

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
НИИ МЕХАНИКИ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА им. М.В. ЛОМОНОСОВА  
НИИ МЕХАНИКИ НИЖЕГОРОДСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА им. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО  
ООО САНАТОРИЙ «ВЯТИЧИ»

---

**МАТЕРИАЛЫ XXVI МЕЖДУНАРОДНОГО СИМПОЗИУМА  
«ДИНАМИЧЕСКИЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ  
МЕХАНИКИ КОНСТРУКЦИЙ И СПЛОШНЫХ СРЕД»  
имени А.Г. Горшкова**

Вятчи, 16 – 20 марта 2020 г.

Том 2

**XXVI INTERNATIONAL SYMPOSIUM «DYNAMIC  
AND TECHNOLOGICAL PROBLEMS OF A MECHANICS  
OF CONSTRUCTIONS AND CONTINUOUS MEDIUMS»  
Dedicated to A.G. Gorshkov**

Vyatichi, 16 – 20 March 2020

Vol. 2

Москва 2020

© Материалы XXVI Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т.2. – М.: ООО "ТРИП", 2020. – 244 с.

### **Программный комитет:**

Тарлаковский Д.В. (председатель), д.ф.-м.н., проф., академик РАЕН (Россия)  
Шклярчук Ф.Н. (зам. председателя), д.т.н., проф. (Россия)  
Федотенков Г.В. (ученый секретарь), к.ф.-м.н., доц., член-корр. РАЕН (Россия)  
Бабешко В.А., академик РАН (Россия)  
Баженов В.Г., д.ф.-м.н., проф. (Россия)  
Белосточный Г.Н., д.т.н., проф. (Россия)  
Гаврюшин С.С., д.т.н., проф. (Россия)  
Гачкевич А.Р., д.ф.-м.н., проф. (Украина)  
Горячева И.Г., академик РАН (Россия)  
Ерофеев В.И., д.ф.-м.н., проф. (Россия)  
Желязов Т., профессор, Софийский технический университет (Болгария)  
Зинин А.В., к.т.н. доц. (Россия)  
Игумнов Л.А., д.ф.-м.н., проф., академик РАЕН (Россия)  
Кит Г.С., член-корр. АН Украины (Украина)  
Коноплев Ю.Г., академик АН Республики Татарстан (Россия)  
Кушнир Р.М., академик НАН Украины (Украина)  
Локощенко А.М., д.ф.-м.н., проф., академик РАЕН (Россия)  
Ломакин Е.В., член-корр. РАН (Россия)  
Матвеев А.М., академик РАН (Россия)  
Медведский А.Л., д.ф.-м.н., проф. (Россия)  
Морозов Н.Ф., академик РАН (Россия)  
Нестеров В.А., д.т.н., проф. (Россия)  
Окунев Ю.М., академик РАЕН (Россия)  
Остапенко Н.А., д.ф.-м.н., проф., академик РАЕН (Россия)  
Паймушин В.Н., академик АН Республики Татарстан (Россия)  
Петрашкевич Войцех, профессор (Польша)  
Плескачевский Ю.М., член-корр. НАН Белоруссии (республика Беларусь)  
Рабинский Л.Н., д.ф.-м.н., проф., член-корр. РАЕН (Россия)  
Равикович Ю.А. д.т.н., проф., проректор МАИ (Россия)  
Саркисян С.О., д.ф.-м.н., проф., член-корр. НАН Армении (Армения)  
Старовойтов Э.И., д.ф.-м.н., проф. (республика Беларусь)  
Сыпало К.И., член-корр. РАН (Россия)  
Yu Gu, PhD, Professor, Beijing Jiaotong University (Китай)

### **Организационный комитет:**

Бугаев Н.М. председатель оргкомитета, зав лабораторией, МАИ	Оконечников А.С., доцент, МАИ
Вахтерова Я.А., ассистент, МАИ	Земсков А.В., профессор, МАИ
	Федотенков Г.В., доцент, МАИ

Симпозиум проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-08-20003/20 “Научные мероприятия”).

ISBN 978-5-6043255-9-9

© Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2020

## ПРЕДИСЛОВИЕ

XXVI Международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» проводился Московским авиационным институтом (национальным исследовательским университетом) – МАИ, научно-исследовательским институтом механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, научно-исследовательским институтом механики и Нижегородского государственного университета имени Н.И. Лобачевского при поддержке РФФИ на базе санатория «Вятичи» с 16 по 20 марта 2020 года.

В соответствии с тематикой докладов их обсуждение проходило в рамках трех секций.

*Секция I «Динамика сплошных сред»* (председатель академик РАН Горячева И.Г., сопредседатели – академик НАН Украины, Кушнир Р.М. и д.ф.-м.н., профессор Старовойтов Э.И.).

*Секция II «Динамика и прочность конструкций»* (председатель – д.т.н., профессор Шклярчук Ф.Н., сопредседатели – д.ф.-м.н., профессор Баженов В.Г. и академик Республики Татарстан Паймушин В.Н.).

*Секция III «Технологические проблемы новых материалов и конструкций»* (председатель – д.ф.-м.н., профессор Рабинский Л.Н., к.т.н., доцент Зинин А.В.).

Материалы симпозиума распределены по двум томам. Во второй том вошли не включенные в первый том тезисы и отобранные программным комитетом лучшие доклады. Все материалы, в основном, приводятся в авторской редакции.

