

Анализ наблюдаемости в задаче калибровки температурных моделей погрешностей инерциальных датчиков авиационной навигационной системы

Тарыгин И.Е.*, Козлов А.В.**

*Московский Государственный Университет им. М. В.Ломоносова,
Ленинские горы, 1, стр.52, Москва, 119991, Россия*

**e-mail: i.tarygin@gmail.com*

***e-mail: a.kozlov.msu@gmail.com*

Аннотация

Рассматривается модификация разработанной ранее методики калибровки инерциальных измерительных блоков в сборе на одностепенных калибровочных стендах с горизонтальной осью вращения предусматривающая определение коэффициентов зависимости от производной температуры по времени одновременно другими параметрами модели погрешностей измерений инерциальных датчиков. Классические методы оценки параметров температурной зависимости подразумевают проведение отдельных экспериментов при постоянной температуре. Предлагаемая методика подразумевает оценку коэффициентов температурной зависимости одновременно с остальными параметрами модели погрешностей измерений инерциальных датчиков в эксперименте с изменяющейся температурой. При помощи ковариационного анализа исследована наблюдаемость новых коэффициентов в двух режимах

калибровочного эксперимента: саморазогрев системы и управляемое изменение температуры в термокамере.

Ключевые слова: бескарданная инерциальная навигационная система, калибровка, температурные зависимости, инструментальные погрешности, фильтр Калмана, волоконно-оптический гироскоп.

Введение

Основой приборного комплекса, решающего задачу навигации летательных аппаратов, в настоящее время являются инерциальные и спутниковые навигационные системы. Бескарданная инерциальная навигационная система (БИНС) состоит из трех однокомпонентных ньютонометров (акселерометров), трех датчиков угловой скорости (ДУС) и бортового вычислителя.

Калибровка блока чувствительных элементов навигационной системы представляет собой задачу определения параметров априорно введенной модели инструментальных погрешностей измерений с целью последующей компенсации погрешностей измерений в режиме навигации. Эта модель включает в себя: смещения нулевых сигналов акселерометров (ньютонометров) и датчиков угловой скорости (ДУС), малые углы несоосности осей чувствительности ньютонометров и ДУС, погрешности масштабных коэффициентов, а также, для некоторых типов ДУС, коэффициенты динамического дрейфа. Для решения поставленной задачи на

предприятиях-производителях проводятся специальные калибровочные эксперименты, состоящие из некоторой последовательности поворотов ИНС. В работах [1-3] предложена методика, которая в рамках простого калибровочного эксперимента на одноосном стенде с горизонтальной осью вращения, не требующем точного управления стендом или наличия на нем высокоточных измерителей, позволяет получить оценки параметров модели погрешностей измерений, подлежащие определению.

Как показывает практика, инструментальные погрешности измерений инерциальных датчиков зависят от температуры, а также от производной температуры по времени, в частности, дрейф (смещение нулевого сигнала) волоконно-оптического гироскопа подвержен влиянию производной температуры по времени [4,5], дрейф микромеханического гироскопа подвержен сильному влиянию температуры [3]. На борту летательного аппарата, в отличие от наземных, морских и космических объектов, перепады температур характеризуются большим изменением за относительно короткий период времени, что делает задачу температурной калибровки БИНС авиационного применения важной. Традиционно для учета температурных зависимостей калибровочные эксперименты проводятся в термокамере при постоянной температуре, в так называемых "температурных точках". Это заметно усложняет план эксперимента и приводит к большим временным затратам, так как установление температурного режима требует значительного времени. Ранее рассмотрена задача калибровки БИНС с учетом коэффициентов зависимости от температуры [3]. В данной работе

будут рассмотрены коэффициенты зависимости от производной температуры по времени и будет показано, что они могут оцениваться одновременно с остальными инструментальными погрешностями в эксперименте с переменной температурой. Рассмотрены два температурных режима проведения калибровочного эксперимента – саморазогрев БИНС и контролируемое изменение температуры в термокамере, близкое к линейному. В обоих случаях при помощи ковариационного анализа будет исследована наблюдаемость включенных в модель коэффициентов зависимости от производной температуры.

