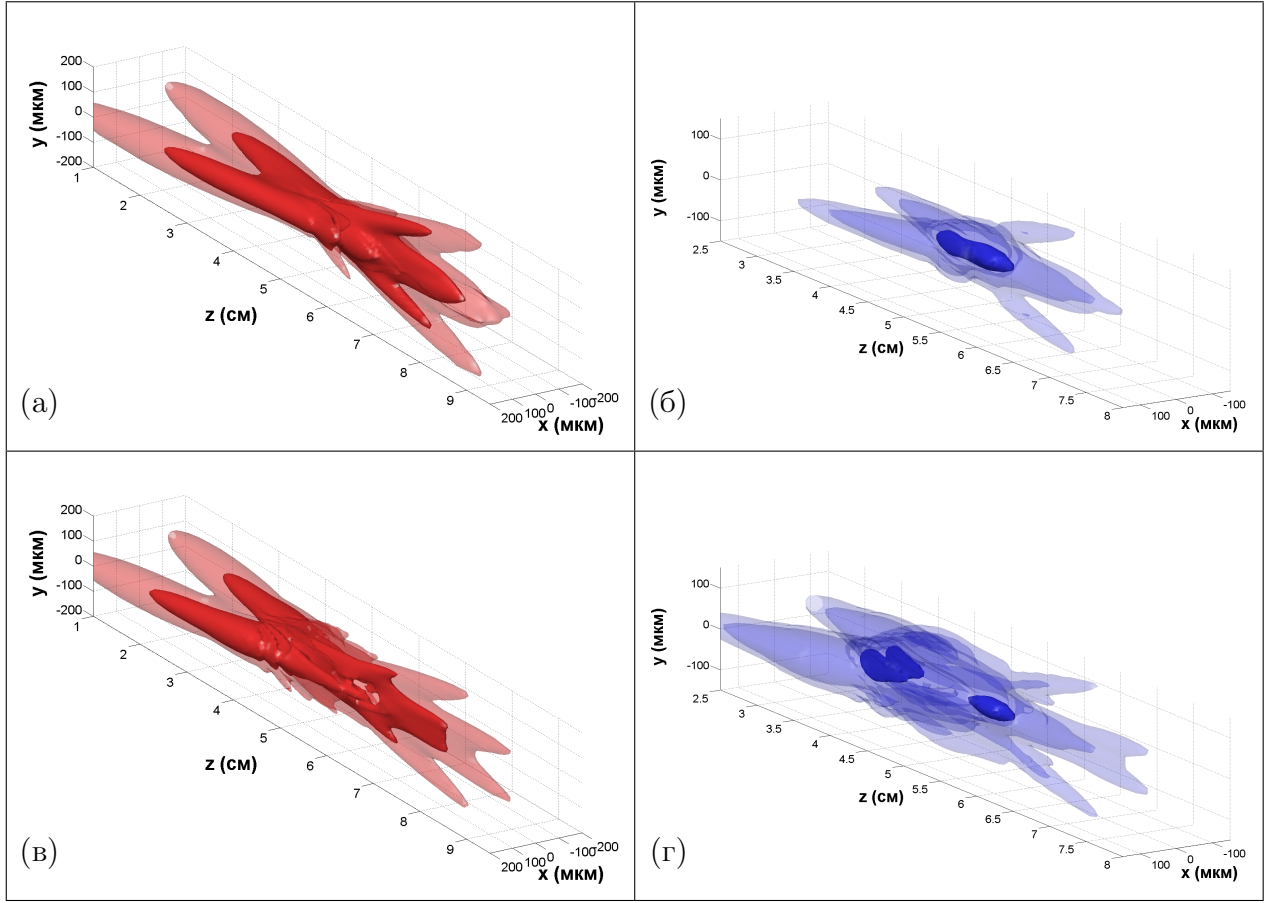


Рис. 5.6. Поверхности постоянного уровня поверхностной плотности энергии F (уровни 2 Дж/см^2 и 4 Дж/см^2) (а, в) и концентрации электронов N_e ($10^{-4} N_0$, $10^{-3} N_0$, $10^{-2} N_0$) (б, г) для синфазных импульсов с пиковой мощностью $2 P_{cr}$ (а, б) и $4 P_{cr}$ (в, г). Фокальная плоскость линзы имеет координату $z = 6.5 \text{ см}$.

Из рис. 5.6а,б видно, что в случае пиковой мощности пучков, равной $2 P_{cr}$, центральная интерференционная полоса распадается на три филамента, которые сопровождаются тремя плазменными каналами. Один из них распространяется вдоль оси симметрии, а два дополнительных следуют под углами около 0.5° к ней в вертикальной плоскости $x = 0$. При увеличении мощности пучков вдвое наблюдается распад центральной полосы уже на четыре структуры с высокой концентрацией энергии и свободных электронов.

На рис. 5.7 приведены распределения пиковой и линейной концентраций электронов для этих двух случаев. Видно, что максимальные значения концентрации электронов N_e оказываются близкими (около $0.021 N_0$ и $0.018 N_0$), однако в случае большей мощности распределение имеет два максимума. Первый из них связан с образованием двух симметричных структур на расстоянии около 4 см (см. рис. 5.6г), а второй — с образованием одного сгустка плазмы вблизи фокальной плоскости линзы. В распределении линейной концентрации двух пиков не наблюдается. Также увеличивается и протяженность области с высокой линейной концентрацией плазмы: с 1.5 см по уровню e^{-1} при пиковой мощности $2 P_{cr}$ до 2.7 см при $P = 4 P_{cr}$.

Таким образом, характер распределения энергии в выходной плоскости в значительной степени определяется линейной интерференцией импульсов, зависящей от фазовых соотно-

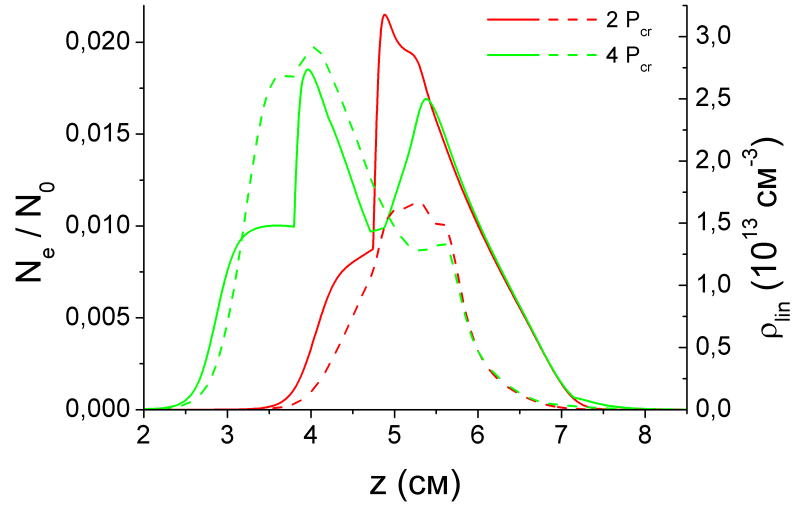


Рис. 5.7. Распределения пиковой концентрации электронов N_e , нормированной на концентрацию нейтралов N_0 , (сплошные кривые, левая шкала) и линейной концентрации ρ_{lin} (штриховые кривые, правая шкала) вдоль направления распространения z для случая синфазных импульсов с пиковыми мощностями $2 P_{cr}$ (красные кривые) и $4 P_{cr}$ (зеленые кривые). Фокальная плоскость линзы имеет координату $z = 6.5$ см.

шений между ними. Интерференция производит первоначальное перераспределение энергии в пространстве, что в дальнейшем влияет на картину самофокусировки. Взаимодействие синфазных скрещенных импульсов приводит к концентрации энергии высокой плотности ($F \gtrsim 2.5 \text{ Дж/см}^2$) вблизи оси распространения. Кроме того, значительная часть энергии распространяется под углом к оси $x = y = 0$ как в плоскости, в которой лежат траектории независимых импульсов (плоскость $y = 0$), так и в перпендикулярной ей плоскости ($x = 0$). Доля энергии, распространяющейся в вертикальной плоскости тем больше, чем меньше разность фаз импульсов $\Delta\varphi$. Обнаруженное впервые образование дополнительных филаментов и плазменных каналов, лежащих вне плоскости распространения импульсов, связано с распадом интерференционных полос вследствие нелинейных эффектов (прежде всего, дефокусировке в самонаведенной плазме). Также отмечено умеренное (на 25%) возрастание глобального максимума поверхностной плотности энергии в синфазном случае по сравнению со случаем независимых импульсов.

5.2. Взаимодействие филаментов в сапфире

5.2.1. Схема эксперимента

Экспериментальное исследование взаимодействия филаментов в воздухе затруднено из-за необходимости формирования двух пучков большой мощности, а также из-за больших характерных нелинейных длин, поэтому эксперименты были выполнены в кристалле сапфира. Их целью была проверка основных закономерностей взаимодействия филаментов, полученные при численном моделировании в воздухе.

Все эксперименты по исследованию филаментации в кристаллическом сапфире были выполнены в Центре коллективного пользования «Фемтосекундный лазерный комплекс» Института физики Национальной академии наук Украины.

Схема эксперимента приведена на рис. 5.8. Лазерный импульс длительностью 120 фс с центральной длиной волны 818.5 нм падал на непрозрачный экран с двумя симметрично расположенными круглыми отверстиями диаметром 1.2 мм, которые формировали два пространственно разнесенных взаимно когерентных импульса. Расстояние между отверстиями составляло 5 мм. После прохождения отверстий пиковая мощность импульсов составляла 26 МВт. Далее импульсы проходили собирающую линзу с фокусным расстоянием 35 мм, геометрический фокус которой находился в кристалле сапфира на расстоянии 0.5 мм от входной грани образца. В результате на входе в кристалл радиус пучка составлял $r_0 = 5$ мкм, расстояние между центрами пучков равнялось $h = 43$ мкм. Угол между направлениями распространения импульсов в сапфире равнялся 4.69° . Радиус пучков в перетяжке в линейном случае составлял 7.5 мкм, а ширина интерференционных полос — 10 мкм, то есть в области перекрытия импульсов на диаметр пучка в перетяжке приходилось 1.5 полосы.

В такой схеме при отверстиях, расположенных симметрично от оси, световые поля обоих импульсов являются синфазными. Введением в одно из плеч схемы пластинки $\lambda/2$ достигалось формирование противофазных световых полей. Длина кристалла равнялась 3 мм, коэффициент отражения по энергии составлял 7.6%. Таким образом, пиковая мощность импульсного излучения на входе в кристалл сапфира составляла около 24 МВт.

Интенсивное свечение в области перетяжки линзы на расстоянии 0.2–0.8 мм от входной плоскости кристалла, возникающее при формировании филаментов, регистрировалось через боковую грань образца с помощью ССD-камеры в двух взаимно перпендикулярных направлениях. В схеме на рис. 5.8 матрица камеры располагалась в одном случае параллельно горизонтальной плоскости oxz , в другом — параллельно вертикальной плоскости oyz . Боковое свечение филамента в видимой области спектра, наблюдаемое в эксперименте, связано с рекомбинацией свободных носителей заряда, возникших в областях с высокой интенсивностью излучения [116]. В этом случае регистрируемый сигнал оказывается пропорционален концентрации свободных носителей заряда, проинтегрированной вдоль оси наблюдения (oy или ox , соответственно).

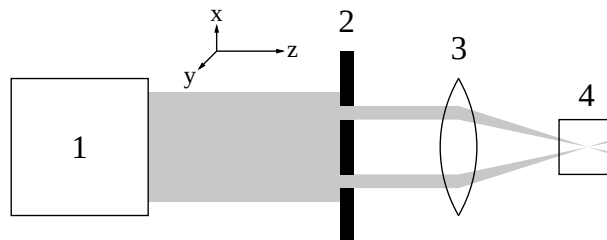


Рис. 5.8. Схема экспериментальной установки (вид сверху). 1 — источник излучения, 2 — непрозрачный экран с двумя симметрично расположенными круглыми отверстиями, 3 — собирающая линза, 4 — нелинейная среда (кристалл сапфира).

5.2.2. Параметры численного моделирования взаимодействия филаментов в сапфире

Исследование взаимодействия филаментов в кристалле сапфира проводилось с целью проверить основные закономерности филаментации в скрепленных пучках, полученные при численном моделировании в воздухе. Численное моделирование филаментации в сапфире было выполнено с целью верификации модели.

Для кристалла сапфира дисперсионная зависимость определялась формулой Селлмейера

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_3^2} \quad (5.2)$$

с параметрами $B_1 = 1.023798$, $B_2 = 1.058264$, $B_3 = 5.280792$, $\lambda_1 = 0.06144821 \cdot 10^{-4}$ см, $\lambda_2 = 0.1106997 \cdot 10^{-4}$ см, $\lambda_3 = 17.92656 \cdot 10^{-4}$ см [196]. Коэффициент керровской нелинейности для длины волны 818 нм был выбран $n_2 = 2.7 \cdot 10^{-16}$ см²·Вт⁻¹, что соответствует критической мощности самофокусировки 2 МВт [197, 198]. Параметр g в (2.23), определяющий долю инерционного отклика, для твердотельных диэлектриков существенно меньше, чем для газовых сред и составляет около 0.12 [199], поэтому инерционный отклик в расчетах не учитывался ($g = 0$).

Процесс полевой ионизации в конденсированных средах отличается значительно меньшим взаимодействием оторванного электрона с атомным остатком [145], поэтому им можно пренебречь и вместо модели ППТ использовать напрямую формулы Келдыша [145]. Ширина запрещенной зоны сапфира бралась равной 9.9 эВ [200]. Порядок многофотонности K при этом равнялся 7.

В конденсированных средах также требуется учет столкновительной ионизации и релаксации свободных носителей. Для этого в расчетах использовалась полная форма уравнения динамики плазмы (2.53). Параметр частоты столкновений в сапфире был оценен как $\nu_i \simeq 10^{14}$ с⁻¹ [201]. Порядок процесса L равнялся 1, коэффициент пропорциональности $\beta = 1.05 \cdot 10^{13}$ с⁻¹.

