18-я МЕЖДУНАРОДНАЯ ПЛЕССКАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО НАНОДИСПЕРСНЫМ МАГНИТНЫМ ЖИДКОСТЯМ

4–7 сентября 2018 г., Плес, Россия

18-я
МЕЖДУНАРОДНАЯ ПЛЕССКАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО НАНОДИСПЕРСНЫМ МАГНИТНЫМ ЖИДКОСТЯМ

Посвящается 80-летию Орлова Дмитрия Васильевича – основоположника магнитожидкостных технологий в ИГЭУ и 40 летию Плесским конференциям по магнитным жидкостям

сентябрь, 2018
Плес, Россия

Сборник научных трудов

Организована
Министерством образования и науки РФ
Ивановским государственным энергетическим университетом имени В.И. Ленина
Академией электротехнических наук РФ
при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований проект № 18-08-20056-г

18-я Международная Плесская научная конференция по нанодисперсным магнитным жидкостям организована Министерством образования и науки РФ, ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», Академией электротехнических наук РФ при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований проект 18-08-20056-г.

В сборнике научных трудов конференции рассмотрены вопросы физикохимии магнитных коллоидных систем, физических свойств и гидродинамики, тепло- и массообмена, применения магнитных жидкостей в медицине, биологии, экологии и технике. В него включены доклады об исследованиях, которые представляют научный, учебный и практически-методический интерес.

Сборник научных трудов подготовлен в рамках базовой части задания Министерства образования и науки РФ.

Под общей редакцией
доктора технических наук, профессора Ю.Б. Казакова

Отпечатано с оригиналов, представленных авторами – участниками конференции.

ISBN 978-5-00062-343-5

Содержание

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ АНИЗОТРОПНОГО НАМАГНИЧИВАЮЩЕГОСЯ ЭЛАСТОМЕРА

Демин А.А., Меркулов Д.И., Пелевина Д.А., Турков В.А., Налетова В.А.
ФГБОУ ВО «Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова»,
119991, Москва, Ленинские горы, РФ
E-mail: pelevina.daria@gmail.com

Аннотация. Построена модель несжимаемой намагничивающейся анизотропной упругой среды в магнитном поле. Получена формула для магнитной силы, действующей на малое сферическое анизотропное тело в неоднородном магнитном поле. С использованием данного выражения разработана методика нахождения констант модели, характеризующих магнитные свойства анизотропного намагничивающегося эластомера.

Ключевые слова: намагничивающийся эластомер, анизотропия, магнитное поле.

DETERMINATION OF THE MODEL PARAMETERS OF ANISOTROPIC MAGNETIZING ELASTOMER

Demin A.A., Merkulov D.I., D.A. Pelevina, V.A. Turkov, V.A. Naletova
Lomonosov Moscow State University, Leninskiye gory,
Moscow, 119991, Russian Federation,
E-mail: pelevina.daria@gmail.com

Abstract. A model of an incompressible magnetically anisotropic elastic medium in a magnetic field is constructed. An analytical expression for the magnetic force acting on a small spherical anisotropic body in an inhomogeneous magnetic field is obtained. Using this expression, a method to determine the model constants characterizing the magnetic properties of an anisotropic magnetizable elastomer is developed.

Key words: magnetizable elastomer, anisotropy, magnetic field.

ДЕМИН Андрей Андреевич – студент кафедры гидромеханики мех.-мат. факультета МГУ.

МЕРКУЛОВ Дмитрий Игоревич – м.н.с. НИИ Механики МГУ, аспирант кафедры гидромеханики мех.-мат. факультета МГУ

ПЕЛЕВИНА Дарья Андреевна – к.ф.-м.н, с.н.с. НИИ Механики МГУ, доцент кафедры гидромеханики мех.-мат. факультета МГУ, ученый секретарь диссертационного совета МГУ 01.03.

