Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Механико-математический факультет
НИИ механики

ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ

Научная конференция
Секция механики
Октябрь 2020 года
Тезисы докладов

Издательство Московского университета
2020

УДК 531/534
ББК 22.2
Л753

Публикуется по решению Ученого совета НИИ механики МГУ
и постановлению Редакционно-издательского совета механико-математического факультета МГУ

Рабочая группа:
С.В. Гувернюк, Е.В. Заплетина, М.Ю. Рязанцева, Т.А. Якубенко

Ломоносовские чтения. Научная конференция. Секция механики. Октябрь 2020 года.
Л753 Тезисы докладов. — М.: Издательство Московского университета, 2020. — 218 с.
ISBN 978-5-19-011444-7

Сборник включает тезисы докладов по современным направлениям механики и ряду междисциплинарных проблем.

УДК 531/534
ББК 22.2

© Авторы, 2020
© Механико-математический факультет МГУ, 2020
© Издательство Московского университета, 2020

ISBN 978-5-19-011444-7

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Абдухакимов Ф.А., Веденеев В.В. Флаттер прямоугольной пластины со сверхзвуковой передней кромкой при ненулевом угле атаки……... 19

Агеев А.И., Осипцов А.Н. Снижение трения на супергидрофобной поверхности при наложенных пульсациях давления……. 19

Акимов Ю.В., Быкова Н.Г., Забелинский И.Е., Козлов П.В., Левашов В.Ю., Туник Ю.В. Исследование процессов в камере высокого давления ударной трубы для получения сильных ударных волн…… 20

Аксёнов А.А., Симоненко М.М., Шишаева А.С. Управление режимом обтекания каверны посредством теплового возмущения……... 21

Аксёнов А.В., Дружков К.П. Случаи расширения базовых законов сохранения системы уравнений двумерной мелкой воды над неровным дном…….. 22

Акулич А.В., Звягин А.В., Шамина А.А. Исследование трехмерных трещин с изломом……... 22

Акулич А.В., Пестов Д.А., Тюренкова В.В. Взаимодействие растущей трещины гидроразрыва с естественными разломами и неоднородностями среды……. 22

Алексюк А.И., Шкадов В.Я. Формирование трехмерных вихревых структур при обтекании цилиндрических тел…….. 23

Андреева А.И., Афанасьев А.А. Оптимизация расстановки скважин при разработке нефтяных месторождений……. 24

Андронов П.Р., Дынникова Г.Я., Чулюнин А.Ю. Численное моделирование аэроупругих колебаний кругового цилиндра в потоке вязкой жидкости при наличии загромождений……. 24

Арафайлов С.И. Структура отраженных от ударной волны возмущений, созданных источником тепловыделения…… 25

Артамонова Н.Б., Клементьев П.Д., Козлов М.В., Шешенин С.В. Расчет НДС композита B_4C/AL…….. 26

Артамонова Н.Б., Шешенин С.В. Нелинейная модель фильтрации в деформируемом каркасе…….. 27

Артёмов А.А., Галатенко А.В. Модель эволюции содержания информационного пространства (мем-грамм модель)…….. 27

Архангельский Е.А., Бойко А.В., Голуб А.П., Ерошин В.А. Экспериментальное определение тяги гусеницы при качении по свободной поверхности воды…….. 28

Асмолов Е.С., Низкая Т.В., Виноградова О.И. Влияние кривизны мениска на скольжение жидкости вблизи канавок, заполненных смазкой……..…… 29

Афанасьев А.А. Метод разложения фазовой диаграммы на симплексы в задачах моделирования многофазной многокомпонентной фильтрации…… 30
Афанасьев А.А., Веденеева Е.А. Исследование эффективности закачки газа и воды в нефтяной пласт…… 30
Ахметов В.К., Шкадов В.Я. Сравнительный анализ неустойчивых мод вихря Бэтчелора……... 31
Балашов Д.А. Определение ориентации искусственного спутника Земли по измерениям геомагнитного поля……... 32
Балюкин И.И., Измоденов В.В., Алексашов Д.Б. Гелиосферные энергичные нейтральные атомы: численное моделирование и сравнение с данными IBEX-HI……. 32
Беклемишев И.А., Киселёв Ф.Б. Влияние предварительного напряжения арматуры на собственные частоты колебаний композитной балки……... 33
Белоглазкин А.Н., Шкадов В.Я. О влиянии ПАВ на диффузию в растворе на начальном участке развития пленки жидкости…….. 34
Бобылёв А.А. Численное моделирование дискретного контакта упругого полупространства……. 35
Богданов А.Н. Динамика ударных волн в среде с продольной стратификацией плотности. Расчет диссипации……... 36
Бойко А.В., Голуб А.П., Ерошин В.А., Самсонов В.А. Теоретическая модель в задаче определения тяги колесной системы при ее движении по свободной поверхности воды……... 37
Борщевецкий С.А., Локтева Н.А. Оптимизация расположения опор пластины при воздействии на нее сосредоточенной силы……... 37
Брагин М.Д., Брыкина И.Г. О выборе модели фрагментации крупных метеороидов…….. 38
Бровко Г.Л. Особенности построения новых тензорных мер напряжений и конечных деформаций…… 39
Брыкина И.Г., Егорова Л.А. О расчете абляции метеороидов в атмосфере с помощью численного решения уравнений физической теории метеоров……... 40
Брюханов И.А. Молекулярно-динамическое моделирование движения краевой дислокации в твердом растворе медь–никель….. 41
Буданов В.М. Анализ двухпланетной задачи методом неопределенных частот…… 41
Бухаринская Д.М., Захаров П.П. Численное моделирование ударного взаимодействия сферического ударника с тонкостенной оболочкой…….. 42
Вайсман Ю.Г., Душин В.Р., Коленкина (Скрылёва) Е.И., Никитин В.Ф. Капиллярная пропитка в пористой среде…… 43

Вакулюк В.В. Идентификация материальных функций в модифицированных определяющих соотношениях Победри для нелинейной вязкоупругости……. 43
Вакулюк В.В., Дорджиева В.А. Моделирование механических свойств костной ткани…….. 44
Вакулюк В.В., Нередов В.В. Определение степенных материальных функций в нелинейном вязкоупругом определяющем соотношении Б.Е. Победри из экспериментов…….. 44
Ванчурин К.В., Киселёв Ф.Б. Итерационное уточнение граничного условия в численном решении задачи термоупругости…….. 45
Васенин В.А., Явтушенко Е.Д. Визуальные средства сопровождения прооцессов разграничения доступа в больших информационно-аналитических системах……. 45
Васильев А.И., Брюханов И.А. Моделирование движения дислокационной петли при релаксации напряжений методом дискретных дислокационных линий……... 46
Веденеев В.В. Абсолютная и конвективная неустойчивость вязкой затопленной струи…… 47
Веденеев В.В., Гареев Л.Р., Зайко Ю.С., Решмин А.И., Трифонов В.В. Экспериментальное исследование роста вносимых возмущений в затопленную струю……. 47
Веденеева Е.А. Влияние параметров обобщенного закона проскальзывания Навье на растекание лавовых потоков……. 48
Вершинин А.В., Яковлев М.Я., Курденкова Е.О. Некоторые результаты численной оценки эффективных механических характеристик метаматериалов, обладающих отрицательными коэффициентами Пуассона, с помощью CAE Fidesys…….. 49
Вершинин А.В., Яковлев М.Я., Танасевич П.С. Численное решение двумерной задачи численной оценки эффективных термоупругих свойств метаматериалов с отрицательным тепловым расширением с помощью CAE Fidesys…….. 50
Вигдорович И.И. Заключительный автомодельный этап развития затухающей двумерной турбулентности…… 50
Водянова В.В., Заплетин М.П., Минченков М.А. Концепция модели денежного обращения, основанная на природе товарно-денежных отношений……... 51
Вожегов Е.М., Кравченко М.Н. Учет изменения структуры порового пространства при моделировании воздействия на пласты баженовской свиты……... 52
Войцицкая К.Л., Кручинин П.А., Формальский А.М. Задача стабилизации двойного перевернутого маятника, установленного на качелях сисо……. 53

Волков М.А., Киселёв Ф.Б. Численное исследование влияния микроструктуры на механические свойства композита алюминий–карбид бора…… 53
Вязьмин В.С. Повышение точности аэрогравиметра GT-2A в съемках с облетом рельефа при помощи моделей силы тяжести на основе B-сплайнов……... 54
Галяев А.А., Самохина М.А. Численное решение краевой задачи принципа максимума при построении карты локально оптимальных путей преодоления зоны сенсоров…….. 55
Гафуров У.С., Земсков А.В. Нестационарный изгиб балки Тимошенко с учетом релаксации диффузионных процессов…….. 56
Георгиевский П.Ю., Левин В.А. Неустойчивость передних отрывных зон, формирующихся при локальном энерговкладе в набегающий на тело поток…… 56
Георгиевский П.Ю., Максимов А.Н., Фокеев В.П. Особенности автомодельного течения при «отрицательном» маховском отражении ударной волны от клина…… 58
Герасимов Г.Я. Радиационно-химическое преобразование паров ртути в газовом потоке…….. 59
Герасимов Г.Я., Туник Ю.В. Кинетика горения н-гептана в сопле Лаваля……. 60
Глинов А.П., Головин А.П., Козлов П.В. Изучение влияния взаимной ориентации катода и массивного анода на устойчивость протяженных дуг…….. 61
Годенко Е.А., Измоденов В.В. Влияние дисперсии по скоростям межзвездной пыли на распределение пылевых частиц внутри гелиосферы…… 62
Головина Н.Я., Белов П.А., Лурье С.А. Модель кривой деформирования как экстремаль неинтегрируемой линейной вариационной формы……... 62
Голуб А.П., Зубков А.Ф., Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д. Об аэродинамическом моменте, действующем на ротор Савониуса…… 63
Голубев Ю.Ф., Корянов В.В., Мелкумова Е.В. Спасение шестиногого робота из аварийного положения на спине……. 64
Голубев Ю.Ф., Мелкумова Е.В. Перенос хрупкого цилиндра четырехпальцевым схватом……. 65
Голубкина И.В., Осипцов А.Н. Газокапельный пограничный слой на плоской адиабатической пластине при наличии градиента давления во внешнем сверхзвуковом потоке……. 66
Голубятников А.Н., Иванов О.О. О реактивном движении плавящейся частицы…… 67
Голубятников А.Н., Ковалевская С.Д. Особые автомодельные решения в динамике заряженного газа……... 67

Голубятников А.Н., Любошиц Д.Б. О столкновениях релятивистских ударных волн и образовании структур во Вселенной……. 68
Голубятников А.Н., Украинский Д.В. К построению решений уравнений газовой динамики в рядах по специальным переменным и их численной реализации……. 68
Гончаров И.А., Белякова Т.А. Влияние размера зерен на распределение толщины круглой пластины при сверхпластической выдувке…….. 69
Горбачёв В.И. Задача Штурма – Лиувилля……... 70
Горбачёв В.И. О методах осреднения в механике неоднородных сред……... 70
Горбачёв В.И., Рубан А.А. О методах решения задачи устойчивости стержней с переменной жесткостью…….. 71
Горбачёв В.И., Старцев И.Ф. Тензор концентрации напряжений растягиваемой бесконечной упругой изотропной плоскости, ослабленной рядом изотропных эллиптических включений……... 71
Горохова Н.В. Исследование течения смеси газ – заряженные частицы в виде затопленной струи……. 72
Горячев В.Д., Кравченко М.Н., Рыбакин Б.П., Стамов Л.И. Построение параллельного алгоритма задачи разгона лайнера продуктами детонации ВВ…….. 72
Горячева И.Г., Мещерякова А.Р. Моделирование качения с верчением упругого шара по упругому полупространству, покрытому вязкоупругим слоем……..…….. 73
Горячева И.Г., Яковенко А.А. Задача о внедрении жесткого цилиндра в вязкоупругий слой…… 74
Григорьев И.С., Ахмедова Н.Р. Параметрическое семейство оптимизационных задач: от идеально-регулируемого двигателя к импульсной постановке…… 75
Григорьев И.С., Проскуряков А.И. Параметрическое семейство оптимизационных задач: от идеально-регулируемого двигателя к импульсной постановке……... 76
Гувернюк С.В., Зубин М.А., Синявин А.А., Зубков А.Ф, Чулюнин А.Ю. О механизме интенсификации вихревого течения в наклонных овальных лунках на стенке плоскопараллельного канала…… 77
Давыдов С.А., Земсков А.В. Переход к стационарным и статическим задачам в динамических моделях термоупругой диффузии…….. 78
Дёмин А.А., Меркулов Д.И., Налётова В.А., Пелевина Д.А., Турков В.А., Шарова О.А. Движение тел из изотропных и анизотропных намагничивающихся эластомеров в магнитном поле…….. 78

Джалалова М.В. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния челюсти под съемным протезом……. 79
Долголева Г.В. Согласованные разностные схемы…….. 80
Досаев М.З., Махмудов П.К., Самсонов В.А. Тангенцальный удар в динамике колесного инерциоида……. 80
Досаев М.З., Самсонов В.А. Скольжение тела на упругих опорах по шероховатой поверхности……. 81
Дроздова Ю.А., Эглит М.Э., Якубенко А.Е. Поведение квазитвердого ядра в нестационарном потоке бингамовской жидкости в трубе…….. 81
Ду Икунь, Шешенин С.В. Вычисление эффективного упругого потенциала для резинокордного слоя……. 82
Душин В.Р., Никитин В.Ф., Смирнов Н.Н., Тюренкова В.В. Модели неравновесных волновых процессов в химически реагирующих многофазных средах: установление детонационных режимов……. 82
Дынников Я.А., Дынникова Г.Я., Малахова Т.В., Сыроватский Д.А. О доминирующем вкладе силы присоединенных масс в формирование пропульсивной силы машущего профиля…… 83
Дьяков П.А., Малашин А.А. Моделирование динамики космических тросовых систем…… 84
Емельянов В.А., Брюханов И.А. Моделирование релаксации сдвиговых напряжений методом дискретных краевых дислокаций... 85
Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. Подавление турбулентности неравномерным во времени вращением …… 86
Журавская Т.А., Левин В.А. Управление детонацией в водородно-воздушной смеси в каналах с барьерами при помощи частичной предварительной диссоциации компонент……. 87
Забеднов А.П., Хвостунков К.А. Кинетическое уравнение поврежденности на основе модели роста эллиптической трещины в реологической среде……. 87
Завойчинская Э.Б., Соколов С.Д. Метод оценки ресурса лопаточного аппарата газотурбинного двигателя при асимметричном нагружении……... 88
Занчурин М.А., Коршунов А.А. Исследование методов построения группы гетерогенных хранилищ с единым центром…… 89
Заплетин М.П., Аллахвердиев М. Анализ математической модели прогнозирования цен акций……... 91
Заплетин М.П., Ахметов М.Э. Оптимизация рекламного бюджета учебного заведения для привлечения абитуриентов…… 91
Заплетин М.П., Балахонов Д.Е. Исследование стратегий торговли на рынке опционов американского типа…… 92
Заплетин М.П., Булкин А.М. Авторегрессионная модель прогнозирования временных рядов…… 93

Заплетин М.П., Голикова Ю.А. Оптимизация структуры портфеля ценных бумаг……... 93
Заплетин М.П., Горячих К.С. Оптимизация перелета космического аппарата между орбитой ИСЗ и сферой действия Луны……... 94
Заплетин М.П., Григорьев И.С., Самохин А.С., Самохина М.А. Методика построения начального приближения при оптимизации трехимпульсного подлета к планете на основе принципа максимума Л.С. Понтрягина…… 94
Заплетин М.П., Жексембин Д.М. Оптимальное управление в модели динамики долей рынка…… 95
Заплетин М.П., Кузнецова Е.О. Оптимизация траектории полета космического аппарата к астероидам…… 96
Заплетин М.П., Сагдатов А.Б. Оптимизация односекторной экономики с учетом внешних инвестиций в модели Рамсея……... 97
Заплетин М.П., Сурукпаев А.Б. Модернизация модели Блэка – Шольца…… 97
Зверев Н.А., Земсков А.В. Нестационарная модель механодиффузии для одномерного сплошного цилиндра с учетом релаксации диффузионных процессов…….. 98
Звягин А.В., Лужин А.А., Шамина А.А. Алгоритмы вычисления коэффициентов интенсивности напряжений с исследованием силовых критериев роста трещин……. 99
Земсков А.В., Тарлаковский Д.В., Файкин Г.М. Нестационарные колебания консольно-закрепленной балки Бернулли – Эйлера под действием сосредоточенной поперечной нагрузки…….. 99
Зобова А.А., Миньков Я.Э. Сравнение динамики саней Чаплыгина и омниэкипажа…….. 100
Зубин М.А., Максимов Ф.А., Остапенко Н.А. Ромбовидные крылья в сверхзвуковом потоке…….. 100
Зубков А.Ф., Баранников С.Н., Брыков А.А. Экспериментальное исследование нового метода идентификации ветровой комфортности пешеходных зон в условиях моделирования городской застройки… 101
Иванов О.О., Подопросветова А.Б. Экспериментальное исследование колебаний упругого цилиндра вблизи пластины и круглого цилиндра…… 102
Измоденов В.В., Алексашов Д.Б. Определение величины и направления межзвездного магнитного поля на основе данных вояджеров и кинетико-МГД-модели границы гелиосферы……. 103
Измоденов В.В., Годенко Е.А. Особенности распределения космической пыли в гелиосфере……. 104
Ильюшина Е.А, Изофатова М.А., Сбродов Д.Д. Развитие методов кластерного анализа для задачи воссоздания структуры ядерно-электромагнитных каскадов в атмосфере Земли…….. 104

Инюхин А.В. Разработка программных средств обработки и интерпретации результатов экспериментов по методу Кольского….. 105
Казаков Ю.С., Тарлаковский Д.В. Решение нестационарной контактной задачи о внедрении выпуклого ударника в упругую полуплоскость с трением в первом приближении…… 106
Калёнова В.И., Морозов В.М. О стабилизации относительного равновесия спутника при помощи правляющих моментов, возникающих при взаимодействии с геомагнитным полем……. 106
Карликов В.П., Нечаев А.Т., Толоконников С.Л. О периодических колебаниях при проникании пары параллельных свободных струй через свободную поверхность жидкости…… 107
Кийко В.М., Соломонов П.В., Хвостунков К.А. Зависимость трещиностойкости волокнистого композита от толщины интерфазы.. 108
Кийко В.М., Телицын Д.П., Хвостунков К.А. Влияние разброса прочности волокон на долговечность композита……. 108
Кириллова Н.С., Леонтьев Н.Е. Растекание конечного объема жидкости в высокопористой среде……. 109
Кирсанов М.Н. Свойство вложения спектров собственных частот колебаний регулярных систем…… 109
Киселёв А.Б., Кушниренко А.Г., Смирнова С.М., Стамов Л.И. Создание высокопроизводительных вычислительных комплексов программ для предсказательного моделирования двигателей, использующих конденсированное топливо……... 110
Киселёв А.Б., Логинов Д.П. Математическое моделирование фрагментации осесимметричного контейнера под действием интенсивной динамической нагрузки……. 111
Киселёв Н.А., Попович С.С., Виноградов Ю.А. Экспериментальное исследование влияния продольного градиента давления на коэффициенты теплоотдачи и сопротивления……. 112
Климина Л.А., Досаев М.З., Локшин Б.Я., Селюцкий Ю.Д., Шалимова Е.С. Усреднение по двум углам в задачах ветроэнергетики…… 113
Климина Л.А., Формальский А.М. Стратегия управления, которую целесообразно использовать человеку, сидящему на качелях…….. 113
Ковальков В.К., Ткаченко Н.В., Каменских А.И., Юров Д.С. Приповерхностный слой твердого сплава ВК8ВК после энергетического воздействия…….. 114
Козицын А.С., Афонин С.А., Шачнев Д.А. Алгоритм построения связей между научными журналами на основе библиографических сведений о статьях……. 115
Козлов П.В., Быкова Н.Г., Забелинский И.Е., Левашов В.Ю. Методы получения сильных ударных волн для исследования радиационных характеристик высокотемпературных газов…… 116