Калибровка как задача оптимального оценивания

Источником первичной информации для БИНС являются три датчика угловой скорости и три измерителя удельной силы – ньютонометра. Будем считать, что оси чувствительности датчиков близки к осям приборного трехгранника $Mz_1z_2z_3$, где M – положение приведённой чувствительной массы ньютонометров. В [1–3, 8] рассматривается следующая стандартная (с точностью до обозначений) модель погрешностей измерений ньютонометров (акселерометров) в проекциях на оси приборного трехгранника:

$$f'_z - f_z = \Delta f_z^0 + \Gamma f_z + \Delta f_z^s, \quad f'_z = \begin{bmatrix} f'_1 \\ f'_2 \\ f'_3 \end{bmatrix}, \quad f_z = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix},$$

$$\Delta f_z^0 = \begin{bmatrix} \Delta f_1^0 \\ \Delta f_2^0 \\ \Delta f_3^0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & 0 & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{bmatrix},$$

где f'_z – вектор-столбец показаний ньютометров, f_z – вектор истинной удельной силы реакции, действующей на приведенную чувствительную массу ньютометров, записанный в проекциях на оси приборной системы координат M_z , Δf_z^0 – столбец смещений нулевых сигналов ньютометров, Γ – матрица, содержащая погрешности масштабных коэффициентов на диагонали и малые углы перекосов осей чувствительности вне диагонали. Приборная система координат выбрана таким образом, что элементы матрицы Γ над главной диагональю равны нулю, что является следствием того, что направление оси чувствительности первого ньютометра принимается идеальным.

Модель инструментальных погрешностей датчиков угловой скорости (ДУС) имеет аналогичный вид:

$$\omega'_z - \omega_z = -v_z^0 - \Theta \omega_z - v_z^s, \quad \omega'_z = \begin{bmatrix} \omega'_1 \\ \omega'_2 \\ \omega'_3 \end{bmatrix}, \quad \omega_z = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix},$$

$$v_z^0 = \begin{bmatrix} v_1^0 \\ v_2^0 \\ v_3^0 \end{bmatrix}, \quad \Theta = \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \Theta_{13} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \Theta_{23} \\ \Theta_{31} & \Theta_{32} & \Theta_{33} \end{bmatrix}.$$

Здесь ω_z' – вектор-столбец показаний ДУС, ω_z – вектор абсолютной угловой скорости БИНС в проекциях на оси приборной системы координат, v_z^0 – столбец дрейфов ДУС, Θ – матрица, содержащая малые погрешности масштабных коэффициентов на диагонали и малые углы перекосов осей чувствительности вне диагонали. При необходимости в модель могут также включаться динамические дрейфы ДУС [2].

Задачу определения параметров модели инструментальных погрешностей можно сформулировать как задачу оптимального оценивания вектора состояния линейной динамической системы с измерениями, для решения которой используется фильтр Калмана [1-3]. При решении кинематического уравнения Пуассона на основе показаний ДУС определяется модельное значение L' матрицы L ориентации приборной системы координат относительно опорной Mx [7]. Также вводятся уравнения ошибок для вектора состояния, содержащего параметры инструментальных погрешностей Δf_z^0 , Γ , v_z^0 , Θ и угловые ошибки β_x определения ориентации приборной системы координат. В обозначениях, принятых в [1–3,6], изменение компонент вектора состояния в линейном приближении описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{d}{dt}\beta_x = a_x \beta_x + L^T (v_z^0 + \Theta \omega_z) + L^T v_z^s \quad \beta_x(0) = \beta_0, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt}v_z^0 = 0, \quad \frac{d}{dt}\Theta = 0, \quad \frac{d}{dt}\Delta f_z^0 = 0, \quad \frac{d}{dt}\Gamma = 0.$$

Корректирующие измерения формируются как разность вычисленного (модельного) и измеренного вектора удельной силы в проекциях на опорный (географический) трехгранник. В соответствии с принятыми моделями сформированные указанным образом корректирующие измерения линейно связаны с компонентами вектора состояния введенной выше динамической системы:

$$z^{acc} = \beta_x [0 \ 0 \ g]^T + L^T (\Delta f_z^0 + \Gamma f_z) + L^T \Delta f_z^s. \quad (2)$$

Задача оценки вектора состояния системы (1) при помощи измерений (2) решается известными линейными методами оптимального оценивания. Для наилучшей наблюдаемости процедура калибровки включает в себя три цикла вращения на стенде, в которых ось вращения близка к горизонту, и каждая из приборных осей БИНС последовательно совмещается с осью вращения стенда (с точностью до погрешностей установки) [1–2].

В приведенных моделях не учитывается температурная зависимость перечисленных выше параметров моделей инструментальных погрешностей инерциальных датчиков. Традиционным подходом в такой ситуации в настоящее время является проведение калибровочных экспериментов в термокамере при постоянной температуре, в нескольких заранее выбранных так называемых "температурных точках". После получения оценок параметров в нескольких температурных точках температурные зависимости

этих параметров аппроксимируются кусочно-линейной интерполяцией или гладкими кривыми (например, кубическими).

