МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Дядина Полина Игоревна

Астрофизические следствия скалярно-тензорных моделей и теорий с высшими поправками по кривизне

Специальность 01.03.02 — «Астрофизика и звездная астрономия»

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д.ф.-м.н. С. О. Алексеев

Москва — 2019

Оглавление

Стр.

Введение

Актуальность темы исследования и степень ее разработанности. На данный момент общепринятой теорией гравитации является общая теория относительности (ОТО). Она успешно описывает явления в широком диапазоне пространственно-временных масштабов и гравитационных режимов. ОТО вместе со Стандартной моделью физики частиц представляют два основных столпа современной физики [1].

С ростом качества и количества астрономических наблюдений были открыты явления, которые пока не получили полного объяснения в рамках этих двух подходов. В конце XX века по наблюдениям сверхновых типа Ia было обнаружено, что наша Вселенная ускоренно расширяется [2—5], однако природа этого явления до сих пор неясна. Другая важная проблема современной физики наблюдается на масштабах галактик [6; 7]. Несовпадение ожидаемых кривых вращения галактик с наблюдаемыми, данные по гравитационному линзированию на далеких галактиках, данные по столкновению галактик в скоплении Пули наводят на мысль, что помимо известной материи галактики заполняет еще и темная материя - невидимая субстанция, которая проявляется только в гравитационном взаимодействии. Другие же исследователи не спешат искать новый вид частиц и предполагают, что эти наблюдения свидетельствуют о необходимости модификации ОТО. Существует два подхода к объяснению этих явлений: с одной стороны, можно вводить новые неизвестные частицы, а с другой - можно пытаться изменить теорию гравитации. В последнее время многие физики прибегают ко второму подходу, вследствие чего количество модифицированных теорий гравитации растет с каждым годом. Одним из наиболее распространенных подходов к созданию модифицированной теории гравитации является расширение ОТО с помощью поправок высших порядков по кривизне и дополнительных степеней свободы. Помимо этого, перспективным способом модификации ОТО является добавление скалярного поля. В данной работе нами будут рассмотрены наиболее перспективные скалярно-тензорные теории гравитации (теория Хорндески, теория Бранса-Дикке), модели, имеющие скалярно-тензорное представление (гибридная метрическая-Палатини f(R)-гравитация) и теории с высшими поправками по кривизне (модель Гаусса-Бонне).

Любая теория должна проходить тщательные экспериментальные проверки, и теории гравитации не исключение. Причем гравитационные модели должны согласовываться с наблюдательными данными, полученными от астрофизических объектов с различными гравитационными режимами (от слабого поля Солнечной системы до сильного поля черных дыр). В пределе слабого поля самым эффективным инструментом для проверки теорий гравитации является параметризованный постньютоновский формализм (ППН). Он был разработан К. Уиллом и К. Нордтведтом [8—11]. ППН формализм создавался как инструмент для сравнения разных теорий гравитации между собой и с экспериментом [11]. Постньютоновский (ПН) предел достигается в пределе малых скоростей и асимптотически плоского пространственно-временного фона [12].

Открытие двойной системы, содержащей пульсар, PSR B1913 + 16 Р. Халсом и Дж. Тейлором [13] предоставило новую возможность для высокоточных проверок ОТО и расширенных моделей гравитации. В таких системах гравитационное поле гораздо сильнее, чем в Солнечной системе. Более того, высокая стабильность прихода импульсов позволяет извлекать информацию о динамике орбитального движения с точностью, на которой проявляются тонкие релятивистские эффекты [14—16], в том числе и излучение гравитационных волн [17; 18]. Наблюдаемое изменение орбитального периода такой системы стало первым экспериментальным доказательством (хоть и косвенным) о существовании гравитационного излучения [19]. С каждым годом точность наблюдений по изменению орбитального периода различных двойных систем с пульсаром только растет. Все это делает такие системы незаменимыми природными лабораториями по проверке теорий гравитации и по изучению характера гравитационного излучения в различных моделях [20].

Черные дыры - объекты с самым сильным гравитационным режимом, известные на данный момент. Гравитационное притяжение их настолько велико, что покинуть черные дыры не могут даже движущиеся со скоростью света объекты, в том числе и фотоны. Тем не менее утверждение, что черная дыра только поглощает материю и ничего не излучает, не всегда справедливо. Квантовая механика предсказывает существование туннельного эффекта, который заключается в том, что частица может преодолеть потенциальный барьер, даже если ее полная энергия меньше величины барьера. Учет эффекта туннелирования при рассмотрении черной дыры приводит к тому, что черная дыра не только поглощает материю, но и непрерывно излучает частицы, расходуя при

этом свою энергию. Данный процесс называется излучением Хокинга [21]. Для черных дыр звездных масс эффекты испарения будут пренебрежимо малы, а характерные времена жизни превышают время жизни Вселенной [22]. Однако в ранней Вселенной в результате гравитационного коллапса сверхплотной материи в момент начального расширения Вселенной могли возникнуть первичные черные дыры [23; 24]. Такие объекты могут иметь произвольно малые массы, а чем меньше масса черной дыры, тем больше будут проявляться эффекты испарения Хокинга, тем быстрее такая черная дыра будет испаряться. ОТО предсказывает, что время жизни черных дыр с массой $\sim 10^{14}$ г равно времени жизни нашей Вселенной (13,8 миллиардов лет) [25]. Такие объекты должны испаряться в настоящий момент. Согласно некоторым моделям испарения черных дыр, финальная стадия этого процесса может сопровождаться выбросом частиц высокой энергии, в том числе гамма-излучением [26—28]. Такие события должны быть довольно редкими, и, с другой стороны, существует множество более простых объяснений для большинства гамма-всплесков. Тем не менее, первичные черные дыры на последней стадии испарения служат дополнительными кандидатами для предшественников гамма-всплесков. Различные теории гравитации предсказывают разные скорости испарения черных дыр и, следовательно, разные начальные массы объектов, которые полностью испарятся за время жизни Вселенной. Такие предсказания могут быть проверены с помощью количества наблюдаемых гамма-всплесков, а также максимального расстояния, на котором наблюдается гамма-всплеск [29; 30].

Целью работы является разносторонняя проверка частных случаев теории Хорндески (теория Хорндески без учета эффектов экранирования, массивная теория Бранса-Дикке, гибридная f(R)-гравитация, модель Гаусса-Бонне) и наложение ограничений на параметры этих моделей, в различных гравитационных режимах: слабополевом в Солнечной системе, в двойных системах с пульсаром, в сильном поле черной дыры.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

– получить аналитическое выражение изменения орбитального периода двойных систем с пульсаром в теории Хорндески без учета эффектов экранирования и ограничить параметры теории, используя наблюдательные данные систем PSR J0737-3039 и PSR J1738+0333;

– применить полученные ограничения к частным случаям теории Хорндески (к массивной теории Бранса-Дикке и гибридной f(R)-гравитации) и найти ограничения на параметры этих моделей;
– получить выражения для постньютоновских параметров β, ξ, ζ_1, ζ_2, ζ_3, ζ_4, α_1, α_2, α_3 в гибридной f(R)-гравитации и на основании экспериментальных значений этих параметров ограничить фоновое значение скалярного поля;
– найти начальную массу черной дыры, которая полностью испарится за время жизни Вселенной, в модели Гаусса-Бонне, сравнить с аналогичной величиной для черной дыры Шварцшильда и определить, возможно ли по наблюдениям гамма-всплесков отличить финальные стадии испарения этих двух черных дыр.

Научная новизна:

– Впервые получены ограничения на частный случай теории Хорндески без учета эффектов экранирования из наблюдательных данных двойных систем с пульсаром.
– Впервые получены ограничения на массу скалярного поля гибридной f(R)-гравитации в ее скалярно-тензорном представлении.
– Впервые получено аналитическое выражение для ППН параметра β в гибридной f(R)-гравитации и показано, что восемь постньютоновских параметров ξ, ζ_1, ζ_2, ζ_3, ζ_4, α_1, α_2, α_3 тождественно равны нулю.
– Впервые с помощью метода комплексных траекторий была найдена начальная масса черной дыры Гаусса-Бонне, которая полностью испарится за время жизни Вселенной.

Теоретическая и практическая значимость. В данной работе нами были рассмотрены теории, являющиеся перспективными кандидатами для объяснения ускоренного расширения Вселенной (теория Хорндески без учета эффектов экранирования, массивная теория Бранса-Дикке, гибридная f(R)-гравитация), а также модель Гаусса-Бонне, которая представляет собой низкоэнергетический предел теории струн, на основании которой возможно будет построена квантовая теория гравитации. Любая успешная теория должна удовлетворять экспериментам в широком диапазоне масштабов и гравитационных режимов. Этой работой мы дополнили имеющийся спектр проверок рассматриваемых моделей и показали, что представленные здесь частные слу-

чаи теории Хорндески не противоречат наблюдениям в широком диапазоне гравитационных режимов.

Объект и предмет исследования. В диссертационной работе изучаются модифицированные теории гравитации и их возможные проявления в астрофизических системах: в Солнечной системе, в двойных системах с пульсаром, в черных дырах.

Методология и методы исследования. Теоретико-методологической базой диссертации являются работы зарубежных и российских авторов, посвященные исследованию модифицированных теорий гравитации, а также проверке этих моделей на различных астрофизических объектах.

Для решения поставленных задач были использованы общенаучные (анализ, формализация, идеализация, индукция, дедукция) и специальные (программирование в среде Matlab, методы тензорного исчисления, методы математического анализа) методы. Ряд методов был реализован с помощью математических компьютерных пакетов программы Maple.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Помимо квадрупольного гравитационного излучения, совпадающего с общей теорией относительности (с точностью до величины эффективной гравитационной постоянной), подкласс теории Хорндески с массивным скалярным полем (без учета экранирования) предсказывает наличие скалярного монопольного, дипольного, квадрупольного и диполь-октупольного излучений.
2. Масса скалярного поля гибридной f(R)-гравитации не превышает 2×10^{-19} эВ.
3. Наличие легкого скалярного поля в гибридной f(R)-гравитации не противоречит наблюдательным данным для всех 10 постньютоновских параметров.
4. Начальная масса черной дыры Гаусса-Бонне, которая испарится за время жизни Вселенной, по порядку величины совпадает с предсказаниями общей теории относительности.

Достоверность и Апробация работы. Результаты работы являются обоснованными и достоверными, они были доложены на всероссийских и международной конференциях, а также семинарах:

1. Post-Newtonian limit of hybrid f(R)-gravity. **P.I. Dyadina**, S.P. Labazova, S.O. Alexeyev. The first LARES 2 and fourth LARES International Science

Workshop in conjunction with The second International GRM Workshop, Рим, Италия, 1-5 июля 2019

2. Гравитационное излучение от двойных систем с пульсаром в теории Хорндески (без учета эффектов экранирования). **П.И. Дядина**. Семинар по гравитации и космологии им. А.Л. Зельманова, ГАИШ МГУ, Москва, Россия, 16 января 2019
3. Manifestations of Horndesky Theory in Binary Systems with Pulsars. N.A. Avdeev, **P.I. Dyadina**, S.O. Alexeyev. QUARKS-2018 20th International Seminar on High Energy Physics, Валдай, Россия, 27 мая - 2 июня 2018
4. Post-Newtonian limit of hybrid f(R)-gravity. **P.I. Dyadina**, S.P. Labazova. QUARKS-2018 20th International Seminar on High Energy Physics, Валдай, Россия, 27 мая - 2 июня 2018
5. Ограничения скалярно-тензорной теории Хорндески из двойных пульсаров (Стендовый). Н.А. Авдеев, **П.И. Дядина**, С.О. Алексеев. Всероссийская астрономическая конференция - 2017 «Астрономия: познание без границ», Ялта, Крым, Россия, 17-22 сентября 2017
6. Постньютоновский предел гибридной f(R)- гравитации (Стендовый). **П.И. Дядина**, С.П. Лабазова, , С.О. Алексеев. Всероссийская астрономическая конференция - 2017 «Астрономия: познание без границ», Ялта, Крым, Россия, 17-22 сентября 2017
7. The post-Newtonian limit of hybrid f(R)-gravity. **П.И. Дядина**, С.П. Лабазова, С.О. Алексеев. 17th JINR-ISU Baikal Summer School on Physics of Elementary Particles and Astrophysics, Иркутская область, пос. Большие коты, Россия, 13-20 июля 2017
8. Постньютоновский предел гибридной гравитации. С.П. Лабазова, **П.И. Дядина**. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2017», МГУ имени М.В.Ломоносова, Россия, 10-14 апреля 2017
9. Verification of f(R)-gravity in double binary system PSR J0737-3039 (Стендовый). **P.I. Dyadina**, S.O. Alexeyev, S. Capozziello, M. De Laurentis. Всеволновая астрономия. Шкловский-100, Москва, Россия, 20-22 июня 2016
10. Verification of f(R)-gravity in binary pulsars. **P.I. Dyadina**, S.O. Alexeyev, S. Capozziello, M. De Laurentis. 19th International Seminar on High Energy Physics “QUARKS-2016”, Санкт-Петербург, Россия, 29 мая - 4 июня 2016

11. Test of f(R)-gravity in double binary system PSR J0737-3039 (Стендовый). **P.I. Dyadina**, M. De Laurentis, S.O. Alexeyev, S. Capozziello. Relativistic Geodesy: Foundations and Applications, Physikzentrum Bad Honnef, Bad Honnef, Германия, 13-19 марта 2016
12. Tests of f(R)-gravity in binary pulsars. **P.I. Dyadina**, S. Capozziello, M. De Laurentis, S.O. Alexeyev, K.A.Rannu. Fourteenth Marcel Grossmann Meeting (MG14), Рим, Италия, 13-18 июля 2015
13. Strong-field tests of f(R)-gravity in binary pulsars. **P.I. Dyadina**, S.O. Alexeyev, K.A. Rannu, M. De Laurentis, S. Capozziello. 9th Alexander Friedmann International Seminar, Санкт-Петербург, Россия, 22-26 июня 2015

Личный вклад. Автор участвовала в постановке задачи диссертационной работы. Автором были проведены большинство математических расчетов и сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными. В Главе 2 автором было получено аналитическое выражение изменения орбитального периода в теории Хорндески без учета эффектов экранирования и наложены ограничения на параметры модели на основании данных двойных систем с пульсаром PSR J1738+0333, PSR J0737-3039. В Главе 3 автором получены постньютоновские метрики гибридной f(R)-гравитации в приближении идеальной жидкости и в приближении системы точечных гравитирующих масс, найдено аналитическое выражение для ППН параметра β и явно показано, что параметры $\xi, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ тождественно равны нулю. На основании экспериментальных значений ППН параметров γ и β, полученных АМС “Мессенджер”, автором наложены ограничения на параметры гибридной f(R)-гравитации. В Главе 4 автором наложены ограничения на параметры гибридной f(R)-гравитации на основании данных изменения орбитального периода систем PSR J1738+0333 и PSR J0737-3039 и на параметры теории Бранса-Дикке на основании данных систем PSR J1738+0333, PSR J0737-3039 и PSR J1012+5307. Автором было произведено сравнение метода, использованного в работе [31] для получения изменения орбитального периода в массивной теории Бранса-Дикке, с методом, реализованным в Главе 2. В Главе 5 автором была получена температура черной дыры Гаусса-Бонне методом комплексных траекторий и найдена начальная масса черной дыры Гаусса-Бонне, которая полностью испарится за время жизни Вселенной. Основные выводы из прове-

денных исследований были сделаны автором самостоятельно. Тексты двух из трех основных статей [32; 33] были полностью написаны автором.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 7 печатных изданиях, 3 из которых опубликованы в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базе данных Web of Science, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности:

1. ***Dyadina, P.I.***, *Avdeev N.*, *Alexeyev S.* Horndeski gravity without screening in binary pulsars // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2019. — Т. 483, № 1. — С. 947—963. — Импакт-фактор: 5.231.
2. *Alexeyev S.*, *Rannu K.*, ***Dyadina, P.I.***, *Latosh B.*, *Turyshev S.* Observational Limits on Gauss–Bonnet and Randall–Sundrum Gravities // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 2015. — Т. 147, № 6. — С. 1120—1127. — Импакт-фактор: 1.119.
3. ***Дядина, П.И.***, *Лабазова С.*, *Алексеев С.* Постньютоновский предел гибридной f(R)-гравитации // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 2019. — Т. 156, № 5. — С. 905—917. — Импакт-фактор: 1.119.

а также 4 — в сборниках, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus:

4. *Avdeev N.*, ***Dyadina, P.I.***, *Alexeyev S.* Manifestations of Horndeski theory in binary systems with pulsars // EPJ Web of Conferences. Vol. 191. — 2018. — P. 07011.
5. ***Dyadina, P.I.***, *Labazova S.* The post-Newtonian limit of hybrid f(R)-gravity // EPJ Web of Conferences. Vol. 191. — 2018. — P. 07009.
6. ***Dyadina, P.I.***, *Alexeyev S.*, *Capozziello S.*, *De Laurentis M.*, *Rannu K.* Strong-field tests of f(R)-gravity in binary pulsars // International Journal of Modern Physics Conference Series. Vol. 41. — 2016. — P. 1660131—1.
7. ***Dyadina, P.I.***, *Alexeyev S.*, *De Laurentis M.*, *Capozziello S.* Verification of f(R)-gravity in binary pulsars // EPJ Web of Conferences. Vol. 125. — 2016. — P. 03005.

Объем и структура работы. Работа состоит из введения, пяти глав и заключения. Полный объём работы составляет 112 страниц, включая 8 рисунков и 3 таблицы. Список литературы содержит 174 наименования.

Во **Введении** представлена актуальность темы, степень ее разработанности, цели и задачи, объект и предмет исследования, научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, методология диссертационного исследования, положения, выносимые на защиту, степень достоверности и апробация результатов, дается обзор литературы.

В **Главе 1** приведен обзор результатов, полученных в более ранних работах различных авторов, в том числе, обсуждается теория гравитации Хорндески, ее действие и уравнения поля, рассмотрен постньютоновский предел этой модели и показан вывод уравнений движения в двойной системе. Помимо этого, приводится краткий обзор частных случаев теории Хорндески: массивной теории Бранса-Дикке и гибридной f(R)-гравитации. Обсуждается применение параметризованного постньютоновского формализма к теориям гравитации с массивными полями. В качестве примера рассматривается использование ППН формализма для гибридной f(R)-гравитации. А также обсуждается модель Гаусса-Бонне и основные достижения, полученные в рамках этой модели в контексте черных дыр. Кроме того, приведен метод комплексных траекторий, используемый для получения температуры черной дыры.

В **Главе 2** представлен общий метод получения изменения орбитального периода двойной системы с пульсаром и его применение к подклассу теории Хорндески без учета эффектов экранирования. На основании данных двойных систем с пульсаром PSR J1738+0333, PSR J0737-3039 получены ограничения на параметры теории Хорндески.

В **Главе 3** показан метод получения постньютоновских параметров $\beta, \xi, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ в гибридной f(R)-гравитации, а также накладываются ограничения на фоновое значение скалярного поля в этой теории на основании экспериментальных данных ППН параметров γ и β, полученных АМС “Мессенджер”.

В **Главе 4** обсуждаются две модели, которые являются частными случаями теории Хорндески: массивная теория Бранса-Дикке и гибридная f(R)-гравитация. На основании метода, изложенного в Главе 2, были получены ограничения на параметры этих теорий (в случае гибридной f(R)-гравитации на основании данных систем PSR J1738+0333 и PSR J0737-3039; в случае массив-

ной теории Бранса-Дикке на основании данных систем PSR J1738+0333, PSR J0737-3039 и PSR J1012+5307). Было произведено сравнение метода, использованного в работе Дж. Алсинга и соавторов [31] для получения изменения орбитального периода в массивной теории Бранса-Дикке, с методом, изложенным в Главе 2, и показано, что последний дает более точный результат.

В **Главе 5** метод комплексных траекторий применяется к черной дыре Гаусса-Бонне. Помимо этого, найдена начальная масса черной дыры в рассматриваемой модели, которая испарится за время жизни Вселенной. Полученный результат сравнивается с аналогичной величиной для черной дыры Шварцшильда и обсуждается возможность экспериментального обнаружения разницы этих двух величин.

В **Заключении** излагаются итоги выполненного исследования, выводы, рекомендации, перспективы дальнейшей разработки темы, а также приводятся **Благодарности**.

Принятые обозначения и единицы. В работе греческие индексы (μ, ν,...) принимают значения $0, 1, 2, 3$, а также используется сигнатура ($-, +, +, +$). Все вычисления выполнены в системе СГС, если не оговорено другое.

В работе верхним индексом ^{eff} мы обозначаем ППН параметры, которые рассматриваются как зависящие от расстояния функции. Другой верхний индекс ^{exp} мы применяем для обозначения экспериментальных значений ППН параметров. Когда рассматриваются ППН параметры, которые фигурируют в оригинальном ППН формализме, верхний индекс не используется. То же верно и для гравитационной постоянной.

Глава 1. Расширенные модели гравитации и некоторые способы их проверки

Общая теория относительности стала огромным шагом в пониманиии Вселенной, позволив выйти за рамки ньютоновской картины мира и описать многие ранее необъяснимые явления, такие как: аномальная прецессия перигелия орбиты Меркурия, отклонение светового луча в гравитационном поле, гравитационное красное смещение и т. д. Несмотря на красоту и простоту общей теории относительности, в настоящий момент понимание фундаментальных законов физики имеет пробелы. Неспособность объединить гравитацию с квантовой механикой и космологические наблюдения, свидетельствующие об ускоренном расширении Вселенной, указывают на неполноту нашего понимания законов Вселенной. Одним из возможных способов решить накопившиеся проблемы является модификация ОТО. На данный момент наиболее популярными способами расширения ОТО является добавление дополнительного скалярного поля, а также поправок высших порядков по кривизне в действие Эйнштейна-Гильберта. При этом, любая теория гравитации должна удовлетворять астрономическим наблюдениям и экспериментам на различных пространственно-временных масштабах и в различных гравитационных режимах. Именно этому вопросу и будет посвящена данная работа: проверке наиболее перспективных модифицированных моделей гравитации (теория Хорндески, теория Бранса-Дикке, гибридная метрическая-Палатини f(R)-гравитация и модель Гаусса-Бонне) на астрофизических объектах с различным гравитационным полем: в слабом поле Солнечной системы, в поле двойных систем с пульсаром и в сильном поле черной дыры.

1.1 Теория гравитации Хорндески

Теория Хорндески - наиболее общая скалярно-тензорная теория гравитации с уравнениями поля второго порядка [34]. В этой теории не возникают неустойчивости Остроградского. Модель гравитации Хорндески представляет из себя обобщение ковариантных теорий с галилеонами. Действие теории Хорн-

дески представимо в виде [35]:

$$S = \frac{c^4}{16\pi}\sum_{i=2}^{5}\int d^4x\sqrt{-g}L_i + \int d^4x L_m(A^2(\varphi)g^{\mu\nu}, q_m^{(j)}), \tag{1.1}$$

где c - скорость света, g - определитель метрики, L_m - плотность лагранжиана матери, $q_m^{(j)}$ - материальные поля, L_i - плотность гравитационных лагранжианов:

$$\begin{aligned} L_2 &= G_2(\varphi, X), \;\; L_3 = -G_3(\varphi, X)\Box\varphi, \\ L_4 &= G_4(\varphi, X)R + G_{4X}[(\Box\varphi)^2 - (\nabla_\mu\nabla_\nu\varphi)^2], \\ L_5 &= G_5(\varphi, X)G_{\mu\nu}\nabla^\mu\nabla^\nu\varphi - \frac{G_{5X}}{6}\Big[(\Box\varphi)^3 + 2(\nabla_\mu\nabla_\nu\varphi)^3 - 3(\nabla_\mu\nabla_\nu\varphi)^2\Box\varphi\Big], \end{aligned} \tag{1.2}$$

здесь $G_{\mu\nu}$ - это тензор Эйнштейна, R - скалярная кривизна, φ - скалярное поле, $X = -1/2\nabla_\mu\varphi\nabla^\mu\varphi$, ∇_μ - ковариантная производная, $\Box\varphi = g^{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla_\nu\varphi$, $G_i(\varphi, X)$ - функции скалярного поля φ и его кинематического члена X, $G_{iX} = \frac{\partial G_i}{\partial X}$. Конкретный вид функций $G_i(\varphi, X)$ определяет частную теорию гравитации.

Плотность лагранжиана материи зависит от гравитационных полей, эта зависимость может быть представлена как

$$L_m = L_m(A^2(\varphi)g^{\mu\nu}, q_m^{(j)}), \tag{1.3}$$

где $A(\varphi)$ - некоторая функция скалярного поля φ. Используя конформные преобразования $g_{\mu\nu} \to A^2(\varphi)g_{\mu\nu}$, можно перейти из формализма Эйнштейна в формализм Йордана, где поля материи не связаны напрямую со скалярным полем, и их связь осуществляется через метрику [36—38].

Теория гравитации Хорндески предсказывает существование скалярного поля, которое позволяет описывать ускоренное расширение Вселенной [39]. Однако такое скалярное поле не должно сильно влиять на динамику локальных систем, таких, например, как Солнечная система. Для этого в теорию может быть введен механизм для подавления взаимодействия скалярного поля с обычной материей на малых масштабах. Одним из таких возможных механизмов является механизм Вайнштейна [40], который в оригинальном варианте применялся для теорий с массивным гравитоном, однако сейчас активно используется и в других моделях, в том числе и в теории Хорндески [41; 42]. В рамках

вайнштейновского механизма невозможно игнорировать нелинейные эффекты внутри радиуса Вайнштейна r_V, линеаризация может быть применена только вне этого радиуса r_V. Говоря иначе, в пределах радиуса Вайнштейна, флуктуации скалярной моды становятся нелинейными, а члены с производными высших порядков становятся больше, чем канонический кинетический член. Это приводит к подавлению кинетического члена, что позволяет теории проходить тесты в Солнечной системе, сохраняя при этом отклонения от ОТО на больших расстояниях. Таким образом, теория может описывать ускоренное расширение и иметь заметные отпечатки на крупномасштабной структуре Вселенной, не сталкиваясь с другими, гораздо более строгими ограничениями из наблюдений в локальных системах. В данной работе мы ограничимся подклассом моделей Хорндески, в котором не подразумевается применения вайнштейновского механизма.

Помимо механизма Вайнштейна, в настоящее время в контексте скалярно-тензорных моделей гравитации широко исследуются и другие типы экранирующих механизмов, такие как хамелионные [43; 44], симметронные [45; 46] и дилатонные [47; 48]. Однако, в данной работе мы сосредоточимся на теориях, которые не подразумевают наличия никаких типов экранирующих механизмов. В этом случае действие (1.1) включает в себя только следующий набор плотностей гравитационных лагранжианов L_i:

$$L_2 = G_2(\varphi, X), \quad L_3 = -G_3(\varphi)\Box\varphi, \quad L_4 = G_4(\varphi)R, \quad L_5 = 0, \tag{1.4}$$

а функция $G_2(\varphi, X)$ включает только нулевой и линейный вклады от кинематического члена X.

Данная теория предлагает решение части проблем, которые не были полностью решены в рамках ОТО. Например, скалярное поле позволяет описать ускоренное расширение Вселенной. Поэтому в течение последних нескольких лет теория Хорндески привлекает все большее число исследователей. Теория интенсивно изучается в контексте космологии [49—51] и физики черных дыр [52; 53]. Так как теория Хорндески является наиболее общей скалярно-тензорной теорией с уравнениями поля второго порядка, очень важной задачей является проверка теории на различных пространственно-временных масштабах и в различных гравитационных режимах. Модель уже проверена в экспериментах по линзированию галактических скоплений в работе Т. Нарикавы и соавторов [54] и на данных реликтового излучения в работах Т. Салвателли и соавтров [55] и

Дж. Ренка и соавторов [56]. Особое внимание следует уделить недавним работам Дж. Эзкиага и М. Зумалакарреги [57] и Т. Бейкера и соавторов [58], относящимся к проверке теории Хорндески по данным зарегистрированного события гравитационного излучения GW170817 [59] и сопутствующего гамма-всплеска GRB 170817A [60]. В этих работах авторы исследовали скорость гравитационных волн в различных теориях гравитации и показали, что данные, полученные из столкновения двух нейтронных звезд GW170817 [59] и гамма-всплеска GRB 170817A [60], позволяют сильно ограничить параметры теории Хорндески. Согласно данным событий GW170817 и GRB 170817A $G_{4X} = 0$ и $G_5 = constant$ [57; 58], и обсуждаемый здесь подкласс теории Хорндески согласуется с этими ограничениями.

1.1.1 Нарушение гравитационного слабого принципа эквивалентности

Различные модифицированные модели гравитации предсказывают нарушение принципов эквивалентности, на которых базируется ОТО [61]. В скалярно-тензорных теориях инертная масса и внутренняя структура гравитирующего тела зависят от локального значения скалярного поля. Как результат, законы движения такого объекта зависят от его внутренней структуры, что приводит к нарушению гравитационного слабого принципа эквивалентности (ГСПЭ), который гласит, что пробные частицы ведут себя в гравитационном поле и в вакууме одинаково, в независимости от своей внутренней структуры [61]. Вследствие нарушения ГСПЭ скалярно-тензорные теории, в отличие от ОТО, предсказывают наличие скалярного дипольного излучения от двойных систем, содержащих компактный объект, в частности от двойных систем с пульсарами [31; 62—64]. Этот эффект наиболее сильно проявляется в смешанных двойных системах, где компаньоном пульсара является астрофизический объект с сильно отличающимся значением собственной гравитационной энергии связи (белый карлик, звезда главной последовательности, черная дыра). Так как дипольное излучение появляется, когда центр масс системы не совпадает с центром инерции, смешанные системы и системы с орбитами с большим значением экс-

центриситета являются наиболее подходящими для получения ограничений на скалярно-тензорные теории [31].

Ирдли первым рассмотрел взаимодействие двух частиц точечной массы в скалярно-тензорной теории и показал, что в этом случае влияние скалярного поля на внутреннюю структуру тела может быть выражено через предположение, что масса тела является функцией скалярного поля [62]. Поэтому материальное действие для системы частиц точечных масс может быть записано как

$$S_m = -c^2 \sum_a \int m_a(\varphi) d\tau_a, \tag{1.5}$$

где $m_a(\varphi)$ - инертная масса частицы a, τ_a - собственное время частицы a, измеренное вдоль его мировой линии x_a^μ. Из (1.5) можно увидеть, что масса $m_a(\varphi)$ зависит от положения (так как значение φ зависит от координаты) и, следовательно, ГСПЭ нарушается. Тензор энергии-импульса тогда принимает вид:

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &= \frac{c}{\sqrt{-g}} \sum_a m_a(\varphi) \frac{u^\mu u^\nu}{u^0} \delta^3(\vec{r} - \vec{r}_a(t)), \\ T &\equiv g_{\mu\nu} T^{\mu\nu} = -\frac{c^3}{\sqrt{-g}} \sum_a \frac{m_a(\varphi)}{u^0} \delta^3(\vec{r} - \vec{r}_a(t)), \end{aligned} \tag{1.6}$$

где $u^\mu = dx_a^\mu / d\tau_a$ - четырехскорость частицы a, $d\tau = \sqrt{-ds^2}/c$, $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ - интервал, $u_\mu u^\mu = -c^2$ и $\delta^3(\vec{r} - \vec{r}_a(t))$ - трехмерная дельта функция-Дирака.

Со временем постановка задачи взаимодействия тел в системе усложнилась, так как в двойных системах тела не являются точками, а имеют определенный размер. В работах [65; 66] С. М. Копейкиным были получены уравнения поступательного и вращательного движения N протяженных тел, имеющих произвольное распределение массы и скорости вещества, как в случае ОТО, так и для скалярно-тензорной теории гравитации. Такие вычисления имеют большое значение для моделирования гравитационных волн, излучаемых двойными системами черных дыр, состоящих из сверхмассивной черной дыры и черной дыры звездной массы. Эти объекты представляют ключевую научную цель для планируемой космической гравитационно-волновой обсерватории LISA, и уравнения движения черных дыр в этих системах должны быть известны с беспрецедентной точностью. Однако в данной работе мы ограничимся приближением точечных гравитирующих масс, так как этого достатотаточно для нашей цели: вычисления изменения орбитального периода двойных систем

с пульсаром в теории Хорндески без учета эффектов экранирования (см. Главу 4).

1.1.2 Уравнения поля в пределе слабого поля

Одной из основных задач данной работы является изучение гравитационного излучения двойных систем с пульсаром, предсказываемого теорией Хорндески. Пульсар - это сильно замагниченная нейтронная звезда. Поверхностный гравитационный потенциал такого объекта выражается как $\Phi_{NS} = (G_N M_{NS})/(c^2 R_{NS}) = 0.2$ (где G_N - ньютоновская гравитационная постоянная, M_{NS} - масса нейтронной звезды, R_{NS} - ее радиус). Гравитационное поле вокруг нейтронной звезды является очень сильным (в сравнении со слабым гравитационным полем Солнечной системы, где $\Phi_\odot \sim 10^{-6}$). Однако, на большом расстоянии от источника (в месте расположения детектора), где и предполагается рассчитывать поток гравитационной энергии, уносимый гравитационным излучением от двойной системы с пульсаром, значение поверхностного потенциала источника не имеет значительного влияния на метрику $g_{\mu\nu}$ и скалярное поле φ. Поэтому можно рассматривать возмущения уравнений поля относительно фоновой метрики - метрики Минковского $\eta_{\mu\nu}$ [8; 11; 12; 67; 68]. В пределе малых скоростей ($v/c \ll 1$), скалярное и тензорное поля могут быть разложены около своих фоновых значений:

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 + \psi, \\ g_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \end{aligned} \tag{1.7}$$

где $h_{\mu\nu}$ и ψ - малые возмущение тензорного и скалярного полей порядка $O(v^2/c^2)$, φ_0 - фоновое значение скалярного поля вдали от источника. Стоит заметить, что, хоть в общем случае фоновое значение скалярного поля и меняется со временем [69], данный эффект имеет чрезвычайно слабое влияние на эволюцию двойной звездной системы, поэтому далее пренебрежем этой зависимостью и будем считать, что фоновое значение скалярного поля является константной величиной. При дальнейших вычислениях мы будем использовать квази-Минковскую систему координат. Приближение слабых гравитационных

полей и малых скоростей ($v/c \ll 1$), использующееся здесь, называется постньютоновским (ПН) разложением [31; 70; 71]. Ранее постньютоновский предел теории Хорндески уже рассматривался в работе М. Хохманна [72], где им были получены постньютоновские уравнения поля и их решения. Рассмотрим подробнее эти результаты.

Учитывая выражения (1.7) и тот факт, что рассматривается случай теории Хорндески без экранирования, функции $G_i(\varphi, X)$ могут быть разложены в ряд Тейлора около фонового значения скалярного поля:

$$\begin{aligned} G(\varphi, X) &= \sum_{m,n=0}^{\infty} G_{(m,n)} \psi^m X^n, \quad n \leqslant 1, \\ G_{(m,n)} &= \frac{1}{m!n!} \frac{\partial^{m+n}}{\partial^m \varphi \partial^n X} G(\varphi, X)\Big|_{\varphi=\varphi_0, X=0}, \\ G(\varphi, X) &\equiv G(\varphi) \quad \text{for} \quad n = 0. \end{aligned} \tag{1.8}$$

Здесь $G_{(m,n)}$ - константы.

