

## РАСЧЕТ СОБСТВЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ АТМОСФЕРЫ В МОДЕЛИ ОБЩЕЙ ЦИРКУЛЯЦИИ НИЖНЕЙ И СРЕДНЕЙ АТМОСФЕРЫ ЗЕМЛИ

© 2020 г. *Б.Н. Четверушкин<sup>1</sup>, И.В. Мингалев<sup>2</sup>, Е.А. Федотова<sup>2</sup>,  
К.Г. Орлов<sup>2</sup>, В.М. Чечеткин<sup>1,3,4</sup>, В.С. Мингалев<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

<sup>2</sup> Полярный геофизический институт РАН [mingalev\\_i@pgia.ru](mailto:mingalev_i@pgia.ru)

<sup>3</sup> Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ

<sup>4</sup> Национальный исследовательский центр Курчатовский институт

DOI: 10.20948/mm-2020-02-05

Представлено описание блока расчета собственного излучения атмосферы Земли в ИК-диапазоне, который разработан для модели общей циркуляции нижней и средней атмосферы. В этом блоке используется новая параметризация молекулярного поглощения в диапазоне частот от 10 до 2000 см<sup>-1</sup> в интервале высот от поверхности Земли до 76 км. Алгоритм построения этой параметризации учитывает изменение газового состава атмосферы с высотой и имеет ряд других достоинств. Кроме того, для численного решения уравнения переноса излучения используется метод дискретных ординат и расчетная сетка по зенитным углам с шагом около 9 градусов. Проведено сравнение результатов эталонных расчетов поля собственного излучения атмосферы Земли с результатами расчетов, выполненных с использованием параметризации, и показано, что представленная параметризация имеет хорошую точность в нижней и средней атмосфере как при отсутствии облаков, так и при наличии облачных слоев с большой оптической толщиной.

Ключевые слова: модель общей циркуляции, параметризация молекулярного поглощения, собственное излучение атмосферы, расчет радиационного поля.

### THE CALCULATION OF THE INTRINSIC RADIATION OF ATMOSPHERE IN THE GENERAL CIRCULATION MODEL OF THE LOWER AND MIDDLE ATMOSPHERE OF THE EARTH

*B.N. Chetverushkin<sup>1</sup>, I.V. Mingalev<sup>2</sup>, E.A. Fedotova<sup>2</sup>,  
K.G. Orlov<sup>2</sup>, V.M. Chechetkin<sup>1,3,4</sup>, V.S. Mingalev<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences

<sup>2</sup> Polar Geophysical Institute of Russian Academy of Sciences

<sup>3</sup> National Research Nuclear University MEPhI

<sup>4</sup> National Research Centre Kurchatov Institute

This paper presents a description of the block of calculation of the intrinsic radiation of the Earth atmosphere in the IR range, which is developed for the model of the General circulation of the lower and middle atmosphere. This block uses a new parametrization of

molecular absorption in the frequency range from 10 to 2000  $\text{cm}^{-1}$  in the height range from the Earth's surface to 76 km. The algorithm for constructing this parametrization takes into account the change in the gas composition of the atmosphere with height and has a number of other advantages. The results of the reference calculations of the field of natural radiation of the earth's atmosphere are compared with the results of calculations performed using parametrization, and it is shown that the presented parametrization has good accuracy in the lower and middle atmosphere in the absence of clouds, and in the presence of cloud layers with a large optical thickness.

Keywords: general circulation model, parameterization of molecular absorption, atmospheric radiation, calculation of radiation field.

## **1. Введение**

Расчет поля собственного излучения атмосферы в инфракрасном (ИК) диапазоне необходим для расчета скорости нагрева атмосферы излучением при моделировании общей циркуляции атмосферы Земли. При этом чем выше точность расчета скорости нагрева, тем выше качество моделирования общей циркуляции атмосферы.

На высотах более 20 км линии поглощения атмосферных газов становятся очень узкими, а коэффициент молекулярного поглощения очень быстро изменяется при изменении частоты. Поэтому для гарантированного достижения точности 1% и лучше при расчетах интенсивности излучения разрешение по частоте должно составлять примерно  $0.001\text{см}^{-1}$ . Расчеты с таким высоким разрешением по частоте называются эталонными расчетами (Line-by-Line) и требуют столь больших вычислительных затрат, что их нельзя использовать в моделях общей циркуляции атмосферы в настоящее время и в обозримом будущем. По этой причине в моделях общей циркуляции планетных атмосфер используются различные упрощенные методы быстрого расчета потоков излучения [1-18].

Основная идея этих методов состоит в том, что реальная зависимость коэффициента молекулярного поглощения от частоты заменяется на модельную зависимость, более удобную для расчетов. При этом узкие спектральные каналы по определенному алгоритму объединяются в группы, каждая из которых заменяется на один широкий модельный канал. В результате несколько миллионов узких спектральных каналов заменяются на несколько десятков или несколько сотен модельных каналов, для каждого из которых проводится численное решение уравнения переноса излучения. Процедуру построения указанных модельных каналов называют построением параметризации молекулярного поглощения. Для проверки точности построенной параметризации результаты расчета поля излучения в модельных каналах сравниваются с результатами эталонных расчетов.

Отметим, что на высотах 0-70 км нужно учитывать изменение газового состава атмосферы Земли с высотой. Ниже высоты 15 км вклад водяного пара в коэффициент молекулярного поглощения является существенным, а вклад озона мал. Выше высоты 20 км снижается роль водяного пара и возрастает вклад озона. Поэтому спектры поглощения на малых и больших высотах не коррелируют.

Одним из методов построения параметризации является метод  $k$ -корреляции [1-17], который, в свою очередь, является одним из вариантов метода лебеговского осреднения сечений поглощения по частоте [19]. В методе  $k$ -корреляции функция пропускания для выбранного частотного интервала и заданного интервала высот представляется в виде суммы ряда экспонент, причем каждому слагаемому этого ряда ставится в соответствие свой модельный канал. Также используются два предположения: 1) при решении уравнения переноса излучения достаточно знать функцию распределения коэффициента поглощения ( $k$ -распределение), и 2) функция распределения коэффициентов поглощения незначительно меняется с высотой. Последнее предположение существенно нарушается для диапазона высот 0-70 км.

Ранее было создано большое число различных параметризаций молекулярного поглощения в атмосфере Земли в частотном диапазоне  $10\text{-}3000\text{см}^{-1}$ , которые содержат от нескольких десятков до 150-200 модельных каналов [5-17]. Общая особенность этих параметризаций заключается в том, что все они обеспечивают хорошую точность (в пределах 0.5 К/сутки) расчетов скоростей нагрева-выхолаживания атмосферы за счет собственного излучения на высотах тропосферы и нижней стратосферы (примерно до 20 км). На высотах более 25 км точность этих параметризаций существенно ухудшается. Способ построения параметризации, предложенный в [11], обеспечивает наилучшую точность при заданном числе модельных каналов, но является достаточно трудоемким в реализации, поскольку требуется проводить большой объем подгоночных расчетов для каждого модельного канала. Отметим, что из-за роста быстродействия компьютеров в настоящее время приемлемым быстродействием будут обладать параметризации, содержащие 500-1000 модельных каналов.

В данной работе представлено описание блока расчета собственного излучения атмосферы Земли в ИК-диапазоне, который разработан для модели общей циркуляции нижней и средней атмосферы. Эта модель разрабатывается авторами данной работы. Описание динамического ядра этой модели содержится в [20]. В представленном блоке расчета собственного излучения атмосферы Земли используется новая параметризация молекуляр-

ного поглощения в диапазоне частот от 10 до 2000  $\text{см}^{-1}$  в интервале высот от поверхности Земли до 76 км, в которой имеется 280 модельных каналов. Способ построения этой параметризации был представлен авторами в [21]. Этот способ учитывает изменение газового состава атмосферы с высотой, не требует проводить подгоночные расчеты для каждого модельного канала и относительно прост в программной реализации по сравнению с другими алгоритмами. Также этот способ отличается от метода  $k$ -корреляции и не использует функцию распределения коэффициента поглощения.

Представленный в этой работе блок модели имеет две важные особенности. Первая особенность состоит в том, что для численного решения уравнения переноса излучения используется метод дискретных ординат и расчетная сетка по зенитным углам с постоянным шагом 9 градусов. Это позволяет точно рассчитывать поле излучения при наличии облачных слоев с большой оптической толщиной. Отметим, что во всех известных моделях общей циркуляции атмосферы Земли и прогноза погоды при расчетах поля собственного излучения атмосферы используется двухпотокное приближение [11-17], которое заведомо не может обеспечить хорошую точность расчетов при наличии облачных слоев. Вторая важная особенность представленного блока состоит в том, что все вычисления проводятся на графических процессорах с использованием массивно-параллельных вычислений. Это обеспечивает хорошую скорость расчетов.