Председатель программного комитета Д.В. Тарлаковский

7. Марков В.А., Овчинников А.Ф., Пусев В.И. Модельная среда для внутреннего оборудования носовых отсеков летательных аппаратов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Машиностроение», 2010. № S. С. 196-206. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelnaya-sreda-dlya-vnutrennego-oborudovaniya-nosovyh-otsekov-letatelnyh-apparatov.pdf> (дата обращения 12.02.2020).

8. Об исследовании динамических механических свойств высокопористого алюминиевого сплава / Г.В. Белов, А.П. Гусаров, В.А. Марков, А.Ф. Овчинников, В.И. Пусев, В.В. Селиванов // XVII Международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Ярополец, 14-18 февраля 2011 г.: Материалы симпозиума. Т. 2. М.: ООО "ТР-принт", 2011. С. 82-87.

9. Применение теста Тейлора для исследования динамических механических свойств высокопористого алюминиевого сплава / Г.В. Белов, А.П. Гусаров, В.А. Марков, В.И. Пусев, А.Ф. Овчинников, В.В. Селиванов, М.Ю. Сотский // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2012 № 9. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/15395303> (дата обращения 12.02.2020).

10. Carroll M.M., Holt A.C. Static and dynamic pore-collapse relations for ductile porous materials // J. Appl. Phys. 1972. Vol. 43. № 4. P. 1626-1636.

## **ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕСУРСА ЛОПАТКИ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ АСИММЕТРИЧНОМ ЦИКЛЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО НАГРУЖЕНИЯ**

*Завойчинская Э.Б.*

(МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва)

В рамках исследований по проблеме обеспечения безопасной эксплуатации турбин и компрессоров в газо- и паротурбостроении и управлению ресурсом критически важных участков в поврежденных состояниях в данной работе проводится изучение закономерностей стохастического процесса зарождения и развития усталостных микро- и макротрещин в конструкциях лопаточного аппарата и предлагается метод оценки ресурса лопаток при нагружении центробежными и аэродинамическими силами в условиях много- и гигацикловой усталости.

Охлаждаемые компрессорные или турбинные лопатки в процессе эксплуатации подвергаются растяжению при вращении вала двигателя, в них возникают изгибающие и крутящие моменты от центробежных и аэродинамических сил. В общем случае лопатки находятся в условиях сложного нагружения, представляющего собой случайный набор разнообразных по частоте и амплитуде несимметричных циклов.

Разрушение рабочих лопаток вызывается, в основном, высоким уровнем переменных напряжений в областях концентрации при их резонансных вынужденных колебаниях [1-6]. Причинами вынужденных колебаний являются: турбулентные газовые потоки при вращении вала, связанные с образованием вихрей газа по всей длине лопатки на входных и выходных кромках вследствие различных параметров газового потока по окружности проточной части перед и за ступенью, при которой аэродинамические силы, действующие со стороны газа на лопатку, оказываются переменными при различных углах поворота вала; парциальность подвода газа в цикле работы; неравномерность потока из сопловых каналов с разной скоростью и под разными углами к вращающейся лопатке при прохождении ее через сопло и др. Анализ отказов промышленных турбоагрегатов показывает, что в 80% случаев аварии происходят из-за усталостных разрушений лопаток.

Усталостным разрушениям наиболее подвержены лопатки авиационных газотурбинных двигателей, т.к. за эксплуатационный цикл: запуск - основной режим - остановка, происходит смена режимов работы и лопатка попадает на короткий период времени в условия вынужденных резонансных колебаний по одной из частот [1,6]. На ранних стадиях эксплуатации это приводит к развитию субмикро- и микродефектов, в зависимости от числа актов вхождения в резонанс и образованию блоков микролиний, далее мезолиний и макроусталостных линий, что выявляется на фрактограммах.

Усталостные разрушения связаны прежде всего с состоянием поверхностного слоя, в т.ч. дефектами механической обработки, остаточными напряжениями растяжения и др. Другими факторами являются технологическая наследственность (условия заливки металла в форму и кристаллизации расплава и др.), и структурная неоднородность материала: дефекты микро- и макроструктуры, поры, литейные дефекты, размеры макрорезерен и др. Усталостные трещины могут развиваться в местах концентрации напряжений от различных микро- и макротрещин, возникших при некачественной сборке или монтаже, вследствие коррозионных и эрозионных воздействий газового потока, механических повреждений поверхностного слоя в результате попадания посторонних предметов, фреттинга по контактирующим поверхностям основания лопатки и межпазового выступа диска, образования вмятин, надрывов пера, разрушения бандажных полок и др. В корневой части лопаток в зоне перехода к диску в современных конструкциях, где лопатки и диск представляют собой одну деталь, также могут накапливаться усталостные дефекты, приводящие к макроразрушению в области гигацикловой усталости. Эксплуатация газовых турбин в областях много- и гигацикловой усталости происходит при возможном наличии дефектов в лопатках, и возникает необходимость изучения процессов разрушения на разных масштабно-структурных уровнях и оценки остаточного ресурса по уровням дефектности.