В действии материи (1.5) инертная масса является функцией скалярного поля, которая может быть разложены в ряд Тейлора около φ_0:

$$m_a(\varphi) = m_a(\varphi_0)\left[1 + s_a \frac{\psi}{\varphi_0} - \frac{1}{2}\left(\frac{\psi}{\varphi_0}\right)^2 (s_a - s_a^2 - s_a') + O(\psi^3)\right]. \tag{1.9}$$

Далее будем обозначать инертную массу $m_a(\varphi_0)$ как m_a. Величины s_a и s_a' представляют собой чувствительности первого и второго порядка соответственно. Эти параметры впервые были введены Ирдли [62]:

$$s_a \equiv \frac{\partial(\ln m_a)}{\partial(\ln \varphi)}\Big|_{\varphi_0}, \quad s_a' \equiv \frac{\partial^2(\ln m_a)}{\partial(\ln \varphi)^2}\Big|_{\varphi_0}. \tag{1.10}$$

Уравнения поля в слабополевом пределе (в общем виде уравнения были получены в работах Т. Кобаяши и соавторов [35] и К. Гао [73]) для скалярного поля имеют вид:

$$\begin{aligned} &- G_{2(0,1)}\Box\psi + G_{2(0,1)}(\partial_\rho h^{\tau\rho} - \frac{1}{2}\eta^{\tau\alpha}\partial_\alpha h)\partial_\tau\psi + 2G_{3(1,0)}\Box\psi + G_{2(0,1)}h_{\mu\nu}\partial^\mu\partial^\nu\psi \\ &- G_{2(1,1)}\psi\Box\psi - G_{2(1,1)}\partial_\rho\psi\partial^\rho\psi - 2G_{3(1,0)}h_{\mu\nu}\partial^\mu\partial^\nu\psi + 2G_{3(2,0)}\partial_\rho\psi\partial^\rho\psi \\ &- 2G_{3(1,0)}(\partial_\rho h^{\tau\rho} - \frac{1}{2}\eta^{\tau\alpha}\partial_\alpha h)\partial_\tau\psi + 2G_{3(2,0)}\psi\Box\psi = \frac{16\pi}{c^4}\frac{\partial T}{\partial\psi} + G_{2(1,0)} + G_{2(2,0)}\psi \\ &+ \frac{1}{2}G_{2(3,0)}\psi^2 - \left(\frac{1}{2}G_{2(1,1)} - 2G_{3(2,0)}\right)\partial_\rho\psi\partial^\rho\psi + G_{4(1,0)}R[h^2] \\ &+ (G_{4(1,0)} + 2G_{4(2,0)}\psi)(\partial_\mu\partial_\nu h^{\mu\nu} - \Box h). \end{aligned} \tag{1.11}$$

Для метрики уравнения поля будут выглядеть как:

$$
\begin{aligned}
&- \frac{1}{2}G_{2(0,0)}\eta_{\mu\nu} - \frac{1}{2}G_{2(0,0)}h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}G_{2(1,0)}\eta_{\mu\nu}\psi - \frac{1}{2}G_{2(1,0)}h_{\mu\nu}\psi - \frac{1}{4}G_{2(2,0)}\eta_{\mu\nu}\psi^2 \\
&+ \frac{1}{4}G_{2(0,1)}\eta_{\mu\nu}\partial_\rho\psi\partial^\rho\psi - \frac{1}{2}G_{2(0,1)}\partial_\mu\psi\partial_\nu\psi + G_{3(1,0)}\partial_\mu\psi\partial_\nu\psi - \frac{1}{2}G_{3(1,0)}\eta_{\mu\nu}\partial_\rho\psi\partial^\rho\psi \\
&+ G_{4(0,0)}\left(\partial_\alpha\partial_\nu h^\alpha_\mu - \frac{1}{2}\Box h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\partial_\mu\partial_\nu h - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\partial_\alpha\partial_\beta h^{\alpha\beta} + \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\Box h\right) \\
&+ G_{4(1,0)}\psi\left(\partial_\alpha\partial_\nu h^\alpha_\mu - \frac{1}{2}\Box h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\partial_\mu\partial_\nu h + \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\Box h - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\partial_\alpha\partial_\beta h^{\alpha\beta}\right) \\
&+ G_{4(0,0)}G_{\mu\nu}[h^2] - G_{4(1,0)}\partial_\mu\partial_\nu\psi + G_{4(1,0)}\eta_{\mu\nu}\Box\psi + G_{4(1,0)}h_{\mu\nu}\Box\psi \\
&+ \frac{1}{2}G_{4(1,0)}\partial_\rho\psi(\partial_\nu h^\rho_\mu - G_{4(1,0)}\eta_{\mu\nu}(\partial_\rho h^{\tau\rho} - \frac{1}{2}\eta^{\tau\alpha}\partial_\alpha h)\partial_\tau\psi + \partial_\mu h^\rho_\nu - \eta^{\rho\alpha}\partial_\alpha h_{\mu\nu}) \\
&- G_{4(2,0)}\psi\partial_\mu\partial_\nu\psi - G_{4(1,0)}\eta_{\mu\nu}h_{\rho\sigma}\partial^\rho\partial^\sigma\psi + G_{4(2,0)}\eta_{\mu\nu}\psi\Box\psi + G_{4(2,0)}\eta_{\mu\nu}\partial_\rho\psi\partial^\rho\psi \\
&- G_{4(2,0)}\partial_\mu\psi\partial_\nu\psi = \frac{8\pi}{c^4}T_{\mu\nu},
\end{aligned}
\tag{1.12}
$$

где $G_{\mu\nu}[h^2]$ - часть тензора Эйнштейна порядка $h_{\mu\nu}h^{\mu\nu}$, а $\Box$ - оператор Д'Аламбера.

Учитывая выражения (1.7), получим тензор энергии-импульса (1.6), его след, а также $\frac{\partial T}{\partial\psi}$ в ближней зоне (вблизи источника):

$$
\begin{aligned}
T^{\mu\nu} &= \sum_a m_a u^\mu u^\nu\left(1 - \frac{h^k_k}{2} - \frac{v_a^2}{2c^2} + s_a\frac{\psi}{\varphi_0}\right)\delta^3(\vec{r} - \vec{r}_a(t)), \\
T &= -\ c^2\sum_a m_a\left(1 - \frac{h^k_k}{2} - \frac{v_a^2}{2c^2} + s_a\frac{\psi}{\varphi_0}\right)\delta^3(\vec{r} - \vec{r}_a(t)), \\
\frac{\partial T}{\partial\psi} &= -\ c^2\sum_a \frac{m_a}{\varphi_0}\left[s_a\left(1 - \frac{h^k_k}{2} - \frac{v_a^2}{2c^2}\right) - (s_a - s_a^2 - s'_a)\frac{\psi}{\varphi_0}\right]\delta^3(\vec{r} - \vec{r}_a(t)),
\end{aligned}
\tag{1.13}
$$

где v_a - скорость объекта a.

Члены $G_{2(0,0)}$ и $G_{2(1,0)}$ ответственны за эффекты ускоренного расширения Вселенной и имеют порядок космологической постоянной. В работе А. Аштекара и соавторов [74] было показано, что такие эффекты не имеют значительного влияния на гравитационное излучение от изолированных систем, поэтому далее этими членами будем пренебрегать.

1.1.3 Постньютоновские решения уравнений поля

Линеаризация уравнений поля (1.11) и (1.12) имеет вид [72]:

$$
\begin{aligned}
- \quad & (G_{2(0,1)} - 2G_{3(1,0)})\Box\psi - G_{2(2,0)}\psi + G_{4(1,0)}(\Box h - \partial_\mu\partial_\nu h^{\mu\nu}) = \frac{16\pi}{c^4}\frac{\partial T}{\partial\psi}, \\
& G_{4(0,0)}\left(\partial_\alpha\partial_\nu h^\alpha_\mu - \frac{1}{2}\Box h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\partial_\mu\partial_\nu h - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\partial_\alpha\partial_\beta h^{\alpha\beta} + \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\Box h\right) \\
+ \quad & G_{4(1,0)}\eta_{\mu\nu}\Box\psi - G_{4(1,0)}\partial_\mu\partial_\nu\psi = \frac{8\pi}{c^4}T_{\mu\nu}. \qquad (1.14)
\end{aligned}
$$

Далее введем следующие обозначения:

$$
\begin{aligned}
\theta_{\mu\nu} &= h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h - \frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}\eta_{\mu\nu}\psi, \\
\theta &= -h - 4\frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}\psi. \qquad (1.15)
\end{aligned}
$$

После введения поперечной (лоренцовой) калибровки $\partial_\mu\theta^{\mu\nu} = 0$ уравнения поля сводятся к следующему виду:

$$\Box\theta_{\mu\nu} = -\frac{16\pi}{c^4 G_{4(0,0)}}T_{\mu\nu}, \qquad (1.16)$$

$$\Box\psi - m_\psi^2\psi = \frac{16\pi}{c^4}c_\psi S, \qquad (1.17)$$

где

$$m_\psi^2 = \frac{G_{2(2,0)}}{2G_{3(1,0)} - G_{2(0,1)} - 3\frac{G^2_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}}, \qquad (1.18)$$

$$c_\psi = -\frac{G_{4(1,0)}}{2G_{4(0,0)}\left(2G_{3(1,0)} - G_{2(0,1)} - 3\frac{G^2_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}\right)}, \qquad (1.19)$$

$$S = T - \frac{2G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\frac{\partial T}{\partial\psi}. \qquad (1.20)$$

Уравнение (1.17) - аналог неоднородного уравнения Клейна-Гордона, где параметр m_ψ представляет собой обратную комптоновскую длину волны скалярного поля. Таким образом масса скалярного поля m_ψ имеет размерность обратной длины волны $[\text{см}^{-1}]$.

Следующий шаг - получение ведущего порядка статического решения для скалярного поля. Используя (1.17), (1.13) и (1.20), можно получить выражение [72]:

$$\psi = \frac{4c_\psi}{c^2}\sum_a \frac{m_a}{r_a}\left(1 - \frac{2s_a}{\varphi_0}\frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right)e^{-m_\psi r_a}, \tag{1.21}$$

где $r_a = |\vec{r} - \vec{r}_a(t)|$.

Решение уравнений (1.16) в ближней зоне имеет вид:

$$\begin{aligned}
\theta_{00} &= \frac{4}{c^2 G_{4(0,0)}}\sum_a \frac{m_a}{r_a} + O\left(\frac{v}{c}\right)^4, \\
\theta_{ij} &= \frac{4}{c^4 G_{4(0,0)}}\sum_a \frac{m_a v_i^a v_j^a}{r_a} + O\left(\frac{v}{c}\right)^6, \\
\theta &= -\frac{4}{c^2 G_{4(0,0)}}\sum_a \frac{m_a}{r_a} + O\left(\frac{v}{c}\right)^4.
\end{aligned} \tag{1.22}$$

Таким образом, ведущий порядок возмущений метрики определяется как [72]:

$$\begin{aligned}
h_{00} &= \frac{2}{c^2 G_{4(0,0)}}\sum_a \frac{m_a}{r_a} + \frac{4c_\psi}{c^2}\frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}\sum_a \frac{m_a}{r_a}e^{-m_\psi r_a}\left(1 - \frac{2s_a}{\varphi_0}\frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right) + O\left(\frac{v}{c}\right)^4, \\
h_{ij} &= \delta_{ij}\left[\frac{2}{c^2 G_{4(0,0)}}\sum_a \frac{m_a}{r_a} - \frac{4c_\psi}{c^2}\frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}\sum_a \frac{m_a}{r_a}e^{-m_\psi r_a}\left(1 - \frac{2s_a}{\varphi_0}\frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right)\right] + O\left(\frac{v}{c}\right)^4, \\
h &= \frac{4}{c^2 G_{4(0,0)}}\sum_a \frac{m_a}{r_a} - \frac{16c_\psi}{c^2}\frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}\sum_a \frac{m_a}{r_a}e^{-m_\psi r_a}\left(1 - \frac{2s_a}{\varphi_0}\frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right) + O\left(\frac{v}{c}\right)^4,
\end{aligned} \tag{1.23}$$

с $h_{oi} = O(v/c)^3$. Здесь δ_{ij} дельта-символ Кронекера.

1.1.4 Уравнения движения в двойной системе

Ранее задача вычисления гравитационного излучения от двойных систем подробно исследовалась как в рамках ОТО [17; 75], так и других модифицированных теорий гравитации, в том числе и скалярно-тензорных [12; 68]. Теория Хорндески также изучалась в этом ключе, однако в работе [76] С. Хоу и И.

Гонг рассмотрели только безмассовый случай теории. Тем не менее, в этой работе [76] авторы получили уравнения движения в двойной системе в общем виде для теории Хорндески, без перехода к безмассовому случаю. Здесь мы приводим этот результат в деталях, чтобы в дальнейшем его использовать для целей данной работы.

ГСПЭ - один из принципов, которые работают в ОТО, но могут нарушаться в модифицированных теориях гравитации [61]. В частности, в скалярно-тензорных моделях зависимость инертной массы от чувствительности приводит к нарушению ГСПЭ. Чувствительность показывает изменение массы компактного объекта при его движении относительно дополнительного поля. Поэтому различные тела неодинаково реагируют на движение относительно окружающего поля. Таким образом, они будут двигаться вдоль различных траекторий. Благодаря нарушению ГСПЭ, орбитальная динамика систем с компактными объектами модифицируется. Чтобы найти явный вид влияния чувствительности на уравнения движения, используем метод, предложенный А. Эйнштейном, Л. Инфельдом и Б. Хоффманном [77].

Уравнения движения для тела a массы m_a могут быть получены из плотности лагранжиана материи:

$$\begin{aligned} L_{EIH} = & - c^2 \sum_a \int m_a(\varphi) \frac{d\tau_a}{dt} dt = -c^2 \sum_a m_a(\varphi) \sqrt{-g_{00} - 2g_{0i}\frac{v_a^i}{c} - g_{ij}\frac{v_a^i v_a^j}{c^2}} \\ = & - \sum_a m_a c^2 \Bigg\{ 1 - \frac{v_a^2}{2c^2} - \sum_{b \neq a} \Bigg[\frac{1}{c^2 G_{4(0,0)}} \frac{m_b}{r_{ab}} - \frac{4 s_a c_\psi}{c^2 \varphi_0} \frac{m_b}{r_{ab}} e^{-m_\psi r_{ab}} \\ & \times \left(1 - \frac{2 s_b}{\varphi_0} \frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}} \right) + \frac{2 c_\psi}{c^2} \frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}} \frac{m_b}{r_{ab}} \left(1 - \frac{2 s_b}{\varphi_0} \frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}} \right) e^{-m_\psi r_{ab}} \Bigg] + O\left(\frac{v}{c}\right)^4 \Bigg\}, \end{aligned} \tag{1.24}$$

где $r_{ab} = |\vec{r}_a(t) - \vec{r}_b(t)|$. Из (1.24) можно выделить эффективную гравитационную постоянную:

$$\begin{aligned} G_{ab} = & \Bigg[\frac{1}{G_{4(0,0)}} + 2 c_\psi \frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}} e^{-m_\psi r_{ab}} \left(1 - \frac{2 s_b}{\varphi_0} \frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}} \right) \\ & - \frac{4 s_a c_\psi}{\varphi_0} \left(1 - \frac{2 s_b}{\varphi_0} \frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}} \right) e^{-m_\psi r_{ab}} \Bigg]. \end{aligned} \tag{1.25}$$

Этот результат симметричен относительно обмена между всеми парами частиц [76].

Соответствующие уравнения движения для системы N-тел до ньютоновского порядка определяются как

$$\vec{a}_a = -\sum_{b\neq a} \frac{\mathcal{G}_{ab} m_b}{r_{ab}^2} \hat{\vec{r}}_{ab}, \tag{1.26}$$

с

$$\begin{aligned}\mathcal{G}_{ab} = \quad & \frac{1}{G_{4(0,0)}}\Bigg\{1 + (1 + m_\psi r_{ab}) e^{-m_\psi r_{ab}} \Bigg[2 c_\psi G_{4(1,0)} \left(1 - \frac{2 s_b}{\varphi_0} \frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right) \\ - \quad & \frac{4 s_a c_\psi G_{4(0,0)}}{\varphi_0} \left(1 - \frac{2 s_b}{\varphi_0} \frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right)\Bigg]\Bigg\},\end{aligned} \tag{1.27}$$

где $\vec{a}_a$ - ускорение тела a, $\hat{\vec{r}}_{ab}$ - единичный вектор направления от тела b к телу a. Масса скалярного поля ответственна за эффект ускоренного расширения Вселенной. Поэтому влияние этого эффекта начинается с расстояний, сильно превышающих расстояние между объектами в двойной системе. Используем приближение $m_\psi r_{ab} \ll 1$ и $e^{-m_\psi r_{ab}} \to 1$. В этом случае, эффективная гравитационная постоянная между компонентами двойной системы имеет вид:

$$\mathcal{G}_{ab} = \frac{1}{G_{4(0,0)}}\left[1 + 2 c_\psi G_{4(1,0)} \left(1 - \frac{2 s_b}{\varphi_0} \frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right) - \frac{4 s_a c_\psi G_{4(0,0)}}{\varphi_0} \left(1 - \frac{2 s_b}{\varphi_0} \frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right)\right]. \tag{1.28}$$

Теперь рассмотрим орбитальную динамику двойной системы с компактным объектом. Движение компонент такой системы подчиняется третьему закону Кеплера:

$$a^3 (2\pi/P_b)^2 = \mathcal{G}_{12} m. \tag{1.29}$$

Орбитальная энергия связи имеет вид:

$$E = -\frac{\mathcal{G}_{12} m \mu}{2a}, \tag{1.30}$$

где a - большая полуось орбиты, $\mathcal{G}_{12}$ - эффективная гравитационная постоянная между двумя компактными объектами, $m = m_1 + m_2$ и $\mu = m_1 m_2 / m$, P_b - орбитальный период двойной системы.

Наиболее значимым диссипативным эффектом является изменение орбитального периода двойной системы за счет излучения гравитационных волн. Потери энергии могут быть выражены через производную орбитального периода с использованием уравнений (1.29) и (1.30):

$$\frac{\dot{E}}{E} = -\frac{2}{3} \frac{\dot{P}_b}{P_b}. \tag{1.31}$$

Таким образом, изменение орбитального периода двойной системы, содержащей пульсар, напрямую определяется потерями энергии в этой системе.

В данной главе приведены результаты, которые имеют прямое отношение к нашей работе, но были получены другими авторами. Дальнейшие вычисления гравитационного излучения от двойной системы с пульсаром в случае теории Хорндески без учета эффектов экранирования, являющиеся уже непосредственно результатом нашей работы, приведены в Главе 2. В дальнейшем мы применим ограничения, полученные из данных по изменению орбитального периода в двойных системах с пульсаром, для более общего подкласса теории Хорндески, рассмотренного здесь, к ее важным частным случаям: к массивной теории Бранса-Дикке и к гибридной метрической-Палатини f(R)-гравитации (см. Главу 4).

1.2 Массивная теория Бранса-Дикке

Одним из частных случаев теории Хорндески является массивная теория Бранса-Дикке [31]. Модель Бранса-Дикке - одна из первых скалярно-тензорных теорий, получивших широкое распространение [78; 79]. В рамках этой модели было получено много интересных результатов: в работе С. Алексеева и соавторов [80] были рассмотрены кротовые норы, а в работе Д. Третьяковой и соавторов [81] исследовались отскоки и были получены ограничения на космологические параметры. После открытия ускоренного расширения Вселенной [2—5] многие исследователи рассматривают массивную версию этой модели, как один из способов объяснить это загадочное явление [82].

Действие массивной теории Бранса-Дикке имеет вид [31]:

$$S = \frac{1}{2k^2}\int d^4x\sqrt{-g}\left[\varphi R - \frac{\omega_{BD}}{\varphi}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi + V(\varphi)\right] + S_m. \tag{1.32}$$

Варьируя действие относительно метрики и скалярного поля, можно получить следующие уравнения поля:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{k^2}{\varphi}T_{\mu\nu} + \frac{1}{2\varphi}g_{\mu\nu}V(\varphi) - \frac{\omega_{BD}}{2\varphi^2}g_{\mu\nu}\nabla_\alpha\nabla^\alpha\varphi + \frac{\omega_{BD}}{\varphi^2}\nabla\mu\varphi\nabla_\nu\varphi$$
$$+\frac{1}{\varphi}\partial_\mu\partial_\nu\varphi - \frac{1}{\varphi}g_{\mu\nu}\Box_g\varphi, \tag{1.33}$$

$$\Box_g\varphi - \frac{\varphi[2V - \varphi V_\varphi]}{3 + 2\omega_{BD}} = \frac{k^2}{3 + 3\omega_{BD}}\left(T - 2\varphi\frac{\partial T}{\partial\varphi}\right), \tag{1.34}$$

где

$$\Box_g = \frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\nu(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\partial_\mu). \tag{1.35}$$

Общая массивная скалярно-тензорная теория (1.1) может быть сведена к массивной теории Бранса-Дикке при следующем выборе параметров G_i [83]:

$$G_2 = \frac{2\omega_{BD}}{\varphi}X + V(\varphi),\ G_3 = 0,\ G_4 = \varphi,\ G_5 = 0. \tag{1.36}$$

В данной работе нам интересно рассмотрение массивной теории Бранса-Дикке как частного случая теории Хорндески. В частности нашей целью является и изучение гравитационного излучения от двойной системы с пульсаром в рамках этой модели. Ранее массивная версия теории Бранса-Дикке исследовалась в двойных системах с пульсарами Дж. Алсингом и соавторами [31]. Авторы показали, что пульсарные данные не позволяют наложить строгие ограничения на модель, а наилучшие ограничения могут быть получены из ППН параметра γ, померенного в Солнечной системе. Также в работе [31] было найдено выражение для изменения орбитального периода в двойной системе с пульсаром. В нашей работе мы сравним ограничения, найденные при рассмотрении массивной теории Бранса-Дикке как частного случая теории Хорндески, с результатами работы [31] и покажем, какой подход дает более точный результат (см. Главу 4).

1.3 Гибридная f(R)-гравитация

Помимо скалярно-тензорных теорий, чисто геометрические f(R)-модели также могут быть сведены к частным случаям теории Хорндески, так как

многие f(R)-теории могут быть представлены как скалярно-тензорные. Модели f(R)-гравитации выделяются среди различных способов модификации ОТО [39; 84—86]. Гравитационная часть действия f(R)-теорий представляет из себя произвольную функцию скаляра Риччи R. Модель f(R)-гравитации была успешно применена в теориях инфляции А. Старобинским [87], после чего такие теории и получили широкое распространение. Модели f(R) интересны тем, что ускоренное расширение Вселенной является следствием гравитационной теории и возникает здесь естественным образом. Кроме того, f(R)-гравитация привлекательна как альтернатива модели ΛCDM, так как эта теория позволяет одновременно описывать инфляцию в ранней Вселенной и ускоренное расширение, наблюдаемое в настоящее время [88—95]. Помимо этого, f(R)-модели обеспечивают хорошее согласие с наблюдательными данными, будучи практически неотличимыми от ΛCDM [96; 97].

В рамках моделей f(R)-гравитации есть два способа получения уравнений поля: метрический и Палатини. В метрическом подходе $g_{\mu\nu}$ является единственной динамической переменной, и только по ней варьируется действие. Метод Палатини заключается в том, что символы Кристоффеля вводятся как независимые от метрики величины, и варьирование производится и относительно символов Кристоффеля, и относительно метрики. Кроме того, при использовании подхода Палатини уравнения поля имеют второй порядок, тогда как в метрическом подходе — четвертый [98; 99].

Тем не менее, оба эти подхода имеют неразрешимые на данный момент проблемы. Метрическая f(R)-гравитация имеет сложности с описанием Солнечной системы и прохождением стандартных тестов в слабополевом пределе [100—102]. Конечно, в метрическом подходе существует ограниченный класс жизнеспособных моделей [91; 94; 96]. Любая теория f(R)-гравитации может быть представлена как скалярно-тензорная модель. Именно в таком представлении наиболее ярко проявляются особенности метрических f(R)-теорий. В частности, такая теория может быть интерпретирована как скалярно-тензорная модель Бранса-Дикке с $\omega_{BD} = 0$ (ω_{BD} — параметр Бранса-Дикке) и нетривиальным скалярным потенциалом $V(\varphi)$. Чтобы теория не противоречила ограничениям, наложенным наблюдениями в Солнечной системе и лабораторными экспериментами, скалярное поле должно иметь массу и обладать диапазоном взаимодействия, который не превышает нескольких миллиметров. Очевидно, такое скалярное поле, не будет влиять на космологию [44; 103].

Следовательно, метрические f(R)-модели только тогда жизнеспособны, когда каким-то образом скалярное поле может быть “скрыто” в локальных экспериментах, но при этом на космологических масштабах оно ведет себя как дальнодействующее поле, что достигается при помощи хамелеонного механизма [43; 44; 90; 104].

Палатини f(R)-гравитацию можно представить как скалярно-тензорную модель Бранса-Дикке с $\omega_{BD} = -3/2$ и тем же нетривиальным скалярным потенциалом $V(\varphi)$, что и в метрической варианте. В этом случае, скалярное поле является нединамическим и в вакууме такая модель может быть представлена как ОТО с эффективной космологической постоянной Λ_{eff}. Данное свойство позволяет описывать ускоренное расширение Вселенной на поздних этапах, если Λ_{eff} мало. Однако, несмотря на эти привлекательные особенности, все Палатини f(R)-модели с малым Λ_{eff}, изученные к настоящему моменту, приводят к неприемлемым особенностям в эволюции космологических возмущений [105; 106].

Недавно Т. Харко и соавторами была разработана модель, которая представляет из себя суперпозицию метрического лагранжиана Эйнштейна-Гильберта и f(R)-члена, построенного по методу Палатини [107]. Теория получила название гибридной метрической-Палатини f(R)-гравитации. Авторами работы [107] показано, что модель позволяет описать космологическую крупномасштабную структуру, при этом не влияя на динамику Солнечной системы. Такие результаты привели к многочисленным исследованиям гибридной f(R)-гравитации. Космологические следствия модели были рассмотрены во многих работах: С. Бомером и соавторами была исследована статическая Вселенная Эйнштейна [108]; Н. Лима и В. Смер-Баррето [109], а также И. Линизбарутиа и соавторы изучили различные космологические модели [110]; в работе С. Капоциелло и соавторов [111] были получены космологические решения, и описано ускоренное расширение Вселенной. Помимо этого, гибридная f(R)-гравитация изучена на астрофизических масштабах от звезд до скоплений галактик. В работе С. Капоцциелло и соавторов [112] показано, что различие визуальных и вириальных масс скоплений галактик может объясняться через геометрические члены в обобщенной теореме вириала. Модель гибридной f(R)-гравитации также позволяет описать скорости вращения пробных частиц, движущихся вокруг галактик без введения большого количества темной материи [113]. Все эти исследования показали перспективность гибридной f(R)-гравитации.

Основной причиной для введения гибридной метрической-Палатини f(R)-гравитации является следующее. Как ранее обсуждалось, если f(R)-гравитацию представить в скалярно-тензорном виде, то в метрическом подходе она соответствует теории Бранса-Дикке с $\omega_{BD} = 0$, тогда как в варианте Палатини - модели с $\omega_{BD} = -3/2$. В обоих случаях предсказания f(R)-гравитации несовместимы с ограничениями, накладываемыми наблюдениями в Солнечной системе, потому что в оригинальной теории Бранса-Дикке $\omega_{BD} \to \infty$. Такое несоответствие можно преодолеть, если рассмотреть действие, в котором стандартная часть ОТО, т. е. R, задается согласно метрическому подходу, тогда как дальнейшие степени свободы гравитационного поля, т. е. $f(\mathfrak{R})$, определяется по методу Палатини. В этом случае скалярное поле будет динамическим, и недостатки как метрических, так и Палатини моделей устраняются. Интересной особенностью модели является то, что она позволяет нестандартное скалярно-тензорное представление в терминах динамического скалярного поля, которое при этом не обязано иметь большую массу, чтобы не противоречить данным, полученным из наблюдений в Солнечной системе и из лабораторных экспериментов. Особенностей в эволюции космологических возмущений, появляющихся в моделях Палатини, здесь не возникает, так как скалярное поле слабо связано с веществом. Таким образом, в гибридной f(R)-гравитации скалярное поле может играть активную роль в космологии, при этом не вступая в противоречие с локальными экспериментами.

Действие гибридной f(R)-гравитации имеет следующий вид [114]:

$$S = \frac{c^4}{2k^2} \int d^4x \sqrt{-g}[R + f(\mathfrak{R})] + S_m, \tag{1.37}$$

где $k^2 = 8\pi G$, а G - гравитационная постоянная. Здесь первое слагаемое R и материальная часть S_m – это действие Эйнштейна-Гильберта, аналогичное ОТО; второе слагаемое $f(\mathfrak{R})$ – это слагаемое Палатини. Их отличие заключается в том, что первая часть определяется целиком метрикой $g_{\mu\nu}$, тогда как в Палатини части еще одной независимой величиной являются $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$ – символы Кристоффеля. Скалярная кривизна из действия (1.37) выражается в обоих подходах (метрическом и Палатини) через символы Кристоффеля единообразно [114]:

$$\begin{aligned} R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} &\equiv g^{\mu\nu} \left(\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu,\alpha} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\alpha,\nu} + \Gamma^{\alpha}_{\alpha\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\alpha\nu} \right), \\ \mathfrak{R} = g^{\mu\nu} \mathfrak{R}_{\mu\nu} &\equiv g^{\mu\nu} \left(\hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\nu,\alpha} - \hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\alpha,\nu} + \hat{\Gamma}^{\alpha}_{\alpha\lambda}\hat{\Gamma}^{\lambda}_{\mu\nu} - \hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\lambda}\hat{\Gamma}^{\lambda}_{\alpha\nu} \right), \end{aligned} \tag{1.38}$$

однако в метрической части символы Кристоффеля связаны с метрическим тензором и его производными следующим образом:

$$\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \left(\frac{\partial g_{\beta\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\beta}} \right), \tag{1.39}$$

а в случае подхода Палатини метрический тензор $g_{\mu\nu}$ и символы Кристоффеля $\hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\nu}$ являются независимыми величинами. Это означает, что варьировать действие (1.37) необходимо не только относительно $g_{\mu\nu}$, но еще и относительно $\hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\nu}$.

Модель, соответствующая действию (1.37), является динамически эквивалентной скалярно-тензорной теории [114], которая неминимально связана с гравитацией через $(1+\varphi)R$, где φ - скалярное поле. Чтобы получить явное представление действия в скалярно-тензорном виде, введем произвольное поле A такое, что

$$S = \frac{c^4}{2k^2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + f(A) + f_A \cdot (\Re - A)] + S_m, \quad \text{где} \quad f_A = \frac{df}{dA}. \tag{1.40}$$

Переобозначая слагаемые так, что скалярное поле $\varphi \equiv f_A$ и потенциал $V(\varphi) \equiv Af_A - f(A)$, действие принимает вид:

$$S = \frac{c^4}{2k^2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + \varphi\Re - V(\varphi)] + S_m. \tag{1.41}$$

Затем, варьируя действие (1.41) относительно метрики $g_{\mu\nu}$, скалярного поля φ и Палатини-символов Кристоффеля $\hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\nu}$, можно получить три уравнения Лагранжа-Эйлера (где $V_{\varphi} = dV/d\varphi$):

$$\begin{gathered} R_{\mu\nu} + \varphi\Re_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\left(R + \varphi\Re - V\right) g_{\mu\nu} = \frac{k^2}{c^4} T_{\mu\nu}, \\ \Re - V_{\varphi} = 0, \\ \hat{\nabla}_{\alpha}\left(\sqrt{-g}\varphi g^{\mu\nu}\right) = 0. \end{gathered} \tag{1.42}$$

С учетом полученных уравнений можно выразить действие (1.41) через скалярное поле φ:

$$S = \frac{c^4}{2k^2} \int d^4x \sqrt{-g} \left[(\varphi + 1)R + \frac{3}{2\varphi} \partial_{\mu}\varphi \partial^{\mu}\varphi - V(\varphi) \right] + S_m. \tag{1.43}$$

Также после преобразования выражений (1.3) записываются два итоговых уравнения поля на $g_{\mu\nu}$ и φ соответственно [114]:

$$
\begin{aligned}
(1+\varphi)R_{\mu\nu} = & \quad \frac{k^2}{c^4}\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T\right) + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\left[V(\varphi) + \nabla_\alpha\nabla^\alpha\varphi\right] \\
& + \nabla_\mu\nabla_\nu\varphi - \frac{3}{2\varphi}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi, \qquad (1.44) \\
\nabla_\mu\nabla^\mu\varphi & - \frac{1}{2\varphi}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - \frac{\varphi[2V(\varphi) - (1+\varphi)V_\varphi]}{3} = -\frac{k^2}{3c^4}\varphi T. \qquad (1.45)
\end{aligned}
$$

Следствия гибридной f(R)-гравитации ранее рассматривались как на космологических масштабах, так и в слабополевом пределе. В работе И. Линизбарутиа и соавторов на теорию накладывались ограничения на основании экспериментальных данных по определению гравитационной постоянной и данных эксперимента “Кассини” по отклонению луча света в гравитационном поле Солнца [110]. Тем не менее, более полным тестом гравитационной модели в Солнечной системе является параметризованный постньютоновский формализм. Поэтому помимо применения заявленной проверки гибридной f(R)-гравитации в сильном поле двойных систем с пульсаром, исследуем эту теорию в слабополевом пределе и ограничим, используя постньютоновские параметры. Это позволит впоследствии сравнить ограничения, полученные в разных гравитационных режимах. Поэтому далее в этой главе рассмотрим постньютоновский формализм, его применение к гибридной f(R)-гравитации, покажем, как в заявленной теории было найдено выражение для постньютоновского параметра γ и для эффективной гравитационной постоянной [110], и затем используем приведенные в этой главе результаты для более полного постньютоновского анализа и получения всех оставшихся постньютоновских параметров (см. Главу 3).

1.3.1 ППН предел гибридной f(R)-гравитации

В рамках ППН формализма метрики теорий гравитации могут быть представлены в виде обобщенной ППН метрики, которая включает в себя ППН параметры и ППН потенциалы. Различия между наблюдениями и гравитационными моделями выражаются через набор 10 ППН параметров, тогда как форма ППН потенциалов остается неизменной в различных теориях.

Картина изменяется, если в модели есть массивные поля. Тогда метрика включает не только стандартные ППН потенциалы, но и потенциалы юкавского типа. Следовательно, ППН формализм не может быть напрямую применен к гравитационным моделям с массивными полями [31]. Есть два пути для модификации ППН формализма. Первым способом является введение новых ППН потенциалов, включая потенциалы юкавского типа. Тогда новые ППН параметры останутся константами, однако, будет необходимо обеспечить их взаимосвязь с экспериментами в Солнечной системе и со стандартными ППН параметрами [115]. Второй путь заключается в сохранении стандартной формы ППН потенциалов, однако при этом ППН параметры становятся функциями пространственной переменной [116]. В этом случае ППН параметры уже не являются постоянными, а их экспериментальное значение теперь зависит от расстояния, на котором эксперимент проводился. Тем не менее, данный подход применим и для проверки гравитационных моделей с массивными полями на конкретном расстоянии. Рассмотрим второй метод модификации ППН формализма.