ТУРКОВ Владимир Андреевич – к.ф.-м.н, доцент, ведущий научный сотрудник НИИ Механики МГУ.

НАЛЕТОВА Вера Арсеньевна – д.ф.-м.н., профессор кафедры гидромеханики мех.-мат. факультета МГУ, в.н.с. НИИ Механики МГУ.

Введение. Влияние деформации на магнитные свойства среды описаны в [1]. Экспериментально показано, что мягкие намагничивающиеся композиты в приложенном магнитном поле деформируется (магнитодеформационный эффект). Моделирование магнитодеформационного эффекта было проведено в [2, 3] для сферического тела и в [4, 5, 6] для полой сферы из намагничивающегося упругого композита. Модель намагничивающегося изотропного упругого материала с учетом больших деформаций и магнитодеформационного эффекта построена в [7]. Модель анизотропной магнитной жидкости в случае, когда частицы ферромагнетика в магнитном поле образуют цепочки, изложена в [8].

В данной работе построена замкнутая система уравнений для описания несжимаемой однородной анизотропной упругой среды в магнитном поле. Модель построена в предположении, что тензор магнитной проницаемости среды зависит от компонент вектора анизотропии среды и определяется двумя коэффициентами. Вычисляется сила, действующая на сферическое тело из анизотропного материала в приложенном неоднородном магнитном поле. Предложена методика экспериментального определения коэффициентов, описывающих магнитную проницаемость анизотропной среды

Модель анизотропной намагничивающейся среды. Рассмотрим упругую намагничивающуюся среду, в которой тензор магнитной проницаемости зависит от вектора ориентации, вмороженного в среду. Пусть среда несжимаема ($d\rho/dt = 0$) и однородна. Релаксацией намагниченности пренебрегаем. Будем считать, что внутренняя энергия единицы массы U_m зависит от энтропии s, компонент тензора деформации $\widehat{\varepsilon^{kl}}$, вектора индукции магнитного поля $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{H} + 4\pi\boldsymbol{M}$, направления единичного вектора ориентации $\boldsymbol{\tau}$:

$$dU_m = Tds + \alpha_i d\tau^i + \frac{H_i dB^i}{4\pi\rho} + \frac{\widehat{p_e^{ij}}\, d\widehat{\varepsilon_{ij}}}{\rho} \qquad (1)$$

В этом равенстве $\widehat{p_e^{ij}}$ – компоненты тензора упругих напряжений в актуальной лагранжевой системе координат. Будем считать, что единичный вектор τ вморожен в среду и для него выполнено уравнение:

$$|\boldsymbol{\tau}| = 1,\ \frac{d\tau}{dt} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau} \times \mathrm{rot}\boldsymbol{v} \qquad (2)$$

Запишем законы сохранения в виде:

$$\frac{d\rho}{dt} = 0, \rho\frac{dv}{dt} = \nabla_j p^{ij}\boldsymbol{e}^i,\ \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho v^2}{2} + U\right) = -\nabla_j G^j, \rho T\frac{ds}{dt} = -div\boldsymbol{q}. \quad (3)$$

Здесь p^{ij} – компоненты тензора напряжения, $U = \rho U_m$ – объемная плотность энергии, $\boldsymbol{q} = -\varkappa\nabla T$ – вектор потока тепла, $\boldsymbol{G}$ – вектор потока энергии.