Экспериментально обнаруживается, что усталостные микро- и макротрещины возникают перпендикулярно оси лопатки в корневом сечении в зоне концентрации напряжений от изгибных форм колебаний. Поэтому в этой работе определяющим считается осевое напряжение в корневом сечении лопатки и рассматривается одночастотное нагружение в виде суммы постоянной составляющей напряжения  $\sigma_m$  и переменной с амплитудой  $\sigma_a$  и круговой частотой  $\omega$  (рассматривается наименьшая частота, при которой возможны вынужденные резонансные колебания) таким образом:

$$\sigma = \sigma_a (\alpha + \sin \omega t), \quad \alpha = \sigma_m / \sigma_a, \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

где  $T$  – время работы лопатки. Компонента  $\sigma_m$  в (1) определяется при заданной геометрии лопаток, их числе, частоте вращения диска и известных характеристик потока газа по известным соотношениям для упругой консольной балки с прямой осью [7], проходящей через центры масс сечений, как максимальное значение в корневом сечении суммы растягивающего напряжения от центробежных сил и изгиба от аэродинамических сил в точке их приложения. Амплитуды  $\sigma_a$  определяются из известного решения задачи изгиба при различных прогибах упругой балки, жестко закрепленной в обод диска без связей. Отсюда находится асимметрия цикла  $\alpha$ .

Предлагаемый метод оценки ресурса лопатки при нагружении (1) основан на теории масштабно-структурного разрушения материала [8-12], согласно которой стохастический процесс усталостного разрушения рассматривается на шести масштабно-структурных уровнях, отвечающих разным стадиям эволюции материала по различным физическим механизмам. Вводится понятие дефекта  $i$ -го уровня,  $i = 1, \dots, 6$ , задаваемого средним размером  $l_i = l_i(t)$  и плотностью  $q_i = q_i(t)$  в некотором представительном объеме  $V_c$  (в котором возможно зарождение единичной макротрещины конечной длины  $L$ ). К дефектам микроуровня относятся: вакансионные кластеры, цепочки межузельных атомов, поры, включения, субмикротрещины, примесные комплексы, сетки дефектов в субграницах,  $i = 1$  и микротрещины,  $i = 2$ ; к мезодефектам – нераспространяющиеся,  $i = 3$ , и распространяющиеся короткие,  $i = 4$ , трещины соответственно; к макродефектам – транскристаллитные и зернограничные макротрещины размеров ансамблей зерен,  $i = 5, 6$ . Основываясь на результатах исследований закономерностей развития разрушения полагается, что образование дефектов каждого уровня происходит вследствие последовательного зарождения, развития и слияния дефектов

всех предыдущих уровней. Рассматривается непрерывная возрастающая усредняющая функция  $l_i^* = l_i^*(t) : l_i^*(t) = l_i(t)(q_i(t)V_c)^\gamma$ ,  $t \in [0, T]$ ,  $\gamma$  – константа,  $i = 1, \dots, 6$ . В момент времени  $t$  значения функции  $l_i^*$  являются случайными величинами.

Вводится функция распределения вероятностей  $F_i = F_i(l_i^*)$ ,  $0 \leq F_i \leq 1$ , определяющая вероятность, с которой случайная величина  $l_i^*$  принимает значения меньше своего предельного значения в момент времени  $t$ :  $F_i = P(l_i^* < l_{f,i}^*)$ ,  $P(l_i^* = l_{f,i}^*) = 0$ ,  $i = 1, \dots, 6$ . В качестве этой функции предлагается рассматривать усеченные нормальные распределения с плотностью распределения  $f_i = f_i(l_i^*)$ :

$F_i = \int_0^{l_i^*} f_i(x) dx$ , следующего вида:

$$f_i(l_i^*) = \frac{c_i}{\sqrt{2\pi D_i}} \exp\left(-\frac{(l_i^* - M_i)^2}{2D_i}\right), c_i = \int_0^{l_i^*} f_i(x) dx, \quad i = 1, \dots, 6 \quad (2)$$

где  $M_i = \int_{-\infty}^{\infty} x f_i(x) dx$  и  $D_i = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M_i)^2 f_i(x) dx$  – математическое ожидание и дисперсия случайной величины  $l_i^*$  соответственно. Вероятность хрупкого разрушения по дефектам  $i$ -го уровня определяется следующей функцией  $Q_i = Q_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, 6$ ,  $t \in [0, T]$ :

$$Q_i(t) = Q_{i,th} - F_i(l_i^*(t)), \quad 0 \leq Q_{i,th} \leq 1 \quad (3)$$

для которой формулируется рекуррентная система определяющих соотношений.

Строится серия кривых усталости по уровням дефектности:

$$Q_i(t_{i+1}) = Q_{i,th}, \quad i = 1, \dots, 6 \quad (4)$$

В (4) входят моменты времени  $t_{i+1}$ , при которых дефекты  $i$ -го уровня достигают предельного состояния с вероятностью  $Q_{i,th}$ , усредняющая функция  $l_i^* = l_i^*(t)$  – предельного значения  $l_{f,i}^*$  и зарождаются дефекты  $(i+1)$ -го уровня.

На макроуровне вероятность разрушения  $Q = Q(t)$ ,  $t \in [0, T]$ ,  $0 \leq Q \leq 1$ , записывается в виде:

$$Q(t) = \sum_{i=4}^6 \frac{Q_i(t)}{1 - Q_i(t)} \prod_{j=4}^6 (1 - Q_j(t)), \quad (5)$$

где  $Q_i = Q_i(t)$  – вероятности разрушения по дефектам  $i$  – го мезоуровня; и кривая усталости по образованию макротрещин конечной длины:

$$Q(t_f) = 1, \quad (6)$$

$t_f$  – долговечность по образованию макротрещины конечной длины. Следуя положениям механики разрушения записаны выражения для роста макротрещин.