Необходимость установления температурного режима как в термокамере, так и внутри инерциального блока, приводит к задержке до нескольких часов в проведении эксперимента. Кроме того, температурные точки должны полностью перекрывать весь диапазон рабочих температур прибора. Например, для диапазона от -70 до $+60$ градусов Цельсия (для изделий общеклиматического исполнения по ГОСТ, эксплуатируемых на борту воздушных и морских судов) количество температурных точек может составлять десять и более (при шаге $10-15$ градусов).

Калибровка с учетом температурных зависимостей

Для включения температурных зависимостей погрешностей инерциальных датчиков модифицируем модель погрешностей. Введём в модель температуры T_{f1}, T_{f2}, T_{f3} трёх ньютометров и температуры $T_{\omega1}, T_{\omega2}, T_{\omega3}$ трёх датчиков угловой скорости. Составим матрицы:

$$T_f = \begin{bmatrix} T_{f1} & 0 & 0 \\ 0 & T_{f2} & 0 \\ 0 & 0 & T_{f3} \end{bmatrix}, \quad T_\omega = \begin{bmatrix} T_{\omega1} & 0 & 0 \\ 0 & T_{\omega2} & 0 \\ 0 & 0 & T_{\omega3} \end{bmatrix}.$$

Будем считать, что выполнены следующие условия:

- температура измеряется с необходимой точностью, требуемой для компенсации температурных зависимостей погрешностей инерциальных датчиков;

- температура датчиков и её производная по времени при проведении эксперимента изменяются в диапазоне, в котором температурные зависимости датчиков близки к линейным;

- температурные изменения перекосов осей чувствительности за время эксперимента пренебрежимо малы.

В этих предположениях изменим модель погрешностей датчиков угловой скорости, добавив линейные зависимости смещений нулевых сигналов и погрешностей масштабных коэффициентов от температуры, рассмотренные в [3], а также зависимость дрейфов ДУС от производной температуры по времени.

$$f'_z - f_z = \Delta f_z^0 + T_f k_{\Delta f} + \Gamma f_z + T_f K_{\Gamma} f_z + \Delta f_z^s,$$

$$k_{\Delta f} = \begin{bmatrix} k_{\Delta f1} \\ k_{\Delta f2} \\ k_{\Delta f3} \end{bmatrix}, \quad K_{\Gamma} = \begin{bmatrix} K_{\Gamma11} & 0 & 0 \\ 0 & K_{\Gamma22} & 0 \\ 0 & 0 & K_{\Gamma33} \end{bmatrix},$$

$$\omega'_z - \omega_z = -v_z^0 - T_{\omega} k_v - T_{\omega} \Lambda_v - \Theta \omega_z - T_{\omega} K_{\Theta} \omega_z - v_z^s,$$

$$k_v = \begin{bmatrix} k_{v1} \\ k_{v2} \\ k_{v3} \end{bmatrix}, \quad K_{\Theta} = \begin{bmatrix} K_{\Theta11} & 0 & 0 \\ 0 & K_{\Theta22} & 0 \\ 0 & 0 & K_{\Theta33} \end{bmatrix}, \quad \Lambda_v = \begin{bmatrix} \Lambda_{v1} & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_{v2} & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_{v3} \end{bmatrix}.$$

В вектор состояния системы добавим подлежащие определению компоненты столбцов температурных коэффициентов для смещений нулевых сигналов ньютонометров $k_{\Delta f}$ и датчиков угловой скорости k_v , а также ненулевые компоненты матриц K_Γ, K_Θ и Λ_v . Вместо уравнений (1) теперь имеем

$$\frac{d}{dt}\beta_x = \hat{u}_x\beta_x + L_y^T(v_z^0 + T_\omega k_v + T_\omega \Lambda_v + \Theta \omega_z + T_\omega K_\Theta \omega_z) + L_y^T v_z^s \quad \beta_x(0) = \beta_0, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt}v_z^0 = \frac{d}{dt}\Delta f_z^0 = \frac{d}{dt}k_{\Delta f} = \frac{d}{dt}k_v = 0, \quad \frac{d}{dt}\Theta = \frac{d}{dt}\Gamma = \frac{d}{dt}K_\Theta = \frac{d}{dt}K_\Gamma = \frac{d}{dt}\Lambda_v = 0.$$

Модель измерений также меняется:

$$z^{acc} = \hat{\beta}_x [0 \quad 0 \quad g]^T + L_y^T (\Delta f_z^0 + T_f k_{\Delta f} + \Gamma f_z + T_f K_\Gamma f_z) + L_y^T \Delta f_z^s. \quad (4)$$