Козлов П.В., Быкова Н.Г., Забелинский И.Е., Левашов В.Ю. Экспериментальное исследование начального этапа излучения аргона за сильными ударными волнами……. 116
Колдоба Е.В. Сходимость функций *K*-values вблизи критической точки углеводородных растворов……. 117
Колдоба Е.В., Андреев Д.А. Модификация модели Вильсона для вычисления функций *K*-values многокомпонентных растворов……... 118
Колдоба Е.В., Подладчиков Д.А. Применение различных методов расчета фазовых равновесий растворов…….. 118
Коленкина (Скрылёва) Е.И., Макеева М.Н., Никитин В.Ф. Исследование вытеснения жидкости из пористой среды с учетом наличия трещин гидравлического разрыва…… 119
Коленкина (Скрылёва) Е.И., Никитин В.Ф., Фахретдинова Р.Р. Вычислительное моделирование процесса очистки трещины гидравлического разрыва……. 119
Коровайцева Е.А. Об одном алгоритме решения задач динамики мягких оболочек…….. 120
Коровин В.М. Подавление однородным продольным магнитным полем неустойчивости Кельвина – Гельмгольца при движении потока воздуха над покоящейся феррожидкостью……... 121
Корольков С.Д., Измоденов В.В. Новые неожиданные закономерности обтекания в проблеме взаимодействия звездного ветра с межзвездной средой: стационарные идеальные МГД-решения……. 121
Косова Е., Хвостунков К.А. К вопросу об эластике гравитирующего стержня…… 122
Костырева Л.А., Моссаковский П.А., Инюхин А.В., Щендригина О.П. Исследование динамического поведения титановых сплавов в условиях высокоскоростного нагружения…… 122
Косьянчук В.В., Юлдашева А.Р., Якунчиков А.Н., Дорофеев Н.М. Расчет коэффициентов переноса азота и кислорода на основе моделей столкновений, полученных в результате молекулярно-динамических и квантово-механических расчетов…... 123
Котёлкин В.Д. Конвекция в верхней мантии и трансформные разломы…….. 124
Краснобаев К.В., Котова Г.Ю., Тагирова Р.Р. Взаимодействие облака с ускоренным ударной волной газовым слоем…….. 125
Краснобаев К.В., Тагирова Р.Р. Волны в областях фотоионизации и фотодиссоциации, связь их амплитуд со структурной функцией скоростей……... 125
Краснопольский Б.И., Сергеенко К.М. О проблеме вычисления статистических моментов турбулентных полей в численных расчетах……. 126

Краснопольский Б.И., Сергеенко К.М., Чулюнин А.Ю. Прямое численное моделирование турбулентного тепломассообмена в пучке стержней…….. 126
Кривоносова О.Э., Жиленко Д.Ю. Фазовая синхронизация турбулентности в сферическом течении Куэтта……. 127
Кривчиков М.А. К децентрализованной архитектуре больших наукометрических систем…… 127
Крошилин В.Е. Термодинамические свойства пароводяной смеси, сверхкритическое давление, цикл Карно……... 128
Крупнов А.А., Погосбекян М.Ю. Исследование гетерогенных процессов на поверхностях SiO_2 и SiC: квантово-механический и молекулярно-динамический подходы……. 129
Крупнов А.А., Погосбекян М.Ю. Квантово-механическое моделирование процессов адсорбции/десорбции и рекомбинации на кремнесодержащих поверхностях…….. 130
Кулешов А.С. Применение алгоритма Ковачича к задаче о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой в случае Гесса……... 131
Куликовский А.Г., Ильичев А.Т., Чугайнова А.П., Шаргатов В.А. Устойчивость структуры спонтанно излучающей ударной волны…….. 131
Лавровский Э.К. О задаче поддержания контакта астероида и исследовательского зонда малой массы…….. 131
Лавровский Э.К. Точки либрации в системе астероид – исследовательский зонд……... 132
Левашов В.Ю., Кусов А.Л., Козлов П.В., Быкова Н.Г., Забелинский И.Е. Моделирование начального этапа излучения аргона за сильными ударными волнами……. 133
Левашов В.Ю., Пузина Ю.Ю. Динамика межфазной границы гелий-II – пар в канале с монодисперсной засыпкой…… 134
Левин В.А., Мануйлович И.С., Марков В.В. Многоголовая вращающаяся детонация в кольцевом зазоре…… 135
Левин В.А., Мухин А.Н., Афонина Н.Е., Богданов В.Н., Хмелевский А.Н. Об измерении тяги в кольцевых соплах с дефлектором……... 136
Левин В.Ан., Яковлев М.Я., Дежкина В.В. К вопросу об автоматизации решения двумерной обратной задачи оценки эффективных механических свойств метаматериалов с использованием технологий машинного обучения…… 137
Левин В.Ан., Яковлев М.Я., Коновалов Д.А., Немтинова Д.В. Об одном варианте конечно-элементного моделирования эффективных характеристик решетчатых структур, изготавливаемых методом 3D-печати, с использованием балочных элементов с помощью CAE Fidesys…… 138

Леонтьев А.И., Здитовец А.Г., Виноградов Ю.А., Киселёв Н.А. Адиабатная температура стенки при течении влажного воздуха с конденсацией……. 138
Ли Кайжуй, Пестов Д.А., Смирнов Н.Н. Моделирование течения гидравлической жидкости в трещине гидроразрыва в квазитрехмерной постановке…… 139
Логвенков С.А., Воробьев В.К., Юдина Е.Н. Эволюция заполненной жидкостью полости в клеточном агрегате вследствие развития активных напряжений…….. 139
Локощенко А.М., Фомин Л.В., Басалов Ю.Г. Ползучесть и длительное разрушение цилиндрической оболочки при нестационарном сложном напряженном состоянии в присутствии агрессивной среды…… 140
Локощенко А.М., Фомин Л.В., Ларин Н.С. Длительная прочность стержней, растягиваемых в агрессивной среде, в зависимости от формы их поперечных сечений……. 141
Локощенко А.М., Фомин Л.В., Терауд В.В., Басалов Ю.Г., Агабабян В.С. Ползучесть и длительная прочность металлов при нестационарном сложном напряженном состоянии (обзор)……. 141
Локтева Н.А., Нагибин Н.С. Задача о нестационарном взаимодействии плоской волны с пластиной С.П. Тимошенко в акустической среде…… 142
Локтева Н.А., Нгуен Зыонг Фунг Определение вибропоглощающих свойств трехслойной пластины В.Н. Паймушина под воздействием нестационарной волны……. 144
Локтева Н.А., Сердюк Д.О., Скопинцев П.Д. Нестационарная функция влияния для анизотропной цилиндрической оболочки типа Кирхгофа – Лява…….. 145
Ломакин Е.В., Минаев Н. Осесимметричное поле напряжений вблизи кругового выреза в теле с зависящими от вида напряженного состояния пластическими свойствами……... 146
Лурье С.А., Белов П.А., Гаврилова А.Я. Адгезионная модель графеноподобных тонких пленок и мембран…… 146
Лурье С.А., Ожерелков Д.А., Белов П.А., Турчков В.В. О континуальной градиентной модели накопления повреждений…. 147
Лущик В.Г., Макарова М.С. Температура проницаемой стенки при вдуве гелия в сверхзвуковой ламинарный поток ксенона…….. 148
Лущик В.Г., Макарова М.С. Теплообмен при течении в трубе газовой смеси He-Xe с существенным градиентом давления, обусловленным сильным нагревом…… 148
Майоров В.О., Ястребов А.К. Описание эволюции аэрозоля в камере низкого давления с использованием методов кинетической теории…… 149

Максименко В.А., Толоконников С.Л. О взрыве плоского заряда на поверхности грунта, имеющей угловые точки……. 150
Максименко В.А., Толоконников С.Л. О влиянии твердого дна на форму воронки выброса при взрыве поверхностного заряда…….. 151
Максимов Ф.А., Гувернюк С.В. Нестационарные явления при сверхзвуковом обтекании систем тел…….. 151
Мартынова Е.Д. Определение осредненных характеристик периодических упругих каркасов……... 152
Маслов С.А. Исследование процесса формирования низового прорыва из дипольного грозового облака…….. 153
Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Рязанцева М.Ю., Хомченко А.В. Изучение деформирования и разрушения подкрепленной цилиндрической панели из полимерного композита с внутренними дефектами при нестационарных воздействиях……... 154
Михальченко Е.В., Никитин В.Ф., Стамов Л.И., Филиппов Ю.Г. Вычислительное моделирование внутрикамерных процессов в детонационном двигателе в трехмерное постановке……. 155
Мовчан А.А., Чернов М.И. Описание термомеханического поведения однонаправленных композитов с волокнами из сплава с памятью формы…….. 155
Могилевский Е.И. Левитация некипящей капли над горячей поверхностью жидкости…….. 156
Могилевский Е.И. Линейная неустойчивость стекающей пленки неньютоновской жидкости на наклонной плоскости к трехмерным возмущениям…… 157
Моисеева И.Н., Штейн А.А. Влияние нелинейности упругих свойств роговицы на показатели тонометрии…… 158
Монахов А.А. Образование трехфазных кавитационных пузырьков с собственным электрическим полем в гидрофобной жидкости…… 159
Морозов В.М., Рак М.Г. Стабилизация регулярной прецессии симметричного спутника при помощи магнитных моментов…….. 160
Моссаковский П.А., Чистяков П.В., Щендригина О.П. Построение истинных статических диаграмм титановых сплавов в экспериментах на сплошных круговых цилиндрических образцах в условиях неоднородного деформирования……. 160
Муравлёв А.В. Анализ структуры и свойств вектор-функционала напряжений теории упругопластических процессов… 161
Муравлёва Л.В. Течение вязкопластической среды в канале при условии частичного скольжения……. 162
Мустаев А.Р., Остапенко Н.А. Осесимметричные ударные сопла максимальной тяги……. 163
Набиев С.Р., Кубасова Н.А. Особенности механики медленных скелетных мышц…….. 164

Назаров В.В. Анализ различных вариантов эквивалентного напряжения для описания процесса длительной прочности при сложном напряженном состоянии…….. 164
Натяганов В.Л., Скобенникова Ю.Д. Естественные причины ускоренного потепления климата и природные источники парниковых газов…….. 165
Нгуен Ван Лам, Тарлаковский Д.В. Нестационарные антисимметричные волны в упругом моментном пространстве со сферической полостью…… 166
Никабадзе М.У. О вариационных принципах в теориях тонких тел……... 167
Никитин В.Ф., Пестов Д.А., Смирнова М.Н. Методы моделирования транспортных потоков на многополосных дорогах в условиях различных мотиваций водителей к перестроению…… 168
Никитин В.Ф., Пестов Д.А., Смирнова М.Н. Моделирование накопления загрязнений в автомобильных тоннелях под воздействием автотранспортных потоков……. 168
Никитин В.Ф., Смирнова М.Н., Тюренкова В.В. Вычислительный алгоритм параллельной реализации задачи горения многофракционных частиц в турбулентном потоке…….. 169
Никитин В.Ф., Шамина А.А., Коленкина (Скрылёва) Е.И., Дашевский А.Е. Моделирование структуры пористого пространства с применением сетевой модели пор…… 170
Никитин Н.В., Попеленская Н.В. Турбулентное течение вдоль внешнего угла……... 171
Овчинникова Н.В. Численное и аналитическое решения задачи о кручении гипоупругого цилиндра при конечных деформациях….. 171
Оконечников А.С., Федотенков Г.В., Феоктистова Е.С. Нестационарное возмущение упругой полуплоскости под действием жесткого штампа и адгезионных сил……..…… 172
Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А О множестве неизолированных режимов планирования оперенного тела…… 173
Осепян А.Ш., Сёмин Ф.А., Цатурян А.К. Математическая модель влияния деформаций на распространения волны возбуждения в сердечной мышце…….. 173
Пастушков П.П., Гагарин В.Г., Павленко Н.В. Исследования процессов сорбции/десорбции водяного пара строительными материалами……. 174
Полянский В.А., Панкратьева И.Л. Электрические зонды в нестационарной плазме с химическими реакциями. Эксперименты и теория……. 175
Попович С.С., Здитовец А.Г., Киселёв Н.А., Виноградов Ю.А. Влияние примеси мелкодисперсных водных капель на адиабатную температуру стенки в сверхзвуковом потоке…… 176

Прокофьев В.В., Очеретяный С.А., Яковлев Е.А. Исследование кавитационного генератора импульсных струй…… 177
Прокофьев В.В., Чикаренко В.Г. Изменение скорости движения подводного судна, оборудованного волнодвижителями, по глубине……. 178
Прошкин В.А., Чура А.С. Об одной схеме перевода опасного астероида на более безопасную орбиту…….. 178
Пшеничнов С.Г. Некоторые динамические задачи для упругих и вязкоупругих композитов……. 179
Ратайчук В.А., Яковлев М.Я., Подладчиков Ю.Ю. Численное моделирование эффективных упругих и упругопластических характеристик материала на регулярной сетке в двумерном случае с помощью метода простой итерации…… 180
Роганов В.А. Встраиваемая система интеллектуальной трансляции и специализации кода…….. 181
Романов А.В. Вариационный принцип Лагранжа для некоторых задач микрополярного континуума…… 181
Рухович Д.Д. Применение синтетических данных для оценки расстояний в системах навигации автономных движущихся средств…….. 182
Сальникова Т.В., Самохин А.С., Авданина Л.В. Моделирование вероятных областей накопления космических масс в солнечной системе в плоском случае…… 182
Самохин А.С. Моделирование вероятных областей накопления космических масс в солнечной системе в плоском случае…….. 183
Самохин А.С., Самохина М.А. О 10-х соревнованиях по глобальной оптимизации траекторий – заселение Галактики: история, постановка задачи, результаты…… 184
Сахаров В.И., Колесников А.Ф., Гордеев А.Н., Чаплыгин А.В., Симоненко Е.П., Симоненко Н.П. , Севастьянов В.Г. Теплообмен неравновесных струй диссоциированного азота с ультравысокотемпературной керамикой HfB_2-SiC: эксперимент на ВЧ-плазмотроне, численное моделирование и анализ поверхности……. 185
Сергиевская А.Л., Погосбекян М.Ю., Крупнов А.А. Молекулярно-динамическое моделирование распада NO на основе ab initio расчетов поверхностей потенциальной энергии и верификация двухтемпературных моделей диссоциации……. 186
Сисоев Г.М. О волновых режимах в двухслойном течении в микроканале……... 186
Сутырин О.Г. Детонация горючей газовой смеси при фокусировке падающей на газовый пузырь ударной волны…… 187
Тарлаковский Д.В., Михайлова Е.Ю., Федотенков Г.В. Нестационарные колебания упругого полупространства с покрытием типа мембраны……... 187

Терауд В.В. Ползучесть и длительная прочность титанового сплава ВТ-6 при высокой температуре в присутствии агрессивной среды…….. 188
Тунгускова З.Г. Постановка задачи о кручении цилиндра при больших деформациях……. 189
Туник Ю.В. Объемное горение водорода за кормой сверхзвукового летательного аппарата…….. 189
Тятюшкин А.Н. Деформация капли магнитной жидкости в нестационарном магнитном поле при больших числах Рейнольдса... 190
Уткин И.С. Моделирование деформаций, вызванных фильтрацией жидкости в пористой среде…….. 191
Фам Дык Тхонг, Тарлаковский Д.В. Нестационарные продольные колебания электромагнитоупругого стержня…….. 192
Федотенков Г.В., Арутюнян А.М., Кузнецова Ел.Л. Начально-краевые задачи для упругого полупространства с полостями……. 193
Федотенков Г.В., Вахтерова Я.А. Обратная нестационарная задача по идентификации нестационарной нагрузки для упругого стержня конечной длины……. 194
Федотенков Г.В., Грицков А.В., Старовойтов Э.И. Нестационарные контактные задачи для балок Тимошенко, связанных с деформируемым основанием……. 194
Федотенков Г.В., Левицкий Д.Ю., Старовойтов Э.И. Обратные нестационарные задачи для пластины Тимошенко…….. 195
Федотенков Г.В., Сердюк А.О., Сердюк Д.О. Распространение нестационарных возмущений в неограниченной анизотропной пластине……. 196
Филатов Е.В., Якимов А.Ю. Эволюция волнового следа за глиссирующей пластинкой…….. 197
Филиппов Я.Ю. Биорезорбируемые макропористые материалы для замещения поврежденных участков костной ткани……... 197
Фокеев В.П., Богданов А.Н. Особенности конфигураций отраженных ударных волн в круглых трубах малого диаметра…….. 198
Фомин Л.В. О длительном разрушении тонкостенной цилиндрической оболочки при нестационарном сложном напряженном состоянии в присутствии активной среды……. 198
Хабибулин Э.Т., Сахаров А.Н., Чистяков П.В. Об устойчивости форм равновесия при стесненном изгибе балок с надрезами…….. 199
Хазов Д.Е. Примеры перехода через скорость звука в канале постоянного сечения при комбинированном воздействии……... 200
Хохлов А.В. О способности линейной теории вязкоупругости описывать немонотонность и знакопеременность коэффициента поперечной деформации при растяжении…….. 200
Цатурян А.К., Кубасова Н.А. Механизм регуляции мышечного сокращения: новые данные и новые представления……. 201

Чернова А.А. Задача оптимизации закачки воды, углекислого газа и метана для вытеснения нефти…….. 202
Чистяков П.В., Овчинникова Н.В., Жуков А.И., Пиманчев П.В. Анализ влияния геометрической формы на жесткость L-образной носовой перегородки…… 203
Чулюнин А.Ю. Исследование трехмерных структур при обтекании глубоких овально-траншейных лунок……. 204
Шамолин М.В. Интегрируемые системы с диссипацией…… 205
Шараборин Е.Л., Хохлов А.В. Моделирование процесса пропитки трехмерных каркасов композиционных материалов двухфазным связующим…….. 206
Шачнев Д.А. Новая версия pmodel – генератора SQL-запросов, основанного на онтологическом представлении структуры Базы Данных информационной системы, с использованием Django ORM. 207
Шундеев А.С. Интерполяция векторных представлений текстовых данных…… 208
Шундеев А.С. Разработка учебного TCP-сервера…… 209
Эглит М.Э., Якубенко А.Е., Якубенко Т.А. Турбулентные склоновые потоки псевдопластических жидкостей…….. 209
Юлдашева А.Р., Косьянчук В.В., Якунчиков А.Н., Дорофеев Н.М. Аэродинамика тела, движущегося со сверхзвуковой скоростью в канале с разреженным воздухом…….. 210
Яковлев М.Я., Быстров И.Д. Численная оценка эффективных механических характеристик керна, включающего несколько горных пород, на структурированных гексаэдральных сетках…… 210
Яковлев М.Я., Козлов В.В., Рубцов В.Е., Осипович К.С. К валидации универсальной CAE-системы «Fidesys» на прочностных расчетах изделий аддитивного производства на примере полиметаллических деталей изготовленных с помощью ЭЛАП……. 211
Якунчиков А.Н., Косьянчук В.В., Юлдашева А.Р., Дорофеев Н.М. Микроскопическая модель возбуждения и релаксации вращательных степеней свободы в молекулах азота и кислорода на основе результатов траекторных молекулярно-динамических расчетов……. 212
Якунчиков А.Н., Косьянчук В.В., Юлдашева А.Р., Дорофеев Н.М. Моделирование истечения двухатомного газа в вакуум методами событийного молекулярно-динамического (EDMD) и прямого статистического моделирования (DSMC)…… 213
Авторский указатель…….. 214

ФЛАТТЕР ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ СО СВЕРХЗВУКОВОЙ ПЕРЕДНЕЙ КРОМКОЙ ПРИ НЕНУЛЕВОМ УГЛЕ АТАКИ

Ф.А. Абдухакимов, В.В. Веденеев

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Панельный флаттер – потеря устойчивости и интенсивные вибрации панелей обшивок летательных аппаратов, возбуждающихся при взаимодействии с потоком воздуха при больших скоростях полета. Обычно панельный флаттер приводит не к немедленному разрушению летательного аппарата, а к накоплению усталостных повреждений панелей.

Доклад посвящен исследованию устойчивости серии прямоугольных пластин, шарнирно опертых по всем краям. Пластины обтекаются с одной стороны идеальным совершенным газом, с другой стороны задано постоянное давление, так что невозмущенное состояние пластин – плоское. Рассмотрено обтекание при ненулевом угле атаки. При этом изучается случай сверхзвуковой передней кромки.

Получено распределение возмущения по пластине с использованием теории потенциального течения газа. При подстановке выражения для возмущения давления в уравнение движения пластины получается интегро-дифференциальное уравнение, которое вместе с шарнирным условием закрепления определяет задачу на собственные значения. Критерием флаттера при такой постановке будет знак мнимой части комплексной частоты. Задача на собственное значение была решена численно с использованием метода Бубнова – Галеркина.

Были получены границы панельного флаттера для двух мод колебания ((1,1), (2,1)) при различных углах атаки и размеров пластины. Определено, при каких параметрах флаттер не наблюдается.

СНИЖЕНИЕ ТРЕНИЯ НА СУПЕРГИДРОФОБНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ НАЛОЖЕННЫХ ПУЛЬСАЦИЯХ ДАВЛЕНИЯ

А.И. Агеев, А.Н. Осипцов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Проанализировано влияние флуктуаций давления на величину осредненного трения в сдвиговом течении вязкой жидкости над двумерной прямоугольной микрокаверной, занятой пульсирующим газовым пузырьком. Цель работы – анализ возможных нестационарных механизмов, приводящих к осредненному проскальзыванию и снижению трения в турбулентном пограничном слое на супергидрофобной поверхности (СГП). Механизмы снижения вязкого трения в стационарных потоках, когда форма поверхности микропузырьков не меняется, достаточно подробно изучены, и установлены границы эффективного использования СГП для снижения трения. Для нестационарных и турбулентных течений вдоль СГП вопрос о возможных механизмах снижения трения остается малоизученным, хотя имеются экспериментальные подтверждения снижения трения на СГП в турбулентном потоке. В данной работе на модельном примере проанализирован один из возможных механизмов снижения трения, связанный с пульсациями формы микропузырьков газа в кавернах полосчатой СГП при флуктуациях давления на стенке в турбулентном потоке.