В предположении равномерного распределения дефектов в объеме  $V_c$  предполагается следующая система соотношений для  $Q_i = Q_i(\sigma_a, n)$  ( $n$  – число циклов нагружения) и уравнений кривых усталости по  $i$  – му уровню накопленных дефектов [9] при нагружении (1):

при  $i = 1, 2, 3$  и условиях  $\sigma_a \geq \sigma_{i-1}$ ,  $\lg n \geq \lg n_i(\sigma_a)$ ,  $\sigma_0 = 0$ ,  $n_1 = 1$ , имеем:

$$Q_i = F_i \left( \frac{\sigma_a - \sigma_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \right) R_i \left( \frac{\lg n - \lg n_i(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_i(\sigma_i)} \right), \quad (7)$$

$$Q_i(n_{i+1}) = Q_{i,th}; \quad (8)$$

при  $i = 4, 5, 6$  и  $\sigma_3 \leq \sigma_a$ ,  $\lg n \geq \lg n_4(\sigma_a)$

$$Q_4 = F_4 \left( \frac{\sigma_a - \sigma_3}{\sigma_4 - \sigma_3} \right) R_4 \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_4 - \lg n_4(\sigma_4)} \right), \quad (9)$$

$$Q_4(n_5) = Q_{th}, \quad (10)$$

при  $\sigma_4 \leq \sigma_a$ ,  $\lg n \geq \lg n_5(\sigma_a)$

$$Q_5 = F_5 \left( \frac{\sigma_a - \sigma_4}{\sigma_5 - \sigma_4} \right) R_5 \left( \frac{\lg n - \lg n_5(\sigma_a)}{\lg N_5 - \lg n_5(\sigma_5)} \right), \quad Q_4 = G_4 \left( \frac{\sigma_5 - \sigma_a}{\sigma_5 - \sigma_4} \right) R_4 \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_4 - \lg n_4(\sigma_4)} \right), \quad Q_6 = 0, \quad (11)$$

$$Q_5(n_6) = Q_{th}, \quad (12)$$

при  $\sigma_5 \leq \sigma_a$ ,  $\lg n \geq \lg n_6(\sigma_a)$

$$Q_6 = F_6 \left( \frac{\sigma_a - \sigma_5}{\sigma_6 - \sigma_5} \right) R_6 \left( \frac{\lg n - \lg n_6(\sigma_a)}{\lg N_6 - \lg n_6(\sigma_6)} \right), \quad Q_5 = G_5 \left( \frac{\sigma_6 - \sigma_a}{\sigma_6 - \sigma_5} \right) R_5 \left( \frac{\lg n - \lg n_5(\sigma_a)}{\lg N_5 - \lg n_5(\sigma_5)} \right) \quad Q_4 = 0, \quad (13)$$

$$Q_6(n_7) = Q_{th} \quad (14)$$

В системе (7), (9), (11), (13) последующее уравнение связано с предыдущим через числа циклов  $n_{i+1} = n_{i+1}(\sigma_a)$ , при которых функция  $l_i^* = l_i^*(n)$  достигает

предельного значения  $l_{f,i}^*$ , дефект  $i$ -го уровня – предельного состояния, и зарождаются дефекты  $(i+1)$ -го уровня.

Предлагаемая модель позволяет подбирать вид функций  $F_i = F_i(\sigma_a)$  и  $R_i = R_i(n)$ ,  $i = 1, \dots, 6$ , в выражениях (7)–(14) для конкретных материалов. В данной работе рассмотрение ограничено функциями следующего вида:

$$F_i = \left( \frac{\sigma_a - \sigma_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \right)^{\beta_i}, \quad R_i = \left( \frac{\lg n - \lg n_i(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_i(\sigma_i)} \right)^{\phi_i}, \quad i = 1, \dots, 4; \quad (15)$$

$$F_i = \left( \frac{\sigma_a - \sigma_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \right)^{\chi_i}, \quad R_i = \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_4(\sigma_i)} \right)^{\phi_i}, \quad i = 5, 6; \quad G_i = \left( \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_a}{\sigma_{i+1} - \sigma_i} \right)^{\chi_i}, \quad i = 4, 5$$

где  $\sigma_i = \sigma_i(\alpha, \omega)$ ,  $\beta_i = \beta_i(\alpha, \omega)$ ,  $\phi_i = \phi_i(\alpha, \omega)$ ,  $\chi_i = \chi_i(\alpha, \omega)$  – материальные функции модели. В данном рассмотрении полагаются следующие значения констант:  $\beta_i = 1$ ,  $\chi_i = 1$ ,  $i = 1, \dots, 6$ ;  $\phi_1 = 1/2$ ,  $\phi_i = 4$ ,  $i = 2, \dots, 6$ .

Система материальных функций  $\sigma_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$ , входящих в (7) – (15) для нагружения (1) представляется в виде [9]:

$$\sigma_i = \sigma_i(N_i, \omega) \tilde{\sigma}(\alpha, \eta), \quad i = 1, \dots, 6, \quad (16)$$

где  $\eta = \sigma_{-1}(N_{-1}, \omega) / \sigma_{-1}^0(N_{-1}, \omega)$ ,  $\sigma_{-1} = \sigma_{-1}(N_{-1}, \omega)$  и  $\sigma_{-1}^0 = \sigma_{-1}^0(N_{-1}, \omega)$  – пределы усталости при симметричном и пульсирующем циклах соответственно.

