

---

---

**КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ  
ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН**

---

---

УДК 534.621.5,534-8

**СОЗДАНИЕ ЭТАЛОННОЙ ПЛОСКОЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ  
В ЖИДКОСТИ С ПОМОЩЬЮ ПЛОСКОГО ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО  
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ БОЛЬШОГО ВОЛНОВОГО РАЗМЕРА**

© 2020 г. А. А. Крохмаль<sup>а, \*</sup>, Д. А. Николаев<sup>а</sup>, С. А. Цысарь<sup>а</sup>, О. А. Сапожников<sup>а, \*\*</sup>

<sup>а</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет,  
Ленинские горы, Москва, ГСП-1, 119991 Россия

\*e-mail: doro1212@yandex.ru

\*\*e-mail: oleg@acs366.phys.msu.ru

Поступила в редакцию 01.11.2019 г.

После доработки 27.04.2020 г.

Принята к публикации 28.04.2020 г.

Показана возможность использования плоского пьезоэлектрического преобразователя большого волнового размера в качестве источника эталонной плоской ультразвуковой волны, которая может быть использована для калибровки гидрофонов мегагерцового диапазона частот. В проведенном эксперименте в качестве излучателя использован пьезокерамический диск диаметром 100 мм и частотой толщинного резонанса около 1 МГц. Разработан способ определения чувствительности преобразователя в режиме излучения по измерениям его электрического импеданса. Предложена методика нахождения параметров плосковолновой компоненты излучаемого акустического импульса по известному электрическому сигналу на генераторе. Показано, что профиль акустического импульса, измеренный калиброванным гидрофоном вблизи излучателя, хорошо совпадает с теоретически предсказанным сигналом.

*Ключевые слова:* пьезоэлектрический преобразователь, калибровка гидрофонов, плосковолновой режим

**DOI:** 10.31857/S0320791920050068

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема калибровки излучателей и приемников является традиционной для акустических исследований, в частности, при применениях ультразвука в медицине, а также в задачах гидро- и аэроакустики. Важной характеристикой любого электроакустического преобразователя является его чувствительность, которая представляет собой связь между его электрическими и акустическими сигналами. Так, для звукового приемника (гидрофона или микрофона) под чувствительностью понимается отношение возникающего на нем электрического напряжения к акустическому давлению в месте размещения этого приемника при его отсутствии. Поскольку любой приемник имеет конечный размер, его отклик на акустическое поле зависит от того, какова структура поля в месте его расположения. Именно поэтому чувствительность вводится по отношению к волне с заданной структурой, в качестве которой обычно используется плоская падающая волна. Из сказанного ясно, что умение создавать плоскую волну с известными параметрами является принципиальным в задачах калибровки приемников.

Традиционно плосковолновой режим создается путем размещения приемника в дальнем поле акустического излучателя. Недостатком такого подхода является необходимость проведения измерений на больших расстояниях от источника, т.е. соответствующие установки не могут быть компактными. Кроме того, при измерениях в дальнем поле происходит заметное ослабление волны. Наконец, связь между электрическим сигналом на источнике и соответствующим акустическим сигналом на приемнике зависит от большого числа параметров, что понижает точность калибровки.

В настоящее время разработано большое количество методов калибровки акустических датчиков и нахождения параметров акустического поля: методы взаимности и самовзаимности [1, 2], метод определения акустической мощности, основанный на измерении радиационной силы [3], метод переменной нагрузки [4] и некоторые другие. Каждый из методов имеет свои преимущества и недостатки. Одним из привлекательных методов калибровки датчиков акустического давления является проведение измерений в эталон-

ном звуковом поле, т.е. в поле, характеристики которого заведомо известны. В этом случае основной задачей становится разработка устройства, способного создавать указанное эталонное поле. В настоящей работе предлагается один из вариантов такого метода калибровки. Показано, что в качестве источника эталонного поля может быть использован ультразвуковой преобразователь, излучающим элементом которого является плоский пьезокерамический диск.

Если диаметр однородно поляризованной плоской пьезокерамической пластины много больше длины волны, то при подаче на ее обкладки импульсного электрического напряжения она меняет свою толщину по “поршневному” закону, т.е. во всех точках пластины (за исключением малых участков вблизи края) ее поверхность смещается одинаково, излучая, тем самым, плоскую волну. Благодаря этому вблизи поверхности преобразователя существует область пространства, в которой в течение некоторого конечного интервала времени реализуется акустическое поле в форме бегущей плоской волны [5]. Указанная плоская волна может быть использована в качестве эталонного поля для проведения калибровки акустических приемников. Отметим, что близкое к плоской волне акустическое поле можно также создать с использованием многоэлементных решеток, в том числе синтезированных [6, 7], однако на практике использовать в качестве источников одноэлементные излучатели гораздо проще.

Использование плоской пьезопластины большого диаметра удобно не только тем, что она позволяет создать режим плоской волны, но и тем, что электрические и акустические процессы в ней можно описать с использованием одномерной модели электроакустического преобразователя [8, 9]. При таком подходе преобразователь описывается в виде шестиполюсника. В указанной модели электрическое напряжение  $U$  и сила тока  $I$  однозначно связаны с акустическими переменными – акустическим давлением  $p_1$ ,  $p_2$  и колебательной скоростью  $v_1$ ,  $v_2$  на внутренней и внешней поверхностях преобразователя, соответственно. Знание пьезоэлектрических и механических характеристик пластины и рабочей среды позволяет рассчитать величину излучаемого акустического давления на поверхности преобразователя. Ввиду наличия области бегущей плоской волны вблизи поверхности пластины та же величина звукового давления (лишь задержанная во времени) будет измерена датчиком, помещенным в любую точку данной области. Тем самым возникает возможность калибровки акустического приемника с помощью пьезоэлектрического преобразователя, излучающего эталонное акустическое поле. Отметим, что для реализации описанного подхода

требуется точное знание параметров пьезоэлектрического преобразователя.

Таким образом, для расчета излучаемого акустического поля необходимо иметь информацию о параметрах преобразователя, таких как пьезоэлектрические и упругие модули, коэффициент электромеханической связи, диэлектрическая постоянная, плотность, геометрические размеры пластины. В настоящей работе предлагается алгоритм действий, позволяющий на основе электрических и акустических измерений уточнить характеристики преобразователя, а затем рассчитать акустическое давление в зоне плоской волны аналитическим методом. Полученные результаты проверялись с помощью измерения акустической голограммы преобразователя [10, 11] и с помощью измерений поля на оси излучателя калиброванным гидрофоном.

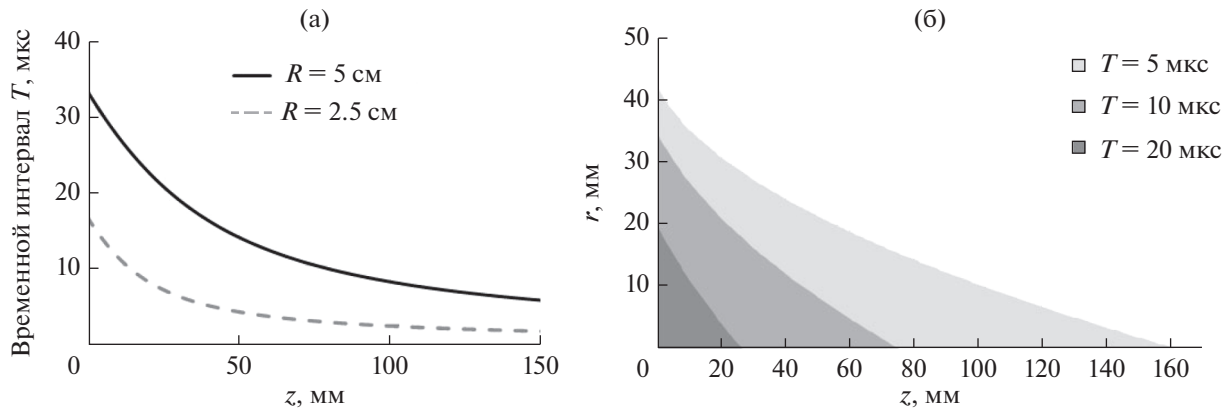
## 2. РЕАЛИЗАЦИЯ РЕЖИМА ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ ВБЛИЗИ ПОРШНЕВОГО ИСТОЧНИКА КОНЕЧНОГО РАЗМЕРА

Рассмотрим преобразователь, активным элементом которого является круглый плоский пьезокерамический диск толщины  $l$  и радиуса  $R$ . Величина  $l$  определяет резонансную частоту толщинных колебаний преобразователя:  $f_0 = c/(2l)$ , где  $c$  – скорость продольной волны в пластине. Рассмотрим колебания пластины в одномерном приближении. Акустическое поле, создаваемое такой пластиной с равномерным распределением нормальной колебательной скорости по поверхности, находится решением задачи о гармоническом поршневом источнике [12].

