

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Пополитова Дарья Владленовна

**ОСОБЕННОСТИ ВОЗБУЖДЕНИЯ АТОМНЫХ И
НАНОСТРУКТУРНЫХ СИСТЕМ НЕКЛАССИЧЕСКИМИ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ПОЛЯМИ**

Специальность 01.04.15 – Физика и технология наноструктур,
атомная и молекулярная физика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
д.ф.-м.н., профессор Тихонова О.В.

Москва – 2020 г.

Содержание

Введение	4
Глава 1. Обзор литературы	13
Глава 2. Когерентное пленение населенности и электромагнитно- индуцированная прозрачность в квантовых электромагнитных полях	25
2.1. Теоретический подход.....	25
2.2. Исследование атомной динамики	30
2.3. Зависимости от относительных фаз.....	33
2.4. Фотонная статистика и эволюция полевых характеристик.....	38
Глава 3. Перепутывание атомной и полевых подсистем при взаимодействии	46
3.1. Перепутывание между атомом и полевой подсистемой.....	46
3.2. Перепутывание между полевыми подсистемами при фиксированном состоянии атома	49
3.3. Перепутывание между атомной и полевой подсистемами при фиксированном состоянии второй полевой подсистемы	51
3.4. Энтропия и взаимная информация для полевых подсистем	56
3.5. Фазовый контроль полевых состояний.....	60
Глава 4. Взаимодействие атомных систем с неклассическим полем и формирование негауссовских полевых состояний.....	64
4.1. Теоретический подход.....	64
4.2. Особенности атомной динамики.....	67
4.3. Эволюция полевых характеристик.....	74
4.4. Перепутывание между подсистемами и генерация негауссовых состояний	81

Глава 5. Управление динамикой сверхпроводящего мета-атома униполярным магнитным импульсом.....	88
5.1. Модель и теоретический подход. Постановка задачи.....	88
5.2. Сверхбыстрый переворот спина в случае заблокированного прямого спинового перехода	91
5.3. Перемагничивание, индуцированное униполярным магнитным импульсом, для разрешенных прямых спиновых переходов	96
Заключение.....	99
Благодарности.....	102
Публикации автора по теме диссертации в изданиях, индексируемых поисковыми системами Web of Science и/или Scopus.....	103
Список литературы	104

Введение

Актуальность темы и степень ее разработанности

Важным направлением современной квантовой и атомной физики является взаимодействие квантовых атомно-молекулярных и наноразмерных систем с неклассическими электромагнитными полями, генерация которых только недавно получена экспериментально. Среди неклассических электромагнитных полей можно выделить «сжатые» состояния, фоковские состояния, когерентные состояния с малым средним числом фотонов и др. [1-7]. Среди них наибольший интерес вызывают сжатые состояния, поскольку они характеризуются сильным перепутыванием и корреляциями большого числа фотонов друг с другом [8-12]. Эти свойства вызывают большой интерес и находят широкое применение для решения задач квантовой метрологии, оптомеханики, сверхточных измерений, хранения и передачи квантовой информации [13]. Интересной особенностью сжатых полей является наличие у них большого числа пространственных и спектральных мод, что имеет принципиальное значение для ряда практических приложений. Во многих случаях для практического использования важно уметь управлять модовым составом и перепутыванием генерируемого сжатого света. Взаимодействие таких полей с атомными и наноразмерными системами может привести к качественно новым эффектам, которые ранее еще не были известны. При этом возникает необходимость разработки новых непертурбативных теоретических подходов для описания таких полей и их взаимодействия с веществом, а также методов управления их свойствами. В настоящее время, в основном, используются достаточно упрощенные теоретические подходы, основанные на теории возмущений или использующие ограниченные по физическому смыслу модели [14-16]. Взаимодействие таких неклассических полей с атомными и наноструктурными системами вызывает большой интерес и оказывается крайне перспективным для управления динамикой квантовых объектов,

разработки квантово-информационных технологий, создания квантового интерфейса между атомной и полевой подсистемами, а также алгоритмов по управлению квантовыми битами. Ключевым моментом при решении этих прикладных задач является квантовое перепутывание между атомной и полевой подсистемами. Поэтому разработка методов по управлению и контролируемому увеличению такого перепутывания имеет принципиальное значение. Это новое направление исследований еще только развивается и очень мало изучено. Таким образом, исследование взаимодействия атомных и наноструктурных систем с неклассическими полями является актуальной задачей современной квантовой физики.

Цели и задачи исследования

Целью данной работы является теоретическое исследование особенностей взаимодействия атомных и наноструктурных систем с неклассическими электромагнитными полями, включая сжатые, и выявление возникающих новых физических эффектов.

Для достижения данной цели были поставлены и успешно решены следующие задачи:

- анализ возможности достижения режимов электромагнитно-индуцированной прозрачности и когерентного пленения населенностей в случае резонансного возбуждения атомных и наноструктурных систем одним или несколькими неклассическими полями;
- исследование роли перепутывания между атомной и полевой подсистемами и его влияние на динамику системы в целом;
- исследование влияния неклассических свойств воздействующих полей на динамику всей системы в целом, а также на эволюцию отдельных подсистем;
- анализ возможности формирования негауссовских состояний квантового поля в результате взаимодействия атомных и наноструктурных систем с неклассическими полями;

– исследование особенностей динамики сверхпроводящих наноструктурных Джозефсоновских систем при взаимодействии с широкополосными импульсными магнитными полями и анализ возможности сверхбыстрого переноса населенности и перемагничивания с высокой эффективностью в сверхпроводящих метаатомах.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования являются атомные системы, полупроводниковые наноструктуры, сверхпроводящие наноструктурные Джозефсоновские системы, а также взаимодействующие с ними неклассические электромагнитные поля. Предметом исследования являются новые физические эффекты, возникающие при взаимодействии атомных и наноструктурных систем с неклассическими электромагнитными полями и обусловленные квантовыми свойствами таких полей.

Научная новизна

1. Разработан новый теоретический подход для описания взаимодействия атомных и наноструктурных систем с квантовыми полями, который учитывает все свойства неклассических состояний и корректно описывает режим сильного взаимодействия, то есть справедлив за рамками теории возмущений.

2. Впервые обнаружены не имеющие классического аналога эффекты «коллапса» и «возрождения» для динамики заселения атомных состояний в случае возбуждения атомных систем двумя резонансными когерентными полями.

3. Впервые продемонстрированы эффекты «коллапса» и «возрождения» среднего и дисперсии числа фотонов квантованных когерентных полей, возникающие в процессе их взаимодействия с атомными и наноструктурными системами.

4. Впервые продемонстрирована и теоретически обоснована невозможность реализации режима «когерентного пленения населенностей»

в случае возбуждения атомной системы двумя резонансными сжатыми неклассическими полями.

5. Впервые обнаружен режим «когерентного пленения населенностей» в случае взаимодействия атомной системы с одной модой сжатого неклассического поля и выявлены его особенности.

6. Обнаружено сильное перепутывание между полевой и атомной подсистемами в процессе взаимодействия и продемонстрировано его влияния на динамику системы в целом, а также на эволюцию отдельных подсистем.

7. На основе квантового перепутывания, возникающего между полевой и атомной подсистемами, продемонстрирована возможность использования атомной системы как фазового конвертора и впервые разработаны методы обмена фазовой информацией между полевыми модами, а также непосредственного измерения фазовых характеристик неизвестного состояния входного поля.

8. Впервые обнаружено и продемонстрировано формирование негауссовских полевых состояний, возникающих в процессе взаимодействия атомных и наноструктурных систем с неклассическими электромагнитными полями.

9. Впервые предложен метод сверхбыстрого переноса возбуждения и перемагничивания в сверхпроводящих наноструктурных Джозефсоновских системах, основанный на воздействии широкополосных импульсных магнитных полей, что открывает новые возможности в создании алгоритмов передачи и хранения квантовой информации.

Теоретическая и практическая значимость.

Поскольку неклассические поля, в особенности яркие «сжатые» состояния поля, являются новыми и мало исследованными объектами, теоретический анализ их свойств и взаимодействия с атомными и наноструктурными системами является важной задачей. Взаимодействие таких полей с веществом приводит к качественно новым эффектам, которые ранее еще не были известны. Выполненные в работе исследования вносят

важный вклад в существующие в настоящее время фундаментальные представления о физических явлениях, возникающих при взаимодействии неклассических полей с веществом, а также об особенностях отклика атомных и наноструктурных систем на воздействие квантовыми электромагнитными полями. С практической точки зрения, использование таких полей и их воздействие на атомы, молекулы и наноструктурные объекты представляется очень перспективным и востребованным для управления свойствами самих атомных и наноструктурных систем, для создания алгоритмов по управлению квантовыми битами и реализации контролируемого канала информационного обмена между ними, разработки квантово-информационных технологий, а также управления свойствами неклассических полей в процессе взаимодействия.

Методология диссертационного исследования.

Основные результаты, представленные в диссертационной работе, получены на основе аналитического решения нестационарного уравнения Шредингера с учетом как атомных, так и полевых степеней свободы. С учетом переходов, возбуждаемых воздействующими полями, рассматривалось только несколько уровней исследуемой атомной, полупроводниковой или сверхпроводящей Джозефсоновской системы. Анализ динамики многокомпонентной системы («атом + поле») проводился либо в рамках формализма матрицы плотности методом усреднения по определенным степеням свободы, либо введением условных вероятностей и анализом соответствующих условных состояний системы. Исследование квантового перепутывания в многокомпонентной системе проводилось на основе вычисления параметра Шмидта с использованием редуцированных матриц плотности отдельных подсистем, а также в случае систем, находящихся в смешанном состоянии, вычислением взаимной информации и энтропии фон Неймана. Неклассические поля были представлены в виде суперпозиции Фоковских состояний, а для описания их свойств использовались такие общепринятые характеристики как среднее число

фотонов и его дисперсия, параметр Мандела, корреляционная функция второго порядка, функция Вигнера.

Положения, выносимые на защиту:

1. Предсказанные теоретически эффекты «коллапса» и «возрождения» для динамики заселения атомных состояний, а также среднего и дисперсии числа фотонов, не имеющие классического аналога и возникающие в процессе взаимодействия квантовых полей с атомными и наноструктурными системами.

2. Сильная зависимость динамики возбуждения атомной системы от относительной фазы исходных полевых состояний, предсказанная теоретически для случая воздействия когерентных полей с малым числом фотонов и приводящая к эффекту «когерентного пленения населенностей» и появлению «темного состояния».

3. Предсказанный теоретически режим «когерентного пленения населенностей» в случае взаимодействия атомной системы с одной модой сжатого неклассического поля и его особенности, обусловленные большой долей вакуумного состояния в распределении по числу фотонов сжатого поля.

4. Сильное квантовое перепутывание между «атомной» и полевой подсистемами, которое существенно влияет на состояния атома, включая динамику недиагональных матричных элементов атомной матрицы плотности.

5. Существенное изменение свойств, фотонной статистики, дисперсии и среднего числа квантов для каждой полевой моды, возникающее в процессе взаимодействия неклассических полей с атомными и наноструктурными системами и сопровождающееся существенным заселением нечетных Фоковских состояний, что приводит к возможности получения так называемых негауссовских неклассических состояний электромагнитного поля.

б. Сверхбыстрые перенос возбуждения и перемагничивание в сверхпроводящих наноструктурных Джозефсоновских системах, основанные на воздействии широкополосных импульсных магнитных полей и реализующиеся на пикосекундных временах практически со 100% эффективностью, что является большим преимуществом по сравнению с прямым резонансным возбуждением в режиме осцилляций Раби.

Степень достоверности результатов

Достоверность результатов, полученных в настоящей работе, определяется использованием обоснованных теоретических подходов, совпадением решений с известными предельными или частными случаями, согласием полученных результатов с имеющимися расчетами других исследователей и с экспериментальными данными. Результаты проведённой работы были доложены на ряде всероссийских и международных конференций по квантовой оптике и физике взаимодействия атомов с электромагнитными полями.

Апробация работы

Апробация результатов работы проводилась на международных конференциях:

- 26th Central European Workshop on Quantum Optics CEWQO 2019
- V Conference on Quantum Information and Measurement (QIM) V: Quantum Technologies 2019
- 27th International Laser Physics Workshop LPhys'2018
- International Conference on Many Particle Spectroscopy of atoms, molecules, clusters and surfaces 2018
- International Conference «Quantum 2017»
- 26st International Laser Physics Workshop LPhys'17
- Международный молодежный научный форум "ЛОМОНОСОВ-2018"

– Международный молодежный научный форум "ЛОМОНОСОВ-2017"

а также на научных семинарах кафедры атомной физики, физики плазмы и микроэлектроники физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Публикации

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 5 статьях в рецензируемых научных журналах [A1]–[A5], индексируемых Web of Science и Scopus.

Личный вклад автора

Разработка теоретических подходов, получение аналитических и численных решений, получение результатов, а также их анализ и интерпретация были выполнены лично автором или при его активном участии. Автор принимал непосредственное участие в подготовке публикаций и докладов по результатам исследования.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из Введения, 5 глав, Заключения и списка цитируемой литературы. Полный объем работы составляет 114 страниц, включая 51 рисунок. Список цитируемой литературы содержит 106 наименований.

Первая глава содержит обзор литературы по теме исследования. Вторая глава посвящена исследованию задачи о взаимодействии трехуровневой атомной системы с двумя неклассическими электромагнитными полями. Такая модель может применяться для описания не только обычных атомов, но и полупроводниковых наноструктур (например, квантовых ям). В этой главе представлен теоретический подход, основанный на решении нестационарного уравнения Шредингера. Оно получено аналитически в терминах волновых функций для случая точного резонанса, что позволяет исследовать динамику различных параметров системы, таких как изменение фотонной статистики обоих полей, временная

эволюция населенностей атомных уровней, средних чисел фотонов и их дисперсий для обоих полей. Помимо этого, рассматриваются фазовые эффекты, а также проводится сравнение полученных результатов с результатами известных задач о взаимодействии трехуровневого атома с двумя классическими полями и двухуровневого атома с одним квантовым полем. Дано объяснение полученных эффектов в терминах квазиэнергий.

В третьей главе рассматриваются методы для количественного описания перепутывания между подсистемами. Исследуется эволюция параметра Шмидта в различных случаях, а также динамика энтропии фон Неймана и взаимной информации фон Неймана. Показана возможность передачи фазовой информации между полями.

В четвертой главе представлен теоретический подход для описания взаимодействия модельного трехуровневого атома с одним неклассическим полем. Рассматриваются особенности и преимущества данной системы по сравнению с системой, рассмотренной во второй главе, в частности, возможность формирования «темного» состояния и наблюдения когерентного пленения населенностей при взаимодействии с полем, изначально находящимся в состоянии сжатого вакуума. Показано значительное изменение фотонной статистики в процессе взаимодействия. Исследуется параметр Шмидта для описания перепутывания между атомной и полевой подсистемами. Также рассматривается распределение Вигнера, показана возможность получения полевых состояний с распределением Вигнера, имеющим отрицательные области.

В пятой главе представлено расширение рассмотренного ранее теоретического подхода на задачу о перемагничивании в сверхпроводящих метаатомах под воздействием импульса магнитного поля. Также исследуется перспективная схема с потенциальным практическим применением, основанная на режиме вынужденных рамановских переходов Λ -типа между спиновыми состояниями кубита через верхние уровни, чтобы обеспечить сверхбыстрый переворот спина на пикосекундной шкале времени.

Глава 1.

Обзор литературы

В данной главе представлен обзор литературы по теме работы. Рассматриваются основные типы неклассических состояний света, их свойства и методы генерации, обсуждается квантовое перепутывание квантовых подсистем и меры его количественной характеристики. Обсуждаются известные физические эффекты, имеющие место при возбуждении атомных систем классическими электромагнитными полями. Последняя часть главы посвящена свойствам сверхпроводящих наноструктурных Джозефсоновских систем.

Важным направлением исследований современной квантовой оптики и атомной физики является анализ неклассических состояний света и их взаимодействия с веществом. Множество эффектов, хорошо известных для классических полей [17, 18], требует отдельного анализа в случае квантового поля. В настоящее время возможна генерация в эксперименте целого ряда неклассических состояний электромагнитного поля, таких как фоковские состояния, бифотонные пары, однофотонные состояния [1-7], когерентные состояния с малым числом фотонов и сжатые состояния света [8-12, 19]. Среди них сжатые состояния света представляются наиболее привлекательными благодаря своим уникальным свойствам, которые очень перспективны для ряда важных практических приложений. Такие неклассические состояния света могут быть получены, например, в процессе параметрического рассеяния и характеризуются сильными корреляциями между фотонами [13, 20-25]. Кроме того, имеет место существенное уменьшение дисперсии одной из квадратур поля, что открывает новые возможности для высокоточных измерений с подавлением уровня шума ниже дробового [21]. В настоящее время возможна генерация сжатых состояний света со средним числом фотонов до 10^{15} на моду [13]. В этом смысле такие состояния света можно отнести к макроскопическим квантовым состояниям.

Для теоретического описания ярких «сжатых» состояний света и их взаимодействия с веществом необходимы новые методы, правомерные за рамками теории возмущений, что является трудной задачей, поскольку среднее число фотонов на моду может быть очень велико. Большая часть разработанных теоретических подходов основана на идее коллективных мод и касается, в основном, частотных свойств «сжатого» света [22-27]. Однако, часто и в этом случае необходимо проводить численное решение, в том числе интегро-дифференциальных уравнений для операторов поля [25,26,28–30]. Такой подход затрудняет понимание физических причин возникающих эффектов. Таким образом, возникает необходимость разработки новых непертурбативных теоретических подходов для описания ярких «сжатых» неклассических полей, а также методов управления их свойствами.

Другими привлекательными объектами являются однофотонные состояния поля, генерируемые при помощи использования квантовых точек, а также захваченных атомов (ионов). Современные экспериментальные разработки позволяют рассматривать распространение таких однофотонных состояний как в полости [1-3], так и в свободном пространстве [4-7]. Корреляции, возникающие при взаимодействии единичных фотонов с атомными подсистемами, являются весьма перспективными с точки зрения разработки квантовой логики осуществления процессов записи и передачи квантовой информации, а также создания алгоритмов по управлению динамикой квантовых битов. Поэтому взаимодействие атомов и наноструктурных систем с неклассическими полями является важным направлением исследований, которое еще только развивается и содержит много нерешенных задач.

Существенная трудность теоретического описания квантового поля заключается в необходимости учета полевых степеней свободы. Однако именно наличие полевых степеней свободы приводит к новым особенностям взаимодействия таких полей с веществом, существенно отличающегося от случая воздействия классических полей [31-34], что требует развития новых

теоретических подходов и разработки нестандартных методов возникающих задач.

Эффекты, возникающие при взаимодействии атомно-молекулярных систем с классическими полями, достаточно хорошо изучены [17, 18, 35-38]. Наиболее интересными оказались явления, обусловленные интерференцией переходов, возникающих при возбуждении или ионизации квантовых систем лазерными полями. Немало новых и важных эффектов было обнаружено при исследовании резонансных рамановских переходов в атомах. К их числу следует отнести явление электромагнитной индуцированной прозрачности, когерентного пленения населенности, образования «темных» состояний, лазерную генерацию без инверсии и др. [39]. Новые открытия в оптике часто связаны с разработкой новых материалов с улучшенными оптическими свойствами. Для примера, появление новых оптических кристаллов в 1970-х и 1980-х годах привело к существенному увеличению эффективности нелинейного преобразования из оптического диапазона частот в ультрафиолетовый. Другим примером является разработка кристаллов с периодической поляризованностью, что позволило достичь лучшего согласования фазовых скоростей в нелинейных оптических процессах по сравнению с неполяризованными кристаллами за счет увеличения длины когерентности. Источником измененного оптического отклика атомной среды в этом случае является созданная лазером когерентность атомных состояний, приводящая к квантовой интерференции между каналами возбуждения. Она влияет на оптический отклик среды, определяемый соотношением между наведенной поляризацией электронов среды и электромагнитным полем.

Во многих случаях механизм интерференции состояний имеет одинаковую природу для совершенно разных объектов, а ее изучение имеет еще и прикладное значение. На примере ансамбля трехуровневых атомов было предсказано и обнаружено множество интересных явлений, таких как когерентное пленение населенностей, лазерная генерация без инверсии, увеличение показателя преломления в непоглощающей среде, квантовые

биения, корреляционный лазер и т.д. При этом когерентные переходные процессы из-за интерференции атомных состояний могут использоваться для передачи и хранения информации,

В случае если частота перехода между атомными уровнями находится в резонансе с частотой поля, созданного лазером, можно исключить поглощение и преломление. Впервые это приближение было названо электромагнитно-индуцированной прозрачностью (ЭИП) Харрисом и его научной группой в 1990 году. Следует отметить, что прозрачность, получаемая таким способом, не является эффектом насыщения или прожигания среды, а имеет чисто резонансный характер.

Рассмотрим более детально явление когерентного пленения населенности. Хотя оно и связано с ЭИП, но является спектроскопическим явлением, которое включает в себя только изменения состояний вещества в оптически тонкой среде, в отличие от ЭИП, для которого нужна оптически толстая среда, а изменяться могут не только состояния вещества, но и оптические поля. Впервые это явление наблюдалось в 1976 году. Рассмотрим его более подробно на примере трехуровневого атома, взаимодействующего с двумя полями. Возможны три разных конфигурации этого взаимодействия: Λ -схема (переходы между двумя нижними уровнями и верхним находятся в резонансе с полями), V-схема (поля связывают два верхних уровня с нижним) и каскадная конфигурация (средний уровень связан с верхним и нижним). Записав гамильтониан такой системы и подставив его в нестационарное уравнение Шредингера, можно получить систему уравнений движения для амплитуд вероятности обнаружить атом в соответствующем энергетическом состоянии. Предполагая, что начальное атомное состояние задается суперпозицией двух нижних состояний, а также комплексные частоты Раби, соответствующие взаимодействию поля с атомным переходом, равны, получим нулевую амплитуду вероятности для верхнего состояния. Это означает, что при эволюции системы населенность так и остается распределенной между двумя нижними уровнями, или, можно сказать, она

захвачена двумя нижними уровнями. В этом случае возникает когерентное пленение населенностей на нижних уровнях, обусловленное деструктивной интерференцией амплитуд двух переходов в верхнее состояние. Такой процесс не характеризуется поглощением даже в присутствии поля. Верхний уровень с нулевой населенностью называется «темным» состоянием. Также эта задача может быть решена при адиабатически медленном включении одного поля и выключении другого. При этом населенность медленно «перетекает» с одного нижнего уровня на другой, но верхний уровень все равно остается незаселенным.

Рассмотрим явление электромагнитно-индуцированной прозрачности также на примере трехуровневой атомной системы. Квантовая интерференция в ней появляется благодаря воздействию сильного когерентного поля на два верхних уровня системы. Это поле иногда называется связующим. При определенных условиях среда становится прозрачной по отношению к пробному полю, в частном случае связывающему нижний и верхний уровни. Основными физическими параметрами, определяющими прозрачность, являются дисперсия и поглощение пробного поля.

Решение уравнения Шредингера в терминах волновых функций не позволяет учесть спонтанные распады, что не соответствует реальным процессам в среде, а значит, необходимо использовать формализм матриц плотности. Записав гамильтониан взаимодействия атома с двумя полями и учтя спонтанные переходы, можно получить уравнения движения для элементов матрицы плотности. Недиagonальные элементы матрицы плотности определяют макроскопическую поляризацию среды, которую можно разложить в ряд по степеням электрического поля. Коэффициенты разложения называются восприимчивостью соответствующего степени порядка. Линейный отклик атома на резонансный свет описывается первым порядком восприимчивости $\chi^{(1)}$. Мнимая часть этой восприимчивости $\text{Im}[\chi^{(1)}]$ определяет диссипацию поля из-за взаимодействия с атомным газом

(поглощение), а реальная часть $\text{Re}[\chi^{(1)}]$ определяет показатель преломления (дисперсию).

Зависимость $\text{Im}[\chi^{(1)}]$ от частоты для дипольно-разрешенных переходов представляет собой функцию Лоренца, её ширина определяется затуханием электромагнитной волны в среде. Показатель преломления соответствует известному дисперсионному профилю поглощения и имеет аномальную дисперсию (уменьшение $\text{Re}[\chi^{(1)}]$ при увеличении частоты поля) в центральной части профиля в пределах ширины линии. При нулевой отстройке пробного поля от резонанса и реальная, и мнимая часть восприимчивости равны нулю, то есть поглощение отсутствует там, где показатель преломления равен единице.

Отсутствие поглощения означает, что импульс пробного поля проходит через среду без потери энергии, а отсутствие дисперсии и, как следствие, преломления приводит к сохранению формы импульса. Если импульс электрического поля сохраняет свою форму и энергию после прохождения через среду, то говорится, что среда прозрачна для этого поля.

Когда пробное поле включается в присутствии связующего поля, когерентно сфазированная населенность второго состояния создает дипольный момент такой же величины и с обратным знаком первичному дипольному моменту, который и определяет ЭИП. Прозрачность можно рассматривать как результат комбинации штарковского расщепления в переменном поле и интерференции между двумя «одетыми» (связующим полем) состояниями.

Кроме того, стоит упомянуть о таком эффекте, как замедление света. Хотя и в момент точного резонанса дисперсия равна нулю, но вблизи резонанса она имеет достаточно крутой ход. Крутизна дисперсии определяет сокращение групповой скорости импульса, что приводит к задержке выхода пробного импульса из среды. В случае отключения связующего поля, в то время как пробный импульс находится в среде, можно получить явление остановки света из-за того, что среда перестает быть прозрачной и импульс

не может из нее выйти. При включении связующего поля среда снова становится прозрачной, и пробный импульс виден на детекторе. Это применение электромагнитно-индуцированной прозрачности открывает широкие перспективы для записи и хранения информации, что необходимо при создании квантовых компьютеров.

Еще одним аспектом, тесно связанным с ЭИП и имеющим применение на практике, является создание сред с большим показателем преломления. Это может быть нужно, например, для управления пучками света в пространстве, при этом крайне существенно, чтобы потери энергии были пренебрежимо малы. В среде из двухуровневых атомов действительная и мнимая части восприимчивости оказываются жестко связанными друг с другом и близкими по величине. В этом случае оказывается, что при большом показателе преломления, определяемом действительной частью линейной восприимчивости, будет настолько большое поглощение, что вся энергия пучка поглощается на расстоянии порядка длины волны излучения. Однако среда из трехуровневых атомов позволяет независимо управлять дисперсией и поглощением среды, и в таком случае можно добиться большого показателя преломления при малом или даже полностью отсутствующем затухании пучка. За счет атомной когерентности и эффектов квантовой интерференции максимум профиля действительной части восприимчивости может соответствовать практически нулевому значению мнимой части линейной восприимчивости.

Описанные выше эффекты имеют место в классических лазерных полях. Однако в случае квантовых полей могут модифицироваться эти уже известные эффекты или возникать новые физические явления. Важным свойством, характеризующим взаимодействие неклассических полей с атомами и наноструктурами, является перепутывание взаимодействующих подсистем друг с другом. Это перепутывание или корреляции существенно влияют на динамику как полной системы, так и ее отдельных компонент. В случае сильного перепутывания взаимодействующие подсистемы уже не

являются независимыми, что дает возможность управления характеристиками одной подсистемы при воздействии на другую [40-47]. Отмеченные особенности важны для целого ряда практических приложений, включая квантовые измерения с пониженными шумами, измерение квантовых стандартов частоты [46], создание квантового атомно-полевого интерфейса, разработка управляемых каналов квантовой связи.

С точки зрения целей информационных технологий, передачу квантовой информации кажется лучше обеспечить, используя перечисленные ранее неклассические состояния света, а ее хранение удобнее организовать на основе так называемых атомных кубитов. Как кубиты можно рассматривать различные системы, например, суперпозицию состояний в атомах, полупроводниках и особенно полупроводниковых квантовых ямах, а также сверхпроводящие Джозефсоновские кубиты. Для хорошей передачи и обмена квантовой информацией, включая фазу, требуется идеальный интерфейс между квантовым светом и атомными кубитами. Ключевым моментом таких протоколов является сильное перепутывание между атомной и полевой подсистемами, которое возникает в процессе их взаимодействия. Простым примером перепутывания является хорошо известная модель Джейнса-Каммингса [39], описывающая взаимодействие двухуровневого атома с одной модой квантованного поля. Преимущество такого квантового перепутывания состоит в возможности извлекать информацию из одной части системы, измеряя другую. А степень перепутывания можно рассчитать, например, с помощью параметра Шмидта [41, 42, 48]. Однако обычно большой интерес представляют более сложные перепутанные системы [49], поскольку в этом случае возможно многопортовое квантовое управление. Например, трехуровневый атом, взаимодействующий с двумя модами квантованного поля, можно рассматривать как важную управляемую линию передачи. Более того, атомные системы, участвующие в различных физических процессах, часто можно хорошо описать с помощью трехуровневой схемы [39]. Однако, несмотря на распространенность таких

систем, перепутывание в многочастичных или составных системах еще очень мало изучено и представляет собой важное направление исследований.

Развитие модели Джейнса-Камингса приводит к рассмотрению параметрического возбуждения одиночных кубитов или их ансамблей в полости [50-52]. В этом случае были обнаружены интересные эффекты, такие как перепутывание, индуцированное в процессе диссипаций, рождение фотонов из вакуума и др. Еще одним важным направлением, связанным с квантовым описанием электромагнитного поля, является анализ режима сверхизлучения ансамбля атомов или кубитов [53-56]. Данные исследования представляют дальнейшее развитие известной задачи Дике [57]. Полученные результаты показывают, что анализ взаимодействия квантованных полей с веществом является актуальной и перспективной областью исследования, однако еще далеко не все возможные новые эффекты обнаружены.

Следует также отметить, что для развития схем квантовой логики требуется как возможность адресного обращения к конкретному кубиту, так и взаимодействие кубитов друг с другом. Одновременное выполнение этих условий затруднено, поскольку при удалении атомов на расстояния порядка длины волны излучения взаимодействие между ними оказывается крайне мало. Поэтому возникает проблема создания «интерфейса» между однофотонным источником и кубитом или между соседними кубитами. Одним из наиболее перспективных направлений исследования для решения этой проблемы является использование различных сред, передающих однофотонное возбуждение. В качестве таких сред или так называемых «волноводов» могут быть рассмотрены цепочки наночастиц, обменивающихся друг с другом квазичастицами – плазмонами или поляритонами [58-60]. Причем наиболее интересным оказывается осуществление управляемой связи между кубитами, например, за счет воздействия на «канал связи» внешним управляющим электромагнитным полем.

Одной из основных проблем современной квантовой физики является передача и хранение квантовой информации. По этой причине большое значение имеет разработка протоколов квантовой логики с использованием быстрого управления состоянием многообещающих кубитов и регистров. Сверхпроводящие искусственные атомы, представляющие собой сверхпроводящие кубиты на основе эффекта Джозефсона [61-66], лежат в основе ряда разработок в алгоритмических и адиабатических квантовых компьютерах, искусственных метаматериалах и квантовых нейронных сетях и представляются очень перспективными для изучения новых типов быстрого управления квантовыми состояниями или инициализации [61-63, 67-81]. Современные технологические возможности позволяют с высокой точностью контролировать характеристики создаваемых сверхпроводящих Джозефсоновских структур. Более того, оказывается возможным динамически подстраивать параметры в процессе реальной работы схемы за счет воздействия внешним магнитным полем. При этом характерные расстояния между энергетическими уровнями варьируются в диапазоне от 100 МГц до 10 ГГц по шкале частот. Очевидно, что частоты Раби прямых возбуждений не превосходят данных параметров. Поэтому осуществление высокоэффективного возбуждения на пикосекундном масштабе времен уже соответствует ультракороткому воздействию. Отметим важное преимущество таких систем по сравнению с обычными атомными или ядерными кубитами. Оно заключается в сочетании управления взаимодействием между искусственными мезоатомами и возможности «адресного» воздействия на любой мезоатом в отдельности. Обычно обе такие возможности одновременно не реализуются, поскольку высокая эффективность взаимодействия кубитов друг с другом исключает «адресное» обращение к отдельному элементу. В случае сверхпроводящих мезоатомов взаимодействие между ними и электромагнитным полем также удается варьировать и сделать достаточно «сильным». Ранее такие объекты не рассматривались как перспективные из-за сильного неконтролируемого

влияния на их динамику «окружения» и внешних диссипаций. Характерные времена потери когерентности составляли первоначально наносекунды и менее, однако в настоящее время достигнуты большие длительности релаксационных процессов вплоть до долей миллисекунд. Поэтому такие системы оказываются крайне перспективными [82,83], но пока еще мало исследованными для задач квантовой информации и развития «квантовой оптики на чипе» [84]. По этой причине важной задачей является разработка быстродействующих квантовых логических схем и управление динамикой сверхпроводящих кубитов на все более коротких временах. Для повышения скорости работы квантовой логики необходимо уменьшение времени переходов между спиновыми состояниями метаатомов. Одним из возможных способов решения этой проблемы является использование униполярных импульсов магнитного поля с пикосекундной длительностью и почти прямоугольных огибающих, которые кажутся очень привлекательными из-за их широкого спектра частот с ярко выраженными почти нулевыми компонентами. Возможности управления сверхпроводящими кубитами (а также считывания их состояний) и индуцирования колебаний Раби с помощью цепочек таких импульсов с различным периодом повторения были показаны в [85-98]. Однако на сегодняшний день достигнутое быстродействие не превосходит наносекундный масштаб времен. Поэтому методы дальнейшего повышения скорости квантовой логики сверхпроводящих кубитов остаются крайне востребованными.

Следует подчеркнуть, что физика наноструктур занимает важное место в современных физических исследованиях. Во-первых, из-за новых эффектов, которые обусловлены пространственным квантованием и проявлением новых свойств таких систем, возникающих из-за локализации в малых размерах. Во-вторых, из-за целого ряда важных практических приложений, включающих современные задачи и устройства опто- и наноэлектроники, разработку алгоритмов хранения и передачи информации, высокоточных измерительных устройств и др.

Для управления свойствами таких наноструктурных объектов во многих случаях используют электрические или магнитные поля [99-101]. Воздействие переменных электромагнитных полей основано на дисперсионных характеристиках среды и индуцирует поляризационный отклик, который обычно осциллирует с частотой поля, что не дает требуемых эффектов при усреднении на достаточно больших временах.