Для оценки вектора состояния линейной динамической системы (3) с измерениями (4), включающего искомые параметры, как и прежде [1–3], будем использовать фильтр Калмана. В новой расширенной модели задачи калибровки наблюдаемость температурных коэффициентов обеспечивается достаточным (хотя бы в несколько градусов) изменением температуры инерциальных датчиков и её производной по времени (в диапазоне от -0.02 до $+0.02$ градуса за секунду). Кроме того, чтобы оценки температурных коэффициентов и остальных параметров разделились в линейных

комбинациях, входящих в модели (3) и (4), изменение во времени температуры, её производной по времени, угловой скорости вращения станда и углов ориентации инерциального блока относительно вектора силы тяжести должны быть линейно независимыми функциями. Это легко обеспечивается в реальных экспериментах. Например, изменение температуры может быть асимптотическим при саморазогреве инерциального блока, либо пилообразным при экспериментах в термокамере. Угловая скорость вращения и проекции удельной силы на оси чувствительности ньютометров при этом будут изменяться независимо от температуры по другим законам, что и обеспечит разделение оценок в линейных комбинациях моделей (4) и (5).

Однако помимо формального наличия наблюдаемости в практических приложениях важны и количественные характеристики ошибок оценки. Такими характеристиками являются оценки стандартных отклонений ошибок оценки, получаемые как квадратные корни из соответствующих элементов ковариационной матрицы фильтра Калмана. В частности, если вращение вокруг одной из приборных осей будет происходить при незначительном изменении производной температуры по времени (например, в конце саморазогрева), ковариации ошибки оценки параметров, наблюдаемых на этом цикле вращения, будут убывать чрезвычайно медленно. Это не обеспечит приемлемой конечной точности калибровки. Ввиду высокого порядка системы (в рассмотренном варианте он составляет 39) и сложности взаимосвязей между элементами вектора состояния предсказать точность

оценки аналитически представляется невозможным, поэтому перед проведением экспериментов для выбора оптимального плана необходимо провести оценку потенциальной точности калибровки при различных температурных режимах и режимах вращения. Такую оценку можно получить путём ковариационного моделирования.

Поскольку в калибровочных экспериментах изменение температуры внутри инерциального блока становится не недопустимым, как ранее, а наоборот, необходимым, из плана эксперимента исключается этап стабилизации температурного режима. Это значительно сокращает время каждого эксперимента. Кроме того, определение коэффициентов температурной зависимости (а не только значений смещений нулей и погрешностей масштабных коэффициентов, как ранее) в крайних температурных точках позволит экстраполировать зависимости за пределы температурного интервала, в котором проведены эксперименты. А значит при фиксированном рабочем диапазоне температур требуемое количество экспериментов станет меньше.

Калибровочный эксперимент

Как упоминалось выше, калибровочный эксперимент состоит из трех последовательных циклов вращений вокруг каждой из приборных осей БИНС. При необходимости эти циклы могут последовательно повторяться и дальше. В [1] предлагается следующий план эксперимента:

Первый цикл.

Платформа вращается таким образом вокруг оси M_{z_1} приборного трехгранника, что матрица L_y имеет вид:

$$L_y(t_0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, L_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Psi & \sin \Psi \\ 0 & -\sin \Psi & \cos \Psi \end{pmatrix}.$$

Здесь $\Psi(t)$ – угол, на который поворачивается план-шайба стенда.

Второй цикл.

Ось M_{z_2} совпадает с осью M_{x_1} с точностью до погрешности установки.

$$L_y(t_0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, L_y = \begin{pmatrix} 0 & -\sin \Psi & \cos \Psi \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Psi & \sin \Psi \end{pmatrix}.$$

Третий цикл.

Ось M_{z_3} совпадает осью M_{x_1} с точностью до погрешности установки ось M_{z_3} .

$$L_y(t_0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, L_y = \begin{pmatrix} 0 & \cos \Psi & \sin \Psi \\ 0 & -\sin \Psi & \cos \Psi \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Угловая скорость выбирается в виде кусочно-постоянной функции, так что на каждом интервале постоянства можно написать $\Psi(t) = \Omega t$. Вектор угловой скорости вращения платформы в проекциях на оси приборной системы координат может быть записан следующим образом:

$$\omega'_z = (\Omega, 0, 0)^T \text{ – на первом цикле}$$

$$\omega'_z = (0, \Omega, 0)^T \text{ – на втором цикле}$$

$\omega'_z = (0, 0, \Omega)^T$ – на третьем цикле.