Введем следующие величины, которые характеризуют гармоническое акустическое поле:  $\mathbf{v}' = (v'_x, v'_y, v'_z)$  – вектор колебательной скорости, декартовы компоненты которого могут быть представлены в комплексном виде; в частности,

$$v'_z = \frac{V_z}{2} e^{-i\omega t} + \frac{V_z^*}{2} e^{i\omega t}, \text{ где } v_z \text{ – комплексная амплитуда нормальной компоненты колебательной скорости; здесь предполагается, что ось } z \text{ ориентирована перпендикулярно поверхности излучателя. Так же в комплексном виде можно предста-}$$

вить акустическое давление:  $p' = \frac{p}{2} e^{-i\omega t} + \frac{p^*}{2} e^{i\omega t}$ , где  $p$  – комплексная амплитуда давления. Индексом 1 будем обозначать тыльную нагрузку – среду, с которой контактирует внутренняя поверхность пьезопластины (в описанном ниже эксперименте это был воздух), а индексом 2 – внешнюю среду (излучение производилось в воду). С учетом того, что  $v_z|_{x^2+y^2 \leq R^2} = v_2 = \text{const}$ ,  $v_z|_{x^2+y^2 > R^2} = 0$  (круглый поршневой источник), из решения волнового уравнения задачи во внешней среде получается



**Рис. 1.** (а) – Оценка временного интервала, в течение которого реализуется импульс плоской волны на оси симметрии преобразователей радиусов 5 и 2.5 см, в зависимости от расстояния до центра преобразователя; (б) – оценка размеров области плоской волны в направлениях вдоль и поперек оси пучка для плосковолновых интервалов 20, 10 и 5 мкс.

выражение для зависимости комплексной амплитуды давления на оси симметрии пластины от расстояния  $z$  до нее [12, 13]:

$$p(0, 0, z) = \rho_2 c_2 v_2 \left( e^{ik_2 z} - e^{ik_2 \sqrt{R^2 + z^2}} \right), \quad (1)$$

где  $\rho_2, c_2$  и  $k_2 = \omega/c_2$  – плотность, скорость звука и волновое число в жидкости. Если бы излучатель был бесконечно большим ( $R \rightarrow \infty$ ), то при предположении о малом поглощении в выражении (1) остался бы лишь член  $\sim e^{ik_2 z}$ , соответствующий плоской волне [13]. Однако при конечных размерах пластины отделить компоненты гармонического сигнала, приходящие с краев излучателя, от плоской волны невозможно. С другой стороны, в случае импульсного возбуждения излучателя нестационарное решение для поля в силу линейности задачи сводится к суперпозиции решений для спектральных составляющих. Для идеальной среды без поглощения и дисперсии из выражения (1) получаем следующее аналитическое решение для акустического давления на оси:

$$p'(0, 0, z, t) = \rho_2 c_2 \left[ V_2 \left( t - \frac{z}{c_2} \right) - V_2 \left( t - \frac{\sqrt{z^2 + R^2}}{c_2} \right) \right], \quad (2)$$

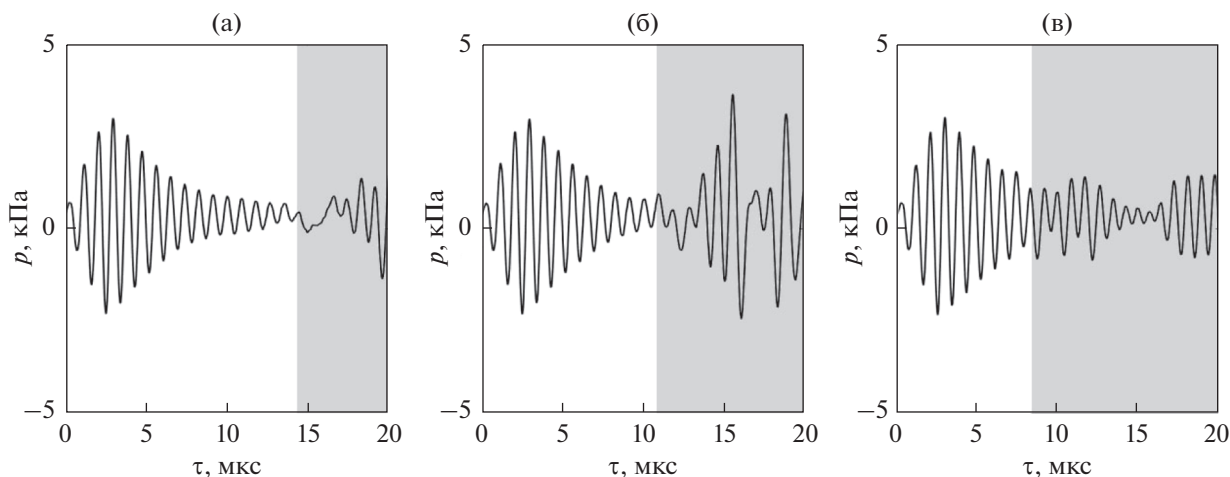
где  $V_2(t)$  – скорость поверхности излучателя. Из выражения (2) видно, что на расстоянии  $z$  от центра пластины, в случае начала возбуждения импульсного сигнала в момент  $t = 0$ , существует такой временной интервал  $\left[ z/c_2, \sqrt{z^2 + R^2}/c_2 \right]$ , в пределах которого имеется сигнал плоской волны, а краевая волна, описываемая вторым слагаемым, еще не достигла точки измерения. Таким образом, в пределах указанного интервала в чистом виде реализуется режим плоской акустической волны. На рис. 1а показана зависимость длительности плосковолнового временного ин-

тервала в зависимости от расстояния  $z$  от центра пластины для двух радиусов: 5 и 2.5 см. График наглядно демонстрирует, что для генерации плоской волны необходимо использовать преобразователь с большими размерами и что при этом измерения необходимо производить вблизи излучающей поверхности. Также важно отметить, что чем меньше расстояние от пьезопластины до гидрофона, тем больший вклад в измеряемый сигнал дает электрическая наводка от преобразователя. Таким образом, важно оптимальным образом расположить гидрофон, чтобы добиться максимальной длительности плосковолнового импульса и избежать электрических помех.

Интерес представляет и оценка области существования режима плоской волны при перемещении гидрофона в направлении поперек оси пучка. Режим плоской волны реализуется в пределах интервала времени между моментом прихода первого сигнала (сигнала “прямой” волны, распространяющейся перпендикулярно поверхности излучателя) и моментом прихода сигнала от ближайшей точки края излучателя. Отсюда следует, что если  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  – расстояние от оси, то режим плоской волны будет выполняться в течение интервала времени длительностью

$$T \leq \frac{\sqrt{z^2 + (R-r)^2} - z}{c_2}. \quad (3)$$

Требование реализации режима плоской волны в пределах интервала заданной длительности  $T$  ограничивает область положения гидрофона. На рис. 1б показана область реализации указанного режима, рассчитанная по формуле (3) для преобразователя радиуса  $R = 50$  мм, для трех различных временных интервалов  $T$ : 5, 10 и 20 мкс. Видно, что чем меньше требуемый интервал времени, тем более протяженной является область



**Рис. 2.** Развертка сигналов в координатах бегущей волны  $\tau = t - z/c_2$ , записанных гидрофоном на оси излучателя на расстоянии (а) – 10, (б) – 50 и (в) – 100 мм. Серым цветом отмечена область регистрации краевой волны.

пространства, в которой реализуется плосковолновой режим.

На практике в дополнение к краевой волне в жидкости возникают задержанные сигналы, вызванные возбуждением в пьезопластине волн Лэмба [14, 15]. Волны Лэмба рождаются на краю пьезопластины, где нарушается условие однородности пластины. Распространяясь в направлении к центру пластины, они излучают в жидкость дополнительный сигнал, который может быть даже сильнее краевой волны. Однако, как и краевая волна, этот сигнал задержан относительно прямой волны и поэтому не препятствует образованию режима плоской волны.

Стоит отметить, что такие факторы, как конечная ширина полосы сигнала и расплывание формы волны во времени приводят к тому, что длительность сигнала в точке измерения может превысить ширину указанного временного интервала плоской волны.