Уравнения Максвелла в приближении ФГД и уравнение Умова –

Пойтинга имеют вид:

$$rot\boldsymbol{H} = 0,\ div\boldsymbol{B} = 0,\ B_i = \mu_{ij}H^j,\ \mu_{ij} = \mu_0 g_{ij} + a\tau_i\tau_j, \mu_0, a = const, \quad (4)$$

$$\frac{H}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{H} + 4\pi\rho\boldsymbol{m}) = -div\boldsymbol{S},\ \boldsymbol{S} = \frac{c}{4\pi}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H},\ \boldsymbol{m} = \frac{\boldsymbol{M}}{\rho}. \quad (5)$$

Из (1) – (5) получим следующий вид вектора $\boldsymbol{G}$ и компонент p_{ij} :

$$G^j = q^j + \rho v^j\left(U_1 + \frac{v^2}{2} - \boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{H}\right) - v_i(p^{ij} - \tau^{ijH}) + S^j, \quad (6)$$

$$\tau^H_{ij} = \frac{1}{4\pi}B_iH_j - \frac{H^2}{8\pi}g_{ij}. \quad (7)$$

$$p^{ij} = -p\delta^{ij} + (\tau^{ijH})^s + p^{ij}_e = -p\delta^{ij} + \frac{H_iB_j + H_jB_i}{8\pi} - \frac{H^2}{8\pi}\delta^{ij} + p^{ij}_e. \quad (8)$$

Посчитаем дивергенцию тензора максвелловских натяжений $(\tau^{ijH})^s$ с учетом уравнений Максвелла (4):

$$\nabla_j(\tau^{ijH})^s = M_j\nabla^iH^j + \frac{1}{2}\left(rot(\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{H})\right)^i. \quad (9)$$

В итоге из (1) – (9) получим замкнутую систему уравнений, описывающую анизотропную намагничивающуюся упругую среду:

$$\frac{d\rho}{dt} = 0, \quad (10)$$

$$\rho\frac{dv^i}{dt} = -\nabla^i p + M_j\nabla^iH^j + \frac{1}{2}\left(rot(\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{H})\right)^i + \nabla_j p^{ij}_e, \quad (11)$$

$$dU_m = Tds + \alpha_i d\tau^i + \frac{H_i dB^i}{4\pi\rho} + \frac{\widehat{p^{ij}_e d\varepsilon_{ij}}}{\rho}, \quad (12)$$

$$|\boldsymbol{\tau}| = 1,\ \frac{d\tau}{dt} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}\times \mathrm{rot}\boldsymbol{v}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho v^2}{2} + U\right) = -\nabla_j G^j,\ \rho T\frac{ds}{dt} = -div\boldsymbol{q}, \quad (14)$$

$$\boldsymbol{q} = -\varkappa\nabla T, G^j = q^j + \rho v^j\left(U_1 + \frac{v^2}{2} - \boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{H}\right) - v_i(p^{ij} - \tau^{ijH}) + S^j, \quad (15)$$

$$\boldsymbol{S} = \frac{c}{4\pi}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}, \quad (16)$$

$$rot\boldsymbol{H} = 0,\ div\boldsymbol{B} = 0,\ B_i = \mu_{ij}H^j,\ \ \mu_{ij} = \mu_0 g_{ij} + a\tau_i\tau_j. \quad (17)$$

Упругие свойства в данной модели не связаны с вектором анизотропии и магнитным полем, и определяются отдельно.

Распределения напряженности магнитного поля при внесении сферического тела из анизотропного намагничивающегося материала в однородное магнитное поле. Пусть сферическое тело радиуса R из анизотропного намагничивающегося материала $\mu^{(i)}{}_{ij} = \mu^{(i)}g_{ij} + a\tau_i\tau_j$ находится в изотропной намагничивающейся среде с проницаемостью $\mu^{(e)} = const$ в однородном приложенном магнитном поле $\boldsymbol{H}_0$=*const*. Здесь и далее индексами (i) и (e) обозначаем параметры внутри и вне тела, соответственно. Пусть ось z направлена вдоль вектора анизотропии $\boldsymbol{\tau}$. Проведем ось x так, чтобы вектора $\boldsymbol{\tau}$ и $\boldsymbol{H}_0$ лежали в плоскости Oxz: $\boldsymbol{H}_0 = H_{x0}\mathbf{e_x} + H_{z0}\mathbf{e_z}$, см. рис. 1.