Для численного решения уравнений Стокса, описывающих мгновенное сдвиговое течение в вязком подслое над микрокаверной с пульсирующим газовым пузырьком, применяется метод граничных интегральных уравнений.

Проведенные численные расчеты показали, что максимальные и минимальные значения осредненной по периоду текстуры скорости скольжения и касательного напряжения лежат между значениями, соответствующими стационарному течению над каверной с предельным положением поверхности пузырька, выпуклой вниз, и течению с плоской границей пузырька, закрепленной в углах каверны. В расчетах обнаружено снижение среднего за период пульсаций трения на СГП по сравнению с течением вблизи гладкой плоской стенки.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (тема АААА-А19-119012990122-3) при частичной поддержке РФФИ (проект № 20-01-00103).

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В КАМЕРЕ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ УДАРНОЙ ТРУБЫ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ СИЛЬНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН

Ю.В. Акимов, Н.Г Быкова, И.Е. Забелинский, П.В. Козлов, В.Ю. Левашов, Ю.В. Туник

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В настоящее время в мире существует несколько установок с ударными трубами, на которых достигнуты скорости ударных волн в воздухе, равные второй космической скорости. На этих установках большие скорости достигаются за счет вклада большой энергии ~1 МДж в камеру высокого давления.

В нашей стране ударные волны с уровнем скоростей близким ко второй космической генерируются только на ударных трубах НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова (Экспериментальный комплекс «Ударная труба» – ЭКУД). На установках ЭКУД высокие скорости ударных волн достигнуты за счет оптимизации режимов горения гремучей смеси и использования режима детонации в камере высокого давления.

Для исследования процессов, проходящих в камере высокого давления после поджига газовой смеси, по длине камеры были установлены датчики давления, сигнал с которых записывался на компьютер с помощью АЦП L-20-10.

Результатом изучения процессов горения и детонации гремучей смеси (стехиометрическая смесь кислорода и водорода и инертный газ-разбавитель гелий) в камере высокого давления стала модернизация камеры. Вблизи торца камеры, в которой смонтирована свеча поджига, с помощью диска с отверстиями отгораживается небольшая (~10–15 мм) форкамера (сопловая секция), на выходе из которой в трех калибрах после поджига смеси (стехиометрическая смесь кислорода и водорода и инертный газ-разбавитель гелий) формируется ударная волна давления. Поскольку скорость распространения волны давления в несколько раз выше скорости волны горения, то за время подхода волны горения к разделительной диафрагме волна давления успевает несколько раз пройти по КВД, последовательно отражившись от диафрагмы и торца КВД.

В результате экспериментов на ударной трубе с камерой высокого давления малой длины (~0,7 м) установлено, что ударная волна высокой скорости получается, когда детонация гремучей смеси возникает вблизи диафрагмы в момент очередного подхода к диафрагме ударной волны давления и подхода волны горения. Такого режима удается достичь путем подбора нескольких параметров: концентрации гремучей смеси, общего давления смеси, времени перемешивания и толщины диафрагмы.

На установках ЭКУД с камерой высокого давления ~15 калибров получены скорости ударной волны в воздухе в диапазоне 9–10,5 км/с при начальных давлениях в камере низкого давления от 0,25 до 0,12 Торр.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-08-00343).

УПРАВЛЕНИЕ РЕЖИМОМ ОБТЕКАНИЯ КАВЕРНЫ ПОСРЕДСТВОМ ТЕПЛОВОГО ВОЗМУЩЕНИЯ

А.А. Аксёнов [1], *М.М. Симоненко* [2], *А.С. Шишаева* [1,2]

[1]ООО «ТЕСИС», Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Сверхзвуковые турбулентные течения около кольцевых каверн представляют большой практический интерес, так как реализуются в областях между выступами и около всевозможных выемок и полостей на корпусах различных летательных аппаратов. В зависимости от отношения длины каверны к ее глубине течение может быть двух видов: открытым или замкнутым. Когда отношение длины каверны к глубине велико, реализуется замкнутое течение. В этом случае внешний сверхзвуковой поток заходит в каверну и присоединяется к поверхности дна каверны. При этом около переднего и заднего уступов каверны формируются две изолированные области отрыва потока. Когда соотношение между длиной и глубиной каверны мало, реализуется открытое течение, при котором всю каверну от передней до задней стенки занимает дозвуковое отрывное течение, отделенное от внешнего потока турбулентным слоем смешения. На определенном интервале соотношений между длиной и глубиной каверны в зависимости от предыстории течения может реализовываться как открытый, так и замкнутый режим обтекания каверны. Эта область называется областью гистерезиса. В области гистерезиса сопротивление обтекаемого тела с замкнутым режимом течения в каверне может существенно превышать сопротивление аналогичного тела с открытым режимом течения в каверне. Если в этой области внести в течение однократное возмущение, соответствующее определенным требованиям, можно вызвать перестройку течения в открытый режим с сопутствующим снижением общего сопротивления.

Целью настоящего исследования является определение условий, при которых происходит перестройка от замкнутой схемы течения в каверне к открытой под воздействием теплового возмущения. С использованием программного комплекса FlowVision численно исследуется осесимметричное сверхзвуковое обтекание цилиндрического тела с коническим наконечником и кольцевой каверной прямоугольного осевого сечения. В качестве начального состояния течения в каверне берется решение, соответствующее замкнутому режиму. Возмущение вносится посредством теплового источника, расположенного на дне каверны. Источник представляет собой кольцевую область пространства, в которой включается тепловыделение различной мощности.

В ходе исследования рассматривалось влияние расположения, мощности и времени воздействия теплового возмущения на течение в каверне. Для различных конфигураций течения определено значение пороговой мощности теплового возмущения, необходимой для перестройки течения из замкнутого режима в открытый. Установлены зависимости пороговой мощности от расположения источника при различных длинах каверны. Исследование показало, что в области гистерезиса внесение однократного возмущения, равного пороговому, приводит к необратимой перестройке замкнутого течения к открытому. Вне области гистерезиса внесение теплового возмущения может приводить к перестройке замкнутого течения в отрытое, однако, после отключения теплового возмущения схема течения обратно возвращается к замкнутой.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 19-01-00242).

СЛУЧАИ РАСШИРЕНИЯ БАЗОВЫХ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДВУМЕРНОЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ НАД НЕРОВНЫМ ДНОМ

А.В. Аксёнов, К.П. Дружков

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассмотрена система уравнений двумерной мелкой воды над неровным дном. Получена и решена система определяющих уравнений для построения гидродинамических законов сохранения. Найден новый базовый гидродинамический закон сохранения, дополняющий закон сохранения массы. Построены все гидродинамические законы сохранения для всевозможных профилей дна, приведены случаи расширения базовых законов сохранения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00890).

ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ТРЕЩИН С ИЗЛОМОМ

А.В. Акулич [1], *А.В. Звягин* [2], *А.А. Шамина* [2]

[1]ФГУ «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва;
[2]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В любом упругом теле, ослабленном системой трещин и находящемся под действием нагрузки, появляются области концентрации напряжений. Особый интерес представляет исследование ветвящихся трещин. Эта задача в пространственном случае является мало исследованной. Возможной областью приложений может быть не только механика прочности, но и задачи гидравлического разрыва пласта.

В данной работе рассматривается модель трещины в виде комбинации нескольких полукруглых трещин, находящихся в пересекающихся плоскостях. Исследованы различные случаи приложения нагрузки: активная (трещина под внутренним давлением) и пассивная трещина (нагрузка приложена на бесконечности). Рассмотрены различные конфигурации с разными углами излома. Решение строится при помощи численного метода граничных элементов. Разработан программный код на языке C++.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-00513).

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РАСТУЩЕЙ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА С ЕСТЕСТВЕННЫМИ РАЗЛОМАМИ И НЕОДНОРОДНОСТЯМИ СРЕДЫ

А.В. Акулич [1], *Д.А. Пестов* [1], *В.В. Тюренкова* [1,2]

[1]ФГУ «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва;
[2]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Гидроразрыв пласта на данный момент является основным способом интенсификации добычи нефти и газа. Для эффективного проведения гидроразрыва этот процесс сначала моделируется с целью узнать наиболее подходящие параметры его

проведения. Для этого модель гидроразрыва должна учитывать все существенные факторы, влияющие на этот процесс, и при этом обеспечивать достаточно низкую вычислительную сложность, чтобы расчет этого процесса занимал как можно меньше времени.

Одной из серьезных задач стоящей при моделировании гидроразрыва является взаимодействие растущей трещины гидроразрыва с неоднородностями среды, естественными разломами, а также рост неплоских трещин гидроразрыва. Большинство используемых на практике моделей (одномерные, псевдотрехмерные и плоские трехмерные модели) не учитывает такое взаимодействие. Таким образом, задача роста неплоской трещины решается только в двумерных и полных трехмерных моделях гироразрыва. Последние, впрочем, несмотря на существенный рост производительности вычислительных систем, все еще остаются слишком вычислительно сложными для практического применения.

В настоящей работе представлена двумерная модель роста неплоской трещины гидроразрыва. Полученные результаты моделирования позволяют оценить влияние естественных разломов различных характерных размеров и ориентаций на скорость и направление роста трещины. Также рассмотрено взаимное влияние нескольких трещин гидроразрыва на скорость и направление их роста.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-00513).

ФОРМИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР ПРИ ОБТЕКАНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ

А.И. Алексюк, В.Я. Шкадов

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Для широкого класса течений переход к турбулентности происходит через этап неустойчивости, когда на фоне двумерного течения возникают трехмерные структуры. Понимание того, почему и как возникает трехмерность, представляет фундаментальный интерес и имеет важное значение для управления переходом. Течение может содержать несколько движущихся и взаимодействующих областей роста трехмерных возмущений, что затрудняет определение истинной природы трехмерных структур. Такая ситуация, в частности, характерна для канонической задачи обтекания цилиндрического тела. В зависимости от условий обтекания (формы тела, внешних воздействий) реализуются различные моды трехмерной неустойчивости (A, B, C и др.), отличающиеся структурой и пространственно-временной симметрией. При этом локальными областями роста трехмерных возмущений в этой задаче могут одновременно являться течения в формирующихся вихрях и сдвиговые течения, возникающие при срыве вихрей в поток. В силу сложного взаимодействия этих подобластей течения до сих пор существуют различные гипотезы о механизмах перехода к трехмерности (*Aleksyuk, Shkadov*. Eur. J. Mech. B Fluids. 2018; J. Fluid. Struct. 2019). В докладе обсуждаются способы локализации элементов сложных потоков и определения их вклада в процесс перехода. Описано развитие трехмерных вихревых структур на основе нового метода (*Aleksyuk, Shkadov*. Eur. J. Mech. B Fluids. 2018), позволяющего оценить влияние основных физических механизмов на этот процесс. Численное моделирование трехмерных течений основано на решении уравнений Навье – Стокса стабилизированным методом конечных элементов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00762), с использованием ресурсов суперкомпьютерного комплекса МГУ им. М.В. Ломоносова.

ОПТИМИЗАЦИЯ РАССТАНОВКИ СКВАЖИН ПРИ РАЗРАБОТКЕ НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

А.И. Андреева [1,2], *А.А. Афанасьев* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

При разработке нефтяных месторождений часто необходимо определять параметры подземных пластов по измеряемым параметрам в скважинах и оптимизировать саму разработку месторождений. Для этого необходимо решать, в частности, обратные задачи, позволяющие найти неизвестные параметры гидродинамических моделей пластов при помощи их калибровки (адаптации) к наблюдаемым данным. Рассмотрим эту проблему на примере двух задач: 1) определение проницаемости пласта по забойному давлению и измерению расхода нефти через скважины; 2) определение оптимальной расстановки скважин, позволяющей максимизировать добычу нефти в течение заданного интервала времени.

Эффективность предлагаемого метода оценивается на примере трехмерной синтетической модели нефтяного месторождения – пласта, состоящего из трех более тонких пропластков, которые могут быть насыщенны водой и нефтью. На этом месторождении установлено шесть добывающих скважин. Данная гидродинамическая модель пласта (модель 0) построена в момент времени $t = 0$ лет, в течение 10 лет велась разработка месторождения. В момент времени $t = 10$ лет (настоящее время) замечено, что данные наблюдений не совпадают с данными модели 0. С помощью метода оптимизации была проведена корректировка модели (модель 1) – уточнения значений проницаемостей пластов. Для увеличения добычи нефти в течение последующих 10 лет, используя скорректированную модель 1, расставляются 3 нагнетающие скважины оптимальным образом так, чтобы добыча была максимальной. Таким образом, была увеличена добыча нефти на 7 % по сравнению с тем, если бы разработка велась бы все 20 лет без нагнетающих скважин.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-71-10051).

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА В ПОТОКЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ ЗАГРОМОЖДЕНИЙ

П.Р. Андронов, Г.Я. Дынникова, А.Ю. Чулюнин

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В последнее время возрос интерес к возможности отбора полезной мощности из потока жидкой или газообразной среды в системах, состоящих из плохообтекаемых твердых тел при наличии упругих связей. Особое внимание уделяется экспериментальным и численным исследованиям резонансных аэроупругих колебаний одиночного кругового цилиндра, закрепленного на линейно-упругой пружине с одной или двумя степенями свободы (в поперечном к потоку и продольном направлениях). Обсуждаются возможности повышения амплитуды автоколебаний цилиндра за счет установки в его окрестности других тел. В настоящей работе представлены результаты численного исследования задачи об аэроупругих колебаниях кругового цилиндра (радиуса R) около неподвижной продольной пластины конечной длины в потоке вязкой несжимаемой жидкости. Длина

пластины составляет 5,5R, толщина – 2R/3, кромки пластины имеют закругления по радиусу R/3. Отношение средней плотности цилиндра к плотности жидкости равно 10. Зазор H между пластиной и цилиндром в равновесном состоянии варьировался от 0 до 2R. Вычисленное по диаметру цилиндра число Рейнольдса $\mathrm{Re} = 160$. Жесткость пружины выбрана из условия, чтобы частота собственных колебаний цилиндра в неподвижной жидкости равнялась частоте дорожки Кармана при обтекании неподвижного цилиндра (без пластины).

В частном случае, когда цилиндр закреплен относительно пластины неподвижно, задача об их совместном обтекании решалась с использованием как традиционного сеточного метода конечных объtмов, так и с применением оригинального бессеточного метода вязких вихревых доменов (ВВД). Получена зависимость поперечной силы, воздействующей на неподвижный цилиндр, от зазора H. Сравнение результатов, полученных с помощью обоих методов, показало их хорошее согласование.

Общая задача об обтекании и автоколебаниях цилиндра с двумя степенями свободы исследована в полной сопряженной постановке с помощью бессеточного метода ВВД (применение традиционных сеточных численных методов в этом случае вызывает затруднения). В результате произведенных расчетов выявлены случаи немонотонной зависимости амплитуды поперечных перемещений цилиндра от начального зазора H.

В варианте, когда центр цилиндра смещен вниз по потоку от задней кромки пластины на расстояние R, при возрастании H от 0 до 1,02R амплитуда поперечных колебаний возрастает, достигая максимального значения 1,25R. При дальнейшем увеличении H средняя амплитуда поперечных колебаний цилиндра убывает и стремится к соответствующей амплитуде колебаний одиночного кругового цилиндра. Расстояние $H = 1{,}02R$ является оптимальным для отбора мощности при резонансных автоколебаниях цилиндра при рассмотренной схеме его расположения относительно пластины.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-31-20057).

СТРУКТУРА ОТРАЖЕННЫХ ОТ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ВОЗМУЩЕНИЙ, СОЗДАННЫХ ИСТОЧНИКОМ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ

С.И. Арафайлов

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается сверхзвуковое течение невязкого нетеплопроводного газа с источником тепловыделения. Полагается, что этот источник слабый, что позволяет использовать теорию линейных возмущений и представить источник любой формы, как набор малых по размеру «точечных» источников. В силу линейности, влияние таких малых источников на полет тела (на боковую силу, на поворачивающий момент и т. д.) можно просто складывать. И для задачи оптимизации влияния любого источника достаточно рассмотреть влияние точечного.

Возмущение такого источника в сверхзвуковом потоке доходит до границ возмущенной телом области течения – ударных волн, поверхности самого тела и отражается. Процесс отражения от поверхности тела достаточно просто описывается – локально тело можно считать плоскостью и отражение будет зеркальным. Если источник расположен вблизи тела, то его возмущения удваиваются.

В случае ударной волны граничное условие более сложное, даже в линейном случае слабого источника. Локально так же можно считать ударную волну плоской, а течение газа однородным. В этом случае удалось методом фиктивного источника обеспечить

линеаризованное условие Ренкина – Гюгонио. Образ источника, в случае границы – ударной волны, получается сложнее, чем просто зеркальное отражение.

В случае близости источника к ударной волне, возмущение может усиливаться за счет отражения, как в случае с поверхностью тела (но не настолько сильно), так и несколько ослабляться.

Для сверхзвукового обтекания клина с присоединенной ударной волной исследовано влияние числа Маха, угла раствора клина и положения источника на распределение силового воздействия отраженных от скачка возмущений на клин. В случае клиновидного крыла конечного размаха это позволяет найти не только боковую силу и момент тангажа, но и момент крена, создаваемый источником тепловыделения и зависимость этого момента от положения источника, параметров потока и угла раствора клина.

РАСЧЕТ НДС КОМПОЗИТА B_4C/AL

Н.Б. Артамонова, П.Д. Клементьев, М.В. Козлов, С.В. Шешенин

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе представлено применение асимптотического осреднения для определения эффективных модулей и концентрации напряжений в композите B_4C/2024Al. Особенностью применяемого многомасштабного метода было использование трех масштабов, а особенностью материала – отсутствие периодичности структуры. Расчеты проводились с помощью конечно-элементной программы на основе 2D и 3D-моделей реальной структуры. Плоские модели были созданы в результате оцифровки фотографий сечений композитов, полученных с помощью растрового электронного микроскопа. Трехмерные модели были построены по изображениям, полученным с помощью рентгеновского томографа. Расчеты также проводились по модельной 3D-структуре с включениями в виде эллипсоидов со случайной ориентацией.

Значения модуля Юнга, вычисленные для плоско-деформированного и плоско-напряженного состояний, близки друг другу при одинаковых объемных концентрациях частиц B_4C. Сравнение расчетных значений упругих модулей с экспериментальными показало достаточно хорошее совпадение. Например, при концентрации B_4C 15 % модули Юнга, рассчитанные при решении плоских задач, отличаются от экспериментальных на 6 %, по 3D модельной структуре – на 3 %, а по 3D реальной структуре практически совпадают с экспериментальными. Сравнения значений эффективных модулей, вычисленных для 2D и 3D-структур, проводились для того, чтобы понять, насколько достоверны результаты вычислений эффективных свойств, полученные при решении плоских задач. Таким образом, результаты подтвердили возможность использования двумерных изображений микроструктуры для вычисления эффективных модулей макроуровня изотропного композита. Такие расчеты могут быть использованы для оценки степени изотропии и однородности дисперсного композита. Однако при использовании 3D-моделей реальной структуры эффективные свойства композита вычисляются точнее.

Для изучения напряженно-деформированного состояния (НДС) композита на микроуровне и исследования концентрации напряжений вблизи включений карбида бора различной формы использовались модели 3D реальной микроструктуры композита B_4C/2024Al. Полученные результаты исследования НДС образцов на микроуровне имеют практическое значение, так как позволяют определить зоны концентрации напряжений и, следовательно, прогнозировать условия нагружения, при которых можно ожидать нарушение внутренней целостности композита.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-51-53006).

НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ В ДЕФОРМИРУЕМОМ КАРКАСЕ

Н.Б. Артамонова, С.В. Шешенин

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

При совместном деформировании пористого скелета и содержащейся в порах жидкости происходит взаимодействие твердой и жидкой фаз грунта. В работе это взаимосвязанное явление фильтрации жидкости и деформирования скелета грунта описывается связанной системой уравнений в частных производных, которые записаны из общих законов сохранения механики сплошной среды (уравнения равновесия, закона сохранения масс твердой и жидкой фаз грунта и закона фильтрации Дарси) с применением пространственного осреднения по представительной области. Для определения эффективных модулей возможен подход, основанный на решении локальных задач в представительной области.

В результате получена связанная физически и геометрически нелинейная формулировка краевой задачи при использовании подхода Лагранжа с адаптацией для твердой фазы и подхода ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) для жидкости в предположении квазистатического деформирования каркаса.

В методе решения связанной задачи осуществляется линеаризация вариационных уравнений в сочетании с внутренними итерациями по методу Узавы для связывания на каждом шаге по времени. Для пространственной дискретизации используется метод конечных элементов: элементы трилинейного типа для аппроксимации собственно уравнения фильтрации и квадратичные элементы для аппроксимации уравнений равновесия. Для учета сил инерции применяется неявная схема по времени. Полученная вариационная формулировка справедлива для гиперупругого материала скелета грунта и для модели пластического течения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-01-00431).

МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ СОДЕРЖАНИЯ ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОСТРАНСТВА (МЕМ-ГРАММ МОДЕЛЬ)

А.А. Артёмов [1], *А.В. Галатенко* [2]

[1]НИЦ «СТРАТКОМ», Мытищи, Моск. обл.;
[2]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Доклад посвящен результатам диссертационного исследования по вопросу моделирования процесса эволюции содержания информационного пространства.

Содержание информационного пространства формализовано упорядоченной последовательностью вероятностных пространств. В качестве событий вероятностных пространств рассматриваются языковые конструкции (n-граммы). Предполагается, что «эволюция» вероятностных пространств обусловлена изменением частоты использования интеллектуальными агентами языковых конструкций совместно с незначительными изменениями этих конструкций в процессе коммуникаций. В науке подобные процессы с двойной эволюцией (знаний и носителей) успешно описываются с применением меметического алгоритма. В нем наследственность, характеризующая процесс отбора «успешных» носителей знаний, определяется набором мемов (*по аналогии с набором генов*). Алгоритм позволяет моделировать процесс «выживания» носителя знаний. В исследовании авторов этот процесс характеризует эволюцию подобных n-грамм,

являющихся мемами (мем-грамма). В соответствии с изложенной аксиоматикой был решен вопрос моделирования процесса изменения числа копий мем-граммы, характеризующего эволюцию событий вероятностных пространств. Также дано надежное теоретическое обоснование ошибки прогноза модели в условиях фиксированного и переменного значения доли мем-грамм (относительно всех n-грамм произвольного вероятностного пространства из рассматриваемого информационного пространства).

Практическое моделирование процесса изменения содержания информационного пространства проводилось на наборе текстов русскоязычных новостных публикаций за июнь–октябрь 2014 г. Общий объем выборок составил 292 307 n-грамм – «обучение» и 100 181 n-грамм – «тест». Комбинация древовидной и регрессионных моделей позволила достичь среднеквадратической ошибкой прогноза логарифма числа копий мем-грамм (за неделю), равной 0,64 (при $R^2 > 0,52$). Дальнейшее улучшении модели потребовало определения закона плотности распределения логарифма числа копий мем-грамм наиболее вероятных процентильных групп. Была избрана группа I с интервалом [0,9–1]. Описание распределением Su-Джонсона с параметрами, рассчитываемыми по выведенным уравнениям, позволило достичь минимальных значений модуля ошибки прогнозного доверительного интервала числа копий мем-грамм (группы I). Ошибка на обучающей и контрольной выборках составила 1 и 0,8 % соответственно.

Теоретическое обоснование оценки ошибки при условии фиксированной доли мем-грамм было обосновано с применением гипотезы «числа наследников»: число *подобных* n-грамм будущего периода, пропорционально количеству известных n-грамм текущего периода. Второе условие (переменной доли) связанно с так называемой проблемой смещения данных (*data shift*). Проблема свойственна изменяющемуся признаковому пространству доли объектов больших данных. Теоретическое обоснование предлагаемого решения потребовало ввода нового топологического свойства – подобия мультимножеств, доказательства четырех утверждений и теоремы о мощности вложенного мультимножества: *мощность вложенного мультимножества пропорциональна количеству подобных элементов мультимножества, в которое оно вложено, и обратно пропорциональна произведению математического ожидания подобных элементов мультимножеств на коэффициент их подобия*.

Аппарат мем-грамм модели особенно перспективен в новой научно-технической парадигме – «Когнитивной безопасности». Она подразумевает обеспечение защиты самообучаемых интеллектуальных агентов от данных, которые с высокой вероятностью существенно изменят модель их знаний, что причинит ущерб функционированию системы.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЯГИ ГУСЕНИЦЫ ПРИ КАЧЕНИИ ПО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ

Е.А. Архангельский, А.В. Бойко, А.П. Голуб, В.А. Ерошин

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Оценка тяги движителей при проведении модельных испытаний обычно проводится двумя способами: на «стопе» или при ходовых испытаниях на «мерной базе». В первом случае модель судна с движителем крепится тросиком к неподвижному датчику силы, который измеряет величину тяги. При этом течение воды в окрестности системы судно-движитель существенным образом отличается от того, которое имеет место при свободном плавании и, следовательно, значение полученной при этом силы не является действительной силой тяги. Во втором случае, при движении самоходной модели на мерной базе, силу тяги обычно бывает трудно выделить из общей системы измеряемых

сил, так как все они связаны между собой и зависят от большого числа параметров (скорости движения, формы и состояния поверхности модели, волнового сопротивления, осадки и других параметров).

В докладе предложен новый способ определения тяги гусеницы на маятниковых весах, при которых большая часть траектории маятника (гусеницы) находится над поверхностью воды (нижняя часть возможной траектории погружена в воду, но не более чем на половину радиуса катка гусеницы). При движении маятника по нижней части траектории происходит интенсивное взаимодействие гусеницы с водой (работа силы тяги), что приводит к росту ее скорости и подъему на большую, чем исходную высоту. При некотором соотношении между определяющими параметрами (массы маятника, скоростями маятника и гусеницы, величиной грунтозацепов и др.) движение гусеницы перейдет в режим качения по свободной поверхности воды. Сравнивая значения скоростей маятника (гусеницы) до и после взаимодействия с водой, а также учитывая другие параметры (массу гусеницы, отношение абсолютной скорости гусеницы к скорости надводной части модели и др.), можно определить величину тянущей силы.

В докладе сравниваются значения тяги гусеницы, полученные различными способами, а также приведена зависимость безразмерного коэффициента тяги от безразмерного параметра, равного отношению абсолютных скоростей нижней части гусеницы и надводной части модели.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00040).

ВЛИЯНИЕ КРИВИЗНЫ МЕНИСКА НА СКОЛЬЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ ВБЛИЗИ КАНАВОК, ЗАПОЛНЕННЫХ СМАЗКОЙ

Е.С. Асмолов [1,2], *Т.В. Низкая* [2], *О.И. Виноградова* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУН Институт физической химии и электрохимии им. А.Н. Фрумкина РАН, Москва

В последние годы, в связи с бурным развитием микрофлюидики, большой интерес вызывает течение жидкости вблизи текстурированных поверхностей, углубления которых заполнены другой жидкостью или газом. Классическим примером являются супергидрофобные поверхности, способные за счет своей гидрофобности удерживать воздух в углублениях текстуры. Однако веществом, заполняющим текстуру, может быть не газ, а специальная смазочная пропитка. Пропитанные смазкой поверхности могут быть более устойчивыми в эксплуатации, так как, в отличие от газа, смазочный материал не растворяется в жидкости. При построении теоретических моделей необходимо рассматривать течение смазки в углублениях текстуры, поскольку ее вязкостью пренебречь уже нельзя, в отличие от супергидрофобных тесктур.

В работе рассмотрено влияние вязкости смазки и формы мениска на скорость течения жидкости и эффективную длину скольжения поверхности с продольными прямоугольными канавками. При малых числах Рейнольдса течение жидкости и смазки описываются уравнениями Стокса. Для решения двухфазной задачи при малом угле выступания и произвольном отношении вязкостей поля скоростей и давления в жидкости и смазке раскладываются в ряд по этим углам. Условия непрерывности скоростей и касательных напряжений на границе раздела сред сносятся на плоскую границу, так что расчетные области остаются прямоугольными и для решения уравнений можно использовать метод рядов Фурье. Двухфазную задачу можно свести к однофазной задаче для жидкости с граничными условиями Навье с локальной длиной скольжения. В среднем поверхность можно охарактеризовать с помощью эффективной длины скольжения, так же,

как и в случае плоского мениска. Вязкость смазки оказывает существенное влияние на длину скольжения, тогда как влияние формы мениска незначительно.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00729).

МЕТОД РАЗЛОЖЕНИЯ ФАЗОВОЙ ДИАГРАММЫ НА СИМПЛЕКСЫ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОФАЗНОЙ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

А.А. Афанасьев

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Для расчета термодинамических равновесий многокомпонентных смесей в широком диапазоне давлений и температур разработаны основные принципы метода SDPE – метода разложения фазовой диаграммы на симплексы.

Разработано описание фазовой диаграммы с помощью симплексов (т. е. простейших элементов) в термодинамическом пространстве. Предложена схема задания фазовых диаграмм смесей, состоящая из последовательности следующих шагов, реализованных в комплексе программ MUFITS. На Шаге 1 задаются число компонент смеси (c) и максимально возможное число фаз (p), на которые она может расслаиваться. Каждой компоненте и фазе присваивается свой уникальный идентификатор (имя). На Шаге 2 задаются вершины симплексов (vertices), из которых составляется фазовая диаграмма. Каждой вершине присваивается свое уникальное имя. Каждая вершина соответствует параметрам в однофазном состоянии смеси. На Шаге 3 задаются симплексы, из которых состоит фазовая диаграмма. Каждому симплексу присваивается уникальное имя, задается число фаз, на которые расслаивается смесь при соответствующих параметрах, и задаются вершины симплекса из числа определенных на Шаге 2. На Шаге 4 задаются параметры смеси в вершинах симплекса в зависимости от давления и температуры. Для этого при заданных давлении и температуре для каждой вершины задаются плотность, энтальпия, вязкость и компонентный состав смеси. На Шаге 5 проводится триангуляция или другое разбиение пространства P–T (давление–температура), использующееся для интерполяции теплофизических параметров смеси (плотность, энтальпия, вязкость).

Показано, что для построения в рамках метода SDPE корректной в термодинамическом смысле модели смеси (т. е. такой модели, в которой коэффициент сжимаемости среды всегда является положительной величиной и выполняются другие термодинамические неравенства) на Шаге 5 нужно использовать триангуляции из элементов, ребра которых выровнены вдоль осей P и T. Проведены тестовые расчеты фильтрации воды, свойства которой определяются методом SDPE, при околокритических термодинамических условиях.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-71-10051).

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЗАКАЧКИ ГАЗА И ВОДЫ В НЕФТЯНОЙ ПЛАСТ

А.А. Афанасьев, Е.А. Веденеева

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;

Исследуется эффективность газового воздействия на нефтяной пласт, в рамках моделирования смешивающегося вытеснения в пористой среде при закачке

углеводородного (УВ) газа. Для описания течения в пористой среде используется композиционная модель фильтрации, позволяющая учесть изменения компонентного состава жидкостей и газов в пласте, теплофизические свойства которых задаются уравнением состояния Ван-дер-Ваальсового типа. Эффективность нефтеотдачи сравнивается с получаемой при применении традиционной технологии заводнения. Для проведения исследований разрабатывающийся авторами комплекс программ MUFITS дополнен модулем для композиционного моделирования фильтрации. На данном примере демонстрируются его обновленные функциональные возможности.

В модели учитывается, что в зависимости от давления и температуры УВ смесь находится либо в однофазном состоянии газа или жидкости (нефти), либо в двухфазном состоянии газ–нефть. Вода же не смешивается с УВ, образуя отдельную компоненту жидкости. Давление во всех фазах считается одинаковым – капиллярное давление пренебрежимо мало, изменение температуры – тоже. Течение происходит в тонком горизонтальном пласте, влиянием силы тяжести пренебрегается.

Рассматриваются модельные составы нефти и вытесняющего газа, совпадающие с одними из предложенных в литературе – случай А. По постановке задача является автомодельной задачей Римана. Ее решение состоит из последовательности сильных разрывов, на которых рвутся распределения насыщенностей газа и воды, полные концентрации компонент смеси; центрированных волн Римана и областей однородного распределения параметров, распространяющихся от входной границы внутрь области. В случае В в пласт закачивается вода, а решение содержит только один разрыв и одну волну Римана.

Исследованы характерные времена, на которых закачка газа позволяет извлечь наиболее ценные УВ-компоненты нефти. Показано, что закачка воды в целом более эффективный метод повышения нефтеотдачи из пластов, насыщенных нефтью рассмотренного модельного состава. Газовое воздействие позволяет извлечь дополнительное количество промежуточных компонент УВ-ряда только после закачки 3 поровых объемов газа. Однако это дополнительное количество мало и, по-видимому, не имеет практической значимости. Еще меньший эффект достигается при вытеснении наиболее тяжелой компоненты.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-71-10051).

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕУСТОЙЧИВЫХ МОД ВИХРЯ БЭТЧЕЛОРА

В.К. Ахметов [1], *В.Я. Шкадов* [2]

[1]ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Москва;
[2]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В рамках линейной теории методом малых колебаний исследуется задача устойчивости свободного вихря Бэтчелора по отношению к неосесимметричным возмущениям. Интерес к исследованию неустойчивости рассматриваемого течения связан с большим количеством технических приложений, в котором используются закрученные потоки.

Спектральная задача для определения малых неустойчивых возмущений решается численно. Вблизи особых точек ($r = 0$ и $r = \infty$) строятся асимптотические решения по методу Фробениуса. Далее решения продолжаются внутрь расчетной области численным интегрированием с автоматическим выбором шага, контролируемой точностью и процедурой ортогонализации методом Грамма–Шмидта. Внутри расчетной области численные решения склеиваются путем решения методом Ньютона соответствующего характеристического уравнения.

Проведенные численные исследования установили существование неустойчивых невязких мод рассматриваемого течения при больших значениях параметра закрутки потока. Анализ выполненных расчетов показывает, что при умеренных значениях чисел Рейнольдса $\mathrm{Re} \sim 10^3$ неустойчивость связана с основной модой, имеющей минимальное критическое число Рейнольдса, а при более высоких $\mathrm{Re} \sim 10^4 - 10^5$ – с другой более слабой невязкой модой. Максимальные коэффициенты усиления для нее соответствуют ранее значениям, вычисленным по невязкой теории, а максимальная величина закрутки, при которой течение неустойчиво, более чем в три раза превышает соответствующее значение основной моды.

Сравнительный анализ собственных решений показал существование растущих возмущений восьми типов (мод неустойчивости). Рассмотрены поведение каждой моды в отдельности и свойства полного набора мод в зависимости от свободных параметров задачи. Обнаружено и исследовано ветвление собственных решений. Вычислены координаты точек ветвления и построены соответствующие нейтральные кривые. Показано, что нейтральные кривые описываются отдельным замкнутым контуром только при значении числа Рейнольдса, близкому к критическому для данной моды. По мере продвижения по числу Рейнольдса от критической точки возникают ее бифуркации со вновь формирующимися неустойчивыми модами. При этом форма области неустойчивости качественно меняется: происходит скачкообразное изменение границ для отдельных мод, а нейтральные кривые объединяются в единую кривую сложной формы с точками самопересечения. Ветвление мод и скачкообразное изменение границ областей неустойчивости связано с существованием кратных корней в исходной задачи на собственные значения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00762).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИИ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Д.А. Балашов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В данной работе исследуются движения спутника вокруг центра масс в гравитационном поле Земли на круговой орбите. Получены уравнения движения искусственного спутника Земли. При доступности измерений магнитного поля Земли исследована наблюдаемость линейной системы с нестационарными измерениями. Осуществлен переход к стационарной системе уравнений со стационарными измерениями. Получено численное решение уравнения ошибок вектора состояния системы, когда на систему действует возмущения типа белого шума.

ГЕЛИОСФЕРНЫЕ ЭНЕРГИЧНЫЕ НЕЙТРАЛЬНЫЕ АТОМЫ: ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И СРАВНЕНИЕ С ДАННЫМИ IBEX-HI

И.И. Балюкин [1,2], *В.В. Измоденов* [1,2,3], *Д.Б. Алексашов* [1,3]

[1]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУН Институт космических исследований РАН, Москва;
[3]ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Космический аппарат (КА) Interstellar Boundary Explorer (IBEX) с 2008 г. проводит измерения потоков энергичных нейтральных атомов (ЭНА) водорода на орбите Земли при

помощи инструмента IBEX-HШ в диапазоне энергий от 0,3 до 6 кэВ. Была разработана численная модель для вычисления потоков ЭНА, в рамках которой восстанавливаются траектории движения атомов водорода (назад по времени) от точки пространства, где они регистрируются КА IBEX, до точки их рождения во внутреннем ударном слое (в области возмущенного солнечного ветра между внутренней ударной волной и гелиопаузой), где плазма сильно нагрета. Вдоль траектории атома вычисляются и интегрируются потоки рожденных ЭНА, имеющих заданную скорость, а также учитываются потери частиц за счет процессов ионизации (перезарядки на протонах и фотоионизации).

Новизна и оригинальность разработанной модели состоит в детальном кинетическом подходе для моделирования распределения надтермальной компоненты – захваченных протонов, которые рождаются в области сверхзвукового солнечного ветра и захватываются гелиосферным магнитным полем. Их важность определяется тем, что наблюдаемые IBEX-HI энергичные атомы рождаются в процессе перезарядки межзвездных атомов водорода именно с захваченными протонами в области внутреннего ударного слоя. Была разработана модель распределения захваченных протонов в гелиосфере, в рамках которой решалось кинетическое уравнение в трехмерной по пространству и зависящей от времени постановке в предположении изотропности функции распределения. Такой метод выгодно отличается от других существующих подходов, так как основан на фундаментальных физических законах, и на данный момент не имеет аналогов среди конкурирующих научных групп.

Были выполнены расчеты модельных карт потоков ЭНА на основе разработанной ранее глобальной кинетико-МГД модели взаимодействия солнечного ветра с локальной межзвездной средой (Izmodenov & Alexashov, 2020), и проведено сравнение с данными IBEX-HI. В результате сравнения были сделаны следующее заключения: (1) разработанная модель качественно (и во многом количественно) воспроизводит структуру потоков ЭНА, наблюдаемую на картах IBEX-HI; (2) потоки ЭНА из области внутреннего ударного слоя крайне чувствительны к виду функции распределения захваченных протонов; было показано, что учет дополнительной энергичной компоненты захваченных протонов имеет определяющее значение для объяснения данных наблюдений; (3) несмотря на относительно хорошее качественное совпадение, на определенных энергетических каналах наблюдаются некоторые количественные различия между результатами расчетов и данными IBEX-HI; были рассмотрены возможные причины данных различий.

ВЛИЯНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ АРМАТУРЫ НА СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ КОМПОЗИТНОЙ БАЛКИ

И.А. Беклемишев, Ф.Б. Киселёв

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В исследовании рассматривается задача модального анализа для тела в виде балки с неоднородностью в сечении. Причиной неоднородности является наличие стержней, моделирующих арматуру. Геометрические и механические свойства стержней соответствуют армостеклокомпозитам. Математическая постановка задачи учитывает возможность задания начального напряженного и начального деформированного состояний. Исследования проводятся на основании численного анализа в программном комплексе ANSYS (студенческая лицензия). Для проведения исследования написана программа на языке APDL с возможностью задания предварительно напряженного состояния. Исследуется зависимость собственных частот колебаний балки с предварительно напряженной арматурой от параметров преднапряжения: уровня и знака

преднапряжения, количества стержней арматуры, диаметра стержней и их взаимного расположения. Проводится сравнение численных решений с аналитическими, полученными для модели балки Бернулли с начальным преднапряжением. Показано, что преднапряжение арматуры ведет к понижению собственных частот колебаний балки, что согласуется с известными из практики результатами.

О ВЛИЯНИИ ПАВ НА ДИФФУЗИЮ В РАСТВОРЕ НА НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ РАЗВИТИЯ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ

А.Н. Белоглазкин, В.Я. Шкадов

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Интерес к изучению тепломассообмена в пленочных течениях связан с широким практическим применением пленок жидкости в различных технологических процессах. На основе теоретических и экспериментальных исследований установлено, что волнообразование может увеличить массообмен внутри пленки в несколько раз. Это позволяет повысить эффективность массообменных аппаратов. С другой стороны, известно, что значительная часть процесса массообмена внутри пленки происходит на начальном участке развития пленки жидкости. Течение пленки жидкости в этом случае является безволновым, так как при непосредственном истечении жидкости из насадка происходит ускорение потока, что оказывает стабилизирующее воздействие на течение.

Рассматривается течение пленки вязкой жидкости под действием силы тяжести и при наличии поверхностно-активного вещества (ПАВ). Жидкость представляет собой слабый раствор, содержащий летучее поверхностно-активное вещество, а также газовую фазу. Распределение ПАВ в слое управляется диффузией в жидком объеме, процессами адсорбции-десорбции между жидким объемом и адсорбированным приповерхностным слоем, испарением с поверхности в граничную газовую среду. Процесс проникновения газовой фазы из внешнего течения газового потока определяется диффузией внутри пленки. Вследствие образования диффузионного пограничного слоя, внутри которого градиент концентрации газовой фазы имеет значительную величину, на начальном участке развития пленки наблюдается высокий коэффициент массоотдачи. Наличие неравномерно распределенного поверхностно-активного вещества в пленке жидкости приводит к переменности коэффициента поверхностного натяжения вдоль ее свободной поверхности и к возникновению, помимо самоиндуцированного давления капиллярных сил, дополнительных касательных напряжений на свободной поверхности, пропорциональных числу Марангони. Эти касательные напряжения могут оказывать существенное влияние на движение жидкости и массообмен внутри пленки.

Эффективным методом для исследования гидродинамики и массообмена на входном участке является метод поверхностей равных расходов. На основе данного алгоритма были проведены расчеты, сравнение характеристик перемешивания газовой фазы внутри пленки жидкости.

