

## ОТЗЫВ

научного руководителя  
о диссертации Комарова Юрия Андреевича  
«Применение Гамильтонова формализма к задаче оптимизации управления  
при векторном критерии»,  
представленной к защите на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные  
уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Настоящая диссертация посвящена задаче о синтезировании оптимального управления многомерной нелинейной управляемой динамической системой при векторном критерии оптимальности управлений в системе. Подобная задача является весьма актуальной, но и недостаточно изученной. В данной работе приводится её общее решение на основе теории многокритериальной оптимизации в частично упорядоченных пространствах.

Первая глава является вводной. В ней пояснено, что в данной работе, для сравнения двух векторов, в основном, принят порядок Парето, определяемый выпуклым конусом  $D = R^p_+$ . Тогда множество неулучшаемых значений векторного функционала называют паретовским фронтом. В основе же общего содержания работы лежит описание всего паретовского фронта рассматриваемой задачи и его эволюции во времени. Подобное описание является одним из главных достижений автора.

Научная новизна полученных решений состоит в том, что получен аналог классического уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана для векторного функционала качества искомых управлений. Упомянутый формализм описан для систем как в дискретном времени (глава 2), так и в непрерывном времени (глава 3). В завершение первой главы приводятся рассуждения о применимости полученных результатов для порядков отличных от паретовских.

Во второй главе излагаются постановки задач о синтезе оптимальных управлений в дискретном времени и приводится векторный аналог принципа оптимальности. Отсюда выводится векторный аналог уравнения Беллмана в дискретном времени и приводятся примеры его применения к построению соответствующих паретовских фронтов.

В третьей главе рассмотрен векторный Гамильтонов формализм для систем с непрерывным временем и приводятся построения векторных областей достижимости и разрешимости для нелинейных систем управления.

В четвёртой главе рассмотрены векторные нелинейные отображения, зависящие от двух переменных:  $F(u,v)$ , где  $u,v$  – множества произвольной природы и размерности. Для таких объектов введены понятия векторных максимина и минимакса, с максимумом по  $v$  и минимумом по  $u$ . Когда  $F(u,v)$  – скаляр, то известно классическое неравенство

$$\max_v \min_u \leq \min_u \max_v.$$

Однако в четвёртой главе данной диссертации показано, что для векторной функции  $F(u,v)$  оно не справедливо, так как при определённых условиях может иметь место противоположный знак неравенства.

Суммируя сказанное, мне представляется, что Ю.А.Комаров написал весьма квалифицированную исследовательскую диссертацию, получив оригинальные результаты.

Считаю, что она вполне заслуживает присуждения её автору учёной степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель,  
доктор физико-математических наук (01.01.02),  
профессор, академик РАН, заведующий кафедрой  
системного анализа факультета Вычислительной  
математики и кибернетики МГУ имени  
М.В. Ломоносова

А. Б. Куржанский

04.06.2020

119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, МГУ  
имени М.В. Ломоносова, 2-й учебный корпус,  
факультет ВМК

Телефон: +7 (495) 932-88-50, e-mail: kurzahans@mail.ru

ПОДПИСЬ ЗАВЕРЯЮ

УЧЁНЫЙ СЕКРЕТАРЬ  
ФАКУЛЬТЕТА ВМ

А.В./