Новым направлением в этой области является взаимодействие наноструктурных систем с неклассическими электромагнитными полями. Это направление еще мало исследовано. В настоящее время существует лишь некоторое количество работ, посвященных данной тематике, в которых рассмотрение обычно ограничивается либо режимом теории возмущений, либо анализом достаточно упрощенных двухуровневых моделей [14-16]. Однако для анализа реальных нано-систем необходима разработка новых непertурбативных подходов, учитывающих не только электронные, но и полевые степени свободы, их взаимовлияние друг на друга и возникающие многочастичные корреляции, существенным образом определяющие динамику системы.

Таким образом, взаимодействие атомных и наноструктурных квантовых систем с неклассическими состояниями поля – актуальная проблема современной квантовой оптики, которая имеет важное фундаментальное и прикладное значение, но пока еще недостаточно исследована.

Когерентное пленение населенности и электромагнитно-индуцированная прозрачность в квантовых электромагнитных полях

В этой главе исследуется задача о резонансном взаимодействии атомной системы, рассматриваемой в приближении трех дискретных уровней, с двумя квантовыми электромагнитными полями. Такая модель может применяться для описания не только обычных атомов, но и полупроводниковых наноструктур, например, допированных примесями квантовых ям. Основные результаты данной главы представлены в публикациях [A1], [A4], [A5].

2.1. Теоретический подход

Далее предполагается, что атом, взаимодействующий с квантовыми полями, находится в так называемой лямбда-конфигурации (Λ -схема), в которой два поля с несущими частотами ω_1 и ω_2 обеспечивают резонансные переходы между первым и третьим, а также вторым и третьим атомными уровнями. Схема энергетических уровней и переходов между ними в такой конфигурации представлена на рисунке 2.1.

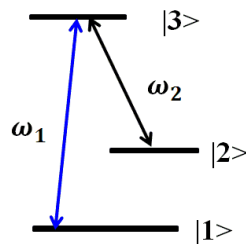


Рисунок 2.1. Схема энергетических уровней модельного трехуровневого атома и резонансных переходов между его уровнями в результате взаимодействия с двумя электромагнитными полями.

Такое взаимодействие атома и двух электромагнитных полей с частотами ω_1 и ω_2 описывается с помощью решения нестационарного уравнения Шредингера в следующем виде:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (\hat{H}_{\text{атом}} + \hat{H}_{\text{поле 1}} + \hat{H}_{\text{поле 2}} + \hat{W}_1 + \hat{W}_2) \Psi \quad (1)$$

Полный гамильтониан системы содержит слагаемые $\hat{H}_{\text{атом}}$ и $\hat{H}_{\text{поле 1,2}}$, соответствующие каждой из трех подсистем без учета взаимодействия между ними, а также слагаемые, описывающие взаимодействие обеих полевых подсистем с атомной $\hat{W}_i = d\varepsilon_{0i}q_i$ в дипольном приближении. Здесь $\mathbf{d} = e\mathbf{r}$ – это оператор дипольного момента атома, q_i – безразмерная полевая координата, а ε_{0i} – это нормировочная постоянная, которая зависит от объема полости или резонатора L^3 как $\varepsilon_{0i} = \sqrt{\frac{4\pi\hbar\omega_i}{L^3}}$. Стоит отметить, что эффективность взаимодействия атома с полем может быть существенно повышена, если выбрать больший дипольный момент или увеличить вакуумное электрическое поле с помощью уменьшения объема резонатора [102]. Такой эффект хорошо известен, и благодаря ему ранее наблюдали вакуумные осцилляции Раби [103]. По этой причине даже малое число фотонов позволяет наблюдать эффекты сильных полей в резонаторе.

В данном подходе не рассматриваются никакие процессы релаксации, поскольку все изучаемые эффекты проявляются на временах, гораздо короче характерных времен релаксации (порядка наносекунд). При этом предполагается, что сила атомно-полевого взаимодействия, которая определяется средней плотностью фотонов $\langle N \rangle / L^3$, достаточно велика, чтобы сделать характерные осцилляции Раби достаточно быстрыми по сравнению с любыми процессами декогеренции в системе.

Решение уравнения (1) ищется в виде зависящей от времени волновой функции, разложенной по собственным волновым функциям атома $\varphi_n(\vec{r})$ и Фоковским состояниям для обеих полевых мод $\Phi_m(q_i)$:

$$\psi(\vec{r}, q_1, q_2, t) = \sum_{n,k,m} C_{nkm}(t) \varphi_n(\vec{r}) \Phi_k(q_1) \Phi_m(q_2) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_{nkm} t\right) \quad (2)$$

Полная энергия состояния рассчитывается как:

$E_{nkm} = E_n + \hbar\omega_1(k + \frac{1}{2}) + \hbar\omega_2(m + \frac{1}{2})$, здесь E_n – энергия n -го атомного уровня, k и m – число фотонов первого и второго электромагнитного поля соответственно.

После подстановки волновой функции (2) в уравнение Шредингера (1), а также с использованием приближения вращающейся волны, можно получить систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка для амплитуд вероятностей $C_{nkm}(t)$ найти атом в состоянии φ_n , а также k или m фотонов в первом или втором квантовом поле соответственно.

$$\begin{cases} i\hbar\dot{C}_{1(k+1)m} = -d_{13}\varepsilon_{01}C_{3km}\sqrt{\frac{k+1}{2}} \\ i\hbar\dot{C}_{2k(m+1)} = -d_{23}\varepsilon_{02}C_{3km}\sqrt{\frac{m+1}{2}} \\ i\hbar\dot{C}_{3km} = -d_{13}\varepsilon_{01}C_{1(k+1)m}\sqrt{\frac{k+1}{2}} - d_{23}\varepsilon_{02}C_{2k(m+1)}\sqrt{\frac{m+1}{2}} \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $d_{ij} = \langle \varphi_i | er | \varphi_j \rangle$ – матричный элемент дипольного момента электрона для перехода между атомными уровнями с номерами i и j . В общем случае система (3) содержит бесконечное число уравнений, но они могут быть разбиты на независимые тройки уравнений, для каждой из которых возможно получить аналитическое решение:

$$\begin{cases} C_{1(k+1)m}(t) = \gamma_{km} + \frac{d_{13}\varepsilon_{01}}{\xi_{km}}\sqrt{\frac{k+1}{2}} \times \\ \quad \left(\alpha_{km} \exp\left(\frac{i}{\hbar}\xi_{km}t\right) - \beta_{km} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\xi_{km}t\right) \right) \\ C_{2k(m+1)}(t) = -\frac{d_{13}\varepsilon_{01}}{d_{23}\varepsilon_{02}}\gamma_{km} + \frac{d_{23}\varepsilon_{02}}{\xi_{km}}\sqrt{\frac{m+1}{2}} \times \\ \quad \left(\alpha_{km} \exp\left(\frac{i}{\hbar}\xi_{km}t\right) - \beta_{km} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\xi_{km}t\right) \right) \\ C_{3km}(t) = \alpha_{km} \exp\left(\frac{i}{\hbar}\xi_{km}t\right) + \beta_{km} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\xi_{km}t\right) \end{cases} \quad (4)$$

Коэффициенты $\alpha_{km}, \beta_{km}, \gamma_{km}$ могут быть получены из начальных условий для атома и поля, заданных в виде $\psi(\vec{r}, q_1, q_2, t = 0) = \sum_{nkm} C_{nkm}^0 \varphi_n(\vec{r}) \Phi_k(q_1) \Phi_m$, следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{km} = \frac{1}{2} C_{3km}^0 + \frac{1}{2\sqrt{2}\xi_{km}} \times \\ \quad (d_{13}\varepsilon_{01}\sqrt{k+1}C_{1(k+1)m}^0 + d_{23}\varepsilon_{02}\sqrt{m+1}C_{2k(m+1)}^0) \\ \beta_{km} = \frac{1}{2} C_{3km}^0 - \frac{1}{2\sqrt{2}\xi_{km}} \times \\ \quad (d_{13}\varepsilon_{01}\sqrt{k+1}C_{1(k+1)m}^0 + d_{23}\varepsilon_{02}\sqrt{m+1}C_{2k(m+1)}^0) \\ \gamma_{km} = \frac{d_{23}\varepsilon_{02}\sqrt{m+1}}{2\xi_{km}^2} (d_{23}\varepsilon_{02}\sqrt{m+1}C_{1(k+1)m}^0 - d_{13}\varepsilon_{01}\sqrt{k+1}C_{2k(m+1)}^0) \end{array} \right. \quad (5)$$

Здесь $\xi_{km}^2 = \frac{1}{2} (d_{13}^2\varepsilon_{01}^2(k+1) + d_{23}^2\varepsilon_{02}^2(m+1))$, и величина $\frac{\xi_{km}}{\hbar}$ имеет смысл, аналогичный смыслу частоты осцилляций Раби для классического поля, но при этом принимает разные значения в каждой независимой тройке уравнений.

Общая волновая функция (2) дает полную информацию о динамике атома и обоих полей, а также их взаимном влиянии друг на друга. Например, используя полученные амплитуды вероятностей (4), можно рассчитать эволюции населенности каждого атомного уровня $P_n(t)$ или распределения по фоковским состояниям $W_k(t)$ и $\tilde{W}_m(t)$ для каждого из полей соответственно:

$$P_n(t) = \sum_k \sum_m |C_{nkm}|^2 \quad (6)$$

$$W_k(t) = \sum_n \sum_m |C_{nkm}|^2 \quad (7)$$

$$\tilde{W}_m(t) = \sum_n \sum_k |C_{nkm}|^2 \quad (8)$$

В качестве начальных условий предполагается, что атом находится на одном из уровней или в суперпозиции собственных состояний, при этом квантовое поле может быть в когерентном состоянии с малым средним

числом фотонов или в состоянии сжатого вакуума. Когерентное состояние $|\alpha\rangle$ с фазой ϑ может быть представлено как суперпозиция фоковских состояний Φ_n следующим образом:

$$|\alpha_\vartheta\rangle = \sum_n \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \frac{|\alpha|^n \exp(in\vartheta)}{\sqrt{n!}} \Phi_n \quad (9)$$

Это выражение соответствует распределению Пуассона по фоковским состояниям со средним числом фотонов $\langle N \rangle = |\alpha|^2$ и дисперсией числа фотонов D_n , равной среднему числу фотонов. Пример такой фотонной статистики для когерентного поля приведен на рисунке 2.2а.

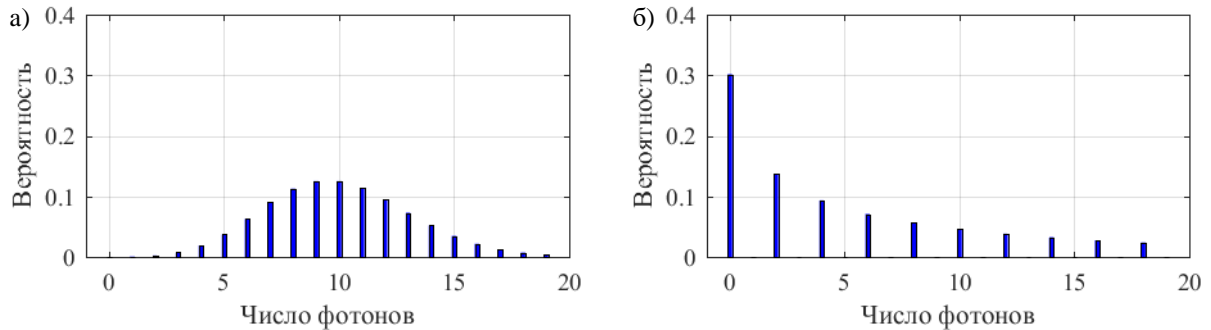


Рисунок 2.2. Сравнение фотонной статистики для когерентного поля (а) и поля в состоянии сжатого вакуума (б) с одинаковым средним числом фотонов $\langle N \rangle = 10$.

Вторым рассматриваемым неклассическим состоянием электромагнитного поля является состояние сжатого вакуума. Его распределение по Фоковским состояниям гораздо шире, чем у когерентного с таким же средним числом фотонов. Кроме того, в распределении учитываются только состояния Фока с четными номерами, что является его принципиальной особенностью:

$$\Psi_{\text{сж}} = \sum_n C_{2n} \Phi_{2n} \quad (10)$$

Коэффициенты разложения определяются следующим соотношением:

$$C_{2n} = (-1)^n \sqrt{\frac{2\gamma}{1+\gamma^2}} \frac{\sqrt{(2n)!}}{2^n n!} \left(\frac{1-\gamma^2}{1+\gamma^2}\right)^n \quad (11)$$

Здесь γ – это параметр сжатия, который связан со средним числом фотонов как $\langle N \rangle = \frac{1}{4} \left(\gamma - \frac{1}{\gamma} \right)^2$. Из-за достаточно большой дисперсии числа фотонов $D_n = 2\langle N \rangle^2 + 2\langle N \rangle$ при компьютерном моделировании потребуются учет фоковских состояний с номерами, как минимум, до $10\langle N \rangle$, чтобы корректно описывать фотонные статистики и прочие характеристики таких полей. В случае когерентных состояний, описываемых изначально распределением Пуассона, существенными являются вероятности с номерами в диапазоне $\langle N \rangle \pm \sqrt{\langle N \rangle}$, поэтому можно ограничиться номерами Фоковских состояний до $2\langle N \rangle$. Пример фотонной статистики для состояния сжатого вакуума приведен на рисунке 2.2б. Также стоит отметить, что вакуумное состояние Φ_0 всегда имеет большой вес в распределении.

2.2. Исследование атомной динамики

Сначала будет рассмотрена динамика атомной подсистемы. В общем случае, из-за взаимодействия с квантовым полем атом находится не в чистом состоянии, а в смешанном, которое описывается матрицей плотности. Ее матричные элементы выглядят следующим образом:

$$\rho_{ij}^{at} = \sum_{k,m} C_{ikm} C_{jkm}^* \exp\left(-\frac{i(E_j - E_i)t}{\hbar}\right) \quad (12)$$

Диагональные матричные элементы в точности совпадают с населенностью атомных уровней (6), в то время как недиагональные элементы содержат информацию о фазовой когерентности в текущем атомном состоянии. Пример временной эволюции населенностей атомных уровней в случае взаимодействия с двумя когерентными полями представлен на рисунке 2.3. Яркой особенностью атомной динамики является наличие так называемых эффектов «коллапса» и «возрождения» атомных переходов.

После начала взаимодействия с полями происходят переходы между атомными уровнями, которые выглядят как колебания населенностей атомных уровней, похожие на осцилляции Раби. В какой-то момент времени,

называемый «коллапсом», колебания подавляются из-за различных частот Раби, связанных с возможными числами фотонов в статистике когерентного света.

В течение достаточно длительного времени в системе не наблюдается переходов, что в эволюции населенностей (рисунок 2.3) выглядит как плато. Это связано с частичным фазовым синхронизмом различных осцилляций. Момент возобновления осцилляций называется «возрождением». Через некоторое время эффект может повториться, при этом длина следующего плато будет меньше, а продолжительность осцилляций между соседними плато наоборот увеличивается. Такое поведение атомной динамики было открыто и экспериментально подтверждено для двухуровневой атомной системы [39, 104], но для трехуровневого атома это анализируется впервые.

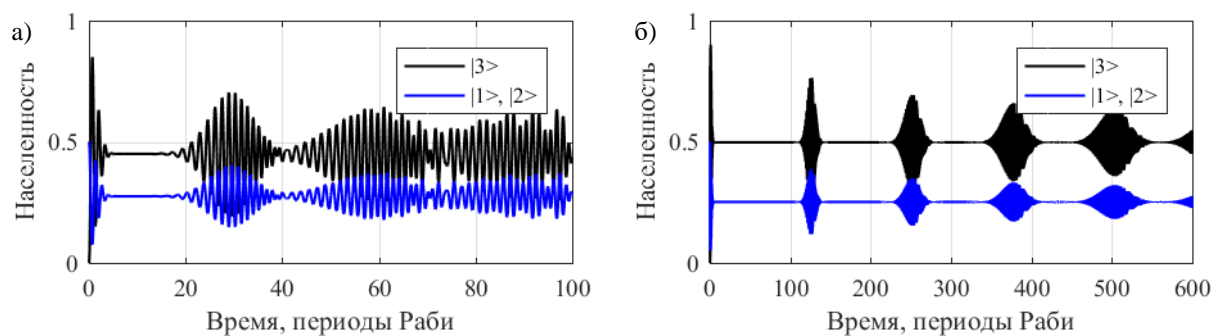


Рисунок 2.3. Временная эволюция населенности верхнего (черная линия) и двух нижних (синяя линия) атомных уровней, рассчитанная для случаев двух одинаковых когерентных полей со средним числом фотонов $\langle N \rangle$, равным 5 (а) и 100 (б), и симметричным начальным атомным состоянием $\phi_{at}(t=0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$, в котором населенность поделена поровну между двумя нижними уровнями

При одинаковом числе фотонов в обоих полях и начальных населенностях на двух нижних уровнях решение системы является симметричным, поскольку в этом случае нет разницы между динамиками обоих полей или двух нижних уровней. Оба поля в данном случае одинаково обеспечивают переходы с соответствующего нижнего уровня на верхний. Поэтому зависимости от времени населенностей двух нижних уровней, а также среднего числа фотонов и дисперсии числа фотонов, эволюция которых рассматривается далее, для обоих полей будут одинаковы.

Стоит отметить, что на рисунке 2.3б динамика явно соответствует неклассическому состоянию, несмотря на относительно большое среднее число фотонов, потому что присутствует плато, которое является чисто квантовым эффектом.

Зависимость продолжительности первого плато в зависимости от среднего числа фотонов, одинакового у обоих когерентных полей, представлена на рисунке 2.4. Хорошо видна тенденция к уменьшению роста продолжительности плато, и при достаточно большом среднем числе фотона, что соответствует переходу к классике, плато должно исчезнуть совсем.

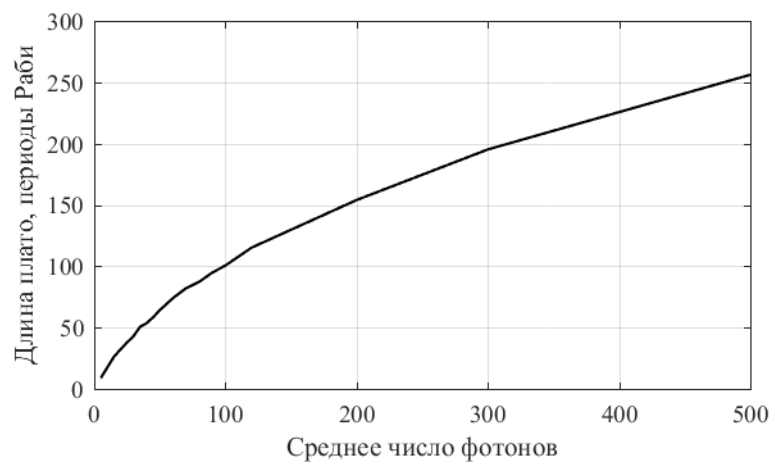


Рисунок 2.4. Зависимость длительности первого плато (в периодах Раби) в атомной динамике от среднего числа фотонов $\langle N \rangle$ когерентных полей. Начальное атомное состояние $\phi_{at}(t = 0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$.

Как можно увидеть, при изменении одного из полей на состояние сжатого вакуума плато еще наблюдается (рисунок 2.5а), но в случае двух сжатых полей плато отсутствует полностью (рисунок 2.5б).

В случае двух сжатых полей нет эффектов коллапса и возрождения, потому что из-за особой фотонной статистики для состояний сжатого вакуума (10-11), в которой есть только четные номера Фоковских состояний, переход с нижних атомных уровней будет происходить в разные полевые состояния для верхнего уровня. Более подробно это будет рассмотрено в разделе 2.4.

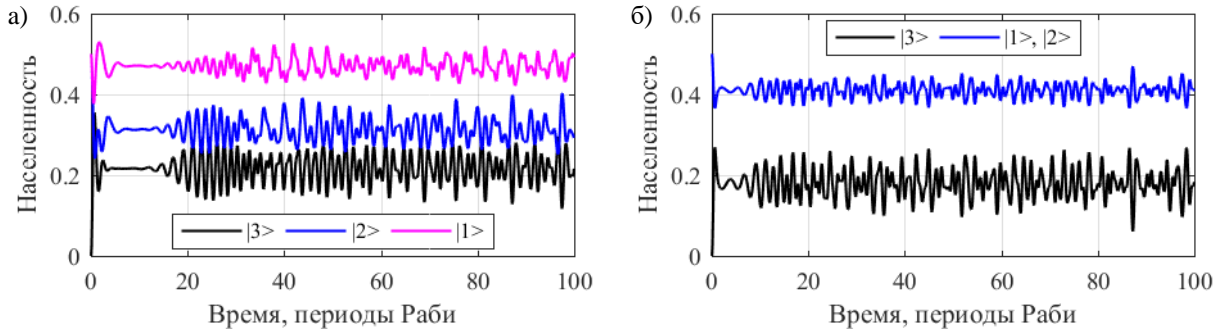


Рисунок 2.5. Временная эволюция населенности верхнего и двух нижних атомных уровней, рассчитанная для случаев взаимодействия с первым когерентным полем и вторым полем в состоянии сжатого вакуума (а) и двумя одинаковыми полями в состоянии сжатого вакуума (б) со средним числом фотонов $\langle N \rangle = 5$ и симметричным начальным атомным состоянием $\phi_{at}(t = 0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$.

2.3. Зависимости от относительных фаз

Одна из целей работы – это исследование, в том числе, фазовых эффектов. Существует ряд эффектов, хорошо изученных для классических лазерных полей, таких как когерентное пленение населенности и электромагнитно-индуцированная прозрачность. Данный раздел посвящен исследованию возможности получения этих эффектов в случае квантовых полей.

Для этого удобно записать начальное условие для системы в следующей форме:

$$\psi(\vec{r}, q_1, q_2, t = 0) = \frac{\varphi_1 + e^{i\Delta} \varphi_2}{\sqrt{2}} |\alpha >_1 |\alpha_\theta >_2 \quad (13)$$

Атомная населенность здесь распределена поровну между двумя нижними атомными уровнями, но с учетом некоторой относительной фазы Δ , присутствующей в соответствующих амплитудах вероятностей. Вторая относительная фаза θ соответствует фазе между двумя полями, находящимися изначально в когерентных состояниях.

Аналитическое решение нестационарного уравнение Шредингера (1) можно представить не только в виде разложения по собственным функциям подсистем без учета взаимодействия, но и также в терминах квазиэнергий и квазиэнергетических волновых функций, которые являются собственными

значениями и собственными функциями для гамильтониана, включающего взаимодействие. Решение каждой системы из трех уравнений (3) можно представить в виде:

$$\begin{pmatrix} C_{1,k+1,m} \\ C_{2,k,m+1} \\ C_{3,k,m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{k+1,m} \\ B_{k,m+1} \\ D_{k,m} \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar}\gamma_{k,m}t} \quad (14)$$

При подстановке (14) в систему (3) и с учетом введенных обозначений:

$$V_1 \equiv \frac{d_{13}\varepsilon_{01}}{\sqrt{2}}, V_2 \equiv \frac{d_{23}\varepsilon_{02}}{\sqrt{2}} \quad (15)$$

система (3) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} A_{k+1,m}\gamma_{k,m} = V_1\sqrt{k+1}D_{k,m} \\ B_{k,m+1}\gamma_{k,m} = V_2\sqrt{m+1}D_{k,m} \\ D_{k,m}\gamma_{k,m} = V_1\sqrt{k+1}A_{k+1,m} + V_2\sqrt{m+1}B_{k,m+1} \end{cases} \quad (16)$$

Решение системы позволяет найти три квазиэнергии $\gamma_{k,m}$:

$$\gamma_{k,m}^{(0)} = 0, \quad \gamma_{k,m}^{\pm} = \pm\sqrt{(k+1)V_1^2 + (m+1)V_2^2} \quad (17)$$

и соответствующие им квазиэнергетические волновые функции $\Psi_{\gamma_{k,m}}$ для каждой тройки уравнений (3):

$$\Psi_{\gamma_{k,m}^{(0)}} \sim (V_2\sqrt{m+1}\varphi_1\Phi_{k+1}\tilde{\Phi}_m - V_1\sqrt{k+1}\varphi_2\Phi_k\tilde{\Phi}_{m+1}) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{\gamma_{k,m}^{\pm}} \sim & (V_1\sqrt{k+1}\varphi_1\Phi_{k+1}\tilde{\Phi}_m + V_2\sqrt{m+1}\varphi_2\Phi_k\tilde{\Phi}_{m+1} \pm \gamma_{k,m}^{\pm}\varphi_3\Phi_k\tilde{\Phi}_m) \cdot \\ & \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}\gamma_{k,m}^{\pm}t} \end{aligned} \quad (19)$$

Наиболее интересной и полезной оказывается стационарная квазиэнергия $\gamma_{k,m}^{(0)} = 0$. Соответствующая ей квазиэнергетическая волновая функция (18) не содержит собственной функции верхнего уровня φ_3 . Это означает, что если в качестве начального состояния системы выбрано квазиэнергетическое состояние (18), то верхний уровень так и не будет заселен с течением времени в процессе взаимодействия с полями. В таком случае вся атомная населенность будет распределена между двумя нижними

уровнями в любой момент времени, что соответствует хорошо известному для классических электромагнитных полей эффекту когерентного пленения населенности.

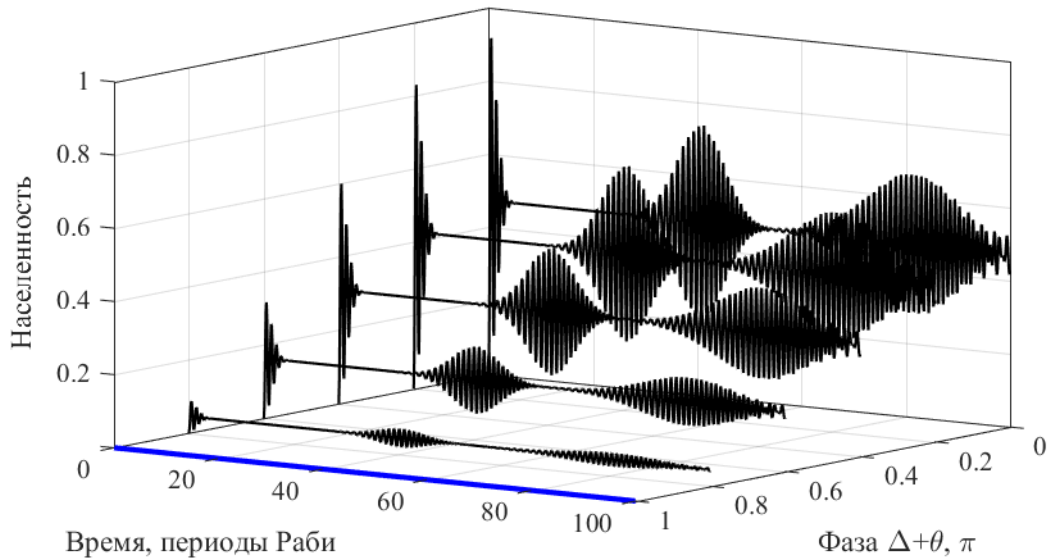


Рисунок 2.6. Эволюция населенности верхнего атомного уровня при разных значениях суммарной фазы $\Delta + \theta$ для начального состояния системы (13). Среднее число фотонов для обоих когерентных полей равно 10.

На рисунке 2.6 продемонстрирована фазовая зависимость населенности верхнего уровня. Голубой линией выделена эволюция при суммарной фазе $\Delta + \theta$, равной π .

Кроме того, уровень плато также меняется при различных фазах, причем монотонным образом, что позволяет установить соответствие между постоянной населенностью атомных уровней в течение достаточно долгого времени и начальной фазой. Эта особенность атомной динамики открывает возможности для широкого ряда потенциальных практических применений, связанных, например, с записью и хранением информации. На рисунках 2.7а и 2.7б показано изменение уровня плато в зависимости от суммарной фазы $\Delta + \theta$ для различных средних чисел фотонов. Несмотря на то, что в начальный момент времени вся населенность распределена пополам между двумя нижними уровнями, а верхний уровень не заполнен, при нулевой суммарной фазе с увеличением среднего числа фотонов уровень плато у

населенности верхнего уровня увеличивается и стремится к 0.5 (половина всех имеющихся атомов). Населенность двух нижних уровней всегда распределена одинаково в силу симметрии начальных условий, в том числе и на плато. С увеличением среднего числа фотонов уровень плато у населенностей обоих нижних уровней стремится к четверти.

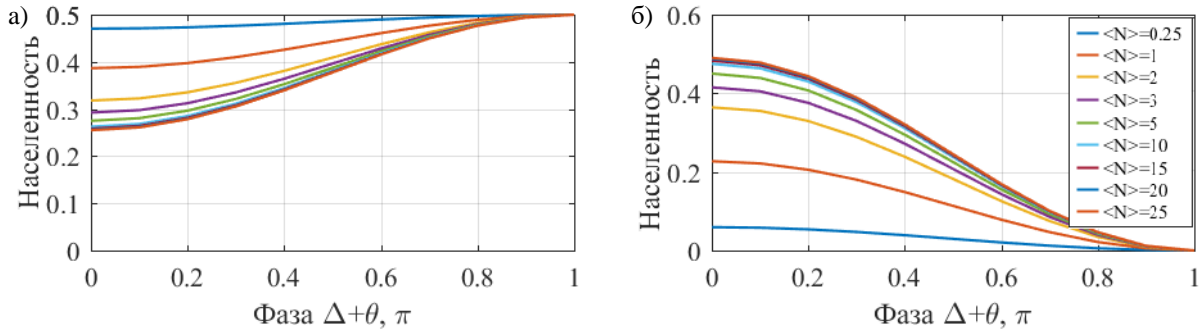


Рисунок 2.7. Зависимость уровня плато у населенности одного из нижних (а) или верхнего (б) атомного уровня от суммарной фазы $\Delta + \theta$ при различных средних числах фотонов $\langle N_1 \rangle = \langle N_2 \rangle$ двух когерентных полей. Начальное состояние системы соответствует условию (13).

Эффект когерентного пленения населенностей довольно чувствителен к начальным условиям, включающих в себя начальное распределение населенности между двумя нижними уровнями, условие на суммарную фазу, а также средние числа фотонов для обоих когерентных полей. Зависимость от суммарной фазы перестает быть такой выраженной, если сделать разные начальные значения средних чисел фотонов у двух когерентных полей. На рисунке 2.8 продемонстрировано как меняется атомная динамика в зависимости от изменяющегося среднего числа фотонов во втором поле при зафиксированном начальном среднем числе фотонов в первом поле и суммарной фазе $\Delta + \theta$, равной π . Выделенная синяя линия соответствует точному соответствию $\langle N_1 \rangle = \langle N_2 \rangle$. Хорошо видно, что с увеличением $\langle N_2 \rangle$ относительно $\langle N_1 \rangle$ атомная динамика при фазе π все больше стремится к своему виду при фазе 0, что и показывает ослабление фазовой зависимости для выполнения условия когерентного пленения населенностей.

Стоит отдельно отметить, что начальная статистика полей также важна. Результаты, представленные на рисунках 2.6-2.8, рассчитаны для двух

когерентных полей, но в случае, если хотя бы одно изначально когерентное поле заменить на состояние сжатого вакуума, зависимость как от фазы между атомными уровнями Δ , так и от фазы θ между двумя состояниями сжатого вакуума будет отсутствовать. Это не позволяет организовать условия для когерентного пленения населенностей тем же способом, что и при двух когерентных полях. Причины отсутствия фазовой зависимости для состояний сжатого вакуума будут объяснены в следующем разделе, а возможный способ формирования «темного» состояния для сжатых полей будет обсуждаться в главе 4.

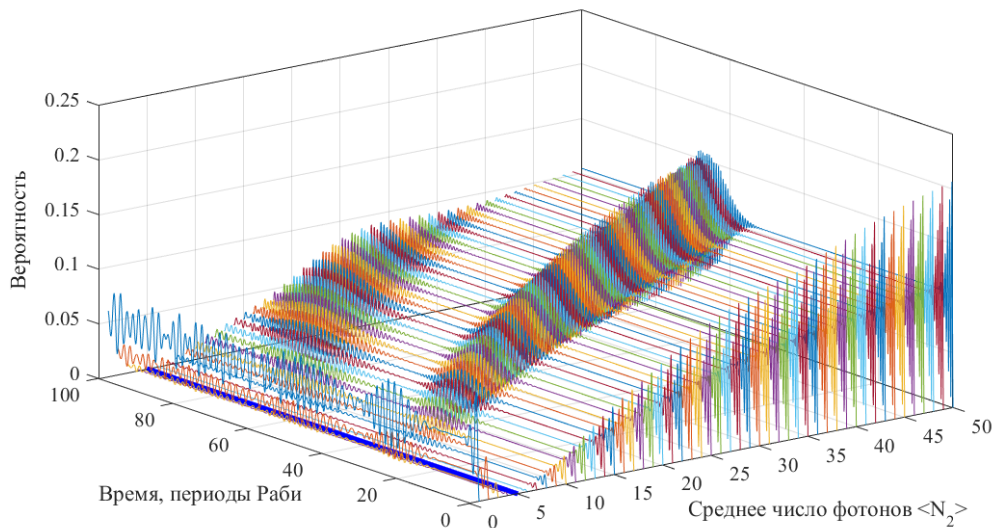


Рисунок 2.8. Временная эволюция населенности верхнего атомного уровня при фиксированной суммарной фазе $\Delta + \theta = \pi$ и среднем числе фотонов первого когерентного поля $\langle N_1 \rangle = 5$ и различных значениях среднего числа фотонов второго когерентного поля $\langle N_2 \rangle$. Синей линией выделено условие $\langle N_1 \rangle = \langle N_2 \rangle = 5$.

Похожим образом можно продемонстрировать эффект, по смыслу аналогичный эффекту электромагнитно-индуцированной прозрачности для классических полей. Пусть изначально вся населенность находится на нижнем атомном уровне, а первое поле, связывающее этот уровень с верхним, фактически будет являться пробным. Если бы не было второго (связующего) поля, то пробное поле организует перенос с нижнего первого уровня на верхний. Но при увеличении $\langle N_2 \rangle$, что соответствует усилению

связующего поля, населенность верхнего уровня падает, что продемонстрировано на рисунке 2.9.