Основным преимуществом ППН формализма является то, что он позволяет тестировать с высокой точностью теории гравитации в Солнечной системе. Первоначально создатели ППН формализма К. Уилл и К. Нодтведт развивали несколько различные подходы [9; 117]. К. Нордтведт изучал постньютоновскую метрику для системы точечных гравитирующих масс, которая выглядит следующим образом [117]:

$$
\begin{aligned}
g_{00} = & - 1 + 2\sum_k \frac{G}{c^2}\frac{m_k}{r_k} - 2\beta\left(\sum_k \frac{G}{c^2}\frac{m_k}{r_k}\right)^2 + 2(1-2\beta+\zeta_2)\sum_k \frac{G}{c^2}\frac{m_k}{r_k}\sum_{j\neq k}\frac{G}{c^2}\frac{m_j}{r_{jk}} \\
& + (2\gamma+1+\alpha_3+\zeta_1)\sum_k \frac{G}{c^4}\frac{m_k v_k^2}{r_k} - \zeta_1\sum_k \frac{G}{c^4}\frac{m_k}{r_k^3}(\vec{v}_k\vec{r}_k)^2 - (\alpha_1-\alpha_2-\alpha_3)w^2 \\
& \times \sum_k \frac{G}{c^4}\frac{m_k}{r_k^3} - \alpha_2\sum_k \frac{G}{c^4}\frac{m_k}{r_k}(\vec{w}\vec{r}_k)^2 + (2\alpha_3-\alpha_1)\sum_k \frac{G}{c^4}\frac{m_k}{r_k}(\vec{w}\vec{v}_k), \\
g_{0j} = & - \frac{1}{2}(4\gamma+3+\alpha_1-\alpha_2+\zeta_1)\sum_k \frac{G}{c^3}\frac{m_k v_k^j}{r_k} - \frac{1}{2}(1+\alpha_2-\zeta_1)\sum_k \frac{G}{c^3}\frac{m_k}{r_k^3}(\vec{v}_k\vec{r}_k)r_k^j \\
& - \frac{1}{2}(\alpha_1-2\alpha_2)w^j\sum_k \frac{G}{c^3}\frac{m_k}{r_k} + \alpha_2\sum_k \frac{G}{c^3}\frac{m_k}{r_k^3}(\vec{w}\vec{r}_k)r_k^j, \\
g_{ij} = & \left(1+2\gamma\sum_k \frac{G}{c^2}\frac{m_k}{r_k}\right)\delta_{ij},
\end{aligned}
\tag{1.46}
$$

здесь w^i - координатная скорость ППН системы координат относительно системы покоя Вселенной.

В то же время, К. Уилл рассматривал материю системы в приближении идеальной жидкости [9]. В этом случае постньютоновская метрика имеет вид:

$$\begin{aligned}
g_{00} = & - 1 + 2\frac{1}{c^2}U - 2\beta\frac{1}{c^4}U^2 + (2\gamma + 1 + \alpha_3 + \zeta_1 - 2\xi)\frac{1}{c^4}\Phi_1 \\
& - 2(2\beta - 1 - \zeta_2 - \xi)\frac{1}{c^4}\Phi_2 + 2(1 + \zeta_3)\frac{1}{c^4}\Phi_3 + \frac{1}{c^4}\Phi^{PF} \\
& + 2(3\gamma + 3\zeta_4 - 2\xi)\frac{1}{c^4}\Phi_4 - (\zeta_1 - 2\xi)\frac{1}{c^4}\Phi_6 - 2\xi\frac{1}{c^4}\Phi_W, \\
g_{0j} = & - \frac{1}{2}[4\gamma + 3 + \alpha_1 - \alpha_2 + \zeta_1 - 2\xi]\frac{1}{c^3}V_j - \frac{1}{2}(1 + \alpha_2 - \zeta_1 + 2\xi)\frac{1}{c^3}W_j + \frac{1}{c^3}\Phi_j^{PF}, \\
g_{ij} = & \left(1 + 2\gamma\frac{1}{c^2}U\right)\delta_{ij},
\end{aligned} \tag{1.47}$$

где ППН потенциалы представлены как

$$\begin{aligned}
U &= \int G\frac{\rho'}{|\vec{r} - \vec{r'}|}d^3\vec{r'}, \quad \Phi_1 = \int G\frac{\rho' v'^2}{|\vec{r} - \vec{r'}|}d^3\vec{r'}, \quad \Phi_2 = \int G\frac{\rho' U'}{|\vec{r} - \vec{r'}|}d^3\vec{r'}, \\
\Phi_3 &= \int G\frac{\rho'\Pi'}{|\vec{r} - \vec{r'}|}d^3\vec{r'}, \Phi_4 = \int G\frac{p'}{|\vec{r} - \vec{r'}|}d^3\vec{r'}, \quad V_j = \int G\frac{\rho v_j}{|\vec{r} - \vec{r'}|}d^3\vec{r'}, \\
\Phi_6 &= \int G\rho' v'_j v'_k\frac{(r - r')^j(r - r')^k}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3}d^3\vec{r'}, \Phi_j^{PF} = -\frac{1}{2}\alpha_1 w_j U + \alpha_2 w^k U_{kj}, \\
\Phi_W &= \int G^2\rho'\rho''\frac{(r - r')_j}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3}\left[\frac{(r' - r'')^j}{|\vec{r} - \vec{r''}|} - \frac{(r - r'')^j}{|\vec{r'} - \vec{r''}|}\right]d^3\vec{r'}d^3\vec{r''}, \\
W_j &= \int G\frac{\rho'\vec{v'}(\vec{r} - \vec{r'})(r - r')_j}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3}d^3\vec{r'}, U_{ij} = \int G\frac{\rho'(r - r')_i(r - r')_j}{|\vec{r} - \vec{r'}|}d^3\vec{r'}, \\
\Phi^{PF} &= (\alpha_3 - \alpha_1)w^2 U + \alpha_2 w^j w^k U_{jk} + (2\alpha_3 - \alpha_1)w^j V_j,
\end{aligned} \tag{1.48}$$

здесь индекс “PF” обозначает потенциалы, ответственные на наличие привилигированной системы отсчета.

В работе К. Уиллом и К. Нодтведтом [10] было показано, что оба метода являются эквивалентными, поэтому для удобства будем использовать подход Нордтведта.

Для рассмотрения гибридной f(R)-гравитации в пределе слабого поля, разложим скалярное φ и тензорное $g_{\mu\nu}$ поля относительно их фоновых значений:

$$\varphi = \varphi_0 + \psi, \qquad g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}. \tag{1.49}$$

В самом общем случае φ_0 не будет константой, а является функцией от времени $\varphi(t)$. Тем не менее, можно пренебречь этой зависимостью, если характерная шкала времени слишком велика по сравнению с динамической шкалой времени, которая связана с локальной системой. Таким образом, φ_0 принимается константой.

Различные компоненты возмущений метрики и скалярного поля в постньютоновском пределе необходимо оценить до следующих постньютоновских порядков $h_{00} \sim O(2) + O(4), h_{0j} \sim O(3), h_{ij} \sim O(2)$ и $\psi \sim O(2) + O(4)$ [11]. Тогда скалярный потенциал $V(\varphi)$ представим в виде разложения Тейлора относительно φ_0 следующим образом:

$$V(\varphi) = V_0 + V'\psi + \frac{V''\psi^2}{2!} + \frac{V'''\psi^3}{3!}..., \tag{1.50}$$

а производная скалярного потенциала относительно ψ примет вид $V_\varphi = V' + V''\psi + V'''\psi^2/2$.

Для системы точечных гравитирующих масс тензор энергии-импульса определяется согласно формуле (1.6).

Компоненты тензора энергии-импульса (1.6) и его след в постньютоновском приближении принимают вид:

$$T_{00} = c^2 \sum_a m_a \delta^3(\vec{r} - \vec{r_a}) \left[1 - \frac{3}{2}h_{00} + \frac{1}{2}\frac{v_a^2}{c^2} - \frac{1}{2}h\right], \tag{1.51}$$

$$T_{0i} = -c \sum_a m_a v_a^i \delta^3(\vec{r} - \vec{r_a}), \tag{1.52}$$

$$T_{ij} = \sum_a m_a v_a^i v_a^j \delta^3(\vec{r} - \vec{r_a}), \tag{1.53}$$

$$T = -c^2 \sum_a m_a \delta^3(\vec{r} - \vec{r_a}) \left[1 - \frac{1}{2}h_{00} - \frac{1}{2}\frac{v_a^2}{c^2} - \frac{1}{2}h\right]. \tag{1.54}$$

Для получения уравнений поля (1.44) и (1.45) в слабополевом пределе (1.49) применим калибровку Нутку [118]:

$$h^\alpha_{\beta,\alpha} - \frac{1}{2}\delta^\alpha_\beta h^\mu_{\mu,\alpha} = \frac{\psi_{,\beta}}{1 + \varphi_0}. \tag{1.55}$$

Уравнение (1.45) в терминах возмущений скалярного поля, в ведущем порядке ($O(2)$) имеет вид:

$$\left(\nabla^2 - m_\psi^2\right)\psi^{(2)} = \frac{k^2\varphi_0}{3c^2}\sum_a m_a \delta^3(\vec{r} - \vec{r_a}), \tag{1.56}$$

где $m_\psi^2 = [2V_0 - V' - (1+\varphi_0)\varphi_0 V'']/3$ - масса скалярного поля. Здесь и далее верхний индекс обозначает порядок возмущений.

Уравнение (1.56) является экранированным уравнением Пуассона. Используя его общее решение, а также свойства дельта-функции Дирака, получим выражение для $\psi^{(2)}$:

$$\psi^{(2)} = -\frac{k^2\varphi_0}{12\pi c^2}\sum_a m_a \frac{e^{-m_\psi r_a}}{r_a}. \tag{1.57}$$

Теперь выразим 00-компоненту уравнения (1.44) в ведущем порядке $O(2)$:

$$\nabla^2\left(h_{00}^{(2)} - \frac{\psi^{(2)}}{1+\varphi_0}\right) = -\frac{k^2}{c^2(1+\varphi_0)}\sum_a m_a\delta^3(\vec{r}-\vec{r_a}) + \frac{V_0}{1+\varphi_0}. \tag{1.58}$$

Используя найденное ранее выражение для $\psi^{(2)}$ (1.57) и полагая, что в метрику в Солнечной системе главный вклад дает Солнце, получим решение для $h_{00}^{(2)}$:

$$h_{00}^{(2)} = \frac{k^2}{4\pi(1+\varphi_0)c^2}\frac{M_\odot}{r}\left(1 - \frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi r}\right) + \frac{V_0}{1+\varphi_0}\frac{r^2}{6}, \tag{1.59}$$

где $M_\odot$ - масса Солнца. Здесь $V_0/(\varphi_0+1)$ играет роль космологической постоянной. На масштабах Солнечной системы его вклад должен быть несущественным, поэтому им можно пренебречь.

Из (1.59) выразим эффективную гравитационную постоянную [107; 114]:

$$G^{eff} = \frac{k^2}{8\pi(1+\varphi_0)}\left(1 - \frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi r}\right). \tag{1.60}$$

Эффективная гравитационная постоянная в гибридной f(R)-гравитации не является константой, а представляет из себя зависящую от расстояния функцию. Ньютоновский предел воспроизводится двумя путями: $\varphi_0 \ll 1$ или $m_\psi r \gg 1$. Первый способ подразумевает возможность существования легкого скалярного поля. В этом случае нет необходимости прибегать к экранирующим механизмам в гибридной f(R)-гравитации для описания динамики Солнечной системы [107; 114].

Выразим теперь ij-компоненты уравнений поля (1.44) в ведущем порядке $O(2)$:

$$\nabla^2\left(h_{ij}^{(2)} + \delta_{ij}\frac{\psi^{(2)}}{1+\varphi_0}\right) = \delta_{ij}\frac{V_0}{1+\varphi_0} - \frac{k^2}{(1+\varphi_0)c^2}\delta_{ij}\sum_a m_a\delta^3(\vec{r}-\vec{r_a}), \tag{1.61}$$

Получим решение, аналогичное $h_{00}^{(2)}$:

$$h_{ij}^{(2)} = \frac{\delta_{ij}k^2}{4\pi(1+\varphi_0)c^2}\frac{M_\odot}{r}\left(1+\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi r}\right) - \delta_{ij}\frac{V_0}{1+\varphi_0}\frac{r^2}{6}. \tag{1.62}$$

Чтобы найти модифицированные ППН параметры, нужно сравнить полученную метрику с общей ППН метрикой для системы точечных гравитирующих масс (1.46), введеной К. Нордведтом [10].

После сравнения (1.62) с (1.46), эффективный ППН параметр γ^{eff} выражается как [107; 114]

$$\gamma^{eff} = \frac{1+\varphi_0 e^{-m_\psi r}/3}{1-\varphi_0 e^{-m_\psi r}/3}. \tag{1.63}$$

Стоит отметить, что γ^{eff} не является постоянной, но является функцией расстояния. Наблюдения предсказывают, что $\gamma^{exp} \approx 1$ (в ОТО $\gamma = 1$) с высокой точностью [67; 119—123]. Один из способов получить этот результат в гибридной f(R)-гравитации - рассмотреть случай $\varphi_0 \ll 1$. Тогда выражение для γ^{eff} (1.63) не противоречит предположению о существовании легкого скалярного поля [107; 114].

Используя выражения (1.60) и (1.63), И. Линизбарутиа и соавторы в работе [110] ограничили фоновое значение скалярного поля на основании данных эксперимента “Кассини” ($\gamma_{exp} = 1 + (2.1\times10^{-5}) \pm (2.3\times10^{-5})$):

$$-3.4\times10^{-5} < \varphi_0 < 3.4\times10^{-5} \tag{1.64}$$

и на основании данных по измерению гравитационной постоянной $\left(\left|\frac{G_{eff}-G}{G}\right| < 4.7\times10^{-5}\right)$ [124]:

$$-5\times10^{-4} < \varphi_0 < 5\times10^{-4}. \tag{1.65}$$

Причем для получения ограничений (1.64) рассматривался случай легкого скалярного поля $m_\psi r \ll 1$, а для получения (1.65) - случай $m_\psi r \gg 1$.

Целью нашей работы является получение остальных параметров ППН формализма $\beta, \xi, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ для гибридной f(R)-гравитации, наложение ограничений на параметры модели с учетом всех ППН параметров, а также сравнение полученных нами ограничений с найденными ранее в работах других авторов ((1.64) и (1.65)) (см. Главу 3). Помимо этого, мы также сравним ограничения, найденные в рамках слабого поля с ограничениями, накладываемыми с использованием наблюдательных данными от двойных систем с пульсаром (см. Главу 4).

1.4 Модель Гаусса-Бонне

Другой интересный подход к модификации ОТО связан с добавлением поправок высших порядков по кривизне к действию Эйнштейна. Такого рода расширения гравитации Эйнштейна основаны на низкоэнергетическом пределе теории струн. Поправка низшего порядка задается членом Гаусса-Бонне (второго порядка по кривизне), который является полной дивергенцией в четырехмерном пространстве-времени, но, будучи связанным со скалярным полем, приводит к модификациям уравнений Эйнштейна [125; 126]. В этом случае действие теории гравитации имеет вид:

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4x\sqrt{-g}(-R + 2\partial^{\mu}\varphi\partial_{\mu}\varphi + \lambda e^{-2\varphi} S_{GB} + ...), \tag{1.66}$$

где φ — дилатонное поле, а λ — константа связи, S_{GB} - член Гаусса-Бонне, имеющий вид [127]:

$$S_{GB} = R^2 - 4R_{ij}R^{ij} + R_{ijkl}R^{ijkl}. \tag{1.67}$$

Такая модель получила название модели Гаусса-Бонне, и она также является частным случаем теории Хорндески [128]. Для удобства вычислений в данном разделе будет использована система единиц $\hbar = c = G = 1$, пока не оговорено иное.

Модель Гаусса-Бонне была предложена в качестве возможного решения проблемы ускоренного расширения Вселенной. В работе С. Ноджири и соавторов [129] было показано, что эта теория действительно может играть роль гравитационной альтернативы темной энергии. Кроме того, модель Гаусса-Бонне позволяет описать инфляционную эпоху и, затем, объединить инфляцию с современным ускоренным расширением Вселенной, а также обеспечить переход от замедления к ускорению [130].

Помимо этого, в рамках модели Гаусса-Бонне много внимания уделялось исследованию черных дыр. В работе [131] С. Миньями и Р. Стюарт впервые исследовали заряженную черную дыру в модели Гаусса-Бонне. Они показали, что решение типа “черная дыра” существует и обладает нетривиальными дилатонными “волосами”, что говорит о нарушении теоремы Уиллера [132; 133].

На данный момент решение типа “черная дыра” в модели Гаусса-Бонне неизвестно в аналитическом виде. Однако многочисленные численные решения

были получены. В частности, П. Канти и соавторы в работе [134] нашли решение вне горизонта, пользуясь невозмущенными численными методами. С.О. Алексеев и М. В. Помазанов пошли дальше в своих исследованиях и получили, независимо от работы [134], численное решение во всех областях черной дыры, включая область под горизонтом [125]. В обеих работах [134] и [125] рассматривался статический сферически-симметричный случай.

Случай вращающейся черной дыры в модели Гаусса-Бонне рассматривался во многих работах: Б. Клайхаузом и соавторами [135], Д. Айзенбергом и Н. Юнесом [136], А. Маселли и соавторами [137], С. Алексеевым и соавторами [138], Н. Дерюэль и И. Морисавой [139] были получены численные решения для вращающейся черной дыры. Помимо этого, был рассмотрен ряд потенциально наблюдаемых свойств черных дыр: в работе [140] Х. Джанг и соавторы получили спектр отражения аккрецирующих черных дыр, а в работе [141] А. Маселли и соавторы исследовали его квазипериодические колебания; в работах З. Юнси и соавторов [142] и П. Кунха и соавторов [143] были изучены тени, отбрасываемые черной дырой, а в работах Дж. Блазкез-Сальседо и соавторов [144; 145] и П. Пани и В. Кардосо [146] – гравитационные квазинормальные моды.

В данной работе будет рассматриваться случай невращающейся незаряженной сферически-симметричной черной дыры, поэтому далее для изучения эффектов испарения черных дыр в модели Гаусса-Бонне нами будут использоваться результаты работы [125] С.О. Алексеева и М. В. Помазанова, в частности полученное ими решение для черной дыры Гаусса-Бонне (см. Главу 5).

1.4.1 Испарение черных дыр

Основной задачей данной работы является поиск экспериментальных следствий модифицированных теорий гравитации, и одним из возможных тестов таких моделей является рассмотрение эффектов испарения черных дыр. Под испарением черных дыр подразумевается результат, полученный Зельдовичем [147] и, параллельно, Хокингом [21], предсказывающий излучение частиц чер-

ной дырой. Число частиц, излученных черной дырой, определяется формулой:

$$N_{j\omega lnp} = \Gamma_{j\omega lnp} \frac{1}{\exp\left[\frac{2\pi}{\kappa}(\omega - m\Omega - q_j\Phi)\right] \mp 1} , \tag{1.68}$$

где знак минус соответствует случаю бозонов, плюс – фермионов; κ – величина, называемая поверхностной гравитацией; ω – частота частицы; m – масса частицы, Ω – угловая скорость вращения черной дыры, q_j – заряд частицы типа j; Φ – электрический потенциал черной дыры; $\Gamma_{j\omega lmp}$ – вероятность поглощения падающей частицы типа j с частотой ω, орбитальным квантовым числом l, магнитным квантовым числом m и поляризацией p.

Формула излучения Хокинга (1.68) имеет вид, схожий с распределениями Ферми и Бозе:

$$N = N_0 \frac{1}{\exp\left[\frac{\omega}{T}\right] \mp 1} , \tag{1.69}$$

где минус берется для случая бозонов, плюс – для фермионов. Поэтому можно описать черную дыру, как абсолютно черное тело с температурой:

$$T = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega\kappa}{\omega - m\Omega - q\Phi} . \tag{1.70}$$

После чего можно использовать классический закон излучения абсолютно черного тела:

$$\frac{dM}{dt} = -\sigma_{SB} S T^4 , \tag{1.71}$$

где M – масса черной дыры, S – площадь ее горизонта, T – температура черной дыры, σ_{SB} – постоянная Стефана-Больцмана. Зная мощность излучения, можно рассчитать время жизни черной дыры и относительное изменение ее массы за любой промежуток времени.

Оригинальный метод, используемый Хокингом, содержит громоздкие вычисления и не очень удобен. В нашей работе мы применим метод комплексных траекторий, описывающий излучение черной дыры как туннелирование частиц через ее горизонт [148]. Этот метод впервые был применен для описания испарения черных дыр С. Шанкаранараянаном, Т. Падманабханом и К. Сринивасаном

в работе [148]. Основным отличием метода является то, что в данном подходе в излучение Хокинга вкладываются не только пары частиц, возникающие вне горизонта и туннелирующие внутрь черной дыры, но частицы, возникающие под горизонтом и туннелирующие наружу. Для известных черных дыр (Шварцшильда, Рейснера - Нордстрёма) он дает тот же результат, что и метод Хокинга [148].

1.4.2 Метод вычисления температуры черной дыры

Метод определения температуры черной дыры [148; 149] состоит в использовании квазиклассического приближения волновой функции частицы в окрестности черной дыры и описании туннелирования частицы через потенциальный барьер горизонта событий.

В методе используется ряд приближений. Рассматривается невращающаяся черная дыра. Мы можем рассматривать статические черные дыры, так как вращающиеся черные дыры через излучение теряют момент быстрее, чем массу [150; 151]. Излучаемые черной дырой частицы можно считать бесспиновыми и безмассовыми. В рамках ОТО оправданность такого приближения подтверждает результат Пэйджа [150; 151], показывающий, что черная дыра испускает, в основном, безмассовые частицы с нулевым спином. В рамках модифицированных теорий гравитации можно рассматривать излучение безмассовых бесспиновых частиц, так как по их распределению можно определить температуру черной дыры, которая является характеристикой самой черной дыры и не зависит от того, излучение каких частиц мы рассматриваем. Это позволяет использовать волновую функцию без спиновой части для квантового описания массивной частицы в поле черной дыры [22]. Так как излучение происходит из-за процесса рождения и уничтожения виртуальных частиц, то мы так же будем считать время жизни виртуальных пар пренебрежимо малым.

Данные приближения определяют границы применимости метода. Метод не будет давать корректные результаты для черных дыр, не успевших полностью излучить момент. Также, метод будет становиться неприменимым для квантовых черных дыр, чьи времена жизни сопоставимы с временами жизни пар виртуальных частиц.

Рассмотрим стационарную сферически-симметричную черную дыру:

$$ds^2 = A(r)dt^2 - \frac{1}{B(r)}dr^2 - f(r)\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right), \tag{1.72}$$

где метрические функции $A(r), B(r), f(r)$ зависят только от радиальной координаты.

Приведенные выше приближения позволяют использовать обычную волновую функцию без спиновой части для квантового описания массивной частицы в поле черной дыры [22]. Волновым уравнением для волновой функции ψ массивной частицы будет уравнение Клейна-Гордона:

$$\Box\psi + m^2\psi = 0\ , \tag{1.73}$$

где m – масса частицы.

Определитель метрической матрицы равен:

$$g = -\frac{A(r)}{B(r)}f^2(r)\sin^2\theta\ . \tag{1.74}$$

Оператор Д'Аламбера можно преобразовать к виду:

$$\Box = \frac{1}{A}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{\sqrt{\frac{A}{B}}f}\frac{\partial}{\partial r}\left(\sqrt{AB}f\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{1}{f}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)\ . \tag{1.75}$$

Часть оператора Д'Аламбера, содержащая угловые переменные, является угловой частью оператора Лапласа в сферических координатах:

$$\Delta_{\theta\varphi} = \left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right). \tag{1.76}$$

Для угловой части оператора Лапласа собственными функциями являются сферические гармоники:

$$\Delta_{\theta,\varphi}Y_{lm}(\theta,\varphi) = -l(l+1)Y_{lm}(\theta,\varphi)\ . \tag{1.77}$$

Более того, угловая часть оператора Лапласа пропорциональна квадрату момента, поэтому в поле невращающейся черной дыры могут существовать состояния с определенным моментом и его проекцией, и их волновые функции будут иметь вид:

$$\psi(t,r,\theta,\varphi) = \Psi(t,r)Y_{lm}(\theta,\varphi)\ , \tag{1.78}$$

где l – момент частицы, m – проекция момента. Это позволит нам искать решение уравнения Клейна-Гордона (1.73) в виде (1.78).

Подставляя (1.75) и (1.78) в (1.73), получим уравнение:

$$\frac{1}{A}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} - \frac{1}{\sqrt{\frac{A}{B}}f}\frac{\partial}{\partial r}\left(\sqrt{AB}f\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right) + \frac{l(l+1)}{f}\Psi + m^2\Psi = 0 \ , \tag{1.79}$$

для части волновой функции, зависящей от радиальной координаты и времени. Далее, чтобы использовать квазиклассическое приближение для волновой функции, уйдем от используемой системы единиц $\hbar = 1$ и примем, что $\hbar$ является малой величиной, тогда волновую функцию можно представить как:

$$\Psi = \exp\left[\frac{i}{\hbar}(S_0 + \hbar S_1)\right] \ , \tag{1.80}$$

где S_0 – классическое действие, S_1 – квантовые поправки. При таком выборе Ψ соответствующие производные примут вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\Psi}{\partial t} = \left(\dfrac{i}{\hbar}\dfrac{\partial S_0}{\partial t} + i\dfrac{\partial S_1}{\partial t}\right)\Psi \ , \\ \dfrac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = \left(\dfrac{i}{\hbar}\dfrac{\partial^2 S_0}{\partial t^2} + i\dfrac{\partial^2 S_1}{\partial t^2} + \left(-\dfrac{1}{\hbar^2}\left(\dfrac{\partial S_0}{\partial t}\right)^2 - \left(\dfrac{\partial S_1}{\partial t}\right)^2 - 2\dfrac{1}{\hbar}\dfrac{\partial S_0}{\partial t}\dfrac{\partial S_1}{\partial t}\right)\right)\Psi \ , \\ \dfrac{\partial\Psi}{\partial r} = \left(\dfrac{i}{\hbar}\dfrac{\partial S_0}{\partial r} + i\dfrac{\partial S_1}{\partial r}\right)\Psi \ , \\ \dfrac{\partial^2\Psi}{\partial r^2} = \left(\dfrac{i}{\hbar}\dfrac{\partial^2 S_0}{\partial r^2} + i\dfrac{\partial^2 S_1}{\partial r^2} + \left(-\dfrac{1}{\hbar^2}\left(\dfrac{\partial S_0}{\partial r}\right)^2 - \left(\dfrac{\partial S_1}{\partial r}\right)^2 - 2\dfrac{1}{\hbar}\dfrac{\partial S_0}{\partial r}\dfrac{\partial S_1}{\partial r}\right)\right)\Psi \ . \end{cases} \tag{1.81}$$

Квазиклассическому случаю соответствует переход $\hbar \to 0$, и важны будут только наиболее быстро возрастающие члены, пропорциональные величине $\dfrac{1}{\hbar^2}$. Подставляя только члены ведущего порядка в (1.79), получим уравнение [148]:

$$\frac{1}{A}\left(\frac{\partial S_0}{\partial t}\right)^2 - B\left(\frac{\partial S_0}{\partial r}\right)^2 = 0 \ . \tag{1.82}$$

Решение уравнения (1.82) имеет вид [148]:

$$S_0(t_1,t_2,r_1,r_2) = E\int\limits_{t_1}^{t_2} dt \mp E\int\limits_{r_1}^{r_2}\frac{1}{\sqrt{AB}}dr \ , \tag{1.83}$$

где t_1, r_1 – начальная радиальная и временная координаты частицы, t_2, r_2 – конечная радиальная и временная координаты частицы. Туннелированию частицы через горизонт черной дыры соответствует случай, когда $t_1 < t_2$, $r_1 < r_2$ и точки r_1,r_2 лежат по разные стороны от горизонта. Знак перед вторым членом в уравнении (1.83), выбирается положительным, чтобы классический радиальный импульс $\partial S_0/\partial r$ был положительным [148].

Так как, мы рассматриваем случай черной дыры, то одна из функций A или B должна иметь особую точку, определяющую положение горизонта [22]. Вклад в S_0 в выражении (1.83) в диапазонах $(r_1, r_0 - \varepsilon)$ и $(r_0 + \varepsilon, r_2)$ (где $\varepsilon \to 0$) является действительным. Тогда разобьем интеграл [148]:

$$S_0 = -E \lim_{\varepsilon \to 0} \int\limits_{r_0-\varepsilon}^{r_0+\varepsilon} \frac{dr}{\sqrt{AB}} + (\text{real part}). \tag{1.84}$$

Здесь мы приняли во внимание, что туннелирование происхоит мгновенно.

Перенесем полюс в комплексную плоскость и обойдем его по замкнутому контуру. Для этого воспользуемся теоремой Коши, утверждающей, что, интеграл функции f, аналитической в некоторой замкнутой односвязной области $\overline{G} \subset \mathbb{C}$ за исключением конечного числа особых точек, по замкнутому контуру ∂G в комплексной плоскости равен сумме вычетов f во всех особых точках, лежащих внутри данного контура, помноженной на $2\pi i$. Тогда интеграл принимает вид [148]:

$$S_0 = -E \lim_{\varepsilon \to 0} \int\limits_{r_0-\varepsilon}^{r_0+\varepsilon} \frac{dr}{\sqrt{AB}} + (\text{real part}) = i\pi E \operatorname{res} \frac{1}{\sqrt{AB}} + (\text{real part})\ . \tag{1.85}$$

Теперь, зная вид квазиклассического действия и используя выражение (1.80), находим вероятность излучения частицы [148]:

$$P_{emission} = \exp\left[-\frac{4\pi E}{\hbar \operatorname{res} \dfrac{1}{\sqrt{AB}}}\right] P_{absorption}. \tag{1.86}$$

Так как в общем виде это выражение имеет вид [148]:

$$P_{emission} = \exp\left[-\frac{E}{T}\right] P_{absorption}, \tag{1.87}$$

то, таким образом, находим температуру черной дыры [148]:

$$T = -\frac{\hbar}{4\pi \operatorname{res} \dfrac{1}{\sqrt{AB}}} \,. \tag{1.88}$$

Данный результат качественно согласуется с результатами Пэйджа: температура зависит только от геометрических параметров черной дыры [150; 151]. Для известных черных дыр (Шварцшильда, Рейснера - Нордстрёма) он дает тот же результат, что и метод Хокинга [148]

Здесь приведен метод комплексных траекторий, который и будет использоваться в Главе 5 для получения температуры черной дыры Гаусса-Бонне. На основании этого результата будет вычислена начальная масса черной дыры Гаусса-Бонне, которая полностью испарится за время жизни Вселенной, и, сравнив ее с аналогичной величиной для черной дыры Шварцшильда, мы определим, возможно ли по наблюдениям гамма-всплесков отличить финальные стадии испарения этих двух черных дыр.

Глава 2. Проверка теории Хорндески (без учета эффектов экранирования) в двойных системах с пульсаром

Результаты данной главы основаны на публикации [32].

Основной целью этой главы является исследование гравитационного излучения от двойных систем с пульсаром в подклассе теории Хорндески без учета эффектов экранирования. В рамках исследования планируется получить выражение для изменения орбитального периода и, используя наблюдательные данные систем PSR J0737-3039 и PSR J1738-0333, наложить ограничения на параметры теории Хорндески. Наше исследование опирается на результаты полученные другими авторами и изложенные в Главе 1. В этой же главе мы приводим наши оригинальные результаты.

2.1 Гравитационное излучение в двойной системе с пульсаром

В Главе 1 рассматриваемый подкласс теории Хорндески был исследован в ближней зоне (вблизи источника), а также были получены уравнения движения в двойной системе. Здесь мы сфокусируемся на диссипативных эффектах в двойной системе с пульсаром: рассчитаем скорость потери энергии в связи с излучением гравитационных волн (включая монопольное, дипольное, квадрупольное и диполь-октупольное излучения), и получим их вклады в изменение орбитального периода. Однако, перед тем как перейти напрямую к вычислениям, необходимо найти псевдотензор энергии-импульса теории Хорндески.

2.1.1 Псевдотензор энергии-импульса

Вдали от локальной системы тензор энергии-импульса источника $T_{\mu\nu}$ можно считать равным нулю. Однако, влияние локальной системы на плоское пространство-время остается в форме гравитационного излучения. Это излу-

чение имеет энергию и импульс и описывается эффективным псевдотензором энергии-импульса.

Существует много различных методов для определения псевдотензора энергии-импульса [152; 153]. В работе [153] А. Саффером и соавторами было показано, что различные псевдотензоры в скалярно-тензорных теориях приводят к одному и тому же значению скорости потерь энергии в двойных системах. В данной работе будет использоваться метод Нётер, как наиболее удобный.

Рассмотрим общее действие:

$$\begin{aligned} S = & \int d^4x\sqrt{-g}[L_g(g_{\mu\nu}, \partial_\alpha g_{\mu\nu}, \partial_\alpha\partial_\beta g_{\mu\nu}, \varphi, \partial_\alpha\varphi, \partial_\alpha\partial_\beta\varphi) \\ + & L_m(q, \partial_\alpha q, \partial_\alpha\partial_\beta q, \varphi, \partial_\alpha\varphi, \partial_\alpha\partial_\beta\varphi)], \end{aligned} \tag{2.1}$$

где L_g - плотность гравитационного лагранжиана, L_m - плотность лагранжиана материи, q - материальные поля.