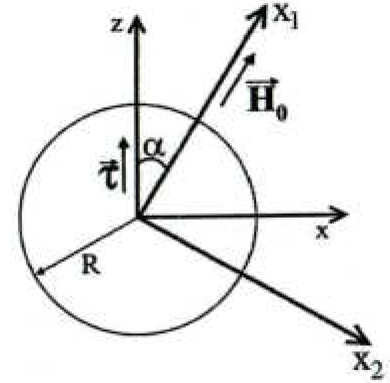

Рис. 1. Анизотропное сферическое тело радиуса R в приложенном магнитном поле $\boldsymbol{H}_0$

Вектор напряженности магнитного поля, согласно (4) имеет потенциал: $\boldsymbol{H}^{(e,i)} = \nabla\varphi^{(e,i)}$.

Уравнения для потенциалов поля внутри и вне тела имеют вид:

$$\Delta\varphi^{(e)} = 0,\ \mu^{(i)}\Delta\varphi^{(i)} + a\nabla_z\nabla_z\varphi^{(i)} = 0. \quad (18)$$

Граничные условия на поверхности тела $\{B_n\} = 0$, $\{\boldsymbol{H}_\tau\} = 0$ имеют вид: $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = R$,

$$\varphi^{(e)} = \varphi^{(i)}, \mu^{(e)}\frac{\partial\varphi^{(e)}}{\partial r} = \mu^{(i)}\frac{\partial\varphi^{(i)}}{\partial r} + a\frac{\partial\varphi^{(i)}}{\partial z}n_z. \quad (19)$$

Граничные условия на бесконечности: $\boldsymbol{r}\to\infty$, $\nabla\varphi^{(e)} \to \boldsymbol{H}_0$. Будем искать решение в виде:

$$\varphi^{(e)} = \boldsymbol{H}_0\cdot\boldsymbol{r} + \boldsymbol{d}\cdot\boldsymbol{r}/r^3,\ \varphi^{(i)} = \boldsymbol{H}^{(i)}\cdot\boldsymbol{r},\ \boldsymbol{d}, \boldsymbol{H}^{(i)} = \boldsymbol{const}. \quad (20)$$

Из (20) с учетом граничных условий получим ($\mu^* = \mu^{(i)} + a$):

$$\varphi^{(i)} = H_{z0}za_1 + H_{x0}xa_2, \quad (21)$$

$$\varphi^{(e)} = H_{z0}z + H_{x0}x + R^3H_{z0}a_3\frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} + R^3H_{x0}a_4\frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (22)$$

$$a_1 = \frac{3\mu^{(e)}}{2\mu^{(e)} + \mu^*},\ a_2 = \frac{3\mu^{(e)}}{2\mu^{(e)} + \mu^{(i)}},\ a_3 = \frac{\mu^{(e)} - \mu^*}{2\mu^{(e)} + \mu^*},\ a_4 = \frac{\mu^{(e)} - \mu^{(i)}}{2\mu^{(e)} + \mu^{(i)}}. \quad (23)$$

Аналогичный результат был получен в [9]. Известно, что на сферическое тело из анизотропного материала в однородном приложенном магнитном поле $\boldsymbol{H}_0$ действует момент сил [9], который поворачивает тело так, чтобы вмороженный в него вектор анизотропии был коллинеарным приложенному магнитному полю:

$$M_{My} = \frac{3a\mu^{(e)2}}{(2\mu^{(e)} + \mu^*)(2\mu^{(e)} + \mu^{(i)})}R^3H_{x0}H_{z0}. \quad (24)$$

Магнитная сила, действующая на сферическое тело из анизотропного намагничивающегося материала в неоднородном

магнитном поле. Магнитная сила, действующая на тело в неоднородном поле $\boldsymbol{H}_{app}$, не возмущенном телом, вычисляется следующим образом:

$$\boldsymbol{F}_M = \int_S \tau^{ijH(e)} n_j \boldsymbol{e}_i dS. \quad (25)$$

Представим вектора напряженности магнитного поля и магнитной индукции в окрестности тела в виде $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_{app} + \boldsymbol{H}'$, $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_{app} + \boldsymbol{B}'$, соответственно, где слагаемые $\boldsymbol{H}'$ и $\boldsymbol{B}'$ – возмущение поля, возникающее при внесении тела в магнитное поле, $\boldsymbol{H}'(r \to \infty) \to 0$.