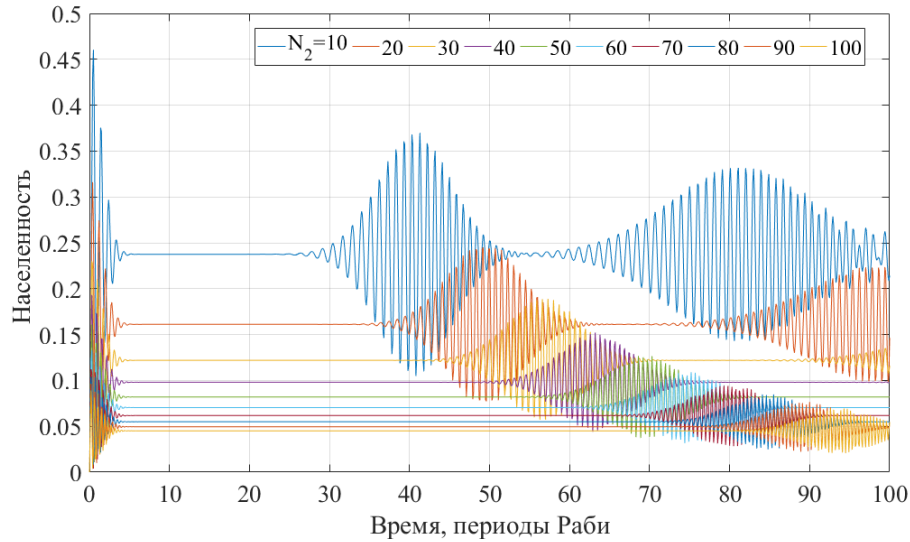


Рисунок 2.9. Эволюция населенности верхнего атомного состояния при различных значениях $\langle N_2 \rangle$. Среднее число фотонов первого поля $\langle N_1 \rangle = 10$. Оба поля являются когерентными. Начальное атомное состояние $\varphi(t = 0) = \varphi_1$

2.4. Фотонная статистика и эволюция полевых характеристик

Наличие эффектов коллапса и возрождения проявляется не только в атомной динамике, но и в динамике полей. Наличие аналитического решения (4) в виде амплитуд вероятностей позволяет рассчитать также и некоторые величины, которые характеризуют динамику поля. Это может быть фотонная статистика (7, 8) в любой момент времени, а с ее помощью можно исследовать эволюцию среднего числа фотонов в поле или его дисперсии:

$$\langle N(t) \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot W_k(t) \quad (20)$$

$$D_N(t) = \langle N^2(t) \rangle - \langle N(t) \rangle^2 = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \cdot W_k(t) - \left(\sum_{k=0}^{\infty} k \cdot W_k(t) \right)^2 \quad (21)$$

Пример эволюции среднего и дисперсии при среднем числе фотонов в обоих полях $\langle N \rangle = 5$ показан на рисунке 2.10. Поскольку до начала взаимодействия поля были когерентными и имеющими статистику, соответствующую распределению Пуассона, то в начальный момент времени

дисперсия числа фотонов равна его среднему. Но в процессе взаимодействия статистика меняется, и дисперсия всегда оказывается больше среднего.

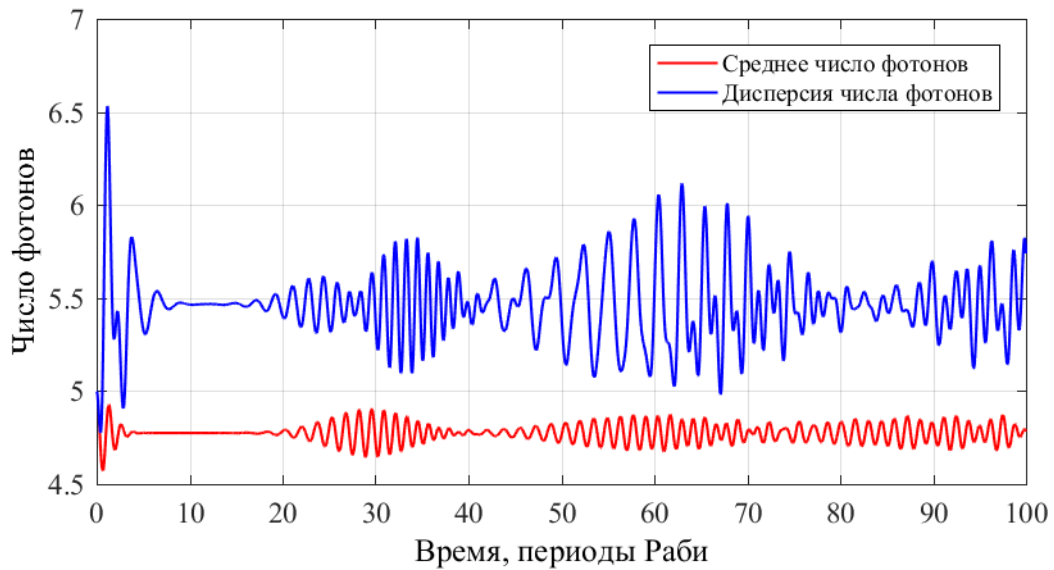


Рисунок 2.10. Эволюция среднего числа фотонов $\langle N(t) \rangle$ и его дисперсии $D_N(t)$ для двух когерентных полей с начальным средним числом фотонов $\langle N \rangle = 5$. Начальное атомное состояние $\varphi(t = 0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$

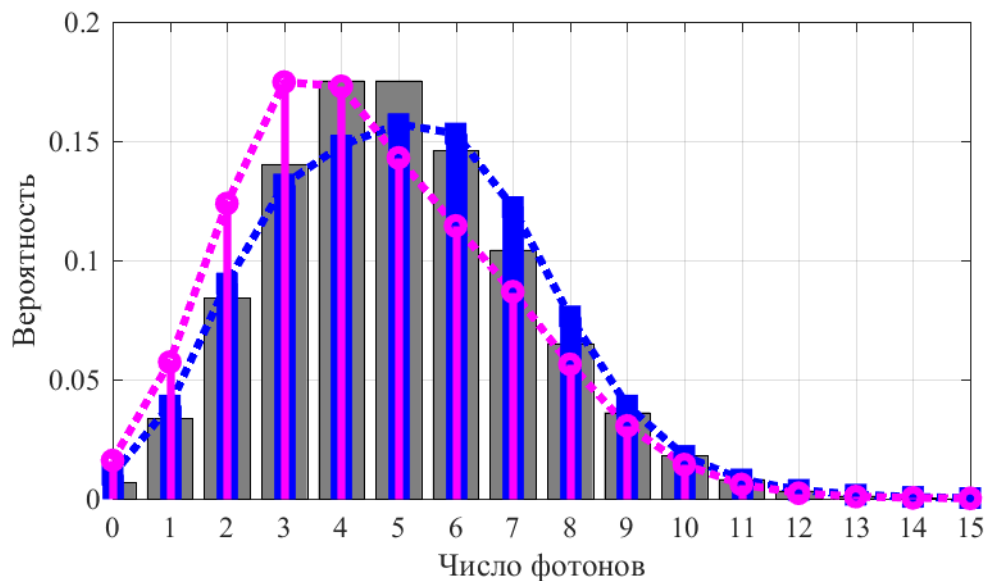


Рисунок 2.11. Фотонная статистика одного из когерентных полей с начальным средним числом фотонов $\langle N \rangle = 5$ в три момента времени. Начальное атомное состояние $\varphi(t = 0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$. Серые данные соответствуют начальному моменту времени (распределение Пуассона), розовые и синие – два момента времени уже в процессе взаимодействия.

Изменения самой фотонной статистики показаны на рисунке 2.11. Распределение довольно близко к Пуассоновскому при малых значениях среднего числа фотонов $\langle N \rangle$, хотя и не является им.

Теперь можно рассмотреть зависимость от фаз, введенных в (13), для среднего числа фотонов и его дисперсии. Зависимости этих величин от общей фазы $\Delta + \theta$ представлены на рисунке 2.12 и характеризуются периодом, равным 2π . Как и в рассмотренной ранее эволюции атомной динамике, здесь наблюдаются эффекты коллапса и возрождения, то есть наличие плато. Уровень этого плато также изменяется с фазой.

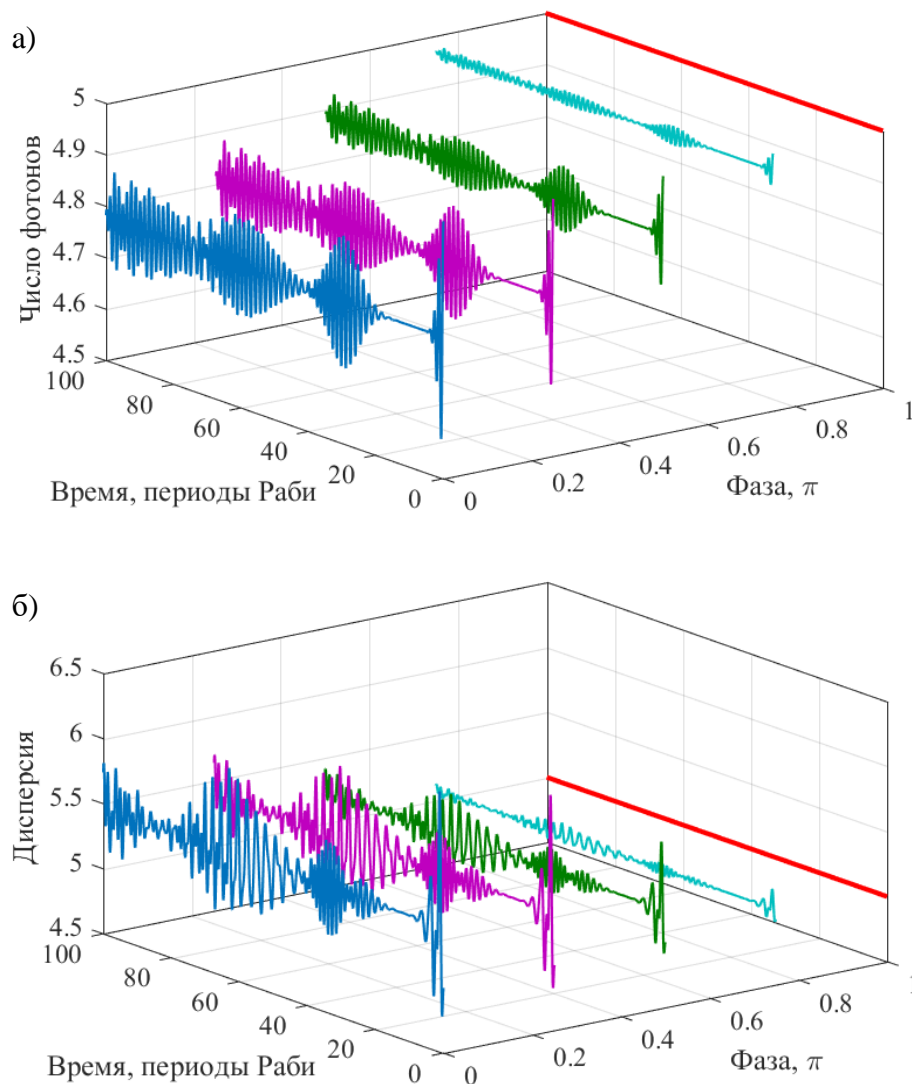


Рисунок 2.12. Динамика среднего значения $\langle N \rangle$ (а) и дисперсии D_N (б) числа фотонов, показанная в зависимости от общей фазы $\Delta + \theta$ при фиксированной фазе между полями $\theta = \frac{\pi}{5}$ в случае начального условия (10) для двух когерентных полей с начальным средним числом фотонов $\langle N \rangle = 5$.

При выполнении условия

$$\Delta + \theta = \pi \quad (22)$$

оба поля остаются в когерентном состоянии с распределением Пуассона по состояниям Фока и равными значениями среднего числа и дисперсии фотонов. Для других фазовых условий среднее число фотонов становится меньше, в то время как дисперсия оказывается больше из-за взаимодействия с атомом и частичной передачи энергии, обеспечивающей атомное возбуждение. Темно-синяя линия на рисунках 2.12а и 2.12б соответствует фазе $\Delta + \theta = 0$ и так же представлена ранее отдельно на рисунке 2.10. Красная линия соответствует выполнению условия (22).

Статистика фотонов, образующаяся при взаимодействии с атомом, представляется суперпуассоновской, поскольку дисперсия превышает среднее число фотонов. Однако, хотя параметр Манделя [105] находится недалеко от единицы, отклонение статистики фотонов от пуассоновской может быть значительным. Чтобы проанализировать такую особенность, стоит исследовать распределение числа фотонов в двух полях при условии, что атом находится на верхнем уровне: $W_{km}(t) = |C_{3km}|^2$. На рисунке 2.13 представлены такие распределения в различные моменты времени. Во время взаимодействия с атомом двумерное распределение полей характеризуется хорошо выраженными числами фотонов, большими или меньшими, чем 10.

Первоначально оба когерентных поля являются независимыми, при этом их полное распределение $W_{km}(t) = |C_{1km}|^2 + |C_{2km}|^2 + |C_{3km}|^2$ может быть охарактеризовано просто окружностью, центрированной по среднему числу фотонов, равному 10. В выбранном начальном состоянии атома $\varphi(t=0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$ верхний уровень не заселен, поэтому условное двумерное распределение $|C_{3km}|^2$ будет представлять собой «желтый квадрат» нулевых значений. С началом взаимодействия начинаются и переходы на верхний атомный уровень, что приводит к ненулевым значениям соответствующих вероятностей.

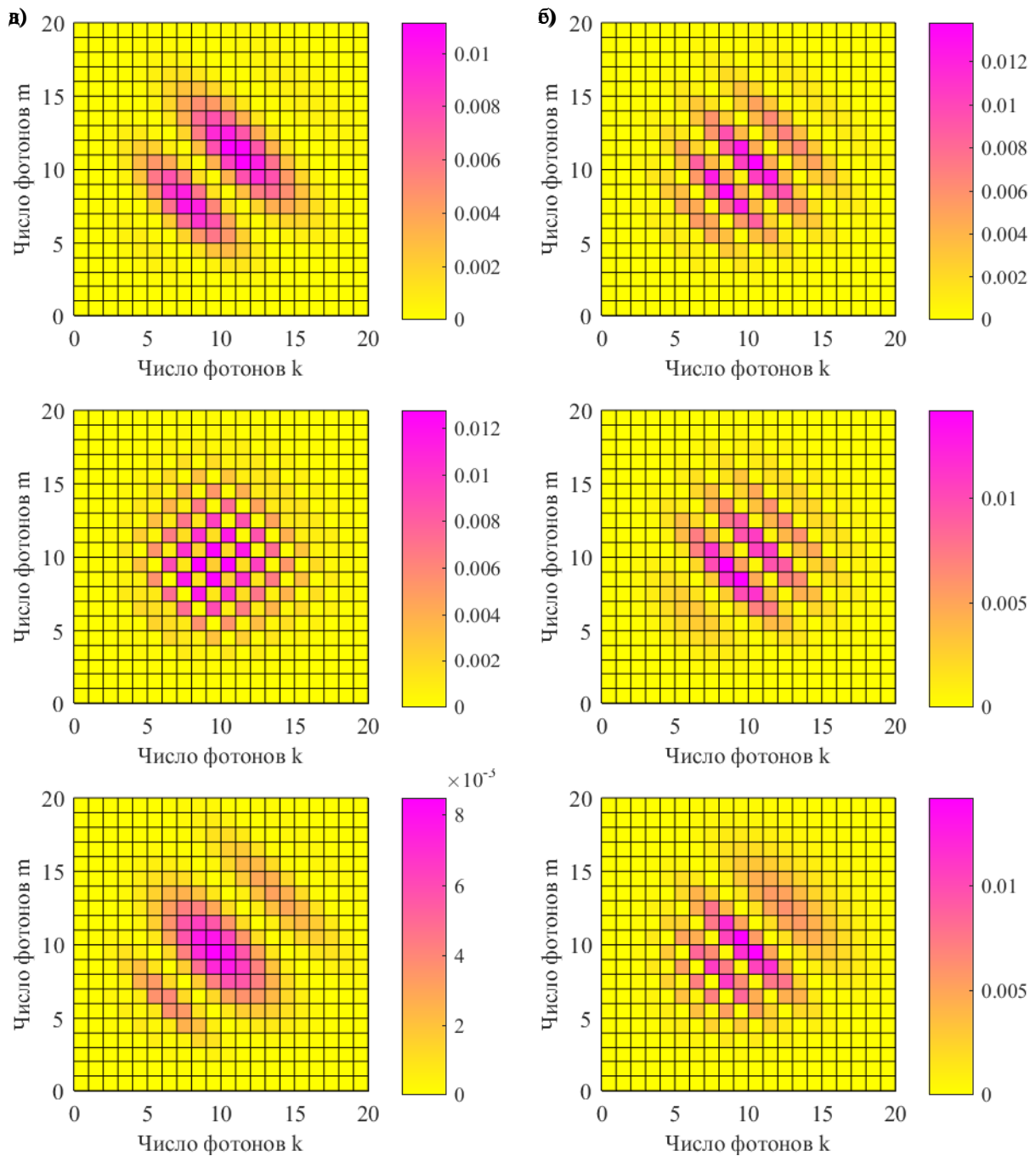


Рисунок 2.13. Двумерное распределение условной вероятности $|C_{3km}|^2$ по числу фотонов k и m в обоих полях при условии, что атом находится на верхнем уровне. Оба квантовых поля изначально находятся в когерентных состояниях со средним числом фотонов $\langle N \rangle = 10$. Начальное атомное состояние $\varphi(t=0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$. Распределения построены для моментов времени $t = 5$ (а), 10 (б), 20 (в), 30 (г), 40 (д), 50 (е) периодов Раби, прошедших с начала взаимодействия.

Рисунок 2.13а соответствует моменту времени перед началом первого «коллапса». Первый розовый маркер на рисунке 2.14а показывает соответствующую населенность атомных уровней, а на рисунке 2.14б

черными маркерами в соответствующий момент времени отмечены значения среднего числа фотонов и его дисперсии. Видно, что для атомной населенности и среднего числа фотонов плато уже практически началось, но для дисперсии это не так. Рисунки 2.13б и 2.13в показывают изменение статистики примерно к середине плато. Это распределение поменялось принципиальным образом, визуально выходя теперь похожим на шахматную доску. Такая особая структура распределения является результатом сильных корреляций между фотонами двух полей, появившихся в результате взаимодействия. К моменту «возрождения» такая особая структура начинает исчезать (рисунок 2.13г), к моменту уже снова возникших осцилляций (рисунок 2.13д) уже все фоковские состояния опять дают вклад в статистику. К моменту второго «коллапса» структура шахматной доски начинает возникать снова (рисунок 2.13е).

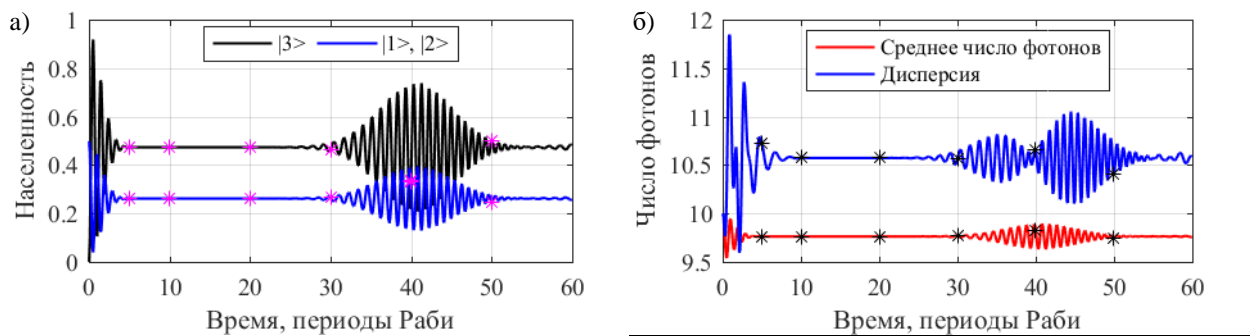


Рисунок 2.14. Эволюция атомной динамики (а) и среднего числа фотонов $\langle N \rangle$ и его дисперсии D_N (б) для двух когерентных полей с начальным средним числом фотонов $\langle N \rangle = 10$. Розовыми и черными маркерами выделены значения величин в шесть моментов времени для рисунка 2.13.

Фотонная статистика для сжатого состояния (10-11) изначально содержит только четные номера фоковских состояний. Но, как видно на рисунке 2.15, могут появиться нечетные номера, более того, в некоторые моменты времени вероятности нечетных номеров могут стать даже больше вероятностей четных номеров. Это демонстрирует значительное и принципиальное изменение фотонной статистики изначально сжатого поля в процессе взаимодействия с атомом.

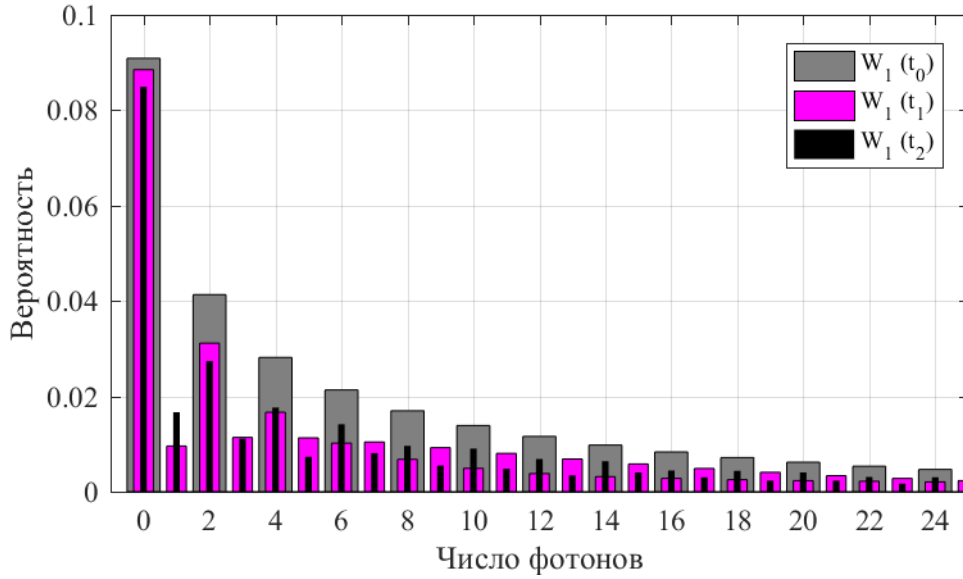


Рисунок 2.15. Фотонная статистика одного из сжатых полей в три момента времени. Серый цвет соответствует начальной статистике состояния сжатого вакуума, розовый и черный – двум моментам времени после начала взаимодействия полей с атомом. Среднее число фотонов $\langle N_1 \rangle = \langle N_2 \rangle = 10$.

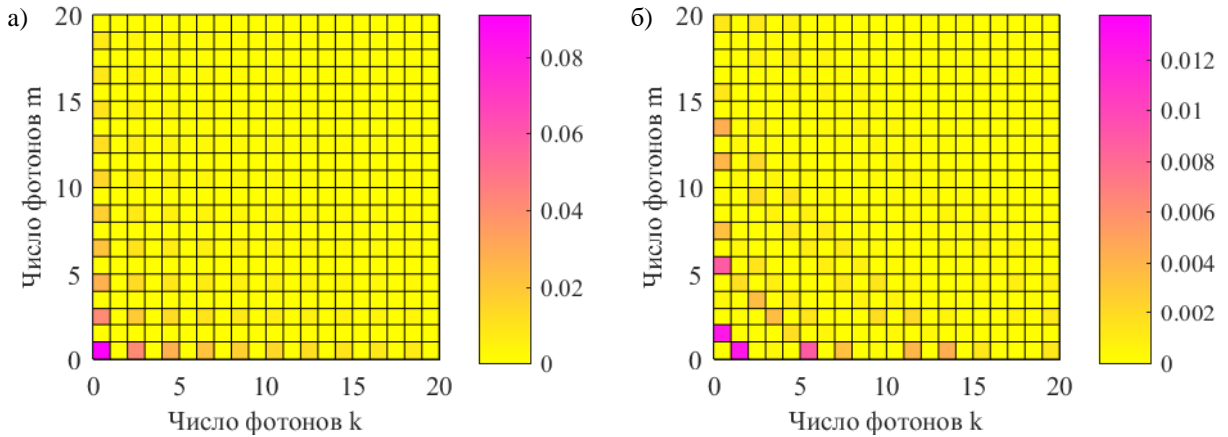


Рис. 2.16. Двумерное распределение по числу фотонов k и m в обоих полях. Оба квантовых поля изначально находятся в состояниях сжатого вакуума со средним числом фотонов $\langle N \rangle = 10$. Начальное атомное состояние $\varphi(t=0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$. На рисунке (а) построено полное двумерное распределение $W_{km}(t) = |C_{1km}|^2 + |C_{2km}|^2 + |C_{3km}|^2$ в начальный момент времени. На рисунке (б) построено двумерное распределение $|C_{3km}|^2$ при условии, что атом находится на верхнем уровне, в момент времени $t = 4.1$ периодов Раби.

Ранее упоминалось, что в случае сжатого вакуума не наблюдаются эффекты «коллапса» и «возрождения», а также когерентное пленение населенностей. Это связано с тем, что полевые состояния для двух нижних

уровней имеют оба четных полевых индекса k и m , поскольку фотонная статистика состояний сжатого вакуума изначально содержит только четные фоковские состояния.

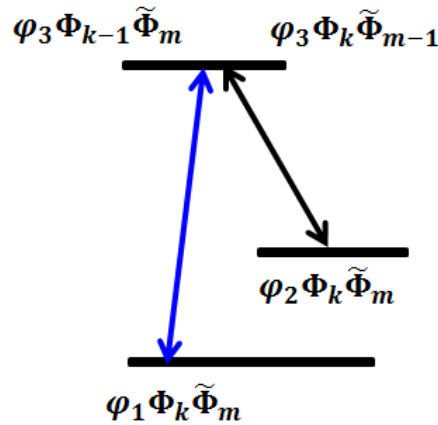


Рисунок 2.17. Иллюстрация изменения индексов полевых состояний в случае взаимодействия атома с двумя полями, изначально находящимися в состояниях сжатого вакуума. При этом атомная населенность распределена поровну между двумя нижними атомными уровнями.

В случае перехода за счет первого поля итоговое состояние будет $\Phi_{k-1} \tilde{\Phi}_m$, то есть нечетным по первому индексу и четным по второму (рисунок 2.17). В случае перехода за счет второго поля у финального состояния $\Phi_k \tilde{\Phi}_{m-1}$ наоборот первый индекс остается четным, а второй становится нечетным. Таким образом, переходы на верхний уровень происходят в разные полевые состояния. Благодаря этому оказывается невозможной деструктивная интерференция, которая способствовала получению фазовых эффектов. И этим же объясняется структура «шахматной доски» у двумерной фотонной статистики на рис. 2.13, поскольку ненулевыми могут быть только вероятности, соответствующие четно-нечетным и нечетно-четным клеткам.

Перепутывание атомной и полевых подсистем при взаимодействии

Два электромагнитных неклассических поля, рассматриваемых в предыдущей главе, изначально независимы друг от друга, но становятся связанными из-за взаимодействия каждого из них с атомом. Существует много способов описать степень перепутывания подсистем [41-43, 45, 48, 49, 106], но это достаточно сложно сделать для перепутывания между всеми тремя подсистемами сразу. Результаты данной главы представлены в публикациях [A1, A4, A5].

3.1. Перепутывание между атомом и полевой подсистемой

Для начала рассмотрим перепутывание атома и в целом полевой системы. Как было показано ранее, матрица плотности атомной подсистемы задается выражением:

$$\rho_{ij}^{at} = \sum_{n,k} C_{ink} C_{jnk}^* \exp\left(-\frac{i(E_j - E_i)t}{\hbar}\right) \quad (23)$$

Недиагональные элементы атомной матрицы плотности относятся к когерентности атомного состояния. Они ненулевые в случае чистого атомного состояния и характеризуют степень его чистоты.

Параметр, равный обратному следу квадрата матрицы плотности, показывает, насколько атомное состояние может быть смешанным.

$$K = [Tr(\rho_{at}^2)]^{-1} \quad (24)$$

Для рассматриваемой многочастичной системы этот параметр определяет перепутывание между атомом и обоими полями и называется параметром Шмидта. Минимальное значение K равно единице и соответствует чистому состоянию атома. В случае трехуровневого атома

параметр Шмидта может быть рассчитан как $K = [\sum_{ij} |\rho_{ij}^{at}|^2]^{-1}$, и его максимальное значение равно 3.

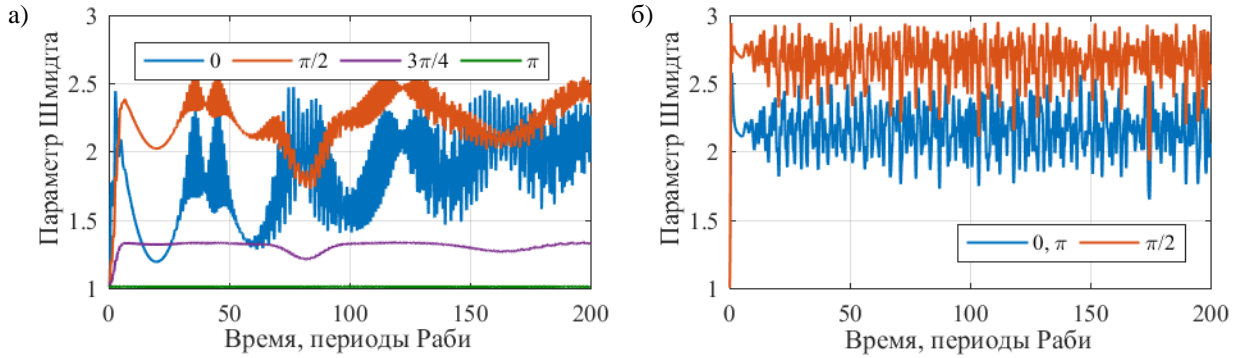


Рисунок 3.1. Динамика параметра Шмидта K для значений общей фазы $\Delta + \theta = 0; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}; \pi$ для двух когерентных полей (а) и при $\Delta + \theta = 0; \frac{\pi}{2}$ для двух сжатых полей (б) при фиксированной фазе $\theta = \frac{\pi}{5}$ в случае начального атомного состояния $\frac{\varphi_1 + e^{i\Delta}\varphi_2}{\sqrt{2}}$ и среднего числа фотонов $\langle N \rangle = 10$.

Для суммарной относительной фазы $\Delta + \theta$, равной π , что соответствует условию для формирования когерентного пленения населенностей (22), параметр Шмидта равен 1, что означает чистое состояние для атома и его полное отделение от квантовых полей. При этом для полной фазы $\Delta + \theta = \pi/2$ перепутывание оказывается наибольшим, поскольку все квазиэнергетические состояния (18, 19) заполнены. Хотя в этом случае параметр Шмидта не достигает своего максимального значения, его можно дополнительно увеличить, изменив начальные средние числа фотонов квантовых полей и силу взаимодействия полей с атомом.

В случае, когда два сжатых вакуумных поля взаимодействуют с атомной системой, ее динамика и перепутывание оказываются совершенно другими по сравнению с воздействием когерентных полей. Квазиэнергетическое состояние (19) характеризуется соседними номерами фоковских состояний, умноженных на атомные состояния φ_1 и φ_2 соответственно. По этой причине, если хотя бы одно из полей в начальном состоянии (15) будет сжатым вакуумом вместо когерентного состояния, не только квазиэнергетические состояния (19) будут заполнены, но и квазиэнергетические состояния (20). В результате когерентное пленение

населенностей и формирование «темного состояния» не могли наблюдаться в случае сжатого вакуумного света. Более того, атомная динамика в случае хотя бы одного сжатого поля в начальном условии оказывалась совершенно нечувствительной по отношению к атомной фазе или фазе поля. В отличие от случая двух когерентных полей, для сжатого вакуумного света населенность верхнего атомного состояния оказывается гораздо меньше по сравнению с двумя нижними состояниями, поскольку вклады различных заселенных квазиэнергетических состояний, относящиеся к этому атомному уровню, частично компенсируют друг друга. .

При этом оказывается, что перепутывание атома с двумя полями в состоянии сжатого вакуума обладает фазовой чувствительностью. Рассчитанный в этом случае параметр Шмидта представлен на рисунке 3.1б для двух различных значений полной фазы $\Delta + \theta = 0$ и $\pi/2$. Он изменяется в более узком диапазоне по сравнению с данными на рисунке 3.1а. Как и в случае двух когерентных состояний, наибольшее перепутывание достигается для полной фазы $\Delta + \theta = \pi/2$. Однако период этой фазовой зависимости оказывается равным π вместо 2π , наблюдаемого для двух когерентных полей. Более того, среднее значение параметра Шмидта, усредненное по времени, оказывается не менее 2 для любых фазовых состояний, что является результатом довольно специфического состояния полевой подсистемы, сформированного во время взаимодействия с атомом. Следует отметить, что фазовая зависимость перепутывания, наблюдаемая в случае двух сжатых вакуумных полей, происходит только из-за фазовой чувствительности недиагональных элементов атомной матрицы плотности, в то время как для двух состояний когерентного поля диагональные элементы также играют роль.

3.2. Перепутывание между полевыми подсистемами при фиксированном состоянии атома

Еще один способ для исследования перепутывания в рассматриваемой системе – это фиксация атома в конкретном состоянии и рассмотрение перепутывания между двумя модами квантового поля. Это означает, что перепутывание между двумя полями рассчитывается при условии, что атом находится на конкретном уровне. В этом случае двухчастичная волновая функция полевой подсистемы при условии, что атом находится на уровне n , будет рассчитываться как проекция полной волновой функции системы на атомное состояние n :

$$\psi(q_1, q_2) = \langle \varphi_n | \psi_{total} \rangle \quad (25)$$

С помощью этой волновой функции можно задать матрицу плотности для двух полей как $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$.

Далее следует проредуцировать матрицу плотности по одному из полей (например, второму), при этом элемент редуцированной матрицы плотности будет выглядеть как:

$$(\rho_{red})_{k_1}^{k_2} = \sum_m C_{nk_1m} C_{nk_2m}^* \exp(-i\omega_1(k_1 - k_2)t) \quad (26)$$

Степень перепутывания между двумя полями определяется параметром Шмидта:

$$K = \frac{1}{\text{Tr}((\rho_{red})^2)} \quad (27)$$

Данный параметр равен единице, если системы не перепутаны, и чем более перепутаны системы, тем он также становится больше.

При проецировании на один из нижних уровней перепутывание существенно меньше, поскольку поля эффективно взаимодействуют друг с другом через верхнее состояние атома.

Рисунок 3.2 представляет собой демонстрацию зависимости параметра Шмидта от общей фазы, заданной в начальном условии. При выполнении условия $\Delta + \theta = \pi$, которое соответствовало когерентному пленению населенностей, параметр Шмидта оказывается равен единице в любой момент времени, что соответствует отсутствию перепутывания между подсистемами.