Вдали от локальной системы законы сохранения могут быть выражены как:

$$\partial_\alpha(\sqrt{-g}[T^\alpha_\gamma + t^\alpha_\gamma]) = 0. \tag{2.2}$$

Часть, содержащая плотность лагранжиана материи L_m, в (2.1) дает канонический тензор энергии-импульса материи. Оставшаяся величина t^α_γ - это искомый псевдотензор. Метод Нётер позволяет определить псевдотензор как:

$$\begin{aligned} t^\alpha_\gamma = & - \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\alpha g_{\mu\nu})}\partial_\gamma g_{\mu\nu} + \partial_\beta\left(\frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\alpha\partial_\beta g_{\mu\nu})}\right)\partial_\gamma g_{\mu\nu} - \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\alpha\partial_\beta g_{\mu\nu})}\partial_\beta\partial_\gamma g_{\mu\nu} \\ & - \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\alpha\varphi)}\partial_\gamma\varphi - \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\alpha\partial_\beta\varphi)}\partial_\beta\partial_\gamma\varphi + \partial_\beta\left(\frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\alpha\partial_\beta\varphi)}\right)\partial_\gamma\varphi + \delta^\alpha_\gamma L_g. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Вернемся к рассматриваемому подклассу теории Хорндески. Плотность гравитационного лагранжиана (1.4) с использованием разложений (1.7) сводит-

ся к

$$
\begin{aligned}
L_2 &= \frac{c^4}{16\pi}\Big(G_{2(2,0)}\psi^2 - \frac{1}{2}G_{2(0,1)}\partial_\mu\psi\partial^\mu\psi\Big),\\
L_3 &= \frac{c^4}{16\pi}G_{3(1,0)}\partial_\mu\psi\partial^\mu\psi,\\
L_4 &= \frac{c^4}{16\pi}\Bigg[\frac{G_{4(0,0)}}{4}\Big(4\partial_\mu\partial_\nu h^{\mu\nu} - 4\Box h - 8h^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\alpha h^\alpha_\nu + 4h^{\mu\nu}\Box h_{\mu\nu} - 4\partial_\alpha h^{\alpha\mu}\partial_\nu h^\nu_\mu\\
&\quad +4\partial_\mu h^{\mu\nu}\partial_\nu h + 4h^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu h + 3\partial_\alpha h^{\mu\nu}\partial^\alpha h_{\mu\nu} - \partial_\mu h\partial^\mu h - 2\partial_\alpha h^{\mu\nu}\partial_\mu h^\alpha_\nu\Big)\\
&\quad +G_{4(1,0)}\psi(\partial_\mu\partial_\nu h^{\mu\nu} - \Box h)\Bigg],\\
L_5 &= 0.
\end{aligned}
\tag{2.4}
$$

Согласно четырехмерному аналогу теоремы Остроградского-Гаусса полные производные могут быть удалены из действия (1.1). Оставшаяся часть выражается как

$$
\begin{aligned}
\sqrt{-g}L_2 &= \sqrt{-g}\frac{c^4}{16\pi}\Big(G_{2(2,0)}\psi^2 - \frac{1}{2}G_{2(0,1)}\partial_\mu\psi\partial^\mu\psi\Big),\\
\sqrt{-g}L_3 &= \sqrt{-g}\frac{c^4}{16\pi}\Big(G_{3(1,0)}\partial_\mu\psi\partial^\mu\psi\Big),\\
\sqrt{-g}L_4 &= \sqrt{-g}\frac{c^4}{16\pi}\Bigg[\frac{G_{4(0,0)}}{4}\Big(2\partial_\alpha h^{\alpha\mu}\partial_\nu h^\nu_\mu - 2\partial_\mu h^{\mu\nu}\partial_\nu h - \partial_\alpha h^{\mu\nu}\partial^\alpha h_{\mu\nu} + \partial_\mu h\partial^\mu h\Big)\\
&\quad - G_{4(1,0)}\partial_\mu\psi(\partial_\nu h^{\mu\nu} - \partial^\mu h)\Bigg],\\
\sqrt{-g}L_5 &= 0.
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

Выразим псевдотензор (2.3) в соответствии с (2.5):

$$
\begin{aligned}
t^\alpha_\gamma = &\quad \frac{c^4}{16\pi}\Bigg\{G_{2(0,1)}\partial_\gamma\psi\partial^\alpha\psi - 2G_{3(1,0)}\partial_\gamma\psi\partial^\alpha\psi + \frac{G_{4(0,0)}}{4}\Big(-4\partial_\nu h^{\nu\mu}\partial_\gamma h^\alpha_\mu\\
&+ 2\partial_\mu h^{\mu\alpha}\partial_\gamma h + 2\partial_\gamma h^{\mu\nu}\partial^\alpha h_{\mu\nu} - 2\partial_\gamma h\partial^\alpha h + 2\partial_\gamma h^{\alpha\nu}\partial_\nu h\Big) + G_{4(1,0)}\partial_\mu\psi\partial_\gamma h^{\mu\alpha}\\
&+ G_{4(1,0)}\partial_\gamma\psi(\partial_\nu h^{\alpha\nu} - \partial^\alpha h) - G_{4(1,0)}\partial^\alpha\psi\partial_\gamma h + \delta^\alpha_\gamma\Bigg[G_{2(2,0)}\psi^2\\
&+ \frac{G_{4(0,0)}}{4}\Big(2\partial_\alpha h^{\alpha\mu}\partial_\nu h^\nu_\mu - 2\partial_\mu h^{\mu\nu}\partial_\nu h + \partial_\mu h\partial^\mu h - \partial_\alpha h^{\mu\nu}\partial^\alpha h_{\mu\nu}\Big)\\
&- G_{4(1,0)}\partial_\mu\psi(\partial_\nu h^{\mu\nu} - \partial^\mu h)\Bigg]\Bigg\}.
\end{aligned}
\tag{2.6}
$$

Перейдем к новым переменным (1.15) и наложим поперечную-бесследовую калибровку (TT), включающую два условия $\partial_\mu \theta^{\mu\nu} = 0$ и $\eta_{\mu\nu}\theta^{\mu\nu} = 0$. Тогда псевдотензор примет вид

$$
\begin{aligned}
t^\alpha_\gamma = \quad & \frac{c^4}{16\pi}\Bigg\{\frac{G_{4(0,0)}}{2}\,\partial_\gamma \theta^{\mu\nu}_{TT}\partial^\alpha \theta^{TT}_{\mu\nu} - \partial_\gamma\psi\partial^\alpha\psi\left(2G_{3(1,0)} - G_{2(0,1)} - 3\frac{G^2_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}\right) \\
+ \quad & \delta^\alpha_\gamma\Bigg[G_{2(2,0)}\psi^2 + \frac{1}{2}\partial_\mu\psi\partial^\mu\psi\left(2G_{3(1,0)} - G_{2(0,1)} - 3\frac{G^2_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}\right) \\
- \quad & \frac{G_{4(0,0)}}{4}\partial_\alpha\theta^{\mu\nu}_{TT}\partial^\alpha\theta^{TT}_{\mu\nu}\Bigg]\Bigg\} = \frac{c^4}{16\pi}\Bigg[\frac{G_{4(0,0)}}{2}\,\partial_\gamma\theta^{\mu\nu}_{TT}\partial^\alpha\theta^{TT}_{\mu\nu} + \frac{G_{4(1,0)}}{2G_{4(0,0)}c_\psi}\partial_\gamma\psi\partial^\alpha\psi \\
+ \quad & \delta^\alpha_\gamma\left(G_{2(2,0)}\psi^2 - \frac{G_{4(0,0)}}{4}\partial_\alpha\theta^{\mu\nu}_{TT}\partial^\alpha\theta^{TT}_{\mu\nu} - \frac{G_{4(1,0)}}{4G_{4(0,0)}c_\psi}\partial_\mu\psi\partial^\mu\psi\right)\Bigg]. \qquad (2.7)
\end{aligned}
$$

В последнем шаге используется выражение для c_ψ из (1.19). Таким образом, конечный вид псевдотензора Нётер в TT-калибровке нами получен.

Перейдем к вычислению тензорного и скалярного потоков энергии.

2.1.2 Поток энергии

Гравитационные волны уносят энергию системы и искривляют пространство-время. Псевдотензор энергии-импульса включает различные характеристики импульса и энергии (плотности и потоки) гравитационных волн. Компонента t_{0i} представляет собой поток энергии [8; 11; 67], поэтому усредненная скорость изменения энергии двойной системы определяется как

$$\left\langle \dot{E} \right\rangle = -cr^2 \int d\Omega \left\langle t^{0r} \right\rangle, \qquad (2.8)$$

где угловые скобки представляют собой усреднение по периоду двойной системы, Ω - телесный угол.

В ОТО, поток энергии определяется распространением тензорной моды, но в массивной скалярно-тензорной теории, помимо тензорной появляется еще и скалярная мода. В волновой зоне (дальней зоне) материя отсутствует, и $T^{\alpha\gamma} = 0$, поэтому законы сохранения будут представлены как $\partial_\alpha t^{\alpha\gamma} = 0$. Так как в выражении для псевдотензора $t^{\alpha\gamma}$ нет смешанных компонент ($\theta_{\mu\nu}$ и ψ разделены), то тензорная и скалярная части псевдотензора могут быть рассмотрены раздельно. Тензорная часть псевдотензора энергии-импульса тогда

определяется как

$$t_{\alpha\gamma}(\theta^{TT}_{\mu\nu}) = \frac{c^4}{16\pi}\left[\frac{G_{4(0,0)}}{2}\ \partial_\gamma\theta^{\mu\nu}_{TT}\partial_\alpha\theta^{TT}_{\mu\nu} - \delta_{\alpha\gamma}\left(\frac{G_{4(0,0)}}{4}\partial_\mu\theta^{\mu\nu}_{TT}\partial^\mu\theta^{TT}_{\mu\nu}\right)\right], \qquad (2.9)$$

скалярная часть псевдотензора имеет вид:

$$t_{\alpha\gamma}(\psi) = \frac{c^4}{16\pi}\left[\frac{G_{4(1,0)}}{2G_{4(0,0)}c_\psi}\partial_\gamma\psi\partial_\alpha\psi + \delta_{\alpha\gamma}\left(G_{2(2,0)}\psi^2 - \frac{G_{4(1,0)}}{4G_{4(0,0)}c_\psi}\partial_\mu\psi\partial^\mu\psi\right)\right] \qquad (2.10)$$

Поток энергии, определяемый тензорной модой

Согласно (2.8) тензорная часть усредненного потока энергии, излучаемой в виде гравитационных волн, имеет вид:

$$\left\langle \dot{E}_g \right\rangle = -cr^2\int d\Omega\,\left\langle t^{0r}_{TT}(\theta_{\mu\nu})\right\rangle = \frac{c^5r^2}{16\pi}\int d\Omega\ \left\langle \frac{G_{4(0,0)}}{2}\ \partial_0\theta^{\mu\nu}_{TT}\partial_r\theta^{TT}_{\mu\nu}\right\rangle. \qquad (2.11)$$

Тензорная мода безмассовая и распространяется со скоростью света, $\theta_{ij}(t,r)$ принимает вид $(1/r)f_{ij}(t-r/c)$, поэтому на больших расстояниях $\partial_r\theta_{ij} = -\partial_0\theta_{ij}$ в лидирующем порядке. Используя этот факт, уравнение (2.11) упрощается до

$$\left\langle \dot{E}_g \right\rangle = -\frac{c^5r^2G_{4(0,0)}}{32\pi}\int d\Omega\ \left\langle \partial_0\theta^{\mu\nu}_{TT}\partial_0\theta^{TT}_{\mu\nu}\right\rangle. \qquad (2.12)$$

Вернемся к уравнению (1.16). Формальное решение имеет вид:

$$\theta_{\mu\nu} = \frac{4}{c^4G_{4(0,0)}}\int_N d^3\vec{r}'\frac{T_{\mu\nu}(t-|\vec{r}-\vec{r}'|/c)}{|\vec{r}-\vec{r}'|}. \qquad (2.13)$$

Здесь, $\vec{r}'$ находится в ближней зоне N, тогда как $\vec{r}$ расположена в дальней зоне (волновой зоне), таким образом $|\vec{r}'| \ll |\vec{r}|$. Учитывая это условие, можно разложить подынтегральную функцию по степеням $(\vec{n}\times\vec{r}')$ в приближении малых скоростей

$$\theta_{\mu\nu} = \frac{4}{rc^4G_{4(0,0)}}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{1}{c^l l!}\frac{\partial^l}{\partial t^l}\int_N T_{\mu\nu}(t-r/c,\vec{r}')(\vec{n}\times\vec{r}')^l d^3\vec{r}', \qquad (2.14)$$

где $\vec{n} = \vec{r}/r$ - единичный вектор в $\vec{r}$ направлении. Используя законы сохранения $\partial_\nu T^{\mu\nu} = 0$, можно выразить пространственные компоненты θ_{ij} до лидирующего порядка ($l = 0$):

$$\theta_{ij} = \frac{4}{rc^4G_{4(0,0)}}\int T_{ij}(t-r/c,\vec{r}')d^3\vec{r}' = \frac{2}{rc^6G_{4(0,0)}}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int T_{00}(t-r/c,\vec{r}')r'_ir'_jd^3\vec{r}'. \qquad (2.15)$$

В рамках ОТО в T_{00} присутствует только квадрупольный момент [17]. В рассматриваемом подклассе теории Хорндески монопольный и дипольный вклады также отсутствуют в тензорной части гравитационного излучения, а лидирующим является именно квадрупольный вклад.

Компонента T_{00} определяет плотность энергии. Лидирующий порядок вклада из T_{00} определяется как

$$T_{00} = \sum_a m_a c^2 \delta^3(\vec{r} - \vec{r}_a(t)). \tag{2.16}$$

Подставляя это выражение в уравнение (2.15), получаем

$$\theta_{ij} = \frac{2}{rc^4 G_{4(0,0)}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} M_{ij}\bigg|_{ret}, \tag{2.17}$$

где

$$M_{ij} = \sum_a m^a(\varphi) r_i^a(t) r_j^a(t) \tag{2.18}$$

квадрупольный момент. Индекс «ret» обозначает, что величина M_{ij} зависит от запаздывающего аргумента $t - r/c$.

Теперь найдем усредненный поток энергии тензорной части в терминах квадрупольных моментов:

$$\left\langle \dot{E}_g \right\rangle = -\frac{1}{5c^5 G_{4(0,0)}} \left\langle \dddot{M}^{kl} \dddot{M}_{kl} - \frac{1}{3} (\dddot{M}^{kk})^2 \right\rangle. \tag{2.19}$$

Для интегрирования по телесному углу используется тот факт, что $\theta_{ij}^{TT} = \Lambda_{ij,kl}\theta^{kl}$. Здесь $\Lambda_{ij,kl}$ - оператор проекции [31]. Точка над переменной обозначает производную по координатному времени.

Будем рассматривать только двойные системы с квазикруговыми орбитами, которые параметризуются как

$$\begin{aligned} x_1(t) &= -R_1 \cos(\omega t),\ y_1(t) = -R_1 \sin(\omega t),\ z_1 = 0; \\ x_2(t) &= R_2 \cos(\omega t),\ y_2(t) = R_2 \sin(\omega t),\ z_2 = 0, \end{aligned} \tag{2.20}$$

здесь R_a обозначает радиус орбиты двойной системы, а ω - орбитальная частота. Используя третий закон Кеплера (1.29), найдем конечную форму тензорной части усредненного потока энергии, излучаемой в виде гравитационных волн:

$$\begin{aligned} \left\langle \dot{E}_g \right\rangle = &- \frac{32\mu^2(\mathcal{G}_{12}m)^3}{5c^5 G_{4(0,0)} R^5} = -\frac{32\mu^2 m^3}{5c^5 G_{4(0,0)}^4 R^5} \Bigg\{ 1 + \Bigg[2c_\psi G_{4(1,0)} \left(1 - \frac{2s_b}{\varphi_0} \frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}} \right) \\ &- \frac{4s_a c_\psi G_{4(0,0)}}{\varphi_0} \left(1 - \frac{2s_b}{\varphi_0} \frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}} \right) \Bigg] \Bigg\}^3, \end{aligned} \tag{2.21}$$

где $R = R_1 + R_2$, и в случае квазикруговой орбиты в уравнении (1.29) $R = a$. Величина $\mathcal{G}_{12}$ – эффективная гравитационная постоянная между компонентами двойной системы (1.28).

Поток энергии, определяемый скалярной модой

Теперь рассмотрим потери энергии на скалярное излучение. Начнем с решения уравнения (1.17). Получение такого типа решений основано на использовании метода функции Грина [31; 64; 154]. Начнем рассмотрение с уравнения:

$$(\Box - m_\psi^2)G(r,r') = -4\pi\delta^4(r - r'). \tag{2.22}$$

Тогда формальное решение уравнения (1.17) принимает вид:

$$\psi(r) = 4G \int d^4r' S(r')G(r,r'), \tag{2.23}$$

где S - функция источника.

Будем использовать запаздывающую функцию Грина для оператора:

$$\begin{aligned} G(t - t',r - r') = & \quad \frac{\delta(c(t - t') - |r - r'|)}{|r - r'|} - \Theta(c(t - t') - |r - r'|) \\ & \times \frac{m_\psi J_1(m_\psi\sqrt{c^2(t - t')^2 - |r - r'|^2})}{\sqrt{c^2(t - t')^2 - |r - r'|^2}}, \end{aligned} \tag{2.24}$$

где J_1 - функция Бесселя первого типа, Θ - функция Хевисайда.

Конечное выражение для формального решения тогда определяется как

$$\begin{aligned} \psi = & - \frac{4c_\psi}{rc^4}\int_0^\infty dz J_1(z)\sum_{l=0}^{\infty}\frac{1}{c^l l!}\frac{\partial^l}{\partial t^l}\int_N d^3\vec{r}'(\vec{n}\times\vec{r}')^l\Bigg[S(t - r/c,\vec{r}') \\ & - \frac{S(t - ru(r,z)/c,\vec{r}')}{u^{l+1}(r,z)}\Bigg], \end{aligned} \tag{2.25}$$

где $S(t,r)$ - функция источника (1.20), $z = m_\psi\sqrt{c^2(t - t')^2 - |\vec{r} - \vec{r}'|^2}$, $u(r,z) = \sqrt{1 + (z/m_\psi r)^2}$. Здесь область интегрирования N принадлежит ближней зоне, а $|\vec{r}'| \ll |\vec{r}|$. Подставляя функцию источника $S(t,r)$ в явном виде (1.20) в (2.25)

и выполняя интегрирование по $\vec{r}'$, можно найти ψ в терминах скалярных мультипольных моментов $\mathcal{M}_l^L$:

$$\psi = \frac{4c_\psi}{rc^2}\int_0^\infty dz J_1(z)\sum_{l=0}^{\infty}\frac{1}{c^l l!}n_L\partial_t^l\mathcal{M}_l^L, \tag{2.26}$$

где

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_l^L &= \mathcal{M}_l^{i_1 i_2 \dots i_l}(t,r,z) = \sum_a\Big(M_a(t-r/c)r_a^L(t-r/c)\\ &-u^{-(l+1)}(r,z)M_a(t-ru(r,z)/c)r_a^L(t-ru(r,z)/c)\Big)\end{aligned} \tag{2.27}$$

и

$$\begin{aligned}M_a(t) &= m_a\Bigg[1-2\frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\frac{s_a}{\varphi_0}-\frac{v_a^2}{2c^2}\left(1-\frac{2G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\frac{s_a}{\varphi_0}\right)\\ &-3\sum_{b\neq a}\frac{m_b}{r_{ab}(t)c^2G_{4(0,0)}}\left(1-\frac{2G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\frac{s_b}{\varphi_0}\right)\\ &+\frac{6G_{4(1,0)}c_\psi}{c^2G_{4(0,0)}}\sum_{b\neq a}\frac{m_b}{r_{ab}(t)}e^{-m_\psi R}\left(1-\frac{2G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\frac{s_b}{\varphi_0}\right)\\ &-\sum_{b\neq a}\frac{m_b}{r_{ab}(t)c^2}e^{-m_\psi R}\left(1-\frac{2G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\frac{s_b}{\varphi_0}\right)\\ &\times\left(\frac{8c_\psi s_a}{\varphi_0}-\frac{8}{\varphi_0}\frac{2G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}(s_a'-s_a^2+s_a)c_\psi\right)\Bigg].\end{aligned} \tag{2.28}$$

Здесь $n_L = n_{i_1}n_{i_2}...n_{i_l}$, $r_a^L(t) = r_a^{i_1}(t)r_a^{i_2}(t)...r_a^{i_l}(t)$.

Потери энергии на скалярное излучение определяются как

$$\left\langle\dot{E}_\psi\right\rangle = -cr^2\int d\Omega\left\langle t^{0r}(\psi)\right\rangle = \frac{c^5r^2}{16\pi}\int d\Omega\ \left\langle\frac{G_{4(1,0)}}{2G_{4(0,0)}c_\psi}\ \partial_0\psi\partial_r\psi\right\rangle. \tag{2.29}$$

В выражении для скалярного потока энергии пространственная производная не будет равна временной по модулю, как в выражении для тензорного потока энергии, так как ψ не является функцией аргумента $(t-r/c)$, и зависимость от r - более сложная. Это происходит из-за присутствия ненулевой массы скалярного поля в уравнении (1.17). Явный вид временных и пространственных производных ψ выражается следующим образом:

$$\partial_0\psi = \frac{4c_\psi}{rc^2}\int_0^\infty dz J_1(z)\sum_{l=0}^{\infty}\frac{1}{c^{l+1}l!}n_L\partial_t^{l+1}\mathcal{M}_l^L, \tag{2.30}$$

$$\partial_r\psi = -\frac{4c_\psi}{rc^2}\int_0^\infty dz J_1(z)\sum_{l=0}^{\infty}\frac{1}{c^{l+1}l!}n_L\partial_t^{l+1}\mathcal{M}_{l+1}^L, \tag{2.31}$$

где скалярные мультипольные моменты $\mathcal{M}_{l+1}^L$ определяются как

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{l+1}^L &= \mathcal{M}_{l+1}^{i_1 i_2 \ldots i_l}(t,r,z) = \sum_a \Big(M_a(t-r/c) r_a^L(t-r/c) \\ &\quad - u^{-(l+2)}(r,z) M_a(t-ru(r,z)/c) r_a^L(t-ru(r,z)/c)\Big).\end{aligned} \tag{2.32}$$

Скалярный сектор включает в себя монопольный, дипольный, квадрупольный и диполь-октупольный вклады в излучение, и средняя скорость изменения энергии за счет скалярного излучения в терминах скалярных мультипольных моментов определяется как:

$$\begin{aligned}\left\langle \dot{E}_\psi \right\rangle = &- \frac{2c^5 G_{4(1,0)} c_\psi}{G_{4(0,0)}}\int dz_1 dz_2 J_1(z_1) J_2(z_2)\Big\langle \frac{1}{c^6}\dot{\mathcal{M}}_0\dot{\mathcal{M}}_1 + \frac{1}{6c^8}\Big(2\ddot{\mathcal{M}}_1^k\ddot{\mathcal{M}}_2^k \\ &+ \dot{\mathcal{M}}_0\dddot{\mathcal{M}}_3^{kk} + \dot{\mathcal{M}}_1\dddot{\mathcal{M}}_2^{kk}\Big) + \frac{1}{60c^{10}}\Big(2\dddot{\mathcal{M}}_2^{kl}\dddot{\mathcal{M}}_3^{kl} + \dddot{\mathcal{M}}_2^{kk}\dddot{\mathcal{M}}_3^{ll}\Big) \\ &+ \frac{1}{30c^{10}}\Big(\ddot{\mathcal{M}}_1^k\ddddot{\mathcal{M}}_4^{kll} + \ddot{\mathcal{M}}_2^k\ddddot{\mathcal{M}}_3^{kll}\Big)\Big\rangle,\end{aligned} \tag{2.33}$$

где использовано соотношение

$$\int \frac{d\Omega}{4\pi} n_{i_1} n_{i_2} \ldots n_{i_k} = \begin{cases} 0, & \text{для нечетного } k, \\ \frac{\delta_{i_1 i_2}\delta_{i_3 i_4}\ldots\delta_{i_{k-1} i_k} + \ldots}{(k+1)!!}, & \text{для четного } k, \end{cases}$$

здесь точки обозначают все возможные пары индексов.

Теперь получим временные производные скалярных монопольного, дипольного, квадрупольного и октупольного моментов для квазикруглой орбиты (2.20):

1. Монопольные моменты.

$$\dot{\mathcal{M}}_0 = \dot{\mathcal{M}}_1 = 0. \tag{2.34}$$

2. Дипольные моменты.

$$\begin{aligned}\ddot{\mathcal{M}}_1^k &= \mu R\omega^2\Big(A_d + \bar{A}_d\frac{\mu}{c^2 R}\Big)[\cos(\omega(t-r/c)) - u^{-2}\cos(\omega(t-ru/c)), \\ &\quad \sin(\omega(t-r/c)) - u^{-2}\sin(\omega(t-ru/c)), 0], \\ \ddot{\mathcal{M}}_2^k &= \mu R\omega^2\Big(A_d + \bar{A}_d\frac{\mu}{c^2 R}\Big)[\cos(\omega(t-r/c)) - u^{-3}\cos(\omega(t-ru/c)), \\ &\quad \sin(\omega(t-r/c)) - u^{-3}\sin(\omega(t-ru/c)), 0].\end{aligned} \tag{2.35}$$

3. Квадрупольные моменты.

$$\dddot{\mathcal{M}}_2^{kl} = \begin{pmatrix} \dddot{\mathcal{M}}_2^{11} & \dddot{\mathcal{M}}_2^{12} & 0 \\ \dddot{\mathcal{M}}_2^{12} & -\dddot{\mathcal{M}}_2^{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \dddot{\mathcal{M}}_3^{kl} = \begin{pmatrix} \dddot{\mathcal{M}}_3^{11} & \dddot{\mathcal{M}}_3^{12} & 0 \\ \dddot{\mathcal{M}}_3^{12} & -\dddot{\mathcal{M}}_3^{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{2.36}$$

где

$$\begin{aligned}
\dddot{\mathcal{M}}_2^{11} &= 4A_q\mu\omega^3R^2[\sin(2\omega(t-r/c)) - u^{-3}\sin(2\omega(t-ru/c))], \\
\dddot{\mathcal{M}}_2^{12} &= -4A_q\mu\omega^3R^2[\cos(2\omega(t-r/c)) - u^{-3}\cos(2\omega(t-ru/c))], \\
\dddot{\mathcal{M}}_3^{11} &= 4A_q\mu\omega^3R^2[\sin(2\omega(t-r/c)) - u^{-4}\sin(2\omega(t-ru/c))], \\
\dddot{\mathcal{M}}_3^{12} &= -4A_q\mu\omega^3R^2[\cos(2\omega(t-r/c)) - u^{-4}\cos(2\omega(t-ru/c))].
\end{aligned}$$

3. Октупольные моменты.

$$\begin{aligned}
\ddddot{\mathcal{M}}_3^{1kk} &= A_o\mu\omega^4R^3[\cos(\omega(t-r/c)) - u^{-4}\cos(\omega(t-ru/c))], \\
\ddddot{\mathcal{M}}_3^{2kk} &= A_o\mu\omega^4R^3[\sin(\omega(t-r/c)) - u^{-4}\sin(\omega(t-ru/c))], \\
\ddddot{\mathcal{M}}_4^{1kk} &= A_o\mu\omega^4R^3[\cos(\omega(t-r/c)) - u^{-5}\cos(\omega(t-ru/c))], \\
\ddddot{\mathcal{M}}_4^{2kk} &= A_o\mu\omega^4R^3[\sin(\omega(t-r/c)) - u^{-5}\sin(\omega(t-ru/c))].
\end{aligned}$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$
\begin{aligned}
A_d = & \quad \frac{2G_{4(0,0)}(s_2-s_1)}{G_{4(1,0)}\varphi_0}, \\
\bar{A}_d = & - \frac{7}{2G_{4(0,0)}}\left(\frac{m_2}{m_1}-\frac{m_1}{m_2}\right)+\frac{7}{G_{4(1,0)}\varphi_0}\left(\frac{m_2 s_1}{m_1}-\frac{m_1 s_2}{m_2}\right)+\frac{6}{G_{4(1,0)}\varphi_0}(s_1-s_2) \\
& + \frac{23}{4}c_\psi\frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}\left(\frac{m_2}{m_1}-\frac{m_1}{m_2}\right)+\frac{15c_\psi}{2\varphi_0}\left(\frac{m_1 s_2}{m_2}-\frac{m_2 s_1}{m_1}\right)+\frac{4c_\psi(s_1-s_2)}{\varphi_0} \\
& + \frac{12c_\psi}{\varphi_0}\left(\frac{m_1 s_1}{m_2}-\frac{m_2 s_2}{m_1}\right)+\frac{c_\psi(s_1+s_2)}{2\varphi_0}\left(\frac{m_2}{m_1}-\frac{m_1}{m_2}\right) \\
& + \frac{14G_{4(0,0)}s_1 s_2 c_\psi}{G_{4(1,0)}\varphi_0^2}\left(\frac{m_2}{m_1}-\frac{m_1}{m_2}\right)+\frac{8G_{4(0,0)}c_\psi}{G_{4(1,0)}\varphi_0^2}\left(\frac{m_2 s_1}{m_1}-\frac{m_1 s_2}{m_2}\right) \\
& + \frac{8G_{4(0,0)}c_\psi(s_1-s_2)}{G_{4(1,0)}\varphi_0^2}+\frac{16G_{4(0,0)}^2c_\psi}{G_{4(1,0)}^2\varphi_0^3}(s_1^2 s_2-s_2^2 s_1)+\frac{8G_{4(0,0)}c_\psi}{G_{4(1,0)}\varphi_0^2}(s_2^2-s_1^2) \\
& + \frac{9G_{4(0,0)}c_\psi}{G_{4(1,0)}\varphi_0^2}\left(\frac{s_2^2 m_1}{m_2}-\frac{s_1^2 m_2}{m_1}\right)+\frac{18G_{4(0,0)}^2c_\psi}{G_{4(1,0)}^2\varphi_0^3}\left(\frac{s_1^2 s_2 m_2}{m_1}-\frac{s_2^2 s_1 m_1}{m_2}\right) \\
& - \frac{16G_{4(0,0)}^2c_\psi}{G_{4(1,0)}^2\varphi_0^3}(s_1 s_2'-s_2 s_1')-\frac{8G_{4(0,0)}c_\psi}{G_{4(1,0)}\varphi_0^2}\left(\frac{m_2 s_1'}{m_1}-\frac{m_1 s_2'}{m_2}\right) \\
& - \frac{8G_{4(0,0)}c_\psi}{G_{4(1,0)}\varphi_0^2}(s_1'-s_2')+\frac{16G_{4(0,0)}^2c_\psi s_1 s_2}{G_{4(1,0)}^2\varphi_0^3}\left(\frac{m_1}{m_2}-\frac{m_2}{m_1}\right) \\
& - \frac{16G_{4(0,0)}^2c_\psi}{G_{4(1,0)}^2\varphi_0^3}\left(\frac{s_1 s_2' m_1}{m_2}-\frac{s_2 s_1' m_2}{m_1}\right), \\
A_q = & \quad 1-\frac{2G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}\varphi_0}\frac{s_2 m_1+s_1 m_2}{m}, \\
A_o = & \quad \frac{m_1-m_2}{m}-\frac{2G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}\varphi_0}\frac{s_2 m_1^2-s_1 m_2^2}{m^2}
\end{aligned}
\tag{2.37}
$$

Выражение для потока энергии за счет скалярного излучения состоит из дипольной, квадрупольной и диполь-октупольной компонент:

$$
\left\langle \dot{E}_\psi \right\rangle = \left\langle \dot{E}_\psi^D \right\rangle + \left\langle \dot{E}_\psi^Q \right\rangle + \left\langle \dot{E}_\psi^{DO} \right\rangle, \tag{2.38}
$$

где скалярная дипольная часть выражается как:

$$\begin{aligned}\left\langle \dot{E}^D_\psi \right\rangle &= -\frac{2G_{4(1,0)}c_\psi}{3c^3G_{4(0,0)}}\int\int dz_1dz_2J_1(z_1)J_2(z_2)\left\langle \ddot{\mathcal{M}}^k_1(z_1)\ddot{\mathcal{M}}^k_2(z_2)\right\rangle \\ &= -\frac{2G_{4(1,0)}c_\psi}{3c^3G_{4(0,0)}}\frac{\mu^2\mathcal{G}^2_{12}m^2}{R^4}\left(A^2_d + A_d\bar{A}_d\frac{2\mu}{c^2R}\right)\big[1-\cos(\omega r/c)\langle\cos(\omega ru/c)\rangle_2 \\ &- \sin(\omega r/c)\langle\sin(\omega ru/c)\rangle_2 - (\cos(\omega r/c) - \langle\cos(\omega ru/c)\rangle_2)\langle\cos(\omega ru/c)\rangle_3 \\ &- (\sin(\omega r/c) - \langle\sin(\omega ru/c)\rangle_2)\langle\sin(\omega ru/c)\rangle_3\big], \end{aligned} \tag{2.39}$$

скалярная квадрупольная часть представляет из себя:

$$\begin{aligned}\left\langle \dot{E}^Q_\psi \right\rangle &= -\frac{G_{4(1,0)}c_\psi}{15c^5G_{4(0,0)}}\int\int dz_1dz_2J_1(z_1)J_2(z_2)\left\langle \dddot{\mathcal{M}}^{kl}_2\dddot{\mathcal{M}}^{kl}_3\right\rangle \\ &= -\frac{32G_{4(1,0)}c_\psi}{15c^5G_{4(0,0)}}\frac{\mu^2\mathcal{G}^3_{12}m^3}{R^5}A^2_q\big[1-\cos(2\omega r/c)\langle\cos(2\omega ru/c)\rangle_3 - (\cos(2\omega r/c) \\ &-\sin(2\omega r/c)\langle\sin(2\omega ru/c)\rangle_3 - \langle\cos(2\omega ru/c)\rangle_3)\langle\cos(2\omega ru/c)\rangle_4 \\ &-(\sin(2\omega r/c) - \langle\sin(2\omega ru/c)\rangle_3)\langle\sin(2\omega ru/c)\rangle_4\big], \end{aligned} \tag{2.40}$$

скалярная диполь-октупольная часть имеет вид:

$$\begin{aligned}\left\langle \dot{E}^{DO}_\psi \right\rangle &= -\frac{G_{4(1,0)}c_\psi}{15c^5G_{4(0,0)}}\int\int dz_1dz_2J_1(z_1)J_2(z_2)\left\langle\left(\ddot{\mathcal{M}}^k_1\ddddot{\mathcal{M}}^{kll}_4 + \ddot{\mathcal{M}}^k_2\ddddot{\mathcal{M}}^{kll}_3\right)\right\rangle \\ &= \frac{G_{4(1,0)}c_\psi}{15c^5G_{4(0,0)}}\frac{\mu^2\mathcal{G}^3_{12}m^3}{R^5}A_dA_o\big[2-\cos(\omega r/c)\big(\langle\cos(\omega ru/c)\rangle_2 \\ &+\langle\cos(\omega ru/c)\rangle_3 + \langle\cos(\omega ru/c)\rangle_4 + \langle\cos(\omega ru/c)\rangle_5\big) \\ &-\sin(\omega r/c)\big(\langle\sin(\omega ru/c)\rangle_2 + \langle\sin(\omega ru/c)\rangle_3 + \langle\sin(\omega ru/c)\rangle_4 \\ &+\langle\sin(\omega ru/c)\rangle_5\big) + \langle\cos(\omega ru/c)\rangle_2)\langle\cos(\omega ru/c)\rangle_5 \\ &+\langle\cos(\omega ru/c)\rangle_3)\langle\cos(\omega ru/c)\rangle_4 + \langle\sin(\omega ru/c)\rangle_2)\langle\sin(\omega ru/c)\rangle_5 \\ &+\langle\sin(\omega ru/c)\rangle_3)\langle\sin(\omega ru/c)\rangle_4\big]. \end{aligned} \tag{2.41}$$

Здесь был использован третий закон Кеплера (1.29), и введены следующие обозначения для интегралов:

$$\left\langle\sin\left(\frac{\omega ru}{c}\right)\right\rangle_n \equiv \int_0^\infty \sin\left(\frac{\omega r}{c}\sqrt{1+\left(\frac{z}{m_\psi r}\right)^2}\right)\frac{J_1(z)dz}{\left[1+\left(\frac{z}{m_\psi r}\right)^2\right]^{n/2}}, \tag{2.42}$$

$$\left\langle\cos\left(\frac{\omega ru}{c}\right)\right\rangle_n \equiv \int_0^\infty \cos\left(\frac{\omega r}{c}\sqrt{1+\left(\frac{z}{m_\psi r}\right)^2}\right)\frac{J_1(z)dz}{\left[1+\left(\frac{z}{m_\psi r}\right)^2\right]^{n/2}}. \tag{2.43}$$

Получим полную мощность скалярного излучения и найдем значения интегралов в пределе $r \to \infty$:

$$\lim_{r\to\infty}\left\langle \sin\left(\frac{\omega r u}{c}\right)\right\rangle_n \equiv \begin{cases} \sin(\frac{\omega r}{c}) - \left(\frac{v_\psi(\omega)}{c}\right)^{n-1}\cos(\omega r v_\psi(\omega)), \\ \text{для } \omega > cm_\psi, \\ \\ \sin(\frac{\omega r}{c}) - \frac{(-1)^{n-1}-1}{2}\left(\frac{v_\psi(\omega)}{c}\right)^{n-1} e^{-i\omega r v_\psi(\omega)}, \\ \text{для } \omega < cm_\psi, \end{cases} \tag{2.44}$$

и

$$\lim_{r\to\infty}\left\langle \cos\left(\frac{\omega r u}{c}\right)\right\rangle_n \equiv \begin{cases} \cos(\frac{\omega r}{c}) - \left(\frac{v_\psi(\omega)}{c}\right)^{n-1}\cos(\omega r v_\psi(\omega)), \\ \text{для } \omega > cm_\psi, \\ \\ \cos(\frac{\omega r}{c}) - \frac{(-1)^{n-1}+1}{2}\left(\frac{v_\psi(\omega)}{c}\right)^{n-1} e^{-i\omega r v_\psi(\omega)}, \\ \text{для } \omega < cm_\psi, \end{cases} \tag{2.45}$$

где $v_\psi(\omega) = c\sqrt{1 - m_\psi^2 c^2/\omega^2}$ - скорость распространения скалярного излучения.