Аналитический анализ наблюдаемости

Классическим подходом к исследованию наблюдаемости является аналитическое исследование наблюдаемости. Заметим, что исходная динамическая система (1) является нестационарной, поэтому прямое исследование наблюдаемости является достаточно трудоемкой и сложной задачей. Однако, система (1) может быть сведена к стационарной. Сначала заметим, что угловая скорость вращения стенда существенно больше угловой скорости Земли, величиной u_x можно пренебречь. Получаем:

$$\dot{\beta}_x = L_y^T (v_z^0 + T_\omega k_v + \dot{T}_\omega \Lambda_v + \Theta \omega_z + T_\omega K_\Theta \omega_z)$$

Далее воспользуемся тем фактом, что если наблюдаема некоторая переменная, то наблюдается и ее производная. Обратное, вообще говоря, неверно. Это утверждение позволяет исключить переменную β_x из вектора измерений и перейти к стационарной динамической системе. Рассмотрим производную вектора измерений (4):

$$\begin{aligned} \dot{z}^{acc} = & -\hat{g}_x \dot{\beta}_x - L_y^T \hat{\Omega}'_z (\Delta f_z^0 + T_f k_{\Delta f} + \Gamma L_y g_x + T_f K_\Gamma L_y g_x) + \\ & + L_y^T (\Gamma + T_f K_\Gamma) \hat{\Omega}'_z L_y g_x + L_y^T (\dot{T}_f k_{\Delta f} + \dot{T}_f K_\Gamma L_y g_x) \end{aligned}$$

Запишем производную вектора измерений в скалярном виде на каждом цикле вращения.

Первый цикл:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= -g \cos \Omega t (v_2^0 + \Theta_{21} \Omega + T_{\omega 2} k_{v2} + \dot{T}_{\omega 2} \Lambda_{v2}) + \\
&\quad + g \sin \Omega t (v_3^0 + \Theta_{31} \Omega + T_{\omega 3} k_{v3} + \dot{T}_{\omega 3} \Lambda_{v3}) + \dot{T}_{f1} k_{\Delta f1}, \\
\dot{z}_2 &= g (v_1^0 + T_{\omega 1} k_{v1} + \dot{T}_{\omega 1} \Lambda_{v1} + \Theta_{11} \Omega + T_{\omega 1} k_{\Theta 11}) - \\
&\quad - \sin \Omega t (\Omega (\Delta f_2^0 + T_{f2} k_{\Delta f2}) + \dot{T}_{f3} k_{\Delta f3}) - \\
&\quad - \cos \Omega t (\Omega (\Delta f_3^0 + T_{f3} k_{\Delta f3}) - \dot{T}_{f2} k_{\Delta f2}) - g \Omega \cos 2\Omega t (\Gamma_{33} + T_{f3} k_{\Gamma 33}) - \\
&\quad - \Omega g \sin^2 \Omega t (\Gamma_{22} + T_{f2} k_{\Gamma 22} + \Gamma_{32}) + \\
&\quad + g \sin \Omega t \cos \Omega t (\Omega (\Gamma_{22} + T_{f2} k_{\Gamma 22} - \Gamma_{32}) + \dot{T}_{f2} k_{\Gamma 22} - \dot{T}_{f3} k_{\Gamma 33}) \\
\dot{z}_3 &= -\sin \Omega t (\Omega (\Delta f_3^0 + T_{f3} k_{\Delta f3}) - \dot{T}_{f2} k_{\Delta f2}) + \\
&\quad + \cos \Omega t (\Omega (\Delta f_2^0 + T_{f2} k_{\Delta f2}) + \dot{T}_{f3} k_{\Delta f3}) - \\
&\quad - \Omega g \cos 2\Omega t \Gamma_{32} + g \Omega \sin 2\Omega t (\Gamma_{22} + T_{f2} k_{\Gamma 22} - \Gamma_{33} - T_{f3} k_{\Gamma 33}) + \\
&\quad + \sin \Omega t \dot{T}_{f2} k_{\Delta f2} + \cos \Omega t \dot{T}_{f3} k_{\Delta f3} + g \sin^2 \Omega t \dot{T}_{f2} k_{\Gamma 22} + g \cos^2 \Omega t \dot{T}_{f3} k_{\Gamma 33}.
\end{aligned}$$