Исследуемая система уравнений включает значительное количество внешних управляющих параметров. Кроме того, рассматривалось влияние начального распределения скорости на выходе из насадка, касательного напряжения на поверхности пленки. Установлено, что ускорение потока жидкости сокращает длину участка перемешивания газовой фазы. Положительная величина касательного напряжения соответствует отрицательным значения числа Марангони. Использование поверхностно-активных веществ с данными свойствами, как показали расчеты, позволяет

интенсифицировать процессы массообмена внутри пленочного течения и оптимизировать размеры и другие параметры массообменных аппаратов и установок.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00762).

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИСКРЕТНОГО КОНТАКТА УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

А.А. Бобылёв

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

При контактном взаимодействии твердых тел область фактического контакта, как правило, дискретна. Размеры и положение пятен фактического контакта зависят от условий контактного взаимодействия, механических характеристик тел и их поверхностной микроструктуры. В настоящей работе рассматриваются задачи дискретного контакта упругого полупространства и ограниченного в плане жесткого штампа, имеющего регулярный волнистый рельеф. Отметим, что такие задачи не могут быть сведены к периодическим вследствие неравномерного распределения нагрузок между отдельными пятнами контакта.

При постановке задач задаются нелинейные граничные условия одностороннего контакта, содержащие неравенства. Для решения задач применяется вариационный подход. Используются формулировки задач в виде граничного вариационного неравенства и эквивалентной ему задачи минимизации граничного функционала на множестве статически допустимых контактных напряжений. Для дискретизации задач применяются граничные элементы с постоянной аппроксимацией контактного давления. В результате получена задача квадратичного программирования, содержащая простые ограничения в виде неравенств (условия неположительности нормальных напряжений при одностороннем контакте) и три ограничения в виде равенств (условия равновесия жесткого штампа).

Для численного решения используется разработанный автором вычислительный алгоритм на основе метода сопряженных градиентов (МСГ). Алгоритм основан на стратегии рабочего списка активных ограничений-неравенств и учитывает специфику решаемой задачи. При нарушении неактивных ограничений применяется метод проекции точки на допустимое множество, позволяющий включать в рабочий список сразу несколько ограничений, что существенно снижает количество рестартов. Также допускается исключение ограничений из рабочего списка до нахождения минимума на текущем рабочем подпространстве. В качестве направления рестарта используется редукция направления поиска с предыдущего шага на новое рабочее подпространство. После рестарта для сохранения сопряженности направления поиска вычисляются по трехчленной формуле, ранее используемой для алгоритма с рестартами при безусловной минимизации неквадратичных функций. Для учета ограничений в виде равенств, содержащих все переменные задачи, вводится линейное преобразование переменных, позволяющее свести эти ограничения к простым ограничениям, содержащим только одну переменную. Отметим, что в разработанном алгоритме операция умножения матрицы Гессе на вектор дважды выполняется только в случае уменьшения размерности рабочего подпространства.

Вычислительный алгоритм реализован в виде модулей пакета прикладных программ для решения контактных задач. Разработана версия алгоритма для вычислений с использованием графических процессоров на основе технологии CUDA.

Проведенные вычислительные эксперименты подтвердили эффективность разработанного на основе МСГ алгоритма для решения рассматриваемого класса контактных задач. Получены численные решения ряда задач дискретного контакта, в частности задач о вдавливании в упругое полупространство прямоугольного в плане жесткого штампа с регулярным волнистым рельефом. Рассмотрены случаи внецентренного нагружения штампа.

ДИНАМИКА УДАРНЫХ ВОЛН В СРЕДЕ С ПРОДОЛЬНОЙ СТРАТИФИКАЦИЕЙ ПЛОТНОСТИ. РАСЧЕТ ДИССИПАЦИИ

А.Н. Богданов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Предложенный автором настоящей работы ранее [1] подход для исследования распространения ударных волн (УВ) произвольной интенсивности в слое одномерной, в направлении движения ударной волны, стратификации, является отличным от метода Уизема [2] способом исследования динамики нелинейного возмущения в неоднородной среде. Необходимость разработки еще одного подхода к исследованию задач такого рода объясняется оригинальностью способа получения своих результатов Уиземом (признаваемой и им самим).

Одномерную продольную стратификацию плотности можно рассматривать как последовательность тонких параллельных фронту УВ слоев, в каждом из которых изменение плотности мало, и в каждом таком слое представлять изменение скорости УВ при его прохождении в виде ряда по малому параметру – отклику на малое изменение плотности в слое. Этот подход положен автором настоящей работы в основу способа уточнения эффектов при динамике нелинейного возмущения в стратифицированной среде.

В результате проведенного исследования выяснена роль локальных и интегральных эффектов в такого рода процессах. Полученная зависимость скорости УВ от параметров среды перед ней в первом приближении определяется локальными воздействиями. Эта зависимость не имеет ограничений на интенсивность ударной волны и в приближении сильных УВ совпадает с вычисленной ранее (и только для сильных волн) Уиземом [2].

Недостатком этих, полученных и автором настоящей работы, и Уиземом зависимостей является то обстоятельство, что УВ «забывает» прохождение стратифицированных слоев, как только значение плотности перед ее фронтом принимает первоначальное значение. Предложенный автором подход позволяет уточнить полученные результаты, вычисляя второе и последующие приближения в асимптотической формуле для скорости волны. Эти поправки определяются уже не только локальными, но и интегральными эффектами воздействия малых возмущений.

Показана возможность как ослабления, так и усиления УВ при прохождении стратифицированных слоев такого рода в зависимости от конкретного вида стратификации.

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ (тема АААА-А19-119012990113-1), при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00793).

Литература

1. *Богданов А.Н.* Динамика ударных волн в средах с продольной стратификацией // Доклады РАН. – 2020. – Т. 491. – с. 1–2.
2. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. – М.: Мир, 1977.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЯГИ КОЛЕСНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ЕЕ ДВИЖЕНИИ ПО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ

А.В. Бойко, А.П. Голуб, В.А. Ерошин, В.А. Самсонов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В последнее время средства массовой информации все чаще предлагают нашему вниманию видеофильмы о качении по поверхности воды колесных и гусеничных надводных аппаратов (багги, снегоходы, мотоциклы и пр.). Теперь возможность качения по воде уже перестала вызывать ожесточенные споры между сторонниками и противниками этой идеи. Необходимо подчеркнуть, что по сравнению с глиссерами и судами на подводных крыльях, качение по воде на колесах и гусеницах позволяет в полтора–два раза увеличить скорость движения надводных судов. Кроме того, они являются амфибиями, т. е. могут двигаться по суше и мелководью со скоростью порядка 60 км/ч и более. Все это заставляет нас подумать о практическом использовании этой идеи и объясняет интерес к вопросам определения гидродинамических сил, возникающих при качении по поверхности воды.

В докладе рассматривается приближенная теоретическая модель механической системы, использующаяся при определении силы тяги в задаче о движении колесной системы с грунт зацепами по поверхности воды. Проведен анализ действующих сил, рассмотрен ряд предельных случаев, позволяющих определить силу тяги. Приведена зависимость безразмерного коэффициента тяги от безразмерного параметра, равного отношению абсолютных скоростей грунт зацепов колес и надводной части модели.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00538).

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПОЛОЖЕНИЯ ОПОР ПЛАСТИНЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ НА НЕЕ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛЫ

С.А. Борщевецкий [1], *Н.А. Локтева* [1,2]

[1]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В данной работе выполнено исследование микрометеороидной защиты (ММЗ). Она представляет собой тонкостенную оболочку, призванную защищать аппаратуру на носу космического летательного аппарата от микрометеоритов. Однако не меньшую опасность оборудованию представляет космонавт, который может случайным образом воздействовать на оболочку во время ремонтных работ и повредить аппаратуру. Для противодействия этому оболочка специальным образом подкрепляется опорами изнутри.

Для разработки метода расчета количества опор и их положения рассматривается упрощенный вариант задачи. Изучается взаимодействие шарнирно опертой по краям и имеющей дополнительные опоры по площади пластины со специальной нагрузкой в виде Дельта-функции. В качестве модели пластины была выбрана пластина Кирхгофа – Лява [1]. Начало координат помещено в левый верхний угол пластины. Требуется определить оптимальное расположение дополнительных опор, основываясь на том факте, что максимальный прогиб не должен допускать предельно допустимой величины. Функция прогиба определяется как сумма сверток функций влияния с соответствующей внешней нагрузкой и реакциями в дополнительных опорах.

Для определения значения функции влияния все входящих в выражения движения пластины функции раскладываются в ряды Фурье таким образом, чтобы удовлетворялись граничные условия по краям пластины [2, 3]. Далее в уравнении движения пластины учитываются как внешняя нагрузка, так и свертки Дельта-функции с реакциями в дополнительных опорах. Значения реакций в опорах определяются из граничных условий, исходя их того факта, что перемещения закрепленных точках равняются нулю. Далее из полученного уравнения нормальных перемещений определяются координаты расположения опор вокруг приложенной внешней нагрузки таким образом, чтобы выполнялось условие не превышения заданной величины перемещений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-08-00968).

Литература

1. *Горшков А.Г., Медведский А.Л., Рабинский Л.Н., Тарлаковский Д.В.* Волны в сплошных средах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.
2. *Чернина В.С.* Статика тонкостенных оболочек вращения. – М.: Наука, 1968. – 456 с.
3. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1974. – 832 с.

О ВЫБОРЕ МОДЕЛИ ФРАГМЕНТАЦИИ КРУПНЫХ МЕТЕОРОИДОВ

М.Д. Брагин [1,2], *И.Г. Брыкина* [3]

[1]ФГУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН», Москва; [2]МФТИ (ГУ), Долгопрудный, Моск. обл.;
[3]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Большинство крупных метеороидов разрушаются под действием аэродинамических сил, возрастающих по мере их проникновения в более плотные слои атмосферы. Разрушение космических тел, входящих в атмосферу Земли с различными скоростями, составом, структурой, размерами и прочностью, может происходить по-разному, поэтому существуют разные подходы к моделированию их фрагментации. В том случае, когда метеороид распадается на большое количество фрагментов, на первом этапе они движутся с общей ударной волной как единое тело. В данной работе рассматриваются существующие в литературе и развитые авторами модели облака фрагментов, движущихся с общей ударной волной, которые описывают первую стадию интенсивного разрушения метеороида на большое количество осколков и применимы до тех пор, пока фрагменты не разойдутся на достаточное расстояние, чтобы двигаться независимо. Облако фрагментов под действием сил давления деформируется: сжимается в направлении полета и расширяется в боковом. Все рассмотренные модели по-существу отличаются уравнением, описывающим боковое расширение облака фрагментов, т. е. уравнением для скорости возрастания радиуса миделева сечения раздробленного метеороида.

Показаны существенные различия между общепринятыми моделями фрагментации и разработанной авторами. Эта модель учитывает уменьшение плотности раздробленного метеороида за счет увеличения расстояния между фрагментами и изменение его формы; для описания этих процессов вводятся два параметра, для которых получены два дополнительных уравнения, поэтому модель можно назвать двухпараметрической. При ее использовании надо решать совместную проблему фрагментации, абляции и движения метеороида. В более простых общепринятых моделях задача фрагментации отделена от задачи абляции и движения, что приводит к тому, что абляция влияет на потерю массы

метеороида и не влияет на радиус его миделева сечения, который фактически определяется только начальными условиями, что является противоречием. Двухпараметрическая модель дает намного меньшее боковое расширение облака фрагментов вдоль траектории, т. е. меньший радиус миделя, чем общепринятые модели. В литературе, чтобы избежать быстрого возрастания радиуса миделя, устанавливают некоторый предел его роста. Поэтому были рассмотрены также модели с таким обрезанием радиуса.

Для разных моделей облака фрагментов получены численные решения уравнений метеорной физики для моделирования взаимодействия Челябинского метеороида с атмосферой. При моделировании абляции метеороида использовалась полученная аппроксимационная формула для коэффициента радиационной теплопередачи как функции скорости, размера и плотности атмосферы. Решения для уноса массы, радиуса миделя и энерговыделения вдоль траектории, а также оценка начальной массы метеороида, полученные с использованием разных моделей фрагментации, сравниваются между собой и с данными наблюдений. Показано, в частности, что решения с обрезанием радиуса миделя хуже согласуются с формой наблюдательной кривой энерговыделения. Показано, что наилучшее согласование с данными наблюдений дает двухпараметрическая модель. Разработана более простая модель, которая также дает удовлетворительное согласование с наблюдательными данными.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ при частичной поддержке РФФИ (проект № 18-01-00740).

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ НОВЫХ ТЕНЗОРНЫХ МЕР НАПРЯЖЕНИЙ И КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

Г.Л. Бровко

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

К построению новых тензорных мер конечных деформаций и напряжений предлагается применить следующие требования.

1. Построение новых тензорных мер напряжений и деформаций как объективных тензоров целесообразно начинать с тензоров материального типа объективности (типа Ильюшина – Хилла), так как такие тензоры и связывающие их независимые от системы отсчета отображения (отображения типа Ильюшина) наименее подвержены требованиям общих теорем (наименее ограничительны) и, тем самым, допускают наиболее свободную математическую форму. Построенные на их основе по диаграммам тензорные характеристики напряжений и деформаций других типов объективности также получают наиболее общий математический вид.

2. Другая особенность, важная для последующих теоретических построений и приложений, заключается в том, что построение должно предусматривать одновременное определение тензорных мер деформаций и напряжений, энергетически сопряженных друг другу.

3. Процедура построения должна быть выражена строгими требованиями (аксиомами) к искомым тензорным мерам.

4. Построение должно завершаться апостериорным исследованием свойств новых тензорных мер и возможностей их эффективного использования.

Для построения материально ориентированных тензорных характеристик напряжений и деформаций принимаются аксиомы, предусматривающие симметричность новых тензорных мер (как тензоров второго ранга), их независимость от поворотов частицы, сопровождающих деформацию, их энергетическую сопряженность, а также

их совпадение с известными мерами в классическом случае малых деформаций. Две дополнительные аксиомы требуют от новых тензорных мер раздельного описания шаровыми и девиаторными частями, соответственно, объемных деформаций и сдвигов, а также гидростатического давления и касательных напряжений.

Кроме того, для вводимых тензорных мер подразумевается выполнение естественных требований независимости формул их построения от системы отсчета, склерономности и изотропии их связи с известными мерами напряжений и конечных деформаций.

Построены целые классы новых тензорных мер – общий и полный лагранжевы классы. В качестве подкласса выделен простой лагранжев класс, в котором построены семейства голономных тензорных мер и тензорных мер коротационного типа.

Представляется целесообразным исследование следующих вопросов.

1. Изучить возможности применения семейства голономных тензорных мер простого лагранжева класса в описании моделей гиперупругости, а также моделей вязкоупругости и памяти формы с конечными деформациями.

2. Выяснить условия возможного совпадения свойств пятимерной изотропии Ильюшина для различных пар коротационных мер простого лагранжева класса.

3. Провести парное построение (совместно тензорных мер конечных деформаций и напряжений, энергетически сопряженных друг с другом) для класса тензорных мер степенного типа Сетха – Хилла.

О РАСЧЕТЕ АБЛЯЦИИ МЕТЕОРОИДОВ В АТМОСФЕРЕ С ПОМОЩЬЮ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ МЕТЕОРОВ

И.Г. Брыкина, Л.А. Егорова

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Моделирование движения метеороидов в атмосфере – сложная комплексная задача, требующая знаний в области физико-химическая газовой динамики, метеорной физики, наблюдательной астрономии, баллистики и механики разрушаемого твердого тела. Особенность движения метеороидов в атмосфере Земли – высокая скорость движения, что ведет за собой высокую температуру за ударной волной, нагревание поверхности метеороида и образование высокотемпературного светящегося слоя паров вещества метеорода и воздуха. Благодаря этой светимости метеорные тела можно наблюдать визуально и фиксировать различными системами наблюдений. Процессы торможения и абляции (потери массы вследствие испарения, плавления и сдувания пленки расплава) метеороидов в атмосфере, описываются дифференциальными уравнениями физической теории метеоров. При континуальном режиме обтекания тела, движущегося в атмосфере со скоростью более 11 км/с, ведущую роль в теплообмене вблизи поверхности играет радиационная составляющая теплового потока.

В данной работе создана программа численного расчета уравнений физической теории метеоров методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности. Учитывалось влияние силы тяжести и отклонение траектории полета от прямолинейной, т. е. изменение угла наклона траектории по отношению к горизонту; этими эффектами пренебрегается в простой физической теории метеоров. Для расчета абляции метеороидов в уравнении уноса массы использовалась выведенная авторами ранее аппроксимационная формула для коэффициента радиационной теплопередачи в зависимости от размера тела, скорости движения и плотности атмосферы (высоты полета). К этой формуле проводится обращение на каждом шаге расчетов. Составленная программа решения уравнений метеорной физики протестирована с помощью

сравнения с имеющимися частными численными и аналитическими решениями. Программа предназначена для вычисления вдоль траектории массы, скорости и кинетической энергии метеороида, движущегося как единое тело, т. е. для неразрушающегося метеороида, а также для движущихся независимо фрагментов после его дробления.

С помощью разработанной программы проведены расчеты уноса массы, торможения и энерговыделения вдоль траектории метеорных тел, имеющих различные начальные массы и скорости. Исследовано влияние изменения угла наклона траектории метеорного тела по отношению к горизонту, а также учета силы тяжести на характеристики взаимодействия этого тела с атмосферой. Исследовано влияние абляции, в частности, учета переменности коэффициента теплопередачи вдоль траектории на потерю массы и скорости и энерговыделение метеороида; обычно в литературе коэффициент теплопередачи полагается постоянным. Проведены сопоставления расчетов, выполненных с постоянным и переменным значениями коэффициента абляции.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ при частичной поддержке РФФИ (проект № 18-01-00740).

МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КРАЕВОЙ ДИСЛОКАЦИИ В ТВЕРДОМ РАСТВОРЕ МЕДЬ – НИКЕЛЬ

И.А. Брюханов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

С помощью молекулярно-динамического моделирования исследована подвижность краевой дислокации в сплавах твердого раствора Cu-Ni в широком диапазоне температур 100–1100 К и концентраций Ni 0–30 % ат. Показано, что существует два разных режима влияния атомов Ni замещения на движение краевой дислокации в меди. Когда движение дислокации обусловлено силами фононного трения, то атомы Ni действуют как барьеры и замедляют движение дислокации. С повышением температуры влияние атомов Ni на скорость дислокации в этом режиме уменьшается и становится незначительным начиная с 700 К. С ростом напряжения движение дислокации переходит в режим «насыщения» и ее скорость приближается к скорости звука в материале. В этом режиме, атомы Ni увеличивают скорость движения дислокации, что связано увеличением анизотропной сдвиговой скорости звука вдоль направления [110] в твердом раствора Cu-Ni с концентрацией Ni.

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова и вычислительных ресурсов МСЦ РАН, при поддержке РНФ (проект № 19-71-00080).

АНАЛИЗ ДВУХПЛАНЕТНОЙ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ЧАСТОТ

В.М. Буданов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается задача о движении вокруг массивного центрального тела (звезды) двух других тел (планет) со сравнимыми массами, которые существенно меньше массы

центрального тела. Предполагается, что движение планет происходит в одной плоскости по орбитам, близким к круговым. Общепринятым подходом для аналитического анализа такой системы является описание орбит как кеплеровских, но с оскулирующими элементами. При этом используется связь между средним движением и величиной большой полуоси в соответствии с третьим законом Кеплера на основании теоремы Лапласа – Лагранжа о неизменности больших полуосей и средних движений.

В настоящей работе движение планет строится непосредственно в полярных координатах с применением метода неопределенных частот, предложенного автором и являющегося модификацией метода последовательных приближений. Получено первое приближение, представляющее собой для каждой планеты сумму равномерного кругового движения и малых квазипериодических добавок. Последние представляют собой сумму периодических компонент, периоды которых равны периодам круговых движений обоих тел, а также их суммам и разностям. При этом периоды круговых движений изменяются по сравнению с тем, что дает третий закон Кеплера: период внутренней планеты увеличивается, а внешней – уменьшается. Второй особенностью построенного приближенного решения является отсутствие вековых возмущений.

В приложении к системе типа «Солнце – Юпитер – Сатурн» с помощью численного интегрирования уравнений движения установлено, что если взять в качестве начальных условий значения построенного квазипериодического решения в соответствующий момент времени, то решение является устойчивым. При этом устойчивость сохраняется при увеличении масс планет в 40 раз. В современных работах дается существенно меньшая оценка этого множителя – в 19 раз.

Полученные аналитические выводы подтверждаются результатами численного интегрирования, а также проверкой выполнения известных первых интегралов, в частности интеграла площадей. Предложенная методика технически проще общепринятой и может служить альтернативой при решении конкретных задач небесной механики.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СФЕРИЧЕСКОГО УДАРНИКА С ТОНКОСТЕННОЙ ОБОЛОЧКОЙ

Д.М. Бухаринская [1], *П.П. Захаров* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГУ «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва

В докладе представлены результаты численного моделирования высокоскоростного взаимодействия сферического ударника и тонкостенной оболочки. Рассматриваемая задача имеет отношение к проблеме защиты космических аппаратов от фрагментов космического мусора при помощи сотовых конструкций. Задача рассматривается в плоской осесимметричной постановке в гидродинамическом приближении. Для описания поведения ударника и оболочки используются уравнение состояния Ми-Грюнайзена. Задача решалась сквозным эйлеровым численным методом С.К. Годунова второго порядка точности.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 18-11-00225).