Для определения функций  $\sigma_i = \sigma_i(N_i, \omega)$ ,  $i = 1, \dots, 6$ , в (16) необходимо проводить достаточно большое количество макроэкспериментов при одноосном симметричном нагружении с обработкой шлифов стандартными исследованиями микроструктуры. В известных работах, справочниках и других источниках содержится ограниченный объем данных. Для материалов, имеющих предел выносливости и горизонтальный участок в области гигацикловой усталости, ранее на основе ряда предположений был предложен метод определения материальных функций [8-12] по известным данным усталостной прочности металлов и подтвержден сравнением результатов расчетом с экспериментальными данными для представительного ряда металлов и сплавов. В данной статье рассматриваются материалы, пределы усталости которых в области гигацикловой усталости уменьшаются. Для них на основе анализа большого количества работ [1,4–6,13–16] можно предположить, что существует экспериментально определяемая предельная амплитуда напряжений  $\sigma_{-1} = \sigma_{-1}(N_{-1}, \omega)$  при макроразрушении по дефектам

четвертого уровня, меньше которой происходит переход из области многоцикло-вой в область гигацикловой усталости со сменой механизмов разрушения. Полагается также, что существует экспериментально определяемая предельная амплитуда  $\sigma_{-2} = \sigma_{-2}(N_{-2}, \omega) = \sigma_4$ ,  $\sigma_{-2} < \sigma_{-1}$ , при которой наблюдается макроразрушение по дефектам четвертого уровня при числе циклов  $N_{-2} = N_4$ ,  $N_{-2} > N_{-1}$ , и кривая усталости имеет горизонтальный участок  $\sigma_{-2}(n) = const$  при  $n \geq N_{-2}$ . В области гигацикловой усталости при  $n \geq N_{-1}$  возможно развитие и достижение предельных состояний дефектами первого, второго и третьего уровней, развитие дефектов четвертого уровня и макроразрушение по дефектам четвертого уровня. При выборе функций (15) требуется, чтобы уравнение (10) проходило через точку  $\sigma_{-1} = \sigma_{-1}(N_{-1}, \omega)$ . Базовые числа циклов выбираются равными  $N_i = N_4$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Базовые константы  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  определяются так, чтобы уравнение (8),  $i = 1$ , проходило через точки  $(\sigma_{-1}, \lg N_{-1} - 3)$  и  $(\sigma_{-2}, \lg N_{-1})$ , при  $i = 2$  – через точки  $(\sigma_{-1}, \lg N_{-1} - 2)$  и  $(\sigma_{-2}, 2 \lg N_{-1} / 3 + \lg N_{-2} / 3)$ , при  $i = 3$  – через точки  $(\sigma_{-1}, \lg N_{-1} - 1)$  и  $(\sigma_{-2}, \lg N_{-1} / 3 + 2 \lg N_{-2} / 3)$ .

Функцию  $\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}(\alpha, \eta)$  в (17) предлагается определять в виде [9]:

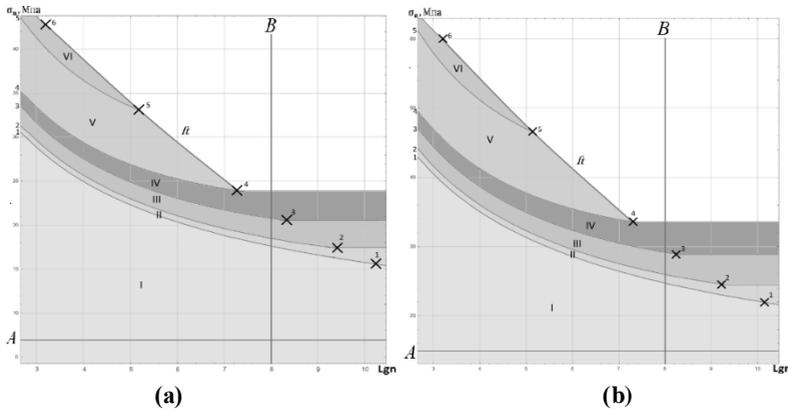
$$\tilde{\sigma} = \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) |\alpha| + 1 \quad (17)$$

Представленный метод применяется для лопатки турбины из алюминиевого сплава [7]. По известным характеристикам потока газа, лопатки и диска [7] (при круговой частоте вращения диска  $\omega_d = 416 \frac{\text{обор.}}{\text{сек}}$ ) находится  $\sigma_m = 30 \text{ МПа}$ . Из решения задачи изгиба при прогибе лопатки  $w = 1.7 \text{ мм}$  амплитуда  $\sigma_a = 7 \text{ МПа}$ ,  $\alpha = 4.3$ , при прогибе  $w = 3 \text{ мм}$  –  $\sigma_a = 15 \text{ МПа}$ ,  $\alpha = 3$ . На рис. 1 в координатах  $(\sigma_a, \lg n)$  построены области развития дефектов шести уровней по (7), (9), (11), (13) и кривые усталости (8), (10), (12), (14),  $Q_{th} = 1$ , для соответствующих уровней дефектности, а также кривая усталости  $ft$  по образованию макротрещины конечной длины по (5), (6). Из рисунка 1 (а) видно, что при  $\sigma_a = 7 \text{ МПа}$  (линия А) возможно развитие дефектов первого уровня, на базе  $N = 10^8$  циклов (419 часов наработки (линия В)) – коротких трещин при  $\sigma_a = 21 \text{ МПа}$ , микротрещин – при