Точность представленного блока проверялась с помощью эталонных расчетов, выполненных с разрешением по частоте  $0.001 \text{ см}^{-1}$ . Коэффициенты молекулярного поглощения атмосферных газов рассчитывались с использованием спектроскопической базы данных HITRAN 2012 [22] по стандартной теории, согласно которой суммируются вклады различных линий поглощения при обрезании крыльев линий на расстоянии  $25 \text{ см}^{-1}$  от центра линии, и с учетом континуального поглощения водяного пара и углекислого газа, которое было задано с помощью эмпирической модели MT CKD [23].

Для проверки точности своих эталонных расчетов авторы провели сравнение результатов этих расчетов с результатами эталонных расчетов, выполненных другими научными группами в рамках международного проекта Continual Intercomparison of Radiation Codes (CIRC, <https://circ.gsfc.nasa.gov>) и убедились, что при одинаковых оптических параметрах атмосферы рассчитанные потоки совпадают с высокой точностью не хуже 1%.

Также авторы провели сравнение результатов эталонных расчетов поля собственного излучения атмосферы Земли с результатами расчетов, выполненных с использованием представленного блока модели, и показали, что

этот блок обеспечивает хорошую точность расчета в нижней и средней атмосфере как при отсутствии облаков, так и при наличии облачных слоев с большой оптической толщиной.

## 2. Организация вычислений и численное решение уравнения переноса излучения

В нашей модели используется равномерная в сферических географических координатах расчетная сетка, в которой ближайшие к полюсам целые узлы сетки удалены от полюсов по широте на половину шага [20]. Шаг сетки по высоте равен 200 м, а высота верхней границы области моделирования над уровнем океана в текущей версии модели равна  $z_{\max} = 76$  км. Для каждого целого узла расчетной сетки на поверхности Земли рассматривается вертикальный столб расположенных над ним узлов сетки. В этом столбе узлов сетки для каждого спектрального канала выполняется расчет поля собственного излучения атмосферы в рамках приближения плоской и горизонтально однородной атмосферы. При этом численно решается одномерное по пространству уравнение переноса собственного излучения с помощью разработанной авторами модификации метода дискретных ординат, которая подробно описана в [24].

Для записи этого уравнения обозначим через  $u$  – косинус угла между направлением импульса фотона и вертикальным направлением. Этот угол будем называть зенитным. Иногда его отсчитывают от направления вниз. Через  $z$  обозначим высоту над поверхностью Земли в вертикальном столбе атмосферы, в котором производится расчёт поля излучения. Также для этого столба обозначим через  $T(z)$  температуру атмосферного газа на высоте  $z$ , через  $I(\nu, z, u)$  – интенсивность излучения с частотой  $\nu$  и зенитным углом, косинус которого равен  $u$  на высоте  $z$ , через  $\sigma(\nu, z)$  и  $\omega(\nu, z)$  – коэффициенты объемного ослабления (экстинкции) и альbedo 1-кратного рассеяния атмосферного газа на высоте  $z$  для излучения с частотой  $\nu$ , через  $B(\nu, T) = 2h\nu^3 c^{-2} (\exp(h\nu/(k_B T)) - 1)^{-1}$  – функцию Планка, в которой  $h$  – постоянная Планка,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $c$  – скорость света.

Уравнение переноса собственного излучения атмосферы в рассматриваемом столбе можно записать в виде

$$\frac{u}{\sigma(\nu, z)} \frac{dI(\nu, z, u)}{dz} = -I(\nu, z, u) + (1 - \omega(\nu, z)) B(\nu, T(z)) + \frac{\omega(\nu, z)}{4\pi} \int_{-1}^1 I(\nu, z, w) \left( \int_0^{2\pi} \chi(\nu, z, m(w, u, \varphi)) d\varphi \right) dw, \quad (1)$$

где  $w$  и  $u$  – косинусы зенитных углов фотонов до и после рассеяния,  $\varphi$  – разность между азимутальными углами фотонов до рассеяния и после рассеяния,  $m(w, u, \varphi) = wu + \cos \varphi \sqrt{(1-w^2)(1-u^2)}$  – косинус угла рассеяния, а  $\chi(\nu, z, m)$  – индикатриса рассеяния для излучения с частотой  $\nu$  на высоте  $z$  на угол, косинус которого равен  $m$ .

Для уравнения (1) используются следующие граничные условия. На верхней границе для собственного излучения атмосферы требуется равенство нулю направленного вниз излучения:

$$I(\nu, z_{\max}, u < 0) = 0. \quad (2)$$

На нижней границе направленное вверх излучение складывается из рассеянного поверхностью падающего излучения и из теплового излучения поверхности с температурой  $T_p$ . При изотропном рассеянии поверхностью условие на нижней границе имеет вид

$$I(\nu, z = 0, u > 0) = (1 - \Omega(\nu))B(\nu, T_p) + \Omega(\nu) \int_{-1}^0 I(\nu, z = 0, w) dw, \quad (3)$$

где  $\Omega(\nu)$  – альбеда поверхности для излучения с частотой  $\nu$ . Из (3) следует, что на нижней границе интенсивность направленного вверх излучения не зависит от зенитного угла.

Метод дискретизации для численного решения уравнения (1) с граничными условиями (2) и (3) заключается в следующем [4, 24]. Вводится сетка по зенитным углам. Поле излучения разбивается на конечное число потоков, с каждым из которых связан фиксированный зенитный угол введенной сетки. Интеграл по углам, задающий источник рассеянного излучения в правой части (1), аппроксимируется линейной комбинацией потоков. Уравнение (1) заменяется конечной системой обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих изменения с высотой интенсивностей излучения с заданными зенитными углами. Граничные условия для этой системы вытекают из условий (2) и (3). В нашей модели используется равномерная сетка по зенитному углу, которая обеспечивает наилучшую точность при заданном числе узлов и задана формулой  $u_i = \cos(\pi(i/N - 1))$ ,  $i = 0, \dots, N$ . В текущем варианте используется 20 узлов сетки ( $N = 19$ ), что обеспечивает хорошую точность расчета при наличии облачных слоев.

Далее проводится дискретизация полученной системой обыкновенных дифференциальных уравнений по высоте. Между узлами сетки по высоте индикатриса рассеяния и альбеда однократного рассеяния считаются ли-

нейно зависящими от оптической толщины (эта зависимость изменяется от слоя к слою). Далее осуществляется переход от системы обыкновенных дифференциальных уравнений к системе интегральных уравнений по высоте, связывающих интенсивности излучения в узлах сетки по зенитным углам на соседних слоях по высоте. После этого осуществляется переход к системе линейных алгебраических уравнений относительно интенсивности излучения в узлах сетки по зенитным углам и по высоте. Этот переход осуществляется с помощью аппроксимации интегралов по высоте в интегральных уравнениях аналитическими формулами. В нашей модели используется способ аппроксимации, детально описанный в [24].

Указанную выше систему линейных уравнений можно представить в виде системы трёхточечных векторных уравнений относительно вектор-столбцов интенсивностей излучения в узлах сетки по зенитным углам и по высоте  $\mathbf{I}_k = (I(z_{M-k}, u_0), \dots, I(z_{M-k}, u_N))^T$  ( $M$  – номер верхнего узла сетки по высоте,  $k = 0, \dots, M$ ):

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{C}}_0 \mathbf{I}_0 - \hat{\mathbf{B}}_0 \mathbf{I}_1 &= \mathbf{F}_0, \\ -\hat{\mathbf{A}}_k \mathbf{I}_{k-1} + \hat{\mathbf{C}}_k \mathbf{I}_k - \hat{\mathbf{B}}_k \mathbf{I}_{k+1} &= \mathbf{F}_k, \quad k = 1, \dots, M-1, \\ -\hat{\mathbf{A}}_M \mathbf{I}_{M-1} + \hat{\mathbf{C}}_M \mathbf{I}_M &= \mathbf{F}_M, \end{aligned} \quad (4)$$

в которой  $\hat{\mathbf{A}}_k, \hat{\mathbf{C}}_k, \hat{\mathbf{B}}_k$  – квадратные матрицы размера  $(N+1) \times (N+1)$ , а  $\mathbf{F}_k$  – вектор-столбцы размерности  $N+1$ . Формулы, по которым они вычисляются, приведены в [21].