Для проверки вышеизложенных соображений был проведен ряд измерений акустических сигналов вблизи поверхности преобразователя с помощью калиброванного гидрофона. Пьезокерамический диск имел диаметр 100 мм, его толщина составляла около 2 мм, а резонансная частота 1.12 МГц. Использовался гидрофон HGL-0200 (Onda, USA), ось которого ориентировалась перпендикулярно плоскости поверхности преобразователя. Гидрофон располагался на оси симметрии излучателя на различных расстояниях от его центра. На преобразователь подавался короткий импульсный электрический сигнал заданной формы. В качестве примера на рис. 2 показаны записи сигнала, принятого гидрофоном на расстояниях 10, 50 и 100 мм от преобразователя. Как видно из графиков, на ближнем расстоянии плоская и кра-

евая волны практически полностью разделяются, а с удалением от преобразователя возникает зона их перекрытия. Видно также, что форма и амплитуда плосковолновой компоненты остаются неизменными на разных расстояниях от поверхности преобразователя, что соответствует природе плоской волны. Следовательно, сигнал на поверхности преобразователя будет иметь точно такую же плосковолновую компоненту.

Экспериментально была зарегистрирована плоская волна с неизменной амплитудой и формой. Таким образом, если определить связь между электрическим сигналом, поданным с генератора на преобразователь, и плоской акустической волной, им излученной, можно будет использовать плоский преобразователь как устройство для калибровки гидрофонов или других преобразователей в режиме приема. При этом калибровка с помощью генерации плоской волны не подразумевает прецизионно точного расположения измерительного устройства – его достаточно расположить в области генерации плоской волны и перпендикулярно излучаемой поверхности [16].

### 3. ОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Электрический сигнал, подаваемый на пьезоэлектрический преобразователь, отличается от акустического сигнала, излучаемого во внешнюю среду, по форме и длительности. Амплитуда акустического сигнала линейно зависит от амплитуды электрического сигнала, а также от особенностей электроакустического преобразования. В качестве параметра, определяющего соотношение между электрическим и акустическим сигналами, можно выбрать чувствительность преобразовате-

ля в режиме излучения  $G$ . Выражение для чувствительности можно получить, рассмотрев процесс электроакустического преобразования в одномерном приближении и в гармоническом режиме.

Из литературы [8, 9] известно, как связать давления  $p_1, p_2$  и колебательные скорости  $v_1, v_2$  на внутренней и внешней поверхности пьезокерамической пластины с электрическими параметрами – напряжением на обкладках пластины  $U_0$  и силой протекающего тока  $I_0$ . Такую связь можно записать в матричном виде, что позволяет представить преобразователь как шестиполосник:

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ U_0 \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} \tilde{z} \operatorname{ctg} kl & -\tilde{z}/\sin kl & h/\omega S \\ \tilde{z}/\sin kl & -\tilde{z}/\operatorname{ctg} kl & h/\omega S \\ h/\omega & -h/\omega & 1/\omega C_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ I_0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $\omega$  – циклическая частота гармонического возбуждения системы,  $\tilde{z} = \rho c$  – импеданс пьезокерамической пластины,  $k = \omega/c$  – волновое число,  $\rho$  и  $c$  – плотность и скорость звука в материале пьезопластины,  $S$  – площадь поверхности преобразователя,  $C_0$  – емкость зажатого преобразователя,  $h$  – коэффициент, описывающий электроакустическое преобразование. Величины  $C_0$  и  $h$  связаны с коэффициентом электромеханической связи  $k_T$ ,  $z$ -компонентой пьезомодуля  $e_{z3}$  и диэлектрической проницаемостью зажатого преобразователя  $\epsilon$  следующим образом:

$$\begin{aligned} C_0 &= \epsilon \epsilon_0 S/l, \quad k_T = e_{z3}/\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \rho c^2}, \\ h &= e_{z3}/\epsilon \epsilon_0, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\epsilon_0 \approx 8.854 \times 10^{-12}$  Ф/м – электрическая постоянная.

Элементами столбцов в формуле (4) являются комплексные амплитуды соответствующих величин, причем предполагается, что полные величины изменяются по гармоническому закону как  $\sim \exp(-i\omega t)$ . Система уравнений (4) позволяет рассчитать работу пьезоэлектрического преобразователя как в режиме излучения, так и приема. Нас интересует режим излучения. Будем предполагать, что известны акустические импедансы  $z_1, z_2$  на внутренней и внешней сторонах пьезопластины:

$$p_1/v_1 = -z_1, \quad p_2/v_2 = -z_2. \quad (6)$$

С учетом (6) система уравнений (4) примет вид:

$$\begin{cases} p_1 = -i \frac{\tilde{z}}{z_1} \operatorname{ctg} kl p_1 - i \frac{\tilde{z}}{z_2} (1/\sin kl) p_2 + i (h/S\omega) I_0, \\ p_2 = -i \frac{\tilde{z}}{z_1} \left( \frac{1}{\sin kl} \right) p_1 - i \frac{\tilde{z}}{z_2} \operatorname{ctg} kl p_2 + i (h/S\omega) I_0, \\ U = -i (h/\omega) \frac{p_1}{z_1} - i \left( \frac{h}{\omega} \right) \frac{p_2}{z_2} + i \left( \frac{1}{\omega C_0} \right) I_0. \end{cases} \quad (7)$$

Из первого и второго уравнений системы (7) выразим  $p_1$  и  $p_2$  через ток  $I_0$ :

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{ih}{S\omega} \frac{\sin kl + i \frac{\tilde{z}}{z_2} (\cos kl - 1)}{\left( 1 + \frac{\tilde{z}^2}{z_1 z_2} \right) \sin kl + i \tilde{z} \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \cos kl} I_0, \\ p_2 &= \frac{ih}{S\omega} \frac{\sin kl + i \frac{\tilde{z}}{z_1} (\cos kl - 1)}{\left( 1 + \frac{\tilde{z}^2}{z_1 z_2} \right) \sin kl + i \tilde{z} \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \cos kl} I_0. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставив эти выражения в третье уравнение системы (7) и учитывая формулы (5), получим следующее соотношение между комплексными амплитудами напряжения на преобразователе и соответствующей силы тока:

$$\begin{aligned} \frac{U_0}{I_0} &= Z_0 = \frac{1}{-i\omega C_0} \times \\ &\times \left[ 1 - \frac{k_T^2}{kl} \frac{i \frac{z_1 + z_2}{\tilde{z}} \sin kl + 2(1 - \cos kl)}{\left( 1 + \frac{z_1 z_2}{\tilde{z}^2} \right) \sin kl + i \frac{z_1 + z_2}{\tilde{z}} \cos kl} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Это отношение комплексных амплитуд напряжения и силы тока является электрическим импедансом элемента  $Z_0$ . Отметим, что напряжение  $U_0$  и ток  $I_0$  в формуле (9) соответствует значениям непосредственно на обкладках пьезопластины. На практике для подачи сигнала к пьезопластине используется электрический кабель, один конец которого подсоединяется к обкладкам пьезопластины, а на втором конце находится разъем, к которому подводится электрическое напряжение от генератора. Поэтому напряжение и ток на входе в преобразователь – это напряжение  $U$  и ток  $I$  на конце кабеля, отличающиеся от соответствующих величин непосредственно на пьезопластине,  $U_0$  и  $I_0$ . С учетом влияния кабеля выражение для импеданса преобразователя  $Z = U/I$  имеет следующий вид [17]:

$$Z = R_c \frac{Z_0 - iR_c \operatorname{tg}(\omega L/v_c)}{R_c - iZ_0 \operatorname{tg}(\omega L/v_c)}, \quad (10)$$

где  $R_c$  – волновое сопротивление кабеля,  $L$  – его длина,  $v_c$  – скорость электромагнитных волн, распространяющихся в кабеле. При выводе соот-

ношения (10) учтено, что электрический кабель представляет собой длинную линию, т.е. волновод для электромагнитных волн. Свойства кабеля задаются его длиной  $L$ , скоростью распространения в нем электромагнитных волн  $v_c$  и волновым сопротивлением  $R_c$ .