$\sigma_a = 17 \text{ МПа}$ . Из рис. 1 (b) видно, что при  $\sigma_a = 15 \text{ МПа}$  возможно развитие дефектов первого уровня, при  $N = 10^8$  циклов – микротрещин при  $\sigma_a = 25 \text{ МПа}$  и коротких трещин при  $\sigma_a = 29 \text{ МПа}$ . При  $N = 10^{10}$  циклов (наработке 41. 900 часов) и  $\sigma_a = 22 \text{ МПа}$  в лопатке возможно образование микротрещин.

Проводится анализ развития усталостного разрушения в лопатках турбины из алюминиевого сплава ВД-17 [1] в области гигациклового усталости (рис.2). По имеющимся данным о геометрии и числе лопаток, частоте вращения и радиусе диска и параметрах потока газа определяется, что в лопатке имеет место почти симметричное нагружение. Строятся области дефектов I-IV по (7), (9) и кривые усталости 1-1–3-3 по (8) (рис.2). Кривая 4-4 по (11) ( $f_t$  на рис.2) определяет макроразрушение по коротким трещинам.

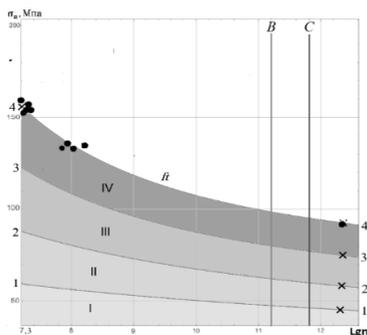
Для лопаток турбины из сплава ВД-17 двигателя Д30 ( $\omega_d = 105 - 107 \text{ обор./сек}$ ) была определена частота  $f \in [3750, 3800] \text{ Гц}$  и амплитуда  $\sigma_a \in [19, 22] \text{ МПа}$  вынужденных колебаний [1]. В испытаниях наблюдались усталостные разрушения



**Рис.1.** Области развития дефектов I-VI, кривые усталости 1-1–5-5 и  $f_t$  для алюминиевого сплава [7], (a)  $\alpha = 4.3$ , (b)  $\alpha = 3$ ; предел текучести  $\sigma_s = 75 \text{ МПа}$ , временное сопротивление  $\sigma_{sp} = 85 \text{ МПа}$ , пределы выносливости сплава при симметричном  $\sigma_{-1} = 42 \text{ МПа}$  и пульсирующем  $\sigma_{-1}^0 = 37.8 \text{ МПа}$  нагружениях на базе  $N_4 = 2 * 10^6$  циклов; крестиками отмечены базовые константы модели отдельных лопаток и неразрушенные лопатки с усталостными трещинами, зародившимися из-под поверхности лопаток при наработке около 18 000 часов (

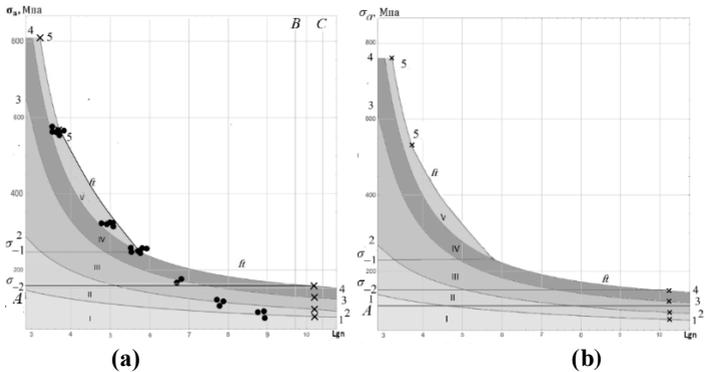
$N \in (2.43 - 2.46) * 10^{11}$  циклов). По модели в этом диапазоне (линия В на рис. 2) макроразрушение сплава достигается при амплитуде, в среднем, равной  $\sigma_f = 98 МПа$ . В разрушенных лопатках имела место концентрация напряжений с коэффициентом  $K = 4.7$ , с большой долей вероятности связанная с возникшими резонансными колебаниями лопаток. При наработке до 50 000 часов,  $N = 6.8 * 10^{11}$  циклов (линия С на рис. 2) макроразрушение возможно при амплитуде номинальных напряжений  $\sigma_a = 20.2 МПа$ , образование микротрещин – при амплитуде  $\sigma_a = 9.8 МПа$ .

Проведены расчеты для лопатки турбокомпрессора из жаропрочного литейного никелевого сплава ЖС6К [1,16]. На рис. 3 (а) представлены области развития дефектов пяти уровней по (7), (9), (11) для симметричного нагружения сплава. В области  $N \in [2 * 10^3, 5 * 10^5]$  циклов строится кривая усталости  $ft$  по согласно (6) с учетом (11) и по (12),  $Q_{th} = 1$ . При  $N \in [5 * 10^5, 2 * 10^{10}]$  циклов строится участок кривой усталости по макроразрушению по дефектам четвертого уровня по (10). Кривая  $ft$  хорошо описывает опытные данные по многоциклового усталости при  $N_f \in [5 * 10^5, 10^6]$  циклов.