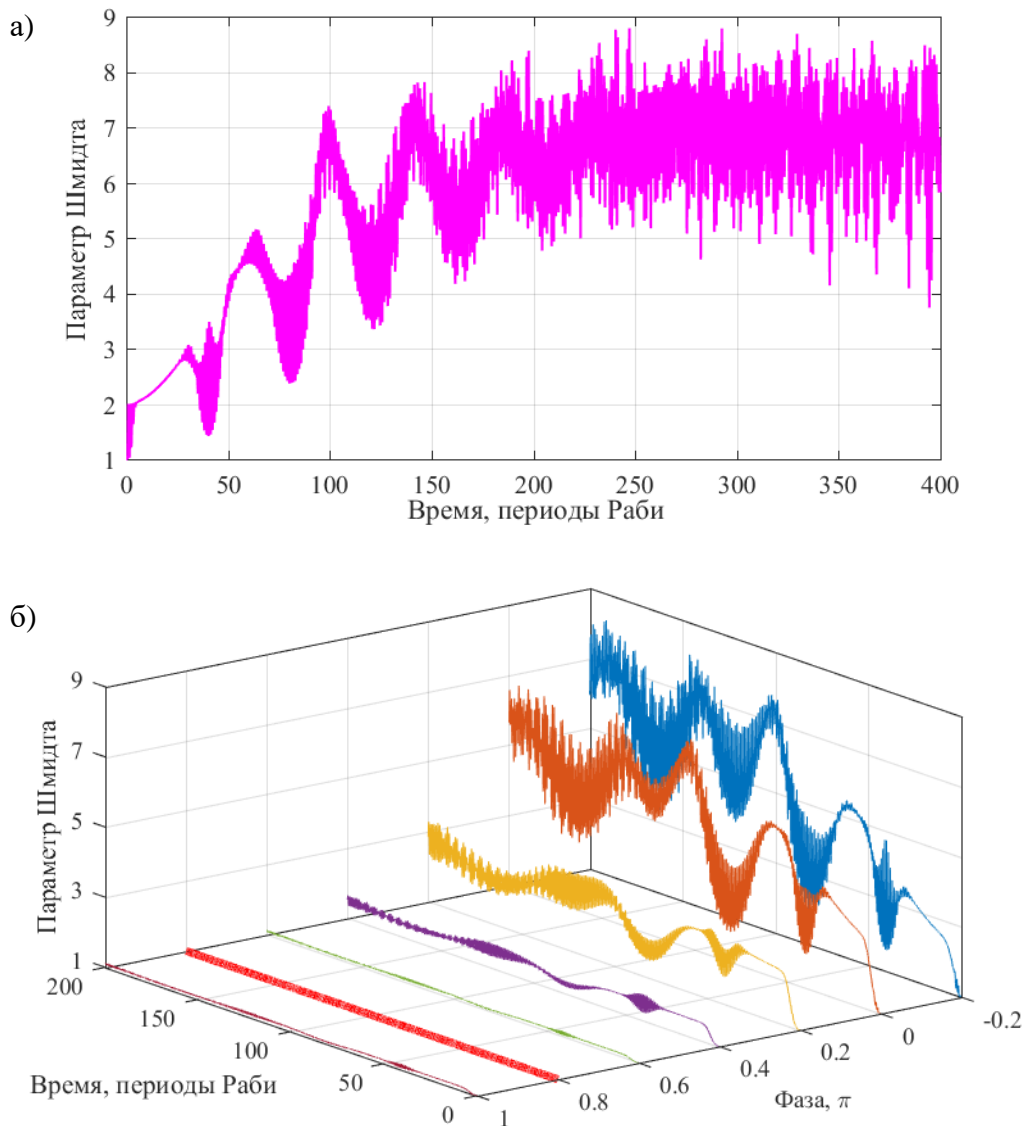


Рисунок 3.2. Временная эволюция параметра Шмидта для перепутывания между двумя когерентными полями, полученного при условии, что атом находится на верхнем (а) или нижнем уровне (б). Во втором случае параметр Шмидта представлен в зависимости от полной фазы $\Delta + \theta$ при фиксированной фазе между полями $\theta = \pi/5$. Начальное состояние соответствует условию (13), среднее число фотонов у обоих когерентных полей $\langle N \rangle = 10$.

На рисунке 3.3 представлено сравнение параметра Шмидта при взаимодействии атома с двумя когерентными или с двумя сжатыми полями. Параметр Шмидта в случае двух сжатых полей получается меньше из-за продемонстрированной ранее структуры «шахматной доски» у двумерного фотонного распределения (рисунок 2.16)

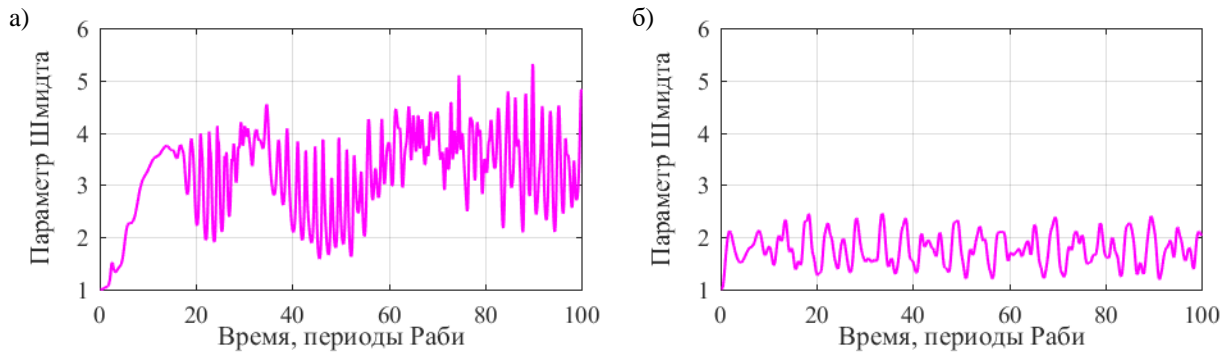


Рисунок 3.3. Сравнение эволюции параметра Шмидта для перепутывания между двумя когерентными и двумя сжатыми полями. Среднее число фотонов у обоих когерентных полей $\langle N \rangle = 3$.

3.3. Перепутывание между атомной и полевой подсистемами при фиксированном состоянии второй полевой подсистемы

Теперь имеет смысл рассмотреть перепутывание подсистем, если зафиксировать не атом в конкретном состоянии, а одно из полей. В таком случае наиболее простым способом будет спроецировать волновую функцию полной системы на фоковское состояние для выбранной моды. Это будет означать фиксацию конкретного числа фотонов в управляющем поле. Волновая функция системы «атом + одна мода квантованного поля» после проекционного «измерения» будет выглядеть следующим образом:

$$\psi(\vec{r}, q_1) = \langle \tilde{\Phi}_m(q_2) | \psi_{total}(\vec{r}, q_1, q_2) \rangle \quad (28)$$

Элемент соответствующей редуцированной матрицы плотности рассчитывается через амплитуды вероятности (4) как:

$$(\rho_{red})_{n_1}^{n_2} = \sum_k C_{n_1 km} C_{n_2 km}^* \exp\left(-\frac{i(E_1 - E_2)t}{\hbar}\right) \quad (29)$$

И далее, используя редуцированную матрицу плотности, параметр Шмидта определяется аналогично расчетам (24) или (27) в предыдущих разделах.

На рисунках 3.5 и 3.6 представлена динамика параметра Шмидта, рассчитанного для атома и одной моды квантованного поля в зависимости от числа фотонов, зарегистрированных во второй моде. Поскольку представленный параметр Шмидта найден для случая двух когерентных полей, его эволюция для каждого значения m проявляет эффекты «коллапса» и «возрождения» со сменяющимися друг друга областями плавной динамики и быстрых осцилляций. При этом длины «плато» возрастают с увеличением числа фотонов в первой моде (рис. 3.6).

На построенных двумерных диаграммах (рисунки 3.5 и 3.6) имеет смысл обратить на области темно-синего цвета, соответствующие минимальному перепутыванию, и красного, соответствующего максимальному перепутыванию.

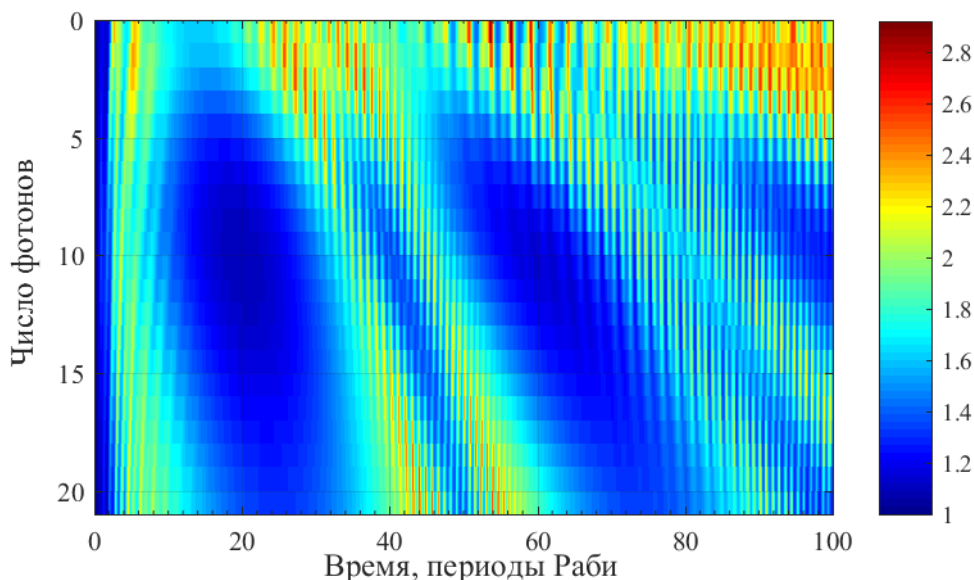


Рисунок 3.5. Динамика параметра Шмидта, рассчитанная для атома и первой моды квантованного поля, в зависимости от числа фотонов, зарегистрированного во второй моде. Оба поля являются когерентными. Начальное атомное состояние $\varphi(t = 0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$.

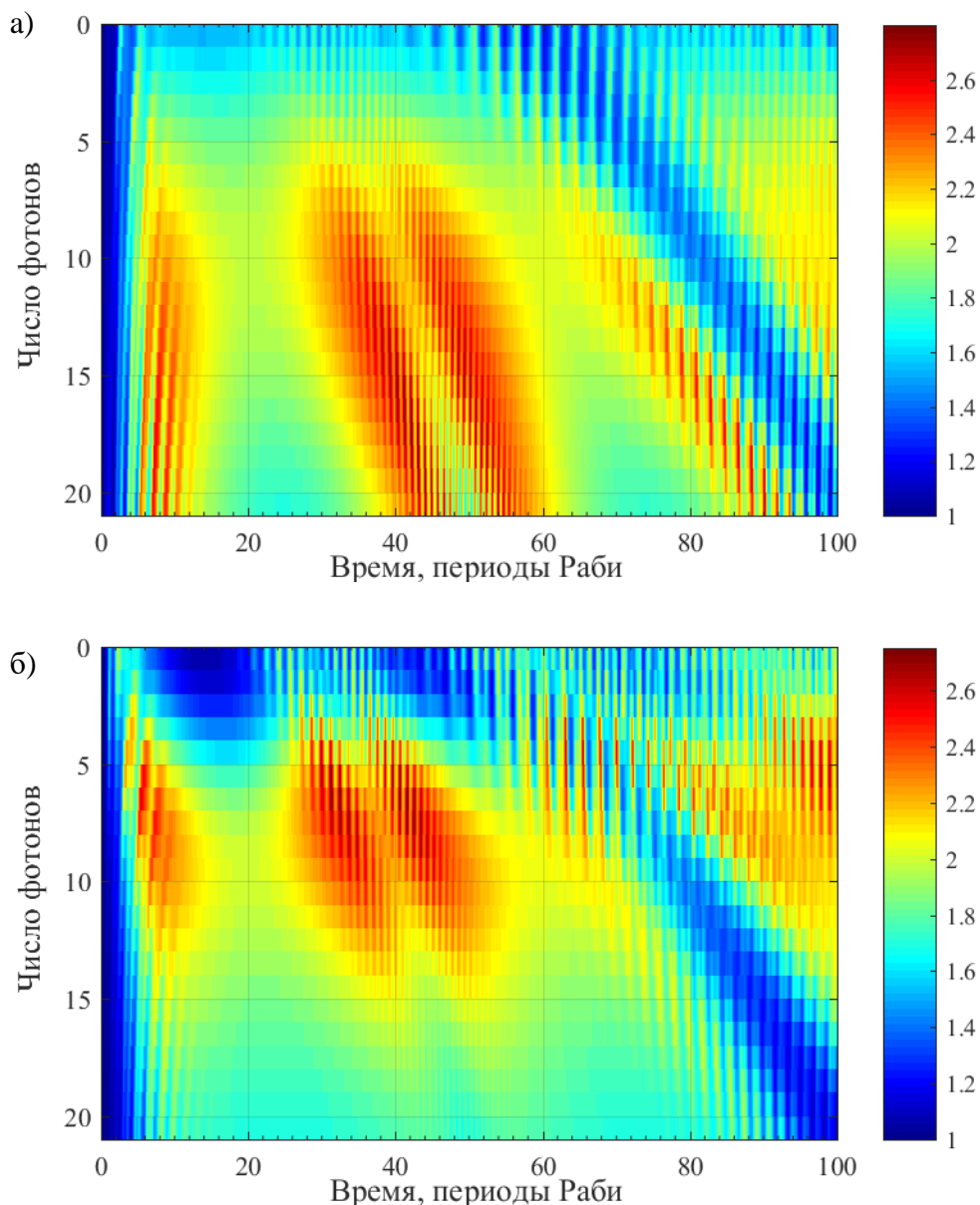


Рисунок 3.6. Динамика параметра Шмидта, рассчитанная для атома и первой моды квантованного поля, в зависимости от числа фотонов, зарегистрированного во второй моде. Оба поля являются когерентными. Начальное атомное состояние $\varphi(t = 0) = \varphi_1$ (а) и $\varphi(t = 0) = \varphi_2$ (б).

Для более наглядной демонстрации динамики параметра Шмидта на рисунках 3.7-3.9 представлено несколько зависимостей для отдельных значений номера фоковского состояния второго поля, на которое происходила проекция. Зависимость (а) на всех трех рисунках построена для проекции на вакуумное состояние, видно, что параметр Шмидта принимает довольно большие значения в случае равного распределения населенности между двумя нижними уровнями (рисунок 3.7а) по сравнению со случаями,

когда вся населенность сначала была полностью на одном из этих уровней (рисунки 3.8а и 3.9а), поскольку там параметр Шмидта не превышает значения 2.

Зависимости (б) соответствуют проекции на фоковское состояние с номером 10, равному начальному среднему числу фотонов. Поскольку, как показано было ранее в разделе 2.4, фотонная статистика когерентного состояния меняется слабо, и распределение остается близко к пуассоновскому, то максимальные значения вероятности также будут около среднего числа фотонов, равного 10. Стоит отметить, что на всех трех рисунках явно видно характерное поведение, представляющее собой гладкий провал, на интервале от 6 до примерно 30 периодов Раби, что очень хорошо соответствует интервалу плато между «коллапсом» и «возрождением» у атомных населенностей.

Наиболее интересная особенность обнаруженного поведения параметра Шмидта заключается в том, что большее перепутывание наблюдается при фиксированном числе фотонов во втором поле, превышающем среднее. Это продемонстрировано существенно протяженной вниз красной областью на рисунке 3.6а по сравнению с рисунком 3.6б. Эта разница в динамике хорошо видна на рисунках 3.8в и 3.9в. На первый взгляд этот результат кажется трудно объяснимым. Однако, при большом числе фотонов второго поля (далеко от среднего значения), число перепутанных квазиэнергетических состояний, вносящих существенный вклад в двучастичную волновую функцию (28) возрастает, что приводит к более высоким значениям параметра Шмидта.

Таким образом, оказывается возможным управлять степенью квантового перепутывания атома с одной модой поля и перестраивать режим, варьируя количество фотонов во втором (управляющем) поле.

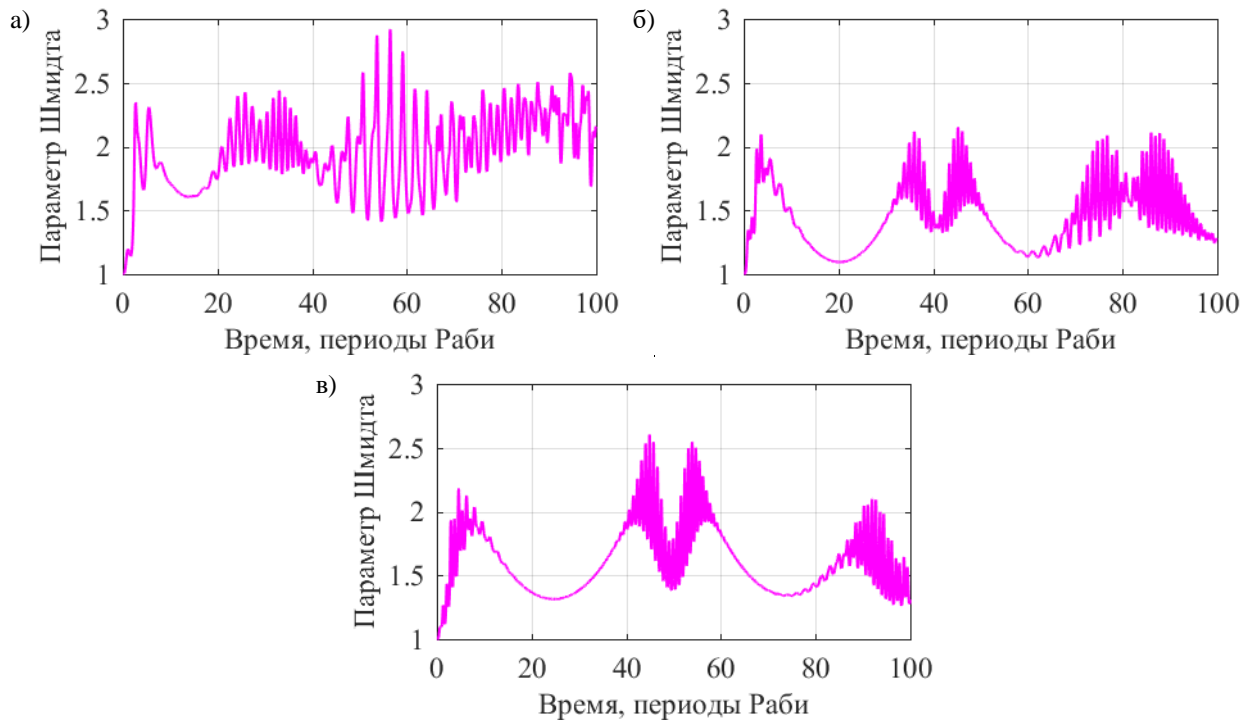


Рисунок 3.7. Сравнение параметров Шмидта при проецировании на различные фокковские состояния. Среднее число фотонов равно 10. Начальное атомное состояние $\varphi(t = 0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$, во втором поле измерено 0 фотонов (а), 10 (б) или 20 (в)

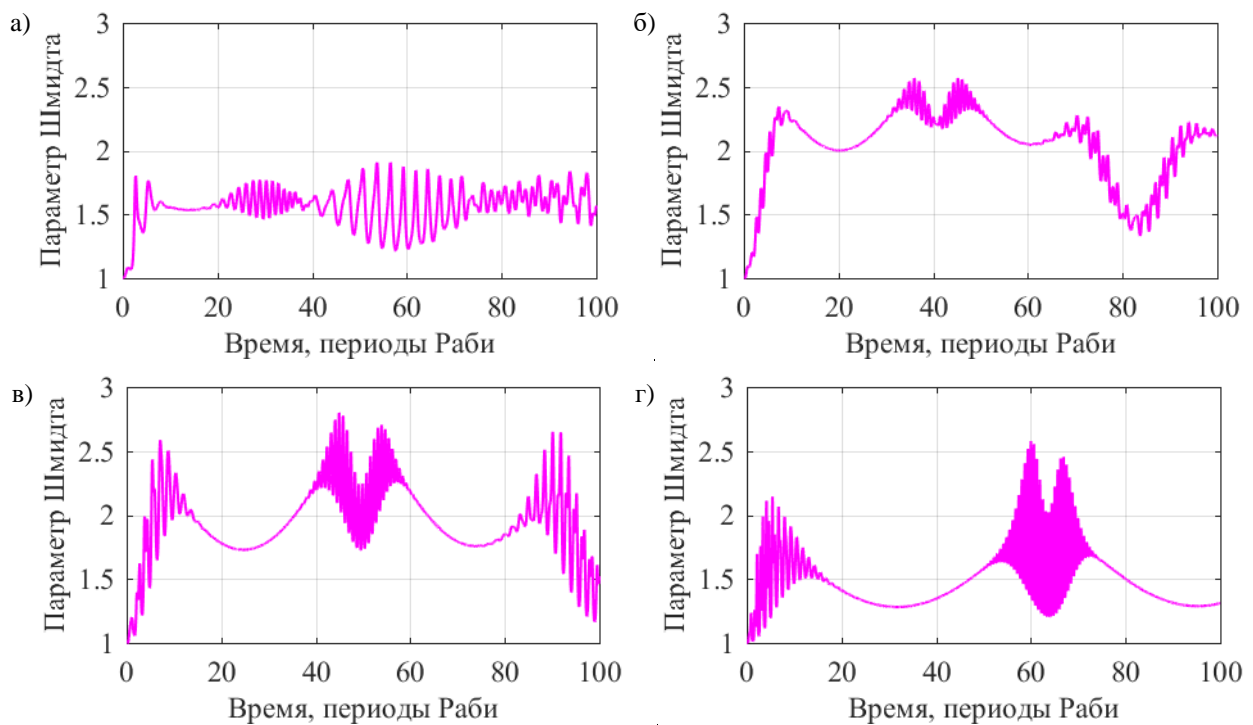


Рисунок 3.8. Сравнение параметров Шмидта при проецировании на различные фокковские состояния. Среднее число фотонов равно 10. Начальное атомное состояние $\varphi(t = 0) = \varphi_1$ во втором поле измерено 0 (а), 10 (б), 20 (в) или 40 (г) фотонов.

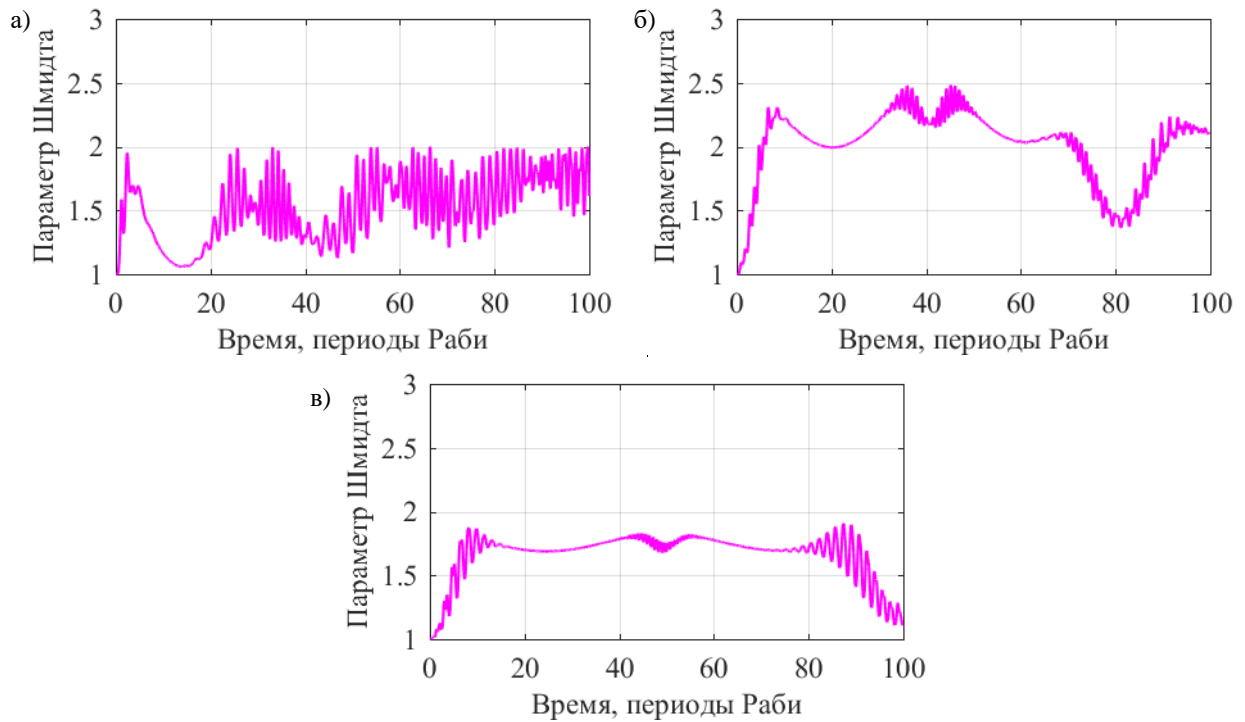


Рисунок 3.9. Сравнение параметров Шмидта при проецировании на различные фоковские состояния. Оба поля изначально были когерентными со средним числом фотонов 10. Начальное атомное состояние $\varphi(t = 0) = \varphi_2$, во втором поле измерено 0 (а), 10 (б) или 20 (в) фотонов.

3.4. Энтропия и взаимная информация для полевых подсистем

В предыдущих разделах исследовалась условная перепутанность между двумя подсистемами, которая возникает при условии, что третья подсистема находится в определенном собственном состоянии. Однако такое условное «измерение» в случае, когда третья подсистема – это атом (раздел 3.2), трудно реализуемо в эксперименте, поэтому имеет смысл также исследовать квантовую перепутанность двух полей, возникающую при взаимодействии с атомом, вне зависимости от состояния атомной подсистемы.

Приведенные ранее расчеты подходят только для чистых состояний, в то время как при усреднении по атомным состояниям двучастичная полевая подсистема оказывается в смешанном состоянии. В этом случае имеет смысл использовать не параметр Шмидта, поскольку известно, что он не сможет правильно охарактеризовать перепутанность, а энтропию фон Неймана и взаимную информацию фон Неймана [106].

Энтропия фон Неймана может быть использована как критерий того, насколько чистым или смешанным является изучаемое двухчастичное состояние. Эта величина вычисляется следующим образом:

$$S(\rho) = -Tr(\rho \log_2 \rho) = - \sum_i \lambda_i \log_2 \lambda_i \quad (30)$$

Здесь ρ – это матрица плотности, которое описывает двухчастичное состояние двух неклассических полей, а λ_i – собственные значения этой матрицы плотности.

Элементы матрицы плотности, усредненной по атому, для двухчастичной полевой системы задаются выражением:

$$\rho_{k_1 m_1}^{k_2 m_2} = \sum_n C_{n k_1 m_1} C_{n k_2 m_2}^* \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(E_{k_1 m_1} - E_{k_2 m_2})t\right) \quad (31)$$

Суммирование проводится по всем возможным атомным состояниям ($n = 1, 2, 3$). При этом можно проредуцировать систему по одному или второму полю, получив «одночастичные» полевые матрицы плотности. Элементы этих матриц плотности, редуцированных по первому или второму полю, вычисляются как:

$$(\rho_{red1})_{k_1}^{k_2} = \sum_m \rho_{k_1 m}^{k_2 m}, \quad (\rho_{red2})_{m_1}^{m_2} = \sum_k \rho_{k m_1}^{k m_2} \quad (32)$$

Используя формулу (30), можно посчитать энтропию фон Неймана для полной матрицы плотности двухчастичной полевой системы $S(\rho)$, а также для матриц плотности, редуцированных по первому $S(\rho_{red1})$ или второму $S(\rho_{red2})$ полю. В случае симметричных начальных условий для двух нижних уровней, а также одинакового среднего числа фотонов для двух когерентных полей или двух полей в состоянии сжатого вакуума энтропия фон Неймана для редуцированных матриц будет совпадать: $S(\rho_{red1}) = S(\rho_{red2})$.

Далее, используя рассчитанные энтропии фон Неймана, можно определить взаимную информацию фон Неймана, которая и сможет описать наличие перепутанности или корреляций:

$$I_{12} = S(\rho_{red1}) + S(\rho_{red2}) - S(\rho) \quad (33)$$

На рисунке 3.10 представлены эволюции энтропий фон Неймана и взаимной информации фон Неймана в случае двух изначально когерентных полей (рис. 3.10а) и двух полей в состоянии сжатого вакуума (рис. 3.10б). В начальный момент времени оба поля независимы друг от друга, при этом каждое из них находится в чистом состоянии. Из-за этого энтропии и взаимные информации равны нулю. С началом взаимодействия с атомом состояние полевой подсистемы становится смешанным, возникают корреляции между полями, из-за чего и увеличиваются энтропии каждого поля и всей полевой подсистемы в целом, а также взаимная информация.

Для состояний сжатого вакуума приведенная динамика показывает достижение почти сразу некоторого уровня, относительно которого потом происходят осцилляции. Это можно трактовать как формирование определенного смешанного состояния. С помощью исследованных ранее квазиэнергий и квазиэнергетических состояний можно показать, что возникшие перепутанные состояния характеризуются нечетным числом фотонов в одной поле и вакуумным состоянием в другом. Такие состояния формируются из-за особенности фотонной статистики сжатого вакуума, в которой основной вклад дает вакуумное состояние. Тогда энтропия для «одночастичного» состояния поля оказывается близка к 2.

Управление квантовым перепутыванием между двумя полями в заданных условиях становится возможным с помощью изменения относительной атомной фазы. Можно показать, что взаимная информация фон Неймана существенно зависит от этой относительной фазы.

Как и во всех исследованных в разделе 2.3 фазовых зависимостях, взаимная информация зависит от суммарной фазы между двумя атомными уровнями и между когерентными полями. Рисунок 3.11 демонстрирует зависимость взаимной информации фон Неймана от фазы между двумя

когерентными полями, атомная фаза при этом принимается равной 0. Также видно, что при фазе, равной π , взаимная информация равна нулю, что соответствует отсутствию перепутывания в случае когерентного пленения населенностей.

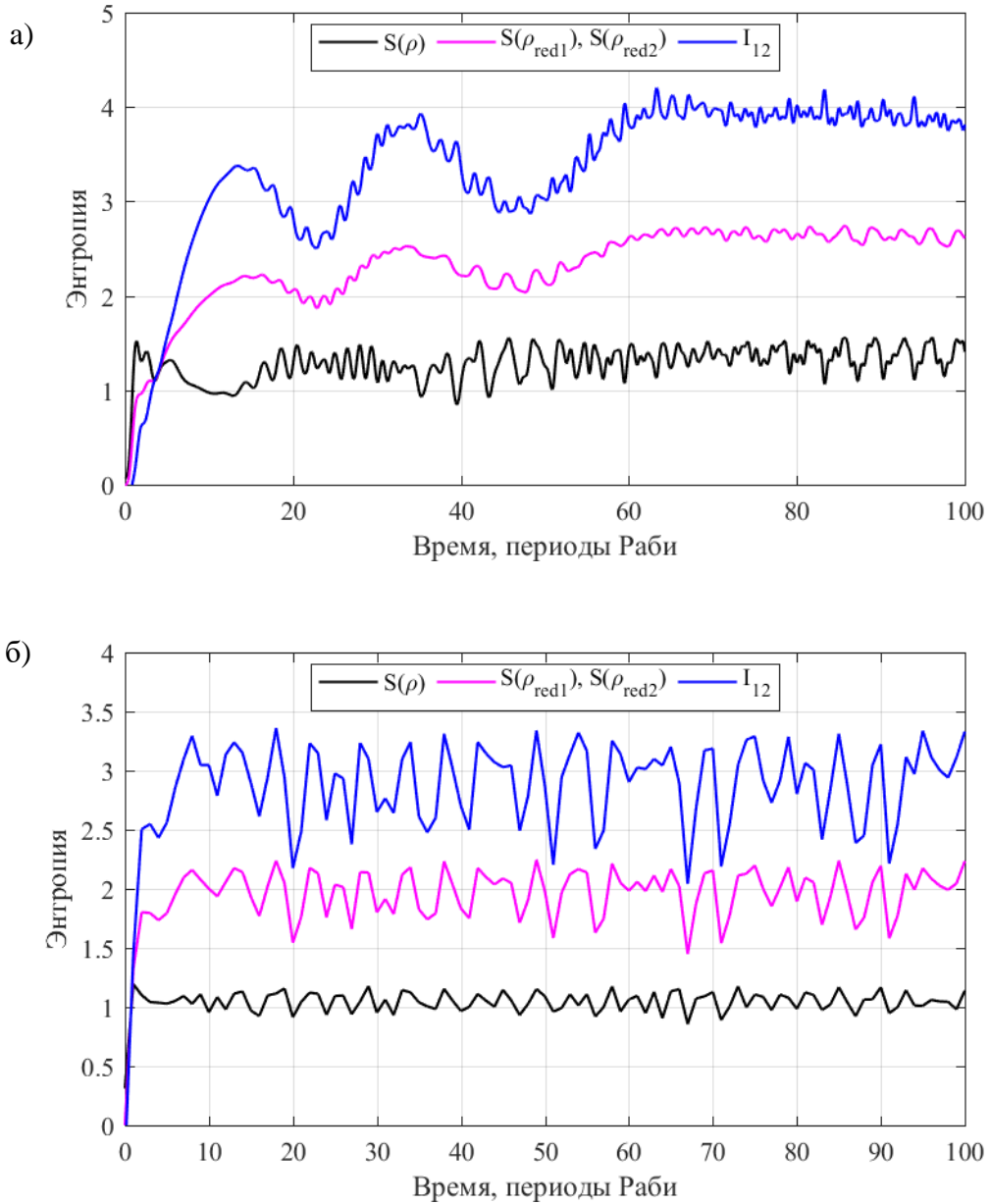


Рисунок 3.10. Эволюция энтропии фон Неймана двучастичной полевой системы (черная линия) и для каждого поля в отдельности (розовая линия), а также динамика взаимной информации (синяя линия). Начальное атомное состояние $\phi_{at}(t=0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$, фазы между полями и атомными уровнями равны 0, среднее число фотонов в обоих полях $\langle N \rangle = 5$. Рисунок (а) соответствует двум изначально когерентным полям, рисунок (б) – двумя полям в состоянии сжатого вакуума.