Разложим $\boldsymbol{H}_{app}$, и $\boldsymbol{H}'$ в ряд в окрестности точки, совпадающей с центром сферического тела ($r=0$):

$$\boldsymbol{H}_{app} = \boldsymbol{H}_0 + \left(\nabla_i H_j\right)_0 x^i \boldsymbol{e}^j + O(\varepsilon^2), \boldsymbol{H}_0 = \boldsymbol{H}_{app}(\boldsymbol{r} = 0) = const,$$
$$\left(\nabla_i H_j\right)_0 = \nabla_i H_{app\,j}(\boldsymbol{r} = 0) = const, \quad (26)$$
$$\boldsymbol{H}' = \boldsymbol{H}'_0 + O(\varepsilon). \quad (27)$$

Здесь $\varepsilon = R/L \ll 1, L = |H|/\left(\nabla_i H_j\right)_{max}$, $\boldsymbol{H}'_0$ – возмущение телом однородного магнитного поля $\boldsymbol{H}_0$. Поле $\boldsymbol{H}'_0$ можно определить при помощи формулы (22).

В [10] с использованием теоремы Гаусса-Остроградского, граничных условий и уравнения Максвелла, получено выражение для силы, действующей на сферическое тело, в первом приближении по ε:

$$\boldsymbol{F}_M = \frac{\mu}{4\pi}\int_S \left[\left(\nabla_i H_j\right)_0 x^i \boldsymbol{e}^j H'_{n0} + \boldsymbol{H}'_0 \left(\nabla_i H_j\right)_0 x^i n^j - \left(\nabla_i H_j\right)_0 x^i H_0'^j \boldsymbol{n}\right] dS. \quad (28)$$

В формуле (28) и далее используется система координат $Ox_1x_2x_3$ (см. рис. 1), в которой ось x_1 направлена по $\boldsymbol{H}_0 = H_1 \boldsymbol{e}_1$. Связь системы координат $Ox_1x_2x_3$ и $Oxyz$ имеет вид:

$$x = x_1 \sin\alpha + x_2 \cos\alpha, y = x_3, z = x_1 \cos\alpha - x_2 \sin\alpha. \quad (29)$$

Здесь α – угол между векторами $\boldsymbol{\tau}$ и $\boldsymbol{H}_0$, см. рис. 1, $\sin\alpha = H_{x0}/H_1$, $\cos\alpha = \boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{H}_0/H_1$.

С учетом (28) и (22) можно вычислить магнитную силу, действующую на сферическое тело из анизотропного материала в неоднородном магнитном поле:

$$F_{M1} = -3\mu^{(e)} H_1 V\left(k_\mu(\nabla_1 H_1)_0 + \Delta a(\nabla_1 H_2)_0\right)/4\pi,$$
$$F_{M2} = -3\mu^{(e)} H_1 V\left(k_\mu(\nabla_2 H_1)_0 + \Delta a(\nabla_2 H_2)_0\right)/4\pi, \quad (30)$$
$$F_{M3} = -3\mu^{(e)} H_1 V\left(k_\mu(\nabla_3 H_1)_0 + \Delta a(\nabla_3 H_2)_0\right)/4\pi.$$

Здесь $V = 4\pi R^3/3$ – объем тела, $k_\mu = a_3 \cos^2\alpha + a_4 \sin^2\alpha$, $\Delta a = (a_4 - a_3)\sin\alpha\cos\alpha$.