Для численного решения системы (4) авторами был разработан специальный вариант метода Жордана-Гаусса с выбором главного элемента, состоящий из двух проходов. Сначала выполняется 1-й проход, в ходе которого обнуляются лежащие ниже диагонали элементы матриц  $\hat{\mathbf{C}}_0, \hat{\mathbf{C}}_1, \dots, \hat{\mathbf{C}}_M$  и обнуляются все элементы матриц  $\hat{\mathbf{A}}_1, \dots, \hat{\mathbf{A}}_M$ . После этих вычислений выполняется 2-й проход, в ходе которого вначале этого прохода вычисляется вектор-столбец  $\mathbf{I}_M$ , а затем последовательно вычисляются вектор-столбцы  $\mathbf{I}_{M-1}, \mathbf{I}_{M-2}, \dots, \mathbf{I}_0$ . Этот метод требует меньшего числа арифметических операций, чем метод матричной прогонки, изложенный в [25], а также позволяет использовать параллельные вычисления.

Параллельные вычисления на графических ускорителях в блоке расчета собственного излучения атмосферы Земли в нашей модели используют технологию CUDA и организованы следующим образом. Осуществляется про-

ход по всем узлам пространственной сетки на поверхности Земли. Для каждого такого узла вызывается CUDA-функция, которая вычисляет поле излучения в вертикальном столбе над этим узлом во всех модельных каналах. Эти вычисления разделены на блоки. Каждый блок выполняется на одном мультипроцессоре графического ускорителя и проводит вычисления для одного модельного канала. Число блоков равно числу модельных каналов.

Внутри блока вычислительные нити сначала рассчитывают массивы оптических параметров в узлах сетки по высоте, а затем проводят вычисления для первого прохода, при которых каждую строку матриц  $\hat{\mathbf{A}}_k, \hat{\mathbf{C}}_k, \hat{\mathbf{B}}_k$  обрабатывает своя вычислительная нить. Затем вычислительные нити проводят вычисления второго прохода, при которых каждую строку полученных после первого прохода матриц  $\hat{\mathbf{C}}_k, \hat{\mathbf{B}}_k$  обрабатывает своя вычислительная нить. Такой способ организации вычислений позволяет достаточно эффективно загрузить графический ускоритель.

### 3. Построение параметризации

Для построения параметризации весь участок спектра в диапазоне 10-3000  $\text{см}^{-1}$  разбивается на интервалы шириной 100-500  $\text{см}^{-1}$ , которые далее будем называть интервалами осреднения. В каждом интервале осреднения узкие спектральные каналы по различным алгоритмам объединяются в широкие модельные каналы, которые еще называют носителями резонансов [19]. Основная идея нового алгоритма [20] состоит в том, чтобы построение модельных каналов проводить в два этапа. На первом этапе выбирается высота первой сортировки в диапазоне 5-17 км, чтобы учесть линии поглощения водяного пара. Все узкие каналы из интервала осреднения разбиваются на  $N_1$  групп так, чтобы коэффициенты молекулярного поглощения узких каналов внутри каждой группы были достаточно близки между собой на этой высоте, а также на высотах 0-20 км. На втором этапе выбирается высота второй сортировки в диапазоне 40-55 км, чтобы учесть линии поглощения озона. Каждая полученная после первой сортировки группа узких каналов разбивается на  $N_2$  подгрупп так, чтобы коэффициенты молекулярного поглощения узких каналов внутри каждой подгруппы были достаточно близки между собой на этой высоте и на высотах 0-76 км. Узкие каналы, вошедшие в одну подгруппу, объединяются в один модельный канал. В итоге получается  $N_1 N_2$  модельных каналов на один интервал осреднения.

Обозначим через  $T$  и  $P$  – температуру и давление атмосферного газа, через  $\nu$  – частоту, через  $z$  – высоту от поверхности Земли, через  $K^{\text{мол}}(T, P, \nu)$



– объемный коэффициент молекулярного поглощения атмосферного газа, который при заданном молекулярном составе этого газа является функцией температуры, давления и частоты и рассчитанный по стандартной теории с использованием спектроскопической базы данных HITRAN 2012 [22] и с учетом континуального поглощения водяного пара и углекислого газа, которое можно задать с помощью эмпирических моделей, например, МТ СКД [23].

В данной работе использовался следующий алгоритм построения модельных каналов. Рассмотрим интервал осреднения  $[v_{\min}, v_{\max}]$ , шириной от 100 до 500  $\text{см}^{-1}$ , который разделим на узкие каналы с частотой  $\nu_i$ . Внутри каналов оптические параметры можно считать постоянными. Затем выбираем некоторые средние зависимости температуры  $T(z)$ , давления  $P(z)$  атмосферного газа и парциальных давлений водяного пара  $P_{\text{vap}}(z)$  и озона  $P_{\text{oz}}(z)$  от высоты. Далее строим сетку по высоте  $z_k$ , в которой нумерация начинается на верхней границе атмосферы, и сетку по давлению  $P_k = P(z_k)$ ,  $P_0 < \dots < P_k < P_{k+1} < \dots < P_{\max}$ , и задаем значения среднего профиля температуры атмосферного газа в узлах этой сетки:  $T_{k,0} = T(z_k) = T(P_k)$ . Отметим, что выбор шагов сетки по давлению должен обеспечивать приемлемую точность интерполяции оптических параметров. Проведенные авторами расчеты показали, что для достижения хорошей точности достаточно использовать шаги сетки по высоте 200 м на высотах менее 10 км и 400 м на высотах более 10 км.

Для каждого узла сетки по давлению  $P_k$  строим равномерную сетку значений температуры с шагом  $\Delta T$  по формуле

$$T_{k,l} = T_{k,0} + l \cdot \Delta T, \quad l = -L, \dots, L, \quad (5)$$

причем шаг  $\Delta T$  и число  $L$  выбираются так, чтобы все возможные значения температуры атмосферного газа при давлении  $P_k$  попадали внутрь отрезка  $[T_{k,0} - L \cdot \Delta T, T_{k,0} + L \cdot \Delta T]$  и обеспечивалась приемлемая точность интерполяции оптических параметров по температуре. Проведенные авторами расчеты показали, что для выполнения перечисленных условий в нижней и средней атмосфере достаточно взять  $\Delta T = 10 \text{ К}$  и  $L = 10$ . Если взять  $\Delta T = 5 \text{ К}$ , то точность интерполяции практически не меняется, а если взять  $\Delta T = 20 \text{ К}$ , то эта точность заметно ухудшается на высотах более 20 км.

Сначала выбираем высоту первой сортировки  $z_{C1}$  в интервале от 5 до 15 км, на которой производится объединение узких каналов в группы такие, что одинаковые оптические параметры вошедших в одну группу узких ка-

налов близки между собой в нижней атмосфере. Проведенные расчеты показали, что наилучшая точность достигается при выборе  $z_{C1}$  в интервале от 10 до 15 км.

На этой высоте для фиксированных значений  $P(z_{C1})$ ,  $T(z_{C1})$ ,  $P_{\text{vap}}(z_{C1})$ ,  $P_{\text{oz}}(z_{C1})$  рассчитываем минимальное и максимальное значения коэффициента молекулярного поглощения по всем узким каналам из интервала осреднения:  $K_{C1,\min} = \min_i K^{\text{МОЛ}}(z_{C1}, \nu_i)$ ,  $K_{C1,\max} = \max_i K^{\text{МОЛ}}(z_{C1}, \nu_i)$ . На отрезке  $[K_{C1,\min}, K_{C1,\max}]$  вводим сетку значений объемного коэффициента молекулярного поглощения, равномерную в логарифмическом масштабе и заданную следующими формулами

$$\begin{aligned} K_{C1,0} &= K_{C1,\min}, \quad K_{C1,N_1} = K_{C1,\max}, \\ K_{C1,j} &= (K_{C1,0})^{(1-j/N_1)} \cdot (K_{C1,N_1})^{(j/N_1)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Эта сетка делит отрезок на  $N_1$  частей. После построения этой сетки осуществляется сортировка узких каналов на группы, которые объединяются в широкие модельные каналы по следующему правилу. Все узкие каналы, для которых выполняется условие  $K^{\text{МОЛ}}(h_{C1}, \nu_i) \in (K_{C1,j-1}, K_{C1,j}]$ , объединяются в группу с номером  $j$ . Обозначим через  $N_j$  число узких каналов, вошедших в эту группу, а через  $\Omega_j = (i_{j,1}, \dots, i_{j,N_j})$  – список номеров этих узких каналов, записанных в порядке возрастания.

Далее выбираем высоту второй сортировки  $z_{C2}$  в интервале от 40 до 55 км, на которой производится объединение узких каналов в модельные каналы такие, что одинаковые оптические параметры узких каналов, вошедших в один модельный канал, близки между собой не только в нижней, но и в средней атмосфере. Проведенные расчеты показали, что наилучшая точность достигается при выборе  $z_{C2}$  в интервале от 45 до 50 км. На этой высоте сортировки каждую группу узких каналов, полученную при первой сортировке, делим на подгруппы.