В итоге, получим выражение для дипольного

$$\left\langle \dot{E}_\psi^D \right\rangle = -\frac{2G_{4(1,0)}c_\psi}{3c^3 G_{4(0,0)}}\frac{\mu^2\mathcal{G}_{12}^2 m^2}{R^4}\left(A_d^2 + A_d\bar{A}_d\frac{2\mu}{c^2 R}\right)\left(\frac{v_\psi(\omega)}{c}\right)^3\Theta(\omega - cm_\psi), \tag{2.46}$$

квадрупольного

$$\left\langle \dot{E}_\psi^Q \right\rangle = -\frac{32G_{4(1,0)}c_\psi}{15c^5 G_{4(0,0)}}\frac{\mu^2\mathcal{G}_{12}^3 m^3}{R^5}A_q^2\left(\frac{v_\psi(2\omega)}{c}\right)^5\Theta(2\omega - cm_\psi), \tag{2.47}$$

и диполь-октупольного

$$\left\langle \dot{E}_\psi^{DO} \right\rangle = \frac{G_{4(1,0)}c_\psi}{15c^5 G_{4(0,0)}}\frac{\mu^2\mathcal{G}_{12}^3 m^3}{R^5}A_d A_o\left(\frac{v_\psi(\omega)}{c}\right)^5\Theta(\omega - cm_\psi) \tag{2.48}$$

вклада в мощность скалярного излучения.

Важно подчеркнуть, что отличительной особенностью данной работы является то, что здесь рассматриваются ПН поправки к дипольному члену и

скалярный диполь-октупольный член, которые будут отсутствовать, если пренебречь членами порядка $O(1/c^4)$ при рассмотрении выражений для ψ. Таким образом, нами было получено наиболее полное выражение для мощности скалярного излучения.

Полная мощность скалярного излучения выражается как

$$\begin{aligned}\left\langle \dot{E}_\psi \right\rangle = & \left\langle \dot{E}_g^Q \right\rangle + \left\langle \dot{E}_\psi^D \right\rangle + \left\langle \dot{E}_\psi^Q \right\rangle + \left\langle \dot{E}_\psi^{DO} \right\rangle = -\frac{32\mu^2(\mathcal{G}_{12}m)^3}{5c^5 G_{4(0,0)} R^5} \\ & \times \left[1 + \frac{5c^2 G_{4(1,0)} c_\psi R}{48\mathcal{G}_{12}m}\left(A_d^2 + A_d\bar{A}_d\frac{2\mu}{c^2R}\right)\left(\frac{v_\psi(\omega)}{c}\right)^3 \Theta(\omega - cm_\psi)\right. \\ & + \frac{G_{4(1,0)}c_\psi}{3} A_q^2 \left(\frac{v_\psi(2\omega)}{c}\right)^5 \Theta(2\omega - cm_\psi) \\ & \left. - \frac{G_{4(1,0)}c_\psi}{96} A_d A_o \left(\frac{v_\psi(\omega)}{c}\right)^5 \Theta(\omega - cm_\psi)\right]. \end{aligned} \tag{2.49}$$

Согласно уравнению (2.49) в отличие от других вкладов, диполь-октупольный член имеет противоположный знак и описывает отрицательный вклад в поток энергии в том же ПН порядке, что и вклад от квадрупольного излучения.

Используя уравнения (1.30) и (1.31), находим конечный вид выражения для изменения орбитального периода:

$$\begin{aligned}\frac{\dot{P}_b^{th}}{P_b} = & -\frac{96\mu(\mathcal{G}_{12}m)^2}{5c^5 G_{4(0,0)} R^4}\left[1 + \frac{5c^2 G_{4(1,0)} c_\psi R}{48\mathcal{G}_{12}m}\left(A_d^2 + A_d\bar{A}_d\frac{2\mu}{c^2R}\right)\left(\frac{v_\psi(\omega)}{c}\right)^3 \Theta(\omega - cm_\psi)\right. \\ & + \frac{G_{4(1,0)}c_\psi}{3} A_q^2 \left(\frac{v_\psi(2\omega)}{c}\right)^5 \Theta(2\omega - cm_\psi) \\ & \left. - \frac{G_{4(1,0)}c_\psi}{96} A_d A_o \left(\frac{v_\psi(\omega)}{c}\right)^5 \Theta(\omega - cm_\psi)\right], \end{aligned} \tag{2.50}$$

где индекс «th» обозначает выражение, полученное в рамках рассматриваемого подкласса теории Хорндески. Согласно уравнению (2.50), главный вклад в скалярное излучение дает дипольный член. Также из выражений (2.37) можно увидеть, что вклад скалярного дипольного излучения зависит от разности $(s_1 - s_2)$. Таким образом, скалярное дипольное излучение должно быть наиболее заметно в смешанных двойных системах, где эта разность чувствительностей достигает максимальных значений.

Здесь и далее учтем, что $m_\psi < \omega/c$, поэтому $\Theta(\omega - cm_\psi) = 1$. Используя третий закон Кеплера (1.29) (для квазикруговой орбиты $a = R$) и выражение для скорости скалярного излучения $v_\psi(\omega)$, уравнение (2.50) может быть

переписано как

$$\frac{\dot{P}_b^{th}}{\dot{P}_b^{GR}} = \frac{\mathcal{G}_{12}^{\frac{2}{3}}}{G^{\frac{5}{3}}G_{4(0,0)}}\left\{1+\frac{5G_{4(1,0)}c_\psi}{48}\left(\frac{P_b c^3}{2\pi m\mathcal{G}_{12}}\right)^{\frac{2}{3}}\left[A_d^2+\frac{2\mu}{c^2}A_d\bar{A}_d\left(\frac{4\pi^2}{P_b^2 m\mathcal{G}_{12}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]\right.$$
$$\times\left(1-\frac{m_\psi^2c^2P_b^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{3}{2}}+\frac{G_{4(1,0)}c_\psi}{3}A_q^2\left(1-\frac{m_\psi^2c^2P_b^2}{16\pi^2}\right)^{\frac{5}{2}}$$
$$\left.-\frac{G_{4(1,0)}c_\psi}{96}A_dA_o\left(1-\frac{m_\psi^2c^2P_b^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{5}{2}}\right\}, \tag{2.51}$$

где $\dot{P}_b^{GR}$ - величина изменения орбитального периода, предсказываемая ОТО [75]:

$$\dot{P}_b^{GR} = -\frac{192\pi\mu}{5c^5m}\left(\frac{2\pi Gm}{P_b}\right)^{\frac{5}{3}}. \tag{2.52}$$

Таким образом нами было получено полное выражение для изменения орбитального периода, предсказываемого рассматриваемым подклассом теории Хорндески:

$$
\begin{aligned}
\dot{P}_b^{th} = & - \frac{192\pi\mu}{5m}\left(\frac{2\pi m}{c^3 G_{4(0,0)} P_b}\right)^{\frac{5}{3}}\Bigg\{1+\Bigg[2c_\psi G_{4(1,0)}\left(1-\frac{2s_2}{\varphi_0}\frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right) \\
& - \frac{4s_1 c_\psi G_{4(0,0)}}{\varphi_0}\left(1-\frac{2s_2}{\varphi_0}\frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right)\Bigg]\Bigg\}^{\frac{2}{3}}\Bigg\{1+\frac{5c^2 c_\psi G_{4(0,0)}(s_2-s_1)}{24\varphi_0} \\
& \times \Bigg\{\left(\frac{2G_{4(0,0)}(s_2-s_1)}{G_{4(1,0)}\varphi_0}\right)\left(\frac{P_b G_{4(0,0)}}{2\pi m}\right)^{2/3}\Bigg(1+\Bigg[2c_\psi G_{4(1,0)}\left(1-\frac{2s_2}{\varphi_0}\frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right) \\
& - \frac{4s_1 c_\psi G_{4(0,0)}}{\varphi_0}\left(1-\frac{2s_2}{\varphi_0}\frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right)\Bigg]\Bigg)^{-2/3} + \frac{2\mu G_{4(0,0)}}{c^2 m}\Bigg[-\frac{7}{2G_{4(0,0)}}\left(\frac{m_2}{m_1}-\frac{m_1}{m_2}\right) \\
& + \frac{1}{G_{4(1,0)}\varphi_0}\left(\frac{7m_2 s_1}{m_1}-\frac{7m_1 s_2}{m_2}+6s_1-6s_2\right)+\frac{23}{4}c_\psi\frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}\left(\frac{m_2}{m_1}-\frac{m_1}{m_2}\right) \\
& + \frac{c_\psi}{\varphi_0}\left(\frac{7m_1 s_2}{m_2}-\frac{7m_2 s_1}{m_1}+\frac{23m_1 s_1}{2m_2}-\frac{23m_2 s_2}{2m_1}+4s_1-4s_2\right)+\frac{G_{4(0,0)}c_\psi}{G_{4(1,0)}\varphi_0^2} \\
& \times \Bigg(\frac{14s_1 s_2 m_2}{m_1}-\frac{14s_1 s_2 m_1}{m_2}+8s_1-8s_2+\frac{8m_2 s_1}{m_1}-\frac{8m_1 s_2}{m_2}+\frac{9s_2^2 m_1}{m_2}-\frac{9s_1^2 m_2}{m_1} \\
& - \frac{8m_2 s_1'}{m_1}+\frac{8m_1 s_2'}{m_2}-8s_1'+8s_2'+8s_2^2-8s_1^2\Bigg)+\frac{G_{4(0,0)}^2 c_\psi}{G_{4(1,0)}^2\varphi_0^3}\Bigg(\frac{18s_1^2 s_2 m_2}{m_1} \\
& - \frac{18s_2^2 s_1 m_1}{m_2}+16s_1^2 s_2-16s_2^2 s_1+\frac{16m_1}{m_2}-\frac{16m_2}{m_1}-\frac{16s_1 s_2' m_1}{m_2}+\frac{16s_2 s_1' m_2}{m_1} \\
& - 16s_1 s_2'+16s_2 s_1'\Bigg)\Bigg]\Bigg(1+\Bigg[2c_\psi G_{4(1,0)}\left(1-\frac{2s_2}{\varphi_0}\frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right) \\
& - \frac{4s_1 c_\psi G_{4(0,0)}}{\varphi_0}\left(1-\frac{2s_2}{\varphi_0}\frac{G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\right)\Bigg]\Bigg)^{-1}\Bigg\}\left[1-\left(\frac{P_b c m_\psi}{2\pi}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} \\
& + \frac{G_{4(1,0)}c_\psi}{3}\left(1-\frac{2G_{4(0,0)}(s_2 m_1+s_1 m_2)}{G_{4(1,0)}m\varphi_0}\right)^2\left[1-\left(\frac{P_b c m_\psi}{4\pi}\right)^2\right]^{\frac{5}{2}} \\
& - \frac{c_\psi}{96}\left(\frac{2G_{4(0,0)}(s_2-s_1)}{\varphi_0}\right)\left(\frac{m_1-m_2}{m}-\frac{2G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}\varphi_0}\frac{s_2 m_1^2-s_1 m_2^2}{m^2}\right) \\
& \times \left[1-\left(\frac{P_b c m_\psi}{2\pi}\right)^2\right]^{\frac{5}{2}}\Bigg\}
\end{aligned}
\tag{2.53}
$$

2.2 Наложение ограничений на теорию Хорндески

В настоящий момент ОТО описывает все наблюдательные данные, получаемые от двойных систем с пульсаром, в пределах погрешности астрономических наблюдений [155—163]. Поэтому все отклонения от ОТО, предсказываемые модифицированными теориями гравитации, должны быть меньше существующей точности измерений. Этот факт позволяет получить очень строгие ограничения на рассматриваемый подкласс теории Хорндески.

Наблюдаемое значение изменения орбитального периода $\dot{P}_b^{obs}$ включает в себя различные компоненты, которые имеют разную природу: внутренние и кинематические эффекты [19; 164]. Для данной задачи внутренняя часть более интересна $\dot{P}_b^{intr}$, так как доминирующий элемент этой компоненты появляется вследствие гравитационного излучения. Помимо этого, внутренняя часть включает и другие эффекты [19; 164], но на текущей стадии нами будут рассматриваться только такие системы, где основной вклад в эту величину дает именно излучение гравитационных волн.

Ограничения на рассматриваемую теорию могут быть получены из сравнения величины изменения орбитального периода, предсказываемой в рамках теории, $\dot{P}_b^{th}/\dot{P}_b^{GR}$ с наблюдаемой величиной $\dot{P}_b^{intr}/\dot{P}_b^{GR}$ на доверительном уровне 95%:

$$\left|\frac{\dot{P}_b^{th}}{\dot{P}_b^{GR}} - \frac{\dot{P}_b^{intr}}{\dot{P}_b^{GR}}\right| \leqslant 2\sigma, \tag{2.54}$$

где σ - стандартное отклонение.

Скалярное дипольное излучение преобладает в предсказаниях массивных скалярно-тензорных теорий гравитации для изменения орбитального периода. Вклад скалярной дипольной части наиболее заметен в двойных смешанных системах [8; 11; 67; 165]. Протестируем массивную скалярно-тензорную модель в системе PSR J1738+0333. Эта система имеет наиболее точные наблюдательные данные среди всех смешанных двойных квазикруговых систем. Масса белого карлика и соотношение масс были получены в работах Дж. Антониадиса и соавторов [166] и П. Фрейре и соавторов [160] теоретически-независимым путем (в предположении, что непертурбативные эффекты сильного поля отсутствуют, а вкладами высших порядков по степеням энергий гравитационной связи

Таблица 1 — Параметры PSR J1738+0333 [160; 166]

Параметр	Физическое значение	Наблюдаемое значение
P_b	орбитальный период	0.3547907398724(13) сут.
e	эксцентриситет	$0.34(11) \times 10^{-6}$
$\dot{P}_b^{obs}$	наблюдаемое значение изменения P_b	$-0.170(31) \times 10^{-13}$
$\dot{P}_b^{intr}$	внутреннее значение изменения P_b	$-0.259(32) \times 10^{-13}$
$\dot{P}_b^{intr}/\dot{P}_b^{GR}$	отношение величин $\dot{P}_b^{intr}$ и $\dot{P}_b^{GR}$	0.93(13)
m_1	масса пульсара	$1.46^{+0.06}_{-0.05}\ M_\odot$
m_2	масса белого карлика	$0.181^{+0.007}_{-0.005}\ M_\odot$
m	общая масса системы	$1.65^{+0.07}_{-0.06}\ M_\odot$

тел можно пренебречь). Орбитальные параметры для системы PSR J1738+0333 представлены в Таблице 1.

Дипольное излучение дает лидирующий вклад в скалярную часть изменения орбитального периода, поэтому можно пренебречь остальными вкладами в скалярное излучение. Таким образом, изменение орбитального периода (2.53) имеет вид:

$$\frac{\dot{P}_b^{th}}{\dot{P}_b^{GR}} = \frac{\mathcal{G}_{12}^{\frac{2}{3}}}{G^{\frac{5}{3}} G_{4(0,0)}} \left[1 + \frac{5c_\psi}{12} \left(\frac{P_b c^3}{2\pi m \mathcal{G}_{12}} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{G_{4(0,0)}^2 (s_{NS} - s_{WD})^2}{G_{4(1,0)} \varphi_0^2} \right) \left(1 - \frac{m_\psi^2 c^2 P_b^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right], \tag{2.55}$$

где s_{NS} - чувствительность нейтронной звезды, а s_{WD} - чувствительность белого карлика.

Используя (2.54) и (2.55), получим следующие ограничения на рассматриваемый подкласс теории Хорндески:

$$\left| \frac{\mathcal{G}_{12}^{\frac{2}{3}}}{G^{\frac{5}{3}} G_{4(0,0)}} \left[1 + \frac{4.9c_\psi}{\mathcal{G}_{12}^{\frac{2}{3}}} \left(1 - 2 \times 10^{28} m_\psi^2 \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{G_{4(0,0)}^2 (s_{NS} - s_{WD})^2}{G_{4(1,0)} \varphi_0^2} \right) \right] - 0.93 \right| \leqslant 0.26. \tag{2.56}$$

Из условия $m_\psi < \omega/c$ находим ограничения на массу скалярного поля (см. Таблицу 1):

$$m_\psi < 7 \times 10^{-15} (\mathrm{cm}^{-1}). \tag{2.57}$$

Таблица 2 — Параметры PSR J0737-3039 [157]

Параметр	Физический смысл	Наблюдаемое значение
P_b	орбитальные период	0.10225156248(5) сут.
e	эксцентриситет	0.0877775(9)
$\dot{P}_b^{obs}$	наблюдаемое значение изменения P_b	$-1.252(17) \times 10^{-12}$
$\dot{P}_b^{obs}/\dot{P}_b^{GR}$	отношение величин $\dot{P}_b^{obs}$ и $\dot{P}_b^{GR}$	1.003(14)
m_1	масса первого пульсара	1.3381(7) $M_\odot$
m_2	масса второго пульсара	1.2489(7) $M_\odot$
m	общая масса системы	2.58708(16) $M_\odot$

Вообще говоря, чем больше период системы, тем более точные ограничения на массу скалярного поля будут получены. Однако для систем с большим орбитальным периодом сложно измерить величину $\dot{P}_b$ с высокой точностью. Поэтому, наилучшими лабораториями для проверки скалярно-тензорных теорий гравитации являются системы с достаточно большим орбитальным периодом, но при этом и с хорошо измеренным значением изменения орбитального периода.

В общем случае скалярно-тензорных теорий, смешанные двойные системы дают ограничения лучше, чем двойные системы, состоящие из двух нейтронных звезд, благодаря ненулевой разности чувствительностей. Однако, не все скалярно-тензорные модели предсказывают наличие чувствительностей.

Если теория не предсказывает наличие чувствительностей, тогда в выражении для изменения орбитального периода $\dot{P}_b^{th}$ остаются только квадрупольные члены, независимо от типа двойной системы с пульсаром. В этом случае наилучшие ограничения могут быть найдены из двойных систем с наиболее точно измеренным значением величины $\dot{P}_b^{obs}/\dot{P}_b^{GR}$. Двойной пульсар PSR J0737-3039 является такой системой [157; 167].

Система PSR J0737-3039 представляет собой единственный известный двойной пульсар. Оба компонента являются пульсарами, поэтому наблюдательные данные этой системы являются наиболее точными среди всех известных двойных систем с пульсарами. Данные PSR J0737-3039 представлены в Таблице 2 [157; 167].

В PSR J0737-3039 кинематический вклад в изменение орбитального периода пренебрежимо мал [157; 167]. Таким образом, величины $\dot{P}_b^{obs}$ и $\dot{P}_b^{intr}$ практически совпадают (в пределах наблюдаемой точности). Используя метод (2.54) и наблюдательные данные из Таблицы 2, можно получить следующие ограничения на скалярно-тензорные модели без чувствительностей:

$$\left|1.003 - \frac{\mathcal{G}_{12}^{\frac{2}{3}}}{G^{\frac{5}{3}} G_{4(0,0)}}\left[1 + \frac{G_{4(1,0)} c_\psi}{3}\left(1 - 4 \times 10^{26} m_\psi^2\right)^{\frac{5}{2}}\right]\right| \leqslant 0.028. \tag{2.58}$$

Важно подчеркнуть, что эти ограничения не зависят от значений масс компонент системы. Поэтому данная оценка является корректной независимо от метода, которым были получены массы компонент системы.

Наблюдательные данные PSR J0737-3039 позволяют наложить следующие ограничения на массу скалярного поля:

$$m_\psi < 5 \times 10^{-14} (\mathrm{cm}^{-1}). \tag{2.59}$$

Эти ограничения определяются только орбитальным периодом двойной системы и не зависят от конкретного выбора скалярно-тензорной модели.

2.3 Обсуждение результатов

В данной главе нами был рассмотрен подкласс теории Хорндески без экранирующих механизмов в сильном поле двойных систем с пульсаром. Мы нашли выражение для изменения орбитального периода $\dot{P}_b^{th}$ в рамках рассматриваемой модели для систем с квазикруговыми орбитами. Нами было показано, что орбитальный период двойной системы будет изменяться как из-за тензорного, так и из-за скалярного излучения.

Предсказания для тензорного гравитационного излучения совпадают с предсказаниями ОТО [11] с точностью до эффективной гравитационной постоянной $\mathcal{G}_{ab}$ между телами a и b. В тензорном секторе не будет ни монопольного, ни дипольного излучений.

Скалярный сектор включает монопольный, дипольный, квадрупольный и диполь-октупольный члены. Помимо этого, нами было рассмотрено влияние ПН поправок к дипольному члену на итоговое скалярное излучение. Монопольный

член не возникает при рассмотрении систем с квазикруговыми орбитами, все остальные же члены дают свой вклад. Слагаемое, описывающее диполь-октупольное излучение, имеет противоположный знак относительно всех остальных слагаемых и описывает приток энергии в двойную систему.

Для проверки теории и наложения на нее ограничений нами была выбрана смешанная двойная система с пульсаром PSR J1738-0333 [166]. Эта система в настоящий момент имеет наиболее точные наблюдательные данные среди всех смешанных систем с малым эксцентриситетом. Мы показали, что в скалярном секторе лидирующий вклад в изменение орбитального периода будет давать дипольный член. Поэтому основное наше внимание было направлено именно на этот вклад, а также на тензорное квадрупольное излучение.

Все члены, определяющие скалярное излучение, зависят от скорости распространения массивной скалярной моды $v_\psi(\omega, m_\psi)$. Нами было показано, что ограничения на массу скалярного поля m_ψ не зависят от выбора конкретной скалярно-тензорной теории гравитации, а целиком определяются значением орбитального периода двойной системы P_b. Причем, чем больше значение орбитального периода, тем более строгие ограничения накладываются на массу скалярного поля.

Не все скалярно-тензорные теории предсказывают наличие чувствительностей. В модели без чувствительностей будет существовать только квадрупольное излучение (как скалярное, так и тензорное). В таких теориях наилучшие ограничения могут быть получены из системы двойного пульсара PSR J0737-3039 на все параметры, кроме массы скалярного поля.

В данной работе впервые были рассмотрены ПН поправки к скалярному дипольному члену и скалярный диполь-октупольный член в скалярно-тензорной теории без экранирующих механизмов. Эти поправки имеют тот же ПН порядок, что и скалярный квадрупольный член, поэтому ими нельзя пренебрегать априори.

Важным аспектом данной работы является доказательство несправедливости равенства $\partial_r\psi = -\partial_0\psi$ (см. уравнения (2.30) и (2.31)) в массивных скалярно-тензорных теориях без экранирующих механизмов, ранее предполагаемого справедливым в похожих задачах [31].

Таким образом, нами были найдены ограничения на наиболее общую скалярно-тензорную теорию гравитации Хорндески (без учета эффектов экранирования) из наблюдательных данных систем, содержащих пульсар. Этот

результат может быть использован для получения ограничений на любую скалярно-тензорную теорию (а также модель, имеющую скалярно-тензорное представление), которая не нуждается в экранирующих механизмах. Это утверждение будет проверено в Главе 4 на примере массивной теории Бранса-Дикке и гибридной f(R)-гравитации.

Глава 3. ППН формализм в гибридной f(R)-гравитации

Результаты данной главы основаны на публикации [33].

Перед тем как перейти к применению результатов Главы 2 к частным случаям теории Хорндески и проверке заявленных теорий в сильном поле двойных систем с пульсаром, рассмотрим гибридную f(R)-гравитацию в слабополевом пределе и ограничим теорию, используя постньютоновские параметры. Это позволит нам впоследствии сравнить ограничения, полученные в разных гравитационных режимах.

Ранее в Главе 1 нами были рассмотрены результаты авторов других работ по получению ППН параметра γ^{eff} и эффективной гравитационной постоянной G^{eff} в гибридной f(R)-гравитации, а также мы привели ограничения, которые были наложены на фоновое значение скалярного поля на основании этих двух параметров. В этой же главе мы приводим наши оригинальные результаты.

3.1 ППН метрика гибридной f(R)-гравитации в приближении системы точечных гравитирующих масс

В Главе 1 уравнения поля рассматривались только до порядка $O(2)$. Но для получения остальных ППН параметров нужно решить уравнения поля до порядка $O(4)$. Поэтому, используя ранее полученные выражения (1.57), (1.59) и (1.62), мы проведем полный постньютоновский анализ гибридной f(R)-гравитации.

Рассмотрим уравнения поля (1.44) и (1.45) до порядка $O(4)$:

$$\begin{aligned}(\nabla^2 - m_\psi^2)\psi^{(4)} = \quad & \frac{k^2\varphi_0}{3c^2}\sum_a m_a\delta^3(\vec{r}-\vec{r_a})\left[-\frac{1}{2}h^{(2)}_{jj} - \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right] \\ + \quad & \frac{k^2}{3c^2}\psi^{(2)}\sum_a m_a\delta^3(\vec{r}-\vec{r_a}) + \psi^{(2)}_{,00} + \frac{3\varphi_0+1}{2\varphi_0(1+\varphi_0)}(\nabla\psi^{(2)})^2 \\ + \quad & h^{(2)}_{ij}\psi^{(2)}_{,ij} - \frac{(\psi^{(2)})^2}{3}\left[\frac{V'''\varphi_0(\varphi_0+1)}{2} + V''(\varphi_0+1)\right], \qquad (3.1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\nabla^2\left(h_{00}^{(4)}-\frac{\psi^{(4)}}{1+\varphi_0}\right) = & - \frac{k^2}{c^2(1+\varphi_0)}\sum_a m_a\delta^3(\vec{r}-\vec{r_a})\left[-h_{00}^{(2)}+\frac{3}{2}\frac{v_a^2}{c^2}-\frac{1}{2}h_j^j\right] \\ & + h_{00,00}^{(2)}-(\nabla h_{00}^{(2)})^2+h_{ij}^{(2)}h_{00,ij}^{(2)}-\frac{\psi^{(2)}}{1+\varphi_0}\delta h_{00}^{(2)} \\ & - \frac{1}{1+\varphi_0}h_{ij}^{(2)}\psi_{,ij}^{(2)}-\frac{\psi_{,00}^{(2)}}{1+\varphi_0}-\frac{1}{(1+\varphi_0)^2}(\nabla\psi)^2 \\ & - \frac{1}{1+\varphi_0}h_{00}\delta\psi^{(2)}. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Для обеспечения наблюдаемой космологической картины, V_0 должен быть того же порядка, что и космологическая постоянная. Помимо этого, дополнительно будем ожидать, что $V'(\varphi_0)$ мало, и этим вкладом можно пренебречь. Причина в том, что либо скалярное поле на поздних временах приближается к минимуму, либо потенциал имеет вид $V = V_0 e^{-ak\varphi}$ (где a порядка единицы), поэтому $V'(\varphi_0) \sim kV_0$ [168]. Таким образом, мы пренебрегаем членами, которые содержат V_0, V', умноженные на возмущения любого порядка (например, $V_0 h_{00}$), так как эти вклады не должны приводить на масштабах Солнечной системы ни к каким наблюдаемым следствиям.

Для решения (3.1) и (3.2) используем следующие выражения:

$$(\nabla\psi)^2 = \frac{1}{2}(\nabla^2-m_\psi^2)\psi^2-\psi\left(\nabla^2-\frac{m_\psi^2}{2}\right)\psi, \tag{3.3}$$

$$(\nabla h_{00})^2 = \frac{1}{2}\nabla^2 h_{00}^2 - h_{00}\nabla^2 h_{00}. \tag{3.4}$$

Далее, из уравнения (3.1) для $\psi^{(4)}$ находим:

$$
\begin{aligned}
\psi^{(4)} = \quad & \frac{k^2\varphi_0}{24\pi c^2}\sum_a m_a\partial_t\partial_t\frac{e^{-m_\psi r_a}}{m_\psi} + \frac{k^4\varphi_0(1+3\varphi_0)}{576\pi^2c^4(1+\varphi_0)}\sum_a m_a\frac{e^{-m_\psi r_a}}{r_a}\sum_b m_b\frac{e^{-m_\psi r_b}}{r_b} \\
+ \quad & \frac{k^4\varphi_0}{96\pi^2c^4(1+\varphi_0)}\sum_a\sum_{b\neq a}\frac{m_am_b}{r_ar_{ab}}e^{-m_\psi r_a}\left(1+\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi r_{ab}}\right) \\
- \quad & \frac{k^4\varphi_0(\varphi_0-1)}{288\pi^2c^4(1+\varphi_0)}\sum_a\sum_{b\neq a}\frac{m_am_b}{r_ar_{ab}}e^{-m_\psi r_a}e^{-m_\psi r_{ab}} + \frac{k^2\varphi_0}{24\pi c^4}\sum_a v_a^2\frac{m_a}{r_a}e^{-m_\psi r_a} \\
- \quad & \frac{k^4\varphi_0 m_\psi}{96\pi^2c^4(1+\varphi_0)}\sum_a\sum_{b\neq a}\frac{m_am_b}{r_{ab}}\Big[-Ei(-2m_\psi r_a)e^{-m_\psi r_{ab}}e^{m_\psi r_a} \\
+ \quad & Ei(-2m_\psi r_b)e^{m_\psi r_b} - \ln(r_a)e^{-m_\psi r_b} + \ln(r_b)e^{-m_\psi r_b}\Big] - \Big[\frac{k^4\varphi_0(1+7\varphi_0)m_\psi}{1152\pi^2c^4(1+\varphi_0)} \\
+ \quad & \frac{k^4\varphi_0^2(1+\varphi_0)}{864\pi^2c^4m_\psi}\left(V''+\varphi_0\frac{V'''}{2}\right)\Big]\sum_a\sum_{b\neq a}\frac{m_am_b}{r_{ab}}\Big[Ei(-3m_\psi r_b)e^{4m_\psi r_{ab}}e^{m_\psi r_a} \\
- \quad & Ei(-3m_\psi r_a)e^{m_\psi r_{ab}}e^{m_\psi r_a} - Ei(-m_\psi r_b)e^{-m_\psi r_a} + Ei(-m_\psi r_a)e^{-m_\psi r_b}\Big], \qquad (3.5)
\end{aligned}
$$

Здесь Ei - экспоненциальный интеграл:

$$
Ei(-x) = -\int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t}dt. \qquad (3.6)
$$

Используя решение (3.5) и выражение для $\psi^{(2)}, h_{00}^{(2)}, h_{ij}^{(2)}$, из уравнения (3.2) получим

$$
\begin{aligned}
h_{00}^{(4)} = & - \frac{k^4}{32\pi^2 c^4(1+\varphi_0)^2}\sum_a \frac{m_a}{r_a}\left(1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi r_a}\right)\sum_b \frac{m_b}{r_b}\left(1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi r_b}\right) \\
& + \frac{k^4\varphi_0(1+\varphi_0)}{576\pi^2 c^4(1+\varphi_0)^2}\sum_a m_a\frac{e^{-m_\psi r_a}}{r_a}\sum_b m_b\frac{e^{-m_\psi r_b}}{r_b} \\
& - \frac{k^4}{32\pi^2 c^4(1+\varphi_0)^2}\sum_a\sum_{b\neq a}\frac{m_a m_b}{r_a r_{ab}}\left(1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi r_a}\right)\left(1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi r_{ab}}\right) \\
& + \frac{k^4\varphi_0(\varphi_0+1)}{288\pi^2 c^4(1+\varphi_0)^2}\sum_a\sum_{b\neq a}\frac{m_a m_b}{r_a r_{ab}}e^{-m_\psi r_a}e^{-m_\psi r_{ab}} \\
& + \frac{k^2}{8\pi c^4(1+\varphi_0)}\sum_a v_a^2\frac{m_a}{r_a}\left(1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi r_a}\right) + \frac{k^2}{4\pi c^4(1+\varphi_0)} \\
& \times \sum_a v_a^2\frac{m_a}{r_a}\left(1+\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi r_a}\right) - \frac{k^4\varphi_0 m_\psi}{96\pi^2 c^4(1+\varphi_0)^2} \\
& \times \sum_a\sum_{b\neq a}\frac{m_a m_b}{r_a r_{ab}}\Big[-Ei(-2m_\psi r_a)r_a e^{-m_\psi r_{ab}}e^{m_\psi r_a} + Ei(-2m_\psi r_b)r_a e^{m_\psi r_b} \\
& - \ln(r_a)r_a e^{-m_\psi r_b} + \ln(r_b)r_a e^{-m_\psi r_b}\Big] - \Big[\frac{k^4\varphi_0(1+7\varphi_0)m_\psi}{1152\pi^2 c^4(1+\varphi_0)^2} + \frac{k^4\varphi_0^2}{864\pi^2 c^4 m_\psi} \\
& \times \left(V'' + \varphi_0\frac{V'''}{2}\right)\Big]\sum_a\sum_{b\neq a}\frac{m_a m_b}{r_a r_{ab}}\Big[Ei(-3m_\psi r_b)r_a e^{4m_\psi r_{ab}}e^{m_\psi r_a} \\
& - Ei(-m_\psi r_b)r_a e^{-m_\psi r_a} - Ei(-3m_\psi r_a)r_a e^{m_\psi r_{ab}}e^{m_\psi r_a} \\
& + Ei(-m_\psi r_a)r_a e^{-m_\psi r_b}\Big] + \frac{k^2}{4\pi c^2(1+\varphi_0)}\sum_a m_a\partial_t\partial_t\left(\frac{r_a}{2}\right) \\
& + \frac{k^2\varphi_0}{24\pi c^2(1+\varphi_0)}\sum_a m_a\partial_t\partial_t\left(\frac{e^{-m_\psi r_a}}{m_\psi}\right). \qquad (3.7)
\end{aligned}
$$

Сравнивая ППН-метрику для гибридной f(R)-гравитации с обобщенной метрикой Нордтведта (1.46), выразим оставшиеся эффективные ППН-параметры. Аналитическое выражение для β^{eff} можно получить из первых двух слагаемых (3.7). Предполагая, что главный вклад в гравитацию Солнечной системы обеспечивает Солнце, β^{eff} принимает вид:

$$\beta^{eff} = 1 - \frac{\varphi_0(\varphi_0+1)e^{-2m_\psi r}}{18(1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi r})^2}. \qquad (3.8)$$

Таким образом, $\beta^{eff} \approx 1$ (так же, как и в случае с γ^{eff}) достигается двумя путями: $\varphi_0 \ll 1$ или $m_\psi r \gg 1$.