КАПИЛЛЯРНАЯ ПРОПИТКА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Ю.Г. Вайсман [1], *В.Р. Душин* [1], *Е.И. Коленкина* (*Скрылёва*) [1,2], *В.Ф. Никитин* [1,2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГУ «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва

Многофазная фильтрация – очень распространенное явление, например, при добыче углеводородов в нефтеносном пористом пласте происходит движение сразу нескольких фаз(нефть, вода, газ). Качественное моделирование таких процессов может помочь в птимизации режима эксплуатации месторождения. В случае многофазной фильтрации капиллярные эффекты оказывают значительное влияние на динамику вытеснения, поэтому изучение капиллярных эффектов имеет огромное прикладное значение.

Изучение капиллярных эффектов в обычных условиях затруднено: в обычных пористых средах течения трудно визуализировать, а в средах с крупными порами капиллярная пропитка невозможна из-за влияния силы тяжести. В данной работе рассматриваются течения в высокопроницаемых пористых средах в условиях микрогравитации. Пористая среда моделируется насыпкой стеклянных шариков, что позволяет легко визуализировать течение, а также моделировать зоны с различной проницаемостью используя шарики различного диаметра. Микрогравитация в исследуемых экспериментах достигалась в самолетах при параболических полетах.

В случае течения в высокопроницаемой среде оказывается существенным влияние инерции, что приводит к необходимости учитывать инерционные члены в уравнении импульсов при моделировании таких процессов. В данной работе проводится анализ уравнений движения и проверка, при каких условиях некоторыми членами уравнений можно пренебречь.

Также в данной работе описывается новый способ обработки экспериментальных данных и приводятся результаты такой обработки, в том числе анализируется положение фронта жидкости в зависимости от времени при пропитке в однородной и неоднородной пористых средах.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-07-00378).

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕРИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ В МОДИФИЦИРОВАННЫХ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЯХ ПОБЕДРИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ

В.В. Вакулюк

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе отмечаются особенности поведения вязкоупругих материалов, приводящие к необходимости выбора для их описания нелинейных определяющих соотношений. Дается классификация таких определяющих соотношений. Формулируются требования, предъявляемые практикой к их адекватности. Рассматривается интегральное представление нелинейной связи между напряжениями и деформациями в теории вязкоупругости, предложенное Б.Е. Победрей, обладающее всеми преимуществами теории, где напряжения выражаются через деформации интегральными операторами возрастающей кратности (ряд Вольтерры). Частным случаем такого представления будут известные соотношения линейной теории вязкоупругости. В качестве одного из

упрощений изучаются соотношения для нестареющего материала в виде интегралов Стилтьеса. Исследовано поведение кривых отклика при выборе различных подынтегральных функций (ядер) и значений параметров, программ нагружения. Подробно рассмотрен одномерный случай, исследуются варианты обобщения для изотропного и анизотропного материала. Предлагается алгоритм идентификации материальных функций для нахождения неизвестных величин из экспериментов. Сравниваются различные типы выражений для подынтегральных функций, точность и удобство их определения и использования. Представлены обобщения, использующие теории непрерывных цепных дробей и дробных производных. Даны постановки задач.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (АААА-А16-116070810022 «Теоретические исследования и методы расчетов в макро-, микро- и наномеханике композитов») при поддержке Московского Центра фундаментальной и прикладной математики.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОСТНОЙ ТКАНИ

В.В. Вакулюк, В.А. Дорджиева

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Для описания механических свойств костной ткани в последние годы все шире используют теорию вязкоупругости, которая, в отличие от классической теории упругости, позволяет учесть наблюдаемые на практике явления релаксации и ползучести, а также историю жизни биоматериала. Кроме того, для более точного моделирования выбираются модели композиционных материалов, которые состоят из нескольких зависящих от координат неоднородных компонент периодической или непериодической структуры. Проведено сравнение предложенных моделей с традиционными, даны постановки задач. Наиболее актуальными при исследовании костной ткани являются задачи изгиба, сжатия, их совместное периодическое воздействие, которые моделируют реальные нагрузки.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (АААА-А16-116070810022 «Теоретические исследования и методы расчетов в макро-, микро- и наномеханике композитов») при поддержке Московского Центра фундаментальной и прикладной математики.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕННЫХ МАТЕРИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ В НЕЛИНЕЙНОМ ВЯЗКОУПРУГОМ ОПРЕДЕЛЯЮЩЕМ СООТНОШЕНИИ Б.Е. ПОБЕДРИ ИЗ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В.В. Вакулюк, В.В. Нередов

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Бурное развитие теории вязкоупругости неотъемлемо связано с открытием новых материалов на полимерной основе. Однако их адекватное моделирование должно учитывать нелинейность. Реологические свойства таких материалов хорошо описываются интегральными операторами, связывающими напряжения с деформациями, что и продемонстрированно в работе.

Целью было исследование определяющих соотношений Б.Е. Победри с интегралом в знаменателе, позволяющих учесть нелинейную операторную связь в теории

вязкоупругости. В качестве экспериментальных были использованы данные опытов на ползучесть полимеров, проведенные И.И. Бугаковым. Описан способ идентификации материальных параметров модели. С помощью математического пакета определялись необходимые константы, где в качестве подынтегральных рассматривались степенные функции общего вида. Оценивается точность аппроксимации, проводится сравнение полученных соотношений с линейными, обосновывающее необходимость использования соотношений нелинейной вязкоупругости Победри для более точного учета особенностей поведения реальных образцов.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (тема АААА-А16-116070810022 «Теоретические исследования и методы расчетов в макро-, микро- и наномеханике композитов») при поддержке Московского Центра фундаментальной и прикладной математики.

ИТЕРАЦИОННОЕ УТОЧНЕНИЕ ГРАНИЧНОГО УСЛОВИЯ В ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ

К.В. Ванчурин, Ф.Б. Киселёв

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В исследовании решена задача термоупругости в средах с фазовыми переходами в приложении к механике грунтов. Фазовые переходы вызваны замерзанием-таянием поровой влаги под действием переменных во времени температурных полей. Задача термоупругости ставится в связанной постановке, но фактический алгоритм, используемый авторами при решении приведенных в работе задач, эту связанность не использует. Основное внимание уделено решению именно уравнения теплопроводности, а не уравнения теории упругости в форме Дюгамеля – Неймана. При решении уравнения теплопроводности задача ставится как граничная обратная. Для граничного условия третьего рода, учитывающего теплообмен с окружающей средой за счет теплопередачи, теплового потока и потока солнечной радиации, трудно определяемым при практических измерениях является коэффициент поглощения солнечной радиации. Дополнительным условием, используемым при решении обратной задачи, является задаваемая на некоторой глубине в теле температура. Используется метод А.Н. Тихонова минимизации регуляризирующего функционала при нелокальном возмущении граничного условия. Решены тестовая задача, подтверждающая корректность численного алгоритма решения обратной задачи, и прямая задача, подтверждающая важность учета потока солнечной радиации при прогнозировании теплового деформирования мерзлых грунтов.

ВИЗУАЛЬНЫЕ СРЕДСТВА СОПРОВОЖДЕНИЯ ПРОЦЕССОВ РАЗГРАНИЧЕНИЯ ДОСТУПА В БОЛЬШИХ ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В.А. Васенин [1], *Е.Д. Явтушенко* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе рассматриваются программные механизмы визуализации процессов разграничения доступа субъектов ко всем объектам большой наукометрической информационно-аналитической системы. Данные механизмы позволяют автоматизировать

процессы сопровождения этой системы. Используется реляционная модель логического разграничения доступа на основе цепочек отношений и графовое представление правил разграничения. Модель визуализации, как составляющая более общей модели разграничения доступа к большим данным системы, позволяет упростить процесс управления доступом, устраняя узкие места, обусловленные языковыми средствами программной реализации модели разграничения доступа.

Визуализация информации – это процесс преобразования больших и сложных видов абстрактной информации в интуитивно понятную визуальную форму. В общем случае этот компонент в системе позволяет пользователю оперативно и в понятном для него виде получать необходимую информацию о возможных действиях нарушителя (под пользователем в этом случае подразумевается администратор безопасности). Подсистема визуализации имеет особенно важное значение в рамках систем управления доступом, поскольку на основе отображаемых данных пользователь оценивает текущую политику безопасности, правила разграничения доступа и, при необходимости, выбирает и предпринимает соответствующие меры. Некорректная визуализация данных может привести к снижению качества выбираемых мер безопасности и, как следствие, к снижению уровня защищенности системы.

Главная задача, решаемая с помощью модели визуализации в рамках исследования, заключается в том, чтобы наглядно для каждого объекта представить цепочки отношений, определяющие доступ к нему. Посредством данных цепочки отношений пользователь (субъект), обладающий заданным правом, может получить доступ на выполнение определенного действия с запрашиваемым объектом. Реляционная модель логического разграничения доступа рассматриваемой системы не удовлетворяет требованию удобства восприятия администратором определяемых ею правил разграничения доступа. Как следствие, ее программная реализация не предоставляет средств по адаптивной настройке и своевременному обнаружению ошибок доступа. Средство визуализации обеспечивает вывод изображения, которое наглядно демонстрирует цепочки отношений, связывающие пользователя, обладающего заданным правом доступа с заданным объектом.

Тестирование программной реализации механизмов визуализации правил, в условиях реального режима эксплуатации, показало, что использование механизмов визуализации позволяет с достаточной степенью оперативности и аргументированности для пользователя ответить на поступающие от него обращения по поводу обнаруженных инцидентов нарушения правил разграничения доступа к ресурсам системы.

Представленные механизмы визуального отображения процессов разграничения доступа к большим данным наукометрического содержания дополняют модель разграничения доступа к ресурсам сложно организованных интерактивных систем с большим объемом быстро меняющихся в них данных, которые хранятся в реляционных базах.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ДИСЛОКАЦИОННОЙ ПЕТЛИ ПРИ РЕЛАКСАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ ДИСЛОКАЦИОННЫХ ЛИНИЙ

А.И. Васильев [1], *И.А. Брюханов* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе реализован метод расчета динамики дислокационных линий в упругом теле. Дислокационные линии разбиваются на совокупность прямолинейных отрезков, соединенных между собой. Выведены аналитические формулы для расчета сил между

отрезками дислокаций в узлах соединения отрезков при помощи формулы Пича – Келлера. При выводе используется выражение для тензора напряжения, создаваемого прямолинейным отрезком дислокации, полученное в теории упругости. Скорость дислокационных отрезков определяется из равенства упругих сил и сил трения.

Проведено моделирование релаксации сдвигового напряжения при движении петли полной дислокации, вектор Бюргерса которой направлен в ее плоскости. Найдены зависимости напряжения, при котором дислокационная петля начинает расширяться, а не схлопывается, от ее начального радиуса. Получены зависимости скорости напряжения в системе от скорости пластической деформации для различных значений начального напряжения. Оценено характерной время релаксации сдвигового напряжения для различных размеров петли.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-71-00080).

АБСОЛЮТНАЯ И КОНВЕКТИВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ВЯЗКОЙ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ

В.В. Веденеев

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Абсолютный или конвективный характер неустойчивости сдвиговых течений оказывает большое влияние на развитие возмущений, в том числе на возможность реализации ламинарных течений на практике. Неустойчивость в струях, вызванная точкой перегибой в профиле скорости, обычно считается конвективной, хотя строго это было доказано лишь для одного конкретного семейства профилей. Недавно в невязком приближении было показано, что существуют условия, в которых неустойчивость однонаправленной струи без возвратного течения становится абсолютной. В настоящей работе этот вопрос исследуется с учетом вязкости. Анализируется положение седловой точки в комплексной плоскости для функции, определяемой из собственного значения уравнения Орра – Зоммерфельда. Показано, что абсолютная неустойчивость имеет место лишь при достаточно больших числах Рейнольдса и становится конвективной в противном случае.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 20-19-00404).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РОСТА ВНОСИМЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ЗАТОПЛЕННУЮ СТРУЮ

В.В. Веденеев, Л.Р. Гареев, Ю.С. Зайко, А.И. Решмин, В.В. Трифонов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Работа посвящена экспериментальному исследованию развития возмущений в круглой ламинарной струе, а также некоторым методам их измерения. Исследования проводились на базе лаборатории экспериментальной гидродинамики НИИ механики МГУ на устройстве, формирующем круглую затопленную ламинарную струю.

В линейной теории устойчивости пристенных сдвиговых потоков всего лишь несколько классических результатов были подтверждены экспериментально, например пограничный слой Блазиуса, течение Пуазейля в круглой трубе, плоское течение Пуазейля. Устойчивость струйных потоков и рост возмущений в них изучены гораздо меньше из-за

низких критических чисел Рейнольдса (Re) и разрушения свободных струй на выходе из отверстия. Недавно авторами был представлен метод создания ламинарных струй воздуха диаметром $D = 0{,}12$ м, сохраняющих слоистую структуру на расстоянии $5{,}5D$ от выходного отверстия для чисел Рейнольдса Re ~ 10000.

В настоящей работе проведена серия экспериментов с визуализацией струи лазерным ножом, направленная на исследование развития возмущений, генерируемых колебаниями металлического кольца, и последующая обработка полученных результатов. Диаметр кольца подбирался таким образом, чтобы локальные возмущения генерировались в точках перегиба профиля скорости. Эти точки были получены согласно линейной теории устойчивости. По результатам экспериментов найдены и проанализированы длины и частоты волн, видимых на боковых краях течения. Имеет место качественное и во многом количественное подтверждение численных расчетов.

Также была проведена серия термоанемометрических измерений. Была найдена зависимость профиля скорости и относительных пульсаций скорости от расстояния до диффузора. Результаты экспериментов показывают соответствие развития возмущений численным расчетам в рамках линейной теории устойчивости.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ (проект № 20-19-00404).

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОБОБЩЕННОГО ЗАКОНА ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ НАВЬЕ НА РАСТЕКАНИЕ ЛАВОВЫХ ПОТОКОВ

Е.А. Веденеева

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Решается задача о растекании лавы как неньютоновской жидкости по плоской горизонтальной поверхности от источника, считающегося точечным, в осесимметричном приближении. На подстилающей поверхности зачастую формируется подслой, содержащий значительную долю обломков остывшей породы, не сцепленных с поверхностью, который может приводить к частичному проскальзыванию лавовых потоков по такой поверхности. Его образование связано с тем, что, во-первых, лавовые потоки часто движутся по уже извергнутому ранее материалу, во-вторых, на их поверхности за счет остывания может образовываться «корка», которая растрескивается и обрушивается перед потоком. В основании застывших потоков этот подслой наблюдается в виде лавобрекчии – породы, представляющей собой обломки лавы, ей же сцементированные. Данных о виде закона проскальзывания для лавовых потоков нет, в работе он берется в одной из наиболее распространенных форм для вязкой жидкости – в виде обобщенного закона Навье, когда скорость на поверхности считается степенной функцией трения (в литературе частичное проскальзывание встречается для неньютоновских жидкостей, представляющих собой многокомпонентные системы, таких как концентрированные суспензии, эмульсии, гели и т. п., вязкие жидкости проскальзывают вдоль супергидрофобных поверхностей). В работе исследуется влияние параметров этого закона на решение.

Лава представляет собой сильно вязкую жидкость со сложными свойствами, которые зависят от ее химического состава, температуры, содержания в ней пузырьков газов и кристаллов и может проявлять неньютоновские свойства. Для учета последних в литературе используется либо степенной (Ostwald – de Waele) закон, выбранный и в настоящей работе как наиболее простой, либо его модификация с пределом текучести – закон Гершеля – Балкли. Лава чаще ведет себя как псевдопластичная жидкость, но может быть и дилатантной. Ее сжимаемостью пренебрегается.

В приближении тонкого слоя задача сводится к решению одного нелинейного уравнения в частных производных второго порядка с дополнительным интегральным условием. Задача решалась численно разностным методом. Использовалась полностью неявная схема с динамическим шагом по времени. Аппроксимация по времени и пространству выполнялась с первым порядком точности, считая, что поведение искомой функции линейно между узлами по пространству. Задача решалась относительно поправок к значениям функции в узловых точках, которые находились методом прогонки из линеаризованной системы уравнений. В окрестности нуля течение моделировалось как растекание из боковой стенки кругового цилиндра. Для степенной зависимости расхода лавы от времени задача имеет автомодельное решение, которое, однако, существует только при существенном ограничении на ее параметры. Показано, что для характерных для течения лавы значений параметров при учете проскальзывания за счет выбора значений коэффициентов в обобщенном законе Навье скорость распространения лавовых потоков может быть в полтора раза больше, чем при условии прилипания на подстилающей поверхности, как за счет выбора значения коэффициента пропорциональности в законе, так и за счет выбора показателя степени.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-17-00027).

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОЙ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТАМАТЕРИАЛОВ, ОБЛАДАЮЩИХ ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ПУАССОНА, С ПОМОЩЬЮ CAE FIDESYS

А.В. Вершинин [1,2], *М.Я. Яковлев* [1,2], *Е.О. Курденкова* [1]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ООО «Фидесис», Москва

В докладе описываются метод и некоторые результаты численной оценки эффективных упругих характеристик метаматериалов, обладающих ауксетическими свойствами (т. е. отрицательным коэффициентом Пуассона). Эффективные характеристики оцениваются численно, путем решения краевых задач теории упругости на ячейке материала. Расчеты проводятся с помощью программного модуля Fidesys Composite отечественной CAE-системы Fidesys.

Исследованы три вида метаматериалов, каждый из которых задается геометрической формой своей ячейки: «бабочка», угловая сетка и тетра-хиральная структура. Для каждой из ячеек в интерфейсе CAE Fidesys была построена параметризованная модель ее геометрической структуры, после чего с помощью Fidesys Composite проводились расчеты эффективных упругих характеристик (включая коэффициенты Пуассона). Для всех трех ячеек исследовалась зависимость эффективных коэффициентов Пуассона в плоскости ячейки от различных параметров геометрии. В докладе приведены графики таких зависимостей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и Правительства Москвы (проект № 19-38-70001).

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ЧИСЛЕННОЙ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНЫХ ТЕРМОУПРУГИХ СВОЙСТВ МЕТАМАТЕРИАЛОВ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ТЕПЛОВЫМ РАСШИРЕНИЕМ С ПОМОЩЬЮ CAE FIDESYS

А.В. Вершинин [1,2], *М.Я. Яковлев* [1,2], *П.С. Танасевич* [1]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ООО «Фидесис», Москва

В докладе рассматривается задача создания метаматериала, способного сжиматься при нагревании, т. е. имеющего отрицательный коэффициент теплового расширения. Метаматериал – это композиционный материал, свойства которого определяются в первую очередь не природой его компонент, а особым образом изготовленной периодической решетчатой конструкцией. Метаматериал с отрицательным тепловым расширением может быть изготовлен из двух материалов (один – более жесткий, но слабее расширяющийся при нагревании; второй – мягче, но сильнее расширяющийся).

Параметризованная модель двумерной решетчатой структуры изготовлена с помощью геометрического модуля пакета «Fidesys». Для построенных ячеек проведен ряд численных экспериментов, в которых показано влияние различных геометрических параметров модели на коэффициент теплового расширения метаматериала, который вычислялся с помощью модуля Fidesys Composite отечественной CAE-системы «Фидесис». Свойства компонент при этом задавались модулем Юнга, коэффициентом Пуассона и коэффициентом теплового расширения.

Изначально рассматривалась модель ячейки из двух материалов: меди (жесткой, но с меньшим коэффициентом теплового расширения) и полимера (мягкого, но с большим коэффициентом теплового расширения) с большим количеством пустот. Важно отметить, что коэффициенты теплового расширения меди и полимера – положительны. Также рассматривалась аналогичная решетчатая структура уже из трех материалов: пустоты в первой модели были заполнены резиной (которая существенно мягче как меди, так и полимера). Для обоих моделей метаматериала построены графики зависимости эффективного коэффициента теплового расширения от различных геометрических параметров. Графики показывают возможность подбора таких параметров ячейки, при которых метаматериал имеет нулевой коэффициент температурного расширения, т. е. при изменении температуры сохраняет свои размеры. Применение таких материалов может быть полезным для тщательного контроля тепловых деформаций и напряжений, например в микрочиповых устройствах, клеевых шпатлевках, зубных пломбах и высокоточных оптических или механических устройствах в условиях окружающей среды с большим перепадом температур.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и Правительства Москвы (проект № 19-38-70001).

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ АВТОМОДЕЛЬНЫЙ ЭТАП РАЗВИТИЯ ЗАТУХАЮЩЕЙ ДВУМЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

И.И. Вигдорович

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Исследован класс автомодельных решений уравнений Эйлера и Навье – Стокса, которые описывают динамику двумерной турбулентности на ее заключительном этапе.