Для фиксированных значений  $P(z_{C2})$ ,  $T(z_{C2})$ ,  $P_{\text{vap}}(z_{C2})$ ,  $P_{\text{oz}}(z_{C2})$  рассчитываем минимальное и максимальное значения коэффициента молекулярного поглощения по всем узким каналам, вошедшим в множество  $\Omega_j$ :

$$K_{C2,\min}(j) = \min_{i \in \Omega_j} K^{\text{МОЛ}}(z_{C2}, \nu_i), \quad K_{C2,\max}(j) = \max_{i \in \Omega_j} K^{\text{МОЛ}}(z_{C2}, \nu_i).$$

На отрезке  $[K_{C2,\min}, K_{C2,\max}]$  вводим сетку, равномерную в логарифмическом масштабе и заданную следующими формулами:

$$\begin{aligned} K_{C2,j,0} &= K_{C2,\min}(j), & K_{C2,j,N_2} &= K_{C2,\max}(j), \\ K_{C2,j,m} &= (K_{C2,j,0})^{(1-m/N_2)} \cdot (K_{C2,j,N_2})^{(m/N_2)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Эта сетка делит отрезок на  $N_2$  частей. После построения этой сетки все узкие каналы из множества  $\Omega_j$ , для которых выполняется условие  $K^{mol}(z_{C2}, \nu_i) \in (K_{C2,j,m-1}, K_{C2,j,m}]$ , объединяются в модельный канал с индексами  $j, m$ .

Обозначим через  $N_{j,m}$  – число узких каналов, вошедших в этот модельный канал, а через  $\Omega_{j,m} = (i_{j,1}, \dots, i_{j,N_{j,m}})$  – список номеров этих узких каналов, записанных в порядке возрастания. Суммарная ширина узких каналов, вошедших в рассматриваемый модельный канал, равна  $N_{j,m} \Delta \nu$ , где  $\Delta \nu = 0.001 \text{ см}^{-1}$  – ширина узких каналов. Для каждого узла сетки по давлению и температуре задается лебегова мера узких каналов через значения функции Планка  $B(T, \nu)$  в этих каналах, равная  $B(T_{k,l}, \nu_i) \Delta \nu$ , и задается лебегова мера каждого модельного канала с индексами  $j, m$  по формуле:

$$\mu(j, m, T_{k,l}) = \Delta \nu \sum_{i \in \Omega_{j,m}} B(T_{k,l}, \nu_i),$$

в которой суммирование ведется по всем узким каналам, вошедшим в рассматриваемый модельный канал. Далее определяется отношение лебеговой меры к ширине узких каналов

$$M(j, m, T_{k,l}) = \frac{1}{\Delta \nu} \mu(j, m, T_{k,l}), \quad (8)$$

и вычисляется осредненное по лебеговой мере значение функции Планка по формуле:

$$B(j, m, T_{k,l}) = \frac{1}{N_{j,m}} M(j, m, T_{k,l}).$$

Затем для рассматриваемых модельного канала и узла сетки по давлению и температуре вычисляются осредненные по лебеговой мере сечения поглощения и рассеяния и индикатрисы рассеяния для молекул водяного пара, озона, молекул воздуха без водяного пара и озона, а также для средних по размеру аэрозольных частиц фоновых и облачных аэрозолей.

Осредненные по лебеговой мере сечения поглощения молекул воздуха без водяного пара и озона для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{air,ab}}(j, m, T_{k,l}, P_k) = \\ = \frac{1}{M(j, m, T_{k,l})} \sum_{i \in \Omega_{j,m}} \sum_{\alpha} q_{\alpha} \sigma_{\text{mol,ab},\alpha}(T_{k,l}, P_k, \nu_i) B(T_{k,l}, \nu_i), \end{aligned} \quad (9)$$

в которой индекс  $\alpha$  обозначает один из 5 сортов молекул  $\text{N}_2$ ,  $\text{N}_2\text{O}$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{CH}_4$ , которые учитываются в расчетах,  $q_{\alpha}$  – объемная доля молекул сорта  $\alpha$ ,  $\sigma_{\text{mol,ab},\alpha}$  – сечение поглощения молекулы этого сорта. При этом сечение поглощения молекулы  $\text{CO}_2$  вычисляется с учетом континуального поглощения. Объемные доли молекул перечисленных сортов считаются постоянными.

Осредненное по лебеговой мере значение сечения поглощения молекул водяного пара для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{vap,ab}}(j, m, T_{k,l}, P_k, P_{\text{vap}}) = \\ = \frac{1}{M(j, m, T_{k,l})} \sum_{i \in \Omega_{j,m}} \sigma_{\text{mol,ab,vap}}(T_{k,l}, P_k, P_{\text{vap}}, \nu_i) B(T_{k,l}, \nu_i), \end{aligned} \quad (10)$$

в которой  $P_{\text{vap}}$  – парциальное давление водяного пара,  $\sigma_{\text{mol,ab,vap}}$  – сечение поглощения молекулы водяного пара, которое вычисляется с учетом континуального поглощения.

Осредненное по лебеговой мере значение сечения поглощения молекул озона для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{oz,ab}}(j, m, T_{k,l}, P_k, P_{\text{oz}}) = \\ = \frac{1}{M(j, m, T_{k,l})} \sum_{i \in \Omega_{j,m}} \sigma_{\text{mol,ab,oz}}(T_{k,l}, P_k, P_{\text{oz}}, \nu_i) B(T_{k,l}, \nu_i), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $P_{\text{oz}}$  – парциальное давление озона,  $\sigma_{\text{mol,ab,oz}}$  – сечение поглощения молекулы озона.

Отметим, что зависимостью сечения поглощения молекулы водяного пара от парциального давления этого пара и зависимостью сечения поглощения молекулы озона от парциального давления озона можно пренебречь по следующей причине. Эти сечения зависят от парциальных давлений только через полуширину линии контура Лоренца. Поскольку относительный вклад парциального давления водяного пара в общее давление воздуха не превышает 0.01, а этот же вклад для озона не превышает 0.0000001, то увеличением полуширины линии за счет столкновений молекул водяного пара между собой можно пренебречь по сравнению с увеличением полуши-

рины линии за счет столкновений молекул водяного пара с молекулами воздуха. Аналогично поскольку относительный вклад парциального давления озона в общее давление воздуха не превышает 0.0000001, то увеличением полуширины линии за счет столкновений молекул озона между собой также можно пренебречь по сравнению с увеличением полуширины линии за счет столкновений молекул озона с молекулами воздуха.

Осредненное по лебеговой мере значение сечения поглощения одной частицы фоновых аэрозолей для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляется по формуле

$$\sigma_{\text{as,ab}}(j, m, T_{k,l}) = \frac{1}{M(j, m, T_{k,l})} \sum_{i \in \Omega_{j,m}} \sigma_{\text{p,ab,as}}(v_i) B(T_{k,l}, v_i), \quad (12)$$

в которой  $\sigma_{\text{p,ab,as}}$  – осредненное по размерам сечение поглощения одной частицы фоновых аэрозолей.

Осредненное по лебеговой мере значение сечения поглощения частиц облачных аэрозолей для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляется по формуле

$$\sigma_{\text{cl,ab}}(j, m, T_{k,l}) = \frac{1}{M(j, m, T_{k,l})} \sum_{i \in \Omega_{j,m}} \sigma_{\text{p,ab,cl}}(v_i) B(T_{k,l}, v_i), \quad (13)$$

в которой  $\sigma_{\text{p,ab,cl}}$  – осредненное по размерам сечение поглощения одной частицы облачных аэрозолей.

Осредненное по лебеговой мере значение сечения рассеяния молекул воздуха всех видов для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляется по формуле

$$\sigma_{\text{air,sc}}(j, m, T_{k,l}, P_k) = \frac{1}{M(j, m, T_{k,l})} \sum_{i \in \Omega_{j,m}} \sigma_{\text{mol,sc}}(T_{k,l}, P_k, v_i) B(T_{k,l}, v_i), \quad (14)$$

в которой  $\sigma_{\text{mol,sc}}$  – сечение рассеяния одной молекулы, которое вычисляется по формулам теории молекулярного рассеяния [1-3].

Осредненное по лебеговой мере значение сечения рассеяния одной частицы фоновых аэрозолей для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляется по формуле

$$\sigma_{\text{as,sc}}(j, m, T_{k,l}) = \frac{1}{M(j, m, T_{k,l})} \sum_{i \in \Omega_{j,m}} \sigma_{\text{p,sc,as}}(v_i) B(T_{k,l}, v_i), \quad (15)$$

в которой  $\sigma_{\text{p,sc,as}}$  – осредненное по размерам частиц сечение рассеяния одной частицы фоновых аэрозолей.