Кроме того, учитывались бугеровские потери (2.45), $\delta = 0.084$ см⁻¹, что соответствует длине экстинкции $l_{ext} = 12$ см.

Распространение лазерного излучения в воздухе до кристалла сапфира протекает в линейном режиме, поэтому полученное распределение поля после линзы пересчитывалось по формулам линейной волновой оптики в распределение на передней грани кристалла. В результате параметры в начальных условиях (5.1) на входе в кристалл имели следующие значения: радиус пучков $r_0 = 5$ мкм, расстояние между пучками $h = 43$ мкм, фокусное расстояние $f = 0.5$ мкм. Длительность импульсов равнялась 120 фс, их пиковая мощность на входе в кристалл составляла 24 МВт. Координата z отсчитывалась от входной грани кристалла.

Для сравнения с экспериментальными данными по результатам моделирования рассчитывались интегралы от максимальной концентрации электронов вдоль двух поперечных ко-

ординат:

$$n_e^{(1)}(x, z) = \int \max_{\tau} N_e(x, y, z, \tau) dy, \quad (5.3)$$

$$n_e^{(2)}(y, z) = \int \max_{\tau} N_e(x, y, z, \tau) dx. \quad (5.4)$$

Из-за малого времени рекомбинации твердотельной плазмы при расчете интегральной концентрации использовались максимальные значения концентрации электронов $N_e(x, y, z, \tau)$ за все время импульса.

Также определялись интегральные значения поверхностной плотности энергии F :

$$F(x, y, z) = \int I(x, y, z, \tau) d\tau, \quad (5.5)$$

$$F^{(1)}(x, z) = \int F(x, y, z) dy, \quad (5.6)$$

$$F^{(2)}(y, z) = \int F(x, y, z) dx. \quad (5.7)$$

5.2.3. Взаимодействие двух когерентных филаментов в кристалле сапфира

Распространение фемтосекундного излучения с мощностью, в несколько раз превышающей критическую мощность самофокусировки, в кристалле сапфира приводит к развитию филаментации в пучках. Точка старта филамента в каждом пучке находилась до точки их пересечения, что позволяет говорить о взаимодействии двух сформированных филаментов.

На рис. 5.9 приведены фотографии филаментов в области перекрытия пучков, зарегистрированные CCD-камерой через боковую грань образца, а также тоновые картины для распределений линейной плотности энергии $F^{(1,2)}$ и интегральной концентрации электронов $n_e^{(1,2)}$, полученных в результате численного моделирования. Исследовался случай синфазных импульсов ($\Delta\varphi = 0$). Левая колонка соответствует регистрации в горизонтальной плоскости (плоскости пучков), правая — в вертикальной плоскости.

В горизонтальной плоскости (левая колонка) видны две пересекающиеся узкие нити с высокими поверхностной плотностью энергии и концентрацией электронов, которые образуют интерференционную структуру в районе геометрического фокуса линзы ($z = 0.5$ мм) с хорошо различимыми максимумами нулевого и первого порядков (рис. 5.9в). В вертикальной плоскости (правая колонка) хорошо видно, что вблизи геометрического фокуса линзы образуются два дополнительных плазменных канала вне плоскости первоначального распространения пучков.

Для более полного представления о динамике взаимодействия неколлинеарных филаментов по результатам численного моделирования построены трехмерные поверхности постоянного уровня поверхностной плотности энергии F по уровню 0.15 Дж/см² и концентрации электронов n_e по уровню 10^{15} см⁻³ (рис. 5.10). По этим данным можно выделить следующие стадии процесса формирования филаментов в пересекающихся пучках. Вначале, еще

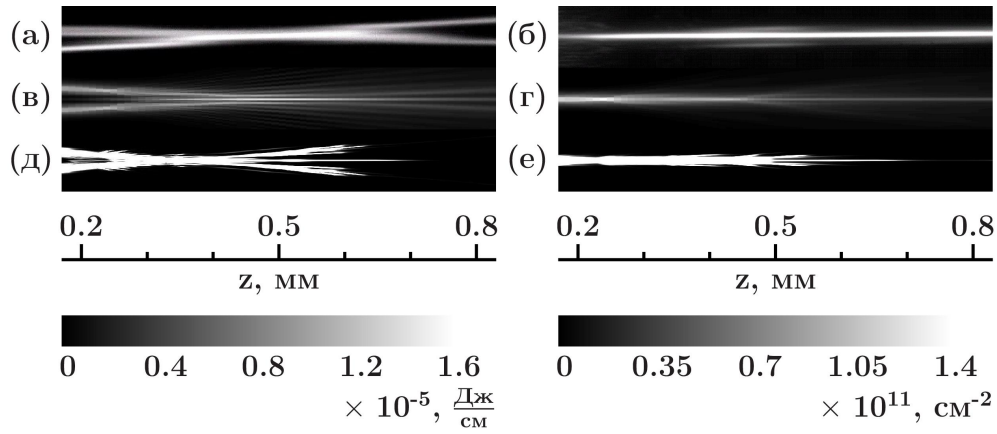


Рис. 5.9. Фотографии области взаимодействия филаментов в образце сапфира, зарегистрированные в эксперименте (вид сбоку) (а, б), а также распределения линейной плотности энергии $F^{(1)}(x, z)$ (в) и $F^{(2)}(y, z)$ (г), интегральной концентрации электронов $n_e^{(1)}(x, z)$ (д) и $n_e^{(2)}(y, z)$ (е), полученные при численном моделировании. В случаях (а, в, д) наблюдение осуществлялось в горизонтальной плоскости, в случаях (б, г, е) — в вертикальной плоскости. Фокус линзы расположен на расстоянии 0.5 мм. Белый цвет на рисунках соответствует значениям $F^{(1,2)}$, больши́м $1.6 \cdot 10^{-5}$ Дж/см (в, г), и значениям $n_e^{(1,2)}$, больши́м $1.2 \cdot 10^{13}$ см $^{-2}$ (д, е). Внизу приведены полутоновые палитры для плотности энергии (слева) и концентрации плазмы (справа).

до заметного перекрытия пучков, образуется пара независимых филаментов. Теоретическая оценка по формуле Марбургера (2.108) для расстояния от входной грани кристалла до нелинейного фокуса сфокусированного пучка составляет 88 мкм. В численном моделировании концентрация электронов плазмы сильно возрастала (до 10^{20} см $^{-3}$) на расстоянии 100 мкм. В области перекрытия импульсов образуется сложная картина распределения поверхностной плотности энергии F с многочисленными максимумами, расположение которых свидетельствует о распространении излучения под значительными углами к оси z (до $10^\circ - 12^\circ$). При этом часть из них формируется вне плоскости первоначального распространения пучков. В

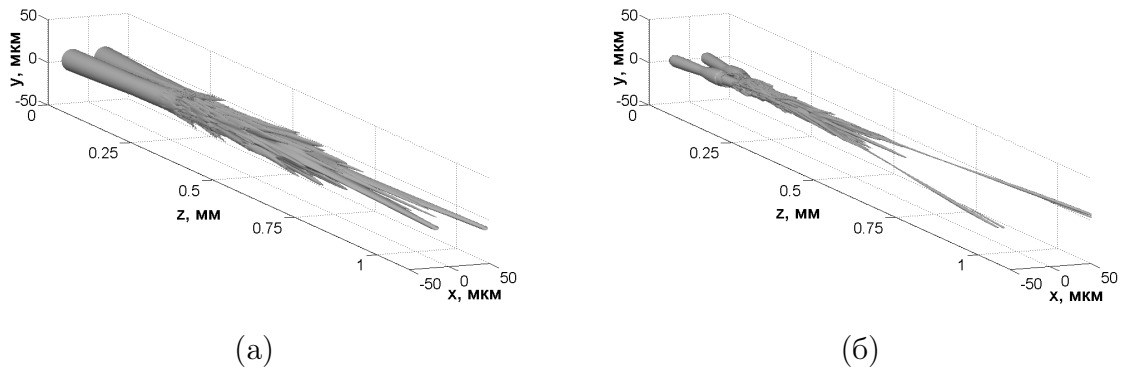


Рис. 5.10. Поверхности постоянного уровня поверхностной плотности энергии F (0.15 Дж/см 2) (а) и концентрации свободных электронов n_e (10^{15} см $^{-3}$) (б), полученные в вычислительном эксперименте. Входная пиковая мощность каждого импульса 25 МВт. Импульсы синфазны.

дальнейшем излучение, соответствующее этим максимумам, быстро дифрагирует, значение поверхностной плотности энергии падает, его ионизирующее воздействие становится незначительным. За перетяжкой в распределении поверхностной плотности энергии и концентрации плазмы наблюдаются три протяженные нитевидные структуры, которые соответствуют двум исходным направлениям распространения пучков, а также порожденному их взаимодействием центральному филаменту.

На рис. 5.11 представлено распределение поверхностной плотности энергии в поперечном сечении $z = 1.5$ мм. Помимо трех указанных структур на рисунке видны дополнительные «горячие точки» — следы потоков энергии в вертикальной плоскости oyz , перпендикулярной плоскости первоначального распространения пучков.

Как и для филаментов в воздухе, для количественного описания направления потоков энергии в численном моделировании вычислялись доли полной энергии излучения, прошедшего в пределах трех групп апертур (1, 2 и 3 на рис. 5.11). Апертуры располагались в выходной плоскости oxy на расстоянии 1 мм за геометрическим фокусом линзы. Диаметр всех апертур составлял 20 мкм. Исследовались случаи синфазных, противофазных и независимых импульсов. Последний случай соответствует большой временной задержке между импульсами, так что в промежутке между ними успевает произойти полная релаксация среды.

Результаты численного моделирования взаимодействия импульсов с различными входными пиковыми мощностями P_0 от 5 до 25 МВт (энергия импульса составляет 0.77 – 3.8 мкДж) представлены на рис. 5.12. Приведены доли энергии в пределах указанных групп апертур для синфазных ($\Delta\varphi = 0^\circ$), противофазных ($\Delta\varphi = 180^\circ$) и невзаимодействующих импульсов.

Из рис. 5.12а видно, что доля энергии в пределах основных апертур падает с ростом энергии импульсов. Для независимых импульсов абсолютное значение энергии, переносимой

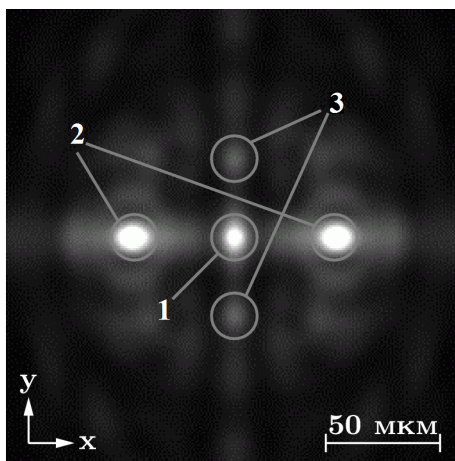


Рис. 5.11. Распределение поверхностной плотности энергии $F(x, y)$ в поперечном сечении пучков на расстоянии 1.5 мм от входной грани кристалла (после прохождения области взаимодействия) в численном моделировании. Входная пиковая мощность каждого импульса 25 МВт. Импульсы синфазны. Кругами обозначены группы апертур (1 — центральная апертура, 2 — группа основных апертур, 3 — группа дополнительных апертур).

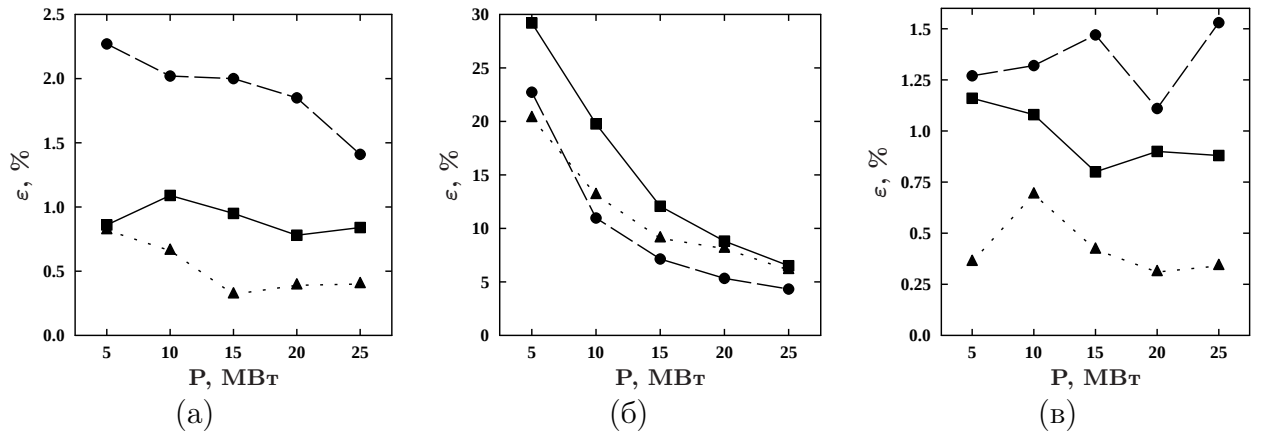


Рис. 5.12. Доля полной энергии $\varepsilon = W_i/W_{tot}$, прошедшая через группы апертур 1 (а), 2 (б) и 3 (в), в случае синфазных (круги), противофазных (треугольники) и независимых (квадраты) филаментов при разных пиковых мощностях P начальных импульсов (численное моделирование).

филаментами, составляет около $0.25 - 0.3$ мкДж и практически не зависит от входной пиковой мощности импульса. Взаимодействие импульсов в режиме филаментации приводит к уменьшению энергии в основных апертурах примерно в 1.5 раза. В целом, значительная часть энергии импульсов (до 90% – 95% при $P_0 = 25$ МВт) переносится не двумя основными филаментами, а их энергетическим резервуаром, в котором возможно возникновение дополнительных, более слабых филаментов.