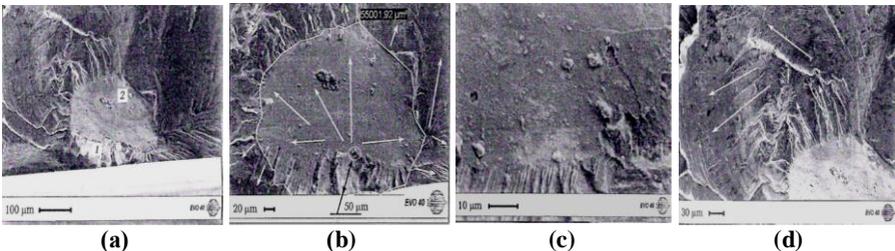


**Рис.2.** Области развития дефектов I-IV, кривые усталости 1-1-3-3 и кривая усталости  $ft$  макроразрушения по дефектам четвертого уровня алюминиевого сплава ВД-17, крестиками отмечены базовые константы модели, сплошными кружками – опытные данные;  $\sigma_s = 260 МПа$ ,  $\sigma_{ep} = 400 МПа$ ,  $\sigma_{-1} = 155 МПа$  на базе  $N_{-1} = 2 * 10^7$  циклов,  $\sigma_{-2} = 0.6 \sigma_{-1}$  при  $N_{-2} = 2 * 10^{12}$  циклов

По данным о геометрии и числе лопаток, частоте вращения и радиусе диска и характеристикам потока газа [1] определяется  $\sigma_m = 22.5 \text{ МПа}$ . При прогибе лопатки  $w = 1.7 \text{ мм}$  амплитуда возможных упругих колебаний  $\sigma_a = 110 \text{ МПа}$ ,  $\alpha = 0.2$  (линия А на рис. 3 (b)). Из рисунка видно, что при этой амплитуде и числе  $N \in [6 * 10^4, 10^8]$  циклов в лопатке возможно развитие дефектов второго уровня (микротрещин), далее по числу циклов зарождаются и развиваются дефекты третьего уровня и достигают предельного состояния с образованием дефектов четвертого уровня (типа коротких трещин) на базе  $N = 2 * 10^{10}$  циклов. Макроразрушения в этих областях не возникает. При прогибе  $w = 2.5 \text{ мм}$  амплитуда  $\sigma_a = 160 \text{ МПа}$  и имеет место практически симметричное нагружение (на рис. 2(a) изображено линией В). При  $N = 5 * 10^7$  циклов возможно зарождение дефектов четвертого уровня, при  $N = 5 * 10^9$  циклов по ним происходит макроразрушение. При эксплуатации двигателей М-601 самолета Л-410 были зафиксированы случаи обрыва рабочих лопаток турбокомпрессора из сплава ЖС6К [1] (на рис. 4 изображены фрактографии усталостного излома). Наличие блоков мезолиний (рис. 4 с) говорит о том, что лопатка многократно входила в резонанс. Нароботка к моменту разрушения составляла 370-1670 часов ( $N_f \in (0.53 - 2.4) * 10^{10}$  циклов). Лопатки имели частоту собственных колебаний по первой изгибной форме в диапазоне  $f \in [4, 42 - 4, 52] \text{ кГц}$ . Согласно паспортным данным амплитуда вынужденных колебаний составляла  $\sigma_a = 48 \text{ МПа}$  при частоте  $f \in [4, 05 - 4, 2] \text{ кГц}$ . Следовательно, были возможны резонансные колебания некоторых лопаток. По модели



**Рис.3.** Области развития дефектов I-V, кривые усталости 1-1-5-5 и  $ft$  никелевого сплава ЖС6К: (а) – при симметричном нагружении, (б) – при  $\alpha = 0.2$ ; крестиками отмечены константы модели, сплошными кружками – экспериментальные данные;  $\sigma_s = 810 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_{sp} = 880 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_{-1} = 250 \text{ МПа}$  и  $\sigma_{-1}^0 = 177 \text{ МПа}$  при  $N_{-1} = 5 \cdot 10^5$  циклов  $f \in (1,3) \text{ кГц}$ ,  $\sigma_{-2} = 160 \text{ МПа}$  при  $N_{-2} = 2 \cdot 10^{10}$  циклов



**Рис. 4.** Фрактографии излома лопатки из никелевого сплава ЖС6К: (а) – участок излома в районе зарождения микротрещины в зерне 1, (б) – схема движения коротких трещин (фокус излома отмечен кружком) по зерну 1, цифрой указана площадь фасетки, (с) – ступеньки на поверхности фасетки зерна 2, (d) – участок излома около границы выхода макротрещины на поверхность корневого сечения, стрелками указан разворот трещины под действием скручивающего момента [1]

получено, что симметричное нагружение в этом диапазоне чисел циклов (на рис. 4 (а) отмечено вертикальными линиями В и С) приводит к макроразрушению по дефектам четвертого уровня в интервале амплитуд  $\sigma_f \in [155, 165] \text{ МПа}$ , т.е. имеет место концентрация напряжений с эффективным коэффициентом концентрации  $K = 3.3$ . Таким образом, в эксплуатации совпадение частот вынужден-

ных и собственных колебаний привело к нерасчетному режиму нагружения с увеличением амплитуды, в среднем, более, чем в три раза, и макроразрушению в области гигацикловой усталости.

