

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Российский Национальный комитет  
по теоретической и прикладной механике  
Научный совет РАН по механике деформируемого твердого тела  
Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН  
Южный федеральный университет  
Донской государственный технический университет

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ  
МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ**

**ТРУДЫ XX МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ**

Ростов-на-Дону, 18–21 июня 2020 г.

**В двух томах**

**Том II**

Ростов-на-Дону – Таганрог  
Издательство Южного федерального университета  
2020

УДК [531+532+533+539.3]: 001.895(063)

ББК 22.25я43

С56

*XX Международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды»  
(Ростов-на-Дону, 18–21 июня 2020 г.) поддержана  
Российским фондом фундаментальных исследований, грант №20-01-20007*

Программный комитет:

В. Н. Акопян, Х. Альтенбах, Б. Д. Аннин, В. А. Бабешко (сопредседатель),  
А. А. Буренин, А. О. Ватульян (сопредседатель), Д. В. Георгиевский, Е. В. Глушков,  
И. Г. Горячева (сопредседатель), Д. А. Губайдуллин, Л. М. Зубов, Л. А. Игумнов,  
М. А. Ильгамов, Д. А. Индейцев, Калинин В. В., Г. И. Канель, Д. М. Климов,  
В. И. Колесников, Л. Ю. Коссович, А. Г. Куликовский, А. М. Липанов, И. И. Липатов,  
Е. В. Ломакин, В. П. Матвеев, Н. Ф. Морозов (сопредседатель), В. В. Пухначев,  
Ю. Н. Радаев, А. В. Саакян, С. Т. Суржиков, Ю. А. Устинов, В. М. Фомин,  
Ф. Л. Черноусько

Организационный комитет:

М. И. Карякин (председатель), А. О. Ватульян, В. В. Дударев, М. Ю. Жуков,  
А. М. Колесников, А. В. Наседкин, А. В. Попов, В. Г. Сафроненко, А. Н. Соловьев,  
М. А. Сумбатьян, В. Г. Цибулин, М. И. Чебаков

Отв. редактор А. О. Ватульян

Редакторы: М. Ю. Жуков, А. В. Наседкин, В. В. Дударев, Д. К. Плотников, А. В. Попов,  
В. О. Юров

С56 Современные проблемы механики сплошной среды : труды XX Международной конференции (Ростов-на-Дону, 18–21 июня 2020 г.) : в 2 т. / отв. ред. А. О. Ватульян ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2020.

ISBN 978-5-9275-3486-9

Т. 2. – 2020. – 286 с.

ISBN 978-5-9275-3488-3 (Т. 2)

Сборник содержит научные доклады, представленные на XX Международную конференцию «Современные проблемы механики сплошной среды» (Ростов-на-Дону, 18–21 июня 2020 г.).

Конференция посвящена 100-й годовщине со дня рождения выдающегося советского и российского учёного-механика, академика РАН Иосифа Израилевича Ворovichа.

В сборнике представлены результаты исследований по моделированию деформирования тел из физически и геометрически нелинейных материалов, по устойчивости движений вязкой жидкости, аэрогидродинамике, описаны новые вычислительные технологии применительно к различным задачам механики, в частности, в механике контактных взаимодействий и теории оболочек, при расчете напряженно-деформированного состояния тел со сложными физико-механическими свойствами и при их идентификации, обсуждены проблемы био- и наномеханики.

ISBN 978-5-9275-3488-3 (Т. 2)

ISBN 978-5-9275-3486-9

УДК [531+532+533+539.3]: 001.895(063)