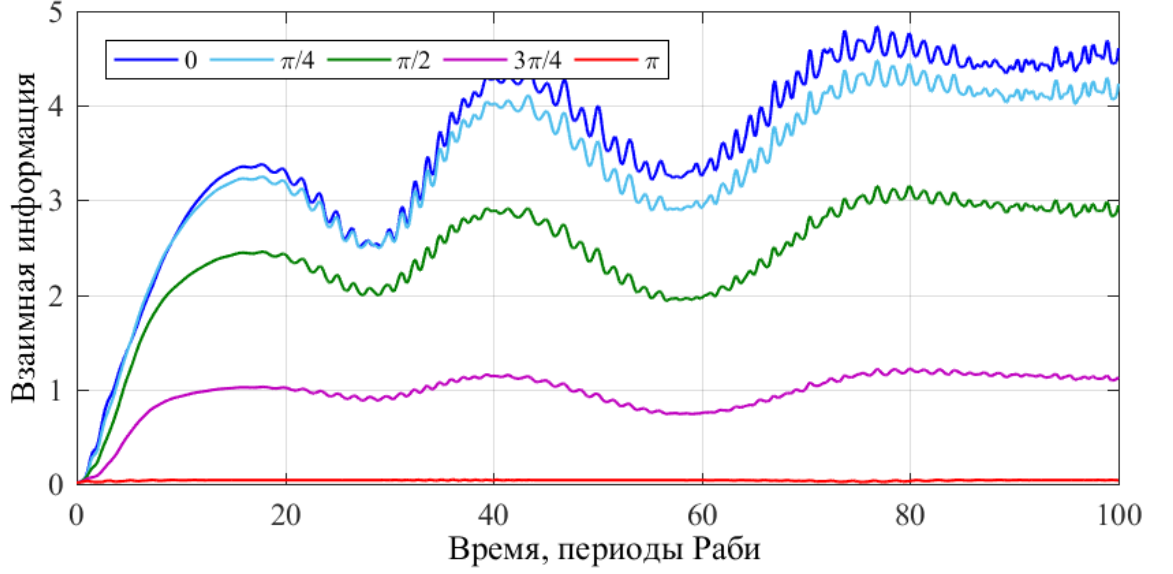


Рисунок 3.11. Зависимость взаимной информации фон Неймана между двумя когерентными полями от фазы между ними. Начальное атомное состояние $\phi_{at}(t=0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$, среднее число фотонов в обоих полях $\langle N \rangle = 5$.

3.5. Фазовый контроль полевых состояний.

Продемонстрированное ранее квантовое перепутывание между полями позволяет передавать и обмениваться между полями квантовой информацией, включая фазовую. Чтобы показать, как это может происходить, используем в качестве начального следующее состояние. Пусть атомная населенность распределена между двумя нижними уровнями с некоторой относительной фазой Δ , в первом поле имеется k фотонов, а состояние второго поля характеризуется суперпозицией двух фоковских состояний с относительной фазой θ между ними:

$$\psi(\vec{r}, t=0) = \frac{\varphi_1 + e^{i\Delta}\varphi_2}{\sqrt{2}} \Phi_k \frac{\Phi_m + e^{i\theta}\Phi_{m+1}}{\sqrt{2}} \quad (34)$$

При этом использование отдельных фоковских состояний в начальном состоянии вместо когерентных полей или полей в состоянии сжатого вакуума, исследуемых ранее, никак не влияет на корректность использования аналитического решения уравнения Шредингера, полученное в разделе 2.1.

В процессе взаимодействия с атомной подсистемой будет заселяться вместо одного начального фоковского состояния некоторый набор фоковских состояний первого поля. Если провести измерение при условии, что атом находится в основном состоянии, а во втором поле обнаружено m фотонов, то для первого поля будет получена суперпозиция фоковских состояний в следующем виде $\frac{\Phi_k + \Phi_{k+1} e^{i\theta'}}{\sqrt{2}}$. На рисунке 3.12 представлено, как будет меняться относительная фаза θ' , переданная первому полю, в зависимости от исходной фазы θ между состояниями второй моды при двух значениях атомной фазы $\Delta = 0$; $\frac{\pi}{5}$. Переданная фаза θ' рассчитывалась из соотношения между действительной и мнимой частью элемента матрицы плотности $\rho_{k,k+1} = C_{1,k,m} C_{1,k+1,m}^*$, учитывающего условие проецирования.

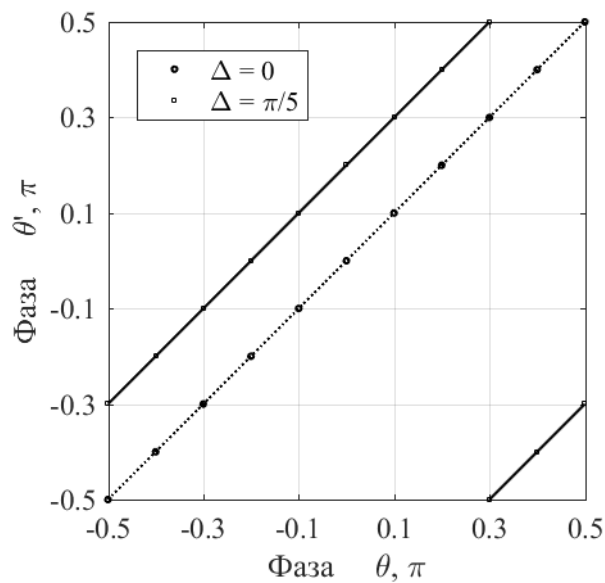


Рисунок 3.12. Относительная фаза θ' , переданная первому полю, в зависимости от исходной фазы θ между состояниями второй моды при двух значениях $\Delta = 0$ и $\Delta = \pi/5$ в начальном условии для атомной системы (34).

Если относительная фаза Δ между атомными состояниями равна нулю, то полевая фаза передается от одного поля другому в точности ($\theta' = \theta$). В случае ненулевой атомной фазы будет происходить сдвиг полевой фазы следующим образом $\theta' = \theta + \Delta$, что продемонстрировано на рисунке 3.12 для фазы $\Delta = \frac{\pi}{5}$.

Отдельной задачей будет измерение неизвестной относительной фазой. Пусть входное пробное поле задано в виде суперпозиции двух фоковских состояний с некоторой неизвестной относительной фазой θ между ними. Если атом будет приготовлен в виде суперпозиции своих нижнего и верхнего состояний (например, $\frac{\varphi_1 + \varphi_3}{\sqrt{2}}$), а контрольное поле будет в состоянии с точным числом фотонов $m(\Phi_m)$, то, измеряя вероятность найти атом на нижнем уровне и m фотонов во втором поле, можно получить информацию о фазе. Эта вероятность зависит от времени, причем она имеет относительно быстрые осцилляции. В таком случае, корректнее скорее исследовать диапазон, в котором меняется эта вероятность, что в некотором смысле является усреднением по времени. На рисунке 3.13 представлено изменение максимального и минимального значения вероятности в зависимости от фазы пробного поля θ .

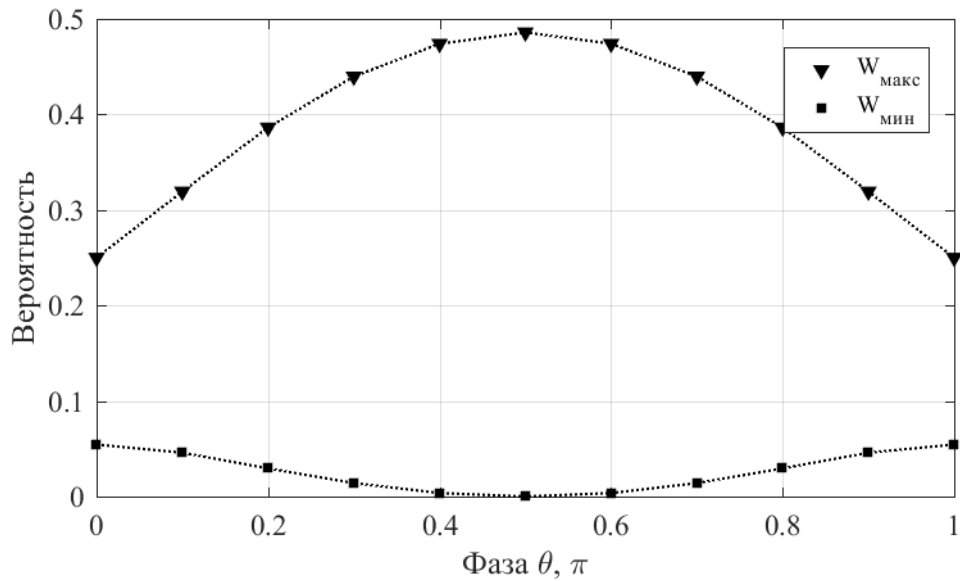


Рисунок 3.13. Зависимость максимального и минимального по времени значений вероятности найти атом в основном состоянии и m фотонов во втором поле в зависимости от фазы пробного поля θ .

Данная зависимость показывает ярко выраженное соответствие между границами диапазона вероятности и неизвестной относительной фазой. Отдельно стоит отметить, что максимальное значение вероятности довольно

слабо зависит от номеров фоковских состояний, входящих в суперпозицию для пробного поля, что существенно упрощает определение фазы.

Подводя итог, можно отметить, что взаимодействие полевой подсистемы с атомной и возникающие в результате этого перепутывания между подсистемами предоставляют возможности для широкого ряда практических применений, связанных с измерением, контролем и передачей фазовых характеристик полей.

Взаимодействие атомных систем с неклассическим полем и формирование негауссовских полевых состояний

В главе 2 было показано отсутствие эффектов «коллапса» и «возрождения» во время взаимодействия модельного трехуровневого атома с двумя полями, изначально находящимися в состоянии сжатого вакуума. В этом же случае отсутствует зависимость от фаз между атомными уровнями или между полями, что не позволяет наблюдать формирование когерентного пленения населенностей тем же способом, как это было возможно для двух когерентных полей.

Как было продемонстрировано в разделе 2.4, отсутствие эффектов коллапса и возрождения, а также фазовых эффектов у состояний сжатого вакуума происходит из-за того, что переход идет в разные полевые состояния на верхнем уровне. В качестве одного из способов обойти эту проблему предлагается использование одного электромагнитного поля, взаимодействие с которым будет обеспечивать оба перехода с нижних атомных уровней на верхний. Результаты данной главы представлены в публикации [А3]

4.1. Теоретический подход

Рассмотрим задачу о взаимодействии трехуровневого модельного атома с одним электромагнитным неклассическим полем. Задача описывается нестационарным уравнением Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (\hat{H}_0 + \hat{W})\Psi \quad (35)$$

Здесь гамильтониан состоит из частей, соответствующих атомной и полевой подсистемам $\hat{H}_0 = \hat{H}_{\text{атом}} + \hat{H}_{\text{поле}}$, а также слагаемого, отвечающего за взаимодействие этих подсистем $\hat{W} = -d\varepsilon$. В случае, если поле имеет одинаковую положительную и отрицательную отстройку относительно

переходов с двух нижних уровней на верхний (рис. 4.1), то возможно получить аналитическое решение для данной задачи.

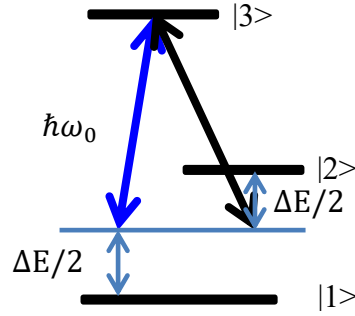


Рисунок 4.1. Схема энергетических уровней модельного трехуровневого атома и резонансных переходов с помощью одного электромагнитного поля с несущей частотой ω_0 , которое обеспечивает переходы с обоих нижних атомных уровней на верхний.

Решение уравнения (35) ищется в виде суперпозиции по собственным функциям:

$$\psi(\vec{r}, q, t) = \sum_{n,k} C_{nk}(t) \phi_n(\vec{r}) \Phi_k(q) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_{nk} t\right) \quad (36)$$

Здесь функции ϕ_n и Φ_k являются собственными функциями гамильтонианов атомной и полевой подсистем $\hat{H}_{\text{атом}} \phi_n = E_n \phi_n$, $\hat{H}_{\text{поле}} \Phi_k = \tilde{E}_k \Phi_k$, а энергия определяется как сумма энергий подсистем: $E_{nk} = E_n + \hbar\omega_0(k + \frac{1}{2})$.

При подстановке волновой функции (36) в уравнение (35) будет получен набор систем из трех линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} i\hbar\dot{C}_{1k} = - \sum_{k'} d_{13} \varepsilon_{kk'} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} (E_{3k'} - E_{1k})t\right) C_{3k'} \\ i\hbar\dot{C}_{2k} = - \sum_{k'} d_{23} \varepsilon_{kk'} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} (E_{3k'} - E_{2k})t\right) C_{3k'} \\ i\hbar\dot{C}_{3k} = - \sum_{k'} \{d_{13} \varepsilon_{kk'} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} (E_{1k'} - E_{3k})t\right) C_{1k'} C_{2k'} \\ \quad + d_{23} \varepsilon_{kk'} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} (E_{2k'} - E_{3k})t\right)\} \end{cases} \quad (37)$$

Здесь введены обозначения $d_{ij} = \langle \varphi_i | er | \varphi_j \rangle$ для матричного элемента дипольного момента электрона для перехода между атомными уровнями с номерами i и j , а также для матричного элемента полевых переходов между Фоковскими состояниями:

$$\varepsilon_{kk'} = \langle \Phi_k(q) | q | \Phi_{k'}(q) \rangle = \varepsilon_0 \sqrt{\frac{k}{2}} \delta_{k',k-1} + \varepsilon_0 \sqrt{\frac{k+1}{2}} \delta_{k',k+1} \quad (38)$$

С учетом введенного матричного элемента система дифференциальных уравнений (37) принимает вид:

$$\begin{cases} i\hbar\dot{C}_{1(k+1)} = -C_{3k}d_{13}\varepsilon_0 \sqrt{\frac{k+1}{2}} e^{-i\Delta\omega t} \\ i\hbar\dot{C}_{2(k+1)} = -C_{3k}d_{23}\varepsilon_0 \sqrt{\frac{k+1}{2}} e^{i\Delta\omega t} \\ i\hbar\dot{C}_{3k} = -C_{1(k+1)}d_{13}\varepsilon_0 \sqrt{\frac{k+1}{2}} e^{i\Delta\omega t} - C_{2(k+1)}d_{13}\varepsilon_0 \sqrt{\frac{k+1}{2}} e^{-i\Delta\omega t} \end{cases} \quad (39)$$

После введения новых переменных $a_{1(k+1)}$ и $a_{2(k+1)}$:

$$\begin{cases} C_{1(k+1)} = a_{1(k+1)} \exp(-i\Delta\omega t) \\ C_{2(k+1)} = a_{2(k+1)} \exp(i\Delta\omega t) \end{cases} \quad (40)$$

система (39) упрощается:

$$\begin{cases} i\hbar\dot{a}_{1(k+1)} + \hbar\Delta\omega a_{1(k+1)} = C_{3k}d_{13}\varepsilon_0 \sqrt{\frac{k+1}{2}} \\ i\hbar\dot{a}_{2(k+1)} - \hbar\Delta\omega a_{2(k+1)} = C_{3k}d_{23}\varepsilon_0 \sqrt{\frac{k+1}{2}} \\ i\hbar\dot{C}_{3k} = (a_{1(k+1)}d_{13} + a_{2(k+1)}d_{23})\varepsilon_0 \sqrt{\frac{k+1}{2}} \end{cases} \quad (41)$$

После решения системы уравнений (38) и обратной замены, а также с учетом условия $-d_{13}\varepsilon_0\sqrt{\frac{k+1}{2}} = -d_{23}\varepsilon_0\sqrt{\frac{k+1}{2}} \equiv V_{k+1}$, выражение для амплитуд

вероятностей найти атом на одном из трех уровней и k фотонов в неклассическом поле можно представить в виде:

$$\begin{cases} C_{1k}(t) = e^{-i\Delta\omega t} \left\{ \frac{V_k}{\hbar\Delta\omega} \alpha_k - \frac{\hbar\Delta\omega - \xi_k}{2V_k} \beta_k e^{-\frac{i}{\hbar}\xi_k t} - \frac{\hbar\Delta\omega + \xi_k}{2V_k} \beta_k e^{\frac{i}{\hbar}\xi_k t} \right\} \\ C_{2k}(t) = e^{i\Delta\omega t} \left\{ -\frac{V_k}{\hbar\Delta\omega} \alpha_k + \frac{\hbar\Delta\omega + \xi_k}{2V_k} \beta_k e^{-\frac{i}{\hbar}\xi_k t} + \frac{\hbar\Delta\omega - \xi_k}{2V_k} \beta_k e^{\frac{i}{\hbar}\xi_k t} \right\} \\ C_{3k}(t) = \alpha_{k+1} + \beta_{k+1} e^{-\frac{i}{\hbar}\xi_k t} + \gamma_{k+1} e^{\frac{i}{\hbar}\xi_k t} \end{cases} \quad (42)$$

Здесь $\xi_k = \sqrt{(\hbar\Delta\omega)^2 + 2V_k^2}$, а коэффициенты α, β, γ могут быть выражены из начальных условий.

Отдельно стоит указать решение аналогичной задачи для случая классического поля с напряженностью $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos(\omega t)$. После введения обозначений $V \equiv \frac{d_{13}\varepsilon_0}{2} = \frac{d_{23}\varepsilon_0}{2}$ и $\xi = \sqrt{(\hbar\Delta\omega)^2 + 2V^2}$ амплитуды вероятности найти атом на одном из трех уровней будут равны:

$$\begin{cases} C_1(t) = \alpha \frac{V}{\hbar\Delta\omega} + \beta \frac{V}{\hbar\Delta\omega - \xi} \exp\left(\frac{i}{\hbar}\xi t\right) + \gamma \frac{V}{\hbar\Delta\omega + \xi} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\xi t\right) \\ C_2(t) = -\alpha \frac{V}{\hbar\Delta\omega} - \beta \frac{V}{\hbar\Delta\omega + \xi} \exp\left(\frac{i}{\hbar}\xi t\right) + \gamma \frac{V}{\hbar\Delta\omega - \xi} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\xi t\right) \\ C_3(t) = \alpha + \beta \exp\left(\frac{i}{\hbar}\xi t\right) + \gamma \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\xi t\right) \end{cases} \quad (43)$$

Соответствующие населенности атомных уровней вычисляются как:

$$W_1(t) = |C_1(t)|^2, \quad W_2(t) = |C_2(t)|^2, \quad W_3(t) = |C_3(t)|^2 \quad (44)$$

4.2. Особенности атомной динамики

Для начала имеет смысл сравнить решение со случаем взаимодействия с классическим полем. В этом случае динамика населенностей атомных уровней (44) представляет собой повторяющиеся осцилляции, похожие на осцилляции Раби (рисунок 4.2). При этом населенность двух нижних уровней может значительно изменяться от 0 до почти 1, населенность верхнего уровня не превышает половины.

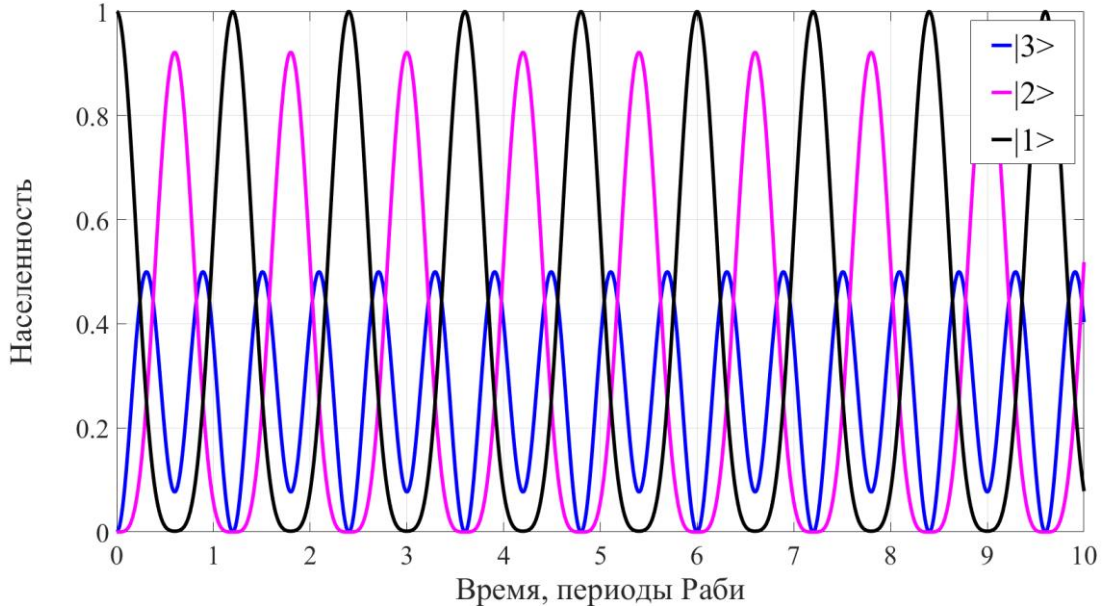


Рисунок 4.2. Эволюция населенностей атомных уровней в процессе взаимодействия с классическим полем, $V \approx 3.5\hbar\Delta\omega$. Начальное атомное состояние $\phi_{at}(t=0) = \varphi_1$.

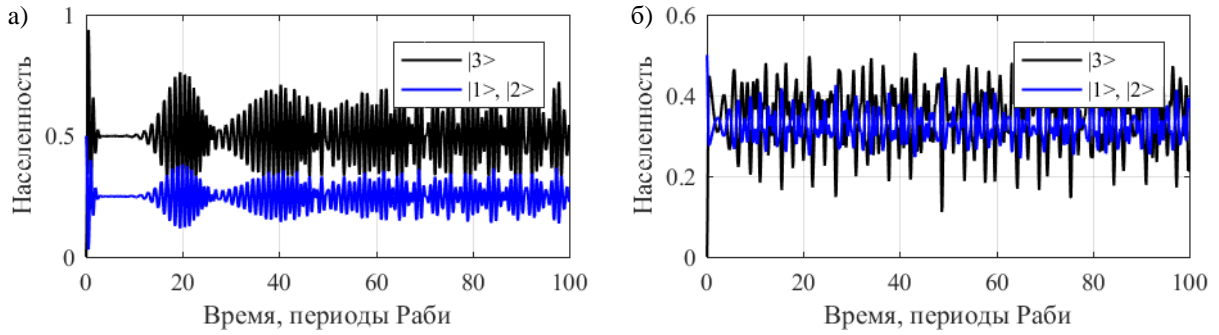


Рисунок 4.3. Эволюция населенностей атомных уровней в процессе взаимодействия с когерентным полем (а) или полем в состоянии сжатого вакуума (б). Среднее число фотонов $\langle N \rangle = 10$. Начальное атомное состояние $\phi_{at}(t=0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$.

На рисунке 4.3 приведено два примера атомной динамики в случае взаимодействия с неклассическим полем, как видно, они принципиально отличаются от динамики в случае классического поля. Если ввести по аналогии с $V_k \equiv d_{23}\varepsilon_0\sqrt{\frac{k}{2}}$ некоторую эффективную энергию взаимодействия $V_{eff} \approx d_{23}\varepsilon_0\sqrt{\frac{\langle N_0 \rangle}{2}}$, то можно соотнести параметры систем, при которых корректно сравнивать классический и квантовый случаи. Поэтому для среднего числа фотонов $\langle N \rangle = 10$ в моде квантованного поля (рисунок 4.3)

выбрано соотношение энергии взаимодействия и отстройки $V \approx 3.5\hbar\Delta\omega$ у классического поля (рисунок 4.2).

В случае когерентного поля с малым средним числом фотонов так же, как и в рассмотренной ранее задаче, есть эффекты «коллапса» и «возрождения» в атомной динамике, а также фазовая зависимость, которая делает возможным формирование темного состояния и появление эффекта когерентного пленения населенности.

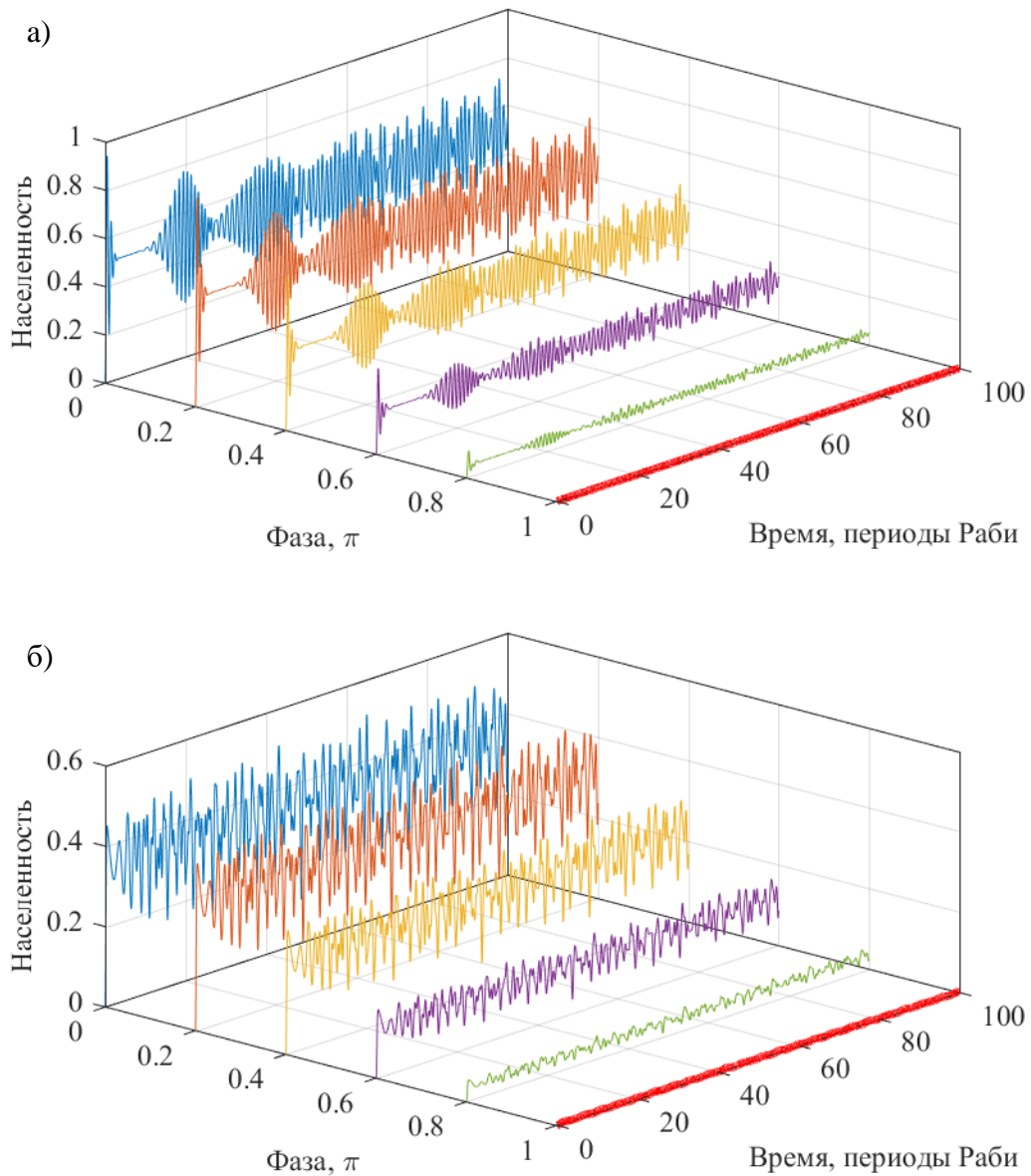


Рисунок 4.4. Фазовая зависимость населенности верхнего атомного уровня в случае когерентного (а) и сжатого (б) поля. Среднее число фотонов равно 10. Начальное атомное состояние $\phi_{at}(t=0) = \frac{\varphi_1 + e^{i\theta}\varphi_2}{\sqrt{2}}$.

Существенным отличием в динамике такой системы «атом + 1 неклассическое поле» является то, что при использовании поля в состоянии сжатого вакуума фазовая зависимость также присутствует (рисунок 4.4б), в отличие от динамики системы «атом + два поля», рассмотренной в Главе 2.

Важным вопросом является возможность реализации режима когерентного пленения населенностей и образования «темного» состояния в случае взаимодействия исследуемого трехуровневого атома с одним квантовым полем. Выделенные на рисунке 4.4 красные линии на самом деле не являются в точности нулевым значением. Поэтому для определения условия реализации необходимо проанализировать квазиэнергии исследуемой системы.

Для этого решение системы (41) ищется в виде:

$$\begin{pmatrix} a_{1,k} \\ a_{2,k} \\ C_{3,k-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_k \\ B_k \\ D_{k-1} \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar}\gamma_k t} \quad (45)$$

После подстановки (45) в систему (41) и преобразований можно получить следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} A_k(\gamma_k + \hbar\Delta\omega) = V_k D_{k-1} \\ B_k(\gamma_k - \hbar\Delta\omega) = V_k D_{k-1} \\ D_{k-1}\gamma_k = V_k A_k + V_k B_k \end{cases} \quad (46)$$

Условие разрешимости такой системы является равенство нулю детерминанта матрицы, состоящей из коэффициентов, что в итоге позволяет найти три квазиэнергии γ_k :

$$\gamma_k^{(0)} = 0, \quad \gamma_k^\pm = \pm \sqrt{(\hbar\Delta\omega)^2 + 2V_k^2} \quad (47)$$

и соответствующие им квазиэнергетические волновые функции Ψ_{γ_k} :

$$\Psi_{\gamma_k^{(0)}} \sim \left(\frac{\hbar\Delta\omega}{\sqrt{2}V_k} \varphi_3 \Phi_{k-1} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}} \Phi_k \right) \quad (48)$$

$$\Psi_{\gamma_k^\pm} \sim \left(\varphi_1 \Phi_k + \frac{\gamma_k^\pm + \hbar\Delta\omega}{\gamma_k^\pm - \hbar\Delta\omega} \varphi_2 \Phi_k \pm \frac{\gamma_k^\pm + \hbar\Delta\omega}{V_k} \varphi_3 \Phi_{k-1} \right) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}\gamma_k^\pm t} \quad (49)$$

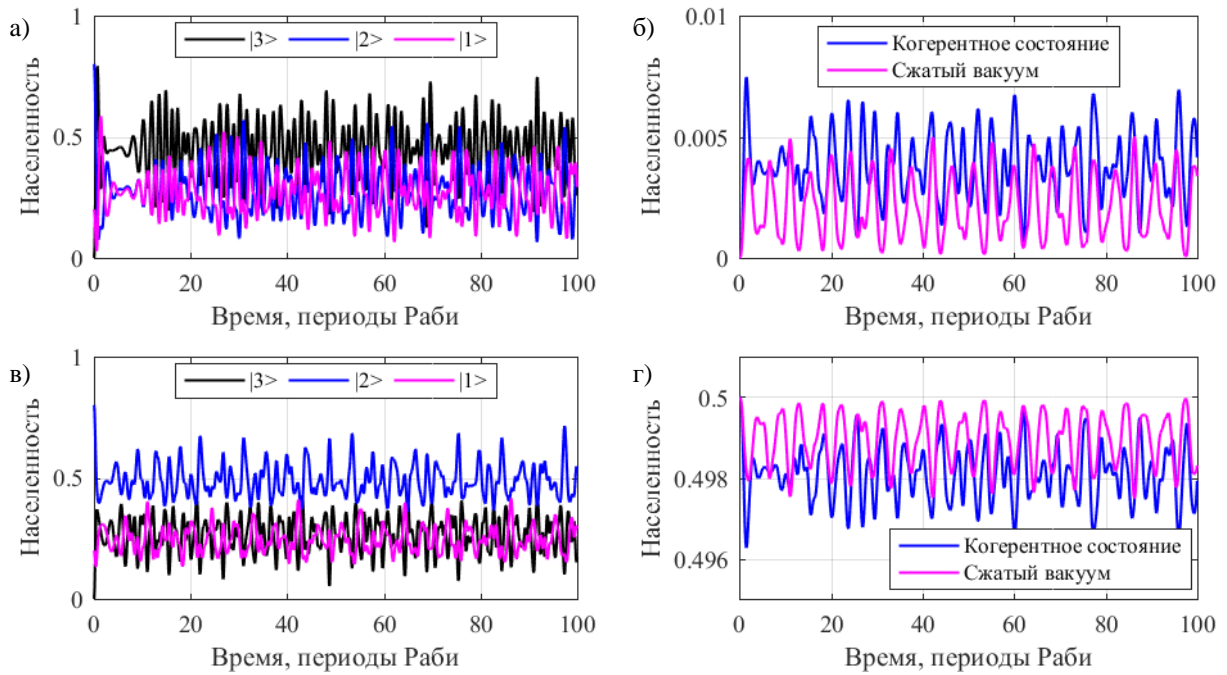


Рисунок 4.5. Сравнение атомных динамик для различных начальных условий. На рис. (а) и (в) асимметричное атомное состояние $\frac{2\varphi_1+\varphi_2}{\sqrt{2}}$ для когерентного поля (а) и состояния сжатого вакуума (в). На рис. (б) и (г) симметричное атомное состояние с фазой π : $\frac{\varphi_1-\varphi_2}{\sqrt{2}}$, и здесь представлена динамика верхнего уровня (б) и любого из нижних (г) для когерентного поля и состояния сжатого вакуума. Среднее число фотонов $\langle N \rangle = 5$.

Как видно из (48-49), квазиэнергии зависят как от атомных, так и полевых собственных функций.

Чтобы продемонстрировать смысл квазиэнергий, имеет смысл задать в качестве начального атомного состояния суперпозицию двух нижних атомных состояний с относительной фазой π : $\frac{\varphi_1-\varphi_2}{\sqrt{2}}$. Для системы «атом + 2 неклассических поля», рассмотренной в Главе 2, такая суперпозиция являлась квазиэнергетическим состоянием. Дальнейшая атомная динамика при воздействии когерентного или сжатого поля на атом представлена на рисунке 4.5. Видно, что населенность верхнего атомного уровня практически равна нулю в течение всего времени (рисунок 4.5б) и для когерентного поля, и для сжатого вакуума. Соответствующая динамика населенности любого из двух нижних уровней показана на рисунке 4.5г. Однако небольшое отклонение от нулевого значения имеет место и свидетельствует о том, что выбранное начальное состояние не является в точности квазиэнергетической

волновой функцией, в которую помимо выбранной суперпозиции $\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}}$ вносит вклад также и верхнее атомное состояние, как показано в (48). В выбранных условиях ($\hbar\Delta\omega \ll V_k$) этот вклад оказывается достаточно малым, что и является причиной близкой к нулю заселенности верхнего состояния.