Видно, что в отличие от тела из изотропного материала, сила $\boldsymbol{F}_M$ в общем случае не направленна по ∇H_1^2.

В случае осесимметричного магнитного поля $(\nabla_3 H_1)_0 = (\nabla_2 H_1)_0 = 0, (\nabla_2 H_2)_0 = (\nabla_3 H_3)_0 = -1/2(\nabla_1 H_1)_0$ магнитная сила имеет вид:

$$F_{M1} = -3\mu^{(e)} H_{00} V k_\mu (\nabla_1 H_1)_0/4\pi,$$
$$F_{M2} = 3\mu^{(e)} H_{00} V \Delta a (\nabla_1 H_1)_0/8\pi, \quad (31)$$
$$F_{M3} = 0.$$

Методика определения магнитной проницаемости анизотропного эластомера. Намагничивающийся эластомер был изготовлен в процессе полимеризации жидкой силиконовой основы с примесью ферромагнитных частиц (порошок магнетита с частицами размера *80–100* нм). С помощью лабораторного оборудования производилось интенсивное перемешивание и вакуумная дегазация смеси. Полученная однородная намагничивающаяся суспензия заливалась в сферическую форму (радиус сферы $R=0.3$ см). Далее форма с суспензией помещалась в однородное магнитное поле катушек Гельмгольца $H_0 = 450$ Э, где полимеризовалась в течение 5 часов. При этом происходило объединение частиц в цепочки вдоль направления напряженности однородного магнитного поля. Далее образец размагничивался. Таким образом, была изготовлена сфера из эластомера, в которой можно выделить вектор анизотропии, направленный параллельно расположению цепочек частиц. Для демонстрации анизотропии сфера помещалась в однородное магнитное поле, в котором она поворачивается таким образом, чтобы вектор анизотропии стал коллинеарным $\boldsymbol{H}_0$.

Для определения параметров $\mu^{(i)}$ и a анизотропного намагничивающегося тела была сконструирована лабораторная установка, представленная на рис. 2. Сферическое тело (1) подвешивалось на нерастяжимой нити к тензометрическому датчику электронного динамометра (2) таким образом, чтобы его центр находился в неоднородном магнитном поле на оси электромагнитной катушки (3) на расстоянии x_b от нижнего края катушки. Магнитное поле на оси катушки было измерено датчиком Холла с шагом $\Delta x=0.2$ см, и после аппроксимации был вычислен градиент магнитного поля.

После подвешивания сферы устанавливался «ноль» динамометра, благодаря чему его показания соответствовали магнитной силе без учета силы тяжести. Далее при фиксированном положении тела x_b менялся ток в катушке в пределах от $I=12$ А до 16 А с шагом в $\Delta I = 1$ А. Для каждого значения тока I измерялась магнитная сила F_{M1}, пересчитывались значения напряженности H_0 и градиента магнитного поля $(\nabla_1 H_1)_0$ (пропорционально току). При данных токах происходил сильный нагрев катушки, в связи с этим проводилось охлаждение катушки с помощью вентилятора (5). Были рассмотрены различные положения тела x_b.