ББК 22.25я43

© Южный федеральный университет, 2020

© Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, 2020

## Содержание

Баландин В. В., Баландин Вл. Вл., Басалин А. В., Брагов А. М., Пархачев В. В. Экспериментальное исследование проникания ударников в сухой песок . . . . .	6
Басалин А. В., Брагов А. М., Константинов А. Ю., Ломунов А. К. Определение динамического предела прочности слоистого композитного материала при межслойном сдвиге методом изгиба короткой балки	11
Бауэр С. М., Воронкова Е. Б. Неклассические теории оболочек в задаче о деформации ортотропных эллипсоидных оболочек под действием нормального внутреннего давления . . . . .	16
Бауэр С. М., Воронкова Е. Б. О появлении несимметричных форм равновесия круглых пластин и пологих сферических оболочек . . . . .	19
Беляк О. А. Об асимптотическом подходе к решению обратной задачи реконструкции малого дефекта в ортотропной полосе . . . . .	24
Бобылев А. А. Алгоритм решения контактных задач с односторонними связями для упругой полуплоскости на основе метода сопряженных градиентов . . . . .	29
Богачев И. В. Моделирование отслоения предварительно напряженного неоднородного покрытия полосы . . . . .	34
Богачев И. В., Недин Р. Д. Идентификация предварительных напряжений при планарных колебаниях пластины . . . . .	39
Бочкарёв С. А., Каменских А. О., Лекомцев С. В. Исследование возможности управления порогом потери устойчивости пакета нагруженных пластин с жидкостью с помощью пьезоэлементов . . . . .	44
Бротский Я. И., Говорухин В. Н. Численное исследование массопереноса в нестационарных режимах фильтрационной конвекции . . . . .	49
Вассерман И. Н., Глот И. О., Шестаков А. П. Математическое моделирование зарождения и распространения электрического возбуждения в деформируемом миокарде . . . . .	54
Вильде М. В., Сергеева Н. В. Анализ распространения нестационарных волн в пластинах при действии нагрузок импульсного типа с учетом внутреннего трения . . . . .	59
Глинкова С. А., Шпак А. Н. Моделирование динамического поведения пьезоэлектрического преобразователя сложной формы в трехмерном случае . . . . .	64
Говорухин В. Н. Диссипативные эффекты при протекании идеальной жидкости сквозь канал . . . . .	69
Голубев В. И., Никитин А. Д., Скубачевский А. А., Миряха В. А. Исследование повреждаемости и разрушения слоистых композитов при динамическом нагружении . . . . .	74
Долгих Т. Ф. Задача об опрокинутой мелкой воде . . . . .	78
Дударев В. В., Мнухин Р. М. Исследование продольно-радиальных колебаний функционально-градиентного цилиндра . . . . .	83
Жуков М. Ю., Ширяева Е. В. Поведение слоя идеальной жидкости на внешней и внутренней поверхности цилиндра . . . . .	87

Жуков М. Ю., Ширяева Е. В. Перенос пассивной примеси в заданном квазистационарном турбулентном потоке двухслойной жидкости . . . . .	92
Завойчинская Э. Б. Прогнозирование ресурса лопаточного аппарата газотурбинного двигателя при асимметричном циклическом нагружении	97
Зеленчук П. А., Цибулин В. Г. Аналитическое и численное исследование динамики системы хищник–жертва на неоднородном ареале . . . . .	102
Моргулис А. Б., Ильин К. И. Неустойчивость течения Куэтта — Тэйлора с радиальным потоком . . . . .	107
Моргулис А. Б., Ильин К. И. Дрейф, стабилизация и дестабилизация систем Келлера — Сегеля с коротковолновым внешним сигналом . . . . .	112
Казаков Е. А., Бондарчук А. А., Сумбатьян М. А. Моделирование вихревого следа беспилотного летательного аппарата с винтовым двигателем . . . . .	117
Корников В. В., Иомдина Е. Н. Диагностирование стадий первичной открытоугольной глаукомы по совокупности параметров глаза . . . . .	122
Кренев Л. И. Дисковая трещина в непрерывно-неоднородном слое между двумя полупространствами с разными упругими характеристиками	125
Крысько В. А., Яковлева Т. В., Кречин А. Н., Кружилин В. С., Салтыкова О. А. Нелинейная динамика многослойной размерно-зависимой балки, находящейся в шумовом поле . . . . .	130
Леви Г. Ю., Калинин В. В., Михайлова И. Б. Некоторые свойства структурно-неоднородных предварительно напряженных термоупругих тел	134
Леви М. О. О роли поляризации в электромагнитоупругой среде . . . . .	139
Мнухин Р. М., Дударев В. В. Исследование крутильных колебаний функционально-градиентного цилиндра . . . . .	144
Мурашкин Е. В., Дац Е. П., Стадник Н. Э. Расчет температурных напряжений в кусочно-неоднородном материале . . . . .	149
Мурашкин Е. В., Радаев Ю. Н. Трехмерная модель растущих тел с учетом моментных напряжений . . . . .	153
Мякишева О. А., Еремин А. А., Варелджан М. В., Глушкова Н. В. Взаимодействие звуковых и ультразвуковых волн с анизотропными композитными пластинами, погруженными в акустическую среду . . . . .	158
Надолин К. А., Жиляев И. В. Учет турбулентности течения в редуцированных моделях естественных русловых потоков . . . . .	163
Наседкин А. В., Нассар М. Э. О необычных свойствах пористых пьезокомпозитов с электродированными и жесткими границами пор . . . . .	168
Недин Р. Д. О некоторых плоских обратных задачах для предварительно напряженных тел . . . . .	173
Нескородев Р. Н. Вязкоупругое напряженно-деформируемое состояние в нарушенных анизотропных массивах с горизонтальными выработками . . . . .	178
Пашкова И. В., Крысько В. А. Нелинейная динамика нанобалок Эйлера — Бернулли с учетом связанности деформационного и температурного полей . . . . .	183