Из рассмотрения членов вида $\sum_a v_a^2 \frac{m_a}{r_a}$ получаем, что эффективные ППН параметры $\alpha_3^{eff} = \zeta_1^{eff} = 0$. Вклады вида $\sum_a \sum_{b \neq a} \frac{m_a m_b}{r_a r_{ab}}$ связаны с комбинацией параметров $-2\beta^{eff} + 1 + \zeta_2^{eff}$ в метрике Нордтведта (1.46). Если выделить все члены с уже известными эффективными ППН параметрами, то остаются только вклады, умноженные на m_ψ, V'', V'''. Эти члены должны вкладываться в ζ_2^{eff}. Важно подчеркнуть, что в гибридной f(R)-гравитации $\alpha_3 = \zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = \zeta_4$ равны нулю [169], так как выполняются обычные законы сохранения [107; 114; 170]. Следовательно, все вклады, умноженные на m_ψ, V'', V''' будут проявляться лишь в следующем ПН порядке, а значит здесь ими можно пренебречь.

В (3.7) не рассматривались только члены, содержащие производные по времени. Обсудим отдельно их вклад.

Для 0i-компоненты уравнения поля (1.44) до порядка $O(3)$ решение имеет следующий вид:

$$h_{0i}^{(3)} = -\frac{k^2}{2(1+\varphi_0)c^3} \sum_a \frac{m_a}{r_a} v_a^i. \tag{3.9}$$

В этой главе для решения задачи мы используем конформную гармоническую калибровку (1.55). Для приведения ее к виду стандартной постньютоновской калибровки мы применим координатные преобразования $t = \bar{t} + \partial_{\bar{t}} X/2c^4$ и $x^j = \bar{x}^j$ [8]. Здесь X - суперпотенциал, который определяется, как $\nabla^2 X = 2G^{eff} M_\odot/r$. Переходя в метрике к новым координатам $(\bar{t}, \bar{x}^j)$ и отбрасывая черту у новых переменных, получим, что решение для ij-компоненты остается прежним. Все слагаемые с производными по времени в 00-компоненте уходят, тогда, как $0i$-компонента принимает вид:

$$\begin{aligned} h_{0i}^{(3)} = & - \frac{3k^2}{16\pi c^3(1+\varphi_0)} \sum_a \frac{m_a v_a^i}{r_a} \left(1 - \frac{\varphi_0}{3} e^{-m_\psi r_a}\right) \\ & - \frac{k^2}{4\pi c^3(1+\varphi_0)} \sum_a \frac{m_a v_a^i}{r_a} \left(1 + \frac{\varphi_0}{3} e^{-m_\psi r_a}\right) \\ & + \frac{k^2}{16\pi c^3(1+\varphi_0)} \sum_a \frac{m_a r_a^i}{r_a^3} (\vec{v}_a \vec{r}_a) \left(1 - \frac{\varphi_0}{3} e^{-m_\psi r_a}\right). \end{aligned} \tag{3.10}$$

Сравнивая полученное выражение с обобщенной метрикой Нордтведта (1.46), находим, что $\alpha_1^{eff} = \alpha_2^{eff} = 0$. Следовательно, в гибридной f(R)-гравитации нет эффектов привилегированной системы отсчета.

3.2 ППН метрика в приближении идеальной жидкости

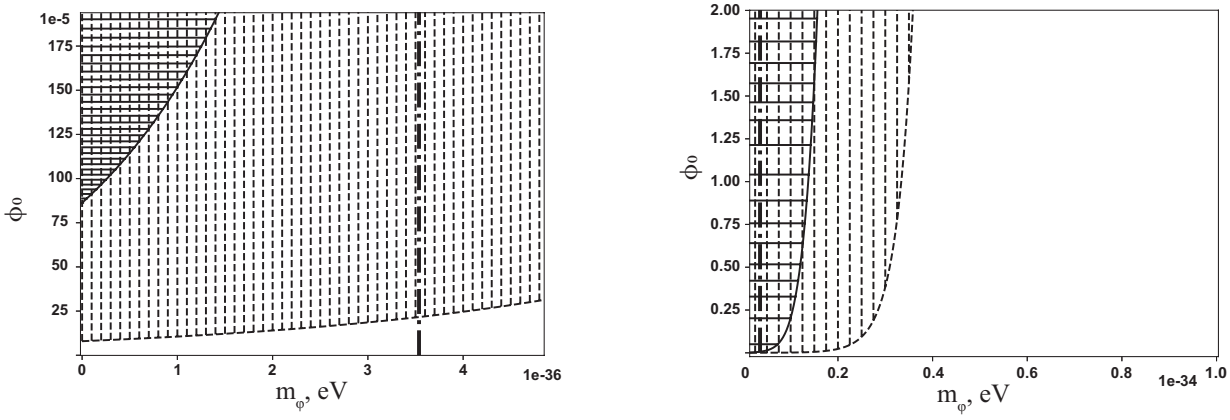
Ранее мы рассматривали метрику для системы точечных гравитирующих масс. Помимо этого, для гибридной f(R)-гравитации нами была получена ППН метрика в приближении идеальной жидкости:

$$
\begin{aligned}
g_{00} = & - 1 + \frac{k^2}{4\pi(1+\varphi_0)c^2}\int \frac{\rho'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\left(1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)d^3\vec{r}' - \frac{k^4}{32\pi^2(1+\varphi_0)^2c^4} \\
& \times \int \frac{\rho'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\left(1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)\frac{\rho''}{|\vec{r}-\vec{r}''|}\left(1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}''|}\right)d^3\vec{r}''d^3\vec{r}' \\
& + \frac{k^4}{32\pi^2(1+\varphi_0)^2c^4}\frac{\varphi_0(1+\varphi_0)}{18}\int \frac{\rho'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}\frac{\rho''}{|\vec{r}-\vec{r}''|}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}''|}d^3\vec{r}''d^3\vec{r}' \\
& + \frac{k^2}{4\pi(1+\varphi_0)c^4}\int \frac{\Pi'\rho'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\left(1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)d^3\vec{r}' \\
& + \frac{k^2}{2\pi(1+\varphi_0)c^4}\int \frac{\rho' v'^2}{|\vec{r}-\vec{r}'|}d^3\vec{r}' + \frac{3k^2}{4\pi(1+\varphi_0)c^4}\int \frac{p'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \\
& \times \left(1+\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)d^3\vec{r}' + \frac{k^4}{32\pi^2(1+\varphi_0)^2c^4}\int \frac{\rho'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \\
& \times \left[1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}\right]d^3\vec{r}'\int \frac{\hat{\rho}}{|\vec{r'}-\hat{\vec{r}}|}\left(1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r'}-\hat{\vec{r}}|}\right)d^3\hat{\vec{r}} \\
& + \frac{3k^4}{32\pi^2(1+\varphi_0)^2c^4}\int \frac{\rho'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\left[1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}\right]d^3\vec{r}'\int \frac{\hat{\rho}}{|\vec{r'}-\hat{\vec{r}}|} \\
& \times \left(1+\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r'}-\hat{\vec{r}}|}\right)d^3\hat{\vec{r}} - \frac{k^4}{16\pi^2(1+\varphi_0)^2c^4}\int \frac{\rho'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \\
& \times \left[1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}\right]d^3\vec{r}'\int \frac{\hat{\rho}}{|\vec{r'}-\hat{\vec{r}}|}\left(1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r'}-\hat{\vec{r}}|}\right)d^3\hat{\vec{r}} \\
& + \frac{k^4}{16\pi^2(1+\varphi_0)^2c^4}\frac{\varphi_0(1+\varphi_0)}{18}\int \frac{\rho'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}d^3\vec{r}'\int \frac{\hat{\rho}}{|\vec{r'}-\hat{\vec{r}}|}e^{-m_\psi|\vec{r'}-\hat{\vec{r}}|}d^3\hat{\vec{r}} \\
& + \frac{(7\varphi_0+1)k^4\varphi_0}{2304\pi^3(1+\varphi_0)^2c^4}m_\psi^2\int \frac{e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}d^3\vec{r}'\left(\int \frac{\hat{\rho}}{|\vec{r'}-\hat{\vec{r}}|}e^{-m_\psi|\vec{r'}-\hat{\vec{r}}|}\right. \\
& \times \left.\frac{\rho''}{|\vec{r'}-\vec{r''}|}e^{-m_\psi|\vec{r'}-\vec{r''}|}d^3\hat{\vec{r}}d^3\vec{r''}\right) + \frac{k^4\varphi_0}{192\pi^3(1+\varphi_0)^2c^4}m_\psi \\
& \times \int \frac{e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}d^3\vec{r}'\left(\int \frac{\hat{\rho}}{|\vec{r'}-\hat{\vec{r}}|}e^{-m_\psi|\vec{r'}-\hat{\vec{r}}|}\frac{\rho''}{|\vec{r'}-\vec{r''}|}e^{-m_\psi|\vec{r'}-\vec{r''}|}d^3\hat{\vec{r}}d^3\vec{r''}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ \frac{k^4\varphi_0^2}{1728\pi^3c^4}\left[V'' - \frac{\varphi_0}{2}V'''\right]\int\frac{e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}d^3\vec{r}'\left(\int\frac{\hat{\rho}}{|\vec{r}'-\hat{\vec{r}}|}e^{-m_\psi|\vec{r}'-\hat{\vec{r}}|}\right.\\
&\times \left.\frac{\rho''}{|\vec{r}'-\vec{r}''|}e^{-m_\psi|\vec{r}'-\vec{r}''|}d^3\hat{\vec{r}}d^3\vec{r}''\right),\\
g_{0i} = &- \frac{k^2}{4\pi(1+\varphi_0)c^3}\int\frac{\rho' v_i'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\left(1+\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)d^3\vec{r}'\\
&- \frac{3k^2}{16\pi(1+\varphi_0)c^3}\int\frac{\rho' v_i'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\left(1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)d^3\vec{r}'\\
&- \frac{k^2}{16\pi(1+\varphi_0)c^3}\int\frac{\rho' x_i'(\vec{v}'\cdot\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\left[1-\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}\right]d^3\vec{r},\\
g_{ij} = &\quad \delta_{ij}\left(1+\frac{k^2}{4\pi(1+\varphi_0)c^2}\int\frac{\rho'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\left(1+\frac{\varphi_0}{3}e^{-m_\psi|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)d^3\vec{r}'\right). \qquad (3.11)
\end{aligned}
$$

В оригинальном варианте ППН формализма все ППН параметры - постоянные, так как первоначально ППН формализм был создан для теорий гравитации, не содержащих массивных полей. Однако использование ППН формализма для случая гравитационных моделей с массивными полями привело к тому, что ППН параметры больше не являются константами, а представляют из себя функции расстояния. Более того, в приближении идеальной жидкости, нами было обнаружено, что ППН параметры еще и неотделимы от ППН потенциалов в этом случае. Таким образом, их выделение из метрики становится трудновыполнимой задачей, а физический смысл ППН параметров утрачивается. Тем не менее, все-таки некоторые детали могут быть извлечены из такой метрики.

В изначальном варианте ППН метрика в приближении идеальной жидкости (1.47) включает набор из 10 ППН параметров: $\gamma, \beta, \xi, \zeta_{1,2,3,4}, \alpha_{1,2,3}$. Они эквиваленты ППН параметрам, которые появляются в ППН метрике в приближении точечных гравитирующих масс (1.46), но ξ и $\zeta_{3,4}$ не включены в метрику Нордтведта. Однако, при сравнении полученной метрики (3.11) с обобщенной метрикой Уилла (1.47), можно найти, что $\xi^{eff} = 0$,$\zeta_3^{eff} = 0$ в гибридной f(R)-гравитации. Параметр ζ_4^{eff} выражается через комбинацию других ППН параметров $6\zeta_4 = 3\alpha_3 + 2\zeta_1 - 3\zeta_3$ [67]. Так как в комбинации все параметры равны нулю, следовательно $\zeta_4^{eff} = 0$.



a) b)

Рисунок 3.1 — Зависимость фонового значения скалярного поля от массы скалярного поля. Графики представлены в различных масштабах. Вертикальные пунктирные линии соответствуют исключенным значениям, полученным из данных γ^{exp}, горизонтальные сплошные линии - исключенным значениям, полученным из β^{exp}, вертикальная штрих-пунктирная линия соответствует критическому значению массы скалярного поля $m_\psi = \frac{1}{r_0}$, где r_0 - расстояние от Солнца до Меркурия.

3.3 Наблюдательные ограничения

Целью данной главы является наложение ограничений на гибридную f(R)-гравитацию, а также изучение поведения этой теории в Солнечной системе. Для нахождения ограничений на φ_0 и m_ψ, нами были использованы данные проекта “Мессенджер” для γ и β [122]. Недавно, более новые данные для β были получены Р. Парком и соавторами в работе [171] на основании данных АМС “Мессенджер”. Однако, авторы работы [171] комбинировали γ^{exp}, полученную в рамках наблюдений аппарата “Кассини”, с измерениями вековой и периодической прецессии орбиты Меркурия, что позволило совместно оценить β^{exp} и квадрупольный момент Солнца J_2. Таким образом, значение параметра β^{exp} было получено с использованием γ^{exp}, найденного на расстоянии от гравитирующего источника (Солнца) отличном от расстояния, на котором проводился эксперимент “Мессенджера”. Следовательно, самые последние полученные значения для β из работы [171] не могут использоваться для проверки массивных скалярно-тензорных теорий, потому что ППН параметры в таких

моделях являются функциями r, а их значения могут изменяться в зависимости от расстояния, на котором они измеряются.

В этой главе мы ограничиваем гибридную f(R)-гравитацию, используя значения параметров γ^{exp} и β^{exp} из эксперимента "Мессенджер" [120; 122]: $\gamma^{exp} = 1 - 0.3 \times 10^{-5} \pm 2.5 \times 10^{-5}$ и $\beta^{exp} = 1 + 0.2 \times 10^{-5} \pm 2.5 \times 10^{-5}$. Ограничения на φ_0 и m_ψ, которые были получены нами из этих данных отображены на графиках 3.1. Заштрихованные области соответствуют исключенным значениям параметров. Очевидно, что γ^{exp} позволяет наложить более строгие ограничения, чем β^{exp}. Из анализа графиков, можно сделать вывод, что при всех малых значений φ_0, масса скалярного поля может принимать любое значение, включая самые малые. А при больших значениях массы скалярного поля φ_0 принимает любые значения. Рассмотрим далее два предельных случая, которые позволяют наложить ограничение на значение φ_0.

В первую очередь, рассмотрим случай легкого скалярного поля $m_\psi r \ll 1$. Тогда можно наложить следующие ограничения на параметр φ_0:

$$-8 \times 10^{-5} < \varphi_0 < 7 \times 10^{-5} \tag{3.12}$$

на основании данных по параметру γ^{exp};

$$-9 \times 10^{-4} < \varphi_0 < 9 \times 10^{-4} \tag{3.13}$$

на основании данных по параметру β^{exp} с точностью до 2σ. Ограничения, полученные из γ^{exp} оказываются более строгими, чем полученные из β^{exp}. Однако ограничения, наложенные из данных эксперимета "Кассини" для параметра γ в работе [110] И. Линизбарутиа и соавторами, оказываются строже полученных нами.

Рассмотрим теперь второй случай. Если скалярное поле массивно, то $\gamma^{eff} \approx 1$ и $\beta^{eff} \approx 1$. Тогда φ_0 можно ограничить из G^{eff} и его экспериментального значения [124]. В в работе [110] И. Линизбарутиа и соавторами было показано, что в таком случае φ_0 также будет малым ($|\varphi_0| < 5 \times 10^{-4}$).

Таким образом, полученные в рамках Солнечной системы экспериментальные данные показывают, что значение параметра φ_0 близко к нулю. В этом случае m_ψ может принимать любые значения, и поэтому, нет возможности наложить ограничения на массу скалярного поля в слабополевом пределе в настоящий момент. Тем не менее, ограничения на m_ψ могут быть получены из других локальных систем, таких как, например, двойные системы с пульсаром (см. Главу 4).

3.4 Обсуждение результатов

В этой главе нами был рассмотрен постньютоновский предел гибридной f(R)-гравитации. Данная модель может быть представлена как скалярно-тензорная теория с массивным скалярным полем [107; 114], поэтому оригинальный параметризованный постньютоновский формализм [8—11; 117] не применим к ней напрямую [31]. Тем не менее, существует два пути для модификации ППН формализма. Первый способ заключается во включении в ППН формализм помимо стандартных ППН потенциалов, дополнительных потенциалов юкавского типа. Модифицированные ППН параметры при таком подходе остаются константами, но требуется их переопределение для связи с экспериментом [115]. Другой способ заключается в сохранении оригинальной формы ППН потенциалов, а все модификации, связанные с присутствием массивных полей, включаются в ППН параметры. В этом случае ППН параметры уже не константы, а зависящие от расстояния функции [116]. Мы рассмотрели второй способ.

Нами была получена модифицированная ППН метрика гибридной f(R)-гравитации в двух приближениях: системы точечных гравитирующих масс и идеальной жидкости. Используя первый подход, мы выделили эффективные ППН параметры. Во втором же случае ППН параметры становятся не только зависящими от расстояния функциями, но и являются частью ППН потенциалов. Поэтому для использования приближения идеальной жидкости необходимо модифицировать оригинальные ППН потенциалы, оставляя ППН параметры константами, но переопределяя их, чтобы проверять модели гравитации с массивными полями в слабополевом пределе.

В результате работы нами были получены выражения для ППН параметров $\beta, \xi, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ в гибридной f(R)-гравитации, тогда как параметр γ уже был получен ранее в работе Т. Харко и соавторов [107]. Только два ППН параметра γ^{eff} и β^{eff} не равны нулю. Также как и в случае с γ^{eff}, ожидаемое значение $\beta^{eff} \approx 1$ может быть достигнуто в двух случаях: $\varphi_0 \ll 1$ или $m_\psi r \gg 1$. Первый дает возможность существовать легкому скалярному полю, оставляя без изменений Солнечную систему, но модифицируя при этом космологическую и галактическую динамику без введения экранирующих механизмов. При этом, даже в случае очень массивного скалярного поля, фоновое значение φ_0 все равно остается малым ($|\varphi_0| < 5 \times 10^{-4}$) [110].

Основывается эта проверка на эффективной гравитационной постоянной. Мы наложили ограничения на φ_0, в предположении, что скалярное поле легкое, из γ^{eff} и β^{eff}, используя данные “Мессенджера” [120—123] с точностью 2σ. Также мы нашли, что ограничения, полученные из γ^{exp}, являются более строгими ($-8 \times 10^{-5} < \varphi_0 < 7 \times 10^{-5}$).

В более ранних работах С. Капоццциелло и соавторов [114] и И. Линизбарутиа и соавторов [110] было показано, что в гибридной f(R)-гравитации легкое скалярное поле не противоречит наблюдательным данным, полученным в рамках Солнечной системы. Вывод основывается на единственном ППН параметре γ. В нашей же работе мы сделали полный постньютоновский анализ и показали явно, что в гибридной f(R)-гравитации легкое скалярное поле не противоречит экспериментальным данным не только на основании параметра γ, но и на основании всех остальных параметров постньютоновского формализма.

Глава 4. Проверка частных случаев теории Хорндески в двойных системах с пульсаром

Результаты данной главы основаны на публикации [32].

В этой главе мы рассмотрим в контексте сильного поля двойных систем с пульсаром два частных случая теории Хорндески: гибридную f(R)-гравитацию [111; 114] и массивную теорию Бранса-Дикке [31; 78].

4.1 Гибридная f(R)-гравитация в двойных системах с пульсаром

Начнем наше рассмотрение с гибридной f(R)-гравитации. Эта теория является чисто геометрической, но может быть представлена в виде массивной скалярно-тензорной модели (1.41) [172]. Данная модель позволяет описывать и ускоренное расширение Вселенной, и кривые вращения галактик чисто геометрическим путем, без введения в теорию новых неизвестных частиц. Другой интересный аспект гибридной f(R)-теории - это возможность генерировать дальнодействующие силы, не оказывающие существенного влияния на динамику локальных систем и не требующие введения экранирующих механизмов [114]. Теория уже хорошо изучена на космологических масштабах и на масштабах галактик [111; 114]. Однако, необходимо проверять любую теорию гравитации в режиме как слабого, так и сильного гравитационного поля. В этой главе мы будем проверять гибридную f(R)-гравитацию в сильном поле двойных систем с пульсаром.

Чтобы свести общее действие теории Хорндески (1.1) к гибридной f(R)-гравитации, необходимо выбрать следующий набор параметров G_i:

$$G_2 = -\frac{3X}{G\varphi} - V(\varphi),\ G_3 = 0,\ G_4 = \frac{1+\varphi}{G},\ G_5 = 0 \tag{4.1}$$

и

$$G_{4(0,0)} = \frac{1+\varphi_0}{G},\ G_{4(1,0)} = \frac{1}{G},\ G_{3(1,0)} = 0,\ G_{2(0,1)} = -\frac{3}{G\varphi_0}. \tag{4.2}$$

Так как гибридная f(R)-гравитация является чисто геометрической теорией, то концепция чувствительностей s_a полностью в ней отсутствует. Поэтому

основной вклад в изменение орбитального периода в двойных системах с пульсаром будут давать квадрупольные члены, как было показано в Главе 2.

Наблюдательные данные системы PSR J0737-3039 обеспечивают следующие ограничения на гибридную f(R)-гравитацию (2.58):

$$0.975 \leqslant \frac{1}{(1+\varphi_0)^{\frac{5}{3}}}\left(1 - \frac{5\varphi_0}{18}(1 - 2\times 10^{26} m_\psi^2)\right) \leqslant 1. \tag{4.3}$$

На Рис. 4.1 отображена зависимость φ_0 от массы скалярного поля m_ψ, построенная на основании данных системы PSR J0737-3039.

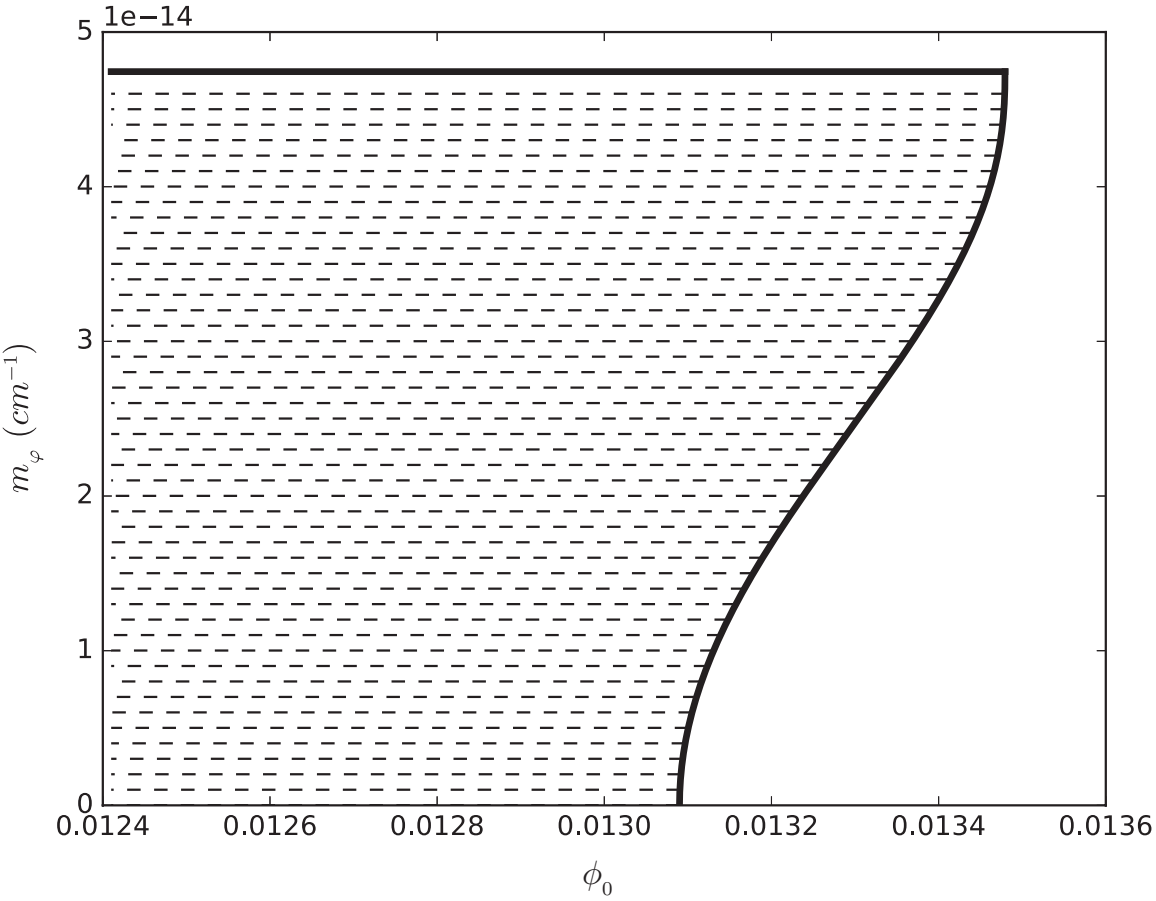


Рисунок 4.1 — Гибридная f(R)-гравитация. Зависимость массы скалярного поля от фонового значения скалярного поля, полученная на основании данных системы PSR J0737-3039. Пунктирная область соответствует допустимым значениям параметров. Горизонтальная линия соответствует критическому значению массы скалярного поля ($m_\psi = 2\omega/c$).

Так как теория не содержит чувствительностей, выражение для изменения орбитального периода будет содержать только квадрупольные вклады.

Поэтому смешанная двойная система PSR J1738+0333 дает следующие ограничения (основываясь на методе (2.54)) в случае гибридной f(R)-гравитации (см. Рис. 4.2):

$$0.67 \leqslant \frac{1}{(1+\varphi_0)^{\frac{5}{3}}}\left(1 - \frac{5\varphi_0}{18}(1 - 3\times 10^{27} m_\psi^2)\right) \leqslant 1. \tag{4.4}$$

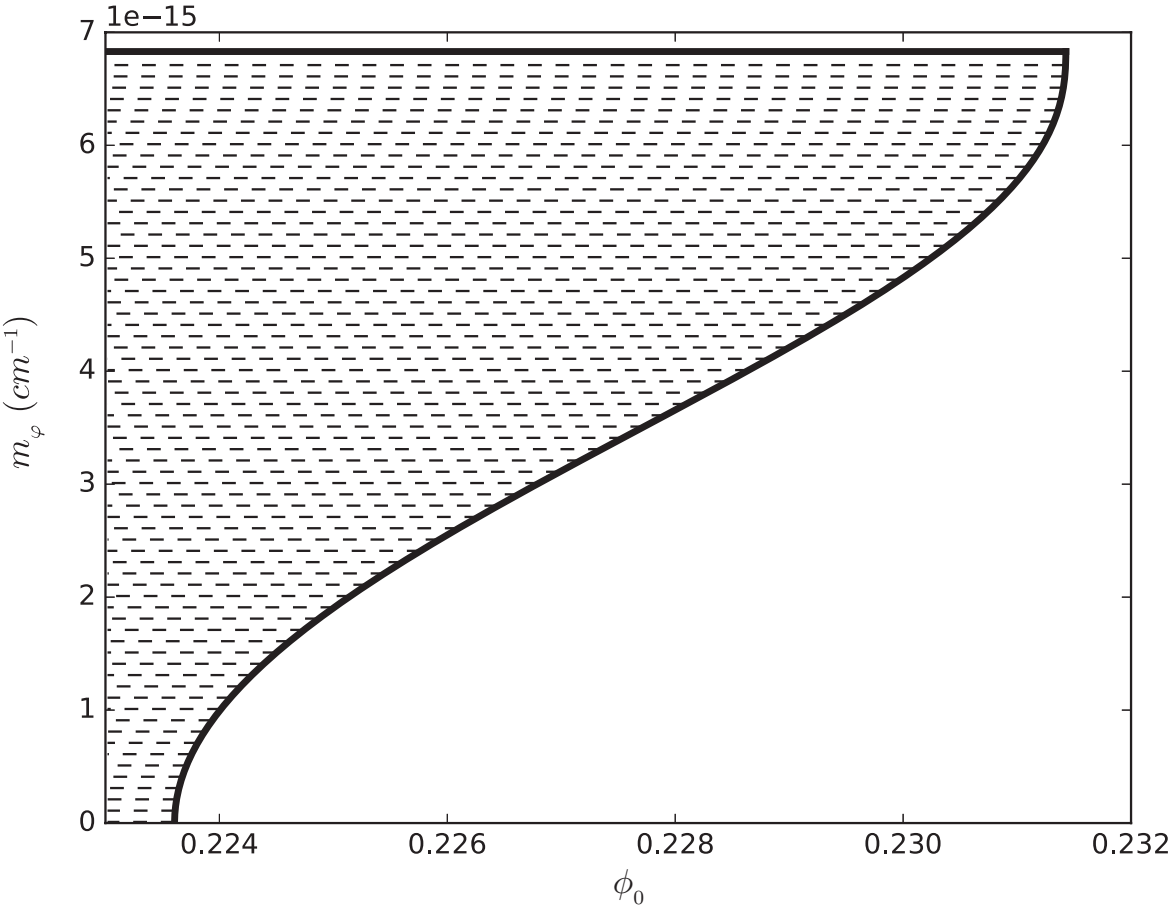
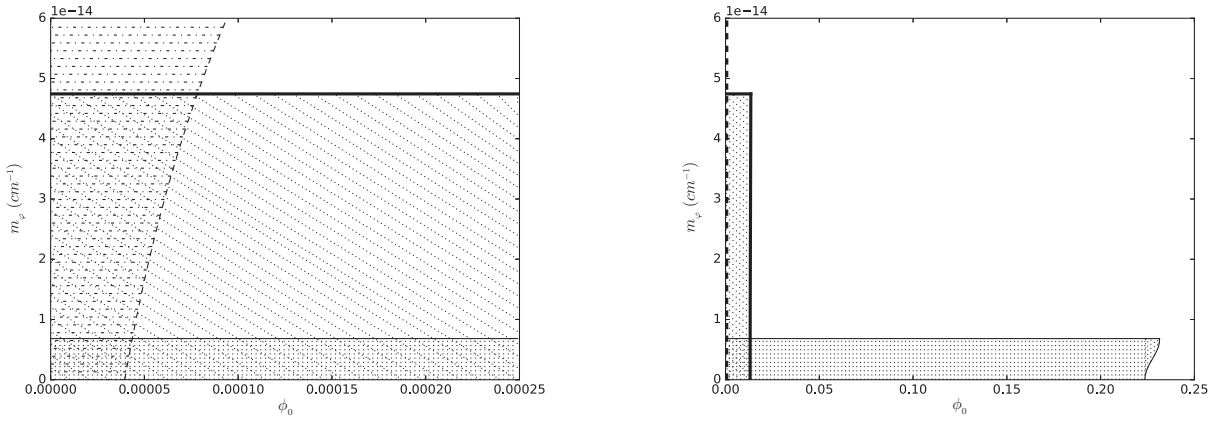


Рисунок 4.2 — Гибридная f(R)-гравитация. Зависимость массы скалярного поля от фонового значения скалярного поля, полученная на основании данных системы PSR J1738+0333. Пунктирная область соответствует допустимым значениям. Горизонтальная линия соответствует критическому значению массы скалярного поля ($m_\psi = 2\omega/c$).

Из сравнения ограничений (4.3) и (4.4) становится ясно, что двойной пульсар дает наилучшие ограничения на φ_0. С другой стороны, смешанная система PSR J1738+0333 обеспечивает наилучшие ограничений на массу скалярного поля.

В Главе 3 мы нашли, что наилучшие ограничения на гибридную f(R)-гравитацию в Солнечной системе дает проверка по ППН параметру γ.



a) b)

Рисунок 4.3 — Гибридная f(R)-гравитация. Зависимость массы скалярного поля от фонового значения скалярного поля. Рисунки a) и b) отражают допустимые регионы в различных масштабах. Область с косыми пунктирными линиями соответствует допустимым значениям в случае системы PSR J0737-3039, горизонтальная линия соответствует критическому значению массы скалярного поля $m_\psi = 2\omega/c$, вертикальные пунктирные линии описывают допустимые значения в случае системы PSR J1738+0333, горизонтальные штрих-пунктирные линии соответствуют допустимым значениям, полученным из γ_{exp} [110] .

На Рис. 4.3 сравниваются ограничения, полученные нами из пульсарных данных, с ограничениями, полученными в работе [110] И. Линизбарутиа и соавторами на основании наблюдаемого значения ППН параметра $\gamma_{exp} = 1 + (2.1 \times 10^{-5}) \pm (2.3 \times 10^{-5})$ (эксперимент “Кассини”) [119]. Таким образом, γ_{exp} дает наилучшие ограничения на φ_0. Комбинированные ограничения из γ_{exp} и данных системы PSR J1738+0333 будут следующими:

$$\varphi_0 \leqslant 0.00004, \quad m_\psi \leqslant 1.4 \times 10^{-14} (\mathrm{cm}^{-1}). \tag{4.5}$$

4.2 Массивная теория Бранса-Дикке в двойных системах с пульсаром

Теория Бранса-Дикке появилась как попытка включить принцип Маха в общую теорию относительности [78]. Позднее, с открытием ускоренного рас-

ширения Вселенной массивный вариант этой теории стал рассматриваться как перспективный кандидат для объяснения этого явления [82].

Ранее в работе [31] Дж. Алсингом и соавторами массивная версия теории Бранса-Дикке рассматривалась в двойных системах с пульсарами PSR J1012+5307, PSR J1141-6545 и PSR J0737-3039. Наше исследование будет отличаться тем, что выражение для изменения орбитального периода включает члены, которые не рассматривались в работе [31] (ПН поправки к скалярному дипольному члену и скалярный диполь-октупольный член). Другое отличие заключается в учете справедливости неравенства $\partial_0\psi \neq \partial_r\psi$ (см. уравнения (2.30) и (2.31)). Наш подход приводит к значительным отклонениям от результатов работы Дж. Алсинга и соавторов [31] в определении ограничений на массивную теорию Бранса-Дикке.