Случай противофазных импульсов отмечен сравнительно низкими значениями энергии в пределах первой и третьей групп апертур (рис. 5.12а и 5.12в), что является результатом деструктивной интерференции излучения в вертикальной плоскости *ouз* с образованием темной полосы. Из этих рисунков также следует, что в некоторых областях вертикальной плоскости для взаимодействующих синфазных импульсов достигается более высокая локализация энергии, чем для импульсов, распространяющихся независимо друг от друга или являющихся противофазными. Причиной этого также являются интерференционные эффекты, в результате которых в темных полосах интерференционной картины подавляются нелинейные эффекты самовоздействия. Следует отметить, что энергия, переносимая центральным филаментом (приосевая апертура 1), в рассматриваемой геометрии всегда меньше, чем энергия в каждой из основных апертур 2. Поэтому его длина невелика, и вскоре он прекращает свое существование (см. рис. 5.10). Еще меньше протяженность дополнительных филаментов и их плазменных каналов, наблюдаемых вне горизонтальной плоскости при $P_0 = 25$ МВт.

Сравнение энергий в пределах групп апертур 1 и 3 (рис. 5.12а и 5.12в) для взаимодействующих импульсов с разными фазовыми соотношениями показывает, что, изменяя фазовый сдвиг между импульсами, можно управлять долей и абсолютной величиной энергии в данных апертурах в широких пределах. И наоборот, энергия, переносимая через эти апертуры, несет информацию о фазовых соотношениях между импульсами. Для синфазных и противофазных импульсов доли полной энергии, переносимой через приосевую апертуру 1, при мощности 5 МВт различаются в 3 раза (2.3% при $\Delta\varphi = 0$ и 0.8% при $\Delta\varphi = \pi$), а при

мощности 15 МВт — в 6 раз (2% и 0.32% соответственно). Доли энергии, переносимой через дополнительные апертуры 3, различаются в 1.9 раза при мощности 10 МВт (1.3% и 0.7%) и в 4.5 раза при мощности 25 МВт (1.53% и 0.34%).

Таким образом, численное моделирование подтверждает наблюдаемое в эксперименте образование центрального филамента и плазменного канала в случае синфазных импульсов. В вычислительном эксперименте удалось получить детальную картину взаимодействия филаментов, которая определяется, прежде всего, интерференционной картиной скрещенных пучков. По результатам численного моделирования была предсказана возможность образования дополнительных филаментов вне плоскости распространения импульсов. Эти дополнительные филаменты были зарегистрированы в эксперименте с кристаллом сапфира. Они могут быть использованы для пространственного перераспределения энергии излучения за счет управления временным запаздыванием между взаимодействующими импульсами.

Сравнение распределений энергии при взаимодействии филаментов в воздухе и сапфире показывает их качественное совпадение. Отличия обусловлены, прежде всего, разными мощностями излучения, выбранными при исследовании филаментации в этих средах. Это позволяет использовать более удобные для постановки эксперименты в сапфире для получения качественной картины филаментации в воздухе.

5.3. Филаментация взаимодействующих пучков с вихревым фазовым фронтом

Распад мощного пучка на множественные филаменты в атмосфере является случайным процессом. Как показали результаты предыдущего параграфа, для управления положением образующихся филаментов можно использовать взаимодействие когерентных пучков. Отдельный интерес представляют пучки с вихревым фазовым фронтом.

Вихревым, или спиралевидным, называется пучок, фазовый фронт которого имеет вид нескольких витков спирали. Аналитически комплексная амплитуда поля в вихревом пучке может быть описано следующим образом:

$$A(r, \varphi) = f(r)e^{il\varphi}, \quad (5.8)$$

где r — радиальная координата, φ — азимутальный угол. Целое число l называется топологическим зарядом пучка. На рис. 5.13 приведены тоновые картины распределения фазы поля для различных значений l . При обходе по замкнутому контуру вокруг центра пучка фаза поля приобретает сдвиг, равный целому числу 2π , притом что сама фаза меняется непрерывно. В центре пучка фаза не определена, поэтому амплитуда поля должна обратиться в ноль, $f(r = 0) = 0$. Таким образом, распределение интенсивности вихревого пучка имеет кольцевую структуру.

При большой мощности самофокусировка вихревых пучков сопровождается развитием угловой неустойчивости, и пучок распадается на отдельные структуры, расположенные по

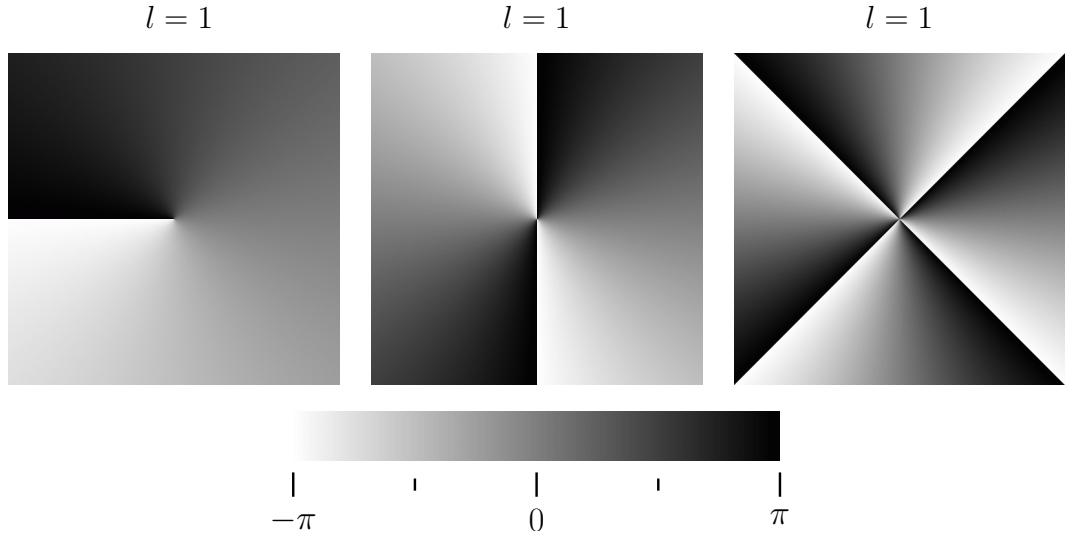


Рис. 5.13. Распределение фазы поля в поперечном сечении вихревых пучков с разными топологическими зарядами l .

кругу [202]. В [203] определены значения критической мощности самофокусировки для вихревого пучка и исследован его распад.

Для управления азимутальным положением филаментов в настоящей работе было предложено использовать дополнительный когерентный безвихревой пучок, который бы давал интерференционную картину вместе с вихревым пучком в виде небольшого количества светлых полос. Тогда положением полос и развивающихся в них филаментах можно управлять за счет малой временной задержкой между импульсами (порядка периода колебаний поля).

Исследование взаимодействия вихревого и безвихревого пучка было выполнено для импульсов, распространяющихся в кристалле сапфира. Как показано в предыдущих разделах, характер взаимодействия импульсов в сапфире и воздухе качественно совпадает.

В эксперименте [204] лазерное излучение длительностью 160 фс разделялось светоделительной пластиной на два когерентных импульса в отношении 1 : 4. Более мощная часть затем приобретала вихревую модуляцию фазы, для чего использовался кристалл исландского шпата [205]. В результате формировался оптический вихрь с диаметром 2 мм и топологическим зарядом $l = 2$. После этого импульс с вихревым пучком интерферировал со вторым когерентным ему импульсом и фокусировался на переднюю грань кристалла сапфира толщиной 3 мм. Второй импульс мог иметь небольшую управляемую временную задержку.

На рис. 5.14 представлены зарегистрированные в эксперименте распределения энергии в пучке после прохождения кристалла сапфира при разной задержке между импульсами. Видно, что максимумы распределения меняют свое азимутальное положение при различной задержке между импульсами.

В численном моделировании начальные условия для комплексной амплитуды поля вихревого пучка брались в виде:

$$A(x, y, \tau) = A_0 \exp \left\{ -\frac{\tau^2}{2\tau_0^2} \right\} \cdot \frac{x^2 + y^2}{r_1^2} \exp \left\{ -\frac{x^2 + y^2}{2r_1^2} \right\} e^{il\varphi}, \quad (5.9)$$

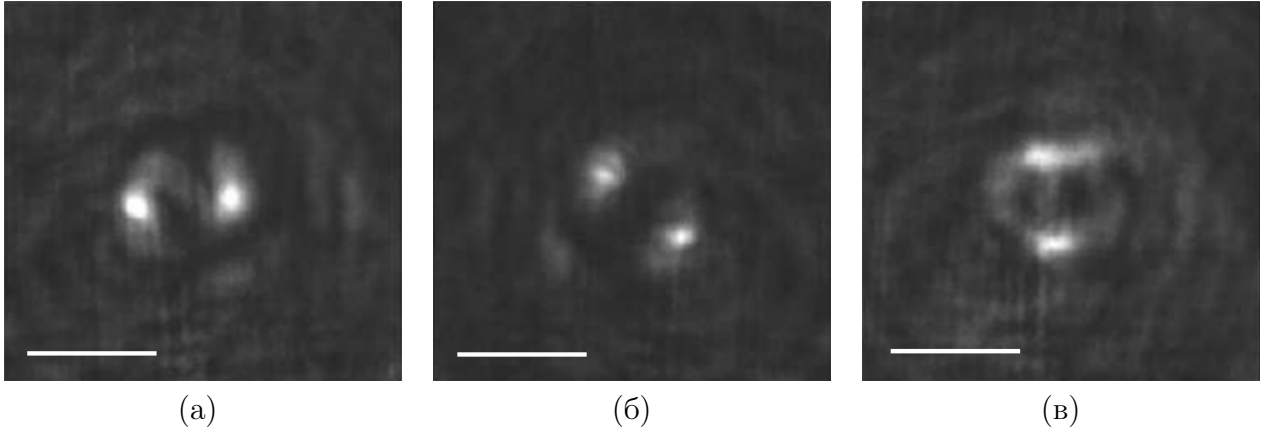


Рис. 5.14. Экспериментальные распределения энергии излучения после прохождения кристалла сапфира интерферирующими когерентными импульсами с вихревым и безвихревым пучками для разной временной задержки между ними: нулевая задержка (а), задержка на четверть периода колебаний (б), задержка на половину периода колебаний (в). Белая черта обозначает размер 20 мкм. Рисунок взят из работы [204].

где φ — азимутальный угол, $\operatorname{tg} \varphi = y/x$, l — топологический заряд пучка, r_1 — его характерный размер. После интерференции с безвихревым пучком, распространяющимся под углом α к оптической оси вихревого пучка, полное поле задавалось в виде:

$$A(x, y, \tau) = A_0 \exp \left\{ -\frac{\tau^2}{2\tau_0^2} \right\} \cdot \left[\frac{x^2 + y^2}{r_1^2} \exp \left\{ -\frac{x^2 + y^2}{2r_1^2} \right\} e^{il\varphi} + \frac{1}{2} \exp \left\{ -\frac{x^2 + y^2}{2r_2^2} \right\} e^{ik_0 \sin \alpha y} e^{i\Delta\varphi} \right], \quad (5.10)$$

где первое слагаемое в квадратных скобках определяет вихревой пучок с радиальным параметром $r_1 = 20$ мкм и топологическим зарядом $l = 2$, а второе слагаемое — когерентный ему гауссов пучок радиуса $r_2 = 60$ мкм, распространяющийся под углом $\alpha = 0.2^\circ$ к вихревому пучку и имеющий фазовый сдвиг $\Delta\varphi = 0, \pi$ относительно него. Предэкспоненциальный множитель $\frac{1}{2}$ во втором слагаемом определялся отношением энергий интерферирующих импульсов. Суммарная энергия импульсов составляла 2 мкДж, что соответствует пиковой мощности примерно $6 P_{cr}$.

На рис. 5.15 представлены полученные в численном моделировании распределения энергии излучения при распространении в кристалле сапфира на разном расстоянии от входной грани для случаев $\Delta\varphi = 0$ и π . Видно, что в первом случае ($\Delta\varphi = 0$) в поперечном сечении образуются две «горячие точки». Интенсивность в первой из них достигает максимума на расстоянии 0.26 мм, во второй — на расстоянии 0.33 мм. Во втором случае ($\Delta\varphi = \pi$) одна «горячая точка» оказывается в несколько раз слабее другой.

На рис. 5.16 представлена зависимость пиковой интенсивности излучения вдоль трассы. Видно, что образование двух «горячих точек» в случае $\Delta\varphi = 0$ приводит к возникновению двух близких пиков в зависимости $I(z)$ на расстоянии примерно 0.3 мм. При $\Delta\varphi = \pi$ филамент сильно смещен относительно предыдущего случая и начинается только на расстоянии

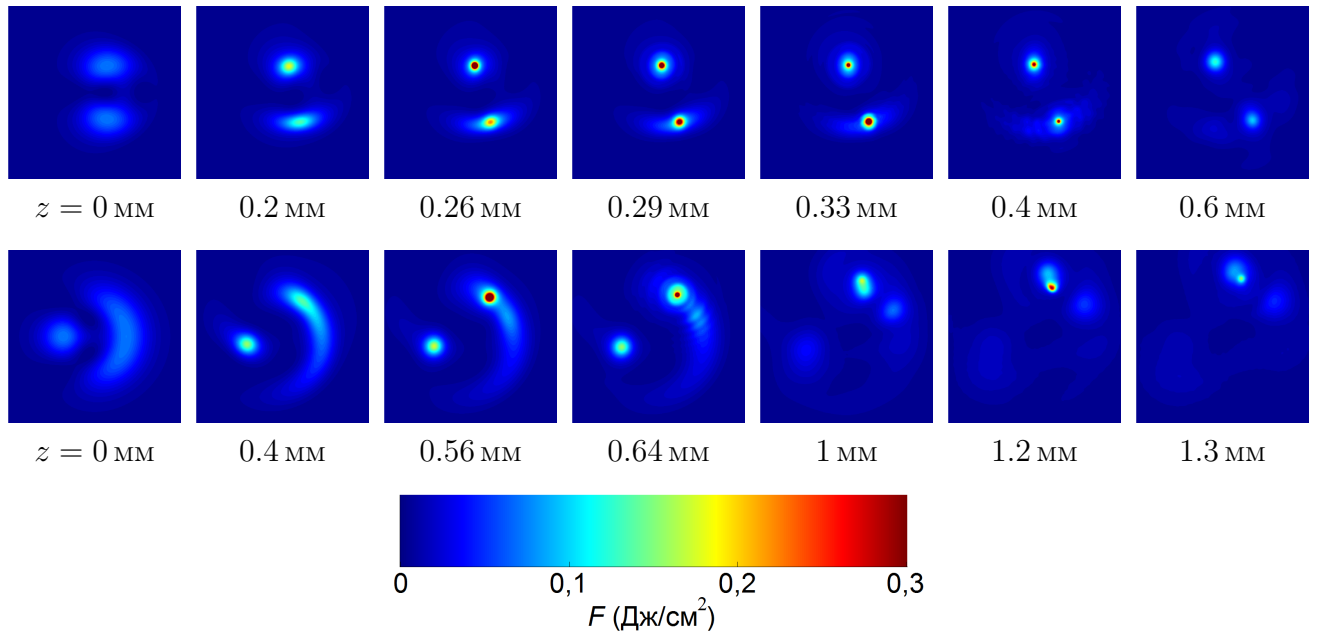


Рис. 5.15. Распределение энергии в поперечном сечении при филаментации когерентных вихревого и безвихревого пучков на разных расстояниях z от входной грани кристалла сапфира при разности фаз между пучками $\Delta\varphi = 0$ (верхний ряд) и $\Delta\varphi = \pi$ (нижний ряд). Размер области изображения равен $150 \text{ мкм} \times 150 \text{ мкм}$.