Перельмутер М. Н. Кинетические модели формирования и залечивания трещин . . . . .	188
Плотников Д. К. Об асимптотическом подходе в задаче об отслоении покрытия . . . . .	193
Пшеничнов С. Г. Нестационарные динамические задачи линейной вязкоупругости при постоянном коэффициенте Пуассона . . . . .	198
Ревина С. В. Потеря устойчивости двумерных течений вязкой жидкости	203
Рошаль Д. С., Коневцова О. В., Рошаль С. Б. Деформация вирусной оболочки при её созревании и при изменении рН окружающей среды .	208
Соловьёв А. Н., Чебаненко В. А., До Тхань Б., Ле Ван З. Прикладная теория изгибных колебаний магнитоэластичных биморфов . . .	211
Суворова Т. В., Беляк О. А. Колебания штампа на гетерогенном основании при учете трения в области контакта и структуры среды . . . .	216
Тишин П. В., Столяров О. Н., Хохлов А. В. Кривые нагружения и разгрузки полиэфирной нити и идентификация нелинейной модели упруговязкопластичности типа Максвелла . . . . .	221
Углич П. С. О восстановлении характеристик поперечно-неоднородного слоя . . . . .	226
Федюшкин А. И. Структуры ламинарных конвективных течений в горизонтальном слое . . . . .	231
Федюшкин А. И. Влияния управляемых вибраций на гидродинамику и теплоперенос при росте кристаллов методом зонной плавки . . . .	236
Хайрнасоев К. З. Моделирование и анализ тонкостенных оболочек из композиционного материала при динамических нагрузках . . . . .	241
Цыбенкова О. А. Исследование колебательной неустойчивости в задаче о границе между двумя движущимися зонами в процессе массопереноса . . . . .	246
Чебаков М. И., Поддубный А. А., Колосова Е. М. Контактная задача о взаимодействии индентора и пороупругого основания . . . . .	251
Шардаков И. Н., Глот И. О., Шестаков А. П., Цветков Р. В., Епин В. В., Гусев Г. Н. Волновые и колебательные процессы в железобетонной конструкции (эксперимент и расчет) . . . . .	256
Шешенин С. В., Артамонова Н. Б. Применение асимптотического метода осреднения для периодических и непериодических структур . . . .	261
Шешенин С. В., Артамонова Н. Б. Физически и геометрически нелинейная связанная задача консолидации . . . . .	266
Юферева Я. Н., Маслов Л. Б., Фомин С. В. Сравнение гиперупругих моделей эластомеров в условиях одноосного деформирования . . . .	271
Явруян О. В. Асимптотический метод решения задачи идентификации трещины в виде дуги окружности в ортотропном упругом слое . . .	275
Яковлева Т. В., Кутепов И. Е., Салтыкова О. А., Папкина И. В., Крысько В. А. Нелинейная динамика в задачах исследования сигналов ЭЭГ больных эпилепсией с учетом гендерных особенностей . . . . .	280

# ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕСУРСА ЛОПАТОЧНОГО АППАРАТА ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ АСИММЕТРИЧНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

**Завойчинская Э. Б.**

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова*

В докладе представляется метод оценки ресурса лопаток компрессора и газовой турбины при асимметричных одночастотных осевых нагружениях, основанный на использовании теории масштабно-структурного разрушения материала, согласно которой стохастический процесс усталостного разрушения рассматривается на шести масштабно-структурных уровнях, отвечающих разным стадиям эволюции материала по различным физическим механизмам. Строится иерархическая система определяющих соотношений для вероятности разрушения на микро-, мезо- и макроуровнях. Проводится идентификация базовых констант. Строятся кривые усталости по уровням дефектности. Метод расчета подтверждается сравнением полученных теоретических результатов с известными данными эксплуатации и фрактографических исследований турбинных лопаток из алюминиевого сплава ВД17 и компрессорных лопаток из никелевого сплава ЖС6К.