Таким образом, предложена иерархическая система определяющих соотношений для вероятности разрушения лопаток. Построены кривые усталости по уровням дефектности для лопаток турбины из алюминиевых сплавов и компрессора из никелевого сплава в области много- и гигацикловой усталости. Для лопаток турбины из сплава ВД-17 получено, что в разрушенных лопатках [1] при наработке около 18 000 часов имела место концентрация напряжений с эффективным коэффициентом концентрации, в среднем, равным  $K = 4.7$ , вероятно, возникшая из-за резонансных колебаний. Найдены амплитуды напряжений, при которых возможно образование микротрещин и коротких трещин, и амплитуда напряжений при макроразрушении лопаток при наработке до 50 000 часов. Для лопаток турбокомпрессора из никелевого сплава ЖС6К [1,16] по модели определено, что в разрушенных лопатках с большой вероятностью возникли резонансные колебания с амплитудой, в 3.3 раза превышающей экспериментальную номинальную расчетную амплитуду вынужденных колебаний при наработке 370-1670 часов.

### *Литература*

1. *Шаняевский А.А.* Моделирование усталостных разрушений металлов. Синергетика в авиации. –Уфа: Изд-во н.-т. лит-ры «Монография», 2007. – 500 с.
2. Динамика авиационных газотурбинных двигателей / под ред. И.А. Биргера, Б.Ф. Шорра. – М.: Машиностроение, 1981. – 232 с.
3. *Левин А.В.* Рабочие лопатки и диски паровых турбин. – М.: Машиностроение, 1989. – 624 с.
4. *Капралов В.М.* Методология экспериментальной оценки накопления повреждений многоцикловой усталости, вибропрочности и пределов выносливости лопаток турбомашин. Автореферат докт. дисс. – СПб, 2010. –35 с.
5. *Ножницкий Ю.А., Балувев Б.А., Федина Ю.А.* Экспериментальные исследования прочностной надежности перспективных газотурбинных двигателей // Вестник УГАТУ, т.19, № 3 (69), 2015. – с. 3-14.
6. *Шаняевский А.А., Солдатенков А.П.* Масштабные уровни предела усталости металлов // Физическая мезомеханика, № 22 (1), 2019. – с. 44-53.
7. *Скубачевский Г. С.* Авиационные газотурбинные двигатели. Конструкция и расчет деталей. – Москва: «Машиностроение», 1969. – 543 с.
8. *Завойчинская Э.Б.* Микро- и макро-механика разрушения элементов конструкций //Механика твердого тела, № 3, 2012. – с. 54–77.
9. *Завойчинская Э.Б.* Усталостное масштабнo-структурное разрушение и долговечность конструкций при пропорциональных процессах нагружения. Автореф. докт. дисс. – М.: ООО "Генезис", 2018. – 46 с.

10. *Завойчинская Э.Б.* О теории усталостного разрушения при сложном напряженном состоянии металлов с учетом структурных изменений // Вестник Московск. Ун-та. Сер. I: Математика. Механика, № 2, 2019. – с. 29-34.

11. *Завойчинская Э.Б.* О стохастической теории усталостного масштабного структурного разрушения металлов // в сб. «Современные проблемы математики и механики». Материалы межд. конф., посвященной 80-летию академика В. А. Садовниченко. – М.: ООО «МАКС Пресс», 2019. – с. 694-697.

12. *Завойчинская Э.Б.* Прогнозирование долговечности протяженных конструкций при эксплуатационном нагружении // Сб. тр. XII Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. – Уфа, т. 3, 2019. – с. 607-609.

13. *Bathias C., Paris P.C., Huang Z., Wagner D.* Subsurface crack initiation and propagation mechanisms in gigacycle fatigue // Acta Materialia, V.58, 2010. – p.6046-6054.

14. *Wang P., Wang W., Li A., Zhang M., Li J., Chen S.* Influence of microstructure and inclusions on very high cycle fatigue behaviour of compressor blade steels. –Transactions, SMiRT-23 Manchester, United Kingdom, August 10-14, 2015, Division II, Paper ID 595.

15. *Burago N., Nikitin I.* Multiaxial Fatigue Criteria and Durability of Titanium Compressor Disks in Low- and Very-high-cycle Fatigue Modes // Mathematical Modeling and Optimization of Complex Structures, Computational Methods in Applied Sciences 40. –Springer, 2016. – p. 117-130.

16. *Жуков, Н.Д.* Влияние факторов кристаллизации на выносливость литейных никелевых сплавов// Проблемы прочности, № 7, 1974. – с. 99-105.

## **ИЗОТРОПНАЯ МНОГОКОМПОНЕНТНАЯ ПЛАСТИНА КИРХГОФА ПОД ДЕЙСТВИЕМ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УПРУГОДИФфуЗИОННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ**

*Земсков А.В.<sup>1,2</sup>, Тарлаковский Д.В.<sup>2,1</sup>*

<sup>1</sup>Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), <sup>2</sup>НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается задача о нестационарных колебаниях прямоугольной изотропной  $N$  – компонентной пластины Кирхгофа, находящейся в поле совместного действия механических и диффузионных возмущений. Схема приложенных сил и изгибающих моментов, а также ориентация осей прямоугольной декартовой системы координат представлена на рис. 1.