Из (10) видно, что если бы преобразователь был согласованной нагрузкой с импедансом  $Z_0 = R_c$ , то импеданс  $Z$  был бы равен  $Z_0$  независимо от длины кабеля. В общем случае это не так. Например, если кабель короткий (его длина много меньше длины электромагнитной волны), то тангенс в формуле (10) можно заменить его аргументом, что дает  $Z = (Z_0 - i\omega \mathcal{L}_c L) / (1 - i\omega C_c LZ_0)$ , где  $\mathcal{L}_c = R_c/v_c$  и  $C_c = 1/(R_c v_c)$  имеют смысл погонной индуктивности и погонной емкости кабеля, соответственно. Типичные значения этих величин для 50-омного кабеля составляют  $\mathcal{L}_c = 0.275$  мкГн/м и  $C_c = 110$  пФ/м [18]. При малой нагрузке  $Z_0 \ll R_c$  короткий кабель ведет себя как индуктивность  $Z \approx -i\omega \mathcal{L}_c L$ , а при большой нагрузке  $Z_0 \gg R_c$  — как емкость  $Z \approx i/(\omega LC_c)$ . Как правило, однако, реализуется промежуточный случай, поэтому для корректного описания необходимо использовать более общую формулу (10).

Напряжение на выходном разьеме кабеля  $U$  связано с напряжением на обкладках пьезопластины  $U_0$  следующим образом:

$$\frac{U}{U_0} = \cos(\omega L/v_c) - i \frac{R_c}{Z_0} \sin(\omega L/v_c). \quad (11)$$

Отношение  $G = p_2/U$  можно считать передаточной функцией пьезоэлектрического преобразования в режиме излучения. Выражение для него вытекает из формул (8) и (11):

$$G = \frac{ih}{S\omega} \frac{\sin kl + i \frac{\tilde{z}}{z_1} (\cos kl - 1)}{\left(1 + \frac{\tilde{z}^2}{z_1 z_2}\right) \sin kl + i \tilde{z} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right) \cos kl} \times \frac{1}{Z_0 \cos(\omega L/v_c) - i R_c \sin(\omega L/v_c)}. \quad (12)$$

На практике не всегда возможно работать с гармоническими сигналами и, к тому же, для каждого преобразователя требуется некоторое время для установления излучаемого во внешнюю среду стационарного гармонического сигнала, которого может не хватить ввиду узости временного окна в режиме плоской волны в эксперименте. Поэтому предлагается работать с короткими импульсными сигналами, а приведенную теорию для гармонического режима использовать для интересующих нас спектральных компонент излучаемого импульсного сигнала, которые можно найти с помощью преобразования Фурье:

$\tilde{p}_2(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} p_2(\omega)$ ,  $\tilde{U}(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} U(\omega)$ , где  $\tilde{p}_2(t)$  и  $\tilde{U}(t)$  — зависящие от времени сигналы, спектральными амплитудами которых являются  $p_2(\omega)$  и  $U(\omega)$ , соответственно.

Таким образом, модель шестиполосника устанавливает зависимость между напряжением на генераторе и акустическим давлением на его поверхности. Если известны параметры преобразователя, то по подаваемому на преобразователь электрическому сигналу можно сразу определить характеристики излучаемой звуковой волны. Действительно, если измерить параметры указанного электрического сигнала, то можно рассчитать временную зависимость акустического давления на поверхности излучателя в 1-м приближении, а следовательно, полностью описать плосковолновую компоненту излучаемого акустического поля (см. раздел 2). Таким образом, возникает возможность создания эталонной плоской волны, которая может быть использована для калибровки гидрофонов на основе сопоставления электрического сигнала приемника и заданного акустического сигнала, измеренного в режиме плоской волны.

#### 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С ПОМОЩЬЮ ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ИМПЕДАНСА

На практике часто известны не все параметры преобразователя или они известны с ограниченной точностью, и для получения достоверных результатов следует эти константы уточнить. В этом случае полезным оказывается аналитическое выражение для электрического импеданса пьезоэлектрического преобразователя (10). Импеданс нетрудно измерить в требуемом частотном диапазоне [19, 20] с помощью только осциллографа и резистора известного номинала, а в полученной частотной зависимости присутствуют все необходимые константы и параметры пьезокерамической пластины. Так как количество точек измерения можно сделать заведомо большим, чем количество неизвестных параметров, то по минимизации среднеквадратичного отклонения теоретической зависимости от экспериментальной можно эти параметры найти. После уточнения необходимых констант пластины становится возможной оценка акустического давления на поверхности преобразователя.

Полученная частотная зависимость электрического импеданса (10) включает в себя те параметры преобразователя, которые могут быть заранее неизвестными. Допустим, что известны геометрические размеры пластины (толщина  $l$ , площадь  $S$ ) и плотность  $\rho$ , которая для пьезопластины используемого типа PZT-4 составляет

$\rho = 7560 \text{ кг/м}^3$ , а остальные параметры заданы лишь с ограниченной точностью. Тогда неизвестными оказываются емкость зажатого преобразователя  $C_0$ , коэффициент электромеханической связи  $k_T$  и скорость продольной волны в пьезоэлектрике  $c$ , которая входит в выражение для волнового числа и акустического импеданса.

Для определения параметров преобразователя предлагается следующая последовательность действий. На первом шаге следует провести экспериментальное измерение частотной зависимости  $Z(\omega)$  в воде и воздухе. Измерения следует проводить в широком диапазоне частот, уменьшая шаг вблизи резонансных частот. При этом часть неизвестных параметров можно определить из экспериментальной зависимости импеданса от частоты без дополнительных расчетов. Далее нужно численно подобрать неизвестные параметры, чтобы теоретическая зависимость импеданса от частоты (10) совпала с экспериментально измеренной зависимостью наилучшим образом. Ниже описана последовательность действий, которые нужно выполнить для определения всех неизвестных параметров преобразователя на основе экспериментального измерения его электрического импеданса.

### *Шаг 1. Нахождение резонансной частоты преобразователя*

Когда сделаны экспериментальные измерения  $Z(\omega)$  в воде и воздухе, по максимуму действительной части импеданса можно найти резонансную частоту преобразователя. Измерения в воде и воздухе, а также широкий частотный диапазон, охватывающий и первый, и третий резонанс, позволяют с определенной точностью найти резонансную частоту пьезоэлектрической пластины. В наших экспериментах она составила  $f_0 = 1.120 \pm 0.002 \text{ МГц}$ , причем погрешность была оценена из сравнения резонансных частот первой, третьей и пятой гармоники. Резонансная частота позволяет рассчитать неизвестное нам отношение скорости продольной волны к толщине пластины по формуле  $c/l = 2f_0$ .

### *Шаг 2. Определение электрической емкости пьезопластины*

На данном этапе можно оценить емкость преобразователя  $C_0$ . Метод заключается в рассмотрении низкочастотной асимптотики импеданса,

$Z_0 \approx \frac{i}{\omega C_0}$ . Если провести измерения импеданса преобразователя в низкочастотной области, то из аппроксимации зависимости мнимой части импеданса от частоты гиперболой можно оценить

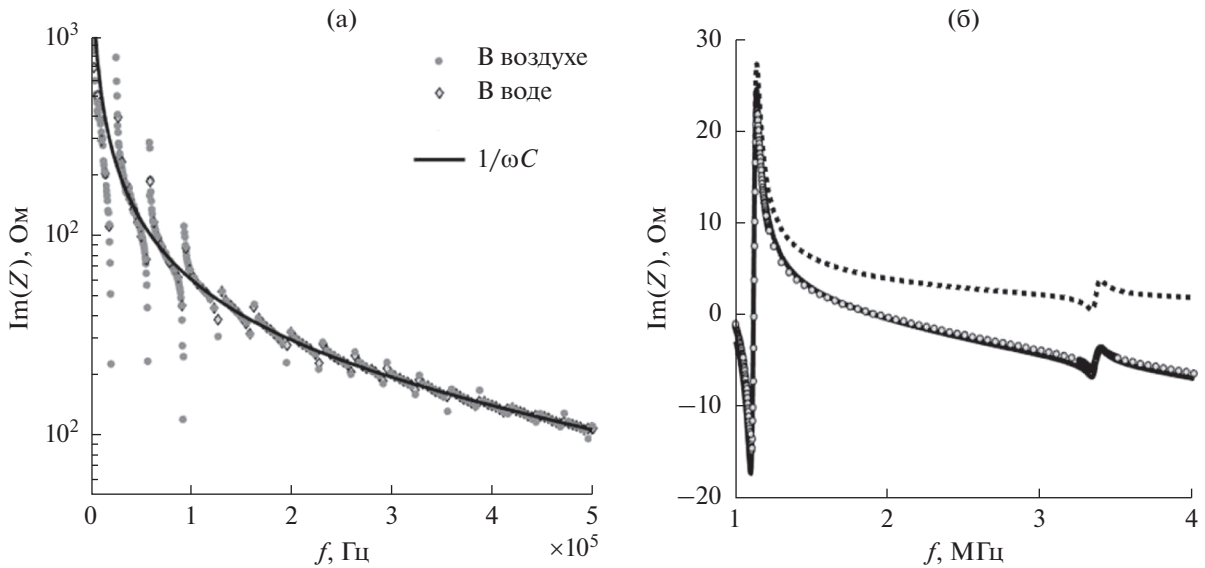
искомую емкость (рис. 3а). Так как низкочастотная асимптотика зависит только от емкости пьезопластины, зависимости мнимой части импеданса от частоты при измерениях в воде и воздухе должны быть идентичны, что и наблюдается в эксперименте. На практике гиперболическая зависимость искажается из-за возникновения волн Лэмба, однако искажения уменьшаются с увеличением частоты. Найденная емкость пьезопластины оказалась равной  $C_0 = 21.195 \pm 0.004 \text{ нФ}$ ; погрешность была оценена из сравнения независимых измерений в воде и воздухе. Зная геометрические размеры пластины, из аппроксимации низкочастотной асимптотики можно довольно точно оценить величину диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ , что в дальнейшем поможет при более точном подборе остальных характеристик преобразователя.