Разработка обоснованного подхода к обеспечению безопасной эксплуатации турбин и компрессоров в газо- и паротурбостроении и управлению ресурсом критически важных участков в поврежденных состояниях является одной из главных проблем создания современных интеллектуальных технических систем. В рамках ее решения одной из задач является исследование закономерностей стохастического процесса зарождения и развития усталостных микро- и макротрещин в конструкциях лопаточного аппарата и оценка ресурса лопаток при эксплуатационном нагружении в условиях многоциклового и гигациклового усталости.

Экспериментально обнаруживается, что усталостные микро- и макротрещины возникают перпендикулярно оси лопатки в корневом сечении в зоне концентрации напряжений от изгибных форм вынужденных резонансных колебаний. Поэтому в этой работе определяющим считается осевое напряжение и рассматривается случай одночастотного нагружения с наименьшей частотой  $\omega$ , при которой возможны колебания вида:

$$\sigma = \sigma_a (\alpha + \sin \omega t), \quad \alpha = \sigma_m / \sigma_a, \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

Компонента  $\sigma_m$  в выражении (1) определяется при заданной геометрии лопаток, их числе, частоте вращения диска и известных характеристиках потока газа, из соотношений для упругой консольной балки с прямолинейной осью, проходящей через центры масс сечений, как максимальное значение в корневом сечении суммы растягивающего напряжения от центробежных сил и изгиба от аэродинамических сил в точке их приложения. Для разных прогибов лопатки из решения задачи изгиба консольной балки, жестко закрепленной в обод диска, без связей, определяется амплитуда колебаний  $\sigma_a$ . Находится асимметрия соответствующих циклов нагружения.

Метод оценки ресурса основывается на теории масштабно-структурного разрушения [1–3], согласно которой при нагружении (1) предложена следующая система соотношений для вероятности разрушения по  $i$ -му уровню дефектов  $Q_i = Q_i(\sigma_a, n)$  ( $n$  — число циклов нагружения),  $i = 1, \dots, 6$  и уравнений кривых усталости по  $i$ -му уровню накопленных дефектов:

при  $i = 1, 2, 3$  и условиях  $\sigma_a \geq \sigma_{i-1}$ ,  $\lg n \geq \lg n_i(\sigma_a)$ ,  $\sigma_0 = 0$ ,  $n_1 = 1$ , имеем:

$$Q_i = F_i \left( \frac{\sigma_a - \sigma_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \right) R_i \left( \frac{\lg n - \lg n_i(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_i(\sigma_i)} \right) \quad (2)$$

$$Q_i(n_{i+1}) = Q_{i,th}; \quad (3)$$

при  $i = 4, 5, 6$  и  $\sigma_3 \leq \sigma_a$ ,  $\lg n \geq \lg n_4(\sigma_a)$

$$Q_4 = F_4 \left( \frac{\sigma_a - \sigma_3}{\sigma_4 - \sigma_3} \right) R_4 \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_4 - \lg n_4(\sigma_4)} \right), \quad (4)$$

$$Q_4(n_5) = Q_{th}, \quad (5)$$

при  $\sigma_4 \leq \sigma_a$ ,  $\lg n \geq \lg n_5(\sigma_a)$

$$Q_5 = F_5 \left( \frac{\sigma_a - \sigma_4}{\sigma_5 - \sigma_4} \right) R_5 \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_5 - \lg n_4(\sigma_5)} \right), \quad (6)$$

$$Q_4 = G_4 \left( \frac{\sigma_5 - \sigma_a}{\sigma_5 - \sigma_4} \right) R_4 \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_4 - \lg n_4(\sigma_4)} \right), Q_6 = 0, \quad (7)$$

$$Q_5(n_6) = Q_{th}, \quad (8)$$

при  $\sigma_5 \leq \sigma_a$ ,  $\lg n \geq \lg n_6(\sigma_a)$

$$Q_6 = F_6 \left( \frac{\sigma_a - \sigma_5}{\sigma_6 - \sigma_5} \right) R_6 \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_6 - \lg n_4(\sigma_6)} \right), \quad (9)$$

$$Q_5 = G_5 \left( \frac{\sigma_6 - \sigma_a}{\sigma_6 - \sigma_5} \right) R_5 \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_5 - \lg n_4(\sigma_5)} \right) Q_4 = 0, \quad (10)$$

$$Q_6(n_7) = Q_{th} \quad (11)$$

В этой системе последующее уравнение связано с предыдущим через числа циклов  $n_{i+1} = n_{i+1}(\sigma_a)$ , при которых дефект  $i$ -го уровня достигает предельного состояния и зарождаются дефекты  $(i+1)$ -го уровня.