Осредненное по лебеговой мере значение сечения рассеяния одной частицы облачных аэрозолей для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляется по формуле

$$\sigma_{\text{cl,sc}}(j, m, T_{k,l}) = \frac{1}{M(j, m, T_{k,l})} \sum_{i \in \Omega_{j,m}} \sigma_{\text{p,sc,cl}}(v_i) B(T_{k,l}, v_i), \quad (16)$$

в которой  $\sigma_{\text{p,sc,cl}}$  – осредненное по размерам частиц сечение поглощения одной частицы облачных аэрозолей.

Осредненное по лебеговой мере значение объемного коэффициента поглощения для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} K_{\text{ab}}(j, m, T_{k,l}, P_k, P_{\text{vap}}, P_{\text{oz}}) &= \frac{(P_k - P_{\text{vap}} - P_{\text{oz}})}{k_B \cdot T_{k,l}} \sigma_{\text{air,ab}}(j, m, T_{k,l}, P_k) + \\ &+ \frac{P_{\text{vap}}}{k_B \cdot T_{k,l}} \sigma_{\text{vap,ab}}(j, m, T_{k,l}, P_k) + \frac{P_{\text{oz}}}{k_B \cdot T_{k,l}} \sigma_{\text{oz,ab}}(j, m, T_{k,l}, P_k) + \\ &+ n_{\text{as}} \sigma_{\text{as,ab}}(j, m, T_{k,l}) + n_{\text{cl}} \sigma_{\text{cl,ab}}(j, m, T_{k,l}), \end{aligned} \quad (17)$$

в которой  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $n_{\text{as}}$  – концентрация частиц фоновых аэрозолей, рассчитанная по среднему размеру этих частиц, а  $n_{\text{cl}}$  – концентрация частиц облачных аэрозолей, рассчитанная по водности и ледности облаков и среднему размеру частиц в облаках.

Осредненное по лебеговой мере значение объемного коэффициента рассеяния (суммы молекулярного и аэрозольного) для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} K_{\text{sc}}(j, m, T_{k,l}, P_k) &= \frac{P_k}{k_B \cdot T_{k,l}} \sigma_{\text{air,sc}}(j, m, T_{k,l}, P_k) + \\ &+ n_{\text{as}} \sigma_{\text{as,sc}}(j, m, T_{k,l}) + n_{\text{cl}} \sigma_{\text{cl,sc}}(j, m, T_{k,l}). \end{aligned} \quad (18)$$

Осредненное по лебеговой мере значение объемного коэффициента ослабления для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляется по формуле

$$K_{\text{ext}}(j, m, T_{k,l}, P_k, P_{\text{vap}}, P_{\text{oz}}) = K_{\text{ab}}(j, m, T_{k,l}, P_k, P_{\text{vap}}, P_{\text{oz}}) + K_{\text{sc}}(j, m, T_{k,l}, P_k),$$

а осредненное по лебеговой мере значение альбедо однократного рассеяния:

$$\omega(j, m, T_{k,l}, P_k, P_{\text{vap}}, P_{\text{oz}}) = \frac{K_{\text{ext}}(j, m, T_{k,l}, P_k)}{K_{\text{sc}}(j, m, T_{k,l}, P_k, P_{\text{vap}}, P_{\text{oz}})}. \quad (19)$$

Осредненные по лебеговой мере значения индикатрисы рассеяния одной частицы фоновых аэрозолей и индикатрисы рассеяния одной частицы

облачных аэрозолей для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляются по формулам

$$\chi_{as}(u, j, m, T_{k,l}) = \frac{\sum_{i \in \Omega_{j,m}} \chi_{p,as}(v_i, u) \sigma_{p,sc,as}(v_i) B(T_{k,l}, v_i)}{M(j, m, T_{k,l}) \sigma_{as,sc}(j, m, T_{k,l})}, \quad (20)$$

$$\chi_{cl}(u, j, m, T_{k,l}) = \frac{\sum_{i \in \Omega_{j,m}} \chi_{p,cl}(v_i, u) \sigma_{p,sc,cl}(v_i) B(T_{k,l}, v_i)}{M(j, m, T_{k,l}) \sigma_{cl,sc}(j, m, T_{k,l})}, \quad (21)$$

в которых  $\chi_{p,as}(v_i, u)$  – осредненная по размерам частиц индикатриса рассеяния одной частицы фоновых аэрозолей,  $\chi_{p,cl}(v_i, u)$  – осредненная по размерам частиц индикатриса рассеяния одной частицы облачных аэрозолей,  $u$  – косинус угла рассеяния.

Осредненное по лебеговой мере значение индикатрисы рассеяния воздуха вместе с аэрозолями для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляется по формуле

$$\chi(u, j, m, T_{k,l}, P_k) = \frac{1}{K_{sc}(j, m, T_{k,l}, P_k)} \left( \frac{\chi_{mol}(u) \sigma_{air,sc}(j, m, T_{k,l}, P_k) P_k}{k_B \cdot T_{k,l}} + \right. \quad (22)$$

$$\left. + \chi_{as}(u, j, m, T_{k,l}) \sigma_{as,sc}(j, m, T_{k,l}) n_{as} + \chi_{cl}(u, j, m, T_{k,l}) \sigma_{cl,sc}(j, m, T_{k,l}) n_{cl} \right).$$

При практических расчетах часто используется разложение индикатрисы рассеяния по полиномам Лежандра. Для получения осредненного коэффициента разложения индикатрисы рассеяния нужно в (22) заменить все индикатрисы рассеяния на их коэффициенты разложения с одинаковым номером.

На этом процесс объединения узких каналов в широкие модельные и процесс вычисления средних значений оптических характеристик в узлах сетки по давлению и температуре для широких модельных каналов выполнен. Таким образом, сотни тысяч узких спектральных каналов из интервала осреднения заменяются на десятки или сотни (в зависимости от требуемой точности и скорости расчетов) широких модельных каналов.

При моделировании общей циркуляции атмосферы необходимо рассчитывать поле излучения в модельных каналах для вертикальных распределений концентраций и температуры поглощающих газов и распределений аэрозольных частиц над каждым узлом пространственной сетки на поверхности Земли. Поскольку над каждым из этих узлов в заданный момент времени имеется свое вертикальное распределение концентраций и температу-

ры поглощающих газов и распределений аэрозольных частиц, то для каждого из этих распределений необходимо быстро рассчитывать вертикальные профили оптических параметров для каждого модельного канала. Оптимизация процедуры расчета этих профилей играет важную роль. Поскольку осредненные объемные коэффициенты поглощения и ослабления, а также альbedo однократного рассеяния выражаются через произведение концентраций молекул и частиц аэрозолей на их осредненные сечения поглощения и рассеяния, то требуется оптимизировать расчет этих сечений.

Осредненные сечения поглощения молекул водяного пара и озона согласно формулам (10), (11) формально зависят от их парциальных давлений. По этой причине при формальном подходе необходимо для каждого узла сетки по давлению вводить дополнительные сетки значений парциальных давлений водяного пара и озона, и в узлах сетки парциальных давлений озона рассчитывать и хранить в памяти компьютера осредненные сечения поглощения молекул озона, а в узлах сетки парциальных давлений водяного пара рассчитывать и хранить в памяти компьютера осредненные сечения поглощения молекул водяного пара. При этом шаги сетки по парциальным давлениям следует подбирать так, чтобы обеспечить нужную точность интерполяции при минимальном числе узлов сетки. Для расчета этих сечений между узлами сетки необходимо использовать интерполяцию уже по трем переменным.

Однако если использовать обоснованный в комментарии после формулы (11) факт, что зависимостью сечения поглощения молекулы водяного пара от парциального давления этого пара и зависимостью сечения поглощения молекулы озона от парциального давления озона можно пренебречь, то можно эти сечения рассчитывать и хранить в памяти компьютера только в узлах сетки по давлению и температуре, а для расчета этих сечений между узлами сетки использовать интерполяцию по двум переменным.

Описанная методика позволяет быстро рассчитывать оптические параметры в каждом модельном канале для произвольных вертикальных распределений концентраций и температуры поглощающих газов и распределений аэрозольных частиц. При этом необходимо хранить в оперативной памяти массивы значений всех осредненных сечений поглощения и рассеяния, заданных формулами (9)-(16), и осредненные коэффициенты разложения индикатрис рассеяния частиц облаков и фоновых аэрозолей в узлах сетки по температуре и давлению для каждого модельного канала.