Из-за малого отклонения населенностей верхнего уровня от нуля (рисунок 4.5б) могло показаться, что и полная волновая функция системы будет также близкой к начальной в любой момент времени. Однако это не соответствует действительности. Обнаружено, что недиагональные элементы матрицы плотности атомов, редуцированной по полевым переменным, резко изменяются в случае сжатого вакуума. Эволюция элементов атомной матрицы плотности, представленная на рисунке 4.6, однозначно доказывает нетривиальную динамику системы. В то же время в случае когерентного начального состояния поля эволюция этого недиагонального члена оказывается гораздо менее выраженной, а полная волновая функция системы, зависящая от времени, оказывается очень близкой к исходной. Резкое различие динамики, наблюдаемое для двух исходных квантовых полей, происходит из-за значительного вклада нулевого фотонного состояния в статистике (10, 11) сжатого вакуумного поля. Поскольку это состояние не может возбудить атом, собственная функция для нулевого числа фотонов представляет собой «особый случай» и определяется выражением:

$$\Psi_{k=0} \sim \frac{\varphi_1 \exp(i \Delta\omega t) - \varphi_2 \exp(-i \Delta\omega t)}{\sqrt{2}} \Phi_0 \quad (50)$$

Это квазиэнергетическое состояние вносит вклад в полную волновую функцию системы с весом фоковского состояния нулевого порядка, которое является наибольшим для сжатого вакуумного света и наоборот довольно небольшим для когерентного света. Значительный вклад слагаемого (50) существенно влияет на недиагональный элемент атомной матрицы плотности ρ_{12} и обеспечивает его изменение во времени. Для сжатого вакуумного света

со средним числом фотонов, равным 3, аналитическое выражение $|\rho_{12}(t)|^2$ выражается в виде:

$$|\rho_{12}(t)|^2 \approx \frac{1}{4} \cos^2(\Delta\omega t) \quad (51)$$

что полностью совпадает с зависимостью, представленной на рисунке 4.6 и полученной из прямого решения (42). Таким образом, значительный вклад вакуумного фоковского состояния и соответствующей ему индивидуальной квазиэнергетической функции (50) является причиной периодического изменения недиагонального элемента матрицы плотности. Этот результат раскрывает главную особенность явления когерентного пленения населенностей, обнаруженного для сжатого вакуумного света.

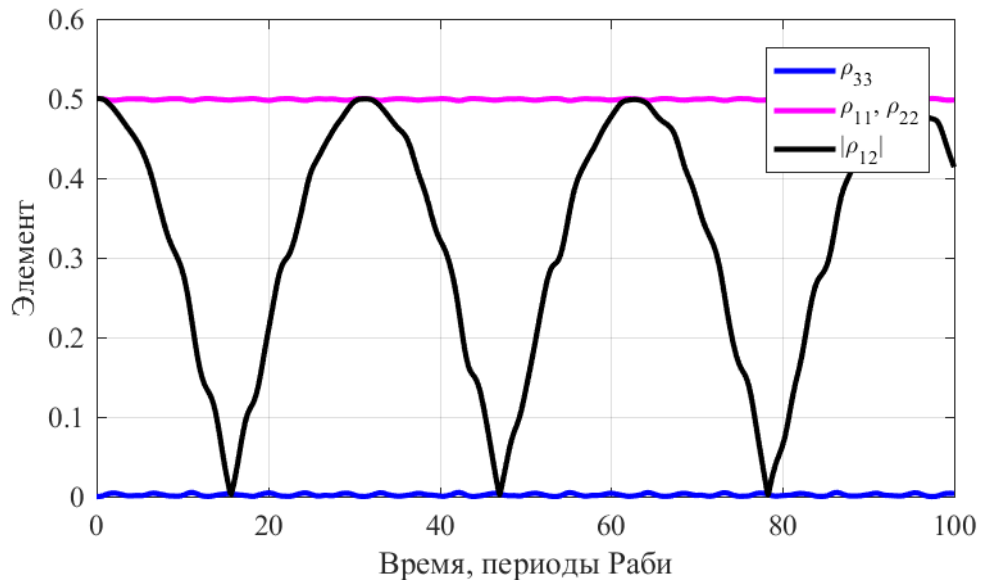


Рисунок 4.6. Эволюция элементов матрицы плотности, редуцированной по полевым состояниям. Поле изначально находилось в состоянии сжатого вакуума со средним числом фотонов $\langle N \rangle = 3$. Начальное атомное состояние соответствует условию для когерентного пленения населенностей $\phi_{\text{ат}}(t = 0) = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}}$.

Физический механизм обнаруженных явлений когерентного пленения населенностей и образования «темного состояния» заключается в деструктивной интерференции переходов $1 \rightarrow 3$ и $2 \rightarrow 3$, происходящей из-за противоположных знаков амплитуд переходов. Квазиэнергетическое решение (47-49) однозначно демонстрирует сильную чувствительность полученных результатов к относительной фазе между первоначально

заселенными двумя нижними атомными уровнями для произвольного начального состояния поля. В задаче о динамике трехуровневого атома в двух резонансных квантовых полях, рассматриваемой в главе 2, фазовая зависимость атомных переходов была обнаружена только для когерентных полей. Сравнение данных, представленных на рисунках 4.4, 4.5 и 4.6, подтверждают влияние относительной фазы даже в случае сжатого вакуума. Таким образом, наглядно доказывается возможность формирования темного состояния в случае сжатого вакуумного света, а также показываются особенности фазовых эффектов для таких неклассических полей.

4.3. Эволюция полевых характеристик

Интересным аспектом данной задачи является и эволюция полевой подсистемы. Наличие аналитического решения (42) позволяет рассчитать заселение различных фоковских состояний в статистике неклассического поля, которое может быть вычислено с помощью суммирования вероятностей по атомному индексу:

$$W_k(t) = \sum_n |C_{nk}|^2 = |C_{1k}|^2 + |C_{2k}|^2 + |C_{3k}|^2 \quad (52)$$

Тогда среднее число фотонов и дисперсия вычисляются следующим образом:

$$\langle N(t) \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot W_k(t) \quad (53)$$

$$D_N(t) = \langle N^2(t) \rangle - \langle N(t) \rangle^2 = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \cdot W_k(t) - \left(\sum_{k=0}^{\infty} k \cdot W_k(t) \right)^2 \quad (54)$$

В случае изначально когерентного поля эволюция среднего числа фотонов и его дисперсии, как и динамика населенностей атомных уровней, оказывается чувствительной к начальной фазе поля и характеризуется эффектами «коллапса» и «возрождения», что представлено на рисунках 4.7 и 4.8. Также видно изменение уровня плато у среднего числа фотонов и его дисперсии в зависимости от фазы.

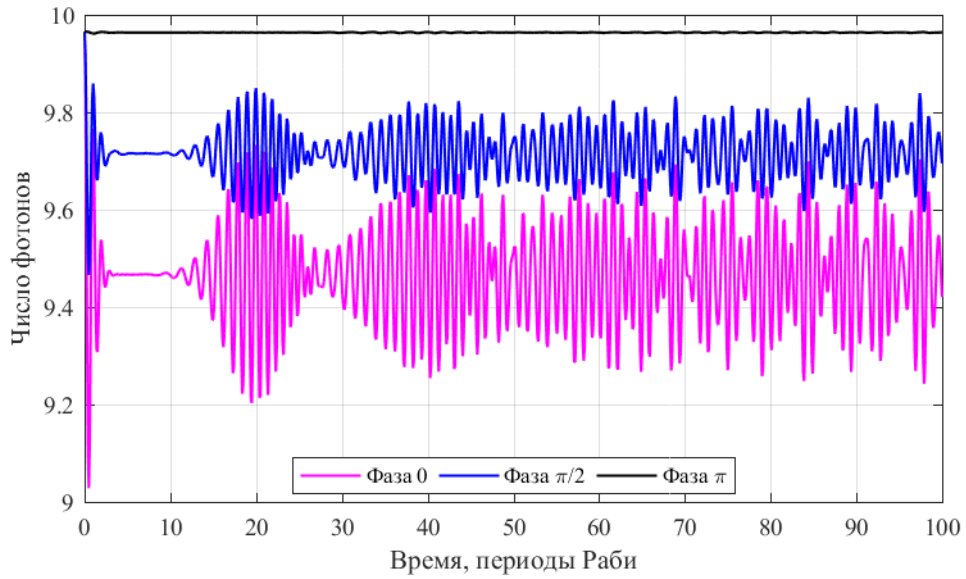


Рисунок 4.7. Сравнение эволюции средних чисел фотонов для когерентного поля с начальным средним числом фотонов $\langle N \rangle = 10$ для трех фаз θ между атомными уровнями.

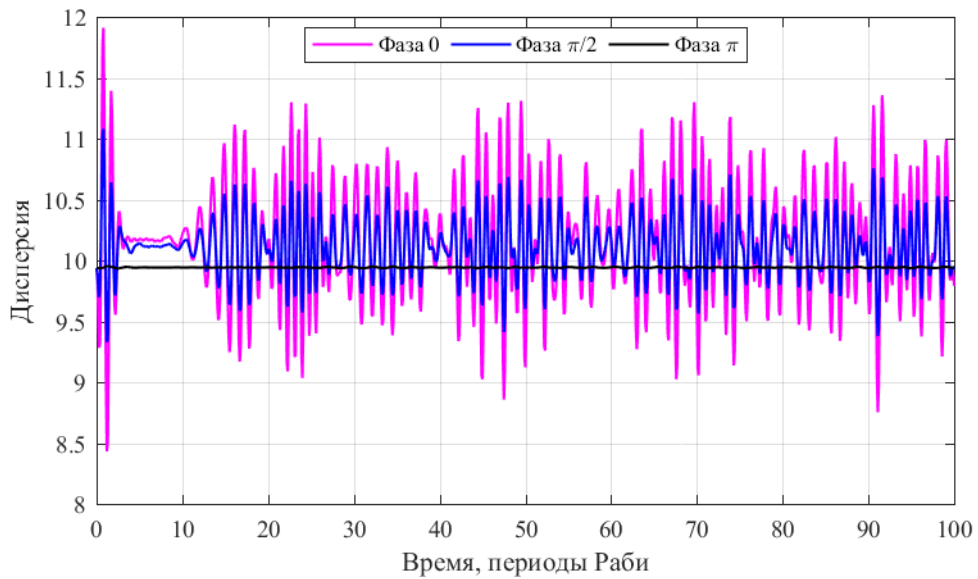


Рисунок 4.8. Сравнение эволюции дисперсий среднего числа фотонов для когерентного поля с начальным средним числом фотонов $\langle N \rangle = 10$ для трех фаз θ между атомными уровнями.

Однако помимо эволюции данных усредненных характеристик необходимо более детально проанализировать изменение свойств квантового поля в процессе взаимодействия с атомом. Одним из возможных критериев в этом случае может выступать параметр Манделя, который представляет собой следующую связь дисперсии и среднего числа фотонов:

$$Q = \frac{D_n}{\langle N \rangle} - 1 \quad (55)$$

Нетрудно заметить, что в случае когерентного поля этот параметр равен 0, в то время как для фоковских состояний он принимает значение, равное $Q = -1$. Данный параметр используется для описания отклонения фотонной статистики от распределения Пуассона. В случае отрицательного значения распределение является более узким, чем распределение Пуассона, т.е. субпуассоновским, при положительном значении Q распределение фотонов шире, и соответствующая статистика является суперпуассоновской.

На рисунке 4.9 представлена эволюция параметра Манделя, полученная в процессе взаимодействия когерентного поля с атомом при относительных фазах 0 и π между атомными уровнями. Начальное среднее число фотонов $\langle N \rangle = 3$, и видно, что при обеих фазах с течением времени среднее число фотонов становится меньше начального значения. Это можно объяснить тем, что в выбранном начальном состоянии атома верхний уровень не был заселен, и в процессе взаимодействия происходит перекачивание энергии из полевой подсистемы в атомную для возбуждения атома на верхнее состояние. При нулевой фазе взаимодействие происходит более эффективно, в то время как состояние с фазой π довольно близко к квазиэнергетическому состоянию (48), при котором верхний уровень заселяется очень незначительно. При этом дисперсия числа фотонов изначально также равна 3, поскольку фотонная статистика когерентного состояния соответствует распределению Пуассону. С течением времени дисперсия преимущественно остается выше своего начального значения и среднего числа фотонов, что приводит к положительному значению параметра Манделя большую часть времени. Таким образом, фотонная статистика является суперпуассоновской.

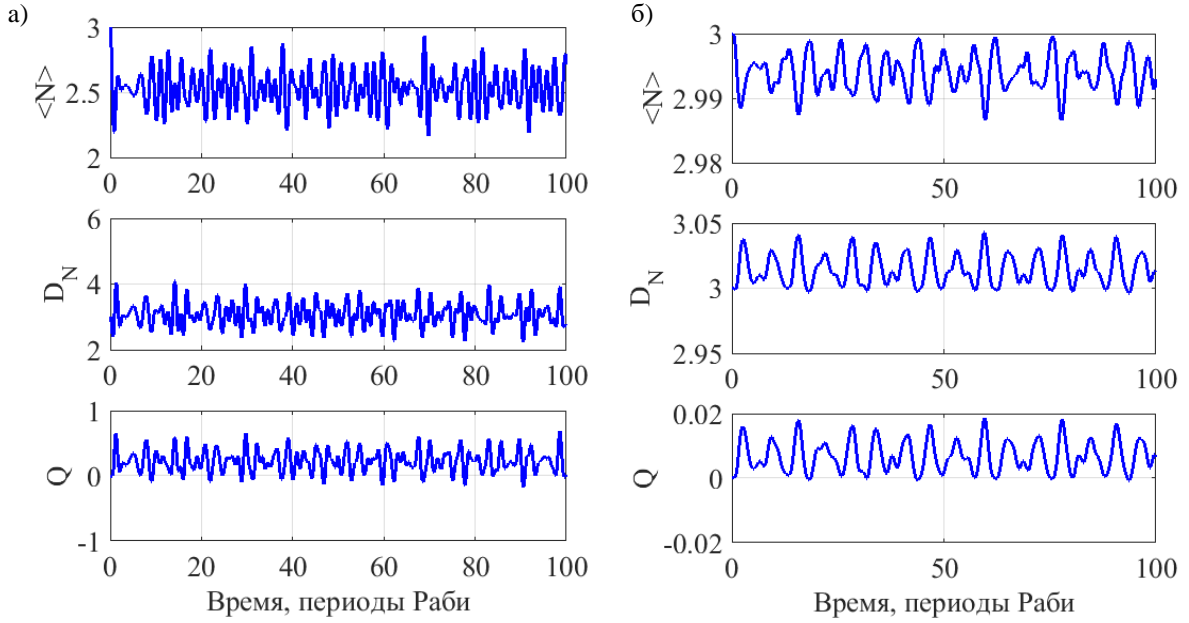


Рисунок 4.9. Эволюция среднего числа фотонов $\langle N \rangle$, его дисперсии D_N и параметра Манделя Q для когерентного поля с начальным средним числом фотонов $\langle N \rangle = 3$. Начальные атомные состояния $\phi_{at}(t=0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$ (а) и $\phi_{at}(t=0) = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}}$ (б)

В дополнение к параметру Манделя может быть вычислена корреляционная функция второго порядка, которая характеризует дополнительные характеристики квантового поля, такие как группировка и антигруппировка фотонов, и в терминах операторов рождения и уничтожения фотонов определяется выражением [39]:

$$g^{(2)} = \frac{\langle a^+ a^+ a a \rangle}{\langle N \rangle^2} \quad (56)$$

В терминах среднего числа фотонов и его дисперсии это выражение может быть переписано в следующем виде:

$$g^{(2)} = \frac{D_n}{\langle N \rangle^2} - \frac{1}{\langle N \rangle} + 1 = \frac{Q}{\langle N \rangle} + 1 \quad (57)$$

В случае атомных систем и полупроводниковых квантовых точек в качестве начального условия для атома можно задать не только основное состояние. Если атомная система выбрана изначально на верхнем электронном уровне, то обмен энергией между атомом и полем имеет другие особенности.

Зависящее от времени среднее число фотонов, параметр Манделя и корреляционная функция второго порядка $g^{(2)}$, полученные для атома, первоначально находящегося на верхнем уровне, представлены на рис. 4.10а. В основном, значение $g^{(2)}$ больше единицы, что означает преимущественно группировку фотонов. Динамика первоначально возбужденного атома сопровождается вероятностным излучением фотона с последующим увеличением среднего числа фотонов поля.

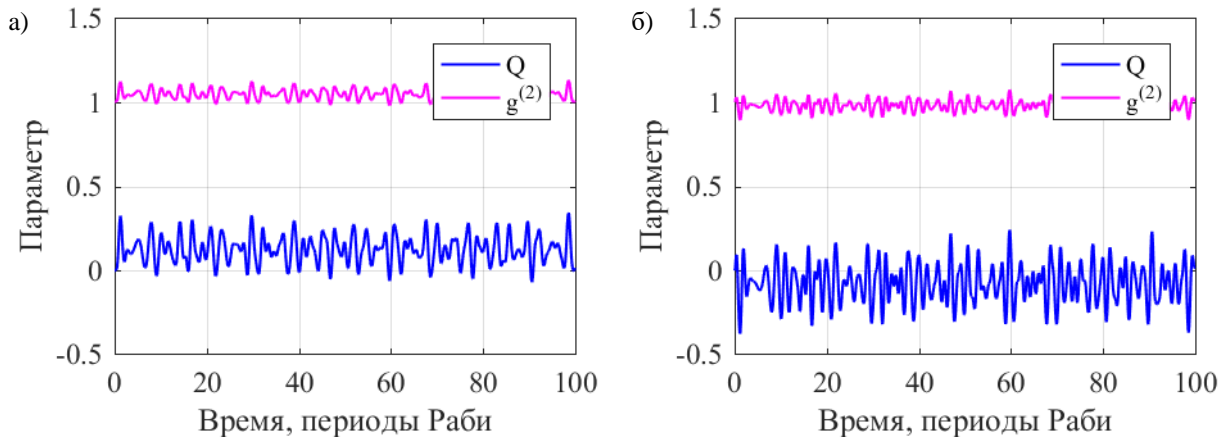


Рисунок 4.10. Эволюция среднего числа фотонов, параметра Манделя и корреляционной функции второго порядка $g^{(2)}$ для когерентного поля с $\langle N \rangle = 3$. Атом изначально находится на верхнем уровне φ_3 (а) или на нижнем уровне φ_1 (б).

Для сравнения на рисунке 4.10б представлена динамика тех же параметров, но для атома, изначально находящегося на нижнем уровне. Во многие моменты времени дисперсия числа фотонов оказывается значительно меньше соответствующего среднего числа фотонов. Этот факт ясно иллюстрируется зависящим от времени параметром Манделя, который в основном отрицателен, и корреляционной функцией второго порядка $g^{(2)}$, которая большую часть времени оказывается немного меньше 1. Такой сценарий однозначно свидетельствует о существенном изменении состояния поля в процессе взаимодействия с атомом. При этом возможна антигруппировка фотонов и трансформация статистики числа фотонов в субпуассоновскую.

Таким образом, показано, что состояние поля резко меняется во время взаимодействия, и демонстрируется эффект вычитания и добавления фотона поля.

Далее будет рассматриваться эволюция полевых характеристик для состояний сжатого вакуума. Как уже было показано в разделе 2.1, изначально очень широкое распределение с достаточно большой дисперсией числа фотонов $D_n = 2\langle N \rangle^2 + 2\langle N \rangle$.

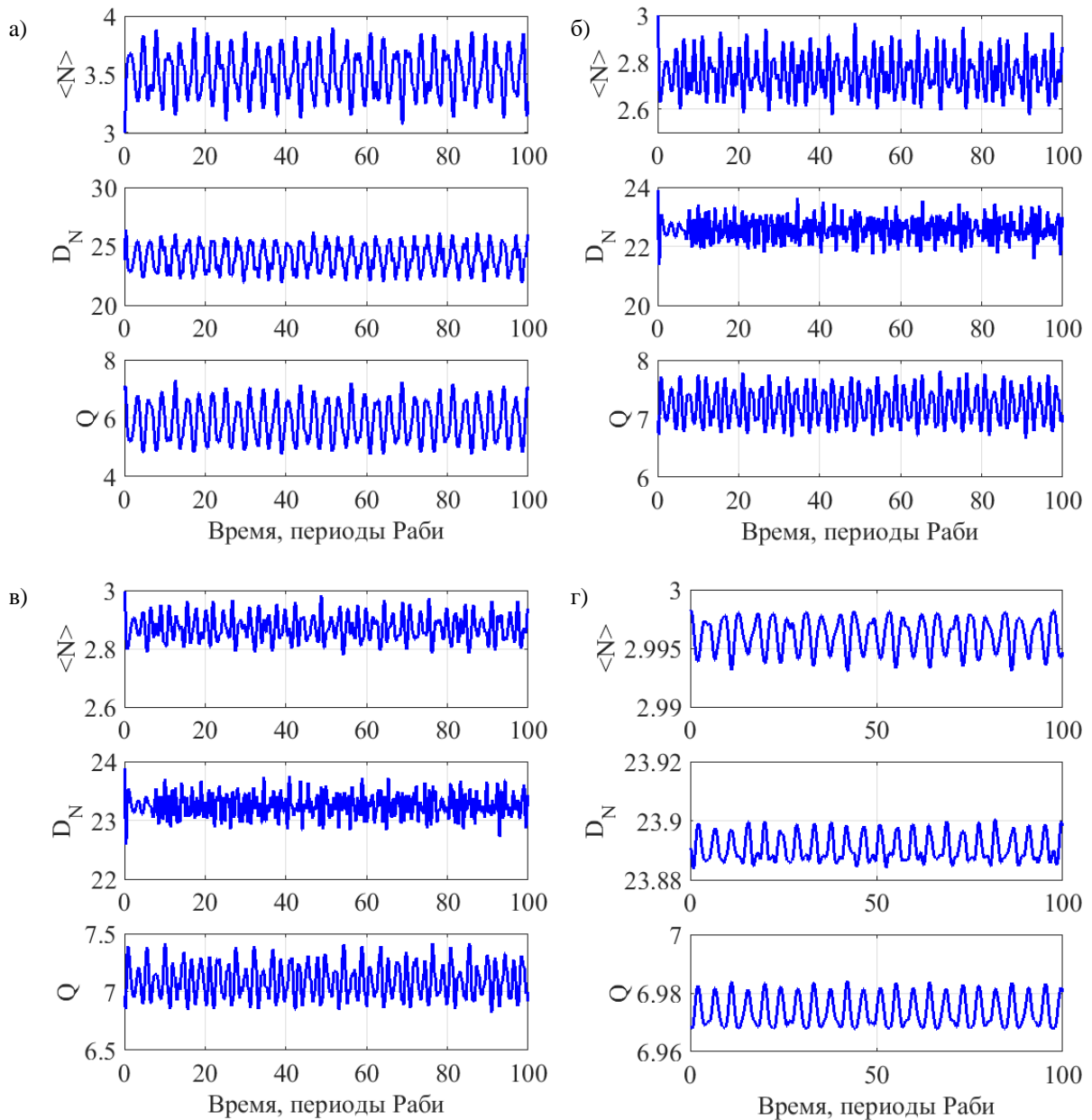


Рисунок 4.11. Эволюция среднего числа фотонов $\langle N \rangle$, его дисперсии D_N и параметра Мандела Q для состояния сжатого вакуума с начальным средним числом фотонов $\langle N \rangle = 3$. Начальные атомные состояния φ_3 (а), $\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$ (б), $\frac{\varphi_1 + i\varphi_2}{\sqrt{2}}$ (в) и $\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}}$ (г).

В процессе взаимодействия среднее число фотонов немного уменьшается, но поглощение фотонов атомом оказывается менее эффективным по сравнению с когерентным полем из-за большого вклада вакуумного состояния Φ_0 . По этой причине дисперсия существенно не меняется. Примеры эволюции среднего числа фотонов, его дисперсии и параметра Мандела представлены на рисунке 4.11.

Кроме того, имеет смысл сравнить реальный параметр Мандела, рассчитанный для измененной в процессе взаимодействия фотонной статистики, с параметром Мандела, рассчитанным для сжатого вакуума:

$$Q_{\text{сж.вак.}} = \frac{D_n}{\langle N \rangle} - 1 = \frac{2\langle N \rangle^2 + 2\langle N \rangle}{\langle N \rangle} - 1 = 2\langle N \rangle + 1 \quad (58)$$

Зависящая от времени величина $Q_{\text{сж.вак.}}$ представлена на рисунке 4.7 и оказывается в основном ниже расчетных значений параметра Мандела Q (50). Этот факт означает, что распределение фотонов оказывается шире, чем ожидалось для сжатого вакуумного света с тем же средним числом фотонов в любой момент времени.

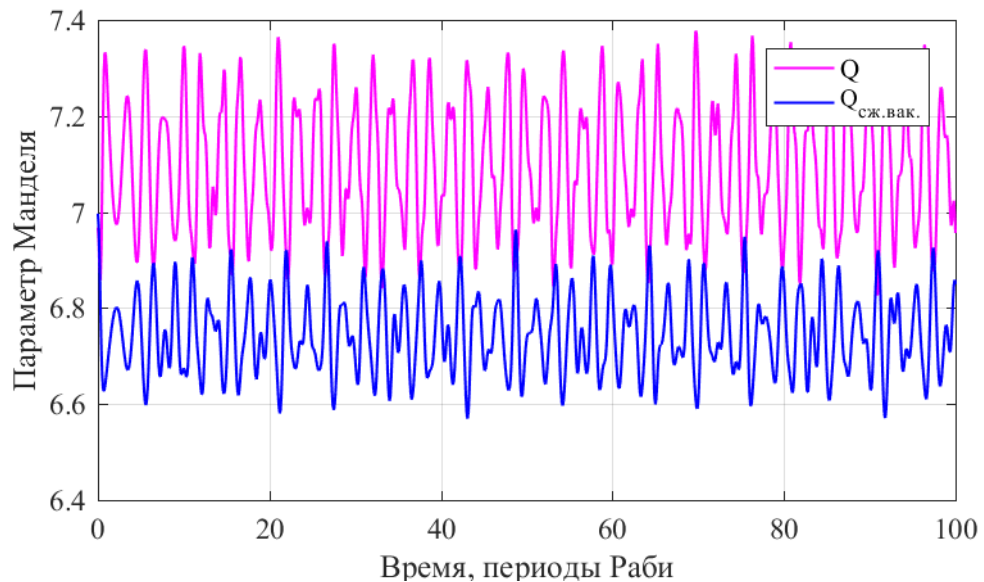


Рисунок 4.12. Эволюция параметра Мандела Q и его теоретической оценки $Q_{\text{сж.вак.}}$ для состояния сжатого вакуума с начальным средним числом фотонов $\langle N \rangle = 3$. Атом изначально находится на нижнем уровне.

Видно, что в различных случаях параметр Мандела принимает достаточно широкий спектр значений, что отражает только сильное изменение дисперсии числа фотонов по отношению к среднему числу квантов. Причем наблюдаются реализации как сильного уширения, так и относительного сужения фотонного распределения. Таким образом, можно сделать вывод о том, что данный параметр дает только качественную картину происходящего, и поэтому необходимо анализировать и другие характеристики, напрямую зависящие от фотонной статистики.

4.4. Перепутывание между подсистемами и генерация негауссовых состояний

Стоит также отметить, что в случае квантованного поля атомная и полевая подсистемы из-за взаимодействия оказывают сильное влияние друг на друга. При таком условии полная волновая функция не может быть факторизована на две части, соответствующие каждой из подсистем:

$$\Psi_{\text{общая}}(\vec{r}, q, t) \neq \phi_{\text{атом}}(\vec{r}, t) \cdot \Phi_{\text{поле}}(q, t) \quad (59)$$

При этом каждая подсистема оказывается в смешанном, а не в чистом состоянии, что означает необходимость ее описания с помощью матрицы плотности, а не волновой функции. Для количественного описания перепутывания между подсистемами можно использовать, например, параметр Шмидта:

$$K = [\text{Tr}(\rho_{at}^2)]^{-1} \quad (60)$$

Здесь ρ^{at} – редуцированная матрица плотности атомной подсистемы, полученная с помощью усреднения матрицы плотности полной системы по полевым координатам. Элементы редуцированной матрицы плотности определяются как:

$$\rho_{ij}^{at} = \sum_k C_{ik} C_{jk}^* \exp(-i(E_j - E_i)t/\hbar) \quad (61)$$

В случае трехуровневого атома, рассматриваемого в задаче, параметр Шмидта вычисляется как

$$K = \left[\sum_{ij} |\rho_{ij}^{at}|^2 \right]^{-1} \quad (62)$$

Его минимальное значение равно 1 и соответствует полностью чистому состоянию, а максимальное возможное значение равно 3.

Для атома, изначально находящегося в основном состоянии, сильное перепутывание между атомной и полевой подсистемами возникает практически сразу в начале взаимодействия. Для когерентного поля динамика параметра Шмидта (рисунок 4.13а) явно соотносится с коллапсами и возрождениями, проявляющимися на населенности атомного уровня (рисунок 4.3а), в то время как для сжатого вакуумного света (рисунок 4.13б) перепутывание резко усиливается в самом начале до довольно высокой степени, равной примерно 2.5.

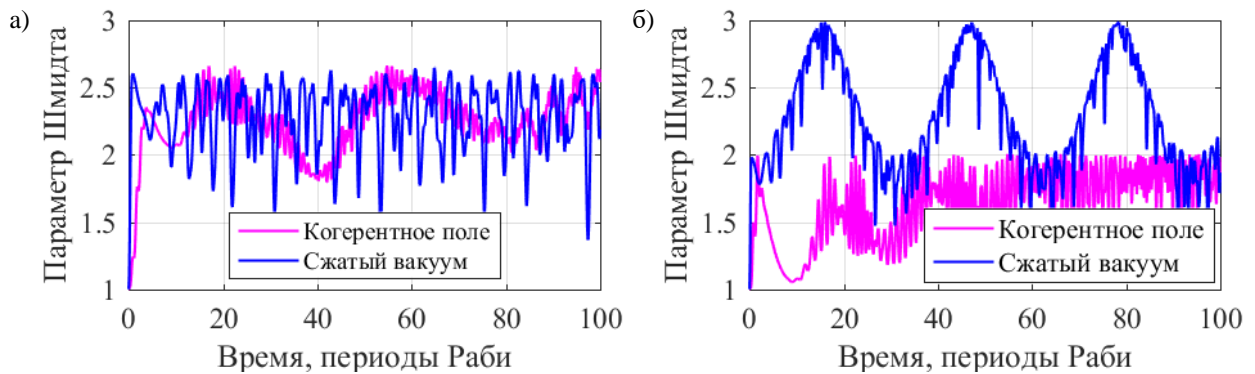


Рисунок 4.13. Эволюция параметра Шмидта для случаев когерентного поля или поля в состоянии сжатого вакуума. Среднее число фотонов $\langle N \rangle = 10$. Начальное атомное состояние $\Psi_{t=0} = \varphi_1$ (а) или $\phi_{at}(t=0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$ (б).

Степень перепутывания можно приблизительно оценить, анализируя квазиэнергетические состояния системы. Для выбранного начального основного состояния атома ($\Psi_{t=0} = \varphi_1$) видно, что все квазиэнергетические состояния (48-49) должны быть заселены во время взаимодействия, при этом усредненная по времени степень перепутывания оказывается довольно высокой, близкой к своему максимальному значению. Для другого начального атомного состояния ($\phi_{at}(t=0) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$) ожидается, что параметр Шмидта не будет больше 2, так как только два квазиэнергетических

состояния изначально заполняются для каждого числа фотонов. Соответствующие результаты представлены на рисунке 4.13 для обоих начальных состояний поля. Для когерентного поля максимальная достигнутая степень перепутывания очень хорошо соответствует оценкам, полученным из анализа квазиэнергетических состояний. Однако для сжатого вакуумного света это не так, и обнаружено, что максимально возможное значение параметра Шмидта, равное 3, периодически достигается во времени, что видно на рисунке 4.13б. Такая особенность перепутывания атома с полем вызвана значительным вкладом фоковского состояния Φ_0 и его отдельной динамики во времени, обнаруженной в сжатом поле, аналогично анализу в предыдущем разделе. Значительный вклад вакуумного состояния в сжатом свете обеспечивает большую заселенность нижних электронных уровней по сравнению с когерентным полем и периодически приводит к равной заселенности всех состояний, равной 1/3 (рисунки 4.3б и 4.5в).

Однако наиболее информативными с точки зрения детального описания динамики свойств полевых состояний являются распределения по числу фотонов (фотонная статистика) и распределения Вигнера, которые позволяют определить формирование негауссовских состояний в процессе взаимодействия с атомом.

Канонически распределение Вигнера может быть вычислено следующим образом [102]:

$$W(q, p) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int dy \exp\left(-\frac{i}{\hbar}py\right) \psi^*\left(q - \frac{1}{2}y\right) \psi\left(q + \frac{1}{2}y\right) \quad (63)$$

Для дальнейшего анализа потребуется ввести перекрестную по двум фоковским состояниям функцию Вигнера W_{km} :

$$W_{km}(q, p) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int dy \exp\left(-\frac{i}{\hbar}py\right) \Phi_k^*\left(q - \frac{1}{2}y\right) \Phi_m\left(q + \frac{1}{2}y\right) \quad (64)$$

Примеры перекрестных функций Вигнера W_{km} , вычисленных для различных фотонных состояний, представлены на рисунке 4.14.