Второй цикл:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= -g \cos \Omega t (v_3^0 + \Theta_{32} \Omega + T_{\omega 3} k_{v3} + \dot{T}_{\omega 3} \Lambda_{v3}) + \\
&\quad + g \sin \Omega t (v_1^0 + T_{\omega 1} k_{v1} + \dot{T}_{\omega 1} \Lambda_{v1} + \Theta_{12} \Omega - \Omega \Gamma_{21}) + \dot{T}_{f2} k_{\Delta f2}, \\
\dot{z}_2 &= g (v_2^0 + T_{\omega 2} k_{v2} + \dot{T}_{\omega 2} \Lambda_{v2} + \Theta_{22} \Omega + T_{\omega 2} k_{\Theta 22}) - \Omega \cos \Omega t (\Delta f_1^0 + T_{f1} k_{\Delta f1}) - \\
&\quad - \Omega \sin \Omega t \Delta f_3^0 (\Delta f_3^0 + T_{f3} k_{\Delta f3}) + \Omega g \cos 2\Omega t (\Gamma_{33} + T_{f3} k_{\Gamma 33} - \Gamma_{11} - T_{f1} k_{\Gamma 11}) - \\
&\quad - \Omega g \sin 2\Omega t \Gamma_{31} - \sin \Omega t \dot{T}_{f1} k_{\Delta f1} + \cos \Omega t \dot{T}_{f3} k_{\Delta f3} - \\
&\quad - g \cos \Omega t \sin \Omega t \dot{T}_{f1} k_{\Gamma 11} + g \cos \Omega t \sin \Omega t \dot{T}_{f3} k_{\Gamma 33}, \\
\dot{z}_3 &= \Omega \cos \Omega t (\Delta f_3^0 + T_{f3} k_{\Delta f3}) - \Omega \sin \Omega t (\Delta f_1^0 + T_{f1} k_{\Delta f1}) + \\
&\quad + \Omega g \sin 2\Omega t (\Gamma_{33} + T_{f3} k_{\Gamma 33} - \Gamma_{11} - T_{f1} k_{\Gamma 11}) + \Omega g \cos 2\Omega t \Gamma_{31} + \\
&\quad + \cos \Omega t \dot{T}_{f1} k_{\Delta f1} + \sin \Omega t \dot{T}_{f3} k_{\Delta f3} + g \cos^2 \Omega t \dot{T}_{f1} k_{\Gamma 11} + g \sin^2 \Omega t \dot{T}_{f3} k_{\Gamma 33}.
\end{aligned}$$

Третий цикл:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= -g \cos \Omega t (v_1^0 + T_{\omega 1} k_{v1} + \dot{T}_{\omega 1} \Lambda_{v1} + \Theta_{13} \Omega - \Omega \Gamma_{31}) + \\
&\quad + g \sin \Omega t (v_2^0 + T_{\omega 2} k_{v2} + \dot{T}_{\omega 2} \Lambda_{v2} + \Theta_{23} \Omega - \Omega \Gamma_{32}) + \dot{T}_f k_{\Delta f 3}, \\
\dot{z}_2 &= g (v_3^0 + T_{\omega 3} k_{v3} + \dot{T}_{\omega 3} \Lambda_{v3} + \Theta_{33} \Omega + T_{\omega 3} k_{\Theta 33}) - \Omega \cos \Omega t (\Delta f_2^0 + T_{f 2} k_{\Delta f 2}) - \\
&\quad - \Omega \sin \Omega t (\Delta f_1^0 + T_{f 1} k_{\Delta f 1}) + \Omega g \cos 2\Omega t (\Gamma_{11} + T_{f 1} k_{\Gamma 11} - \Gamma_{22} - T_{f 2} k_{\Gamma 22}) - \\
&\quad - \Omega g \sin 2\Omega t \Gamma_{21} - \cos \Omega t \dot{T}_{f 1} k_{\Delta f 1} + \sin \Omega t \dot{T}_{f 2} k_{\Delta f 3} - \\
&\quad - g \cos \Omega t \sin \Omega t \dot{T}_{f 2} k_{\Gamma 22} + g \cos \Omega t \sin \Omega t \dot{T}_{f 1} k_{\Gamma 11}, \\
\dot{z}_3 &= \Omega \cos \Omega t (\Delta f_1^0 + T_{f 1} k_{\Delta f 1}) - \Omega \sin \Omega t (\Delta f_2^0 + T_{f 2} k_{\Delta f 2}) + \\
&\quad + \Omega g \sin 2\Omega t (\Gamma_{11} + T_{f 1} k_{\Gamma 11} - \Gamma_{22} - T_{f 2} k_{\Gamma 22}) + \Omega g \cos 2\Omega t \Gamma_{21} + \\
&\quad + \sin \Omega t \dot{T}_{f 1} k_{\Delta f 1} + \cos \Omega t \dot{T}_{f 2} k_{\Delta f 2} + g \sin^2 \Omega t \dot{T}_{f 1} k_{\Gamma 11} + g \cos^2 \Omega t \dot{T}_{f 2} k_{\Gamma 22}.
\end{aligned}$$