Изучены особенности выхода течения на автомодельный режим и асимптотика движения жидкости при больших значениях времени. Дана постановка задачи вычисления на основе точных автомодельных решений характеристик корреляционных и спектральных функций, которые описывают вихревую структуру однородной и изотропной затухающей двумерной турбулентности на масштабах движения, принадлежащих инерционному интервалу.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-01-00162).

КОНЦЕПЦИЯ МОДЕЛИ ДЕНЕЖНОГО ОБРАЩЕНИЯ, ОСНОВАННАЯ НА ПРИРОДЕ ТОВАРНО-ДЕНЕЖНЫХ ОТНОШЕНИЙ

В.В. Водянова [1], *М.П. Заплетин* [2,3], *М.А. Минченков* [3]

[1]Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации университет управления, Москва;
[2]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[3]Национальный институт развития Отделения общественных наук РАН, Москва

Очевидно, в мире должно быть восстановлено доверие к международной валютной системе как таковой, что позволит использовать ее всеми странами на консенсусной основе. Это возможно только в том случае, если деньги, выходящие за пределы национальных границ (валюта), будут привязаны к реальной стоимости.

Для реализации означенного условия необходимо создать реальное стоимостное обеспечение валюты, для чего предлагается расширить товарную базу, и, помимо золота, в качестве залога национальных валют использовать дуальные товары – товары с твердыми валютными свойствами, поскольку только обеспеченная реальной стоимостью валюта сегодня может рассматриваться как заслуживающая доверия. Международную расчетную единицу – соизмеритель национальных валют – построенную на расчетах совокупности индексов цен дуальных товаров, предлагается назвать «расчетным золотом». Дуальными товарами являются активы, обладающие подобно золоту товарными и валютными свойствами, поскольку, помимо своего прямого назначения – использования в качестве сырья для производства промышленной продукции, они, в силу своих вещественных характеристик, могут использоваться как некий страховой продукт с более устойчивой ценой, обоснованной материальной потребностью в них, т. е. обладают валютными свойствами.

Изменения рыночных условий (изменения конъюнктуры) ведут к изменению цен. На краткосрочных горизонтах такие изменения выражаются в колебаниях цен под влиянием изменений спроса и предложения товаров, а на больших временах – это фундаментальные изменения ценовых соотношений. Наблюдением было установлено, что в группе сырьевых товаров (primary commodities), которые в своем большинстве относятся и к группе товаров с дуальными свойствами, краткосрочные и даже среднесрочные колебания цен в целом не приводят к серьезным изменениям их соотношений. Эта закономерность, открытая в середине 80-х гг. прошлого столетия, в целом сохраняется и в настоящее время. Именно на основе использования этой закономерности сегодня предлагается строить агрегированные товарные индексы динамики цен, цель которых отразить общие изменения рыночной конъюнктуры на мировых товарных рынках. На этой основе предлагается сформировать механизм построения мультитоварной валютной базы, или мультитоварной валюты. В результате использования этого механизма создается синтетический товар, по своим ценовым динамическим свойствам соответствующий совокупности выбранных товаров с дуальными свойствами, который предложено назвать «расчетным золотом».

Разработан следующий алгоритм построения мультитоварной валюты. Выбирается группа дуальных товаров. Включение товаров в группу осуществляется, исходя из их значимости в мировой торговле, способности выполнять роль ликвидной стоимости, т. е. быть достаточно востребованными при обмене бумажных или цифровых денег на реальный товар. Таких товаров предлагается выбрать два-три десятка из группы сырьевых товаров (primary commodities). Подробнее этот механизм описывается математической моделью создания «расчетного золота».

УЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ СТРУКТУРЫ ПОРОВОГО ПРОСТРАНСТВА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ПЛАСТЫ БАЖЕНОВСКОЙ СВИТЫ

Е.М. Вожегов [1], *М.Н. Кравченко* [1,2]

[1]ФГАОУ ВО «РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина», Москва;
[2]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Поиск методов разработки низкопроницаемых коллекторов, характеризующихся сложным строением и неоднородным составом минеральной матрицы, включающей углеводороды различной степени зрелости, является чрезвычайно актуальной задачей. Дискуссия идет о возможности применения сочетания классических методов добычи (тепловых и химических) для керогеносодержащих пластов, из которых наибольший интерес вызывают пласты Баженовской свиты (БС). Месторождения БС относят к трудноизвлекаемым запасам в силу малых значений пористости (3–15 %), низкой проницаемости (как правило, менее 0,001 мкм^2), сложного строения, характеризующегося высокой степенью анизотропии, неоднородностью матрицы с включениями органического вещества (керогена), которые принято считать «незрелыми» углеводородами в отличие от «зрелых», как правило, битуминозных нефтей, находящихся в поровом пространстве. Для БС характерно наличие разновозрастных песчаников в виде перемежающихся линз, наряду с карбонатными породами, аргиллитами с прослоями известняков. Выбор метода разработки различных пластов БС существенно определяется структурой, строением и пластовыми условиями. При этом мощные пласты сложены, как правило, керогено-глинистыми породами («баженитами»), а более тонкие карбонатно-кремнистые пропластки отличаются высокой глинистостью и высокой степенью анизотропии.

Сами нефтематеринские породы имеют различную степень зрелости вещества, характеризующегося генерационным потенциалом, позволяющим «восполнять» жидкие и газообразные углеводороды путем деструкции керогена, содержащегося в минеральной матрице. Эксперименты на кернах, полученных из нефтематеринских пластов БС, показывают возможность активировать выход подвижных углеводородов путем повышения давлений и температур, а также за счет взаимодействия химически-активных составов с минеральной матрицей. Для корректной обработки лабораторных экспериментов авторами была создана обобщенная математическая модель, позволяющая рассчитывать в динамике не только гидродинамические характеристики (скорости, давления, температуры), но и учитывать изменение структуры пористого коллектора. Для этого на основе методов томографии для реального керна создается вероятностная характеристика-распределение пор по размерам, которая видоизменяется в зависимости от типа воздействия (теплового, химического, термохимического). Авторами проведено численное моделирование натурных экспериментов по обработке кислотным составом специальным образом подготовленного кернового материала БС. При расчете динамики изменения пористости и проницаемости учитывается взаимодействие кислоты с карбонатом минеральной матрицы и высвобождением дополнительной части подвижных углеводородов.

Разработка математической модели и вычислительного алгоритма выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-07-00433).

ЗАДАЧА СТАБИЛИЗАЦИИ ДВОЙНОГО ПЕРЕВЕРНУТОГО МАЯТНИКА, УСТАНОВЛЕННОГО НА КАЧЕЛЯХ СИСО

К.Л. Войцицкая [1], *П.А. Кручинин* [1], *А.М. Формальский* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается задача стабилизации перевернутого двойного маятника, установленного на подвижной опоре в виде пресс-папье (на качелях сисо). Управлением в системе является ограниченный по абсолютной величине момент в межзвенном шарнире маятника. Учитывается вязкое сопротивление в системе.

Описываемая система имеет три степени свободы и один управляющий параметр. В отсутствии управления система имеет неустойчивое положение равновесия, в котором оба звена маятника направлены вертикально вверх, а качели не наклонены. Эта система моделирует человека, который стоит на качелях сисо и стремится сохранить исходное вертикальное положение равновесия, прикладывая момент только в тазобедренных суставах. Построенное в работе стабилизирующее управление соответствует одной из возможных стратегий, рассматриваемых при биомеханических исследованиях процесса удержания позы человеком, стоящим на неустойчивой опоре.

Исходная нелинейная система уравнений движения линеаризована. Найдена область управляемости системы при ограниченном по абсолютной величине управляющем моменте. Построено управление, стабилизирующее неустойчивое положение равновесия с максимальной областью притяжения. Это управление таково, что все его ресурсы используются для подавления двух неустойчивых мод, которые соответствуют двум неустойчивым жордановым переменным. Построенное управление имеет вид линейной обратной связи с насыщением. Граница области притяжения состояния равновесия при этом управлении определяется путем решения линейных уравнений движения в обратном времени. Это решение стремится к предельному циклу, который и представляет собой искомую границу. Изучено поведение системы при различных значениях общего коэффициента усиления в линейной обратной связи и показано, что при его росте граница области притяжения неограниченно приближается к границе области управляемости.

Численно проведен анализ области управляемости системы в исходных переменных задачи.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МИКРОСТРУКТУРЫ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОМПОЗИТА АЛЮМИНИЙ–КАРБИД БОРА

М.А. Волков, Ф.Б. Киселёв

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Работа посвящена исследованию свойств композита с алюминиевой матрицей и микродисперсными включениями карбида бора. Реальные включения моделируются эллипсоидами с геометрическими параметрами, статистически близкими к реальным включениям. Пространственная ориентация эллипсоидов случайная, поскольку

в расположении включений в реальном материале отсутствует упорядоченность. Исследование проводится на основании численных экспериментов по двум направлениям. Во-первых, вычисляется зависимость эффективных свойства композита от процентной объемной доли включений путем решения серии статических задач теории упругости. Диапазон изменения процентной концентрации включений составляет 5–20 %. Во-вторых, исследуется поведение материала по действием динамической нагрузки. В частности, вычисляется зависимость от процентной доли включений падения амплитуды продольных колебаний по мере прохождения волны по объему композита. Характеристика такого падения амплитуды названа автором коэффициентом затухания колебаний. Проведенные исследования при анализе результатов динамического поведения композита позволяют утверждать, что и для длинных волн имеет место влияние микроструктуры материала на их распространение. Поскольку коэффициент затухания колебаний для эффективной однородной среды является линейно-возрастающей функцией по мере роста объемной доли включения. Однако для композита с микроструктурой поведение коэффициента затухания колебаний проявляет нелинейную зависимость от объемной доли включений, с минимумом при 7,5 % и максимумом при 17,5 % в рамках исследуемого диапазона концентраций от 5 до 20 %. В третьих, определяется коэффициент концентрации напряжений в композите при его статическом и динамическом нагружении. Показано, что влияние динамичности нагружения на концентрацию напряжений как во включениях, так и в матрице композита велико и зависит от скорости деформации.

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ АЭРОГРАВИМЕТРА GT-2A В СЪЕМКАХ С ОБЛЕТОМ РЕЛЬЕФА ПРИ ПОМОЩИ МОДЕЛЕЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА ОСНОВЕ B-СПЛАЙНОВ

В.С. Вязьмин

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Аэрогравиметрия является общепринятым методом высокоточного определения силы тяжести в труднодоступных районах Земли. Результаты аэрогравиметрических съемок (карты аномалий силы тяжести) применяются в разведочной геофизике, геодезии, навигации и пр. В состав аэрогравиметра входит гравиметрический датчик (одноосный высокоточный акселерометр), установленный вертикально на гиростабилизированную платформу, и приемники GPS/ГЛОНАСС. Аэрогравиметрические съемки выполняются по серии галсов, как правило, на постоянной высоте над референц-эллипсоидом. В приложениях также востребованы съемки на постоянной высоте над рельефом местности, для которых требуется высокая точность калибровки гравиметра. Для аэрогравиметра GT-2A (ЗАО НТП «Гравтехнологии») определение калибровочных параметров (масштабного коэффициента гравиметрического датчика и пр.) происходит в постобработке (после выполнения съемки) с помощью программного обеспечения гравиметра. При этом, для достижения требуемой точности калибровки, во время съемки выполняются измерения на так называемых калибровочных галсах.

В данной работе исследуются пути повышения точности аэрогравиметра GT-2A в съемках с облетом рельефа в предположении наличия повторных галсов (пролетов над одним и тем же наземным профилем). Для определения аномалии силы тяжести на траектории полета летательного аппарата необходимо решить основное уравнение аэрогравиметрии, записанное в проекции на географическую вертикаль. Из-за наличия значительных по величине погрешностей в измерениях (соотношение сигнал-шум порядка 10^{-5}) задачу принято формулировать в рамках теории оптимального оценивания, вводя априорную модель

аномалии во времени (обычно в виде стационарного случайного процесса) (см. работы К. Джекели, К.П. Шварца, Н.А. Парусникова, Ю.В. Болотина, А.А. Голована и др.). Решение задачи определяется фильтром Калмана. Недостаток модели во времени, на взгляд автора статьи, состоит в том, что она не учитывает зависимость силы тяжести от координат на галсе, что представляется важной дополнительной информацией в случае повторных галсов.

В работе предложен подход к решению задачи аэрогравиметрии на основе модели аномалии в виде разложения по одномерным кубическим B-сплайнам, обладающим конечным носителем, с привязкой каждого сплайна к координатам на галсе. За счет чего модель позволяет учесть повторяемость аномалии на повторных галсах. Неизвестные параметры модели (коэффициенты разложения по B-сплайнам) предполагаются случайными константами и определяются одновременно с калибровочными параметрами гравиметра из решения стандартной линейной задачи оптимального стохастического оценивания.

Новый подход к оцениванию аномалии силы тяжести был применен к данным аэрогравиметра GT-2A, полученным на повторных галсах с облетом рельефа в ходе съемки в ЮАР. Подход позволил оценить калибровочные параметры с требуемой точностью, не прибегая к измерениям на калибровочных галсах. Кроме того, при данном подходе получена существенно более детальная оценка аномалии в сравнении со стандартным подходом на основе модели аномалии во времени.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-01-00179).

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ПРИНЦИПА МАКСИМУМА ПРИ ПОСТРОЕНИИ КАРТЫ ЛОКАЛЬНО ОПТИМАЛЬНЫХ ПУТЕЙ ПРЕОДОЛЕНИЯ ЗОНЫ СЕНСОРОВ

А.А. Галяев [1,2], *М.А. Самохина* [1,3]

[1]ФГБУН Институт проблем управления ПУ им. В.А. Трапезникова РАН, Москва;
[2]Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[3]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Актуальность рассматриваемой темы обусловлена изучением вопросов формирования Солнечной системы и обеспечения безопасности космических перелетов.

На основе возмущенной задачи Кеплера в работе исследовались траектории движения малых космических тел, прилетающих в Солнечную систему из дальнего космоса. Под гравитационным влиянием Юпитера частицы изменяют свою скорость, снижая ее или увеличивая. Авторов работы интересовал первый вариант – снижение скорости частицы до круговой и дальнейший переход на эллиптическую орбиту, при котором частица становится спутником Солнца, участвуя в формировании областей скопления пылевых частиц в Солнечной системе.

В процессе численного моделирования движения методом Рунге – Кутта пятого порядка с автоматическим выбором шага решалась система дифференциальных уравнений. Программно-аппаратный комплекс реализован авторами на языке C, моделирование осуществлялось в среде CodeBlocks с компилятором GNU GCC. Визуализация осуществлялась в AdvancedGrapher и GNUPLOT.

Задача решалась в плоском случае. При интегрировании системы дифференциальных уравнений на каждом шаге сравнивалась скорость с круговой, соответствующей движению по окружности в обоих направлениях. Такое сравнение проводилось только вне половины сферы действия Юпитера, так как внутри этой области параметры орбиты менялись очень быстро и если в один момент времени скорость была круговой, то в близкий момент времени она уже могла значительно отличаться.

Без ограничения общности стартовое положение частицы при расчетах переносилось из отдаленных областей Солнечной системы в окрестность Юпитера. При решении последовательно измельчалась сетка стартовых положений и скоростей частицы в окрестности областей значений данных параметров, при которых скорость после первого пертурбационного маневра у Юпитера оказывалась близкой к круговой.

Основным результатом исследования является то, что задачу удалось решить, были построены две области захвата. Получено множество траекторий, которые подтверждают формирование скоплений малых небесных тел за период в несколько сотен лет, после совершения нескольких пертурбационных маневров у Солнца и Юпитера.

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ИЗГИБ БАЛКИ ТИМОШЕНКО С УЧЕТОМ РЕЛАКСАЦИИ ДИФФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

У.С. Гафуров [1,2], *А.В. Земсков* [1,2]

[1] ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается задача о нестационарных поперечных колебаниях балки Тимошенко с учетом протекающих в ней явлений массопереноса. Балка находится под действием изгибающих моментов и перерезывающих сил, заданных на ее концах. Заданы плотности диффузионных потоков на поверхности балки. При этом скорость распространения диффузионных возмущений принимается конечной и вводится ненулевое время релаксации (т. е. используется обобщенный закон Фика). Данная модель является уточнением модели упругодиффузионной балки Тимошенко.

Такие задачи могут быть применены в том числе для моделирования технологических процессов внедрения легирующих смесей, при которых конструкционный элемент находится под действием изгибающих нагрузок. Также представляется интересным использование данных моделей при расчете напряженно-деформированного состояния таких ответственных элементов, как лопатки газотурбинных авиационных двигателей.

Постановка задачи представлена в виде связанной системы уравнений упругой диффузии, в которую входит уравнение изгиба балки, а также уравнение массопереноса. Решение задачи ищется в интегральной форме в виде сверток функций Грина с правыми частями граничных условий. Для решения полученной задачи применяется интегральное преобразование Лапласа по времени и используется разложение в ряды Фурье. В результате преобразований задача сводится к системе линейных алгебраических уравнений относительно изображений коэффициентов разложения функций поперечных смещений и углов поворота. После решения системы производится переход к оригиналам с помощью известных теорем о вычетах.

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЕРЕДНИХ ОТРЫВНЫХ ЗОН, ФОРМИРУЮЩИХСЯ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ ЭНЕРГОВКЛАДЕ В НАБЕГАЮЩИЙ НА ТЕЛО ПОТОК

П.Ю. Георгиевский, В.А. Левин

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Ранее авторами работы показано, что основной причиной снижения волнового сопротивления тел за счет локального энерговклада в малых областях набегающего

сверхзвукового потока является перестройка течения и формирование отрывных зон перед лобовой поверхностью тел. Для стационарных режимов течения статическое давление внутри изобарических отрывных зон определяется полным давлением в следе за областью энерговклада, а не толщиной следа (которая в рамках уравнений Эйлера может быть сколь угодно малой). Однако в нестационарной задаче при энерговкладе в малых областях набегающего потока наблюдается развитие неустойчивостей различного типа, препятствующих формированию стационарных отрывных зон.

В настоящей работе выполнено численное исследование особенностей развития неустойчивостей передних отрывных зон при различных числах Маха набегающего потока. При изменении числа Маха набегающего потока и размеров области энерговклада изменялась интенсивность энерговклада в соответствии с ранее сформулированным авторами физическим критерием подобия, выполнение которого обеспечивает не только совпадение поперечных распределений плотности (и локальных чисел Маха) в следе за областью энерговклада, но и формирование в стационарном случае передних отрывных зон примерно одинаковой геометрической формы.

В нестационарной задаче при включении энерговклада в невозмущенном потоке передняя отрывная зона формируется в результате взаимодействия головной ударной волны и ударного слоя за ней с тонким высокотемпературным следом за областью энерговклада. При таком взаимодействии развивается газодинамический предвестник, описанный И.В. Немчиновым – коническая область с возвратным течением за ней. В соответствии с приближенными оценками угол раствора конической отрывной зоны не зависит от числа Маха набегающего потока (а лишь от отношения плотностей в следе и вне его). Проведенные расчеты показали, что и при взаимодействии с искривленной головной ударной волной угол раствора также слабо зависит от числа Маха набегающего потока. При этом характерным элементом течения в предвестнике является высоконапорная струйка (аналогичная Edney - type IV). Интенсивные периодические пульсации расходного типа, обусловленные захватом высоконапорной струйки и последующим сбросом излишков газа из отрывной зоны, наблюдались для режима стационарного энерговклада в малых областях набегающего потока во всем исследуемом диапазоне чисел Маха. Однако для нестационарного режима «динамической трансформации» области энерговклада (при уменьшении ее размеров) удается избежать захвата высоконапорной струйки областью отрыва, в результате чего формируются квазистационарные передние отрывные зоны.

Следующей проблемой является развитие сдвиговой неустойчивости Кельвина – Гельмгольца в слое смешения на границе квазистационарных отрывных зон, которая проявляется в генерации вихревых структур. В расчетах уставлено, что характерная длина волны возмущений очень слабо зависит от числа Маха набегающего потока, поскольку, по-видимому, определяется поперечными размерами области энерговклада. Длительными расчетами проверено, что пульсации, обусловленные неустойчивостью Кельвина – Гельмгольца, не являются разрушающими: квазистационарная передняя отрывная зона сохраняется, а амплитуда пульсаций коэффициента сопротивления значительно меньше, чем в случае расходных пульсаций.

Коэффициент эффективности снижения сопротивления (отношение сэкономленной мощности к затраченной) пропорционален числу Маха набегающего потока в квадрате и отношению площадей миделевых сечений тела и области энерговклада (отношению поперечных размеров в квадрате). В расчетах зафиксировано снижение волнового сопротивления затупленного тела (сферы) – 35 %, а коэффициент эффективности при числе Маха 5 превысил 1000 (при отношении поперечных размеров тела и области энерговклада, равном 50). Полученные результаты актуальны для разработки основанных на новых физических принципах методов управления течениями с целью улучшения аэродинамических характеристик летательных аппаратов.

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова (тема АААА-А19-119012990113-1), при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00793).