около 0.6 мм. Затягивание образования филамента связано со сложной серпообразной формой области конструктивной интерференции, в которой он возникает (см. рис. 5.15). При этом не возникло второй «горячей точки». Второй пик интенсивности поля при $\Delta\varphi = \pi$ связан с рефокусировкой, произошедшей в пределах первой «горячей точки». В результате длина филамента составила около 0.2 см для $\Delta\varphi = 0$, а для $\Delta\varphi = \pi$ филамент состоял из двух отрезков длиной около 0.15 см каждый.

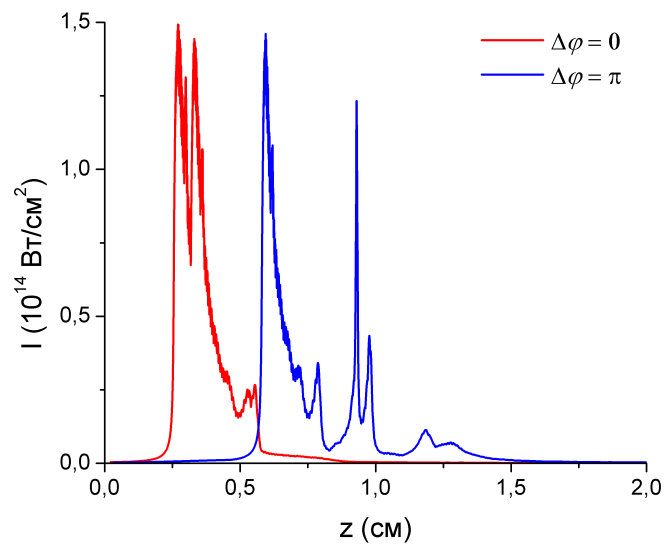


Рис. 5.16. Изменение максимальной интенсивности излучения I при филаментации когерентных вихревого и безвихревого пучков на разных расстояниях z от входной грани кристалла сапфира при разности фаз между пучками $\Delta\varphi = 0, \pi$.

Таким образом, результаты численного моделирования находятся в хорошем качественном согласии с экспериментальными. Азимутальное положение филаментов и их плазменных каналов определяется фазовыми соотношениями скрещенных пучков. Для проверки справедливости полученных результатов было выполнено численное моделирование взаимодействия вихревого пучка с безвихревым в воздухе.

Начальное условие задавалось в виде (5.10) с параметрами $r_1 = 0.25$ мм, $r_2 = 0.7$ мм, $l = 2$, $\alpha = 0.03^\circ$, $\Delta\varphi = 0, \pi$. Суммарная энергия составляла 2 мДж, что соответствует примерно той же пиковой мощности, выраженной в критических мощностях самофокусировки, что и в сапфире (около $6 P_{cr}$).

Распределения поверхностной плотности энергии F приведены на рис. 5.17. В случае нулевой разности фаз картины распределения энергии почти точно (с точностью до продольного и поперечного масштаба) совпадают с распределением энергии в сапфире (рис. 5.15). В случае разности фаз, равной π , так же как и в сапфире, образуется только одна «горячая точка». Совпадение картин распределения энергии показывает возможность качественного исследования взаимодействия филаментов в воздухе, проводя эксперименты в конденсированных средах. Количественные параметры филаментов при этом сильно различаются. Прежде всего, это касается их геометрических размеров. Если в сапфире диаметр филамента составляет около 7–8 мкм, то в воздухе он достигает примерно 130 мкм. Продольные масштабы в воздухе также оказываются примерно на два порядка больше.

Также были получены распределения концентрации электронов в плазменных каналах взаимодействующих пучков в воздухе. Их сечения приведены на рис. 5.18. Видно, что расположение плазменных каналов в целом повторяет структуру филаментов, сечения которых

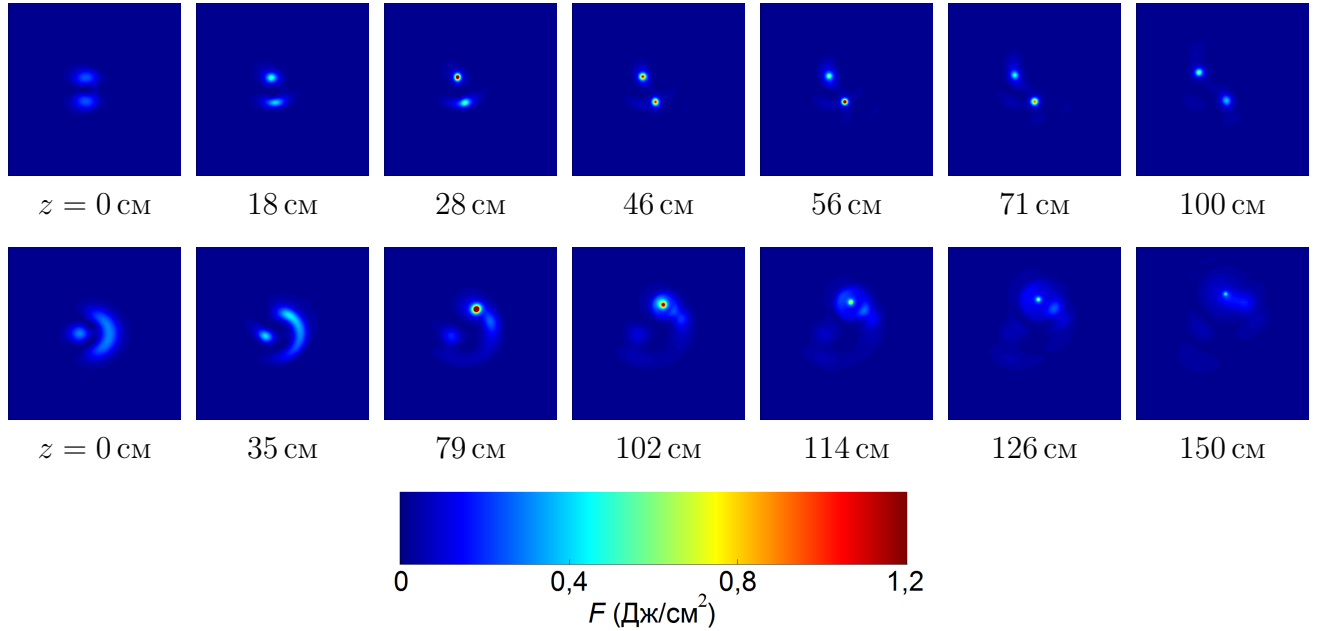


Рис. 5.17. Распределение энергии в поперечном сечении при филаментации когерентных вихревого и безвихревого пучков на разных расстояниях z в воздухе при разности фаз между пучками $\Delta\varphi = 0$ (верхний ряд) и $\Delta\varphi = \pi$ (нижний ряд). Размер области изображения равен 3 мм $\times$ 3 мм.

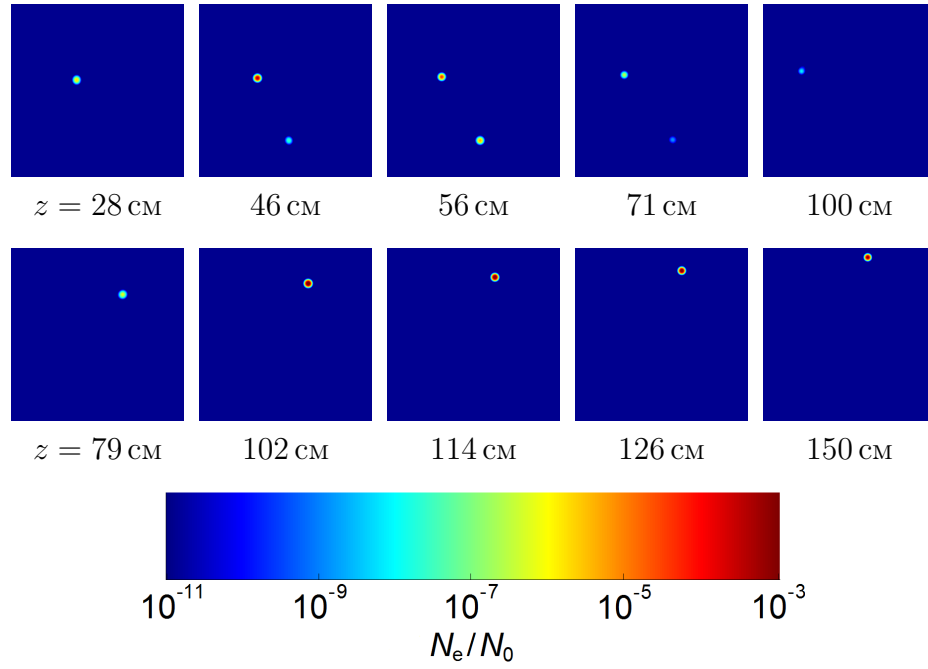


Рис. 5.18. Распределение концентрации свободных электронов N_e в поперечном сечении при филаментации когерентных вихревого и безвихревого пучков на разных расстояниях z в воздухе при разности фаз между пучками $\Delta\varphi = 0$ (верхний ряд) и $\Delta\varphi = \pi$ (нижний ряд). Концентрация нейтралов равна N_0 . Размер области изображения равен $1.63 \text{ мм} \times 1.63 \text{ мм}$.

приведены на рис. 5.17. В частности, при $\Delta\varphi = \pi$ формируется только один плазменный канал, расположенный под углом 0.03° к направлению распространения вихревого пучка. При этом пиковая концентрация электронов в нем достигает значения $N_e = 5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, что примерно на 35% больше, чем концентрация электронов в плазменных каналах при $\Delta\varphi = 0$.

На рис. 5.19 представлено распределение линейной концентрации плазмы ρ_{lin} вдоль направления распространения вихревого пучка. Видно, что для случая $\Delta\varphi = \pi$ локализация энергии излучения только в одной «горячей точке» (см. рис. 5.17) способствовало увеличению линейной концентрации электронов и протяженности плазменного канала по сравнению со случаем $\Delta\varphi = 0$, когда формировалось два филамента и плазменных канала. Длины плазменных каналов составили около 16 см для случая $\Delta\varphi = 0$ и около 50 см при $\Delta\varphi = \pi$. В результате полное количество электронов в плазменном канале отличалось более, чем в 3.5 раза ($Q_e^{total} = 2.7 \cdot 10^{12}$ для $\Delta\varphi = 0$ и $Q_e^{total} = 10^{13}$ для $\Delta\varphi = \pi$).

Таким образом, при слабо неколлинеарном взаимодействии двух импульсов с вихревым и безвихревым пучками малое изменение запаздывания (порядка периода колебаний поля) можно использовать для управления азимутальным положением максимумов интерференционной картины, которые впоследствии определяют положение образующихся филаментов и их возможную динамику, например, образование рефокусировок. Также от фазовых соотношений между пучками может сильно зависеть концентрация электронов в плазменных каналах, их протяженность и полное количество электронов в них.

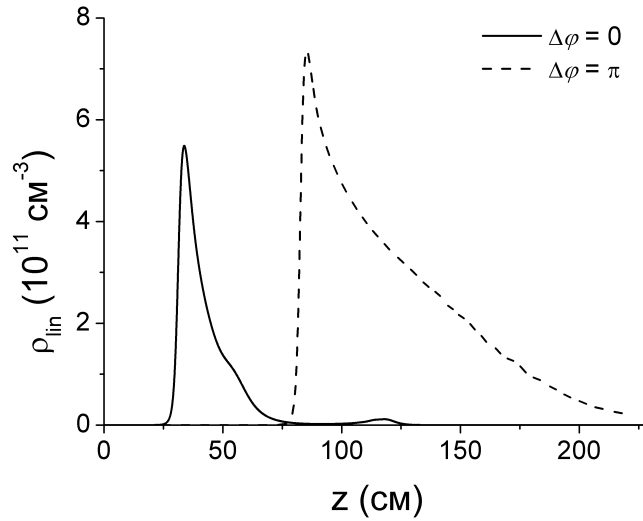


Рис. 5.19. Изменение линейной концентрации плазмы ρ_{lin} в плазменных каналах при филаментации когерентных вихревого и безвихревого пучков на разных расстояниях z в воздухе при разности фаз между пучками $\Delta\varphi = 0, \pi$.

5.4. Выводы по главе 5

Исследовано взаимодействие когерентных скрещенных лазерных импульсов в режиме филаментации. Обнаружено образование дополнительных филаментов вне плоскости распространения импульсов при взаимодействии синфазных импульсов. Количество дополнительных филаментов зависит от пиковой мощности излучения. Значение максимума поверхностной плотности энергии при взаимодействии в воздухе синфазных филаментов на 25% превышает максимальное значение, достигаемое при распространении двух независимых филаментов.

Взаимодействие в режиме филаментации вихревого пучка с безвихревым гауссовым приводит к формированию нескольких филаментов и плазменных каналов, азимутальным положением которых можно управлять вводя малую временную задержку между импульсами. Кроме того, малая временная задержка сильно влияет на концентрацию электронов в плазменных каналах и их протяженность.

