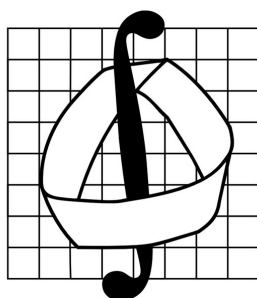


МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

Механико-математический факультет

Кафедра теоретической механики и мехатроники



Курсовая работа

О движении по сфере динамически симметричного
тела, удовлетворяющего условию Х.М. Муштари

Motion of a rotationally symmetric body, satisfying to the
Kh.M. Mushtari condition, on a sphere

Студент 422 группы

Зуева Дарья Сергеевна

Научный руководитель:

к.ф.-м.н., доц. Кулешов Александр Сергеевич

Москва 2019

Содержание

1. Введение	3
2. Постановка задачи и уравнения движения	5
3. Условие Муштари	12
4. Заключение	16
5. Список литературы	16

1. Введение

Задача о качении без скольжения динамически симметричного тела, ограниченного поверхностью вращения по неподвижной поверхности является одной из классических задач механики неголономных систем. В 1897 году С.А.Чаплыгин в работе [1] установил, что в случае качения тяжелого тела вращения по горизонтальной плоскости решение соответствующей задачи сводится к интегрированию одного линейного дифференциального уравнения второго порядка относительно компоненты ω_3 угловой скорости тела в проекции на его ось симметрии. В той же работе [1] были рассмотрены несколько простейших частных случаев, когда соответствующее уравнение интегрируется достаточно просто. В 1932 году Х.М.Муштари в работе [2] исследовал уравнение, полученное А.С.Чаплыгиным и нашел еще несколько частных случаев, когда это уравнение допускает общее решение, которое можно записать в явном виде. Работа Х.М.Муштари [2] была посвящена нахождению тел, имеющих такую форму меридианного сечения, при которой были бы возможны движения тела с постоянной угловой скоростью вращения вокруг оси симметрии ($\omega_3 = \omega_3^o = const$). Подставляя данное частное решение в уравнение второго порядка, Х.М.Муштари получил условие на форму поверхности движущегося тела и распределение масс в нем при выполнении которого твердое тело может двигаться с постоянной угловой скоростью ω_3 , а также нашел тела, для которых это условие было выполнено. В частности, в работе Х.М.Муштари [2] подробно рассмотрено движение тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением дуги параболы вокруг оси, проходящей через ее фокус, а также изучена задача о движении параболоида вращения.

В 1909 году П.В.Воронец в работе [3] показал, что результаты С.А.Чаплыгина без изменения переносятся на случай качения тела вращения по поверхности сферы, если приложенные к твердому телу силы имеют равнодействующую,

приложенную к центру масс O тела, направленную к центру O_1 опорной сферы и зависящую только от расстояния между точками O и O_1 . В этом случае задача описания движения тела вращения по сфере также сводится к интегрированию одного линейного дифференциального уравнения второго порядка относительно компоненты ω_3 угловой скорости тела в проекции на его ось симметрии.

В данной курсовой работе исследуется вопрос, при какой форме меридианного сечения и при каком распределении масс в твердом теле, катящемся по сфере, соответствующее линейное дифференциальное уравнения второго порядка допускает частное решение ($\omega_3 = \omega_3^0 = const$). Получено условие на форму поверхности движущегося по сфере тела и на распределение масс в нём, аналогичное условию Х.М.Муштари для движения тела по плоскости. Показано, что соответствующее условие выполняется, когда движущееся твердое тело представляет собой неоднородный динамически симметричный шар, центр масс которого не совпадает с геометрическим центром.

4. Заключение

Очевидно, что найденное решение уравнения (20) является лишь частным решением. Поэтому задача нахождения общего решения уравнения (20) сохраняет свою актуальность. В дальнейшем нами будут предприняты попытки отыскать более общее решение уравнения (20).

5. Список литературы

1. *Чаплыгин С.А.* О движении тяжелого тела вращения на горизонтальной плоскости // Труды отделения физических наук Общества любителей естествознания, антропологии и этнографии — 1897. — Т. 9, Вып. 1. — С. 10—16
2. *Муштару Х.М.* О катании тяжелого твердого тела вращения по неподвижной горизонтальной плоскости // Мат. сборник. 1932. Т. №. 1-2. С. 105-126.
3. *Воронец П.В.* К задаче о движении твердого тела, катящегося без скольжения по данной поверхности под действием данных сил // Киевские Университетские Известия. — 1910. — Т. 50, Вып. 10. — С.101-111.
3. *Маркеев А.П.* Динамика тела, соприкасающегося с твердой поверхностью. М.: "Наука". 1992. 336 с.
4. *Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В.* Теоретическая механика. М.: Издательский центр "Академия". 2010. 432 с.