Рассмотрим набор функций, которые являются коэффициентами перед компонентами вектора состояния:

$$1, \sin \Omega t, \sin \Omega t T_f, \sin \Omega t T_\omega, \sin \Omega t \dot{T}_f, \sin \Omega t \dot{T}_\omega, \cos \Omega t, \sin 2\Omega t, \cos 2\Omega t, \sin \Omega t T_f, \sin \Omega t T_\omega$$

Для обеспечения наблюдаемости параметров подлежащих определению, необходимо, чтобы этот набор был линейно независим. Нетрудно заметить, что для выполнения этого условия функции T_ω, \dot{T}_ω и T_f, \dot{T}_f должны быть попарно линейно независимы. Как правило в реальных экспериментах это условие обеспечивается.

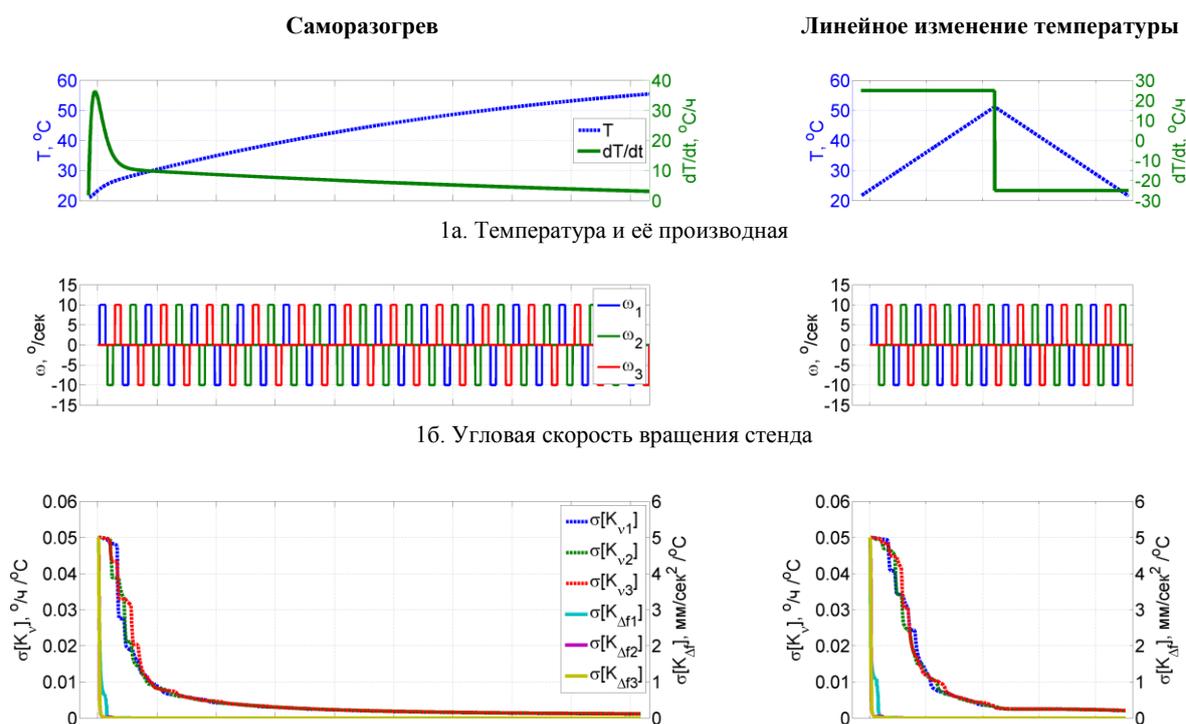
Результаты

Воспользуемся ковариационным анализом для исследования наблюдаемости коэффициентов зависимости инструментальных погрешностей от производной температуры в калибровочных экспериментах