Результаты моделирования находятся в качественном согласии с экспериментальными данными о взаимодействии безвихревых и вихревых пучков. Также наблюдается качественное совпадение характера взаимодействия филаментов в воздухе и кристалле сапфира, что позволяет экстраполировать качественные результаты экспериментальных исследований филаментации в сапфире на воздушную среду.

Заключение

В настоящей диссертационной работе проведено всестороннее исследование формирования плазменных каналов при филаментации фемтосекундного лазерного излучения в воздухе. Рассмотрены случаи одиночной и множественной филаментации в сфокусированных пучках и на протяженных атмосферных трассах с различными фазовыми профилями пучков. Вычислительная трудоемкость решения полной задачи филаментации, а также необходимость набора большой статистики при исследовании филаментации в случайно неоднородной среде потребовали создание пакета программ для эффективного использования ресурсов современных суперкомпьютеров с возможностью масштабирования задачи. Основные научные результаты, полученные по результатам работы, можно сформулировать следующим образом.

1. В результате численного исследования влияния геометрической фокусировки миллиметровых пучков с мощностью в несколько критических мощностей самофокусировки и радиусом фокусировки от 1 м до 20 м на параметры филаментации лазерного импульса было обнаружено качественное отличие для излучения ИК и УФ диапазонов. Изменение фокусировки слабо сказывается на интенсивности в ИК филаменте и поперечном размере его плазменного канала. Для УФ импульса обострение фокусировки приводит к возрастанию интенсивности и уменьшению диаметра плазменного канала.
2. Предложена модель динамической кривизны волнового фронта лазерного импульса, связанная с прохождением мощного излучения через прозрачные оптические элементы. Показано, что введение динамической кривизны волнового фронта способно существенно сместить точку старта филамента и за счет этого увеличить длину плазменного канала.
3. Численно показано, что слабый астигматизм приводит к удлинению плазменного канала, в то время как сильный астигматизм может привести к его распаду на два отрезка, расположенных вблизи геометрических фокусов пучка.
4. Установлено, что вероятность развития филаментации в турбулентной атмосфере в пучке малой мощности (до 3 критических мощностей самофокусировки) падает с увеличением амплитуды турбулентных флуктуаций показателя преломления. При этом среднее расстояние до старта филамента вначале возрастает, а затем начинает убывать. При большой мощности лазерного пучка (свыше 10 критических мощностей) филамент образуется во всех импульсах, а расстояние до старта филамента монотонно сокращается при увеличении амплитуды флуктуаций. Также показано, что

вероятность развития филаментации падает с увеличением радиуса пучка в случае малой мощности излучения. В случае большой мощности среднее относительное расстояние до старта филамента и плазменного канала оказывается меньше в пучках большего радиуса.

5. Предложена модель множественной филаментации излучения в широких пучках, которая качественно описывает основные этапы развития множественной филаментации. Она позволяет оптимизировать использование вычислительных ресурсов при численном решении задачи множественной филаментации.
6. Установлено, что при взаимодействии когерентных лазерных филаментов в скрещенных пучках распределение энергии определяется интерференционной картиной излучения и чувствительно к малому запаздыванию между импульсами. Обнаружено образование дополнительных филаментов вне плоскости распространения импульсов в случае когерентной интерференции взаимодействующих пучков.
7. Показана возможность управления азимутальным положением фемтосекундных лазерных филаментов, образующихся в вихревом пучке, с помощью дополнительного слабо некоррелированного безвихревого пучка.

Список публикаций по теме диссертации

Основные результаты диссертации отражены в следующих статьях:

1. Кандидов В.П., Шленов С.А., Силаева Е.П., **Дергачев А.А.** Филаментация мощного фемтосекундного лазерного излучения в воздухе и ее приложения в атмосферной оптике // Оптика атмосферы и океана. — 2010. — Т. 23, №10. — С. 873–884.
2. **Дергачев А.А.**, Силаева Е.П., Шленов С.А. Фемтосекундные лазерные филаменты // В сб. «Суперкомпьютерные технологии в науке, образовании и промышленности», М.: Изд. Московского университета, 2010, с. 100–102.
3. **Дергачев А.А.**, Кадан В.Н., Шлёнов С.А. Взаимодействие неколлинеарных фемтосекундных лазерных филаментов в сапфире // Квантовая электроника. — 2012. — Т. 42, №2. — С. 125–129.
4. **Дергачев А.А.**, Ионин А.А., Кандидов В.П., Селезнев Л.В., Синицын Д.В., Сунчугашева Е.С., Шлёнов С.А. Филаментация фемтосекундных ИК и УФ импульсов при фокусировке в воздухе // Квантовая электроника. — 2013. — Т. 43, №1. — С. 29–36.
5. Blonskyi I.V., Kadan V.M., **Dergachev A.A.**, Shlenov S.A., Kandidov V.P., Puzikov V.M., Grin' L.O. Filamentation of femtosecond vortex beam in sapphire // Ukrainian Journal of Physics. — 2013. — Vol. 58, no. 4. — P. 341–344.
6. **Дергачев А.А.**, Ионин А.А., Кандидов В.П., Мокроусова Д.В., Селезнев Л.В., Синицын Д.В., Сунчугашева Е.С., Шленов С.А., Шустикова А.П. Плазменные каналы при филаментации в воздухе фемтосекундного лазерного излучения с астигматизмом волнового фронта // Квантовая электроника. — 2014. — Т. 44, №12. — С. 1085–1090.
7. **Dergachev A.A.**, Ionin A.A., Kandidov V.P., Mokrousova D.V., Seleznev L.V., Sinit syn D.V., Sunchugasheva E.S., Shlenov S.A., Shustikova A.P. Effect of nonlinearity in the pass-through optics on femtosecond laser filament in air // Laser Physics Letters. — 2015. — Vol. 12, no. 1. — P. 015403.

и докладывались на международных конференциях:

1. **Дергачев А.А.** Параллельный алгоритм с переменным шагом для моделирования филаментации мощного фемтосекундного лазерного импульса на вычислительном кластере // Труды конф. «Ломоносов — 2009» (Москва, Россия, 2009)
2. **Dergachev A.A.**, Shlenov S.A. Parallel algorithms for numerical simulation of femtosecond laser pulse filamentation in atmosphere // Techn. Progr. SPIE Optics+Photonics (San Diego, USA, 2009)
3. **Дергачев А.А.** Пространственно-временное управление множественной филаментацией фемтосекундного лазерного излучения в турбулентной атмосфере // Труды

- конф. «Оптика — 2009», с. 32–34 (Санкт-Петербург, Россия, 2009)
4. **Дергачев А.А.** Взаимодействие когерентных филаментов в скрещенных пучках // Сборник докладов Пятой Всероссийской школы для студентов, аспирантов, молодых ученых и специалистов по лазерной физике и лазерным технологиям, с. 75–82 (Саров, Россия, 2011)
 5. **Dergachev A.A.**, Kadan V.N., Shlenov S.A. Interaction of non-parallel coherent femtosecond laser filaments // Proc. of 20th International Laser Physics Workshop 2011, S5.7.3 (Saraevo, Bosnia and Herzegovina, 2011)
 6. **Dergachev A.A.**, Shlenov S.A. Filamentation of femtosecond IR and UV laser pulses in focused beams // Scientific school for students “Nonlinear optics and terahertz radiation” at 2nd International Conference “Terahertz and Microwave radiation: Generation, Detection and Applications” TERA — 2012 (Moscow, Russia, 2012)
 7. Шленов С.А., **Дергачев А.А.**, Кандидов В.П., Ионин А.А., Селезнев Л.В. Филаментация фемтосекундного лазерного излучения в ИК- и УФ-диапазонах длин волн в воздухе // XVIII Международный симпозиум «Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы», Программа и тезисы докладов, с. 31 (Иркутск, Россия, 2012)
 8. **Dergachev A.A.**, Kandidov V.P., Shlenov S.A., Ionin A.A., Mokrousova D.V., Seleznev L.V., Sinitsyn D.V., Sunchugasheva E.S. Extended plasma channels when focusing UV and IR femtosecond pulses in air // Technical digest ICONO — 09: ICONO Symposium: Femtosecond Laser Pulse Filamentation, p. 67–68 (Moscow, Russia, 2013)
 9. Kadan V.M., Blonskyi I.V., Yarusevych O.I., **Dergachev A.A.**, Shlenov S.A., Puzikov V.M., Grin’ L.A. Control of filament azimuthal position in vortex beam // Technical digest ICONO — 09: ICONO Symposium: Femtosecond Laser Pulse Filamentation, p. 54–55 (Moscow, Russia, 2013)
 10. **Дергачев А.А.**, Кандидов В.П., Шленов С.А., Ионин А.А., Мокроусова Д.В., Селезнев Л.В., Синицын Д.В., Сунчугашева Е.С. Формирование протяженных плазменных каналов в сфокусированных пучках фемтосекундного лазерного излучения при филаментации в воздухе // Тезисы докладов XIX Международного симпозиума «Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы», с. 41 (Барнаул, Россия, 2013)
 11. Васильев Е.В., **Дергачёв А.А.** Численный расчет характеристик плазменных каналов при фокусировке инфракрасного излучения в воздухе в условиях филаментации // Труды VIII международной конференции молодых ученых и специалистов «Оптика — 2013», с. 98, (Санкт-Петербург, Россия, 2013)
 12. **Дергачев А.А.**, Мокроусова Д.В., Сунчугашева Е.С. Проблема формирования протяженных плазменных каналов в воздухе фемтосекундным лазерным импульсом // Сборник трудов V Всероссийской молодежной конференции по фундаментальным и инновационным вопросам современной физики, с. 39 (Москва, Россия, 2013)
 13. Ionin A.A., Mokrousova D.V., Seleznev L.V., Shustikova A.P., Sinitsyn D.V., Sunchugasheva E.S., **Dergachev A.A.**, Kandidov V.P., Shlenov S.A. “Filamentation of focused femtosecond laser pulse and plasma channel formation in the vicinity of geometric focus” //

Proceedings of the 16th International Conference Laser Optics 2014, #6886340 (St. Petersburg, Russia, 2014)

14. Ionin A.A., Mokrousova D.V., Seleznev L.V., Shustikova A.P., Sinitsyn D.V., Sunchugasheva E.S., **Dergachev A.A.**, Kandidov V.P., Shlenov S.A. “Femtosecond laser pulse filamentation with wave front modulation via pass-through optics” // Proceedings of the 16th International Conference Laser Optics 2014, #6886341 (St. Petersburg, Russia, 2014)
15. Shlenov S.A., **Dergachev A.A.**, Ionin A.A., Kandidov V.P., Mokrousova D.V., Seleznev L.V., Sinitsyn D.V., Sunchugasheva E.S., Shustikova A.P. “Femtosecond laser filament and plasma channels in focused beam in air”, Book of abstracts 18th International School on Quantum Electronics “Laser physics and applications”, p. 34–35 (Sozopol, Bulgaria, 2014)

Благодарности

Я хотел бы поблагодарить Святослава Александровича Шленова за продуктивное научное руководство на протяжении 6 лет. Значение его помощи трудно переоценить.

Выражаю благодарность профессору Валерию Петровичу Кандидову за плодотворные обсуждения научных результатов. Во многом его вклад в мое становление как ученого был определяющим.

Выражаю особую благодарность доценту Сергею Сергеевичу Чеснокову. Прочитанный им курс «Численные методы в оптике» заметно выделялся среди прочих своей упорядоченностью, ориентацией на практическое закрепление полученных знаний и до сих пор остается для меня образцом ответственного подхода к преподавательской деятельности.

Также хочу выразить благодарность сотрудникам нашей лаборатории Ольге Григорьевне Косаревой и Николаю Андреевичу Панову за внимание и полезные рекомендации.

Выражаю благодарность профессору Виктору Николаевичу Кадану за успешное проведение экспериментальных исследований филаментации в кристалле сапфира. Также благодарю профессора Андрея Алексеевича Ионина, Леонида Владимировича Селезнева и Елену Сергеевну Сунчугашеву за совместные исследования филаментации в газах.

Я хотел бы поблагодарить аспирантов и студентов лаборатории вычислительного эксперимента в оптике за дружескую атмосферу в коллективе и особенно Евгению Сметанину, Ольгу Скопину, Олега Ефимова, Елену Силаеву, Александра Дормидонова, Владимира Федорова.

Моя работа была бы невозможна без поддержки моей семьи, моих друзей и близких.

Литература

1. Пилипецкий Н.Ф., Рустамов А.Р. Наблюдение самофокусировки света в жидкостях // Письма в ЖЭТФ. — 1965. — Т. 2, № 2. — С. 88–90.
2. Chiao R.Y., Garmire E., Townes C.H. Self-trapping of optical beams // Physical Review Letters. — 1964. — Vol. 13, no. 15. — P. 479.
3. Беспалов В.И., Таланов В.И. О нитевидной структуре пучков света в нелинейных жидкостях // Письма в ЖЭТФ. — 1966. — Т. 3, № 12. — С. 471–475.
4. Kelley P.L. Self-focusing of optical beams // Physical Review Letters. — 1965. — Vol. 15, no. 26. — P. 1005.
5. Braun A., Korn G., Liu X. et al. Self-channeling of high-peak-power femtosecond laser pulses in air // Optics Letters. — 1995. — Vol. 20, no. 1. — P. 73–75.
6. Javan A., Kelley P.L. Possibility of self-focusing due to intensity dependent anomalous dispersion // IEEE Journal of Quantum Electronics. — 1966. — Vol. 2, no. 9. — P. 470–473.
7. Couairon A., Mysyrowicz A. Femtosecond filamentation in transparent media // Physics Reports. — 2007. — Vol. 441, no. 2–4. — P. 47–189.
8. Кандидов В.П., Шленов С.А., Косарева О.Г. Филаментация мощного фемтосекундного лазерного излучения // Квантовая Электроника. — 2009. — Т. 39, № 3. — С. 204–227.
9. Chin S.L., Hosseini S.A., Liu W. et al. The propagation of powerful femtosecond laser pulses in optical media: physics, applications, and new challenges // Canadian journal of physics. — 2005. — Vol. 83, no. 9. — P. 863–905.
10. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. — М. : Наука, 1992. — 536 с.
11. Wille H., Rodriguez M., Kasparian J. et al. Teramobile: A mobile femtosecond-terawatt laser and detection system // The European Physical Journal AP. — 2002. — Vol. 20. — P. 183–190.
12. Апексимов Д.В., Букин О.А., Голик С.С. и др. Множественная филаментация коллимированных пучков Ti:Sapphire-лазера в воде // Оптика атмосферы и океана. — 2014. — Т. 27, № 11. — С. 957–961.
13. Землянов А.А., Булыгин А.Д. Особенности развития возмущений светового поля в керровской среде с нелинейным поглощением // Оптика атмосферы и океана. — 2012. — Т. 25, № 10. — С. 852–856.
14. Kasparian J., Sauerbrey R., Mondelain D. et al. Infrared extension of the super continuum generated by femtosecond terawatt laser pulses propagating in the atmosphere // Optics Letters. — 2000. — Vol. 25, no. 18. — P. 1397–1399.