### *Шаг 3. Определение параметров электрического кабеля, подсоединенного к преобразователю*

Влияние кабеля и необходимость его учета при измерении импеданса показана на рис. 3б: электрический кабель изменяет наклон мнимой части импеданса преобразователя, что особенно заметно в диапазоне частот между  $f_0$  и  $3f_0$ . Зависимость мнимой части импеданса  $\text{Im}(Z)$  от частоты в этой области в основном обусловлена гиперболической асимптотикой  $\sim \frac{1}{\omega C_0}$  и влиянием

кабеля. Величина  $\text{Im}(Z)$  практически не зависит от акустического импеданса керамики  $\tilde{z}$  и коэффициента  $k_T$ , так как в этой области резонансный множитель сравнительно мал. Поэтому, задав табличные (т.е. приближенные) значения для неизвестной величины  $k_T$  и используя найденные параметры  $C_0$  и  $c/l$ , по сопоставлению экспериментально измеренной мнимой части импеданса с формулой (10) можно определить фазовую задержку, вносимую кабелем, т.е. отношение его длины к скорости электромагнитных волн  $L/v_c$ . В эксперименте использовался электрический кабель с волновым сопротивлением  $R_c = 50 \text{ Ом}$ . Так как длину электрического кабеля легко измерить, для проверки правильности методики расчета можно вычислить скорость электромагнитных волн и сравнить полученный результат с табличными значениями. В нашем эксперименте длина кабеля составляла  $L = 1.00 \pm 0.001 \text{ м}$ , а найденная фазовая задержка оказалась равной  $L/v_c = (6.359 \pm 0.002) \times 10^{-9} \text{ с}$ , что хорошо соответствовало типичным значениям для скорости электромагнитных волн в кабеле [18]. Погрешность для величины  $L/v_c$  также была оценена сравнением измерений этой величины при по-





**Рис. 3.** (а) — Аппроксимация мнимой части экспериментально измеренного импеданса гиперболической зависимостью в области низких частот для определения емкости зажатого преобразователя, (б) — сопоставление экспериментально измеренной частотной зависимости мнимой части импеданса преобразователя (кружки) с теоретической формулой для  $Z_0$  без учета влияния электрического кабеля (пунктирная линия) и зависимостью для  $Z$  с учетом кабеля (сплошная линия).

гружении преобразователя в воду и воздух. В проведенных экспериментах результаты измерений в этих двух случаях в пределах указанной выше погрешности не отличались.

#### Шаг 4. Определение коэффициента электромеханической связи $k_T$ из измерений импеданса в воздухе

Из формулы для импеданса пьезопластины (9) видно, что в нее входят отношения акустических импедансов сред  $z_1$  и  $z_2$  к импедансу керамики  $\tilde{z}$ . Если же и слева, и справа от пьезопластины находится воздух, то это отношение становится малым. Поэтому формулу (9) можно преобразовать к следующему виду:

$$Z_0|_{z_1, z_2 \rightarrow 0} = \frac{1}{-i\omega C_0} \left[ 1 - \frac{k_T^2}{kl} \frac{2(1 - \cos kl)}{\sin kl} \right]. \quad (13)$$

В таком случае по точке пересечения мнимой части импеданса преобразователя оси абсцисс можно найти неизвестный нам коэффициент электромеханической связи  $k_T$  [9]:

$$k_T^2 = \frac{\frac{\pi}{2} f_1 / f_0}{\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} f_1 / f_0 \right)}, \quad (14)$$

где частота  $f_1$  соответствует равенству нулю мнимой части импеданса преобразователя.

Так как в эксперименте мы измеряем импеданс преобразователя с учетом кабеля, для оценки импеданса самой пьезопластины и нахождения  $k_T$  нужно от влияния кабеля избавиться. С помощью найденного значения  $L/v_c$  преобразуем формулу (10) и получим следующее выражение для импеданса пластины:

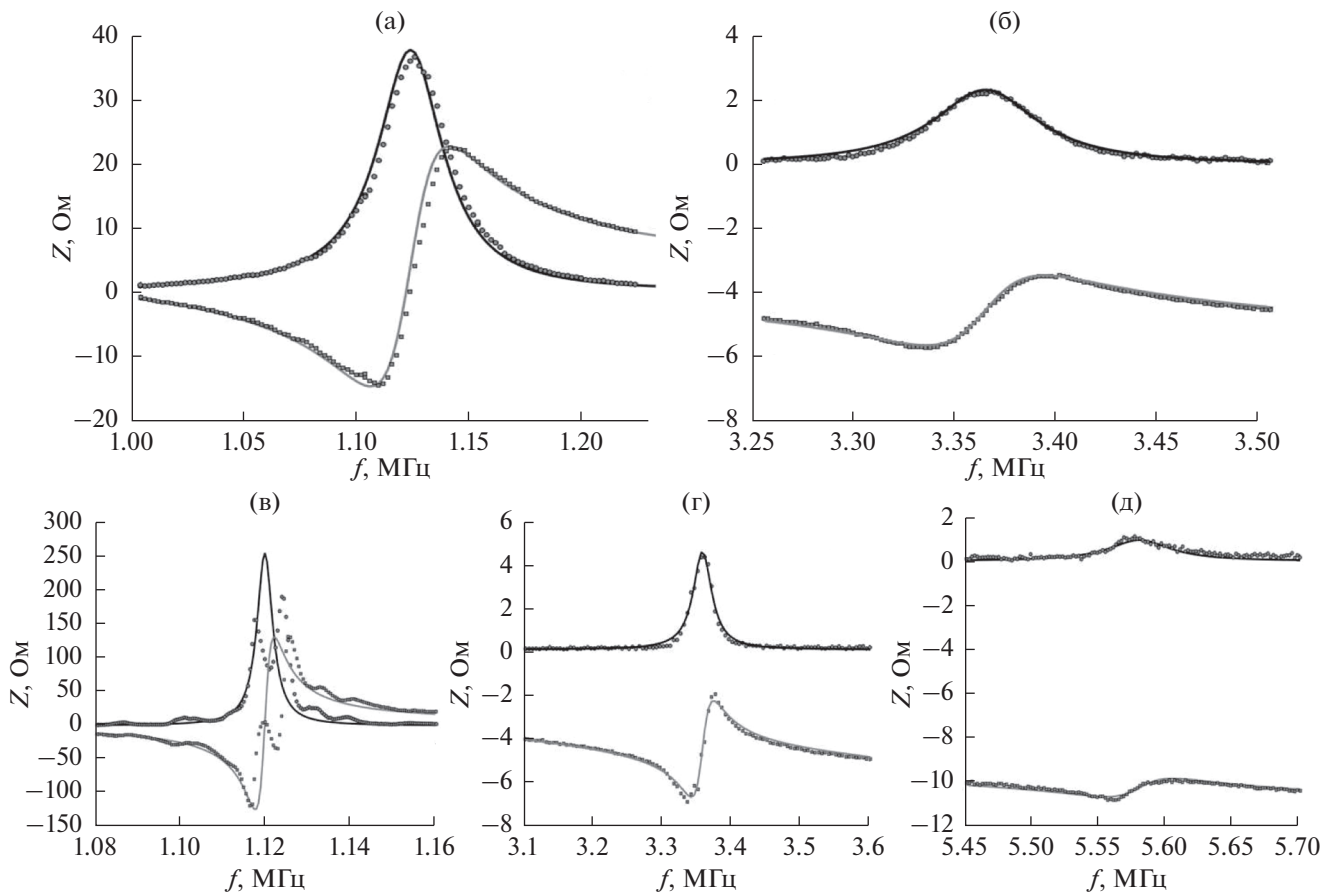
$$Z_0^{\text{exp}} = R_c \frac{Z_{\text{exp}} + iR_c \operatorname{tg}(\omega L/v_c)}{R_c + iZ_{\text{exp}} \operatorname{tg}(\omega L/v_c)}. \quad (15)$$

Теперь остается только определить, на какой частоте мнимая часть импеданса преобразователя в воздухе пересекает ось абсцисс, и рассчитать коэффициент электромеханической связи. В нашем эксперименте эти величины оказались равными  $f_1 = 1.014 \pm 0.001$  МГц и  $k_T = 0.462 \pm 0.004$ , причем погрешность  $f_1$  соответствовала шагу по частоте при измерении электрического импеданса преобразователя, а погрешность  $k_T$  была рассчитана как косвенная в зависимости от погрешности величин  $f_0$  и  $f_1$ .