На макроуровне вероятность разрушения  $Q = Q(t)$ ,  $t \in [0, T]$ ,  $0 \leq Q \leq 1$ , определяется согласно (12):

$$Q(t) = \sum_{i=4}^6 \frac{Q_i(t)}{1 - Q_i(t)} \prod_{j=4}^6 (1 - Q_j(t)), \quad (12)$$

где  $Q_i = Q_i(t)$  — вероятности разрушения по дефектам  $i$ -го уровня,  $i = 4, 5, 6$ ; и кривая усталости по образованию макротрещин конечной длины по уравнению:

$$Q(t_f) = 1, \quad (13)$$

$t_f$  — долговечность по образованию макротрещины конечной длины.

Предлагаемая модель позволяет подбирать вид функций  $F_i = F_i(\sigma_a)$  и  $R_i = R_i(n)$ ,  $i = 1, \dots, 6$  в выражениях (2)–(11) для конкретных материалов. В данной работе рассмотрение ограничено функциями следующего вида:

$$F_i = \left( \frac{\sigma_a - \sigma_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \right)^{\beta_i}, R_i = \left( \frac{\lg n - \lg n_i(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_i(\sigma_i)} \right)^{\phi_i}, i = 1, \dots, 4; \quad (14)$$

$$F_i = \left( \frac{\sigma_a - \sigma_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \right)^{\chi_i}, R_i = \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_4(\sigma_i)} \right)^{\phi_i}, i = 5, 6;$$

$$G_i = \left( \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_a}{\sigma_{i+1} - \sigma_i} \right)^{\chi_i}, i = 4, 5$$

где  $\sigma_i = \sigma_i(\alpha, \omega)$ ,  $\beta_i = \beta_i(\alpha, \omega)$ ,  $\phi_i = \phi_i(\alpha, \omega)$ ,  $\chi_i = \chi_i(\alpha, \omega)$  — материальные функции модели. В данном исследовании полагаются следующие значения констант:  $\beta_i = 1$ ,  $\chi_i = 1$ ,  $i = 1, \dots, 6$ ;  $\phi_1 = 1/2$ ,  $\phi_i = 4$ ,  $i = 2, \dots, 6$ . Система материальных функций  $\sigma_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$ , входящих в (2)–(11) для нагружения (1), представляется в виде [1]:

$$\sigma_i = \sigma_i(N_i, \omega) \tilde{\sigma}(\alpha, \eta), \quad i = 1, \dots, 6, \quad (15)$$

где  $\eta = \sigma_{-1}(N_{-1}, \omega) / \sigma_{-1}^0(N_{-1}, \omega)$ ,  $\sigma_{-1} = \sigma_{-1}(N_{-1}, \omega)$  и  $\sigma_{-1}^0 = \sigma_{-1}^0(N_{-1}, \omega)$  — пределы усталости при числе циклов  $N_{-1}$  при симметричном и пульсирующем циклах.