15. Théberge F., Liu W., Luo Q., Chin S.L. Ultrabroadband continuum generated in air (down to 230 nm) using ultrashort and intense laser pulses // *Applied Physics B*. — 2005. — Vol. 80, no. 2. — P. 221–225.
16. Дормидонов А.Е., Кандидов В.П., Компанец В.О., Чекалин С.В. Дискретные кольца конической эмиссии при филаментации фемтосекундного лазерного импульса в кварце // *Квантовая Электроника*. — 2009. — Т. 39, № 7. — С. 653–657.
17. Dormidonov A.E., Kandidov V.P., Kompanets V.O., Chekalin S.V. Interference effects in the conical emission of a femtosecond filament in fused silica // *JETP Letters*. — 2010. — Vol. 91, no. 8. — P. 373–377.
18. Сметанина Е.О., Компанец В.О., Чекалин С.В., Кандидов В.П. Особенности филаментации фемтосекундного лазерного излучения в условиях аномальной дисперсии в плавленом кварце. Ч. 1. Численное исследование // *Квантовая Электроника*. — 2012. — Т. 42, № 10. — С. 913–919.
19. Сметанина Е.О., Компанец В.О., Чекалин С.В., Кандидов В.П. Особенности филаментации фемтосекундного лазерного излучения в условиях аномальной дисперсии в плавленом кварце. Ч. 2. Эксперимент и физическая интерпретация // *Квантовая Электроника*. — 2012. — Т. 42, № 10. — С. 920–924.
20. Чекалин С.В., Сметанина Е.О., Спирков А.И. и др. Филаментация фазово-модулированного импульса в условиях нормальной, аномальной и нулевой дисперсии групповой скорости // *Квантовая Электроника*. — 2014. — Т. 44, № 6. — С. 577–584.
21. Белашенков Н.Р., Дроздов А.А., Козлов С.А. и др. Фазовая модуляция фемтосекундных световых импульсов, спектры которых сверхуширены в диэлектриках с нормальной групповой дисперсией // *Оптический журнал*. — 2008. — Т. 75, № 10. — С. 1–7.
22. Чекалин С.В., Компанец В.О., Сметанина Е.О., Кандидов В.П. Световые пули и спектр суперконтинуума при филаментации фемтосекундного импульса в условиях аномальной дисперсии групповой скорости в плавленом кварце // *Квантовая Электроника*. — 2013. — Т. 43, № 4. — С. 326–331.
23. Smetanina E.O., Kompanets V.O., Dormidonov A.E. et al. Light bullets from near-IR filament in fused silica // *Laser Physics Letters*. — 2013. — Vol. 10, no. 10. — P. 105401.
24. Bespalov V.G., Kiselev V.M., Kislyakov I.M. et al. Anti-stokes self-shift and broadening of the femtosecond laser emission spectrum in a strongly absorbing medium // *Optics and Spectroscopy*. — 2009. — Vol. 106, no. 4. — P. 600–608.
25. W  ste L., Wedekind C., Wille H. et al. Femtosecond atmospheric lamp // *Laser und Optoelektronik*. — 1997. — Vol. 29, no. 5. — P. 51–53.
26. Kasparian J., Rodriguez M., Méjean G. et al. White-light filaments for atmospheric analysis // *Science*. — 2003. — Vol. 301, no. 5629. — P. 61.
27. Luo Q., Xu H.L., Hosseini S.A. et al. Remote sensing of pollutants using femtosecond laser pulse fluorescence spectroscopy // *Applied Physics B*. — 2006. — Vol. 82, no. 1. — P. 105–109.

28. Méjean G., Kasparian J., Yu J. et al. Remote detection and identification of biological aerosols using a femtosecond terawatt lidar system // *Applied Physics B*. — 2004. — Vol. 78, no. 5. — P. 535–537.
29. Stelmaszczyk K., Rohwetter P., Méjean G. et al. Long-distance remote laser-induced breakdown spectroscopy using filamentation in air // *Applied Physics Letters*. — 2004. — Vol. 85, no. 18. — P. 3977–3979.
30. Durand M., Houard A., Prade B. et al. Kilometer range filamentation // *Optics Express*. — 2013. — Vol. 21, no. 22. — P. 26836–26845.
31. Davis K.M., Miura K., Sugimoto N., Hirao K. Writing waveguides in glass with a femtosecond laser // *Optics Letters*. — 1996. — Vol. 21, no. 21. — P. 1729–1731.
32. Fujii T., Miki M., Goto N. et al. Leader effects on femtosecond-laser-filament-triggered discharges // *Physics of Plasmas*. — 2008. — Vol. 15, no. 1. — P. 013107.
33. Zhao X.M., Diels J.-C., Wang C.Y., Elizondo J.M. Femtosecond ultraviolet laser pulse induced lightning discharges in gases // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. — 1995. — Vol. 31, no. 3. — P. 599–612.
34. Kasparian J., Ackermann R., André Y.-B. et al. Electric events synchronized with laser filaments in thunderclouds // *Optics Express*. — 2008. — Vol. 16, no. 8. — P. 5757–5763.
35. Валуев В.В., Кандидов В.П., Черепенин В.А. Перспективы применения мощного фемтосекундного излучения для формирования Г-лучей и передачи СВЧ энергии по беспроводным линиям связи // *Интеграл*. — 2006. — Т. 6, № 6.
36. Châteauneuf M., Payeur S., Dubois J., Kieffer J. C. Microwave guiding in air by a cylindrical filament array waveguide // *Applied Physics Letters*. — 2008. — Vol. 92. — P. 091104.
37. Беспалов В.Г., Городецкий А.А., Денисюк И.Ю. и др. Экспериментальные исследования филаментации мощного ультракороткого лазерного излучения с начальной угловой расходимостью в воздухе // *Оптический журнал*. — 2008. — Т. 75, № 10. — С. 34–41.
38. Karpowicz N., Lu X., Zhang X.-C. Terahertz gas photonics // *Journal of Modern Optics*. — 2009. — Vol. 56, no. 10. — P. 1137–1150.
39. Andreev A.A., Bespalov V.G., Gorodetskii A.A. et al. Generation of ultrabroadband terahertz radiation under optical breakdown of air by two femtosecond pulses of different frequencies // *Optics and Spectroscopy*. — 2009. — Vol. 107, no. 4. — P. 538–544.
40. Köhler C., Cabrera-Granado E., Babushkin I. et al. Directionality of terahertz emission from photoinduced gas plasmas // *Optics Letters*. — 2011. — Vol. 36, no. 16. — P. 3166–3168.
41. Panov N.A., Kosareva O.G., Andreeva V.A. et al. Angular distribution of the terahertz radiation intensity from the plasma channel of a femtosecond filament // *JETP Letters*. — 2011. — Vol. 93, no. 11. — P. 638–641.
42. Houard A., Liu Y., Prade B. et al. Strong enhancement of terahertz radiation from laser filaments in air by a static electric field // *Physical Review Letters*. — 2008. — Vol. 100. — P. 255006.
43. Bhasin L., Tripathi V.K. Terahertz generation from laser filaments in the presence of a static electric field in a plasma // *Physics of Plasmas*. — 2011. — Vol. 18. — P. 123106.

44. Houard A., Liu Y., Prade B., Mysyrowicz A. Polarization analysis of terahertz radiation generated by four-wave mixing in air // *Optics Letters*. — 2008. — Vol. 33, no. 11. — P. 1195–1197.
45. Dietze D., Darmo J., Roither S. et al. Polarization of terahertz radiation from laser generated plasma filaments // *Journal of the Optical Society of America B*. — 2009. — Vol. 26, no. 11. — P. 2016–2027.
46. Fujimoto M., Aoshima S., Hosoda M., Tsuchiya Y. Analysis of instantaneous profiles of intense femtosecond optical pulses propagating in helium gas measured by using femtosecond time-resolved optical polarigraphy // *Physical Review A*. — 2001. — Vol. 64, no. 3. — P. 033813.
47. La Fontaine B., Vidal F., Jiang Z. et al. Filamentation of ultrashort pulse laser beams resulting from their propagation over long distances in air // *Physics of Plasmas*. — 1999. — Vol. 6, no. 5. — P. 1615–1621.
48. Liu J., Duan Z., Zeng Z. et al. Time-resolved investigation of low-density plasma channels produced by a kilohertz femtosecond laser in air // *Physical Review E*. — 2005. — Vol. 72, no. 2. — P. 026412.
49. Deng Y.P., Zhu J.B., Ji Z.G. et al. Transverse evolution of a plasma channel in air induced by a femtosecond laser // *Optics Letters*. — 2006. — Vol. 31, no. 4. — P. 546–548.
50. Théberge F., Liu W., Simard P.Tr. et al. Plasma density inside a femtosecond laser filament in air: Strong dependence on external focusing // *Physics Review E*. — 2006. — Vol. 74. — P. 036406.
51. Tzortzakis S., Prade B., Franco M., Mysyrowicz A. Time-evolution of the plasma channel at the trail of a self-guided IR femtosecond laser pulse in air // *Optics Communications*. — 2000. — Vol. 181, no. 1. — P. 123–127.
52. Schillinger H., Sauerbrey R. Electrical conductivity of long plasma channels in air generated by self-guided femtosecond laser pulses // *Applied Physics B: Lasers and Optics*. — 1999. — Vol. 68, no. 4. — P. 753–756.
53. Ladouceur H.D., Baronavski A.P., Lohrmann D. et al. Electrical conductivity of a femtosecond laser generated plasma channel in air // *Optics Communications*. — 2001. — Vol. 189, no. 1. — P. 107–111.
54. Дергачев А.А., Ионин А.А., Кандидов В.П. и др. Филаментация фемтосекундных ИК и УФ импульсов при фокусировке в воздухе // *Квантовая Электроника*. — 2013. — Т. 43, № 1. — С. 29–36.
55. Tzortzakis S., Franco M.A., André Y.-B. et al. Formation of a conducting channel in air by self-guided femtosecond laser pulses // *Physical Review E*. — 1999. — Vol. 60, no. 4. — P. R3505.
56. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А. Особенности пространственной фокусировки мощного фемтосекундного лазерного импульса в воздухе // *Квантовая Электроника*. — 2008. — Т. 38, № 12. — С. 1127–1134.

57. Skupin S., Bergé L., Peschel U. et al. Filamentation of femtosecond light pulses in the air: Turbulent cells versus long-range clusters // *Physical Review E*. — 2004. — Vol. 70, no. 4. — P. 046602.
58. Méchain G., D'Amico C., André Y.-B. et al. Range of plasma filaments created in air by a multi-terawatt femtosecond laser // *Optics Communications*. — 2005. — Vol. 247, no. 1. — P. 171–180.
59. Liu W., Luo Q., Théberge F. et al. The influence of divergence on the filament length during the propagation of intense ultra-short laser pulses // *Applied Physics B*. — 2006. — Vol. 82, no. 3. — P. 373–376.
60. Hao Z.Q., Zhang J., Li Y.T. et al. Prolongation of the fluorescence lifetime of plasma channels in air induced by femtosecond laser pulses // *Applied Physics B*. — 2005. — Vol. 80, no. 4–5. — P. 627–630.
61. Schwarz J., Rambo P., Giuggioli L., Diels J.C. UV filaments: Great potential for long distance waveguides in air // *Nonlinear guided waves and their applications*. — 2001. — P. 467–469.
62. Tzortzakis S., Anglos D., Gray D. Ultraviolet laser filaments for remote laser-induced breakdown spectroscopy (LIBS) analysis: applications in cultural heritage monitoring // *Optics Letters*. — 2006. — Vol. 31, no. 8. — P. 1139–1141.
63. Mirell D., Chalus O., Peterson K., Diels J.-C. Remote sensing of explosives using infrared and ultraviolet filaments // *Journal of the Optical Society of America B*. — 2008. — Vol. 25, no. 7. — P. B108–B111.
64. Schwarz J., Diels J.-C. UV filaments and their application for laser-induced lightning and high-aspect-ratio hole drilling // *Applied Physics A*. — 2003. — Vol. 77, no. 2. — P. 185–191.
65. Schwarz J., Diels J.-C. Long distance propagation of UV filaments // *Journal of Modern Optics*. — 2002. — Vol. 49, no. 14–15. — P. 2583–2597.
66. Ionin A.A., Kudryashov S.I., Levchenko A.O. et al. Triggering and guiding electric discharge by a train of ultraviolet picosecond pulses combined with a long ultraviolet pulse // *Applied Physics Letters*. — 2012. — Vol. 100, no. 10. — P. 104105.
67. Zvorykin V.D., Ionin A.A., Levchenko A.O. et al. Effects of picosecond terawatt UV laser beam filamentation and a repetitive pulse train on creation of prolonged plasma channels in atmospheric air // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. — 2013. — Vol. 309. — P. 218–222.
68. Béjot P., Kasparian J., Wolf J.-P. Dual-color co-filamentation in Argon // *Optics Express*. — 2008. — Vol. 16, no. 18. — P. 14115–14127.
69. Ding P., Guo Z., Wang X. et al. Energy exchange between two noncollinear filament-forming laser pulses in air // *Optics Express*. — 2013. — Vol. 21, no. 23. — P. 27631–27640.
70. Ionin A.A., Kudryashov S.I., Mokrousova D.V. et al. Plasma channels under filamentation of infrared and ultraviolet double femtosecond laser pulses // *Laser Physics Letters*. — 2014. — Vol. 11, no. 1. — P. 016002.

