

**ОТЗЫВ официального оппонента**  
**на диссертацию на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук**  
**Артамоновой Нины Брониславовны**  
**на тему: «Численная реализация модели Био**  
**при больших деформациях»**  
**по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»**

Создание нелинейной связанной модели совместного деформирования жидкой и твердой фаз грунта, учитывающей упругопластическое поведение материала, сопровождающееся изменением пористости и проницаемости, является весьма важной задачей. Геомеханическая реакция скелета грунта на изменение давления жидкости играет ключевую роль, например, при образовании колеи на грунтовых дорогах или при неравномерной осадке инженерных сооружений. Таким образом, **актуальность** темы диссертации несомненна как в теоретическом, так и в практическом плане.

**Цель** диссертационной работы включает в себя:

- постановку физически и геометрически нелинейной связанной задачи совместного деформирования пористого водонасыщенного материала под воздействием нагрузки при медленном оттоке жидкости;
- создание алгоритма решения такой задачи и его реализацию с помощью разработанного программного кода; практическое исследование устойчивости алгоритма и его апробацию на конкретных задачах.
- разработку методов вычисления эффективных свойств пористого водонасыщенного материала, входящих в качестве параметров в модель Био, на основе асимптотического метода осреднения и опробование этих методов на примере реальных структур грунтов.

**Содержание** диссертации составляют введение, три главы, заключение, список литературы из 122 наименований и три приложения. Общий объем работы – 157 страниц.

**Во введении** обосновывается актуальность темы диссертационного исследования. В этом разделе формулируются цели, показаны научная новизна и практическая значимость диссертационного исследования. Представлены основные положения, выносимые на защиту, описана структура диссертации, кратко изложено содержание трех глав, приведены сведения об апробации работы и публикациях по теме диссертации.

**В первой главе** изложен вывод уравнений полностью нелинейной (и геометрически, и физически) связанной модели консолидации. Дифференциальная постановка задачи консолидации записана с использованием общих законов сохранения механики сплошной среды и закона фильтрации Дарси; она включает уравнения равновесия, фильтрации и изменения пористости. Последние два уравнения переформулированы в лагранжевых координатах твердой фазы скелета с использованием относительной скорости движения жидкости согласно подходу ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian). Такое применение метода ALE представляется новым. Для решения системы уравнений методом конечных элементов получена вариационная постановка задачи консолидации. Для линеаризации вариационного уравнения равновесия использовалась техника дифференцирования по Гато.

**Во второй главе** описан алгоритм решения связанной задачи консолидации и приведены примеры численного моделирования.

Для пространственной дискретизации используется метод конечных элементов: серендипитичные квадратичные элементы Q2 для аппроксимации уравнения равновесия и элементы трилинейного типа Q1 для аппроксимации уравнения фильтрации. Система уравнений равновесия и фильтрации решается в предположении постоянной пористости, которая пересчитывается на каждом шаге по времени. Для решения системы используется метод Узавы с внутренними итерациями на каждом шаге по времени.

Проведен анализ устойчивости численного алгоритма решения линейной седловой задачи и сделан вывод, что при аппроксимации

конечными элементами Q2-Q1 алгоритм устойчив, а при аппроксимации элементами Q1-Q1 наблюдаются осцилляции порового давления. Приведены численные примеры расчета нелинейной связанной задачи консолидации при описании гиперупругих свойств материала потенциалами Муни, Муни-Ривлина, Трелоара и Сен-Венана–Кирхгофа. Расчеты показали, что использование потенциала Сен-Венана–Кирхгофа приводит к некоторой неустойчивости алгоритма решения при деформации 20%. Показано, что учет геометрической нелинейности приводит к заметному снижению расчетных значений порового давления, а учет изменения пористости и проницаемости материала – к существенному увеличению величин порового давления на начальном этапе процесса консолидации. Рассмотрена задача о деформировании пористого биологического материала, насыщенного кровью и плазмой с использованием модели гиперупругости.

Решена задача об упругопластическом деформировании пористого водонасыщенного грунта в рамках деформационной теории пластичности.