#### Шаг 5. Определение тангенса угла потерь пьезокерамики

Последним неизвестным параметром является тангенс угла механических и электрических потерь  $\operatorname{tg}\delta$ , который вносит вклад в мнимую часть волнового числа следующим образом:  $k = \frac{\omega}{c}(1 + i\operatorname{tg}\delta)$ .





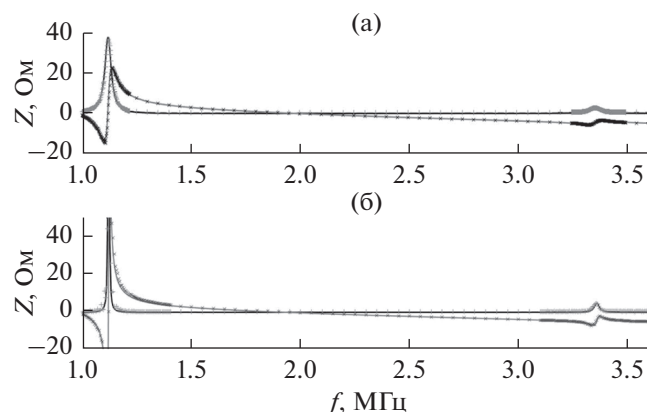
**Рис. 4.** Сопоставление мнимой и действительной частей импеданса, экспериментально измеренных (квадраты и кружки, соответственно) и теоретически рассчитанных (серая и черная сплошная линия, соответственно) для измерений (а, б) в воде и (в–д) в воздухе на резонансных частотах.

Его величину можно определить по пиковому значению действительной части импеданса в областях резонанса. Более корректно проводить поиск коэффициента потерь  $\operatorname{tg}\delta$  в воздухе, так как в воде возникают дополнительные потери, связанные с излучением. Однако и в воздухе, и в воде на первом резонансе сильным оказывается влияние волн Лэмба, которые существенно искажают вид импедансной зависимости (рис. 4а, 4в). Поэтому при воздушной нагрузке целесообразно искать тангенс потерь на 3-й и 5-й резонансных гармониках: на них влияние волн Лэмба уже мало (рис. 4г, 4д). По сопоставлению экспериментально измеренной действительной части импеданса в областях резонансных частот с формулой (10) было найдено значение коэффициента потерь  $\operatorname{tg}\delta$ : на частотах  $3f_0$  и  $5f_0$  в воздухе оно оказалось равным  $\operatorname{tg}\delta = (4.92 \pm 0.08) \times 10^{-3}$ , где погрешность была оценена из сравнения измерений в двух различных частотных областях. В пределах

указанной погрешности тангенс угла потерь  $\operatorname{tg}\delta$  не изменялся с частотой. Это значение  $\operatorname{tg}\delta$  удовлетворяло и измерениям в воде на частоте  $3f_0$  (рис. 4б). Следовательно, найденный коэффициент потерь можно применять во всем рассмотренном диапазоне частот.

Таким образом, после выполнения указанных выше пяти шагов в выражении для импеданса (10) определяются все искомые параметры пьезоэлектрического преобразователя. Константа  $h$ , согласно (4), находится через вышеупомянутые величины — диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$ , входящую в емкость преобразователя  $C_0$ , и коэффициент электромеханической связи  $k_T$ .

Результаты сопоставления экспериментальных данных с теоретической зависимостью для воды и воздуха показаны на рис. 5а, 5б. В результате применения изложенного алгоритма действий были определены параметры использованного в работе пьезокерамического преобразователя. Они приведены в табл. 1.

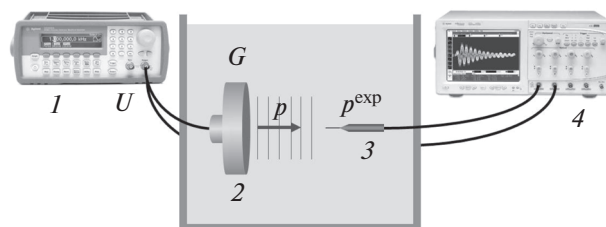


**Рис. 5.** Сопоставление мнимой и действительной частей импеданса, экспериментально измеренных (квадраты и кружки, соответственно) и теоретически рассчитанных (серая и черная сплошная линия, соответственно) для измерений в (а) – воде и (б) – воздухе в широком диапазоне частот.

## 5. ИЗМЕРЕНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ В РЕЖИМЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ И СРАВНЕНИЕ С РАСЧЕТОМ В ПРИБЛИЖЕНИИ ОДНОМЕРНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

В ходе эксперимента (рис. 6) известный электрический сигнал  $\tilde{U}(t)$  подавался с генератора частот на преобразователь, который, в свою очередь, излучал акустическую волну, состоящую из плоской и краевой компонент. На некотором расстоянии от преобразователя, в области, где эти компоненты разделялись по времени, располагался гидрофон и записывался принимаемый им сигнал. Плосковолновую компоненту  $\tilde{p}_2(t)$ , соответствующую рассчитываемому временному окну, в пространстве частот связывает с  $U(\omega)$  соотношение (12). Таким образом, сравнивались экспериментально измеренный сигнал  $p^{\text{exp}}(t)$  и теоретический сигнал  $\tilde{p}_2(t)$ , рассчитанный по известному заданному напряжению на генераторе  $\tilde{U}(t)$ . Отметим, что рассчитанный сигнал  $\tilde{p}_2(t)$  соответствует только плоской волне, излученной преобразователем, так как в предложенной теории не учитываются краевые эффекты и поверхностные волны.

Сигналы излучались преобразователем, который представлял собой круглую пьезокерамическую пластину диаметром 100 мм и толщиной 2 мм,



**Рис. 6.** Схема эксперимента по излучению и приему плоской волны. 1 – генератор, 2 – пьезоэлектрический преобразователь, 3 – гидрофон, 4 – осциллограф.