Теоретическую оценку точности представленного алгоритма построения параметризации можно оценить с помощью следующих рассуждений. Для эталонных расчетов вводится сетка по высоте (оптической толщине) и зенитному углу. Интенсивность собственного излучения атмосферы в каж-



дом узком спектральном канале с частотой  $\nu_i$  в узлах этой сетки запишем в виде одномерного вектор-столбца  $\mathbf{I}(\nu_i)$ . После дискретизации уравнения переноса излучения по высоте и зенитному углу получается система линейных алгебраических уравнений (4), которую с использованием вектора  $\mathbf{I}(\nu_i)$  можно записать в виде

$$\mathbf{A}(\nu_i)\mathbf{I}(\nu_i) = \mathbf{b}(\nu_i), \quad (23)$$

где  $\mathbf{A}(\nu_i)$  – матрица коэффициентов, элементы которой выражаются через значения в узлах сетки по высоте коэффициента экстинкции, альбедо однократного рассеяния и индикатрисы рассеяния, а  $\mathbf{b}(\nu_i)$  – вектор правых частей. Решая систему (23), вектор  $\mathbf{I}(\nu_i)$  можно представить в виде  $\mathbf{I}(\nu_i) = \mathbf{A}^{-1}(\nu_i)\mathbf{b}(\nu_i)$ , где  $\mathbf{A}^{-1}(\nu_i)$  – матрица, обратная к матрице  $\mathbf{A}(\nu_i)$ . Пусть  $N$  – число узких каналов в интервале осреднения, а  $\Delta\nu$  – ширина узких спектральных каналов. Тогда вектор потоков излучения в узлах сетки по высоте и зенитному углу в этом интервале осреднения, полученный с помощью эталонных расчетов, можно представить в виде

$$\mathbf{I}_{\varepsilon m} = \Delta\nu \sum_{i=1}^N \mathbf{A}^{-1}(\nu_i) \mathbf{b}(\nu_i) = \Delta\nu \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{m=1}^{N_2} \sum_{i \in \Omega_{j,m}} \mathbf{A}^{-1}(\nu_i) \mathbf{b}(\nu_i). \quad (24)$$

Для модельного канала с индексами  $j, m$  вычисляются осредненные оптические параметры по формулам (8)-(22). Эти параметры задают матрицу осредненных коэффициентов  $\mathbf{A}_{cp}(j, m)$  и обратную к ней матрицу  $\mathbf{A}_{cp}^{-1}(j, m)$ . Вектор потоков излучения в узлах сетки по высоте и зенитному углу в интервале осреднения, полученный с помощью параметризации, можно представить в виде

$$\mathbf{I}_{nap} = \Delta\nu \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{m=1}^{N_2} \mathbf{A}_{cp}^{-1}(j, m) \sum_{i \in \Omega_{j,m}} \mathbf{b}(\nu_i). \quad (25)$$

Вычитая (25) из (24), получим формулу для разности между вектором потоков, вычисленным с помощью эталонных расчетов, и вектором потоков, полученным с помощью параметризации,

$$\mathbf{I}_{\varepsilon m} - \mathbf{I}_{nap} = \Delta\nu \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{m=1}^{N_2} \sum_{i \in \Omega_{j,m}} \left( \mathbf{A}^{-1}(\nu_i) - \mathbf{A}_{cp}^{-1}(j, m) \right) \mathbf{b}(\nu_i). \quad (26)$$

Из (26) видно, что точность параметризации определяется нормой разности матриц  $\mathbf{A}^{-1}(\nu_i) - \mathbf{A}_{cp}^{-1}(j, m)$  для узких каналов, входящих в модельный канал с индексами  $j, m$ . Эта норма тем меньше, чем ближе между собой во всем диапазоне высот оптические параметры узких каналов, входящих в

один модельный канал. Представленный алгоритм построения параметризации как раз обеспечивает необходимую близость этих параметров во всем диапазоне высот.

#### 4. Результаты тестовых расчетов

Авторами данной работы были проведены эталонные расчеты поля собственного излучения атмосферы Земли в приближении горизонтальной однородной атмосферы с разрешением по частоте  $0.001 \text{ см}^{-1}$  и расчеты этого поля, выполненные с использованием параметризаций оптических характеристик атмосферы Земли, в интервале высот от поверхности Земли до высоты 76 км. Расчеты проводились для различного числа модельных каналов, на разных высотах сортировки. Для численного решения уравнения переноса излучения применялся вариант метода дискретных ординат, детально описанный в [24]. В расчетах использовались равномерная сетка по высоте с шагом 200 м и равномерная сетка по зенитным углам с шагом 9 градусов, учитывалось молекулярное и аэрозольное рассеяние.

В расчетах использовались вертикальные профили температуры и концентраций основных атмосферных газов, рассчитанные по эмпирической модели NRLMSISE-00 для условий июля над северной Атлантикой на широте  $55^\circ$ , а также вертикальные профили объемных долей малых газовых составляющих, нормированный коэффициент экстинкции, альbedo однократного рассеяния и параметр асимметрии для аэрозольных частиц в облаках, построенные по экспериментальным данным, приведенным в монографии [1], а также приведенная в [26] зависимость от высоты коэффициента экстинкции в верхнем, среднем и нижнем облачных слоях при длине волны 0.5 мкм. Оптическая толщина облачных слоев была взята большой и близкой к максимально наблюдаемой для проверки точности параметризации. В атмосфере рассматриваются три типа фоновых аэрозолей: континентальные, морские и стратосферные аэрозоли. Оптические параметры этих аэрозолей взяты из работы [27].

Результаты эталонных расчетов сравнивались с результатами расчетов, в которых использовалась следующая параметризация. Весь диапазон  $10\text{-}2000 \text{ см}^{-1}$  делится на 4 части:  $10\text{-}500 \text{ см}^{-1}$ ,  $500\text{-}1000 \text{ см}^{-1}$ ,  $1000\text{-}1500 \text{ см}^{-1}$  и  $1500\text{-}2000 \text{ см}^{-1}$ . В диапазоне  $10\text{-}500 \text{ см}^{-1}$  использовался 1 интервал осреднения  $10\text{-}500 \text{ см}^{-1}$ , на котором сначала выделялись 4 канала с помощью первой сортировки, которая проводилась на высоте 15 км, а затем в каждом из этих 4 каналов выделялись 6 подканалов с помощью второй сортировки, которая проводилась на высоте 47 км. Всего использовалось 24 модельных канала в этом диапазоне.

В диапазоне  $500\text{-}1000\text{см}^{-1}$  использовались 2 интервала осреднения  $500\text{-}750\text{см}^{-1}$  и  $750\text{-}1000\text{см}^{-1}$ , на каждом из которых сначала выделялись 4 канала с помощью первой сортировки, которая проводилась на высоте 15 км, а затем в каждом из этих 4 каналов выделялись 10 подканалов с помощью второй сортировки, которая проводилась на высоте 47 км. Всего в этом диапазоне использовалось 80 модельных каналов.

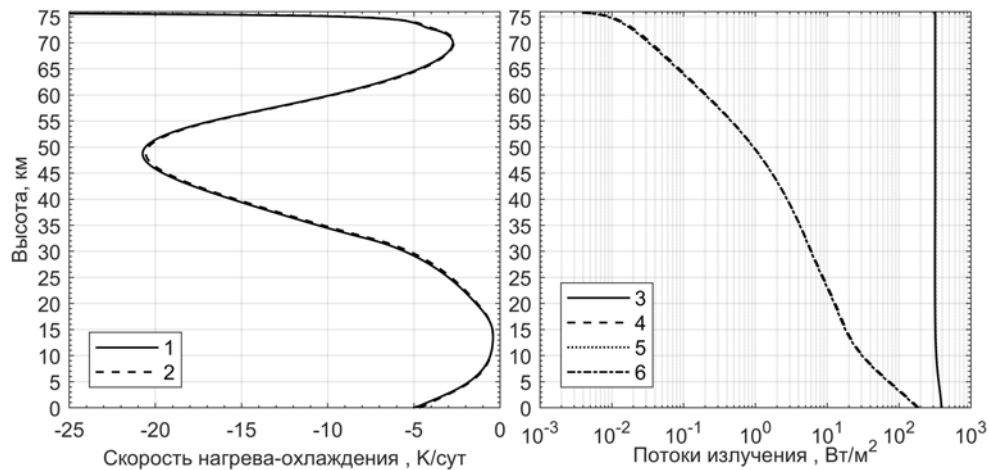
В диапазоне  $1000\text{-}1500\text{см}^{-1}$  использовались 4 интервала осреднения  $1000\text{-}1125\text{см}^{-1}$ ,  $1125\text{-}1250\text{см}^{-1}$ ,  $1250\text{-}1375\text{см}^{-1}$ ,  $1375\text{-}1500\text{см}^{-1}$ , на каждом из которых сначала выделялись 4 канала с помощью первой сортировки, которая проводилась на высоте 15 км, а затем в каждом из этих 4 каналов выделялись 8 подканалов с помощью второй сортировки, которая проводилась на высоте 47 км. Всего использовалось 128 модельных каналов в этом диапазоне.