71. Joly P., Petrarca M., Voge A. et al. Laser-induced condensation by ultrashort laser pulses at 248 nm // *Applied Physics Letters*. — 2013. — Vol. 102. — P. 091112.
72. Matthews M., Henin S., Pomel F. et al. Cooperative effect of ultraviolet and near-infrared beams in laser-induced condensation // *Applied Physics Letters*. — 2013. — Vol. 103, no. 26. — P. 264103.
73. Tzortzakis S., Lamouroux B., Chiron A. et al. Nonlinear propagation of subpicosecond ultraviolet laser pulses in air // *Optics Letters*. — 2000. — Vol. 25, no. 17. — P. 1270–1272.
74. Schwarz J., Rambo P., Diels J.-C. et al. Ultraviolet filamentation in air // *Optics Communications*. — 2000. — Vol. 180, no. 4. — P. 383–390.
75. Букин О.А., Быкова Е.Е., Гейнц Ю.Э. и др. Филаментация остросфокусированного ультракороткого лазерного излучения на 800 и 400 нм. Измерения нелинейного коэффициента преломления воздуха // *Оптика атмосферы и океана*. — 2011. — Т. 24, № 05. — С. 351–358.
76. Fedorov V.Yu., Kandidov V.P. Interaction/laser radiation with matter filamentation of laser pulses with different wavelengths in air // *Laser Physics*. — 2008. — Vol. 18, no. 12. — P. 1530–1538.
77. Tzortzakis S., Lamouroux B., Chiron A. et al. Femtosecond and picosecond ultraviolet laser filaments in air: experiments and simulations // *Optics Communications*. — 2001. — Vol. 197, no. 1. — P. 131–143.
78. Zhang Z., Lu X., Xi T.-T. et al. Long distance filamentation of 400 nm femtosecond laser pulses in air // *Applied Physics B*. — 2009. — Vol. 97, no. 1. — P. 207–213.
79. Théberge F., Liu W., Hosseini S.A. et al. Long-range spectrally and spatially resolved radiation from filaments in air // *Applied Physics B*. — 2005. — Vol. 81, no. 1. — P. 131–134.
80. Mlejnek M., Kolesik M., Moloney J.V., Wright E.M. Optically turbulent femtosecond light guide in air // *Physical Review Letters*. — 1999. — Vol. 83. — P. 2938–2941.
81. Ackermann R., Méjean G., Kasparian J. et al. Laser filaments generated and transmitted in highly turbulent air // *Optics Letters*. — 2006. — Vol. 31, no. 1. — P. 86–88.
82. Houard A., Franco M., Prade B. et al. Femtosecond filamentation in turbulent air // *Physical Review A*. — 2008. — Vol. 78, no. 3. — P. 33804.
83. Chin S.L., Talebpour A., Yang J. et al. Filamentation of femtosecond laser pulses in turbulent air // *Applied Physics B*. — 2002. — Vol. 74, no. 1. — P. 67–76.
84. Salamé R., Lascoux N., Salmon E. et al. Propagation of laser filaments through an extended turbulent region // *Applied Physics Letters*. — 2007. — Vol. 91. — P. 171106.
85. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А. Филаментация мощного ультракороткого лазерного излучения. Фактор размера светового пучка // *Оптика атмосферы и океана*. — 2013. — Т. 26, № 1. — С. 11–17.
86. Гейнц Ю.Э., Голик С.С., Землянов А.А., Кабанов А.М. and Матвиенко Г.Г. Влияние размера светового пучка на длину филамента, созданного мощным фемтосекундным

- лазерным излучением в воздухе // Квантовая Электроника. — 2014. — Т. 44, № 5. — С. 489–497.
87. Кандидов В.П., Косарева О.Г., Тамаров М.П. и др. Зарождение и блуждание филаментов при распространении мощного лазерного излучения в турбулентной атмосфере // Квантовая Электроника. — 1999. — Т. 29, № 10. — С. 73–77.
 88. Peñano J.R., Sprangle P., Hafizi B. et al. Propagation of ultra-short, intense laser pulses in air // Physics of Plasmas. — 2004. — Vol. 11. — P. 2865.
 89. Шленов С.А., Кандидов В.П. Формирование пучка филаментов при распространении фемтосекундного лазерного импульса в турбулентной атмосфере // Оптика атмосферы и океана. — 2004. — Т. 17, № 8. — С. 630–636.
 90. Shlenov S.A., Kandidov V.P., Kosareva O.G. et al. Spatio-temporal control of femtosecond laser pulse filamentation in the atmosphere // International Conference on Lasers, Applications, and Technologies' 07 / International Society for Optics and Photonics. — 2007. — P. 67332M.
 91. Paunescu G., Spindler G., Riede W. et al. Multifilamentation of femtosecond laser pulses induced by small-scale air turbulence // Applied Physics B: Lasers and Optics. — 2009. — Vol. 96, no. 1. — P. 175–183.
 92. Шленов С.А., Марков А.И. Управление филаментацией фемтосекундных лазерных импульсов в турбулентной атмосфере // Квантовая Электроника. — 2009. — Т. 39, № 7. — С. 658–662.
 93. Béjot P., Bonacina L., Extermann J. et al. 32 TW atmospheric white-light laser // Applied Physics Letters. — 2007. — Vol. 90. — P. 151106.
 94. Землянов А.А., Булыгин А.Д. Эффективный радиус фемтосекундного лазерного излучения при его самовоздействии в газовой среде в режиме множественной филаментации // Оптика атмосферы и океана. — 2008. — Т. 21, № 12. — С. 1064–1069.
 95. Spindler G., Paunescu G. Multifilamentation of femtosecond laser pulses propagating in turbulent air near the ground // Applied Physics B: Lasers and Optics. — 2009. — Vol. 96, no. 1. — P. 185–191.
 96. Fibich G., Eisenmann S., Ilan B. et al. Self-focusing distance of very high power laser pulses // Optics Express. — 2005. — Vol. 13.
 97. Fibich G. Some modern aspects of self-focusing theory // Self-focusing: Past and Present. — 2009. — P. 413–438.
 98. Courvoisier F., Boutou V., Kasparian J. et al. Ultraintense light filaments transmitted through clouds // Applied Physics Letters. — 2003. — Vol. 83, no. 2. — P. 213–215.
 99. Kolesik M., Moloney J.V. Self-healing femtosecond light filaments // Optics Letters. — 2004. — Vol. 29, no. 6. — P. 590–592.
 100. Skupin S., Bergé L., Peschel U., Lederer F. Interaction of femtosecond light filaments with obscurants in aerosols // Physical Review Letters. — 2004. — Vol. 93, no. 2. — P. 023901.
 101. Mechain G., Méjean G., Ackermann R. et al. Propagation of fs TW laser filaments in adverse atmospheric conditions // Applied Physics B. — 2005. — Vol. 80, no. 7. — P. 785–789.

102. Méjean G., Kasparian J., Yu J. et al. Multifilamentation transmission through fog // *Physical Review E*. — 2005. — Vol. 72, no. 2. — P. 026611.
103. Милицын В.О., Качан Е.П., Кандидов В.П. Многократное рассеяние, модуляционная неустойчивость и филаментация фемтосекундного лазерного импульса в дисперсной среде // *Квантовая Электроника*. — 2006. — Т. 36, № 11. — С. 1032–1038.
104. Silaeva E.P., Shlenov S.A., Kandidov V.P. Multifilamentation of high-power femtosecond laser pulse in turbulent atmosphere with aerosol // *Applied Physics B*. — 2010. — Vol. 101, no. 1–2. — P. 393–401.
105. Centurion M., Pu Y., Tsang M., Psaltis D. Dynamics of filament formation in a Kerr medium // *Physical Review A*. — 2005. — Vol. 71, no. 6. — P. 63811.
106. Tzortzakis S., Bergé L., Couairon A. et al. Breakup and fusion of self-guided femtosecond light pulses in air // *Physical Review Letters*. — 2001. — Vol. 86, no. 24. — P. 5470–5473.
107. Кандидов В.П., Косарева О.Г., Шленов С.А. и др. Динамическая мелкомасштабная самофокусировка фемтосекундного лазерного импульса // *Квантовая Электроника*. — 2005. — Т. 35, № 1. — С. 59–64.
108. Xi T. T., Lu X., Zhang J. Interaction of light filaments generated by femtosecond laser pulses in air // *Physical Review Letters*. — 2006. — Vol. 96, no. 2. — P. 25003.
109. Ma Y. Y., Lu X., Xi T. T. et al. Filamentation of interacting femtosecond laser pulses in air // *Applied Physics B: Lasers and Optics*. — 2008. — Vol. 93, no. 2. — P. 463–468.
110. Wu J., Tong Y., Yang X. et al. Interaction of two parallel femtosecond filaments at different wavelengths in air // *Optics Letters*. — 2009. — Vol. 34, no. 20. — P. 3211–3213.
111. Bernstein A.C., McCormick M., Dyer G.M. et al. Two-beam coupling between filament-forming beams in air // *Physical Review Letters*. — 2009. — Vol. 102, no. 12. — P. 123902.
112. Yang X., Wu J., Tong Y. et al. Femtosecond laser pulse energy transfer induced by plasma grating due to filament interaction in air // *Applied Physics Letters*. — 2010. — Vol. 97, no. 7. — P. 071108.
113. Liu Y., Durand M., Chen S. et al. Energy exchange between femtosecond laser filaments in air // *Physical Review Letters*. — 2010. — Vol. 105, no. 5. — P. 055003.
114. Cai H., Wu J., Lu P. et al. Attraction and repulsion of parallel femtosecond filaments in air // *Physical Review A*. — 2009. — Vol. 80, no. 5. — P. 051802.
115. Kosareva O. G., Liu W., Panov N. A. et al. Can we reach very high intensity in air with femtosecond PW laser pulses? // *Laser Physics*. — 2009. — Vol. 19, no. 8. — P. 1776–1792.
116. Blonskyi I., Kadan V., Shpotyuk O. et al. Interaction of femtosecond filaments in sapphire // *Proceedings of SPIE*. — Vol. 7993. — 2010. — P. 79931C.
117. Lange H.R., Grillon G., Ripoche J.-F. et al. Anomalous long-range propagation of femtosecond laser pulses through air: moving focus or pulse self-guiding? // *Optics Letters*. — 1998. — Vol. 23, no. 2. — P. 120–122.
118. Geints Y.E., Zemlyanov A.A. Post-focal filamentation of an externally focused femtosecond laser pulse in air // *Laser Physics*. — 2013. — Vol. 23, no. 3. — P. 035301.

119. Apeksimov D.V., Bukin O.A., Bykova E.E. et al. Filamentation of the focused Ti:Sapphire laser pulse in air at two harmonics // Plasma Physics Reports. — 2013. — Vol. 39, no. 13. — P. 1074–1081.
120. Апексимов Д.В., Букин О.А., Быкова Е.Е. и др. Длина филаментации мощного остросфокусированного фемтосекундного лазерного излучения в воздухе. Влияние размера светового пучка // Оптика атмосферы и океана. — 2013. — Т. 26, № 03. — С. 247–252.
121. Апексимов Д.В., Гейнц Ю.Э., Землянов А.А. и др. Филаментация негауссовских лазерных пучков с различной геометрической расходимостью на атмосферной трассе // Оптика атмосферы и океана. — 2012. — Т. 25, № 11. — С. 929–935.
122. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Кабанов А.М. и др. Экспериментальные исследования филаментации мощного ультракороткого лазерного излучения с начальной угловой расходимостью в воздухе // Квантовая Электроника. — 2013. — Т. 43, № 4. — С. 350–355.
123. Компанец В.О., Чекалин С.В., Косарева О.Г. и др. Коническая эмиссия фемтосекундного лазерного импульса при фокусировке аксиконом в стекло К 108 // Квантовая Электроника. — 2006. — Т. 36, № 9. — С. 821–824.
124. Polynkin P., Kolesik M., Roberts A. et al. Generation of extended plasma channels in air using femtosecond Bessel beams // Optics Express. — 2008. — Vol. 16, no. 20. — P. 15733–15740.
125. Zemljanov A.A., Bulygin A.D., Minina O.V. Filamentation length for femtosecond laser radiation focused by conic and parabolic lenses // Russian Physics Journal. — 2013. — Vol. 56. — P. 286–290.
126. Чекалин С.В., Докукина А.Э., Сметанина Е.О. и др. Плазменные каналы в филаменте фемтосекундного излучения, сфокусированного аксиконом // Квантовая Электроника. — 2014. — Т. 44, № 6. — С. 570–576.
127. Cornolti F., Lucchesi M., Zambon B. Elliptic Gaussian beam self-focusing in nonlinear media // Optics Communications. — 1990. — Vol. 75, no. 2. — P. 129–135.
128. Fibich G., Ilan B. Self-focusing of elliptic beams: an example of the failure of the aberrationless approximation // Journal of the Optical Society of America B. — 2000. — Vol. 17, no. 10. — P. 1749–1758.
129. Fedorov V.Yu., Kandidov V.P., Kosareva O.G. et al. Filamentation of a femtosecond laser pulse with the initial beam ellipticity // Laser physics. — 2006. — Vol. 16, no. 8. — P. 1227–1234.
130. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А. Численное моделирование самофокусировки и филаментации трубчатых лазерных пучков в воздухе // Оптика атмосферы и океана. — 2013. — Т. 26, № 8. — С. 647–653.
131. Ionin A.A., Iroshnikov N.G., Kosareva O.G. et al. Filamentation of femtosecond laser pulses governed by variable wavefront distortions via a deformable mirror // Journal of the Optical Society of America B. — 2013. — Vol. 30, no. 8. — P. 2257–2262.