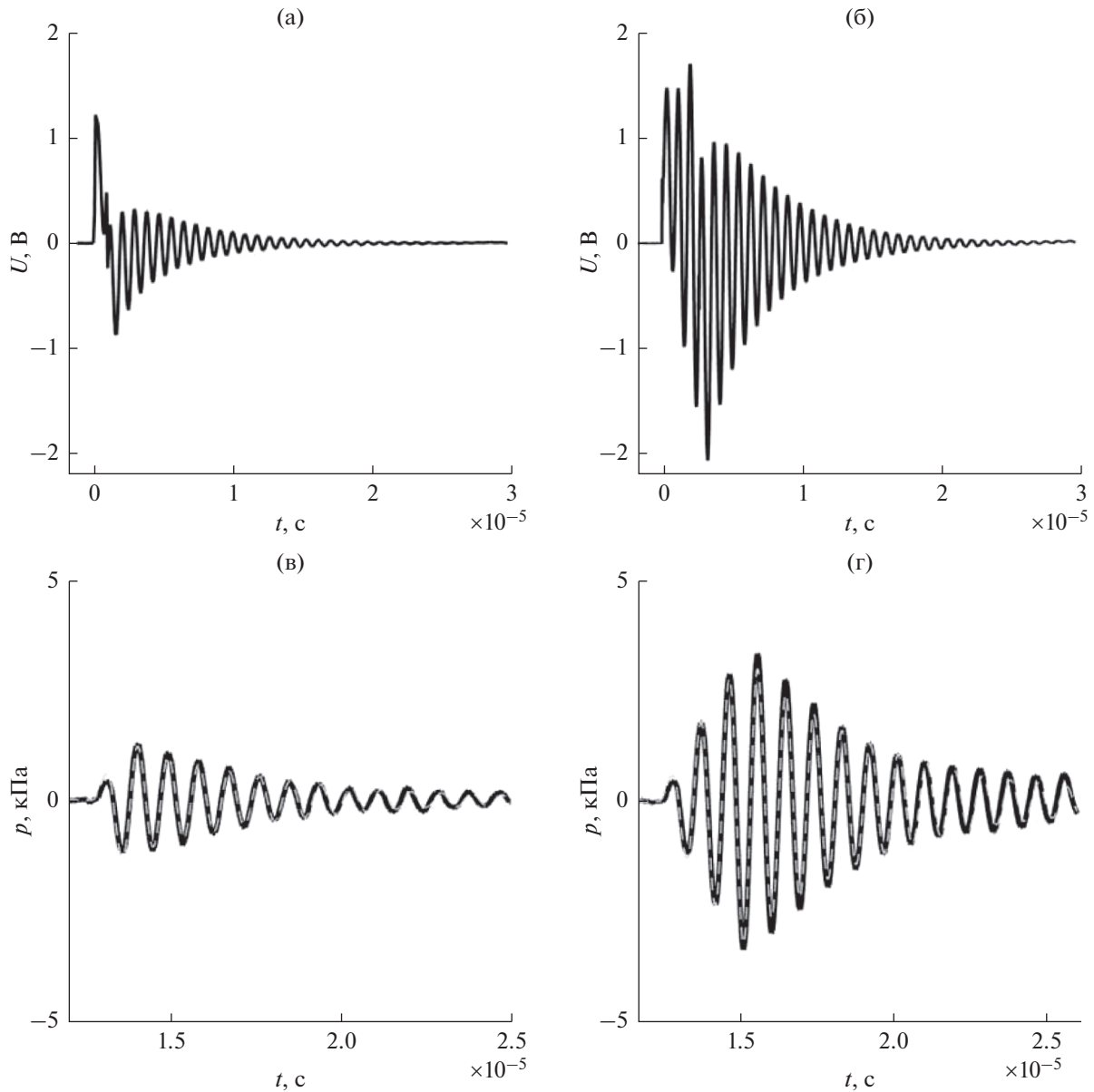
закрепленную в герметичном металлическом корпусе с помощью колец из проводящей резины, расположенных на противоположных сторонах пьезопластины вблизи ее края. Каждое из указанных колец было образовано замкнутым резиновым шнуром круглого сечения диаметром 1 мм, позволявшим обеспечить электрический контакт с посеребренной поверхностью пластины при минимальном механическом воздействии на ее колебание. Ввиду того, что у пьезокерамической пластины тыльная нагрузка была воздушной, преобразователь обладал высокой механической добротностью ( $Q \sim 10$ ), и поэтому длительность излучаемой акустической волны оказывалась в несколько раз больше периода электрического сигнала, задаваемого генератором. Более подробно конструкция используемого преобразователя описана в работе [5].

Электрический сигнал создавался с помощью генератора Agilent 33250A. Амплитуда импульсов, подаваемых на преобразователь, составляла 3 В. В качестве импульсов использовались сигналы, состоящие из одного или из трех периодов синуса на резонансной частоте преобразователя. Для записи сигнала в области реализации плоской волны был использован упомянутый выше калиброванный гидрофон HGL-0200 (Onda, USA). Заводская чувствительность гидрофона была указана производителем с точностью до 1 дБ и в пределах погрешности в исследуемой полосе частот составляла  $-262$  дБ относительно 1 В/мкПа на 1 МГц.

На рис. 7 показаны записи электрического сигнала на преобразователе (рис. 7а, 7б) и соответствующие им акустические сигналы (рис. 7в, 7г). Экспериментально измеренные сигналы с учетом чувствительности гидрофона были сопоставлены с теоретически рассчитанными акустическими сигналами по формуле (12), где спектр электриче-

**Таблица 1.** Найденные параметры используемого преобразователя

$R$ , мм	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$f_0$ , МГц	$C_0$ , нФ	$L/v_c$ , 10 <sup>-9</sup> с	$k_T$	$\text{tg}\delta$ , 10 <sup>-3</sup>
50	7560	$1.120 \pm 0.002$	$21.19 \pm 0.04$	$6.359 \pm 0.002$	$0.463 \pm 0.004$	$4.92 \pm 0.08$

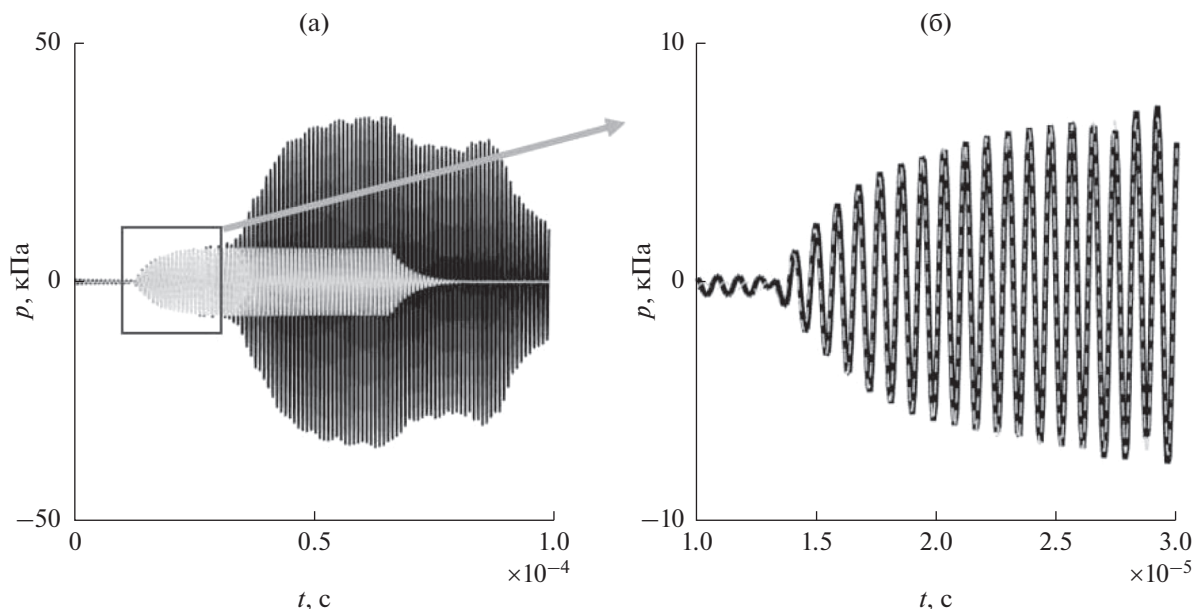


**Рис. 7.** Электрический сигнал, измеренный на преобразователе при форме электрического импульсного сигнала на генераторе в виде (а) – одного периода синуса на резонансной частоте и (б) – трех периодов синуса на резонансной частоте, и (в, г) – сопоставление соответствующего экспериментально измеренного сигнала давления (черная линия) с теоретически рассчитанным (серая линия).

ского сигнала  $U$  соответствовал записям на рис. 7а, 7б. Измерения показали, что для обоих преобразователей расчетный сигнал очень хорошо описывает измеренный сигнал, причем как его форму, так и амплитуду, вписываясь в погрешность заводской чувствительности 1 дБ.

При выводе соотношения (12), связывающего акустическое давление с напряжением на генераторе, не было использовано никаких ограничений на длительность сигнала. Таким образом, в случае работы преобразователя в квазигармоническом режиме также возможно оценить ампли-

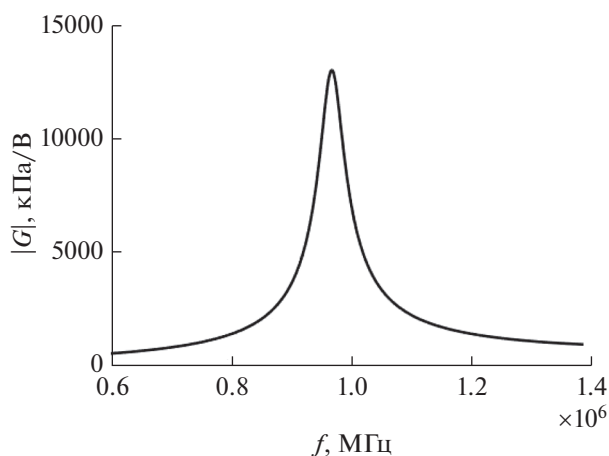
туду излучаемой гармонической волны. На рис. 8 показано сопоставление расчетного акустического давления для плоской волны с экспериментально измеренным давлением, когда на преобразователь подавался электрический сигнал длительностью в 60 периодов синуса на резонансной частоте преобразователя. При достаточно большом диаметре преобразователя и, следовательно, большом временном окне, соответствующем плосковолновому режиму распространения, амплитуда принимаемого сигнала успевает стабилизироваться на постоянном уровне, и ее легко



**Рис. 8.** Сопоставление экспериментально измеренного сигнала (черная линия) с теоретически рассчитанным (серая линия) для квазигармонического электрического сигнала (на генераторе задано 60 периодов синуса на резонансной частоте).