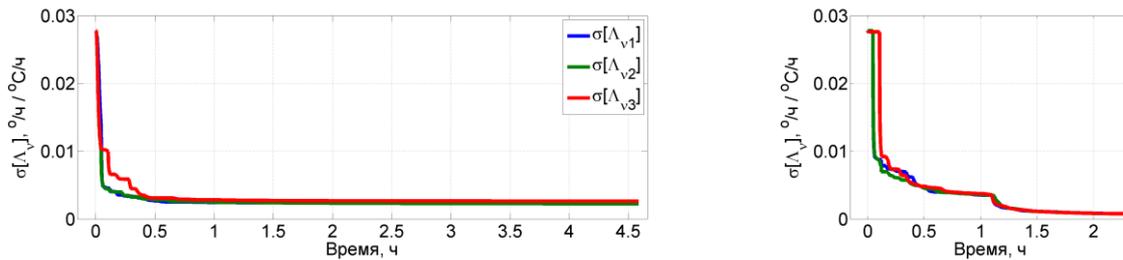
двух типов была проведена обработка модельных показаний БИНС авиационного класса точности. Первый эксперимент соответствует саморазогреву системы, включенной при нормальных условиях, где изменение температуры получено из реального эксперимента с авиационной БИНС. Во втором случае имитируется управляемое изменение температуры в термокамере, при котором температура линейно возрастает первую половину эксперимента и линейно убывает вторую. В обоих случаях моделировались вращения БИНС в разные стороны вокруг горизонтальной оси вращения стенда с угловой скоростью вращения 10 градусов в секунду. Априорные характеристики параметров инструментальных погрешностей были выбраны близкими к реальным.

Набор добавленных температурных коэффициентов оценивался одновременно с остальными параметрами инструментальных погрешностей.

Результаты обработки приведены на рис 1.



1в. Оценки стандартных отклонений ошибки оценки температурных коэффициентов смещений нулевых сигналов



1г. Оценки стандартных отклонений ошибки оценки коэффициентов зависимости дрейфов ДУС от производной температуры по времени

Из приведенных графиков видно, что наблюдаемость коэффициентов зависимости от производной температуры имеется. Следует заметить, что конечные оценки стандартных отклонений оценок параметров модели инструментальных погрешностей минимум на порядок меньше исходных (априорных), что говорит о хорошей наблюдаемости параметров.

Выводы

В работе рассмотрена модификация метода калибровки инерциальных измерительных блоков на одноосных стендах с горизонтальной осью вращения, предусматривающая оценку температурных коэффициентов инструментальных погрешностей инерциальных датчиков в эксперименте с изменяющейся температурой. Представлены результаты аналитического исследования наблюдаемости. Проанализированы два режима изменения температуры. В качестве основных выводов можно сформулировать следующие:

1. В режиме саморазогрева необходимо обеспечить такую длительность циклов вращения, чтобы вращение вокруг всех трёх приборных

осей происходило за время максимального изменения производной температуры по времени (для использованной в эксперименте инерциальной навигационной системы – порядка 10 минут). В этом случае предпочтительно использовать двух- или трёхосный стенд для быстрой смены осей вращения.

2. При контролируемом изменении температуры в термокамере за счёт большей вариации производной температуры по времени длительность калибровочного эксперимента можно сократить приблизительно вдвое без ухудшения точности оценки.

Библиографический список

1. Вавилова Н.Б., Парусников Н.А., Сазонов И.Ю. Калибровка бескарданных инерциальных навигационных систем при помощи грубых одностепенных стендов // Современные проблемы математики и механики. 2009. Т. 1. С. 212–222.

2. Козлов А.В., Сазонов И.Ю., Вавилова Н.Б., Парусников Н.А. Калибровка инерциальных навигационных систем на грубых стендах с учётом разнесения чувствительных масс ньютонометров // Материалы XX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, Россия, 2013. С. 104–107.

3. Козлов А.В., Тарыгин И.Е., Голован А.А. Калибровка инерциальных измерительных блоков на грубых стендах с оценкой температурных зависимостей по эксперименту с переменной температурой // Материалы XXI Санкт-Петербургской международной конференции по

интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, Россия, 2014. С. 319-322.

4. Мешковский И.К., Мирошниченко Г.П., Рупасов А.В., Стригалева В.Е., Шарков И.А. Исследование влияния тепловых воздействий на работу волоконно-оптического датчика угловой скорости // Материалы XXI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, Россия, 2014. С. 191–202.

5. Галягин К.С., Ошивалов М.А., Вахрамеев Е.И., Ивонин А.С. Расчётный прогноз теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2012. № 32. С. 127–140.

6. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем: Часть II. Приложения методов оптимального оценивания к задачам навигации. – М.: Изд-во МГУ, 2008. – 151 с.

7. Savage, P.G. Strapdown inertial navigation integration algorithm design. Part 1: attitude algorithms // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1998, vol. 21, no. 1. P. 19–28.

8. Вавилова Н.Б., Голован А.А., Кальченко А.О. Определение погрешностей бескарданной инерциальной навигационной системы в режиме рулежки и разгона // Труды МАИ, 2015, № 84: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=63092>

9. Вавилова Н.Б., Васинёва И.А., Парусников Н.А. О стендовой калибровке авиационных бескарданных инерциальных навигационных

систем // Труды МАИ, 2015, № 84:

<http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=63069>