132. Brabec T., Krausz F. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime // *Physical Review Letters*. — 1997. — Vol. 78, no. 17. — P. 3282–3285.
133. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. — М. : Наука, 1989. — 560 с.
134. Loriot V., Hertz E., Faucher O., Lavorel B. Measurement of high order Kerr refractive index of major air components // *Optics Express*. — 2009. — Vol. 17, no. 16. — P. 13429–13434.
135. Loriot V., Hertz E., Faucher O., Lavorel B. Measurement of high order Kerr refractive index of major air components: erratum // *Optics Express*. — 2010. — Vol. 18, no. 3. — P. 3011–3012.
136. Béjot P., Hertz E., Kasparian J. et al. Transition from plasma-driven to Kerr-driven laser filamentation // *Physical Review Letters*. — 2011. — Vol. 106, no. 24. — P. 243902.
137. Loriot V., Béjot P., Ettoumi W. et al. On negative higher-order Kerr effect and filamentation // *Laser Physics*. — 2011. — Vol. 21, no. 7. — P. 1319–1328.
138. Kosareva O., Daigle J.-F., Panov N. et al. Arrest of self-focusing collapse in femtosecond air filaments: higher order Kerr or plasma defocusing? // *Optics Letters*. — 2011. — Vol. 36, no. 7. — P. 1035–1037.
139. Drozdov A.A., Kozlov S.A., Sukhorukov A.A., Kivshar Yu.S. Self-phase modulation and frequency generation with few-cycle optical pulses in nonlinear dispersive media // *Physical Review A*. — 2012. — Vol. 86, no. 5. — P. 053822.
140. Кандидов В.П., Косарева О.Г., Бродер А., Чин С.Л. Состояние исследований по филаментации мощных субпикосекундных лазерных импульсов в газах // *Оптика атмосферы и океана*. — 1997. — Т. 10, № 12. — С. 1539–1552.
141. Oleinikov P.A., Platonenko V.T. Raman transitions between rotational levels and self-phase modulation of subpicosecond light pulses in air // *Laser Physics*. — 1993. — Vol. 3, no. 3. — P. 618–622.
142. Nibbering E.T.J., Grillon G., Franco M.A. et al. Determination of the inertial contribution to the nonlinear refractive index of air, N₂, and O₂ by use of unfocused high-intensity femtosecond laser pulses // *Journal of the Optical Society of America B*. — 1997. — Vol. 14, no. 3. — P. 650–660.
143. Mlejnek M., Wright E.M., Moloney J.V. Dynamic spatial replenishment of femtosecond pulses propagating in air // *Optics Letters*. — 1998. — Vol. 23, no. 5. — P. 382–384.
144. Drude P. Zur Elektronentheorie der Metalle // *Laser Physics*. — 1900. — Vol. 306, no. 3. — P. 566–613.
145. Келдыш Л.В. Ионизация в поле сильной световой волны // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 1964. — Т. 47. — С. 1945–1957.
146. Larochelle S.F.J., Talebpour A., Chin S.L. Coulomb effect in multiphoton ionization of rare-gas atoms // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. — 1998. — Vol. 31, no. 6. — P. 1215–1225.
147. Переломов А.И., Попов В.С., Терентьев М.В. Ионизация атомов в переменном электрическом поле // *ЖЭТФ*. — 1966. — Т. 50.

148. Аммосов М.В., Делоне Н.Б., Крайнов В.П. Туннельная ионизация сложных атомов и атомарных ионов в переменном электромагнитном поле // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1986. — Т. 64, № 6. — С. 2008–2013.
149. Talebpour A., Yang J., Chin S.L. Semi-empirical model for the rate of tunnel ionization of N_2 and O_2 molecule in an intense Ti:sapphire laser pulse // Optics Communications. — 1999. — Vol. 163, no. 1. — P. 29–32.
150. van der Pol B. A theory of the amplitude of free and forced triode vibrations // Radio Review. — 1920. — Vol. 1, no. 1920. — P. 701–710.
151. van der Pol B. On oscillation hysteresis in a triode generator with two degrees of freedom // The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. — 1922. — Vol. 43, no. 256. — P. 700–719.
152. van der Pol B. Forced oscillations in a circuit with non-linear resistance // The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. — 1927. — Vol. 3, no. 13. — P. 65–80.
153. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. Проблемы нелинейной оптики. — М. : ВИНТИ, 1964. — 296 с.
154. Sazonov S.V. Propagation and amplification of femtosecond light pulses in condensed media // Laser Physics. — 1992. — Vol. 2, no. 5. — P. 795–801.
155. Азаренков А.Н., Альтшулер Г.Б., Белашенков Н.Р., Козлов С.А. Нелинейность показателя преломления лазерных твердотельных диэлектрических сред // Квантовая Электроника. — 1993. — Т. 20, № 8. — С. 733–757.
156. Kozlov S.A., Samartsev V.V. Fundamentals of femtosecond optics. — Cambridge : Cambridge International Science Publishing Limited, 2013. — P. 253.
157. Козлов С.А., Сазонов С.В. Нелинейное распространение импульсов длительностью в несколько колебаний светового поля в диэлектрических средах // ЖЭТФ. — 1997. — Т. 111, № 2. — С. 404–418.
158. Berkovsky A.N., Kozlov S.A., Shpolyanskiy Y.A. Self-focusing of few-cycle light pulses in dielectric media // Physical Review A. — 2005. — Vol. 72, no. 4. — P. 043821.
159. Ranka J.K., Gaeta A.L. Breakdown of the slowly varying envelope approximation in the self-focusing of ultrashort pulses // Optics Letters. — 1998. — Vol. 23, no. 7. — P. 534–536.
160. Aközbek N., Scalora M., Bowden C.M., Chin S.L. White-light continuum generation and filamentation during the propagation of ultra-short laser pulses in air // Optics Communications. — 2001. — Vol. 191, no. 3. — P. 353–362.
161. Sprangle P., Peñano J.R., Hafizi B. Propagation of intense short laser pulses in the atmosphere // Physical Review E. — 2002. — Vol. 66, no. 4. — P. 046418.
162. Kandidov V.P., Kosareva O.G., Golubtsov I.S. et al. Self-transformation of a powerful femtosecond laser pulse into a white-light laser pulse in bulk optical media (or supercontinuum generation) // Applied Physics B. — 2003. — Vol. 77, no. 2-3. — P. 149–165.
163. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. — М. : Наука, 1979. — 384 с.

164. Kolesik M., Moloney J.V., Mlejnek M. Unidirectional optical pulse propagation equation // Physical Review Letters. — 2002. — Vol. 89, no. 28. — P. 283902.
165. Kolesik M., Moloney J.V. Nonlinear optical pulse propagation simulation: From Maxwell's to unidirectional equations // Physical Review E. — 2004. — Vol. 70, no. 3. — P. 036604.
166. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М. : Наука, 1970. — 855 с.
167. Shaw M.J., Hooker C.J., Wilson D.C. Measurement of the nonlinear refractive index of air and other gases at 248 nm // Optics Communications. — 1993. — Vol. 103, no. 1. — P. 153–160.
168. Федоров В.Ю. Влияние параметров фемтосекундного лазерного импульса на филаментацию в атмосфере : Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук : 01.04.21 / В.Ю. Федоров ; Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова. — М., 2010. — 194 с.
169. Рабинович В.А., Хавин З.Я. Краткий химический справочник. Изд. 2-е, испр. и доп. — Л. : Химия, 1978. — 27 с.
170. Couairon A., Tzortzakis S., Bergé L. et al. Infrared femtosecond light filaments in air: simulations and experiments // Journal of the Optical Society of America B. — 2002. — Vol. 19, no. 5. — P. 1117–1131.
171. Cree M.J., Bones P.J. Algorithms to numerically evaluate the Hankel transform // Computers & Mathematics with Applications. — 1993. — Vol. 26, no. 1. — P. 1–12.
172. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. — Новосибирск : Наука. Сибирское отделение, 1967. — 197 с.
173. Землянов А.А., Булыгин А.Д. Эволюция эффективных характеристик мощного фемтосекундного лазерного излучения в режиме оптической турбулентности. Приближение гауссовой формы пучка // Оптика атмосферы и океана. — 2010. — Т. 23, № 5. — С. 378–382.
174. Andrews L.C. Field guide to atmospheric optics. — Bellingham : SPIE Press Book, 2004. — P. 95.
175. Frigo M., Johnson S.G. The design and implementation of FFTW3 // Proceedings of the IEEE. — 2005. — Vol. 93. — P. 216–231.
176. Дергачев А.А. Параллельный алгоритм с переменным шагом для моделирования филаментации мощного фемтосекундного лазерного импульса на вычислительном кластере // Сборник трудов конференции «Ломоносов — 2009», секция «Физика», подсекция «Матмоделирование». — Москва (Россия), 2009. — С. 9.
177. Дергачев А.А. Параллельные алгоритмы для численного моделирования филаментации фемтосекундных лазерных импульсов в атмосфере // Сборник трудов 3-й Высшей Лазерной Школы «Современные проблемы лазерной физики». — Москва (Россия), 2009. — С. 29.
178. Головашкин Д.Л., Филатов М.В. Параллельные алгоритмы метода циклической прогонки // Компьютерная оптика. — 2005. — № 27. — С. 123–130.

179. Витковский В.Э., Федорук М.П. Вычислительная производительность параллельного алгоритма прогонки на кластерных суперкомпьютерах с распределенной памятью // Вычислительные методы и программирование. — 2008. — Т. 9, № 1. — С. 305–310.
180. Балашов А.Д., Пергамент А.Х. Математическое моделирование распространения фемтосекундного импульса // Математическое моделирование. — 2006. — Т. 18, № 4. — С. 3–18.
181. Shlenov S., Smirnov A., Bezborodov A. Parallel algorithm for filamentation of high-power super-short laser pulses // PDPTA. — 2006. — P. 286–291.
182. Marburger J. H. Self-focusing: Theory // Progress in Quantum Electronics. — 1975. — Vol. 4, no. 1. — P. 35–110.
183. Chiao R.Y., Garmire E., Townes C.H. Self-trapping of optical beams // Physical Review Letters. — 1964. — Vol. 13. — P. 479–482.
184. Таланов В.И. О фокусировке света в кубичных средах // Письма в ЖЭТФ. — 1970. — Т. 11, № 6. — С. 303–306.
185. Жарова Н.А., Литвак А.Г., Петрова Т.А. и др. О множественном дроблении волновых структур в нелинейной среде // Письма в ЖЭТФ. — 1986. — Т. 44, № 1. — С. 12–14.
186. Nibbering E.T.J., Curley P.F., Grillon G. et al. Conical emission from self-guided femtosecond pulses in air // Optics Letters. — 1996. — Vol. 21, no. 1. — P. 62–64.
187. Tang X.P., Becker A., Liu W. et al. Self-action effects in ionization and fragmentation of toluene by femtosecond laser pulses // Applied Physics B. — 2005. — Vol. 80, no. 4–5. — P. 547–557.
188. Perry M.D., Ditmire T., Stuart B.C. Self-phase modulation in chirped-pulse amplification // Optics Letters. — 1994. — Vol. 19, no. 24. — P. 2149–2151.
189. Brodeur A., Chien C. Y., Ilkov F. A. et al. Moving focus in the propagation of ultrashort laser pulses in air // Optics Letters. — 1997. — Vol. 22, no. 5. — P. 304–306.
190. Kosareva O.G., Kandidov V.P., Brodeur A., Chin S.L. From filamentation in condensed media to filamentation in gases // Journal of Nonlinear Optical Physics & Materials. — 1997. — Vol. 6, no. 4. — P. 485–494.
191. Коробкин В.В., Прохоров А.М., Серов Р.В., Щелев М.Я. Нити самофокусировки как результат движения фокальных точек // Письма в ЖЭТФ. — 1970. — Т. 11, № 3. — С. 153–157.
192. Giuliano C.R., Marburger J.H. Observations of moving self-foci in sapphire // Physical Review Letters. — 1971. — Vol. 27. — P. 905–908.
193. Yura H.T. Atmospheric turbulence induced laser beam spread // Applied Optics. — 1971. — Vol. 10, no. 12. — P. 2771–2773.
194. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. — М. : Наука, 1976. — 280 с.
195. Birkholz S., Nibbering E.T.J., Brée C. et al. Spatiotemporal rogue events in optical multiple filamentation // Physical Review Letters. — 2013. — Vol. 111, no. 24. — P. 243903.

196. Malitson I.H. Refraction and dispersion of synthetic sapphire // Journal of the Optical Society of America. — 1962. — Vol. 52, no. 12. — P. 1377–1379.
197. Major A., Yoshino F., Nikolakakos I. et al. Dispersion of the nonlinear refractive index in sapphire // Optics Letters. — 2004. — Vol. 29. — P. 602–604.
198. Yau T.-W., Lee C.-H., J. Wang. Uncollapsed self-focusing of femtosecond pulses in dielectric media due to the saturation of nonlinear refractive index // Quantum Electronics and Laser Science Conference, 2000. Technical Digest. — San Francisco (CA, USA), 2000. — P. 127–128.
199. Stolen R.H., Gordon J.P., Tomlinson W.J., Haus H.A. Raman response function of silica-core fibers // Journal of the Optical Society of America B. — 1989. — Vol. 6, no. 6. — P. 1159–1166.
200. Träger F. Springer handbook of lasers and optics. — New York : Springer, 2007. — P. 1331.
201. Couairon A., Sudrie L., Franco M. et al. Filamentation and damage in fused silica induced by tightly focused femtosecond laser pulses // Physical Review B. — 2005. — Vol. 71. — P. 125435–125446.
202. Vuong L.T., Grow T.D., Ishaaya A. et al. Collapse of optical vortices // Physical Review Letters. — 2006. — Vol. 96. — P. 133901–133904.
203. Polynkin P., Ament C., Moloney J.V. Self-focusing of ultraintense femtosecond optical vortices in air // Physical Review Letters. — 2013. — Vol. 111, no. 2. — P. 023901.
204. Blonskyi I.V., Kadan V.M., Dergachev A.A. et al. Filamentation of femtosecond vortex beam in sapphire // Ukrainian Journal of Physics. — 2013. — Vol. 58, no. 4. — P. 341–344.
205. Shvedov V.G., Hnatovsky C., Krolikowski W., Rode A.V. Efficient beam converter for the generation of high-power femtosecond vortices // Optics Letters. — 2010. — Vol. 35, no. 15. — P. 2660–2662.