В Главе 1 было показано, что теория Хорндески переходит в массивную теорию Бранса-Дикке при наборе G_i (1.36). В случае разложения (1.7) набор (1.36) принимает вид:

$$G_{4(0,0)} = \varphi_0,\ G_{4(1,0)} = 1,\ G_{3(1,0)} = 0,\ G_{2(0,1)} = \frac{2\omega_{BD}}{\varphi_0}. \tag{4.6}$$

Зависимость величины φ_0 от ω_{BD} для массивного и безмассового случая теории Бранса-Дикке [31] определяется как

$$\varphi_0 = \frac{4 + 2\omega_{BD}}{G(3 + 2\omega_{BD})}. \tag{4.7}$$

Одна из наиболее важных особенностей модели Бранса-Дикке - это наличие чувствительностей в структуре теории [62]. Зависимость чувствительности от значения массы нейтронной звезды и уравнений состояния вещества изучалась ранее детально в работах К. Уилла и Х. Заглауера [63; 165]. Для наших вычислений достаточно использовать приближенные значения $s_{WD} \sim 10^{-4}$ и $s_{NS} \sim 0.2$ [31].

Начнем рассмотрение с двойного пульсара PSR J0737-3039. В системе нейтронная звезда-нейтронная звезда $s_a - s_b \approx 0$ [8; 11; 31; 67], и, следовательно, скалярные дипольный и диполь-октупольный члены исчезают, и остаются только квадрупольные члены. Таким образом, получаем следующие ограничения

на массивную теорию Бранса-Дикке:

$$1 \leqslant \left(\frac{3+2\omega_{BD}}{4+2\omega_{BD}}\right)^{\frac{5}{3}} + \frac{0.4(3+2\omega_{BD})^{\frac{2}{3}}}{(2\omega_{BD}+4)^{\frac{5}{3}}} - 2\times 10^{26}\frac{m_{\psi}^{2}(3+2\omega_{BD})^{\frac{2}{3}}}{(2\omega_{BD}+4)^{\frac{5}{3}}} \leqslant 1.031. \tag{4.8}$$

В случае системы нейтронная звезда-нейтронная звезда отличие наших результатов от результатов работы Дж. Алсинга и соавторов [31] будет заключаться только в учете соотношения $\partial_0\psi \neq \partial_r\psi$. Эта разница отображена на Рис. 4.4 в случае выбора системы PSR J0737-3039. Из графика становится ясно, что разница двух подходов несущественная при выборе системы двойного пульсара.

Теперь найдем ограничения на массивную теорию Бранса-Дикке, используя наблюдательные данные смешанной двойной системы PSR J1738+0333:

$$1 \leqslant \frac{(3+2\omega_{BD})^{\frac{5}{3}}}{(4+2\omega_{BD})^{\frac{5}{3}}} + \frac{0.4(3+2\omega_{BD})^{\frac{2}{3}}}{(4+2\omega_{BD})^{\frac{5}{3}}} + \frac{6\times 10^{3}}{2\omega_{BD}+4} - \frac{2\times 10^{32}m_{\psi}^{2}}{2\omega_{BD}+4} \leqslant 1.19. \tag{4.9}$$

Ранее массивную модель Бранса-Дикке не ограничивали из наблюдательных данных этой смешанной системы, так как точные данные [160; 166] появились уже после публикации Дж. Алсинга и соавторов [31]. Эта система отражает наибольшие отклонения между двумя подходами. Разница возникает в результате учета соотношения $\partial_0\psi \neq \partial_r\psi$. ПН поправки к скалярному дипольному члену и скалярные диполь-октупольные члены дают незначительные отклонения, так как их вклады меньше скалярного дипольного члена (который является лидирующим) по порядку величины. Разница двух подходов отображена на Рис. 4.5.

Среди всех смешанных двойных систем, рассмотренных в работе Дж. Алсинга и соавторов [31], система PSR J1012+5307 единственная имеет пренебрежимо малый эксцентриситет [164; 173]. Наблюдательные данные этой системы представлены в Таблице 3. Масса белого карлика была получена в работе П. Калланана и соавторов [173] из спектроскопических наблюдений и, с использованием данных пульсарного тайминга, было найдено отношение масс . В соответствии с нашим подходом смешанная двойная система PSR J1012+5307 дает следующие ограничения на модель:

$$1 \leqslant \frac{(3+2\omega_{BD})^{\frac{5}{3}}}{(4+2\omega_{BD})^{\frac{5}{3}}} + \frac{0.4(3+2\omega_{BD})^{\frac{2}{3}}}{(4+2\omega_{BD})^{\frac{5}{3}}} + \frac{8\times 10^{3}}{2\omega_{BD}+4} - \frac{7\times 10^{32}m_{\psi}^{2}}{2\omega_{BD}+4} \leqslant 4.14. \tag{4.10}$$

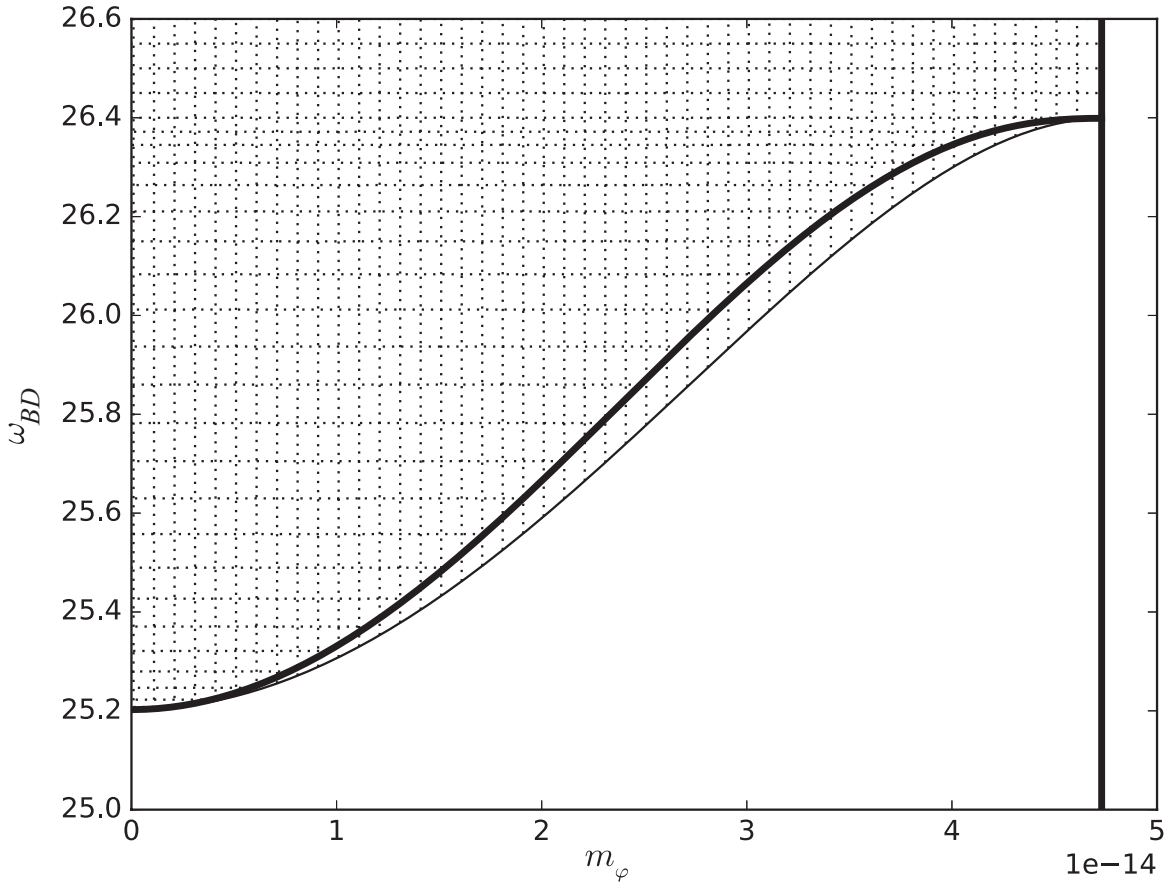


Рисунок 4.4 — Теория Бранса-Дикке. Зависимость параметра ω_{BD} от массы скалярного поля, полученная на основании данных системы PSR J0737-3039. Вертикальные пунктирные линии соответствуют результатам работы [31]. Жирная линия и область горизонтальных штрих-пунктирных линий описывают результаты данной работы. Вертикальная линия соответствует критическому значению массы скалярного поля ($m_\psi = 2\omega/c$).

Система PSR J1012+5307 дает наилучшие ограничения на массу скалярного поля среди всех рассмотренных систем:

$$m_\psi < 4 \times 10^{-15} (\mathrm{cm}^{-1}). \tag{4.11}$$

Однако несмотря на то, что система позволяет получить достаточно строгие ограничения на массу скалярного поля, точность наблюдений изменения орбитального периода в этой системе пока остается достаточно низкой.

Различия между нашим подходом и результатами работы Дж. Алсинга и соавторов [31], найденные на основании наблюдательных данных системы PSR J1012+5307, отображены на Рис. 4.6. Различия будут меньше, чем в случае

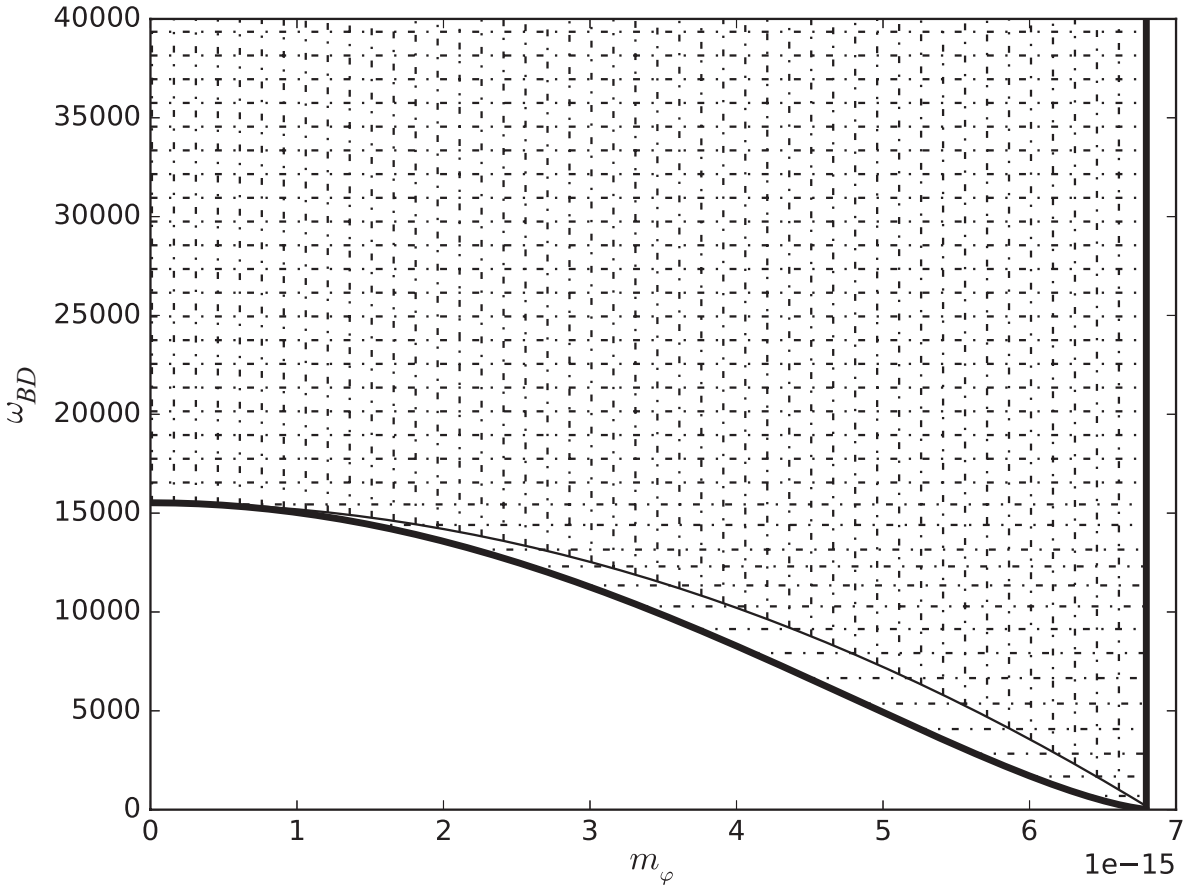


Рисунок 4.5 — Теория Бранса-Дикке. Зависимость параметра ω_{BD} от массы скалярного поля, полученная на основании данных системы PSR J1738+0333. Сплошная линия и область вертикальных штрих-пунктирных линий соответствуют результатам работы [31]. Жирная линия и область горизонтальных штрих-пунктирных линий описывают результаты данной работы. Вертикальная линия соответствует критическому значению массы скалярного поля ($m_\psi = \omega/c$).

системы PSR J1738+0333, и ограничения на ω_{BD} будут хуже (однако на массу скалярного поля лучше). Обе системы дают более строгие ограничения, чем PSR J0737-3039. Все выводы верные для системы PSR J1738+0333, верны также и для системы PSR J1012+5307.

На Рис. 4.7 представлены все ограничения, полученные из наблюдательных данных двойных систем с пульсаром, и ограничения, полученные из ППН параметра γ_{exp} в работе Дж. Алсинга и соавторов [31]. Видно, что γ_{exp} дает наилучшие ограничения на ω_{BD}, чем все рассмотренные системы с пульсарами. Смешанная система PSR J1012+5307 дает наилучшие ограничения на массу

Таблица 3 — Параметры PSR J1012+5307 [164; 173]

Параметр	Физический смысл	Наблюдаемое значение
P_b	орбитальный период	0.60467271355(3) сут.
e	эксцентриситет	$0.12(3) \times 10^{-5}$
$\dot{P}_b^{obs}$	наблюдаемое значение изменения P_b	$0.50(14) \times 10^{-13}$
$\dot{P}_b^{intr}$	внутреннее значение изменения P_b	$0.15(15) \times 10^{-13}$
$\dot{P}_b^{intr}/\dot{P}_b^{GR}$	отношение величин $\dot{P}_b^{intr}$ и $\dot{P}_b^{GR}$	1.36(1.39)
m_1	масса пульсара	$1.64(22)\ M_\odot$
m_2	масса белого карлика	$0.16(2)\ M_\odot$
m	общая масса системы	$1.8(3)\ M_\odot$

скалярного поля. Комбинированные ограничения, полученные из этих двух тестов, будут следующие:

$$\omega_{BD} \geqslant 36000, \quad m_\psi \leqslant 4 \times 10^{-15}(\mathrm{cm}^{-1}). \tag{4.12}$$

4.3 Обсуждение результатов

В данной главе нами были рассмотрены две теории, которые могут быть сведены к частному случаю теории Хорндески: гибридная f(R)-гравитация и массивная теория Бранса-Дикке.

Гибридная f(R)-гравитация является чисто геометрической теорией [111], и в ней отсутствует концепция чувствительностей. Из двух систем PSR J0737-3039 и PSR J1738+0333 первая дает наиболее строгие ограничения на фоновое значение скалярного поля φ_0, тогда как, вторая обеспечивает наилучшие ограничения на массу скалярного поля. Нами было установлено, что ограничения на φ_0, полученные из параметра γ_{exp}, будут строже, чем ограничения, найденные из данных системы PSR J0737-3039.

Другая теория, рассмотренная в данной главе, - это массивная модель Бранса-Дикке. Ранее эта модель уже изучалась в двойных системах с пульсарами в работе Дж. Алсинга и соавторов [31], и целью данной работы было

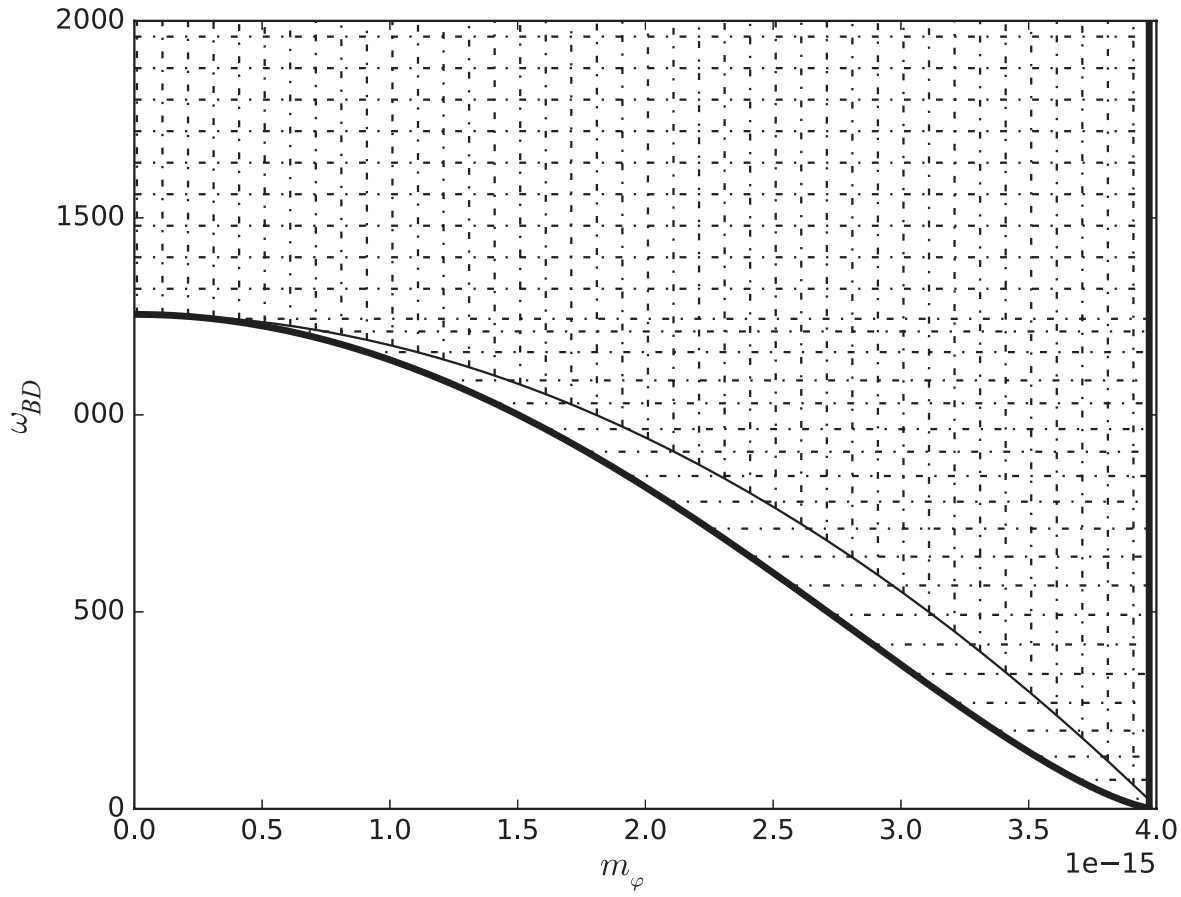


Рисунок 4.6 — Теория Бранса-Дикке. Зависимость параметра ω_{BD} от массы скалярного поля, полученная на основании данных системы PSR J1012+5307. Сплошная линия и область вертикальных штрих-пунктирных линий соответствуют результатам работы [31]. Жирная линия и область горизонтальных штрих-пунктирных линий описывают результаты данной работы. Вертикальная линия соответствует критическому значению массы скалярного поля ($m_\psi = \omega/c$).

сравнить два подхода. Мы протестировали массивную модель Бранса-Дикке на трех системах: PSR J1738+0333, PSR J0737-3039 и PSR J1012+5307. Последние две системы позволили провести прямое сравнение двух методов (нашего и работы [31]). Помимо этого, используя результаты работы Дж. Алсинга и соавторов [31] для получения предсказания изменения орбитального периода в системе PSR J1738+0333, нами было произведено сравнение полученных данных с результатами нашего метода. Мы показали, что наиболее заметна разница между методами при рассмотрении системы PSR J1738+0333. Разница возникает из-за того, что в данной работе, в отличие от работы Дж. Алсинга и соавторов [31],

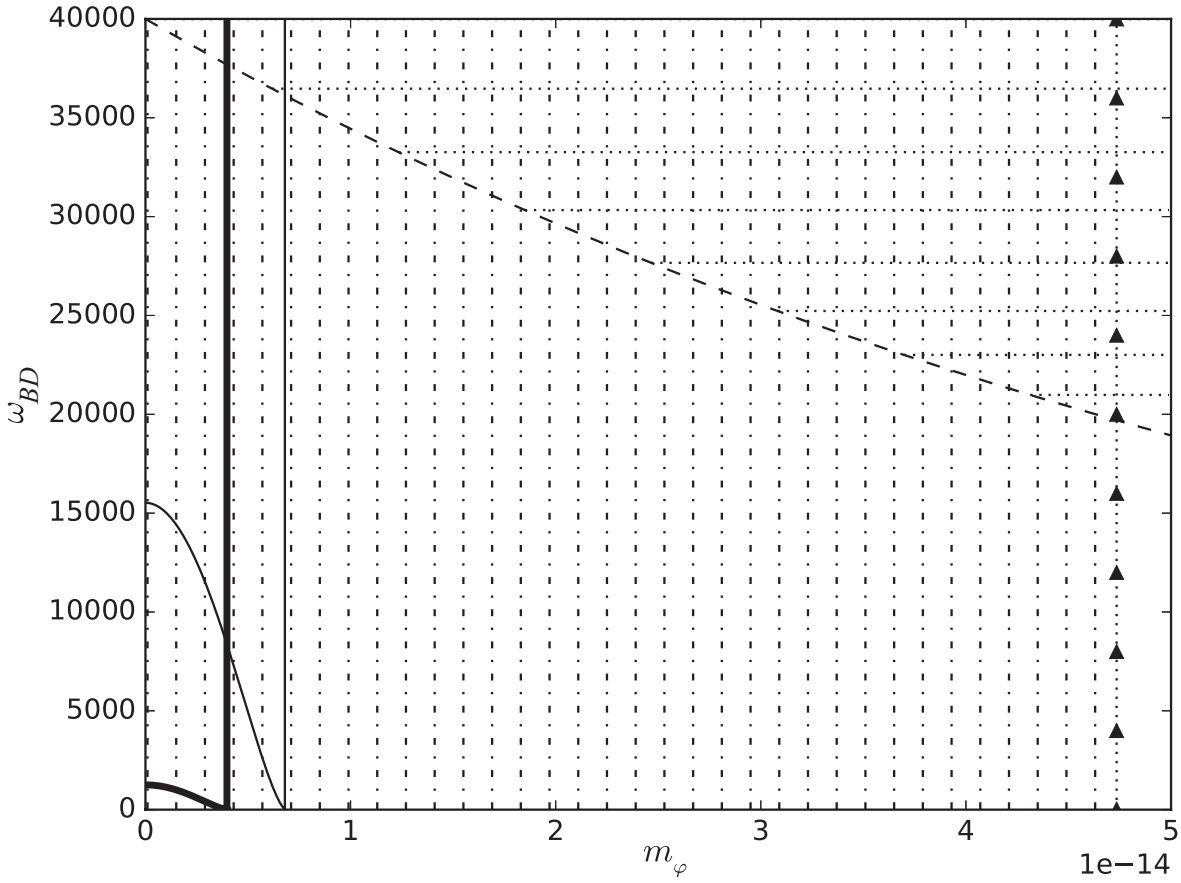


Рисунок 4.7 — Теория Бранса-Дикке. Зависимость параметра ω_{BD} от массы скалярного поля. Сплошная линия соответствует данным системы PSR J1738+0333. Жирная линия описывает результаты, полученные из системы PSR J1012+5307. Треугольники представляют собой линию, соответствующую системе PSR J0737-3039. Область с вертикальными пунктирными линиями содержит допустимые значения параметров, ограничения основаны на данных двойных систем с пульсаром. Область с горизонтальными пунктирными линиями содержит допустимые значения, полученные из данных “Кассини” для γ_{exp} [119] .

были учтены ПН поправки к дипольному члену, скалярный диполь-октупольный член, а также несправедливость равенства $\partial_r\psi = -\partial_0\psi$. Причем именно последний факт является наиболее существенным и дает наибольшее расхождение между двумя методами. Таким образом, на примере было показано, что необходимо учитывать, что $\partial_r\psi \neq -\partial_0\psi$. Помимо этого, массивная теория Бранса-Дикке была рассмотрена в Солнечной системе в работе Дж. Алсинга и соавторов [31]. После сравнения всех ограничений мы получили следующий

вывод: наилучшие ограничения на теорию Бранса-Дикке будут получены из комбинированного теста, основанного на данных γ (ограничения на ω_{BD}) и системы PSR J1012+5307 (ограничения на m_ψ).

Глава 5. Испарение черных дыр в модели Гаусса-Бонне

Результаты данной главы основаны на публикации [30].

В этой главе мы рассмотрим невращающуюся, незаряженную черную дыру в модели Гаусса-Бонне. Основной нашей целью является вычисление начальной массы черной дыры, которая испарится за время жизни Вселенной. Мы будем основываться на методе комплексных траекторий, изложенном в Главе 1.

5.1 Испарение черной дыры Гаусса-Бонне

В общем виде сферически-симметричная метрика в модели Гаусса-Бонне имеет следующий вид:

$$ds^2 = \Delta dt^2 - \frac{\sigma^2}{\Delta} dr^2 - f^2 d\Omega^2 \ , \tag{5.1}$$

где Δ, σ, f являются метрическими функциями, зависящими от пространственной координаты r. В данной главе будет использована система единиц $\hbar = c = G = 1$.

Далее, воспользуемся результатом работы С.О. Алексеева и М.В. Помазанова [125], в которой они нашли решение типа “черная дыра” для модели Гаусса-Бонне:

$$\Delta = 1 - \frac{2M}{r} - \frac{2D^2}{r^2} \ , \tag{5.2}$$

$$\sigma = 1 + \frac{D^2}{2r^2} \ , \tag{5.3}$$

$$f = r \ , \tag{5.4}$$

где D - заряд дилатона, M - масса черной дыры.

Ранее мы получили универсальную формулу для вычисления температуры черной дыры (1.88). В случае метрики (5.1) параметры A и B будут иметь следующий вид:

$$A = \Delta \ , B = \frac{\Delta}{\sigma^2} \ . \tag{5.5}$$

Тогда температура определяется как

$$T = \frac{1}{4\pi\, res \dfrac{\sigma}{\Delta}} \,. \tag{5.6}$$

Далее, преобразуя Δ из (5.2):

$$\Delta = 1 - \frac{2M}{r} - \frac{2D^2}{r^2} = \frac{(r-M)^2 - (M^2+2D^2)}{r^2} \,, \tag{5.7}$$

и подставляя в (5.6), получим:

$$T = \frac{1}{4\pi\, res \dfrac{r^2\sigma}{\left\{r - \left(M + \sqrt{M^2+2D^2}\right)\right\}\left\{r - \left(M - \sqrt{M^2+2D^2}\right)\right\}}} \,. \tag{5.8}$$

Нас интересует внешний горизонт, поэтому вычет считаем в точке $r = M + \sqrt{M^2+2D^2}$:

$$T = \frac{2\sqrt{M^2+2D^2}}{4\pi\left(M+\sqrt{M^2+2D^2}\right)^2\left(1 + \dfrac{D^2}{2\left(M+\sqrt{M^2+2D^2}\right)^2}\right)} \,. \tag{5.9}$$

Если выражение для температуры упростить, то оно примет вид:

$$T = \frac{4\sqrt{M^2+2D^2}}{4\pi\left(4M^2+5D^2+4M\sqrt{M^2+2D^2}\right)} \,. \tag{5.10}$$

Далее, используем уравнение, описывающее динамику массы черной дыры:

$$\frac{dM}{dt} = -4\pi\sigma_{SB} r_h^2 T^4 \,. \tag{5.11}$$

Используем, что $D \sim 1/M$ при больших M [131], тогда правую часть (5.11) можно разложить в ряд и уравнение принимает вид:

$$\frac{dM}{dt} = -4\pi\sigma r_h^2 T^4 \simeq -\frac{1}{256}\frac{\sigma_{SB}}{\pi^3 M^2} - \frac{1}{512}\frac{\sigma_{SB}}{\pi^3 M^6} + \cdots \,. \tag{5.12}$$

Первое слагаемое полностью совпадает со скоростью испарения черной дыры Шварцшильда, тогда как последующий член имеет шестой порядок и дает лишь малую поправку к лидирующему вкладу.

После решения дифференциального уравнения (5.12), мы получаем начальную массу черной дыры Гаусса-Бонне, которая будет испарятся в настоящий момент:

$$M_{GB} \approx 2 \times 10^{14}\text{г} \tag{5.13}$$

Данная величина совпадает по порядку с начальной массой черной дыры Шварцильда, которая испарится за время жизни Вселенной [25]. Таким образом, в настоящий момент точности современных наблюдений недостаточно, чтобы отличить два этих объекта (при условии, что именно финальная стадия испарения черных дыр приводит к гамма-всплескам) [24; 26; 27; 29; 33].

5.2 Обсуждение результатов

Термодинамические свойства черных дыр в модели Гаусса-Бонне подробно рассматривались ранее, но исследовались только черные дыры планковских масштабов [125]. В этой главе мы исследовали макроскопические черные дыры Гаусса-Бонне и возможность обнаружения наблюдательных отличий от предсказаний ОТО, рассматривая эффекты испарения первичных черных дыр, в предположении, что именно финальные стадии этого процесса ответственны за некоторые гамма-всплески. В частности, мы показали, что отличие скорости испарения такой черной дыры от аналогичной величины в модели Шварцшильда будет пренебрежимо малым, а начальная масса первичной черной дыры, которая испарится за время жизни Вселенной будет того же порядка, что и в ОТО. Таким образом, мы установили, что современные наблюдения не позволяют отличить финальные стадии испарения черных дыр, сопровождающиеся гамма-всплесками, в этих двух моделях. Из чего можно сделать вывод, что для макроскопических черных дыр влияние члена Гаусса-Бонне и скалярного поля становится пренебрежимо малым.

Заключение

Данная работа посвящена проверке частных случаев теории Хорндески (теория Хорндески без учета эффектов экранирования, массивная теория Бранса-Дикке, гибридная f(R)-гравитация, модель Гаусса-Бонне) на астрофизических объектах с различными гравитационными режимами: в слабом поле Солнечной системы, в двойных системах с пульсаром, в сильном поле черной дыры.

Впервые нами рассмотрен подкласс теории Хорндески без экранирующих механизмов в сильном поле двойных систем с пульсаром, и найдено выражение для изменения орбитального периода $\dot{P}_b^{th}$ в рамках рассматриваемой модели в квазикруговом приближении. Мы показали, что орбитальный период двойной системы будет изменяться как из-за тензорного, так и из-за скалярного излучения. Впервые в итоговом выражении для скалярного излучения нами учитывался вклад ПН поправок к дипольному члену и диполь-октупольного члена. Также мы нашли ограничения на комбинацию параметров теории Хорндески как из данных системы двух нейтронных звезд (PSR J0737-3039), так и из смешанной двойной системы с пульсаром (PSR J1738-0333).

В контексте двойных систем с пульсаром нами были рассмотрены отдельно теории, являющиеся частным случаем теории Хорндески: гибридная f(R)-гравитация и массивная теория Бранса-Дикке. Мы показали, что ограничения, найденные для подкласса теории Хорндески без экранирующих механизмов, верны также и для частных случаев этой модели.

Гибридная f(R)-гравитация рассмотрена нами как в слабом поле Солнечной системы, так и в более сильном поле двойных систем с пульсаром. К модели мы применили параметризованный постньютоновский формализм, получили постньютоновскую метрику как в приближении системы точечных гравитирующих масс, так и в приближении идеальной жидкости. Нами было показано явно, что в гибридной f(R)-гравитации легкое скалярное поле не противоречит экспериментальным данным не только на основании параметра γ, но и на основании всех остальных ППН параметров постньютоновского формализма, причем восемь из них $\xi, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ тождественно равны нулю. Рассмотрение же гибридной f(R)-гравитации в рамках двойных систем с пульсаром позволило нам впервые наложить ограничение на массу скалярного поля в этой модели.

На примере массивной теории Бранса-Дикке нами была показана важность учета неравенства $\partial_r\psi \neq -\partial_0\psi$. Мы произвели сравнение подхода работы Дж. Алсинга и соавторов [31] с методом, изложенным в данной работе, и показали, что последний является более точным и полным.

Модель Гаусса-Бонне рассматривалась нами в контексте эффектов испарения черных дыр. В рамках исследования мы получили температуру черной дыры Гаусса-Бонне методом комплексных траекторий и нашли начальную массу черной дыры Гаусса-Бонне, которая полностью испарится за время жизни Вселенной. Нами было показано, что начальная масса черной дыры Гаусса-Бонне, которая испарится за время жизни Вселенной, по порядку величины совпадает с предсказаниями ОТО. Таким образом, мы показали, что современные наблюдения не позволяют отличить финальные стадии испарения черных дыр, сопровождающиеся гамма-всплесками, в этих двух моделях.

Все рассматриваемые в работе теории очень перспективны. Часть из них (теория Хорндески, гибридная f(R)-гравитация и массивная теория Бранса-Дикке) являются кандидатами для объяснения ускоренного расширения Вселенной. Модель Гаусса-Бонне является низкоэнергетическим пределом теории струн, на основании которой возможно и будет построена теория квантовой гравитации. Основным итогом данной работы является то, что она дополняет имеющийся спектр проверок рассматриваемых моделей. На основании проделанной работы можно сделать вывод, что представленные здесь частные случаи теории Хорндески не противоречат наблюдениям в широком диапазоне гравитационных режимов: от слабого поля Солнечной системы до сильного поля черных дыр.

Рекомендацией к дальнейшей разработке темы может являться проверка общего случая теории Хордески на рассмотренных в работе астрофизических объектах. Помимо этого, одним из возможных направлений исследований является проверка гравитации Хорндески с использованием всего набора посткеплеровских параметров [18; 174]. Кроме того, перспективой дальнейшей разработки темы может являться создание универсального аппарата для проверки теорий гравитации с массивными полями в пределе слабого поля (аналога оригинального ППН формализма для безмассовых моделей).

Благодарности

За помощь в подготовке диссертации автор выражает огромную благодарность своему научному руководителю Алексееву Станиславу Олеговичу, а также моим замечательным соавторам: Б.Н. Латошу, К.А. Ранну, Н.А. Авдееву и С.П. Лабазовой.

Отдельную благодарность автор выражает Михаилу Васильевичу Сажину за возможность представить материалы диссертации на семинаре по гравитации и космологии им. А.Л. Зельманова.

Также автор благодарит семью за бесконечную поддержку и терпение. Отдельное спасибо хочется выразить моему мужу, который поддерживал меня на протяжении всего времени написания диссертации и помог исправить множество логических и грамматических ошибок.