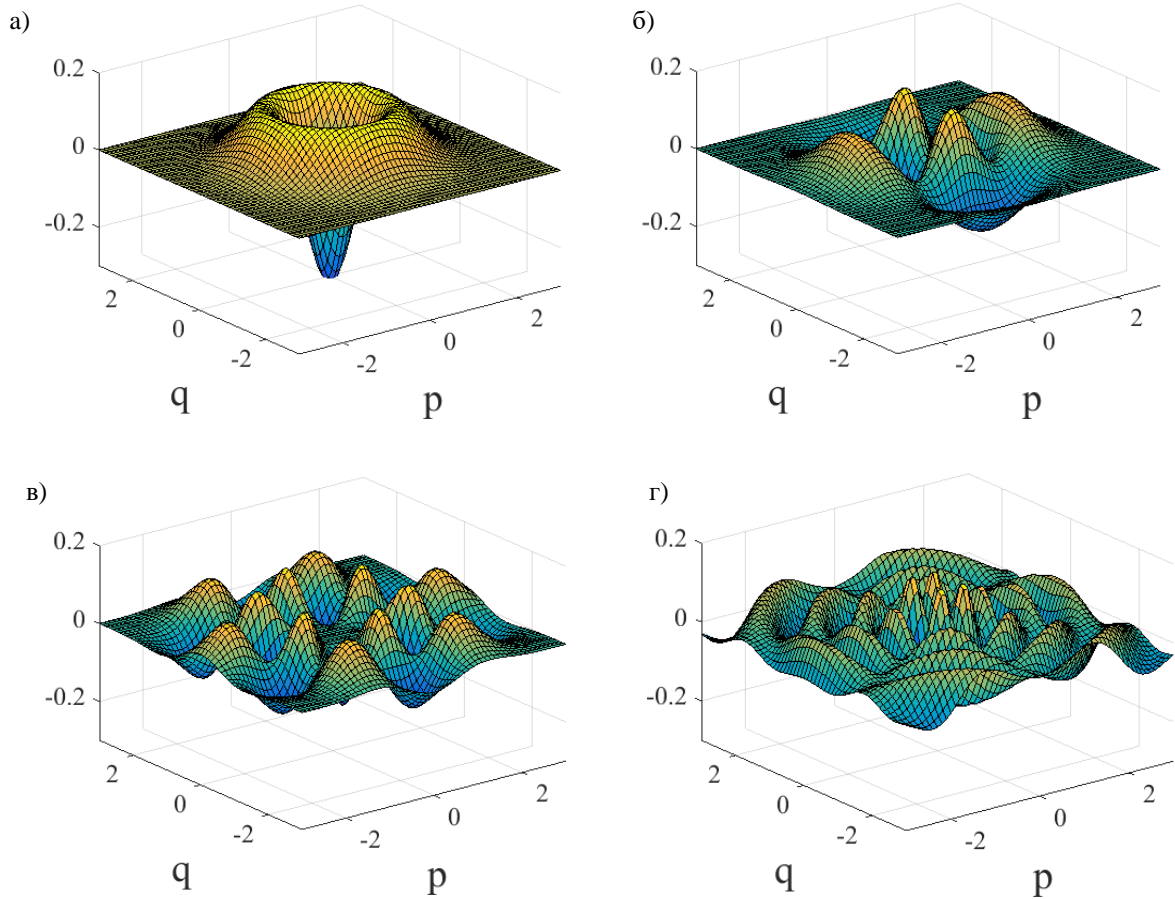


Рисунок 4.14. Примеры перекрестных функций Вигнера W_{km} для $W_{1,1}$ (а), $W_{3,1}$ (б), $W_{7,1}$ (в) и $W_{10,7}$ (г)

Поскольку полная волновая функция имеет следующий вид:

$$\Psi_{tot}(t) = \sum_{n,k} C_{nk} \varphi_n \Phi_k \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_{nk} t\right), \quad (65)$$

то полное распределение Вигнера можно построить как:

$$W(q, p) = 2Re \left\{ \frac{1}{2\pi\hbar} \sum_{n,k,m} C_{nk}^* C_{nm} \exp\left(\frac{i}{\hbar} (E_k - E_m) t\right) W_{km}(q, p) \right\} \quad (66)$$

Статистика фотонов и соответствующие функции Вигнера, полученные для сжатого вакуумного поля и атома, выбранного в верхнем и основном электронных состояниях, представлены на рисунке 4.15. Первоначально такое поле характеризуется заселенностью только четных фоковских состояний, а функция Вигнера имеет вид двух гауссианов разной ширины по обеим обобщенным координатам p и q соответственно.

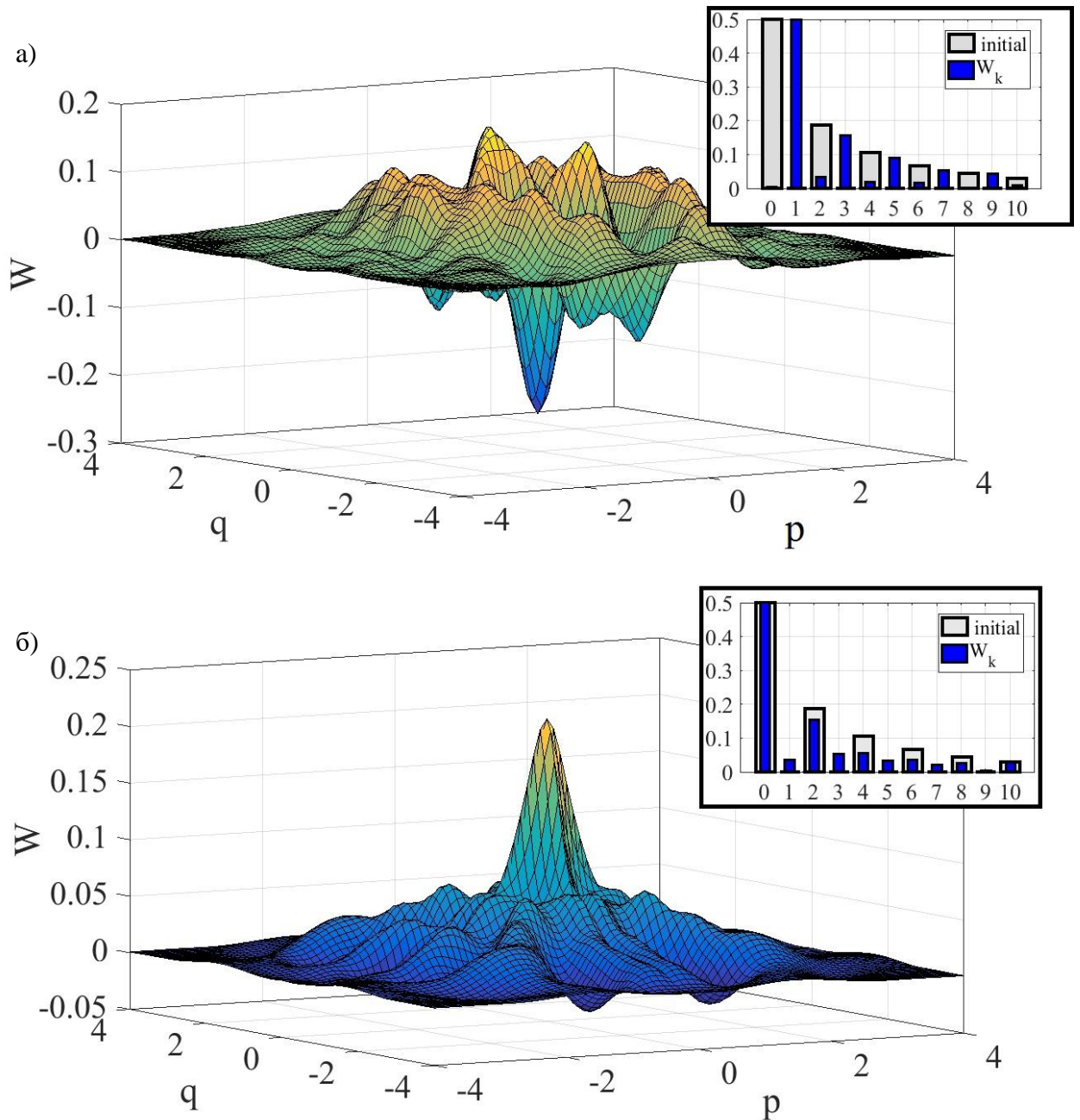


Рисунок 4.15. Распределение Вигнера и соответствующая ему фотонная статистика в начальный момент времени и момент времени с минимальной заселенностью вакуумного состояния. Начальное атомное состояние $\Psi_{t=0} = \varphi_3$ (а) и $\Psi_{t=0} = \varphi_1$. Данные распределения сделаны при усреднении по атомным состояниям ($\sum_n |C_{nk}|^2$ и W).

Атом, изначально находящийся в верхнем состоянии, с некоторой вероятностью может испустить фотон, что приведет к резкому изменению статистики фотонов. Поскольку фотон может быть добавлен к полю, оказывается, что в основном заселяются нечетные фоковские состояния, обеспечивающие рост среднего числа фотонов поля, что видно в фотонной статистике на рисунке 4.15а. Более того, такое распределение с

преимущественно нечетным числом фотонов должно способствовать негауссовой структуре полевого состояния, что сразу подтверждается хорошо выраженной отрицательностью соответствующего распределения Вигнера (рисунок 4.15а). Таким образом, взаимодействие с атомом существенно влияет на состояние квантового поля и поэтому может быть использовано для создания полей с негауссовыми характеристиками.

Атом, изначально находящийся в основном состоянии, при возбуждении поглощает фотон, и при этом происходит эффект вычитания фотона из поля. В этом случае также будут заселены преимущественно нечетные фокковские состояния. Однако вклад вакуумного состояния не меняется и остается самым большим, не участвуя в процессе возбуждения. Статистика фотонов и соответствующее распределение Вигнера, полученные в этом случае, представлены на рисунке 4.15б. Распределение Вигнера проявляет лишь очень небольшую отрицательность, поскольку преобладающий в статистике вес вакуумного состояния задает почти гауссову форму распределения.

Чтобы выявить негауссовы свойства света в этом случае, удобнее изучать статистику фотонов и функцию Вигнера, проецируя зависящую от времени волновую функцию на верхнее состояние атома. Физически такая процедура означает анализ состояния поля при условии, что атом находится в верхнем состоянии.

Проекция полной волновой функции (60) на верхнее атомное состояние может быть вычислена как:

$$\langle \varphi_3 | \Psi_{tot} \rangle = \sum_k C_{3k} \Phi_k \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_{3k} t\right) \quad (67)$$

При этом распределение Вигнера при условии, что атом находится на верхнем уровне, может быть задано следующим образом:

$$W_3(p, q) = \sum_{k,m} C_{3k} C_{3m}^* W_{km} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} (E_{3k} - E_{3m}) t\right) \quad (68)$$

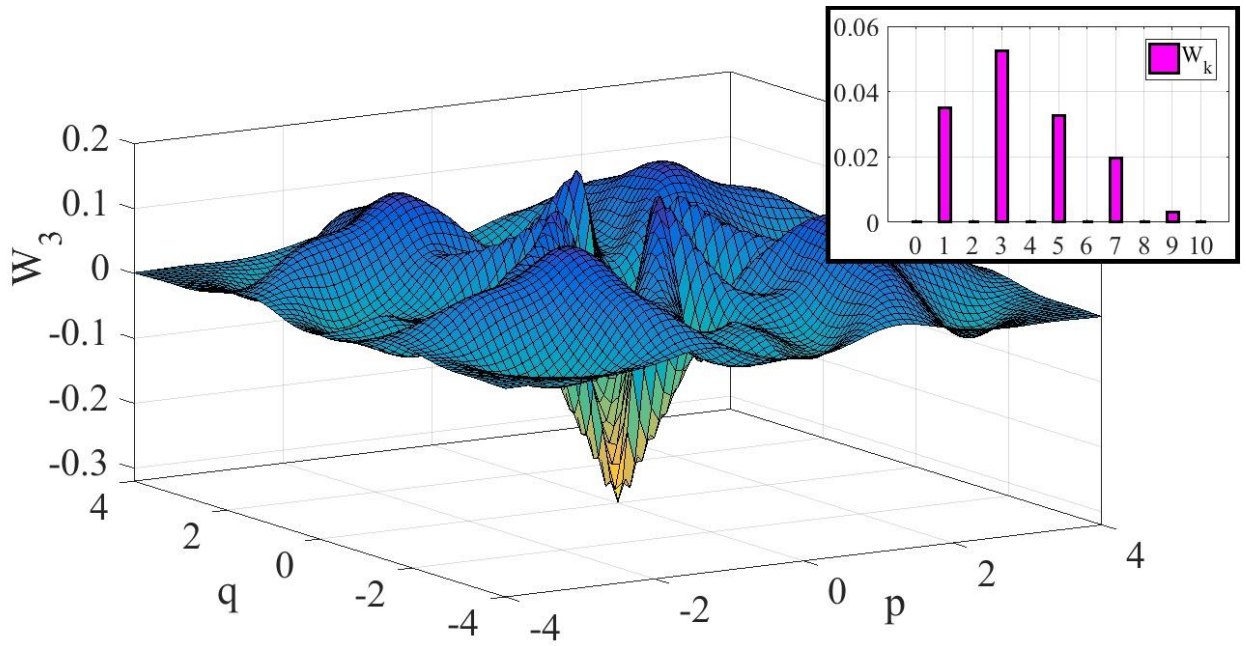


Рисунок 4.16. Распределение Вигнера и соответствующая ему фотонная статистика в момент времени с минимальной заселенностью вакуумного состояния. Начальное атомное состояние $\Psi_{t=0} = \varphi_1$. Данные распределения сделаны при проекции на третье атомное состояние ($|C_{3k}|^2$ и W_3)

Вид условного распределения Вигнера (63) проиллюстрирован на рисунке 4.16. Отчетливо видна ярко выраженная заселенность состояний с нечетным числом фотонов, а также отрицательность распределения Вигнера. Провести такую процедуру условного измерения в эксперименте сложно, но возможно. Условное измерение приводит к возможности выбора и создания негауссовских состояний квантового поля.

Следует отметить, что полученные результаты имеют большое значение. Создание негауссовых состояний поля является трудной задачей, но оно имеет большую ценность из-за высокого ресурса квантовой корреляции и многообещающего потенциала для целей квантовой информации.

Управление динамикой сверхпроводящего мета-атома униполярным магнитным импульсом

В этой главе исследуется динамика сверхпроводящих наноструктурных Джозефсоновских систем под действием импульсных магнитных полей и анализируется возможность сверхбыстрого переноса возбуждения и перемагничивания в сверхпроводящих метаатомах. Разработан теоретический подход к полностью квантовому описанию воздействия униполярного магнитного импульса на сверхпроводящие Джозефсоновские кубиты. Продемонстрирован сверхбыстрый перенос населенности и перемагничивание в сверхпроводящих метаатомах на пикосекундных временах, индуцированные униполярными импульсами магнитного поля. Также предложена перспективная схема с потенциальным практическим применением, основанная на режиме вынужденных рамановских переходов Λ -типа между спиновыми состояниями кубита через верхние уровни, чтобы обеспечить сверхбыстрый переворот спина на пикосекундной шкале времени. Данная глава написана на основе результатов, представленных в публикации [A2].

5.1. Модель и теоретический подход. Постановка задачи.

В качестве магнитного метаатома можно рассматривать, например, сверхпроводящее кольцо с тремя джозефсоновскими контактами (вставка на рисунке 5.1). Потенциальная энергия системы принимает форму двойной ямы, при этом характерные джозефсоновские энергии трех элементов равны $E_{J_{0s}}$, $E_{J_{0s}}$ и $\alpha E_{J_{0s}}$, $\alpha > 0.5$. При этом можно приложить магнитные потоки Φ_x и Φ_z , чтобы контролировать высоту барьера и асимметрию потенциальной ямы соответственно.

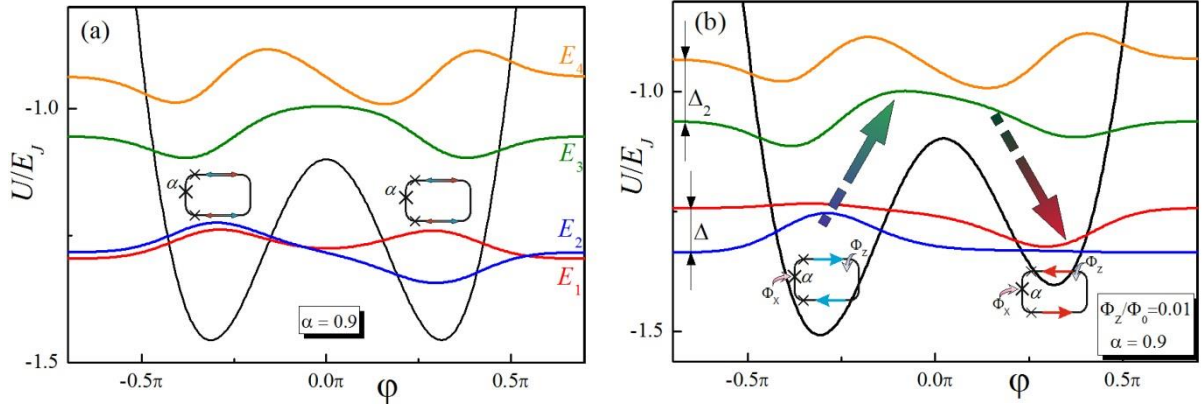


Рисунок 5.1. (а) Потенциальная энергия и собственные функции (с энергиями E_1 , E_2 , E_3 , E_4) трех-контактного кубита [62], где джозефсоновские энергии элементов равны $E_{J_{os}}$, $E_{J_{os}}$ и $\alpha E_{J_{os}}$, ($\alpha = 0.9$). Характерная джозефсоновская энергия $E_{J_{os}}$ в 80 раз больше характерной кулоновской энергии гетероструктур. Обобщенная координата φ связана с фазами джозефсоновских контактов. (б) Переворот спина в двухъямном потенциале сверхпроводящего метаатома с магнитным потоком ($\alpha = 1.5$) показан как переход между состояниями с определенными значениями магнитного момента (эти состояния соответствуют энергетическим уровням E_1 и E_2 соответственно). Приложенный магнитный поток Φ_z равен 0,01 кванта магнитного потока Φ_0 . Далее в тексте используются обозначения: E_1 , E_2 , E_3 , E_4 , Δ , Δ_2 .

Динамика такой сверхпроводящей системы в магнитном импульсном поле описывается нестационарным уравнением Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = (\hat{H}_0 - \vec{\mu} \vec{H}) \psi \quad (69)$$

Здесь \hat{H}_0 обозначает невозмущенный гамильтониан системы, \vec{H} – внешнее магнитное поле, а $\vec{\mu}$ обозначает оператор магнитного момента. В данном подходе сначала учитывается три энергетических состояния такого искусственного джозефсоновского атома: два состояния кубита с энергиями E_1 , E_2 и один верхний уровень с энергией E_3 (рис. 5.1а).

Внешнее магнитное поле H выбрано в виде униполярного прямоугольного импульса длительностью τ и амплитудой A . Ключевым моментом рассматриваемого подхода является настройка параметров метаатома, чтобы при приложении магнитного поля блокировать прямые переходы между состояниями кубита и учитывать только переходы рамановского Λ -типа между ними через верхний уровень. Используя

существующую аналогию со спиновыми состояниями $|\downarrow\rangle$ и $|\uparrow\rangle$, направление должно быть выбрано вдоль оси z так, чтобы слагаемое взаимодействия метаатома с магнитным полем $\mu_z H_z$ было пропорционально $\hat{\sigma}_z$ -матрице. Это предотвращает прямой переход с первого уровня на второй с переворотом спина.

Нестационарная волновая функция системы раскладывается по собственным функциям φ_n с энергиями E_n двухъямного потенциала:

$$\psi(t) = \sum_n C_n(t) \varphi_n \quad (70)$$

В результате получается набор связанных дифференциальных уравнений для амплитуд вероятности $C_n(t)$ соответствующих состояний с заблокированным прямым переходом $|\varphi_1\rangle \rightarrow |\varphi_2\rangle$:

$$\begin{cases} i\hbar\dot{C}_1 = \mu_{13}C_3A + C_1E_1 \\ i\hbar\dot{C}_2 = \mu_{23}C_3A + C_2E_2 \\ i\hbar\dot{C}_3 = \mu_{32}C_2A + \mu_{31}C_1A + C_3E_3 \end{cases} \quad (71)$$

Здесь обозначения μ_{ij} соответствуют магнитным матричным элементам разрешенных переходов, для упрощения решения системы все они имеют одинаковое значение: $\mu_{31} \sim \mu_{32} \sim \mu \sim 10^6$ а.е.

Далее система (71) решается при начальном условии $C_1 = 1$, которое соответствует начальному заселению низшего спинового состояния. Зависящие от времени населенности любого из рассматриваемых состояний можно рассчитать следующим образом: $W_i = |C_i(t)|^2$. Полученную динамику системы можно сравнить с решением следующей системы для случая, когда переходы между всеми рассмотренными состояниями разрешены:

$$\begin{cases} i\hbar\dot{C}_1 = C_1E_1 + \mu_{13}C_3A + \mu_{12}C_2A \\ i\hbar\dot{C}_2 = C_2E_2 + \mu_{23}C_3A + \mu_{21}C_1A \\ i\hbar\dot{C}_3 = \mu_{32}C_2A + \mu_{31}C_1A + C_3E_3 \end{cases} \quad (72)$$

Целью задачи является обеспечение сверхбыстрого переноса населенности из одного состояния кубита в другое и установка режима, при котором населенность верхнего уровня явно равна нулю из-за когерентного

пленения населенности на двух нижних состояниях кубита из-за рамановских переходов Λ -типа, индуцированных импульсом магнитного поля.

5.2. Сверхбыстрый переворот спина в случае заблокированного прямого спинового перехода

Сначала стоит рассмотреть возможность переворота спина, вызванного униполярным магнитным импульсом, в случае, когда прямой переход между спиновыми состояниями кубита заблокирован. В таких условиях происходят только рамановские переходы Λ -типа, которые обеспечивают перенос населенности из нижнего спинового состояния в верхнее.

Система (71) решается в любой момент времени в интервале времени $[0, \tau]$, когда включается магнитное поле, а затем динамика системы происходит без участия поля и, как следствие, без изменения населенностей уровней. Для удобства вводятся следующие обозначения:

$$E_2 - E_1 = \Delta; \quad E_3 - E_4 = \Delta_2; \quad \frac{E_1 + E_2}{2} = \bar{E}; \quad E_3 - \bar{E} = \hbar\Omega; \quad \mu A = V \quad (73)$$

Следует отметить, что, поскольку рассматривается униполярный магнитный импульс, который не имеет какой-либо несущей частоты, Ω – это просто обозначение.

Для дальнейшего решения системы дифференциальных уравнений удобно ввести новые переменные:

$$\xi(t) = (C_1 + C_2)e^{-\frac{i}{\hbar}\bar{E}t}; \quad \eta(t) = (C_1 - C_2)e^{-\frac{i}{\hbar}\bar{E}t}; \quad C(t) = C_3e^{-\frac{i}{\hbar}\bar{E}t} \quad (74)$$

С учетом новых переменных (74) система (71) может быть переписана следующим образом:

$$\begin{cases} i\hbar\dot{\xi} = 2VC - \frac{\Delta}{2}\eta \\ i\hbar\dot{\eta} = -\frac{\Delta}{2}\xi \\ i\hbar\dot{C} = V\xi + C\hbar\Omega \end{cases} \quad (75)$$

Решение системы (75) ищется в виде:

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ C \end{pmatrix} \sim e^{-\frac{i}{\hbar}\gamma t} \quad (76)$$

Здесь введено обозначение γ для квазиэнергии системы (71), она может быть найдена из уравнения:

$$\gamma^2(\gamma - \hbar\Omega) - 2V^2\gamma - \frac{\Delta^2}{4}(\gamma - \hbar\Omega) = 0 \quad (77)$$

Обычно для реальных сверхпроводящих систем $\Delta \ll \hbar\Omega$, и связь между состояниями спиновых кубитов V , индуцированная магнитным полем, достаточно сильна из-за огромного значения магнитного дипольного момента. По этим причинам уравнение (77) может быть решено аналитически последовательными итерациями, и в пределе $\Delta \rightarrow 0$ получаются следующие квазиэнергии нулевого порядка:

$$\gamma_0^{(0)} = 0; \quad \gamma_{\pm}^{(0)} = \frac{\hbar\Omega}{2} \pm \frac{\sqrt{(\hbar\Omega)^2 + 8V^2}}{2} \quad (78)$$

Особым случаем является квазиэнергетическая волновая функция $\psi_{\gamma=0}^{QES}$, соответствующая $\gamma^{(0)} = 0$:

$$\psi_{\gamma=0}^{QES} \sim \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}} \quad (79)$$

Такая волновая функция соответствует случаю, когда вся населенность распределена между двумя состояниями спинового кубита, и населенность верхнего состояния φ_3 равна нулю. Такой режим соответствует когерентному пленению населенностей, известному для реальных атомных систем в оптических электромагнитных импульсах, рассматриваемому в Главе 2. Если такое квазиэнергетическое состояние выбрано как исходное, верхнее состояние $|3\rangle$ никогда не будет заселено.

Для поставленной задачи рассматривается система кубитов, которая изначально находится в самом нижнем состоянии $|1\rangle$, и наиболее интересно рассматривать возможный переход населенности в состояние спина кубита $|2\rangle$. При использовании квазиэнергии (78) при аналитическом решении

такой начальной задачи в пределе $\Delta \rightarrow 0$ получаются следующие зависящие от времени амплитуды рассматриваемых состояний.

$$C_{1,2}(t) = \pm \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-i\frac{\Omega}{2}t} \left[\cos\left(\frac{\sqrt{(\hbar\Omega)^2 + 8V^2}}{2\hbar} t\right) + i \frac{\hbar\Omega}{\sqrt{(\hbar\Omega)^2 + 8V^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{(\hbar\Omega)^2 + 8V^2}}{2\hbar} t\right) \right] \quad (80)$$

$$C_3(t) = e^{-i\frac{\Omega}{2}t} \frac{V}{\sqrt{(\hbar\Omega)^2 + 8V^2}} (-2i) \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{(\hbar\Omega)^2 + 8V^2}}{2\hbar} t\right) \quad (81)$$

Зависящие от времени населенности различных состояний, полученные из формул (80, 81) представлены на рисунке 5.2 и, как видно, характеризуются очень быстрыми колебаниями, сопровождаемыми довольно медленной модуляцией огибающей. Быстрые колебания соответствуют сильно нерезонансным переходам Раби-типа между каждым состоянием кубита и верхним третьим состоянием, которые имеют большую эффективность из-за большого значения магнитных матричных элементов и, следовательно, очень сильной связи между этими уровнями. И медленная модуляция огибающей связана с частотой перехода Ω (или характерным периодом $T_\Omega = 2\pi/\Omega$) между некоторым средним (относительно двух уровней спинового кубита) уровнем с энергией \bar{E} и верхним третьим уровнем. Видно, что время, за который происходит первый переворот спина, оказывается намного короче периода T_Ω . При этом на рис. 5.2а и 5.2б показано, что оно также дополнительно уменьшается с увеличением амплитуды магнитного поля, так как колебания несущей становятся быстрее. В результате, увеличивая амплитуду магнитного поля, можно обеспечить переворот спина в ультракоротком масштабе времени. Например, для $\mu \sim 10^6$ а.е., $H \sim 5 \cdot 10^{-5}$ а.е. и $\Omega = 10$ ГГц характерное время спинового перехода между состояниями кубита составляет около 5 пикосекунд, что является рекордным по сравнению с наносекундными временами, достигнутыми для прямых переходов Раби.

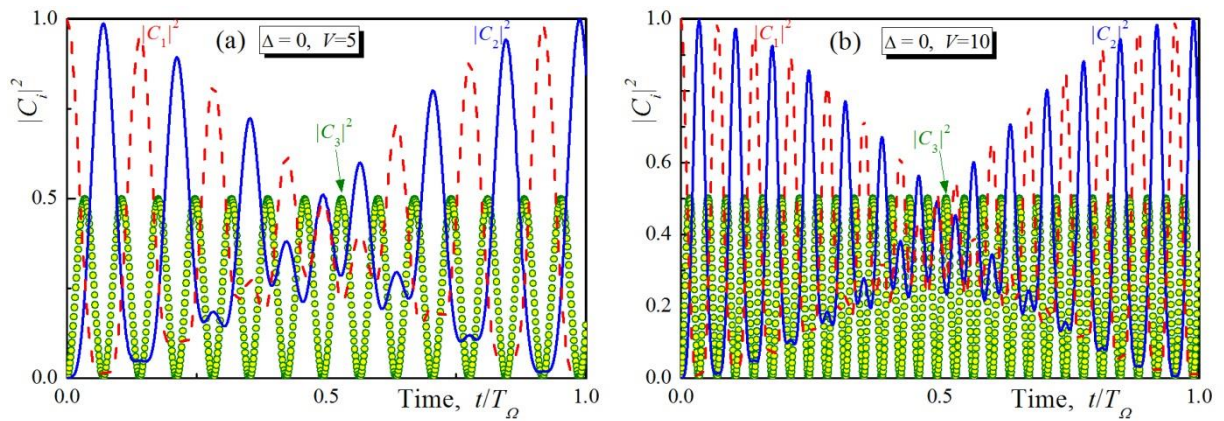


Рисунок 5.2. Аналитическое решение системы (53), полученное в пределе $\Delta \rightarrow 0$ для двух различных магнитных сил поля: $V = 5$ (а) и $V = 10$ (б). Пунктирная линия, сплошная линия и кружки относятся к $|C_{1,2,3}|^2$ соответственно.

Теперь стоит рассмотреть зависимость времени спинового перехода от энергетического расстояния Δ между уровнями кубитов. Для этой цели решение уравнения (71) было получено с помощью квазиэнергий, найденных из (77) последовательными итерациями по параметру Δ . Полученное аналитическое решение очень близко к численным результатам. Динамика населенности всех рассмотренных уровней, полученных для ненулевой отстройки Δ , представлена на рис. 5.3а. Рисунок 5.3 иллюстрирует зависимость времени перехода Джозефсоновского кубита на верхний уровень. Видно, что время спинового перехода существенно уменьшается при увеличении амплитуды поля. Продемонстрировано, что при изменении отстройки Δ время перехода практически не меняется, но эффективность перехода (максимально достигнутая населенность второго уровня) уменьшается с ростом Δ . Однако эффективность может быть увеличена путем увеличения воздействия магнитного поля, которое обеспечивает гораздо более быстрые колебания, подобные осцилляциям Раби, и, следовательно, почти 100% вероятность заселения верхнего рабочего уровня кубита на первом пике временных осцилляций. Таким образом, продемонстрировано, что в то время как амплитуда магнитного поля изменяет частоту быстрых осцилляций динамики населенностей уровней

сверхпроводящего кубита, отстройка отвечает за период медленной модуляции.

В результате характерное время переворота спина или изменения намагниченности резко уменьшается без потери эффективности с ростом силы связи между атомом и полем, что иллюстрируется на рисунке 5.3б. Время переноса населенности (T_{SF}) нормируется на $T_{\Omega} = 2\pi / \Omega$. Обычно этот период лежит в субнаносекундном диапазоне, при этом время наблюдаемого переворота спина оказывается на 2 порядка меньше. Таким образом, действительно можно достичь очень быстрого переворота спина на пикосекундных временах, что значительно быстрее, чем то, что получается в случае несущего магнитного импульса, резонансного для прямого перехода между спиновыми состояниями.

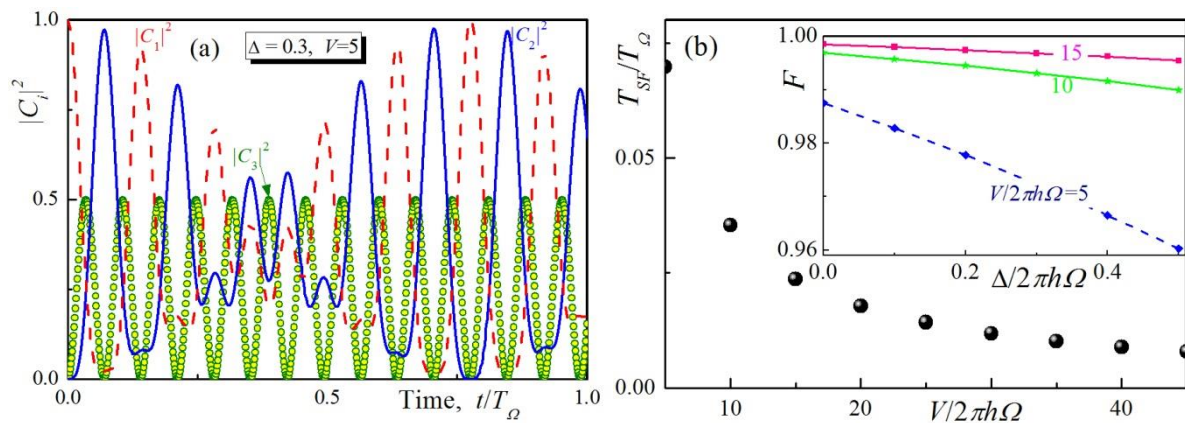


Рисунок 5.3. (а) Эволюция населенностей, полученная из аналитического решения (80, 81), для $\Delta = 0,3$, $V = 5$. Пунктирные линии, сплошные линии, окружности – для $|C_{1,2,3}|^2$ соответственно. (б). Зависимость времени переворота спина от силы взаимодействия между атомом и магнитным полем. На вставке показано, как эффективность переворота (определяемой с помощью $|C_2|^2$ при первом максимуме) уменьшается с увеличением нормированного значения Δ для различных сил взаимодействия V .

Для подтверждения реализации обсужденных выше результатов в эксперименте необходимо проанализировать влияние дополнительных верхних уровней изучаемого сверхпроводящего мета-атома в процессе рассматриваемого переворота спина. Пусть в системе учитывается четвертый уровень, который выше по энергии, чем третий. Соответствующая динамика

населенности разных уровней представлена на рис. 5.4. В этом случае время первого пика переноса населенности оказывается даже короче по сравнению с результатом, представленным на рис. 5.3а, из-за увеличения частоты медленной модуляции. Следовательно, учет структуры реальных энергетических уровней рассматриваемой сверхпроводящей системы не замедляет продемонстрированный сверхбыстрый переворот спина.

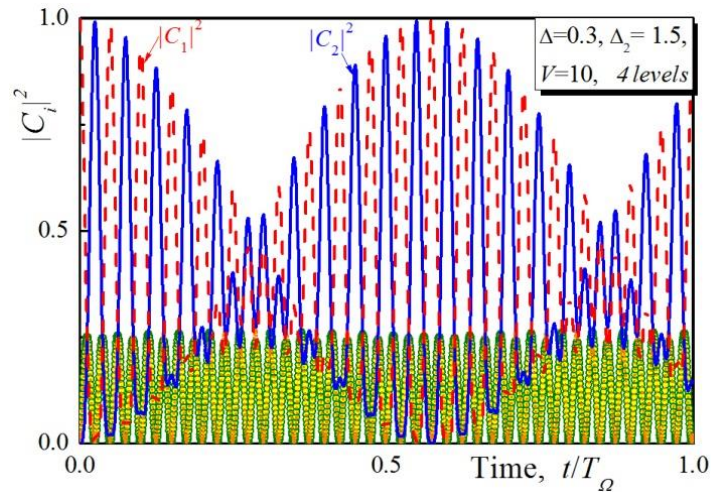


Рисунок 5.4. Эволюция населенностей состояний спинового кубита при добавлении четвертого верхнего состояния сверхпроводящей системы в переходы рамановского типа при $\Delta = 0,3\hbar\Omega, \Delta_2 = 1,5\hbar\Omega$ и $V = 10\hbar\Omega$. Пунктирные линии, сплошные линии, круги и квадраты для $|c_{1,2,3,4}|^2$ соответственно.