**Третья глава** посвящена вычислению параметров, входящих в модель Био. На основе метода осреднения разработаны процедуры вычисления параметра Био и тензора расширения пористой водонасыщенной среды при замерзании. Предложенные методы реализованы на 2D и 3D моделях реальных структур различных типов скальных грунтов. Результаты расчетов хорошо согласуются с результатами экспериментов. Вводится новое обобщенное определение представительной области, в соответствии с которым эффективные свойства грунтов можно определять на областях меньшего размера, обладающих различной пористостью.

**В заключении** сформулированы основные результаты диссертации.

**Научная новизна основных результатов** диссертационной работы заключается в следующем:

- 1) Дано формулировка физически и геометрически нелинейной связанной задачи консолидации в скоростях, разработан алгоритм ее решения и создан собственный программный код.

- 2) Получена линеаризованная вариационная постановка задачи, пригодная для конечно-элементной реализации.
- 3) Проведен анализ устойчивости алгоритма решения седловой задачи в линейном и нелинейном вариантах.
- 4) Проведено исследование влияния геометрической нелинейности и изменения пористости и проницаемости материала в процессе его деформирования.
- 5) Разработаны алгоритмы вычисления параметров, входящих в модель Био, и получены зависимости этих параметров от пористости, используемые в расчетах по модели консолидации.

**Обоснованность и достоверность** результатов диссертации обусловлена корректностью математических постановок задач, применением адекватных численных методов и согласием отдельных результатов расчетов с экспериментальными данными.

**По работе имеются следующие замечания:**

1. В диссертации приведены примеры решения задач с однотипными граничными условиями. Было бы интересно получить решение задач для других видов граничных условий.
2. Для всех рассмотренных задач представлены результаты только для величины порового давления. Значения же других величин (например, напряжений в пористом каркасе) в работе не показаны.
3. Наряду с конечно-элементным представлением пространственной структуры, переход с одного временного шага на другой при соответствующей неявной разностной схеме осуществляется с использованием метода итераций. Во второй главе изложен метод простой итерации, а также метод сопряженных градиентов. Стоило бы пояснить, по какой причине предпочтение отдано методу простой итерации.
4. Замечания редакционного характера.

В работе, особенно в разделе 2.3, часто употребляется термин «устойчивость задачи». В контексте излагаемого материала правильнее было бы употреблять термин «устойчивость численного алгоритма».

На стр. 115 в комментарии к рис. 3.1.2 сказано, что граница представительной области жестко закреплена. Однако, это не соответствует приведенным на рисунке граничным условиям.

На стр. 53 перед формулой (2.1.6) в комментарии к ней перепутано обозначение одной из величин.

Сделанные замечания не снижают высокой оценки диссертации Н.Б. Артамоновой. Работа изложена достаточно подробно и хорошо оформлена.

**Заключение.** Диссертационная работа Н.Б. Артамоновой выполнена на высоком научном уровне, ее материалы изложены аргументированно и вполне обоснованы. Она представляет собой целостное законченное исследование, в котором получены новые важные результаты в области математического моделирования процессов деформирования пористых водонасыщенных материалов. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации, основные ее результаты опубликованы в рецензируемых журналах, индексируемых в международных базах Web of Science, Scopus, RSCI, а также апробированы на международных и российских научных конференциях.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования.

Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Диссертационная работа оформлена,

согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете  
Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Артамонова Нина Брониславовна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник лаборатории динамических испытаний  
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
«Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»  
(Научно-исследовательский институт механики Московского  
государственного университета имени М.В. Ломоносова)

ПШЕНИЧНОВ Сергей Геннадиевич

16 ноября 2020 г.

Контактные данные:

тел.: +7(916)3719882, e-mail: serp56@yandex.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом  
защищена диссертация:

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Адрес места работы:

119192, г. Москва, Мичуринский проспект, д. 1,

Научно-исследовательский институт механики

Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова,  
лаборатория динамических испытаний

Тел.: +7(495) 939 55 12; e-mail: serp56@imec.msu.ru

Подпись ведущего научного сотрудника

НИИ механики МГУ С.Г. Пшеничнова удостоверяю

Ученый секретарь НИИ механики МГУ

16 ноября 2020 г.



М.Ю. Рязанцева