Список литературы

1. *Алексеев С. О.*, *Памятных Е. А.*, *Урсулов А. В.*, *Третьякова Д. А.*, *Латош Б. Н.* Общая теория относительности. Введение. Современное развитие и приложения. — Москва : Флинта, 2017. — 380 с.
2. *Riess A. G.* [et al.]. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // Astronomical Journal. — 1999. — Vol. 116, no. 3. — P. 1009—1038.
3. *Riess A. G.* [et al.]. Type Ia Supernova Discoveries at $z > 1$ from the Hubble Space Telescope: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution // Astrophysical Journal. — 2004. — Vol. 607, no. 2. — P. 665—687.
4. *Perlmutter S.* [et al.]. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae // Astrophysical Journal. — 1999. — Vol. 517, no. 2. — P. 565—586.
5. *Spergel D. N.* [et al.]. Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Implications for Cosmology // Astrophysical Journal Supplement Series. — 2007. — Vol. 170, no. 2. — P. 377—408.
6. *Oort J. H.* The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems // Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands. — 1932. — Vol. 6, no. 238. — P. 249—287.
7. *Zwicky F.* Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln // Helvetica Physica Acta. — 1933. — Vol. 6. — P. 110—127.
8. *Poisson E.*, *Will C. M.* Gravity: Newtonian, Post-Newtonian, Relativistic. — London : Cambridge University Press, 2014. — 780 p.
9. *Will C. M.* Theoretical Frameworks for Testing Relativistic Gravity. II. Parametrized Post-Newtonian Hydrodynamics, and the Nordtvedt Effect // Astrophysical Journal. — 1971. — Vol. 163. — P. 611—628.
10. *Will C. M.*, *Nordtvedt K.* Conservation Laws and Preferred Frames in Relativistic Gravity. I. Preferred-Frame Theories and an Extended PPN Formalism // Astrophysical Journal. — 1972. — Vol. 177. — P. 757—774.

11. *Will C. M.* Theory and Experiment in Gravitational Physics. — London : Cambridge University Press, 1993. — 380 p.

12. *Kopeikin S.*, *Efroimsky M.*, *Kaplan G.* Relativistic Celestial Mechanics of the Solar System. — Berlin : Wiley, 2011. — 894 p.

13. *Hulse R.*, *Taylor J.* Discovery of a pulsar in a binary system // Astrophysical Journal Letters. — 1975. — Vol. 195, no. L51.

14. *Damour T.*, *Deruelle N.* General relativistic celestial mechanics of binary systems. I. The post-Newtonian motion. // Ann. Inst. Henri Poincare A. — 1985. — Vol. 43, no. 1. — P. 107—132.

15. *Damour T.*, *Deruelle N.* General relativistic celestial mechanics of binary systems. II. The post-Newtonian timing formula // Ann. Inst. Henri Poincare A. — 1986. — Vol. 44, no. 3. — P. 263—292.

16. *Копейкин С.*, *Потапов В.* Релятивистское смещение периастра двойного пульсара во втором постньютоновском приближении общей теории относительности // Астрономический журнал. — 1994. — Т. 71, № 1. — С. 120.

17. *Копейкин С. М.* Уравнения движения протяженных тел в ОТО с учетом консервативных поправок и радиационного торможения // Астрономический журнал. — 1985. — Т. 62. — С. 889—904.

18. *Damour T.*, *Taylor J. H.* Strong-field tests of relativistic gravity and binary pulsars // Physical Review D. — 1992. — Vol. 45, no. 6. — P. 1840.

19. *Damour T.*, *Taylor J. H.* On the orbital period change of the binary pulsar PSR 1913 + 16 // Astrophysical Journal. — 1991. — Vol. 366. — P. 501—511.

20. *Pshirkov M.*, *Tuntsov A.*, *Postnov K.* Constraints on Massive-Graviton Dark Matter from Pulsar Timing and Precision Astrometry // Physical Review Letters. — 2008. — Vol. 101, no. 26. — P. 261101.

21. *Hawking S. W.* Particle creation by black holes // Communications in Mathematical Physics. — 1975. — Vol. 43, no. 3. — P. 199—220.

22. *Фролов В. П.*, *Новиков И.* Физика черных дыр. — Наука, 1986. — 328 с.

23. *Зельдович Я. Б.*, *Новиков И. Д.* Релятивистская астрофизика. — Наука, 1967. — 656 с.

24. *Алексеев С. О.*, *Сажин М. В.*, *Хованская О. С.* Параметры ранней Вселенной и первичные черные дыры // Письма в "Астрономический журнал"(Астрономия и космическая астрофизика). — 2002. — Т. 28, № 3. — С. 139—142.

25. *Carr B. J.* The Primordial black hole mass spectrum // Astrophysical Journal. — 1975. — Vol. 201. — P. 1—19.

26. *Alexeyev S.*, *Barrau A.*, *Boudoul G.*, *Khovanskaya O.*, *Sazhin M.* Black Hole Relics in String Gravity: Last Stages of Hawking Evaporation // Classical and Quantum Gravity. — 2002. — Vol. 19, no. 16. — P. 4431—4444.

27. *Алексеев С. О.*, *Барро А.*, *Будул Г.*, *Сажин М. В.*, *Хованская О. С.* Простейшая модель испарения черных дыр на последних стадиях // Письма в “Астрономический журнал”. — 2002. — Т. 28, № 7. — С. 163—166.

28. *MacGibbon J. H.*, *Carr B. J.* Cosmic rays from primordial black holes // Astrophysical Journal. — 1991. — Vol. 371. — P. 447—469.

29. *Ukwatta T. N.* [et al.]. Spectral Lags of Gamma-Ray Bursts from Primordial Black Hole (PBH) Evaporations // AIP Conf.Proc. — 2009. — Vol. 1133. — P. 440—442.

30. *Alexeyev S.*, *Rannu K.*, ***Dyadina, P.I.***, *Latosh B.*, *Turyshev S.* Observational Limits on Gauss–Bonnet and Randall–Sundrum Gravities // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 2015. — Т. 147, № 6. — С. 1120—1127.

31. *Alsing J.*, *Berti E.*, *Will C. M.*, *Zaglauer H.* Gravitational Radiation from Compact Binary Systems in the Massive Brans-Dicke Theory of Gravity // Physical Review D. — 2012. — Vol. 85, no. 6. — P. 064041.

32. ***Dyadina, P.I.***, *Avdeev N.*, *Alexeyev S.* Horndeski gravity without screening in binary pulsars // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2019. — Т. 483, № 1. — С. 947—963.

33. ***Дядина, П.И.***, *Лабазова С.*, *Алексеев С.* Постньютоновский предел гибридной f(R)-гравитации // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 2019. — Т. 156, № 5. — С. 905—917.

34. *Horndeski G. W.* Second-order scalar-tensor field equations in a four-dimensional space // International Journal of Theoretical Physics. — 1974. — Vol. 10, no. 6. — P. 363—384.

35. *Kobayashi T.*, *Yamaguchi M.*, *Yokoyama J.* Generalized G-inflation: Inflation with the most general second-order field equations // Progress of Theoretical Physics. — 2011. — Vol. 126, no. 3. — P. 511—529.

36. *Fujii Y.*, *Maeda K.* The scalar-tensor theory of gravitation. — Cambridge, England : Cambridge University Press, 2003. — 260 p.

37. *Esposito-Farese G.* Motion in alternative theories of gravity // Fundamental Theories of Physics. — 2011. — Vol. 162. — P. 461—489.

38. *Clifton T.*, *Ferreira P. G.*, *Padilla A.*, *Skordis C.* Modified Gravity and Cosmology // Physics Reports. — 2012. — Vol. 513, no. 1. — P. 1—189.

39. *De Felice A.*, *Tsujikawa S.* Conditions for the cosmological viability of the most general scalar-tensor theories and their applications to extended Galileon dark energy models // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2012. — Vol. 1202. — P. 007.

40. *Vainshtein A. I.* To the problem of nonvanishing gravitation mass // Physics Letters B. — 1972. — Vol. 39, no. 3. — P. 393—394.

41. *Kimura R.*, *Kobayashi T.*, *Yamamoto K.* Vainshtein screening in a cosmological background in the most general second-order scalar-tensor theory // Physical Review D. — 2012. — Vol. 85, no. 2. — P. 024023.

42. *Koyama K.*, *Niz G.*, *Tasinato G.* Effective theory for the Vainshtein mechanism from the Horndeski action // Physical Review D. — 2013. — Vol. 88, no. 2. — P. 021502.

43. *Khoury J.*, *Weltman A.* Chameleon cosmology // Physical Review D. — 2004. — Vol. 69, no. 4. — P. 044026.

44. *Khoury J.*, *Weltman A.* Chameleon Fields: Awaiting Surprises for Tests of Gravity in Space // Physical Review Letters. — 2004. — Vol. 93, no. 17. — P. 171104.

45. *Hinterbichler K.*, *Khoury J.* Screening Long-Range Forces through Local Symmetry Restoration // Physical Review Letters. — 2010. — Vol. 104, no. 23. — P. 231301.

46. *Hinterbichler K.*, *Khoury J.*, *Levy A.*, *Matas A.* Symmetron Cosmology // Physical Review D. — 2011. — Vol. 84, no. 10. — P. 103521.

47. *Damour T.*, *Polyakov A. M.* The string dilation and a least coupling principle // Nuclear Physics B. — 1994. — Vol. 423, no. 2/3. — P. 532—558.

48. *Damour T.*, *Polyakov A. M.* String theory and gravity // General Relativity and Gravitation. — 1994. — Vol. 26, no. 12. — P. 1171—1176.

49. *Germani C.*, *Martin-Moruno P.* Tracking our Universe to de Sitter by a Horndeski scalar // Physics of the Dark Universe. — 2017. — Vol. 18. — P. 1—5.

50. *Kennedy J.*, *Lombriser L.*, *Taylor A.* Reconstructing Horndeski models from the effective field theory of dark energy // Physical Review D. — 2017. — Vol. 96, no. 8. — P. 084051.

51. *Nunes N.*, *Martn-Moruno P.*, *Lobo F.* A Review on the Cosmology of the de Sitter Horndeski Models // Universe. — 2017. — Vol. 3, no. 2. — P. 33.

52. *Третьякова Д.* Наблюдательные проявления черных дыр в модели гравитации Хорндески // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 2017. — Т. 152, № 3. — С. 475—482.

53. *Tretyakova D. A.*, *Latosh B. N.* Scalar-Tensor Black Holes Embedded in an Expanding Universe // Universe. — 2018. — Vol. 4, no. 2. — P. 26.

54. *Narikawa T.*, *Kobayashi T.*, *Yamauchi D.*, *Saito R.* Testing general scalar-tensor gravity and massive gravity with cluster lensing // Physical Review D. — 2013. — Vol. 87, no. 12. — P. 124006.

55. *Salvatelli V.*, *Piazza F.*, *Marinoni C.* Constraints on modified gravity from Planck: when the health of your theory makes the difference // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2016. — Vol. 1609, no. 09. — P. 027.

56. *Renk J.*, *Zumalacarregui M.*, *Montanari F.* Gravity at the horizon: on relativistic effects, CMB-LSS correlations and ultra-large scales in Horndeski's theory // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2016. — Vol. 1607, no. 07. — P. 040.

57. *Ezquiaga J. M.*, *Zumalacarregui M.* Dark Energy After GW170817: Dead Ends and the Road Ahead // Physical Review Letters. — 2017. — Vol. 119, no. 25. — P. 251304.

58. *Baker T.* [et al.]. Strong Constraints on Cosmological Gravity from GW170817 and GRB 170817A // Physical Review Letters. — 2017. — Vol. 119, no. 25. — P. 251301.

59. *Abbott B. P.* [et al.]. GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral // Physical Review Letters. — 2017. — Vol. 119, no. 16. — P. 161101.

60. *Abbott B. P.* [et al.]. Gravitational Waves and Gamma-Rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB 170817A // Astrophysical Journal Letters. — 2017. — Vol. 848, no. L13.

61. *Di Casola E.*, *Liberati S.*, *Sonego S.* Nonequivalence of equivalence principles // American Journal of Physics. — 2015. — Vol. 83, no. 1. — P. 39—46.

62. *Eardley D. M.* Observable effects of a scalar gravitational field in a binary pulsar // Astrophysical Journal Letters. — 1975. — Vol. 196, no. L59.

63. *Will C. M.*, *Zaglauer H. W.* Gravitational radiation, close binary systems, and the Brans-Dicke theory of gravity // Astrophysical Journal. — 1989. — Vol. 346. — P. 366—377.

64. *Zhang X.*, *Liu T.*, *Zhao W.* Gravitational radiation from compact binary systems in screened modified gravity // Physical Review D. — 2017. — Vol. 95, no. 10. — P. 104027.

65. *Kopeikin S. M.* Covariant equations of motion of extended bodies with arbitrary mass and spin multipoles // Physical Review D. — 2019. — Vol. 99, no. 8. — P. 084008.

66. *Kopeikin S. M.* Covariant equations of motion beyond the spin-dipole particle approximation // The European Physical Journal Plus. — 2019. — Vol. 134, no. 2. — P. 68.

67. *Will C. M.* The Confrontation between General Relativity and Experiment // Living Review Relativity. — 2014. — Vol. 17. — P. 4.

68. *Kopeikin S.*, *Vlasov I.* Parametrized post-Newtonian theory of reference frames, multipolar expansions and equations of motion in the N-body problem // Physics Reports. — 2004. — Vol. 400, no. 4—6. — P. 209—318.

69. *Galiautdinov A.*, *Kopeikin S. M.* Post-Newtonian celestial mechanics in scalar-tensor cosmology // Physical Review D. — 2016. — Vol. 94, no. 4. — P. 044015.

70. *Kopeikin S. M.*, *Petrov A. N.* Post-Newtonian celestial dynamics in cosmology: Field equations // Physical Review D. — 2013. — Vol. 87, no. 4. — P. 044029.

71. *Kopeikin S. M.* Post-Newtonian limitations on measurement of the PPN parameters caused by motion of gravitating bodies // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2009. — Vol. 399, no. 3. — P. 1539—1552.

72. *Hohmann M.* Parameterized post-Newtonian limit of Horndeski's gravity theory // Physical Review D. — 2015. — Vol. 92, no. 6. — P. 064019.

73. *Gao X.* Conserved cosmological perturbation in Galileon models // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2011. — Vol. 1110. — P. 021.

74. *Ashtekar A.*, *Bonga B.*, *Kesavan A.* Gravitational Waves from Isolated Systems: Surprising Consequences of a Positive Cosmological Constant // Physical Review Letters. — 2016. — Vol. 116, no. 5. — P. 051101.

75. *Грищук Л. П.*, *Копейкин С. М.* Движение тяготеющих тел с учетом сил радиационного торможения // Письма в астрономический журнал. — 1983. — Т. 9. — С. 436—440.

76. *Hou S.*, *Gong Y.* Constraints on Horndeski Theory Using the Observations of Nordtvedt Effect, Shapiro Time Delay and Binary Pulsars // European Physical Journal C. — 2018. — Vol. 78, no. 3. — P. 247.

77. *Einstein A.*, *Infeld L.*, *Hoffmann B.* The Gravitational Equations and the Problem of Motion // Annals of Mathematics. — 1938. — Vol. 39, no. 1. — P. 65—100.

78. *Brans C.*, *Dicke H.* Mach's Principle and a Relativistic Theory of Gravitation // Physical Review. — 1961. — Vol. 124, no. 3. — P. 925—935.

79. *Новиков И.*, *Шацкий А.*, *Алексеев С.*, *Третьякова Д.* Идеи Я.Б. Зельдовича и современная космология Бранса—Дикке // Успехи физических наук. — 2014. — Т. 184. — С. 379—386.

80. *Алексеев С.*, *Ранну К.*, *Гареева Д.* Возможные наблюдательные проявления кротовых нор в теории Бранса - Дикке // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 2011. — Т. 140, № 4. — С. 722—731.

81. *Tretyakova D. A.*, *Shatskiy A. A.*, *Novikov I. D.*, *Alexeyev S. O.* Nonsingular Brans-Dicke-Λ cosmology // Physical Review D. — 2012. — Vol. 85, no. 12. — P. 124059.

82. *Boisseau B.* Exact cosmological solution of a scalar-tensor gravity theory compatible with the ΛCDM model // Physical Review D. — 2011. — Vol. 83, no. 4. — P. 043521.

83. *McManus R.*, *Lombriser L.*, *Penarrubia J.* Finding Horndeski theories with Einstein gravity limits // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2016. — Vol. 1611, no. 11. — P. 006.

84. *Bergmann P. G.* Comments on the scalar-tensor theory // International Journal of Theoretical Physics. — 1968. — Vol. 1, no. 1. — P. 25—36.

85. *Nojiri S.*, *Odintsov S. D.*, *Oikonomou V. K.* Modified Gravity Theories on a Nutshell: Inflation, Bounce and Late-time Evolution // Physics Reports. — 2017. — Vol. 692. — P. 1.

86. *Nojiri S.*, *Odintsov S. D.* Unified cosmic history in modified gravity: from F(R) theory to Lorentz non-invariant models // Physics Reports. — 2011. — Vol. 505, no. 2—4. — P. 59.

87. *Starobinsky A. A.* A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity // Physics Letters B. — 1980. — Vol. 91, no. 1. — P. 99—102.

88. *Nojiri S.*, *Odintsov S. D.* Modified gravity with negative and positive powers of curvature: Unification of inflation and cosmic acceleration // Physical Review D. — 2003. — Vol. 68, no. 12. — P. 123512.

89. *Briscese F.*, *Elizalde E.*, *Nojiri S.*, *Odintsov S. D.* Phantom scalar dark energy as modified gravity: Understanding the origin of the Big Rip singularity // Physics Letters B. — 2007. — Vol. 646, no. 2/3. — P. 105.

90. *Nojiri S.*, *Odintsov S. D.* Unifying inflation with ΛCDM epoch in modified f(R) gravity consistent with Solar System tests // Physics Letters B. — 2007. — Vol. 657, no. 4/5. — P. 238.

91. *Nojiri S.*, *Odintsov S. D.* Modified f(R) gravity unifying R^m inflation with ΛCDM epoch // Physical Review D. — 2008. — Vol. 77, no. 2. — P. 026007.

92. *Nojiri S.*, *Odintsov S. D.*, *Saez-Gomez D.* Cosmological reconstruction of realistic modified F(R) gravities // Physics Letters B. — 2009. — Vol. 681, no. 1. — P. 74.

93. *Cognola G.*, *Elizalde E.*, *Odintsov S. D.*, *Tretyakov P.*, *Zerbini S.* Initial and final de Sitter universes from modified f(R) gravity // Physical Review D. — 2009. — Vol. 79, no. 4. — P. 044001.

94. *Cognola G.* [et al.]. Class of viable modified f(R) gravities describing inflation and the onset of accelerated expansion // Physical Review D. — 2008. — Vol. 77, no. 4. — P. 046009.

95. *Saez-Gomez D.* Modified f(R) gravity from scalar-tensor theory and inhomogeneous EoS dark energy // General Relativity and Gravitation. — 2009. — Vol. 41, no. 7. — P. 1527.

96. *Odintsov S. D.*, *Saez-Gomez D.*, *Sharov G. S.* Is exponential gravity a viable description for the whole cosmological history? // European Physical Journal C. — 2017. — Vol. 77. — P. 862.

97. *Alexeyev S. O.*, *Latosh B. N.*, *Echeistov V. A.* Searching for Constraints on Starobinsky's Model with a Disappearing Cosmological Constant on Galaxy Cluster Scales // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2017. — Т. 125, № 6. — С. 1083—1089.

98. *Capozziello S.*, *Francaviglia M.* Extended Theories of Gravity and their Cosmological and Astrophysical Applications // General Relativity and Gravitation. — 2008. — Vol. 40, no. 2/3. — P. 357—420.

99. *Sotiriou T. P.*, *Faraoni V.* f(R) Theories Of Gravity // Reviews of Modern Physics. — 2010. — Vol. 82, no. 1. — P. 451.

100. *Chiba T.* $1/R$ gravity and Scalar-Tensor Gravity // Physical Letters B. — 2003. — Vol. 575, no. 1/2. — P. 1—3.

101. *Olmo G.* The gravity lagrangian according to solar system experiments // Physical Review Letters. — 2005. — Vol. 95, no. 26. — P. 261102.

102. *Olmo G.* Limit to General Relativity in f(R) theories of gravity // Physical Review D. — 2007. — Vol. 75, no. 02. — P. 023511.

103. *Capozziello S.*, *Tsujikawa S.* Solar system and equivalence principle constraints on f(R) gravity by chameleon approach // Physical Review D. — 2008. — Vol. 77, no. 10. — P. 107501.

104. *Hu W.*, *Sawicki I.* Models of f(R) Cosmic Acceleration that Evade Solar-System Tests // Physical Review D. — 2007. — Vol. 76, no. 06. — P. 064004.

105. *Koivisto T.*, *Kurki-Suonio H.* Cosmological perturbations in the Palatini formulation of modified gravity // Classical and Quantum Gravity. — 2006. — Vol. 23, no. 7. — P. 2355—2369.

106. *Koivisto T.* The matter power spectrum in f(R) gravity // Physical Review D. — 2006. — Vol. 73, no. 08. — P. 083517.

107. *Harko T.*, *Koivisto T. S.*, *Lobo F. S. N.*, *Olmo G. J.* Metric-Palatini gravity unifying local constraints and late-time cosmic acceleration // Physical Review D. — 2012. — Vol. 85, no. 8. — P. 084016.

108. *Böhmer C. G.*, *Lobo F. S. N.*, *Tamanini N.* Einstein static Universe in hybrid metric-Palatini gravity // Physical Review D. — 2013. — Vol. 88, no. 10. — P. 104019.

109. *Lima N. A.*, *Smer-Barreto V.* Constraints on hybrid metric-Palatini models from background evolution // Astrophysical Journal. — 2016. — Vol. 818. — P. 186.

110. *Leanizbarrutia I.*, *Lobo F.*, *Saez-Gomez D.* Crossing SNe Ia and BAO observational constraints with local ones in hybrid metric-Palatini gravity // Physical Review D. — 2017. — Vol. 95, no. 8. — P. 084046.

111. *Capozziello S.* [et al.]. Cosmology of hybrid metric-Palatini f(X)-gravity // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2013. — Vol. 1304. — P. 011.

112. *Capozziello S.* [et al.]. The virial theorem and the dark matter problem in hybrid metric-Palatini gravity // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2013. — Vol. 1307. — P. 024.

113. *Capozziello S.*, *Harko T.*, *Koivisto T. S.*, *Lobo F. S. N.*, *Olmo G. J.* Galactic rotation curves in hybrid metric-Palatini gravity // Astroparticle Physics. — 2013. — Vol. 50—52C. — P. 65—75.

114. *Capozziello S.* [et al.]. Hybrid metric-Palatini gravity // Universe. — 2015. — Vol. 1, no. 2. — P. 199—238.

115. *Helbig T.* Gravitational effects of light scalar particles // Astrophysical Journal. — 1991. — Vol. 382. — P. 223—232.

116. *Perivolaropoulos L.* PPN Parameter γ and Solar System Constraints of Massive Brans-Dicke Theories // Physical Review D. — 2010. — Vol. 81, no. 04. — P. 047501.

117. *Nordtvedt K.* Equivalence Principle for Massive Bodies. II. Theory // Physical Review. — 1968. — Vol. 169, no. 5. — P. 1017.

118. *Nutku Y.* The Post-Newtonian Equations of Hydrodynamics in the Brans-Dicke Theory // Astrophysical Journal. — 1969. — Vol. 155. — P. 999.

119. *Bertotti B.*, *Iess L.*, *Tortora P.* A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft // Nature. — 2003. — Vol. 425, no. 6956. — P. 374—376.

120. *Will C. M.* A new general relativistic contribution to Mercury's perihelion advance // Physical Review Letters. — 2018. — Vol. 120, no. 19. — P. 191101.

121. *Fienga A.* [et al.]. The INPOP10a planetary ephemeris and its applications in fundamental physics // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. — 2011. — Vol. 111. — P. 363.

122. *Verma A.*, *Fienga A.*, *Laskar J.*, *Manche H.*, *Gastineau M.* Use of MESSENGER radioscience data to improve planetary ephemeris and to test general relativity // Astronomy & Astrophysics. — 2014. — Vol. 561. — A115.

123. *Fienga A.*, *Laskar J.*, *Exertier P.*, *Manche H.*, *Gastineau M.* Tests of General relativity with planetary orbits and Monte Carlo simulations // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. — 2015. — Vol. 123. — P. 325.

124. *Mohr P. J.*, *Newell D. B.*, *Taylor B. N.* CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2014 // Reviews of Modern Physics. — 2016. — Vol. 88, no. 3. — P. 035009.

125. *Alexeyev S.*, *Pomazanov M.* Black hole solutions with dilatonic hair in higher curvature gravity // Physical Review D. — 1997. — Vol. 55, no. 4. — P. 2110—2118.

126. *Алексеев С.*, *Ранну К.* Черные дыры Гаусса - Боннэ и возможности их экспериментального поиска // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 2012. — Т. 141, № 3. — С. 463—487.

127. *Zwiebach B.* Curvature squared terms and string theories // Physics Letters B. — 1985. — Vol. 156, no. 5/6. — P. 315—317.

128. *Sotiriou T. P.*, *Zhou S.-Y.* Black hole hair in generalized scalar-tensor gravity // Physical Review Letters. — 2014. — Vol. 112. — P. 251102.

129. *Nojiri S.*, *Odintsov S.*, *Sasaki M.* Gauss-Bonnet dark energy // Physical Review D. — 2005. — Vol. 71, no. 12. — P. 123509.

130. *Cognola G.*, *Elizalde E.*, *Nojiri S.*, *Odintsov S.*, *Zerbini S.* Dark energy in modified Gauss-Bonnet gravity: late-time acceleration and the hierarchy problem // Physical Review D. — 2006. — Vol. 73, no. 08. — P. 084007.

131. *Mignemi S.*, *Stewart N. R.* Charged black holes in effective string theory // Physical Review D. — 1993. — Vol. 47, no. 12. — P. 5259.

132. *Wheeler J.* Symmetric Solutions to the Gauss-Bonnet Extended Einstein Equations // Nuclear Physics B. — 1986. — Vol. 268, no. 3/4. — P. 737—746.

133. *Wheeler J.* Symmetric Solutions to the Maximally Gauss-Bonnet Extended Einstein Equations // Nuclear Physics B. — 1986. — Vol. 273, no. 3/4. — P. 732—748.

134. *Kanti P.*, *Mavromatos N.*, *Rizos J.*, *Tamvakis K.*, *Winstanley E.* Dilatonic Black Holes in Higher Curvature String Gravity // Physical Review D. — 1996. — Vol. 54, no. 08. — P. 5049—5058.

135. *Kleihaus B.*, *Kunz J.*, *Mojica S.*, *Radu E.* Spinning black holes in Einstein–-Gauss-Bonnet–dilaton theory: non-perturbative solutions // Physical Review D. — 2016. — Vol. 93, no. 04. — P. 044047.

136. *Ayzenberg D.*, *Yunes N.* Slowly-Rotating Black Holes in Einstein-Dilaton-Gauss-Bonnet Gravity: Quadratic Order in Spin Solutions // Physical Review D. — 2014. — Vol. 90, no. 04. — P. 044066.

137. *Maselli A.*, *Pani P.*, *Gualtieri L.*, *Ferrari V.* Rotating black holes in Einstein-Dilaton-Gauss-Bonnet gravity with finite coupling // Physical Review D. — 2015. — Vol. 92, no. 08. — P. 083014.

138. *Alexeyev S.*, *Popov N.*, *Startseva M.*, *Barrau A.*, *Grain J.* Kerr-Gauss-Bonnet black holes: Exact analytical solution // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2008. — Т. 106. — С. 709—713.

139. *Deruelle N.*, *Morisawa Y.* Mass and angular momenta of Kerr anti-de Sitter spacetimes in Einstein-Gauss-Bonnet theory // Classical and Quantum Gravity. — 2005. — Vol. 22, no. 6. — P. 933—938.

140. *Zhang H.* [et al.]. Testing Einstein-dilaton-Gauss-Bonnet gravity from the reflection spectrum of accreting black holes // Physical Review D. — 2017. — Vol. 95, no. 10. — P. 104043.

141. *Maselli A.*, *Gualtieri L.*, *Pani P.*, *Stella L.*, *Ferrari V.* Testing Gravity with Quasi Periodic Oscillations from accreting Black Holes: the Case of Einstein-Dilaton-Gauss-Bonnet Theory // Astrophysical Journal. — 2015. — Vol. 801, no. 2. — P. 115.

142. *Younsi Z.*, *Zhidenko A.*, *Rezzolla L.*, *Konoplya R.*, *Mizuno Y.* A new method for shadow calculations: application to parameterised axisymmetric black holes // Physical Review D. — 2016. — Vol. 94, no. 08. — P. 084025.

143. *Cunha P. V. P.*, *Herdeiro C. A. R.*, *Kleihaus B.*, *Kunz J.*, *Radu E.* Shadows of Einstein-dilaton-Gauss-Bonnet black holes // Physics Letters B. — 2017. — Vol. 768. — P. 373—379.

144. *Blazquez-Salcedo J. L.* [et al.]. Perturbed black holes in Einstein-dilaton-Gauss-Bonnet gravity: Stability, ringdown, and gravitational-wave emission // Physical Review D. — 2016. — Vol. 94, no. 10. — P. 104024.

145. *Blazquez-Salcedo J. L.*, *Khoo F. S.*, *Kunz J.* Quasinormal modes of Einstein-Gauss-Bonnet-dilaton black holes // Physical Review D. — 2017. — Vol. 96, no. 06. — P. 064008.

146. *Pani P.*, *Cardoso V.* Are black holes in alternative theories serious astrophysical candidates? The case for Einstein-Dilaton-Gauss-Bonnet black holes // Physical Review D. — 2009. — Vol. 79, no. 08. — P. 084031.

147. *Зельдович Я. Б.*, *Питаевский Л. П.*, *Попов В. С.*, *Старобинский А. А.* Рождение пар в поле тяжелых ядер и в гравитационном поле // Успехи физических наук. — 1971. — Т. 105. — С. 780—781.

148. *Shankaranarayanan S.*, *Padmanabhan T.*, *Srinivasan K.* Hawking radiation in different coordinate settings: Complex paths approach // Classical and Quantum Gravity. — 2002. — Vol. 19, no. 10. — P. 2671—2688.

149. *Srinivasan K.*, *Padmanabhan T.* Particle production and complex path analysis // Physical Review D. — 1999. — Vol. 60, no. 02. — P. 024007.

150. *Page D. N.* Particle emission rates from a black hole: Massless particles from an uncharged, nonrotating hole // Physical Review D. — 1976. — Vol. 13, no. 02. — P. 198.

151. *Page D. N.* Particle emission rates from a black hole. II. Massless particles from a rotating hole // Physical Review D. — 1976. — Vol. 14, no. 12. — P. 3260.

152. *Petrov A. N.* Classical and Quantum Gravity Research. — New York : Nova Science Publishers, 2008.

153. *Saffer A.*, *Yunes N.*, *Yagi K.* The gravitational wave stress–energy (pseudo)-tensor in modified gravity // Classical and Quantum Gravity. — 2018. — Vol. 35, no. 5. — P. 055011.

154. *Morse P. M.*, *Feshbach H.* Methods of Theoretical Physics. — New York : McGraw-Hill, 1953. — 997 p.

155. *Taylor J. H.*, *Weisberg J. M.* A new test of general relativity - Gravitational radiation and the binary pulsar PSR 1913+16 // Astrophysical Journal. — 1982. — Vol. 253. — P. 908—920.

156. *Stairs I. H.* [et al.]. Discovery of three wide-orbit binary pulsars: implications for binary evolution and equivalence principles // Astrophysical Journal. — 2005. — Vol. 632, no. 2. — P. 1060.

157. *Kramer M.* [et al.]. Tests of general relativity from timing the double pulsar // Science. — 2006. — Vol. 341. — P. 97—102.

158. *Bhat N. D. R.*, *Bailes M.*, *Verbiest J. P. W.* Gravitational-radiation losses from the pulsar-white-dwarf binary PSR J1141-6545 // Physical Review D. — 2008. — Vol. 77, no. 12. — P. 124017.

159. *Freire P. C. C.*, *Kramer M.*, *Wex N.* Tests of the universality of free fall for strongly self-gravitating bodies with radio pulsars // Classical and Quantum Gravity. — 2012. — Vol. 29, no. 18. — P. 184007.

160. *Freire P.* [et al.]. The relativistic pulsar–white dwarf binary PSR J1738+0333 – II. The most stringent test of scalar–tensor gravity // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2012. — Vol. 423, no. 4. — P. 3328—3343.

161. *Ransom S. M.* [et al.]. A millisecond pulsar in a stellar triple system // Nature. — 2014. — Vol. 505. — P. 520—524.

162. *Desvignes G.*, *Caballero R. N.*, *Lentati L.*, *Verbiest J. P. W.*, *Champion D. J.* High-precision timing of 42 millisecond pulsars with the European Pulsar Timing Array // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2016. — Vol. 458, no. 3. — P. 3341—3380.

163. *Archibald A. M.* [et al.]. Universality of free fall from the orbital motion of a pulsar in a stellar triple system // Nature. — 2018. — Vol. 559. — P. 73—76.

164. *Lazaridis K.* [et al.]. Generic tests of the existence of the gravitational dipole radiation and the variation of the gravitational constant // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2009. — Vol. 400, no. 2. — P. 805—814.

165. *Zaglauer H. W.* Neutron stars and gravitational scalars // Astrophysical Journal. — 1992. — Vol. 393, no. 2. — P. 685—696.

166. *Antoniadis J.* [et al.]. The relativistic pulsar–white dwarf binary PSR J1738+0333 – I. Mass determination and evolutionary history // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2012. — Vol. 423, no. 4. — P. 3316—3327.

167. *Burgay M.* [et al.]. An increased estimate of the merger rate of double neutron stars from observations of a highly relativistic system // Nature. — 2003. — Vol. 426. — P. 531—533.

168. *Sotiriou T. P.*, *Barausse E.* Post-Newtonian expansion for Gauss-Bonnet Gravity // Physical Review D. — 2007. — Vol. 75, no. 08. — P. 084007.

169. *Lee D. L.* Conservation laws, gravitational waves, and mass losses in the Dicke-Brans-Jordan theory of gravity // Physical Review D. — 1974. — Vol. 10, no. 08. — P. 2374.

170. *Petrov A. N.*, *Kopeikin S. M.*, *Lompay R. R.*, *Tekin B.* Metric Theories of Gravity: Perturbations and Conservation Laws. — Berlin : De Gruyter, 2017. — 597 p.

171. *Park R. S.* [et al.]. Precession of Mercury's Perihelion from Ranging to the MESSENGER Spacecraft // Astronomical Journal. — 2017. — Vol. 153, no. 3. — P. 121.

172. *Teyssandier P.*, *Tourranc P.* The Cauchy problem for the $R + R^2$ theories of gravity without torsion // Journal of Mathematical Physics. — 1983. — Vol. 24. — P. 2793.

173. *Callanan P. J.*, *Garnavich P. M.*, *Koester D.* The mass of the neutron star in the binary millisecond pulsar PSR J1012+5307 // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1998. — Vol. 298, no. 1. — P. 207—211.

174. *Kopeikin S. M.* Supplementary parameters in the parameterized post-Keplerian formalism // Astrophysical Journal. — 1994. — Vol. 434, no. 2. — P. L67—L70.