5.3. Перемагничивание, индуцированное униполярным магнитным импульсом, для разрешенных прямых спиновых переходов

Теперь нужно сравнить результаты, полученные в предыдущем разделе, со случаем, когда прямой переход между состояниями спинового кубита $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ разрешен. Такая необычная ситуация возможна в искусственном джозефсоновском атоме. Можно назвать это Δ -конфигурацией сверхпроводящего атома. В этом случае система (72) имеет решение, и аналитическое выражение для амплитуды вероятности верхнего спинового состояния, полученное в пределе $\Delta \rightarrow 0$, дается выражением:

$$C_2(t) = -\frac{1}{2} e^{\frac{i}{\hbar} V t} + \frac{1}{2} e^{-\frac{i(V+\hbar\Omega)t}{2\hbar}} \left[\begin{array}{c} \cos\left(\frac{\sqrt{(V-\hbar\Omega)^2 + 8V^2}}{2\hbar} t\right) - \\ -i \frac{(V-\hbar\Omega)}{\sqrt{(V-\hbar\Omega)^2 + 8V^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{(V-\hbar\Omega)^2 + 8V^2}}{2\hbar} t\right) \end{array} \right] \quad (82)$$

Соответствующая динамика населенности этого состояния представлена на рис. 5.5 для двух разных значений амплитуды магнитного поля. Результат несколько отличается по сравнению с данными рис. 5.2. В отличие от случая, когда переход кубита $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ заблокирован, здесь наблюдается более медленный переворот спина с характерным временем, определяемым не разделением между уровнями спиновых кубитов Δ , а периодом $T_\Omega = 2\pi / \Omega$, который соответствует наносекундному или, по крайней мере, субнаносекундному временному интервалу для реальных сверхпроводящих систем. По этой причине наблюдаемый переворот спина оказывается значительно быстрее, чем в случае резонансных переходов Раби, но значительно медленнее, чем для схемы с заблокированным прямым переходом. Следует отметить, что увеличение напряженности магнитного поля не влияет в этом случае на характерное время переворота спина.

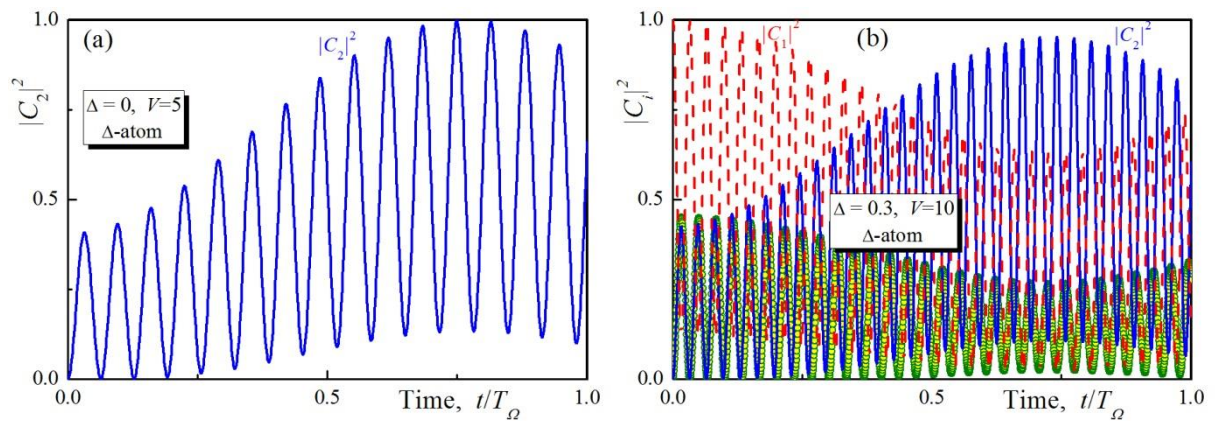


Рисунок 5.5. (а) Населенность верхнего спинового состояния сверхпроводящего кубита, полученная аналитически для $V = 5$ в пределе $\Delta \rightarrow 0$. (б) заселенности всех рассмотренных состояний, рассчитанные численно для $\Delta = 0.3$, $V = 10$. Прямой спиновый переход разрешен. Пунктирные линии, сплошные линии и окружности относятся к $|C_{1,2,3}|^2$ соответственно.

С увеличением энергетического расстояния Δ между спиновыми состояниями максимально возможное значение населенности верхнего спинового состояния начинает уменьшаться, что означает падение эффективности перехода, а характерное время перехода остается практически неизменным (рисунок 5.5б).

Таким образом, в данной главе получен важный результат: продемонстрирован сверхбыстрый переворот спина и перемагничивание в сверхпроводящих наноструктурных Джозефсоновских системах, реализованные на основе воздействия широкополосных импульсных магнитных полей со 100% эффективностью и с быстродействием, на несколько порядков превышающим быстродействие схем прямого резонансного возбуждения в режиме осцилляций Раби.

Заключение

В данной работе исследуется взаимодействие атомных и наноструктурных квантовых систем с неклассическими электромагнитными полями. Атомная система рассматривается в приближении трех дискретных уровней. Такая модель может применяться для описания не только обычных атомов, но и полупроводниковых наноструктур, например, допированных примесями квантовых ям, или сверхпроводящих Джозефсоновских систем. Таким образом, в диссертационной работе разработан достаточно общий подход, позволяющий анализировать возбуждение различных квантовых систем неклассическими полями. В работе получены следующие основные результаты.

1. Разработан новый теоретический подход для описания взаимодействия полупроводниковых квантовых ям и наноструктур с различными неклассическими состояниями электромагнитного поля, включая сжатые, за рамками теории возмущений и с учетом квантовых свойств света. Выявлены особенности динамики возбуждения атомных и полупроводниковых систем квантовыми электромагнитными полями, обусловленные сильными корреляциями фотонов, существенной ролью вакуумных флуктуаций и широким распределением по числу фотонов воздействующего неклассического света.

2. Обнаружены не имеющие классического аналога эффекты «коллапса» и «возрождения» для динамики заселения атомных состояний, а также среднего и дисперсии числа фотонов, возникающие в процессе взаимодействия квантовых полей с атомными и наноструктурными системами.

3. В случае воздействия когерентных полей с малым средним числом фотонов обнаружена сильная зависимость динамики возбуждения атомной системы от относительной фазы исходных полевых состояний и обнаружены

эффекты когерентного пленения населенностей и появления «темного состояния».

4. При исследовании взаимодействия неклассических полей с атомными и наноструктурными системами выявлено существенное изменение фотонной статистики, дисперсии и среднего числа квантов для каждой полевой моды. Продемонстрировано существенное изменение свойств неклассических полей и появление нечетных состояний в фотонной статистике, что приводит к возможности получения так называемых негауссовских неклассических состояний электромагнитного поля.

5. Обнаружено сильное квантовое перепутывание и корреляции между «атомной» и полевой подсистемами в случае воздействия неклассического света. Продемонстрировано, что перепутывание существенно влияет на состояния атома, включая недиагональные матричные элементы атомной матрицы плотности и во многих случаях максимально при воздействии сжатых неклассических полей.

6. При анализе динамики сверхпроводящих наноструктурных Джозефсоновских систем был предложен метод, осуществляющий сверхбыстрый переворот спина в таких системах и основанный на воздействии широкополосных импульсных магнитных полей. Продемонстрирован эффект переворота спина для потокового кубита на пикосекундных временах практически со 100% эффективностью, что является большим преимуществом по сравнению с прямым резонансным возбуждением в режиме осцилляций Раби.

Отметим, что полученные результаты носят достаточно общий характер, а обнаруженные эффекты имеют место не только в атомах, но и в твердотельных наноструктурных системах.

Таким образом, на основании результатов диссертационной работы можно подвести следующие итоги. В работе выявлены новые физические эффекты, возникающие при взаимодействии атомных и наноструктурных систем с неклассическими полями и обусловленные неклассическими

свойствами воздействующих полей. Обнаруженные эффекты приводят к существенным особенностям динамики многокомпонентной системы по сравнению со случаем воздействия классического лазерного излучения. Обнаруженные эффекты вносят существенный вклад в физику взаимодействия неклассических электромагнитных полей с веществом и раскрывают особенности отклика атомных систем при возбуждении квантовым светом. Полученные результаты имеют большое значение для практических приложений. Они представляются очень перспективными для создания фазово-чувствительных квантовых битов, управления их динамикой, развития и оптимизации протоколов передачи и хранения квантовой информации. Еще одним важным результатом диссертационной работы является обнаружение существенного изменения полевого состояния в процессе взаимодействия с атомной системой. Это открывает возможности разработки алгоритмов обмена квантовой информацией, включая фазовую, между атомной и полевой подсистемами, а также управления динамикой полевых состояний и создания полей с новыми уникальными свойствами.

Благодарности

Автор выражает огромную и искреннюю благодарность своему научному руководителю – профессору Ольге Владимировне Тихоновой за всё время, проведённое над совместной работой, за переданные знания и умения, за всю поддержку во время обучения в аспирантуре и написания этой работы.

Также автор выражает признательность коллективу кафедры атомной физики, физики плазмы и микроэлектроники, на которой последние восемь лет проходили обучение и работа автора. Автор выражает особую благодарность Кленову Николаю Викторовичу и Ворониной Екатерине Николаевне за наставничество и поддержку.

Автор благодарит своих родителей и тетушку, а также родных и близких людей, которые так или иначе поддерживали автора в длительном процессе подготовки данной диссертации.

**Публикации автора по теме диссертации в изданиях,
индексируемых поисковыми системами Web of Science
и/или Scopus**

- [A1] Popolitova D. V., Tikhonova O. V. “Phase-sensitive excitation of atomic systems and semiconductor quantum wells by non-classical light” // Laser Physics Letters. — 2019. — Vol. 16, no. 12. — P. 125301(10), IF 2.33.
- [A2] Popolitova D. V., Klenov N. V., Soloviev I. I. et al. “Unipolar magnetic field pulses as an advantageous tool for ultrafast operations in superconducting josephson “atoms” // Beilstein journal of nanotechnology. — 2019 — Vol. 10. — P. 1548–1558, IF 3.15.
- [A3] Popolitova D. V., Tikhonova O. V. “Features of non-classical light during its interaction with atomic and semiconductor nanosystems” // Laser Physics Letters. — 2020 — Vol. 17. — P. 115302(9), IF 1.88.
- [A4] Popolitova D. V., Tikhonova O. V. “Interaction and Entanglement of Non-classical Electromagnetic Fields with 3-level Model Atom” // AIP Conference Proceedings — 2020 — Vol. 2241, no. 1. — P. 020031, SJR (2019) 0.19.
- [A5] Д.В. Пополитова, О.В. Тихонова «Квантовое перепутывание и фазовый контроль неклассических электромагнитных полей при взаимодействии с атомными системами» // Письма в ЖЭТФ – 2020 – том 112, № 10, с. 702-708, IF 1.4

Список литературы

1. J. McKeever, A. Boca, A. D. Boozer, R. Miller, J. R. Buck, A. Kuzmich, H. J. Kimble. Deterministic Generation of Single Photons from One Atom Trapped in a Cavity // *Science* – 2004 – Volume 303, №5666, pp. 1992–1994.
2. B Darquié, M P A Jones, J Dingjan, J Beugnon, S Bergamini, Y Sortais, G Messin, A Browaeys, P Grangier. Controlled single-photon emission from a single trapped two-level atom // *Science* – 2005 – Volume 309, №5733, pp. 454-456.
3. P. Maunz, D. L. Moehring, S. Olmschenk, K. C. Younge, D. N. Matsukevich & C. Monroe. Quantum interference of photon pairs from two remote trapped atomic ions // *Nature Physics* – 2007 – Volume 3, pp. 538–541.
4. P Michler, A Kiraz, C Becher, W V Schoenfeld, P M Petroff, L Zhang, E Hu, A Imamoglu. A quantum dot single-photon turnstile device // *Science* – 2000 – Volume 290, №5500, pp. 2282–2285.
5. C. Santori, M. Pelton, G. Solomon, Y. Dale, and Y. Yamamoto. Triggered Single Photons from a Quantum Dot // *Phys.Rev.Lett.* – 2001 – Volume 86, №8, p. 1502.
6. M. Sondermann, R. Maiwald, H. Konermann, N. Lindlein, U. Peschel & G. Leuchs. Design of a mode converter for efficient light-atom coupling in free space // *Appl.Phys. B* – 2007 – Volume 89, pp. 489–492.
7. M. K. Tey, Z. Chen, S. A. Aljunid, B. Chng, F. Huber, G. Maslennikov & C. Kurtsiefer. Strong interaction between light and a single trapped atom without the need for a cavity // *Nature Physics* – 2008 – Volume 4, pp. 924–927.
8. R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke, J. C. Mertz, and J. F. Valley. Observation of Squeezed States Generated by Four-Wave Mixing in an Optical Cavity // *Phys. Rev. Lett.* – 1985 – Volume 55, pp. 2409-2412.

9. Liu Shangqing, Chen Yansong. Generation of squeezed states by holography // *Opt. Soc. Am. B* – 1995 – Volume 12, pp. 829-832
10. Sundar Kasivishwanathan. Highly Amplitude-Squeezed States of the Radiation Field // *Phys.Rev.Lett.* – 1995 – Volume 75, p. 2116.
11. T.Sh. Iskhakov, M.V. Chekhova and G. Leuchs. Generation and Direct Detection of Broadband Mesoscopic Polarization-Squeezed Vacuum // *PhysRevLett.* – 2009 – Volume 102, p. 183602.
12. K.Yu. Spasibko, T.Sh. Iskhakov, M.V. Chekhova. Spectral properties of high-gain parametric down-conversion // *Optics Express* – 2012 – Volume 20, p. 7507.
13. M.V. Chekhova, G. Leuchs, M. Żukowski Bright squeezed vacuum: Entanglement of macroscopic light beams // *Optics Communications* – 2015 – Volume 337, pp. 27–43.
14. Eyob A. Sete and H. Eleuch. Interaction of a quantum well with squeezed light: Quantum-statistical properties // *Phys. Rev. A* – 2010 – Volume 82, p. 043810.
15. Eyob A. Sete and Sumanta Das, H. Eleuch. External-field effect on quantum features of radiation emitted by a quantum well in a microcavity // *Phys. Rev. A* – 2011 – Volume 83, p. 023822.
16. Haozhen Li, Jingping Xu, Da-Wei Wang, Xiuwen Xia, Yaping Yang, and Shiyao Zhu. Quantum-statistical property of optical diode based on cavity QED // *Phys. Rev. A* – 2017 – Volume 96, p. 013832.
17. M.V. Fedorov. Atomic and free electrons in a stronglight field – World Scientific, 1997, Singapore.
18. N.B.Delone, V.P.Krainov. Multiphoton Processes in Atoms – Berlin:Springer, 1993.
19. N. Agafonov, M. V. Chekhova, and G. Leuchs. Two-color bright squeezed vacuum // *Phys. Rev. A* – 2010 – Volume 82, p. 011801.

20. Sh. Iskhakov, I. N. Agafonov, M. V. Chekhova, and G. Leuchs. Polarization-Entangled Light Pulses of 10^5 Photons // *Phys. Rev. Lett.* – 2012 – Volume 109, p. 150502.
21. B. E. Anderson, P. Gupta, B. L. Schmittberger, T. Horrom, C. Hermann-Avigliano, K. M. Jones, and P. D. Lett. Phase sensing beyond the standard quantum limit with a variation on the SU(1, 1) interferometer // *Optica* – 2017 – Volume 4, pp. 752–756.
22. R. S. Bennink and R. W. Boyd. Improved measurement of multimode squeezed light via an eigenmode approach // *Phys. Rev. A* – 2002 – Volume 66, p. 053815.
23. Wasilewski, A. I. Lvovsky, K. Banaszek, and Czesław Radzewicz. Pulsed squeezed light: Simultaneous squeezing of multiple modes // *Phys. Rev. A* – 2006 - Volume 73, p. 063819.
24. Dayan B. Theory of two-photon interactions with broadband downconverted light and entangled photons // *Phys. Rev. A* – 2007 - Volume 76, p. 043813.
25. Christ A., Brecht B., Mauerer W. and Silberhorn C., Quantum Theory of Spontaneous Parametric Scattering of Intense Light // *New J. Phys.* – 2013 – Volume 15, p. 053038.
26. Eckstein, B. Brecht, and C. Silberhorn. A quantum pulse gate based on spectrally engineered sum frequency generation // *Opt. Express* – 2011 – Volume 19, №15, pp. 13770-13778.
27. M. V. Fedorov, M. A. Efremov, A. E. Kazakov, K. W. Chan, C. K. Law, and J. H. Eberly. Packet narrowing and quantum entanglement in photoionization and photodissociation // *Phys. Rev. A* – 2004 – Volume 69, p. 052117.
28. E. Brambilla, A. Gatti, M. Bache, and L. A. Lugiato. Simultaneous near-field and far-field spatial quantum correlations in the high-gain regime of parametric down-conversion // *Phys. Rev. A* – 2004 – Volume 69, p. 023802.

29. E. Brambilla, L. Caspani, O. Jedrkiewicz, L. A. Lugiato, and A. Gatti. High-sensitivity imaging with multi-mode twin beams // *Phys. Rev. A* – 2008 – Volume **77**, p. 053807.
30. E. Brambilla, L. Caspani, L. A. Lugiato, and A. Gatti. Spatiotemporal structure of biphoton entanglement in type-II parametric down-conversion // *Phys.Rev. A* – 2010 – Volume **82**, p. 013835.
31. А.М.Попов, О.В.Тихонова and Е.А.Волкова. Strong-field atomic stabilization: numerical simulation and analytical modelling // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 2003 – Volume 36, №10, R125-R165.
32. А.В.Масалов. «Сжатый» свет в процессах многофотонного взаимодействия // *Оптика и спектроскопия* – 1991 – Том 70, вып.3, с. 648-652.
33. А.М.Попов, О.В.Тихонова. Ионизация атомов в интенсивном неклассическом электромагнитном поле // *ЖЭТФ* – 2002 – Том 122, с. 978-985.
34. В.П.Быков. Основные особенности сжатого света // *УФН* – 1991 – Том 161, №10, с.145.
35. M.Gavrila. Atomic stabilization in superintense laser fields // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 2002 – Volume 35, R147.
36. M.V.Fedorov, A.M.Movsesian. Field-induced effects of narrowing of photoelectron spectra and stabilisation of Rydberg atoms // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 1988 – Volume 21, №7, L155.
37. Н.П. Полуэктов, М.В. Федоров. Фазовый контроль степени ионизации ридберговских атомов сильным лазерным полем // *ЖЭТФ* – 2000 – т.117, вып. 5, стр. 913.
38. M.V.Fedorov, N.P.Poluektov. Controllable photoionization of Rydberg atoms in the V-type interference stabilization regime // *Laser.Phys.* – 2001 – Volume 11, №2, pp. 255-260.
39. М.О. Скалли, М.С. Зубайри «Квантовая Оптика», М. Физматлит (2003)

40. С.Я.Килин. Квантовая информация // УФН – 1999 – том 169, №5, с.507-527.
41. R.Grobe, K.Rzazewski and J.H.Eberly Measure of electron-electron correlation in atomic physics // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. – 1994 – Volume 27, pp. L503-L508.
42. Fedorov M.V., Efremov M.A., Volkov P.A., Eberly J.H. Short-pulse or strong-field breakup processes: a route to study entangled wave packets // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. – 2006 – Volume 39, pp. S467-S483.
43. Wootters W.K. Entanglement of Formation of an Arbitrary State of Two Qubits // Phys. Rev. Lett. – 1998 – Volume 80, №10, pp. 2245-2248.
44. Кулик С.П., Молотков С.Н., Страупе С.С. О телепортации в системе тождественных частиц // Письма в ЖЭТФ – 2010 – Том 92, вып. 3, с. 212-215.
45. Fedorov M.V., Volkov P.A., Mikhailova Yu.M., Straupe S.S., Kulik S.P. Entanglement of biphoton states: qutrits and ququarts // New Journal of Phys. – 2011 – Volume 13, p. 083004.
46. V. D. Ovsiannikov, V.G. Pal'chikov, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, H.Katori, and M. Takamoto. Magic-wave-induced $^1S_0 - ^3P_0$ transition in even isotopes of alkaline-earth-metal-like atoms // Phys.Rev. A – 2007 – Volume 75, p. 020501.
47. Picón, A. Benseny, J. Mompart, J. R. Vázquez de Aldana, L. Plaja, G. F. Calvo and L. Roso. Transferring orbital and spin angular momenta of light to atoms // New Journal of Physics – 2010 – Volume 12, p. 083053.
48. M. V. Fedorov, Schmidt-mode analysis of quadrature entanglement in superpositions of two-mode multiphoton states // Phys. Scripta – 2020 – Volume 95, № 06, 064001.
49. M.V. Fedorov, N.I. Miklin. Three-photon polarization ququarts: polarization, entanglement and Schmidt decomposition // Laser Physics – 2015 – Volume 25, №3, 035204.

50. A. A. Zhukov, D. S. Shapiro, W. V. Pogosov, and Yu. E. Lozovik. Dynamics of mesoscopic qubit ensemble coupled to cavity: role of collective dark states // *Phys. Rev. A* – 2017 – Volume 96, 033804.
51. S. V. Remizov, A. A. Zhukov, D. S. Shapiro, W. V. Pogosov, and Yu. E. Lozovik. Parametrically driven hybrid qubits-photon systems: dissipation-induced quantum entanglement and photon production from vacuum // *Phys. Rev. A* – 2017 – Volume 96, 043870.
52. A. A. Zhukov, D. S. Shapiro, S. V. Remizov, W. V. Pogosov, and Yu. E. Lozovik. Superconducting qubit in a nonstationary transmission line cavity: parametric excitation, periodic pumping, and energy dissipation // *Phys. Lett. A* – 2017 – Volume 381, 592.
53. D. S. Shapiro, W. V. Pogosov, and Yu. E. Lozovik. Universal fluctuations and squeezing in generalized Dicke model near the superradiant phase transition // *Phys. Rev. A* – 2020 – Volume 102, 023703.
54. D. S. Shapiro, A. N. Rubtsov, S. V. Remizov, W. V. Pogosov, and Yu. E. Lozovik. Fluctuations and photon statistics in a quantum metamaterial near a superradiant transition // *Phys. Rev. A* – 2019 – Volume 99, 063821.
55. S. V. Remizov, A. A. Zhukov, W. V. Pogosov, Yu. E. Lozovik. Radiation trapping effect versus superradiance in quantum simulation of light-matter interaction // *Laser Physics Letters* – 2019 – Volume 16, 065205.
56. W. V. Pogosov, D. S. Shapiro, L. V. Bork, and A. I. Onishchenko. Exact solution for the inhomogeneous Dicke model in the canonical ensemble: thermodynamical limit and finite-size corrections // *Nuclear Physics B* – 2017 – Volume 919, 218.
57. R. H. Dicke. Coherence in Spontaneous Radiation Processes // *Phys. Rev* – 1954 – Volume 93, 99.
58. M. Kauranen and A. V. Zayats. Nonlinear plasmonics // *Nature Photonics* – 2012 – Volume 6, p. 737.
59. Lee, M. Tame, J. Lim, and J. Lee. Quantum plasmonics with a metal nanoparticle array // *Phys. Rev. A* – 2012 – Volume 85, p. 063823.

60. M. Hafezi, S. Mittal, J. Fan, A. Migdall and J. M. Taylor. Imaging topological edge states in silicon photonics // *Nature Photonics* – 2013 – Volume 7, pp. 1001-1005.
61. J. R. Friedman, V. Patel, W. Chen, S.K. Tolpygo, J.E. Lukens. Quantum superposition of distinct macroscopic states // *Nature* – 2000 -- Volume 406, pp. 43-45.
62. H. van der Waal , A. C. J. ter Haar, F. K. Wilhelm, R. N. Schouten, C. J. P. M. Harmans, T. P. Orlando, Seth Lloyd, J. E. Mooij. Quantum superposition of macroscopic persistentcurrent states // *Science* – 2000 -- Volume 290, pp. 773-776.
63. Chiorescu I., Nakamura Y., Harmans C. J. P. M., Mooij J. E. Coherent Quantum Dynamics of a Superconducting Flux Qubit // *Science* – 2003 – Volume 299, pp. 1869-1871.
64. John M. Martinis, S. Nam, J. Aumentado, C. Urbina. Rabi Oscillations in a Large Josephson-Junction Qubit // *Phys. Rev. Lett.* – 2002 – Volume 89, p. 117901.
65. M.Steffen, M. Ansmann, R. C. Bialczak, N. Katz, E. Lucero, R. McDermott, M. Neeley, E. M. Weig, A. N. Cleland, J.M. Martinis. Measurement of the Entanglement of Two Superconducting Qubits via State Tomography // *Science* – 2006 – Volume 313, pp. 1423-1425.
66. D. V. Babukhin, A. A. Zhukov, W. V. Pogosov. Hybrid digital-analog simulation of many-body dynamics with superconducting qubits // *Phys. Rev. A* – 2020 – Volume 101, 052337
67. M. H. Devoret, R. J. Schoelkopf. Superconducting Circuits for Quantum Information: An Outlook // *Science* – 2013 – Volume 339, pp. 1169-1174.
68. Z.-L. Xiang, S. Ashhab, J. Q. You, and F. Nori. Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems // *Rev. Mod. Phys.* – 2013 – Volume 85, p. 623.

69. V. E. Manucharyan, J. Koch, L. I. Glazman, M. H. Devoret. Fluxonium: Single Cooper-Pair Circuit Free of Charge Offsets // *Science* – 2009 -- Volume 326, p. 113-116.
70. M. Steffen, S. Kumar, D. P. DiVincenzo, J. R. Rozen, G. A. Keefe, M. B. Rothwell, M. B. Ketchen. High-Coherence Hybrid Superconducting Qubit // *Phys. Rev. Lett.* – 2010 – Volume 105, p. 100502.
71. J. Bylander, S. Gustavsson, F. Yan, F. Yoshihara, K. Harrabi, G. Fitch, D. G. Cory, Y. Nakamura, J.-S. Tsai, W. D. Oliver. Noise spectroscopy through dynamical decoupling with a superconducting flux qubit // *Nature Physics* – 2011 – Volume 7, pp. 565-570.
72. M. Grajcar, S. H. W. van der Ploeg, A. Izmalkov, E. Il'ichev, H.-G. Meyer, A. Fedorov, A. Shnirman, Gerd Schön. Sisyphus cooling and amplification by a superconducting qubit // *Nature Physics* – 2008 – Volume 4, pp. 612-616.
73. R. J. Schoelkopf, S. M. Girvin. Wiring up quantum systems // *Nature* – 2008 – Volume 451, pp. 664-669.
74. Izmalkov, S. H. W. van der Ploeg, S. N. Shevchenko, M. Grajcar, E. Il'ichev, U. Hübner, A. N. Omelyanchouk, H.-G. Meyer. Consistency of Ground State and Spectroscopic Measurements on Flux Qubits // *Rev. Lett.* – 2008 – Volume 101, p. 017003.
75. Kou, W. C. Smith, U. Vool, R. T. Brierley, H. Meier, L. Frunzio, S. M. Girvin, L. I. Glazman, and M. H. Devoret. Fluxonium-Based Artificial Molecule with a Tunable Magnetic Moment // *Phys. Rev. X* – 2017 – Volume 7, p. 031037.
76. Tacchino, C. Macchiavello, D. Gerace, and D. Bajoni. An Artificial Neuron Implemented on an Actual Quantum Processor // *npj Quantum Information* – 2019 – Volume 5, 26.
77. K. V. Shulga, E. Il'ichev, M. V. Fistul, I. S. Besedin, S. Butz, O. V. Astafiev, U. Hübner, A. V. Ustinov. Magnetically induced transparency of a quantum metamaterial composed of twin flux qubits // *Nature Communications* – 2018 – Volume 9, 150.

78. T. Hönigl-Decrinis, I. V. Antonov, R. Shaikhaidarov, V. N. Antonov, A. Yu. Dmitriev, and O. V. Astafiev. Mixing of coherent waves in a single three-level artificial atom // *Phys. Rev. A* – 2018 – Volume 98, 041801(R).
79. A. A. Zhukov, E. O. Kiktenko, A. A. Elistratov, W. V. Pogosov, Yu. E. Lozovik. Quantum communication protocols as a benchmark for quantum computers // *Quantum Information Processing* – 2019 – Volume 18, 31.
80. A. A. Zhukov, S. V. Remizov, W. V. Pogosov, and Yu. E. Lozovik. Algorithmic simulation of far-from-equilibrium dynamics using quantum computer // *Quantum Information Processing* – 2018 – Volume 17, 223.
81. A. A. Zhukov, D. S. Shapiro, W. V. Pogosov, and Yu. E. Lozovik. Dynamical Lamb effect versus dissipation in superconducting quantum circuits // *Phys. Rev. A* – 2016 – Volume 93, 063845.
82. John Clarke & Frank K. Wilhelm. Superconducting quantum bits // *Nature* – 2008 -- Volume 453, pp. 1031–1042.
83. L. DiCarlo, J. M. Chow, J. M. Gambetta, Lev S. Bishop, B. R. Johnson, D. I. Schuster, J. Majer, A. Blais, L. Frunzio, S. M. Girvin & R. J. Schoelkopf. Demonstration of two-qubit algorithms with a superconducting quantum processor // *Nature* – 2009 – Volume 460, pp. 240–244.
84. Andrew A. Houck, Hakan E. Türeci, Jens Koch. On-chip quantum simulation with superconducting circuits // *Nature Phys.* – 2012 – Volume 8, pp. 292–299.
85. R. McDermott and M. G. Vavilov. Accurate Qubit Control with Single Flux Quantum Pulses // *Physical Review Applied* – 2014 – Volume 2, 014007.
86. Klenov, N.V.; Kuznetsov, A.V.; Soloviev, I.I.; Bakurski, S.V.; Tikhonova, O.V. Magnetic reversal dynamics of a quantum system on a picosecond timescale // *Beilstein J. Nanotechnol.* – 2015 – Volume 6, pp. 1946-1956.
87. Per J. Liebermann and Frank K. Wilhelm. Optimal Qubit Control Using Single-Flux Quantum Pulses // *Phys. Rev. Applied* – 2016 – Volume 6, 024022.

88. McDermott, R.; Vavilov, M. G.; Plourde, B. L. T.; Wilhelm, F. K.; Liebermann, P. J.; Mukhanov, O. A.; Ohki T. A. Quantum–classical interface based on single flux quantum digital logic // *Quantum Sci. Technol.* – 2018 – Volume 3, 024004.
89. Leonard, Jr., M. A. Beck, J. Nelson, B.G. Christensen, T. Thorbeck, C. Howington, A. Opremcak, I.V. Pechenezhskiy, K. Dodge, N.P. Dupuis, M.D. Hutchings, J. Ku, F. Schlenker, J. Suttle, C. Wilen, S. Zhu, M.G. Vavilov, B.L.T. Plourde, and R. McDermott. Digital Coherent Control of a Superconducting Qubit // *Phys. Rev. Applied* – 2019 – Volume 11, 014009.
90. Fedorov, A. Shnirman, G. Schön, A. Kidiyarova-Shevchenko. Reading out the state of a flux qubit by Josephson transmission line solitons // *Phys. Rev. B* – 2007 – Volume 75, 224504.
91. Herr, A. Fedorov, A. Shnirman, E. Il'ichev, and G. Schön. Design of a ballistic fluxon qubit readout // *Supercond. Sci. Technol.* – 2007 – Volume 20, S450–S454.
92. Pankratov, A.L.; Gordeeva, A.V.; Kuzmin, L.S. Drastic suppression of noise-induced errors in underdamped long Josephson junctions // *Phys. Rev. Lett.* – 2012 – Volume 109, 087003.
93. Soloviev, N. V. Klenov, A. L. Pankratov, E. Il'ichev, and L. S. Kuzmin. Effect of Cherenkov radiation on the jitter of solitons in the driven underdamped Frenkel-Kontorova model // *Phys. Rev. E* – 2013 – Volume 87, 060901(R).
94. Fedorov, A. V. Shcherbakova, R. Schäfer, and A. V. Ustinov. Josephson vortex coupled to a flux qubit // *Appl. Phys. Lett.* – 2013 – Volume 102, 132602.
95. Fedorov, A. V. Shcherbakova, M. J. Wolf, D. Beckmann, and A. V. Ustinov. Fluxon Readout of a Superconducting Qubit // *Phys. Rev. Lett.* – 2014 – Volume 112, 160502.

96. Soloviev, I.I.; Klenov, N.V.; Pankratov, A.L.; Bakurskiy, S.V.; Kuzmin, L.S. Symmetrical Josephson vortex interferometer as an advanced ballistic single-shot detector // *Appl. Phys. Lett.* – 2014 – Volume 105, 202602.
97. Soloviev, N. V. Klenov, A. L. Pankratov, L. S. Revin, E. Il'ichev, and L. S. Kuzmin. Soliton scattering as a measurement tool for weak signals // *Phys. Rev. B* – 2015 – Volume 92, 014516.
98. Allen, L.; Eberly, J.H. «Optical Resonance and Two-level Atoms» Dover, New York, 1987
99. G.F. Quinteiro and P.I. Tamborenea. Twisted-light-induced optical transitions in semiconductors: Free-carrier quantum kinetics // *Phys. Rev. B* – 2010 – Volume 82, 125207.
100. Köksal and J. Berakdar. Charge-current generation in atomic systems induced by optical vortices // *Phys. Rev. A* – 2012 – Volume 86, 063812.
101. L.A. Chizhova, F. Libisch, and J. Burgdörfer. Nonlinear response of graphene to a few-cycle terahertz laser pulse: Role of doping and disorder // *Phys. Rev. B* – 2016 – Volume 94, 075412.
102. Шляйх В.П. «Квантовая оптика в фазовом пространстве» М., 2005.
103. J.M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity // *Rev. Mod. Phys* – 2001 – Volume 73, 565.
104. G. Rempe, H. Walther and N. Klein. Observation of quantum collapse and revival in a one-atom maser // *Phys. Rev. Lett.* – 1987 – Volume 58, 353
105. Mandel. Sub-Poissonian photon statistics in resonance fluorescence // *Optics Letters* – 1979 – Volume 4, pp. 205-207.
106. Федоров М. В., Волков П. А., Михайлова Ю. М. Кутриты и кукварты в спонтанном параметрическом рассеянии света, корреляции и перепутывание состояний // *ЖЭТФ* – 2012 – Т. 142, № 7, стр. 20-43