В диапазоне  $1500\text{-}2000\text{ см}^{-1}$  использовались 2 интервала осреднения  $1500\text{-}1750\text{ см}^{-1}$  и  $1750\text{-}2000\text{ см}^{-1}$ , на каждом из которых сначала выделялись 4 канала с помощью первой сортировки, которая проводилась на высоте 15 км, а затем в каждом из этих 4 каналов выделялись 6 подканалов с помощью второй сортировки, которая проводилась на высоте 47 км. Всего использовалось 48 модельных каналов в этом диапазоне. Таким образом, 1990000 узких спектральных каналов, используемых при эталонных расчетах, заменяются на 280 модельных каналов.

На рис.1 представлены потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне  $10\text{-}2000\text{ см}^{-1}$  в безоблачной атмосфере и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков, полученные с помощью эталонных расчетов, а также с помощью расчетов, когда использовалась параметризация. Из рис.1 видно, что скорость нагрева-охлаждения атмосферного газа, рассчитанная с использованием параметризации, очень близка к этой же скорости, полученной с помощью эталонных расчетов. Наибольшее отклонение между этими скоростями достигается на высоте 48 км и составляет около  $0.2\text{ К/сутки}$ . Потоки восходящего и нисходящего излучения, рассчитанные с использованием параметризации, совпадают с этими же потоками, полученными с помощью эталонных расчетов, с относительной погрешностью меньше 1%.

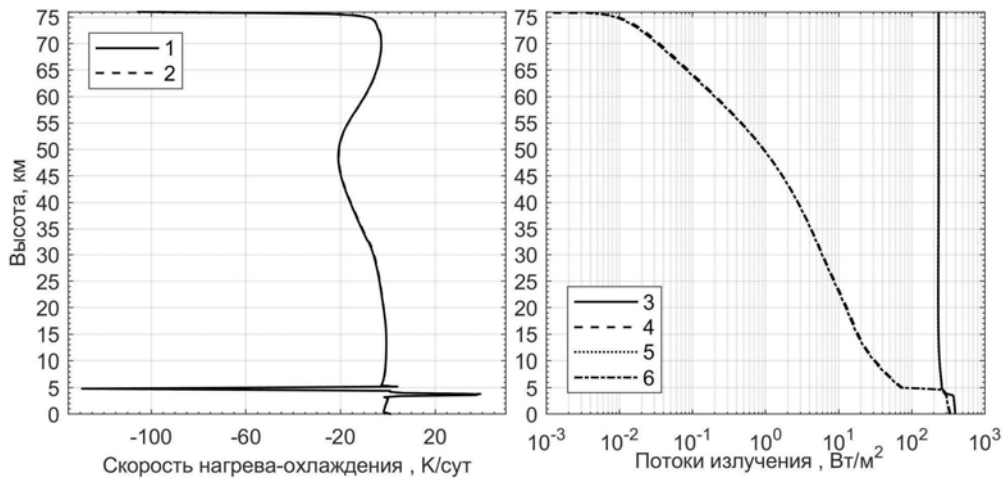
На рис.2 представлены те же самые профили, что и на рис.1, только рассчитанные при наличии в интервале высот от 3 до 6 км среднего облачного слоя с большой оптической толщиной, параметры которого приведены в [26]. Этой толщиной обусловлены большие значения скорости нагрева-охлаждения воздуха внутри облачного слоя. На рис.2 видно, что скорость нагрева-охлаждения атмосферного газа и восходящий и нисходящий пото-

ки, рассчитанные с использованием параметризации и с помощью эталонных расчетов, совпадают с хорошей точностью. Отклонение между потоками, полученными при эталонных расчетах и при расчетах с использованием параметризации, вне и внутри облачного слоя меньше 1%, а отклонение между скоростями нагрева не превышает 0.2 К/сутки вне облачного слоя и 0.5 К/сутки внутри этого слоя. В случаях наличия нижнего или верхнего облачных слоев с большой оптической толщиной точность параметризации оказалась такой же.



**Рис.1.** Потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне 10-2000см<sup>-1</sup> и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков в безоблачной атмосфере. Кривая 1 – рассчитанная с использованием параметризации скорость нагрева-охлаждения, кривая 2 – эта же скорость, полученная с помощью эталонных расчетов. Кривые 3 и 4 – рассчитанные с использованием параметризации потоки восходящего и нисходящего собственного излучения, кривые 5 и 6 – эти же потоки, полученные с помощью эталонных расчетов.

Авторы исследовали влияние высот первой и второй сортировки на точность параметризации. Высоту первой сортировки меняли в пределах от 5 до 20 км. Оказалось, что высота 15 км близка к оптимальной. При выборе другой высоты первой сортировки точность параметризации при сохранении числа модельных каналов не улучшается. Высоту второй сортировки также меняли в широких пределах от 35 до 60 км. Оказалось, что высоты выбранные в представленной параметризации высоты второй сортировки, близки к оптимальным. Их изменение не улучшало точность параметризации. Также результаты расчетов показали, что при увеличении числа модельных каналов по сравнению с их числом в представленной параметризации точность параметризации улучшается незначительно, а при уменьшении этого числа эта точность ухудшается более существенно. Ширина интервалов осреднения в диапазоне 100-125 см<sup>-1</sup> является оптимальной.



**Рис.2.** Потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне 10-2000 см<sup>-1</sup> и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков при наличии среднего облачного слоя с большой оптической толщиной. Кривая 1 – рассчитанная с использованием параметризации скорости нагрева-охлаждения, кривая 2 – эта же скорость, полученная с помощью эталонных расчетов. Кривые 3 и 4 – рассчитанные с использованием параметризации потоки восходящего и нисходящего собственного излучения, кривые 5 и 6 – эти же потоки, полученные с помощью эталонных расчетов.

## 5. Заключение

В работе описан метод расчета собственного излучения атмосферы Земли в ИК-диапазоне, который используется в радиационном блоке разработанной авторами модели общей циркуляции нижней и средней атмосферы. В этом методе используется новая параметризация молекулярного поглощения в диапазоне частот от 10 до 2000 см<sup>-1</sup> в интервале высот от поверхности Земли до 76 км, при построении которой учтено изменение газового состава атмосферы с высотой, а для численного решения уравнения переноса излучения используется метод дискретных ординат и расчетная сетка по зенитным углам с шагом 9 градусов.

Сопоставление результатов расчетов поля собственного излучения атмосферы Земли, выполненных с помощью радиационного блока нашей модели, с результатами эталонных расчетов, показало, что радиационный блок нашей модели обеспечивает хорошую точность расчета в нижней и средней атмосфере Земли как при отсутствии облаков, так и при наличии облачных слоев с большой оптической толщиной.