Для определения функций  $\sigma_i = \sigma_i(N_i, \omega)$ ,  $i = 1, \dots, 6$  в (15) необходимо проводить достаточно большое количество макроэкспериментов при одноосном симметричном нагружении с обработкой шлифов стандартными исследованиями микроструктуры. В известных работах, справочниках и других источниках содержится ограниченный объем данных. Для материалов, имеющих предел выносливости, ранее на основе ряда предположений был предложен метод их определения по известным данным усталостной прочности. Для некоторых материалов переход в область гигацикловой усталости связан со сменой механизмов разрушения и уменьшением пределов усталости [4–8]. Полагается, что существует экспериментально определяемая амплитуда напряжений  $\sigma_{-1} = \sigma_{-1}(N_{-1}, \omega)$  при макроразрушении по дефектам четвертого уровня, при амплитудах напряжений меньше которой происходит переход из области многоциклового усталости в область гигацикловой усталости. Предполагается также, что существует экспериментально определяемая предельная амплитуда  $\sigma_{-2} = \sigma_{-2}(N_{-2}, \omega) = \sigma_4$ ,  $\sigma_{-2} < \sigma_{-1}$ , при которой наблюдается макроразрушение по дефектам четвертого уровня при числе циклов  $N_{-2} = N_4$ ,  $N_{-2} > N_{-1}$  и кривая усталости имеет горизонтальный участок  $\sigma_{-2}(n) = const$  при  $n \geq N_{-2}$ . В области гигацикловой усталости при  $n \geq N_{-1}$  возможно достижение предельных состояний дефектами с первого по четвертый уровень. При выборе функций (14) требуется, чтобы уравнение (5) проходило через точку  $\sigma_{-1} = \sigma_{-1}(N_{-1}, \omega)$ . Базовые числа циклов выбираются равными  $N_i = N_4$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Базовые константы  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  находятся таким образом, чтобы уравнение (3) при  $i = 1$  проходило через точку  $(\sigma_{-2}, \lg N_{-1})$ , при  $i = 2$  — через точку  $(\sigma_{-2}, \frac{2}{3} \lg N_{-1} + \frac{1}{3} \lg N_{-2})$ , при  $i = 3$  — через точку  $(\sigma_{-2}, \frac{1}{3} \lg N_{-1} + \frac{2}{3} \lg N_{-2})$ .

Функцию  $\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}(\alpha, \eta)$  в (15) предложено задавать в виде [1]:

$$\tilde{\sigma} = (\eta^{-1} - 1) |\alpha| + 1 \quad (16)$$



В качестве примера на рис. 1 представлены результаты расчетов для лопатки турбокомпрессора из жаропрочного литейного никелевого сплава ЖС6К [4, 9]. Крестиками отмечены базовые константы, сплошными кружками — опытные данные для сплава. Построенная кривая усталости  $ft$  хорошо описывает известные опытные данные по многоциклового усталости при числе  $N_f \in [5 \cdot 10^5, 10^6]$  циклов (рис. 1а). По данным о геометрии и числе лопаток, частоте вращения и радиусе диска и характеристикам потока газа [4] определяется  $\sigma_m = 22.5$  МПа. При прогибе лопатки  $w = 1.7$  мм нагружение отмечено линией  $A$  на рис. 1б. При прогибе  $w = 2.5$  мм нагружение изображено линией  $B$  на рис. 2а.

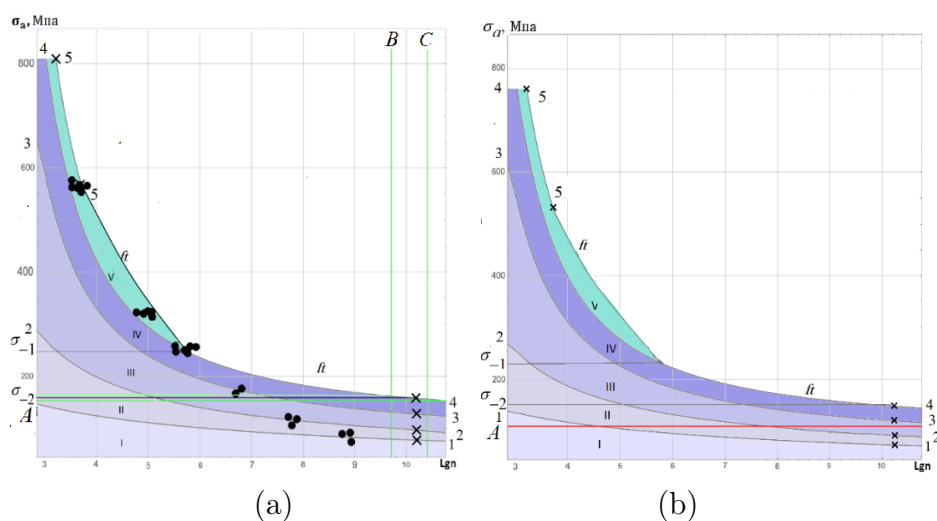


Рисунок 1 – Области развития дефектов I-V, кривые усталости 1-1-5-5 и кривая усталости  $ft$  по хрупкому макроразрушению никелевого сплава ЖС6К,  $\sigma_s = 810$  МПа,  $\sigma_{st} = 880$  МПа, (а) — при симметричном нагружении, (б) — при  $\alpha = 0.2$