сопоставить с расчетной в той области, где уже наблюдается постоянная на нескольких периодах амплитуда колебаний. Возникающие следом колебания, соответствующие приходу краевых волн, также через некоторое время стабилизируются, и итоговую амплитуду давления в точке измерения можно узнать по сопоставлению амплитуд установившихся плосковолнового и полного полей.

При возбуждении преобразователя в режиме непрерывного синусоидального сигнала представляет интерес связь между амплитудами излучаемой акустической волны  $p_2$  и электрического напряжения на входе преобразователя  $U$ . На рис. 9



**Рис. 9.** Отношение давления, излучаемого преобразователем, к напряжению на преобразователе в зависимости от частоты сигнала.

приведена рассчитанная по формуле (12) зависимость чувствительности в режиме излучения  $|G| = |p_2/U|$  от частоты для исследуемых пьезопреобразователей. Указанная зависимость позволяет определить излучаемое акустическое давление по электрическому напряжению, измеренному на излучателе, т.е. использовать преобразователь как эталонный источник в некотором конечном диапазоне частот. Естественным ограничением по созданию желаемых излучаемых сигналов является резонансный характер чувствительности преобразователя. Из-за высокой механической добротности спектр импульсного акустического сигнала является довольно узким, и поэтому сопоставление амплитуд экспериментально измеренного и теоретически рассчитанного сигналов возможно только для спектральных компонент вблизи частоты резонанса. Для калибровки гидрофона в широкой полосе частот нужно либо использовать преобразователь с широким резонансом (это возможно при правильном подборе тыльной нагрузки), либо несколько преобразователей с разными резонансными частотами.

Таким образом, предложенный способ позволяет с помощью плоского пьезоэлектрического преобразователя большого волнового размера излучать плоскую акустическую волну известной амплитуды и формы. Эта возможность является привлекательной применительно к задаче калибровки гидрофонов [21–24].

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данной работы показана возможность использования плоского пьезоэлектрического преобразователя большого волнового размера в качестве источника плосковолнового поля с известным временным профилем. На тот случай, когда характеристики преобразователя по какой-либо причине неизвестны, был предложен способ определения этих характеристик с помощью измерения электрического импеданса.

Применение пьезоэлектрического преобразователя в качестве источника известного плосковолнового звукового поля возможно в широком диапазоне частот, так как всегда можно подобрать такую пьезопластину, толщинный резонанс которой соответствовал бы необходимому частотному интервалу. Использование согласованной тыльной нагрузки и согласующих слоев, а также использование градиентных пьезокерамических пластин [25], когда пьезоэлектрические характеристики линейно изменяются по толщине, а также ультразвуковых пьезоэлектрических преобразователей с управляемыми характеристиками [26] позволяет сгладить резонансные пики и увеличить диапазон рабочих частот. Таким образом, изложенные результаты и методики являются хорошей основой для калибровки гидрофонов и расчета амплитуды излучаемых полей.

Исследования поддержаны грантом РНФ № 19-12-00148. Работа А.А. Крохмаль выполнена при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС”.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Боббер Р.Дж.* Гидроакустические измерения. М.: Мир, 1974. 362 с.
2. *Доля В.К.* О возможности самоградуировки электроакустического преобразователя, удовлетворяющего теореме взаимности // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 4. С. 629–633.
3. *Николаева А.В., Цысарь С.А., Сапожников О.А.* Измерение радиационной силы мегагерцевого ультразвука, действующей на твердотельный сферический рассеиватель // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 1. С. 29–37.
4. *Санин А.Г., Чичагов П.К., Рейман А.М.* Градуировка ультразвуковых преобразователей // Ультразвуковая диагностика. Сборник научных трудов ИПФ АН, Горький. 1983. С. 21–36.
5. *Хасанова М.В., Цысарь С.А., Николаев Д.А., Сапожников О.А.* Теоретическое исследование и экспериментальная демонстрация возможности создания режима плоской бегущей волны при использовании плоского пьезоэлектрического источника большого волнового размера // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2018. С. 1750709-1–1750709-6.
6. *Nikolaev D., Tsysar S., Krendeleva A., Sapozhnikov O., Khokhlova V.* Using acoustic holography to characterize absorbing layers // Proc. Meetings on Acoustics. 2019. V. 38. P. 045012/1–045012/5.
7. *Исаев А.Е., Айвазян Ю.М., Поликарпов А.М.* Проблемы исследования акустических свойств материалов методами ближнего поля // Альманах современной метрологии. 2020. № 1. С. 163–196.
8. *Харкевич А.А.* Теория электроакустических преобразователей. Изб. труды в трех томах. Т. 1. М.: Наука, 1973. 400 с.
9. *Кайно Г.* Акустические волны. Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов. М.: Мир, 1990. 656 с.
10. *Сапожников О.А., Пищальников Ю.А., Морозов А.В.* Восстановление распределения нормальной скорости на поверхности ультразвукового излучателя на основе измерения акустического давления вдоль контрольной поверхности // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 3. С. 416–424.
11. *Sapozhnikov O.A., Tsysar S.A., Khokhlova V.A., and Kreider W.* Acoustic holography as a metrological tool for characterizing medical ultrasound sources and fields // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. № 3. P. 1515–1532.
12. *Лепендин Л.Ф.* Акустика. М.: Высшая школа, 1978. 448 с.
13. *Крылов В.В.* Основы теории излучения и рассеяния звука. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989. 118 с.
14. *Cathignol D., Sapozhnikov O.A., Zhang J.* Lamb waves in piezoelectric focused radiator as a reason for discrepancy between O’Neil formula and experiment // J. Acoust. Soc. Am. 1997. V. 101. № 3. P. 1286–1297.
15. *Сапожников О.А., Смагин М.А.* Нахождение дисперсионных зависимостей для волн лэмбовского типа в вогнутой пьезоэлектрической пластине посредством оптической визуализации излучаемого в жидкость ультразвукового поля // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 2. С. 199–206.
16. *Дорофеева А.А., Сапожников О.А.* Учет влияния дифракционной расходимости и неидеальности отражения от металлического рефлектора при градуировке пьезоэлектрического преобразователя методом самовзаимности // Учен. зап. физ. ф-та МГУ. 2017. С. 1750301-1–1750301-5.
17. *Григорьев А.Д.* Электродинамика и техника СВЧ. М.: Высшая школа, 1990. 335 с.
18. *Parker K.J., Friets E.M.* On the measurements of shock waves // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 1987. V. 34. № 4. P. 454–460.
19. *Егоров А.В., Овчинников И.В., Жуков И.А.* Измерительно-вычислительный комплекс для определения импеданса пьезоэлектрических преобразователей // Известия АлтГУ. 2010. Т. 1. № 1. С. 125–126.
20. *Кононенко В.С.* Электрический импеданс и амплитудно-частотная характеристика одномерного ультразвукового жидкостного резонатора с плоскими пьезопластинами // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 6. С. 805–810.

21. Bacon D.R. Primary calibration of ultrasonic hydrophones using optical interferometry // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 1988. V. 35. № 2. P. 152–161.
22. Schafer M.E. Techniques of hydrophone calibration // in Ultrasonic Exposimetry. Ziskin M.C. and Lewin P.A. (Eds.) Boca Raton, FL: CRC Press, 1993. Ch. 8.
23. Koch C., Molkenstruck W. Primary calibration of hydrophones with extended frequency range 1 to 70 MHz using optical interferometry // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 1999. V. 46. № 5. P. 1303–1314.
24. Исаев А.Е., Черников И.В. Лабораторная градуировка гидроакустического приемника в реверберационном поле шумового сигнала // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 6. С. 736–736.
25. Yamazaki D., Yamada K., Nakamura K. Functionally graded broadband ultrasound transducer created by forming an internal temperature gradient // Japan. J. Applied Physics. 2001. V. 40. № 12. P. 7166–7167.
26. Казаков В.В., Санин А.Г. Исследование характеристик двухэлементных ультразвуковых преобразователей в режиме излучения длинных импульсов // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 104–113.