Следует отметить, что высокопроизводительные вычислительные системы ближайшего будущего, допускающие эффективную адаптацию вычислительных алгоритмов к их архитектуре, дадут возможность детально моделировать влияние солнечного и теплового излучения на процессы в атмосфере [28].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ю.М. Тимофеев, А.В. Васильев. Теоретические основы атмосферной оптики. – СПб: Наука, 2003, 474 с.;  
*Iu.M. Timofeev, A.V. Vasilev. Teoreticheskie osnovy atmosfernoi optiki. – SPb: Nauka, 2003, 474 s.*
2. К.Я. Кондратьев. Актинометрия. – Л.: Гидрометеоздат, 1965, 692 с.;  
*K.Ia. Kondratev. Aktinometriia. – L.: Gidrometeoizdat, 1965, 692 s.*
3. Ку-Нан Лиоу. Основы радиационных процессов в атмосфере. – Л.: Гидрометеоздат, 1984, 376 с.;  
*Kuo-Nan Lion. Ah introduction to atmospheric radiation. NY: Academic Press, 1980, 577 p.*
4. Т.А. Сушкевич. Математические модели переноса излучения. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2006, 661 с.  
*T.A. Sushkevich. Matematicheskie modeli perenosa izlucheniia. – M.: BINOM, Laboratoriia znanii, 2006, 661 s.*
5. С.Д. Творогов. Некоторые аспекты задачи о представлении функции поглощения рядом экспонент // Оптика атмосферы и океана, 1994, т.7, № 3, с.315-326;  
англ. пер.: *S.D. Tvorogov. Some aspects of the problem of representation of the absorption function by a series of exponents // Atmosph. and oceanic optics, 1994, v.7, №3, p.165-171.*
6. С.Д. Творогов, Л.И. Несмелова, О.Б. Родимова. Представление функций пропускания рядами экспонент // Оптика атмосферы и океана, 1996, т.9, № 3, с.373-377;  
англ. пер.: *S.D. Tvorogov, L.I. Nesmelova, O.B. Rodimova. Representation of the transmission function by the series of exponents // Atmosph. and ocean. optics., 1996, v.9, №3, p.239-242.*
7. С.Д. Творогов, Л.И. Несмелова, О.Б. Родимова. Расчет функций пропускания в ближней ИК-области спектра с помощью рядов экспонент // Оптика атмосферы и океана, 1997, т.10, № 12, с.1475-1480;  
англ. пер.: *L.I. Nesmelova, O.B. Rodimova, S.D. Tvorogov. Calculation of transmission functions in near infrared region using series of exponents // Atmospheric and oceanic optics, 1997, v.10, №12, p.923-927.*
8. С.Д. Творогов, Л.И. Несмелова, О.Б. Родимова. К вопросу об уточнении интегрирования по частоте при вычислении радиационных характеристик // Оптика атмосферы и океана, 1999, т.12, № 9, с.832-834;  
англ. пер.: *L.I. Nesmelova, O.B. Rodimova, S.D. Tvorogov. Application of exponential series to calculation of radiative fluxes in the molecular atmosphere // Atmospheric and oceanic optics, 1999, v.12, № 9, p.735-739.*
9. С.Д. Творогов. Применение рядов экспонент для интегрирования уравнения переноса излучения по частоте // Оптика атмосферы и океана, 1999, т.12, № 9, с.763-766;  
англ. пер.: *S.D. Tvorogov. Application of exponential series to frequency integration of the radiative transfer equation // Atmospheric and oceanic optics, 1999, v.12, №9, p.730-734.*
10. С.Д. Творогов, О.Б. Родимова. Расчет функций пропускания при малых давлениях // Оптика атмосферы и океана, 2008, т.21, № 11, с.915-921;  
англ. пер.: *S.D. Tvorogov, O.B. Rodimova. Calculation of transmission functions at small pressures // Atmospheric and oceanic optics, 2008, v.21, № 11, p.797-803.*
11. Б.А. Фомин. Метод параметризации газового поглощения атмосферной радиации,

- позволяющий получить К-распределение с минимальным числом членов // Оптика атмосферы и океана, 2003, т.16, № 3, с.268-271;  
англ. пер.: *B.A. Fomin*. Method for parameterization of gas absorption of atmospheric radiation giving the k-distribution with minimum number of terms // Atmospheric and oceanic optics, 2003, v.16, № 3, p.244-246.
12. *B.A. Fomin*. A k-distribution technique for radiative transfer simulation in inhomogeneous atmosphere: 1. FKDM, fast k-distribution model for the longwave // J. Geophys. Res., 2004, v.109, D02110.
  13. *B.A. Fomin, P.M. Correa*. A k-distribution technique for radiative transfer simulation in inhomogeneous atmosphere: 2. FKDM, fast k-distribution model for the shortwave // J. Geophys. Res., 2005, v.110, D02106.
  14. *E.J. Mlawer, S.J. Taubman, P.D. Brown, M.J. Iacono, and S.A. Clough*. Radiative transfer for inhomogeneous atmospheres: RRTM, a validated correlated-k model for the longwave // J. Geophys. Res., 1997, v.102, № D14, p.16,663-16,682.
  15. *S. Cusack, J.M. Edwards, J.M. Crowther*. Investigating k-distributing method for parametrizing gaseous absorption in the Hadley Centre Climate Model // J. Geophys. Res., 1999, v.104, p.2051-2057.
  16. *T. Nakajima, M. Tsukamoto, Y. Tsushima, A. Numaguti, T. Kimura*. Modeling of the radiation process in an atmospheric general circulation model // Appl. Opt., 2000, v.39, p.4869-4878.
  17. *R.J. Hogan*. The Full-Spectrum Correlated-k Method for Longwave Atmospheric Radiative Transfer Using an Effective Planck Function // J. Atmos. Sciences, 2010.
  18. *Б.Н. Четверушкин*. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. – М.: Наука, 1985, 204 с.;  
англ. пер.: *B.N. Chetverushkin*. Matematicheskoe modelirovanie zadach dinamiki izluchaiushchego gaza. – М.: Nauka, 1985, 204 s.
  19. *А.В. Шильков, М.Н. Герцев*. Верификация метода лебеговского осреднения // Математическое моделирование, 2015, т. 27, № 8, с. 13–31;  
англ. пер.: *A.V. Shilkov, M.N. Gerthev*. Verification of the Lebesgue averaging method // Mathematical Models and Computer Simulations, 2016, v.8, Issue 2, p.93–107.
  20. *Б.Н. Четверушкин, И.В. Мингалева, К.Г. Орлов, В.М. Чечеткин, В.С. Мингалева, О.В. Мингалева*. Газодинамическая модель общей циркуляции нижней и средней атмосферы Земли // Математическое моделирование, 2017, т.29, № 8, с.59-73;  
англ. пер.: *B.N. Chetverushkin, I.V. Mingaleva, K.G. Orlov, V.M. Chechetkin, V.S. Mingaleva, and O.V. Mingaleva*. Gas-Dynamic General Circulation Model of the Lower and Middle Atmosphere of the Earth // Math. Mod. and Comp. Simulat., 2018, v.10, № 2, p.176–185.
  21. *И.В. Мингалева, Е.А. Федотова, К.Г. Орлов*. Построение параметризаций молекулярного поглощения в нижней и средней атмосфере Земли в ИК-диапазоне // Оптика атмосферы и океана, 2018, т.31, № 10, с.779-786;  
англ. пер.: *I.V. Mingaleva, E.A. Fedotova, K.G. Orlov*. Parameterization of the infrared molecular absorption in the Earth's lower and middle atmosphere // Atmospheric and Oceanic Optics, 2018, v.31, № 6, p.582-589.
  22. *L.S. Rothman, et al*. The HITRAN2012 molecular spectroscopic database // J. Quant. Spectrosc. Rad. Transfer., 2013, v.130, p.4-50.
  23. *E.J. Mlawer, et al*. Development and recent evaluation of the MT CKD model of continuum absorption // Philosophical Transactions of the Royal Society, 2012, v.370, p.2520-2556.

24. Н.И. Игнат'ев, И.В. Мингалев, А.В. Родин, Е.А. Федотова. Новый вариант метода дискретных ординат для расчета собственного излучения в горизонтально однородной атмосфере // ЖВМ и МФ, 2015, т.55, №10, с.109–123;  
англ. пер.: *N.I. Ignat'ev, I.V. Mingalev, A.V. Rodin, and E.A. Fedotova. A New Version of the Discrete Ordinate Method for the Calculation of the Intrinsic Radiation in Horizontally Homogeneous Atmospheres // Comp. Math. and Math. Physics, 2015, v.55, №10, p.1713–1726.*
25. А.А. Самарский, Е.С. Николаев. Методы решения сеточных уравнений. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит. изд.-ва Наука, 1978, 592 с.;  
*A.A. Samarskii, E.S. Nikolaev. Metody resheniia setochnykh uravnenii. – M.: Gl. red. fiz.-mat. lit. izd.-va Nauka, 1978, 592 s.*
26. И.В. Мингалев, Е.А. Федотова, К.Г. Орлов. Влияние оптически толстых слоев на нагрев атмосферы собственным излучением // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса, 2017, т.14, № 5, с.100–108;  
*I.V. Mingalev, E.A. Fedotova, K.G. Orlov. Vliianie opticheski tolstykh sloev na nagrev atmosfery sobstvennym izlucheniem // Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniia Zemli iz kosmosa, 2017, t.14, № 5, s.100–108.*
27. R.A. McClatchey, H.-J. Bolle, K.Ya. Kondratyev. A preliminary cloudless standard atmosphere for radiation computation // World Climate Research Programme. International Association For Meteorology And Atmospheric Physics, Radiation Commission, 1986, WCP112, WMO/TD-No. 24, 60 p.
28. В.А. Гасилов, П.А. Кучугов, О.Г. Ольховская, Б.Н. Четверушкин. Решение самосопряженного уравнения переноса энергии излучением на гибридных вычислительных системах // Журнал вычисл. матем. и матем. физ., 2016, т.56, №6, с.999–1007;  
англ. пер.: *V.A. Gasilov, P.A. Kuchugov, O.G. Olkhovskaya, B.N. Chetverushkin. Solution of the self-adjoint radiative transfer equation on hybrid computer systems // Comput. Math. Math. Phys., 2016, v.56, № 6, p.987–995.*

Поступила в редакцию 24.06.2019

После доработки 24.06.2019

Принята к публикации 09.09.2019