При эксплуатации двигателей М-601 самолета Л-410 были зафиксированы случаи обрыва рабочих лопаток турбокомпрессора из сплава ЖС6К [4]. Нарботка к моменту разрушения лопаток составляла 370–1670 часов ( $N_f \in (0.53 - 2.4) \cdot 10^{10}$  циклов). Исследуемые лопатки имели частоту собственных колебаний по первой изгибной форме в диапазоне  $f \in [4,42-4,52]$  кГц. Согласно паспортным данным в рабочем положении амплитуда вынужденных колебаний составляла  $\sigma_a = 48$  МПа при частоте вынужденных колебаний, в среднем,  $f \in [4,05-4,2]$  кГц. Следовательно, были возможны резонансные колебания некоторой части лопаток. По модели получено, что симметричное нагружение в этом диапазоне чисел циклов (на рис. 1а отмечено вертикальными линиями В и С) приводит к макроразрушению по дефектам четвертого уровня в интервале предельных амплитуд  $\sigma_f \in [155, 165]$  МПа, т. е. имеет место концентрация напряжений с эффективным коэффициентом концентрации равном, в среднем,  $K = 3.3$ . Таким образом, в эксплуатации совпадение частот вынужденных и собственных колебаний привело к нерасчетному режиму нагружения с увеличением амплитуды, в среднем, более, чем в три раза и макроразрушению в области гигацикловой усталости.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Завойчинская Э. Б.* Усталостное масштабное-структурное разрушение и долговечность конструкций при пропорциональных процессах нагружения. Автореф. докт. дисс. М.: ООО «Генезис». 2018. 46 с.
2. *Завойчинская Э. Б.* О теории усталостного разрушения при сложном напряженном состоянии металлов с учетом структурных изменений // Вестник Московск. Ун-та. Сер.1: Математика. Механика. 2019. № 2. С. 29–34.
3. *Завойчинская Э. Б.* Прогнозирование долговечности протяженных конструкций при эксплуатационном нагружении // Сб. Трудов XII Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Уфа. 2019. Т. 3. С. 607–609.
4. *Шаняевский А. А.* Моделирование усталостных разрушений металлов. Синергетика в авиации. Уфа: Изд-во н.-т. лит-ры «Монография». 2007. 500 с.
5. *Шаняевский А. А., Солдатенков А. П.* Масштабные уровни предела усталости металлов // Физическая мезомеханика. 2019. № 22. С. 44–53.
6. *Bathias C., Paris P. C., Huang Z., Wagner D.* Subsurface crack initiation and propagation mechanisms in gigacycle fatigue // Acta Materialia. 2010. V. 58. P. 6046–6054.
7. *Wang P., Wang W., Li A., Zhang M., Li J., Chen S.* Influence of microstructure and inclusions on very high cycle fatigue behaviour of compressor blade steels. Transactions, SMiRT-23 Manchester, United Kingdom, August 10–14, 2015, Division II, Paper ID 595.
8. *Burago N., Nikitin I.* Multiaxial Fatigue Criteria and Durability of Titanium Compressor Disks in Low- and Very-high-cycle Fatigue Modes // Mathematical Modeling and Optimization of Complex Structures, Computational Methods in Applied Sciences 40. Springer. 2016. P. 117–130.
9. *Жуков Н. Д.* Влияние факторов кристаллизации на выносливость литейных никелевых сплавов // Проблемы прочности. 1974. № 7. С. 99–105.

**Zavoychinskaya E. B.** *Prediction of the resource of a gas turbine engine blade apparatus at asymmetric cyclic loading.* The report presents a method for estimating of the gas turbine and compressor blade resource at asymmetric single-frequency axial loads, based on the use of the scale-structural fatigue theory, according to which the fatigue stochastic process is considered at six scale-structural levels, corresponding to different stages of the material evolution for different physical mechanisms. A hierarchical system of constitutive relations for the failure probability at the micro-, meso- and macrolevels are presented. Basic constants of the theory are identified. Fatigue curves on certain level defects are constructed. Calculation method is confirmed comparing the theoretical results with known data operation and fractographic studies of turbine blade aluminium alloy and compressor blade nickel alloy.