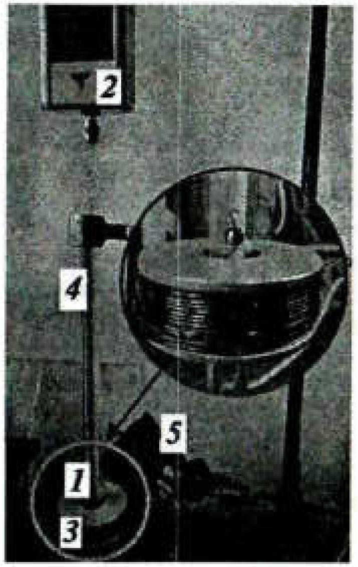

Рис. 2. Установка по исследованию анизотропных магнитных свойств образца

Магнитное поле катушки симметрично, поэтому использовалось выражение для силы (31). Рассмотрены два случая. В первом случае вектор анизотропии $\boldsymbol{\tau}$ направлен перпендикулярно полю на оси катушки ($\alpha = \pi/2$). При этом в выражение для силы F_{MI} (31) входит только коэффициент $\mu^{(i)}$, который можно вычислить. Например для точки $x_b = 24$ мм, тока $I = 16$ А ($H_0 = 598$ Э, $(\nabla_1 H_1)_0 = 312$ Э/см, $L=1.9$ см, $\varepsilon = R/L = 0.16 << 1$), сила $F_{MI} = 340$ дин, получено $\mu^{(i)} \approx 1.2$.

Во втором случае $\boldsymbol{\tau}$ параллельно полю на оси катушки ($\alpha = 0$). Из выражения (31) можно при известном $\mu^{(i)}$ определить параметр a. Например для точки $x_b = 24$ мм, тока $I = 16$ А сила $F_{MI} = 620$ дин, $\mu^{(i)} + a \approx 1.42$, $a \approx 0.22$. Таким образом, тензор магнитной проницаемости исследуемой анизотропной среды имеет вид: $\mu_{ij} = 1.2\, g_{ij} + 0.22\, \tau_i \tau_j$.

Выводы. Выведена замкнутая система уравнений для анизотропной несжимаемой однородной упругой среды в магнитном поле, в предположении, что тензор магнитной проницаемости среды зависит от компонент вектора анизотропии среды.

Получена формула для магнитной силы, действующей на сферическое тело из анизотропного материала в приложенном неоднородном магнитном поле, в предположении, что размер шара много меньше характерного размера изменение поля. На основе этой

формулы предложена методика определения тензора магнитной проницаемости среды. Экспериментально обнаружено, что если поле в центре тела направлено параллельно вектору анизотропии, то магнитная сила, действующая на сферическое тело почти в два раза больше магнитной силы, при магнитном поле перпендикулярном вектору анизотропии.

Построение модели анизотропного намагничивающегося эластомера и разработка методики определения некоторых коэффициентов модели выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-31-00066. Экспериментальные исследования выполнены при поддержке гранта РФФИ 16-31-60091.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ландау Л.Д, Лифшиц Е.М** Электодинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1982.
2. **Yu. L. Raikher and O. V. Stolbov.** Magnetodeformational effect in a ferroelastic material // Technical Physics letters. 2000. 26, No 2. 156-158.
3. **Yu. L. Raikher and O. V. Stolbov.** Magnetodeformational effect in ferrogel samples. // Journal of magnetism and magnetic Materials. 2003. 258-259. 477-479.
4. **Yu. L. Raikher and O. V. Stolbov.** Magnetodeformational effect in ferrogel objects. // Journal of magnetism and magnetic Materials. 2005. 289. 62-65.
5. **Ю. Л. Райхер, О. В. Столбов.** Деформация эллипсоидального образца феррогеля в однородном магнитном поле. // Прикладная механика и техническая физика. 2005. 46, No 3. 153-164.
6. **Yu. L. Raikher and O. V. Stolbov.** Deformation of a ferrovescle in a uniform magnetic field. // Journal of magnetism and magnetic Materials. 2006. 300, No 1. 199-202.
7. **О. В. Столбов.** Моделирование магнитодеформационного эффекта в ферроэластах. // PhD thesis, Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь. 2007.
8. **V. V. Kiryushin.** Mathematical model of structure phenomena in magnetic fluids. // Journal of magnetism and magnetic Materials. 1983. 39. 14-16.
9. **В.В. Батыгин, И.Н. Топтыгин.** Сборник задач по электродинамике, М.: государственное издательство физико-математической литературы, 1962.
10. **Налетова В.А.** Лекции по феррогидродинамике. М.: Изд. ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ, 2005.