ОСОБЕННОСТИ АВТОМОДЕЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ «ОТРИЦАТЕЛЬНОМ» МАХОВСКОМ ОТРАЖЕНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ОТ КЛИНА

П.Ю. Георгиевский [1], *А.Н. Максимов* [1,2], *В.П. Фокеев* [1]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

«Отрицательное» двойное маховское отражение в задаче о дифракции ударной волны на клине для умеренных значений числа Маха падающей ударной волны реализуется в газах с показателем адиабаты близким к единице (а в экспериментах – для тяжелых газов со сложной молекулярной структурой). Ранее авторами работы в некотором диапазоне основных определяющих параметров задачи (показателя адиабаты газа, числа Маха падающей ударной волны и угла клина) был обнаружен качественно новый автомодельный режим «многократного маховского отражения» с четырьмя или пятью тройными конфигурациями.

В настоящей работе изучена эволюция структуры автомодельного течения для различных типов отрицательного маховского отражения при изменении определяющих параметров задачи. Для вычисления «локально автомодельных» компонент скорости в каждой расчетной точке из физического вектора скоростей вычитался вектор «автомодельного расширения» (модуль которого равен расстоянию до вершины клина, деленному на время). Автомодельное поле скоростей в окрестности любой выбранной точки течения локально совпадает с физическим полем скоростей в системе отсчета, связанной с этой точкой, что позволяет оценивать интенсивность автомодельных струй, формирующихся при взаимодействии, разделять зоны сверхзвуковых и дозвуковых течений, определять положение ударных волн и контактных разрывов.

При отрицательном маховском отражении в основной (первой) трехударной конфигурации падающая и отраженная ударные волны располагаются по разные стороны от прямолинейной траектории движения тройной точки. Невозможность построения решения в системе отсчета, связанной с точкой пересечения отраженной ударной волны с поверхностью клина, с необходимостью приводит к формированию второй трехударной конфигурации – реализуется случай «отрицательного двойного маховского отражения» («DMR minus» – по международной классификации). При этом в некотором диапазоне определяющих параметров (например, при изменении угла клина) в «нижней» части течения (т. е. под контактным разрывом) возникает возвратная струя вдоль поверхности клина, наличие которой приводит к формированию интенсивного автомодельного вихря, искривлению маховской ножки и возникновению на ней третьей трехударной конфигурации.

Установлено, что возникновение четвертой и пятой трехударных конфигураций в «верхней» части течения (т. е. над контактным разрывом) связано с увеличением интенсивности возвратной струи и, соответственно, вихря при изменении угла клина. При этом контактный разрыв при взаимодействии с вихрем претерпевает излом, что приводит к возникновению внутреннего косого скачка уплотнения, поскольку автомодельное течение в верхней части является сверхзвуковым. Взаимодействие косого скачка уплотнения с ударной волной, входящей во вторую маховскую конфигурацию, приводит

к возникновению дополнительных трехударных конфигураций – реализуется случай «многократного» маховского отражения.

Автомодельное течение при многократном маховском отражении устроено так, что значительная часть потока проходит в узкое «горло» вблизи поверхности клина. При этом около поверхности клина появляется область растекания струй, направленных вдоль поверхности клина к его вершине и от нее, в сторону основной маховской ножки. Давление и плотность в области растекания оказываются очень высокими (в расчетах давление в 150 раз превышало начальное). Однако температура в области растекания остается умеренной (в 3 раза больше начальной), что меньше, чем температура непосредственно за маховской ножкой (в 3,8 раза). Таким образом, можно ожидать, что высокотемпературные эффекты (диссоциации газа и др.) для выбранных параметров задачи не очень существенны и применение модели идеального газа с постоянными теплоемкостями оправдано.

Показано, что при увеличении угла клина последовательно реализуются режимы двойного, тройного и многократного маховского отражения, а затем осуществляется переход к регулярному отражению. При увеличении угла клина режим многократного отражения сохраняется вплоть до перехода к регулярному отражению. При этом на завершающей стадии переход происходит резко, так что зависимость углов наклона траекторий движения тройных точек от угла клина имеет вертикальные касательные в точке перехода. Кроме того, отмечено подобие газодинамических структур при приближении к критическому углу перехода.

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова (тема АААА-А19-119012990113-1), при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00793).

РАДИАЦИОННО-ХИМИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПАРОВ РТУТИ В ГАЗОВОМ ПОТОКЕ

Г.Я. Герасимов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Радиационная обработка газов ускоренными электронами является одним из наиболее перспективных методов одновременной очистки дымовых газов тепловых электростанций от оксидов азота и серы. В основе метода лежит получение в газе активных компонентов (атомов и радикалов), которые реагируют с вредными примесями, превращая их в безвредные вещества или в вещества, улавливаемые фильтрами. Активные компоненты образуются при воздействии ионизирующего излучения на макрокомпоненты газа, такие как N_2, O_2, CO_2 и H_2O. Математические модели физико-химических процессов, протекающих в газе при электронно-лучевой обработке, позволяют оценить эффективность радиационно-химического метода по отношению к другим вредным примесям, присутствующим в газе, в частности к парам ртути.

Тепловые электростанции, работающие на твердом топливе, являются одним из основных антропогенных источников поступления ртути в атмосферу. Доминирующей формой ртути в продуктах сгорания энергетических углей являются пары металлической ртути Hg^0. Вследствие плохой растворимости Hg^0 в воде очистка газа от ртути возможна только после ее химического превращения в хорошо растворимые соединения двухвалентной ртути Hg(II). Основным каналом преобразования Hg^0 в Hg(II) атмосферных условиях является жидкофазное окисление Hg^0 озоном, который образуется в газе в результате фотохимических реакций. В условиях электронно-лучевой очистки газа от

оксидов азота и серы формирование молекул озона происходит при взаимодействии ускоренных электронов с макрокомпонентами газа. Жидкая фаза (мелкодисперсные частицы) образуется в процессе объемной конденсации паров воды и серной кислоты, которая является продуктом газофазного окисления диоксида серы.

Построенная в настоящей работе математическая модель радиационно-химических процессов, протекающих в газе под воздействием ионизирующего излучения, позволяет оценить возможности электронно-лучевого метода применительно к удалению из дымовых газов тепловых электростанций паров ртути. Кинетическая схема процесса состоит из жидкофазного окисления Hg^0 молекулами озона. Образующиеся соединения двухвалентной ртути Hg(II) адсорбируются затем на сажевых и зольных частицах и удаляются из несущего газового потока вместе с другими продуктами очистки газа от вредных примесей с помощью фильтров. Показано, что при типичных значениях дозы облучения и концентрации сажи в дымовых газах достигается практически полное удаление паров ртути.

КИНЕТИКА ГОРЕНИЯ н-ГЕПТАНА В СОПЛЕ ЛАВАЛЯ

Г.Я. Герасимов, Ю.В. Туник

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Реальные реактивные топлива представляют собой сложную смесь из сотен углеводородных соединений, таких как линейные и разветвленные парафины, нафтены, олефины и ароматические соединения. Это создает значительные трудности при моделировании поведения химически реагирующей среды методами вычислительной гидродинамики. Тем не менее горение реальных топлив может быть эффективно воспроизведено более простыми «суррогатными» смесями, содержащими небольшое число компонентов и достаточно точно воспроизводящими физические и химические свойства топлива. В качестве «суррогатного» топлива, моделирующего горение бензина, обычно используется смесь н-гептана и изо-октана. Следует отметить, что в области высоких температур ($T > 1000$ K), которая характерна для детонационного горения в сопле Лаваля, эти два компонента «суррогатной» смеси ведут себя одинаково. Это позволяет воспользоваться кинетической схемой горения н-гептана для моделирования горения керосина в целом.

В настоящей работе для моделирования горения бензина в камере сгорания детонационного реактивного двигателя выбрана наиболее простая и реалистичная кинетическая модель горения н-гептана. Модель основывается на концепции редуцированного кинетического механизма и позволяет получить удовлетворительное описание сложных физико-химических процессов в камере сгорания. Оценка ее пригодности для численного моделирования горения бензина проведена посредством сравнения результатов расчетов с имеющимися экспериментальными данными по воспламенению горючей смеси в ударных трубах.

Проведен сравнительный анализ детонационного горения паров бензина и керосина методами вычислительной гидродинамики. Кинетическая модель горения керосины была разработана ранее. Детонационное горение происходит в сверхзвуковом потоке воздуха, поступающем в сопло Лаваля с центральным телом, в условиях атмосферы на высоте порядка 16 км. Центральное тело обеспечивает прямое инициирование детонации за счет тепловой и кинетической энергии набегающего потока. Показана возможность стабилизации детонационного горения керосина при числе Маха набегающего потока 7 и 9 с генерацией тяги. В случае бензина лишь небольшая часть смеси сгорает в

детонационном режиме за отошедшей ударной волной перед торцевой стенкой центрального тела. Полученная на парах бензина тяга не компенсирует аэродинамическое сопротивление сопла и центрального тела.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-51-00003 Бел_а) с использованием суперкомпьютера МГУ «Ломоносов».

ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЗАИМНОЙ ОРИЕНТАЦИИ КАТОДА И МАССИВНОГО АНОДА НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРОТЯЖЕННЫХ ДУГ

А.П. Глинов, А.П. Головин, П.В. Козлов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Работа посвящена экспериментальному исследованию инициирования и режимов горения квазистационарных электрических дуг в открытой воздушной среде атмосферного давления между графитовыми электродами. Разряды инициируются размыканием, первоначально сомкнутых электродов при токах до 600 А. Изучались электрические дуги как между соизмеримыми по размерам стержневыми электродами, так и разряды на массивных анодах, многократно превосходящих катоды. Проводилась регистрация сигналов разрядных токов и напряжений и сигналов пирометра, диагностирующего температуру поверхности анода. Визуализация разряда осуществлялась с помощью высокоскоростной видеорегистрации с частотой 1200 к/с. Основное внимание уделено изучению особенностей горения вертикальной электрической дуги при смене взаимного расположения (верх-низ) стержневого катода (диаметр 5–6 мм) и анода с массивной рабочей поверхностью (диаметр 150 мм). В докладе тех же авторов на конфененции «Ломоносовские чтения. Секция механики» в МГУ в 2019 г. сообщалось о достижении инициирования и устойчивых режимов горения протяженных квазистационарных электрических дуг вплоть до межэлектродных расстояний 300 мм на массивным аноде, расположенном снизу, даже без применения специальных мер стабилизации внешним магнитным полем или потоком газов. В настоящем докладе проведено изучение данного подхода к стабилизации разряда на примере протяженной вертикальной дуги, когда разряд инициировался раздвижением от катода, расположенного сверху массивного анода. Показано, что, в отличие от случая движения тонкого катода, при движении массивного анода гидродинамические возмущения возникающих потоков окружающей воздушной среды могут снизить возможности стабилизации дуги при применении массивного анода. Показано, что при умеренных межэлектродных расстояниях (40–100 мм) стабилизация разряда (при смене расположения электродов) сохраняется в достаточно широкой области скоростей раздвижки электродов (40–400 мм/с) и рабочих токов (300–500 А). При больших зазорах (200–250 мм), умеренных скоростях раздвижки (100–150 мм/с) и рабочих токах 300–450 А формируются нестабильности при инициировании дуги в виде изгибов канала разряда и его многоканальности. Однако в течение 1 с разряд стабилизируется в собственном магнитном поле. При уменьшении разрядных токов (200–250 А) стабилизация разряда не наступает. При этом формируются винтовые структуры дуги (4–5 витков при зазоре 250 мм).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-29-21022).

ВЛИЯНИЕ ДИСПЕРСИИ ПО СКОРОСТЯМ МЕЖЗВЕЗДНОЙ ПЫЛИ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ ВНУТРИ ГЕЛИОСФЕРЫ

Е.А. Годенко [1,2], *В.В. Измоденов* [1,2]

[1]ФГБУН Институт космических исследований, Москва;
[2]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Гелиосфера движется относительно локальной межзвездной среды, которая состоит из плазменной, нейтральной и пылевой компонент. Вследствие относительного движения частицы межзвездной пыли могут проникать в гелиосферу. На динамику движения пылевых частиц основное влияние оказывают три силы: сила гравитационного притяжения, сила радиационного отталкивания и электромагнитная сила. Цель данного исследования – изучить влияние дисперсии скоростей пылевых частиц, которая возникает в межзвездной среде из-за турбулентности и неоднородностей магнитного поля, на распределение частиц межзвездной пыли в гелиосфере.

Для описания движения межзвездной пыли рассматривается кинетический подход с решением кинетического уравнения для функции распределения по скоростям. Дисперсия скоростей пылевых частиц задается с помощью граничного условия, включающего различные комбинации дельта-функций и максвелловского распределения, параметры которого зависят от взаимодействия межзвездной пыли с межзвездным магнитным полем. Для решения кинетического уравнения используется метод Монте-Карло. В случае, если граничная функция распределения частиц межзвездной пыли имеет нулевую дисперсию, в распределении концентрации межзвездной пыли появляются сингулярные особенности. Местоположение этих особенностей существенно зависит от размера частиц. Полученные результаты совпадают с результатами, полученными при моделировании той же задачи методом Осипцова – Лагранжа, который позволяет эффективно находить упомянутые особенности. Вычисления, проведенные для случая ненулевой дисперсии, показывают, что даже малые значения дисперсии размывают особенности в распределении концентрации, оставляя лишь несингулярные области повышенной концентрации.

МОДЕЛЬ КРИВОЙ ДЕФОРМИРОВАНИЯ КАК ЭКСТРЕМАЛЬ НЕИНТЕГРИРУЕМОЙ ЛИНЕЙНОЙ ВАРИАЦИОННОЙ ФОРМЫ

Н.Я. Головина [1], *П.А. Белов* [2], *С.А. Лурье* [2,3]

[1]ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Тюмень;
[2]ФГБУН Институт прикладной механики РАН, Москва;
[3]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе развивается идея, что кривая напряжения-деформации для произвольного материала является экстремалью некоторого функционала. Однако для необратимых процессов использование принципа стационарности некоторого функционала не является применимым, поскольку из-за диссипации в процессе деформирования, возможная работа внутренних сил не является интегрируемой. Для решения этой проблемы следует отказаться от принципа стационарности некоторого функционала, способного описывать свойства материалов при обратимых процессах, и заменить его принципом стационарности соответствующей неинтегрируемой

вариационной линейной формы. Новизна соответствующего вариационного принципа заключается в том, что интегрирование осуществляется не по пространственным координатам, а в пространстве деформаций. Аргументами вариационной формы являются вариации первых и вторых производных напряжения по деформации. Кривая деформирования делится на сегменты, характерными точками, при переходе через которые каждый раз происходит «включение» дополнительного механизма деформирования. В соответствии с этой концепцией последовательного включения различных механизмов деформирования на разных участках кривой напряжение-деформация, каждому сегменту кривой должно соответствовать стационарное значение соответствующего функционала или неинтегрируемой вариационной формы. Комбинация естественно сформулированных спектров граничных условий на концах каждого сегмента приводит к вариационно-согласованной формулировке системы граничных и контактных условий, дающих возможность «сшить» решение различных дифференциальных уравнений на каждом участке кривой напряжения-деформации. В результате построена дифференцируемая кривая напряжения-деформации по всей области определения кривой деформирования. Она представлена как сплайн на, в общем случае, четырех участках: линейном обратимом (с функционалом, содержащим единственное слагаемое, включающее квадрат первой производной от напряжения), участком с нелинейным обратимым процессом деформирования (с функционалом, дополнительно содержащим слагаемое, содержащее квадрат второй производной от напряжения), участком с нелинейным обратимым процессом деформирования (с функционалом, дополнительно содержащим слагаемое, билинейное относительно первой и второй производной от напряжения) и, наконец, участком с диссипацией, дополнительно к вариации функционала, содержащего все три предыдущих слагаемых, неинтегрируемую линейную вариационную форму относительно вариаций первой и второй производных от напряжения. Полученное решение, в отличие от эмпирического закона Рамберга – Осгуда, обладает тем преимуществом, что оно удовлетворяет условию теоретической прочности для инженерной кривой и имеет строго линейный сегмент. Полученная математическая модель была опробована на четырех группах материалов: аэрокосмические сплавы, броневые стали, трубопроводные стали и стали для общего машиностроения: Д16А; ВТ6; 30CrMnSiNi2A; 30HGSNA; Ст3сп; 08Х18Н10; 20ХГР; сталь35. Достигнутая точность математической модели вполне достаточна для инженерных приложений.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (АААА-А16-116070810022 «Теоретические исследования и методы расчетов в макро-, микро- и наномеханике композитов»).

ОБ АЭРОДИНАМИЧЕСКОМ МОМЕНТЕ, ДЕЙСТВУЮЩЕМ НА РОТОР САВОНИУСА

А.П. Голуб, А.Ф. Зубков, А.А. Мастерова, Ю.Д. Селюцкий

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Роторы Савониуса являются одним из традиционных элементов ветроэнергетических установок (предназначенных для выработки электроэнергии или совершения полезной работы). Для проведения эффективного параметрического анализа таких систем требуется математическая модель воздействия потока на ротор Савониуса, которая бы позволяла описывать исследуемую систему в терминах теоретической механики и теории динамических систем. Был предложен подход, в рамках которого

аэродинамический момент, действующий на ротор, описывается как функция угла поворота и угловой скорости ротора. На аэродинамической трубе А6 НИИ механики МГУ была проведена серия экспериментов, по результатам которых была осуществлена идентификация параметров этой модели.

СПАСЕНИЕ ШЕСТИНОГОГО РОБОТА ИЗ АВАРИЙНОГО ПОЛОЖЕНИЯ НА СПИНЕ

Ю.Ф. Голубев [1,2], *В.В. Корянов* [1], *Е.В. Мелкумова* [2]

[1]ФГУ «Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН», Москва;
[2]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Предложен метод раскачивания корпуса шестиногого робота, обеспечивающий переворот корпуса и возвращение робота в рабочее положение. Показано, что автономное спасение шагающего аппарата из аварийного положения «вверх ногами» возможно при помощи циклического движения ног, если корпус имеет верхнюю оболочку в виде усеченного цилиндра. Ноги на заранее выбранном краю корпуса, через который должен произойти переворот, являются пассивными, и выпрямляются вдоль корпуса для того, чтобы не мешать раскачиванию. Ноги на противоположном краю являются активными, они осуществляют синхронное движение в плоскости, перпендикулярной продольной оси корпуса, при фиксированном угле в колене. Выполнено аналитическое исследование и компьютерное моделирование полной динамики робота, подтвердившие эффективность разработанной методики для восстановления функциональной состоятельности робота. Компьютерное моделирование проведено средствами программного комплекса «Универсальный механизм». Приводятся результаты численных экспериментов.

При движении робота по бездорожью могут возникать различные аварийные ситуации. Проблематичным является случай, когда робот оказывается в перевернутой позиции с ногами, ориентированными вверх. Для многоногого робота с корпусом в виде выпуклого многоугольника обратный переворот корпуса трудновыполним. Возможен спасительный вариант, когда за счет специальной конструкции ног робот может двигаться как в стандартном, так и в перевернутом положении корпуса. Вместе с тем для облегчения задачи переворота корпуса можно воспользоваться резонансными эффектами, которые возникают при определенной форме корпуса за счет специальных движений ног.

Представлено решение задачи о спасении автономного шагающего робота, аварийно лежащего на горизонтальной опорной плоскости на спине в положении «вверх ногами». Для спасения робота предложена специальная форма корпуса в виде сложенных по плоскому сечению двух усеченных прямых круговых цилиндров. Разработан и аналитически обоснован метод амплитудного раскачивания системы в окрестности положения аварийного равновесия, позволяющий использовать кинематические и динамические возможности робота для самостоятельного спасения. Синтезировано устойчивое резонансное движение системы, обеспечивающее переворот корпуса шагающего робота и его приведение в нормальное рабочее положение.

Предложенные алгоритмы формирования движения робота при спасении из аварийной ситуации были отработаны средствами компьютерного моделирования в программной среде, реализующей расчет взаимодействия трехмерной полной динамической модели механической системы, состоящей из робота,

взаимодействующего с горизонтальной опорной плоскостью. В результате аналитического исследования упрощенной динамической модели системы установлены ограничения на возможность применения разработанного метода, связанные с геометрическими и массовыми характеристиками конструкции шагающего робота.

Стабилизация движения шагающего робота в окрестности программного движения построена по принципу кусочно-формируемой с дискретностью шага интегрирования обратной связи. Обратная связь рассчитывается по рассогласованиям реальных и программных шарнирных углов с требованием минимальных значений угловых скоростей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-01-00123).

ПЕРЕНОС ХРУПКОГО ЦИЛИНДРА ЧЕТЫРЕХПАЛЬЦЕВЫМ СХВАТОМ

Ю.Ф. Голубев [1,2], *Е.В. Мелкумова* [2]

[1]ФГУ «Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН», Москва;
[2]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Исследована задача об удержании хрупкого прямого кругового шероховатого цилиндра пальцами рук шагающего робота-манипулятора. В отличии от других работ авторы доклада моделируют эту задачу твердым телом под действием *n* сил. Реакции в каждой точке контакта рассматриваются как пассивные силы. Вес и дополнительная приложенная сила – это активные силы. Эксперименты показали верность проведенных теоретических и численных исследований. Этому служит аналогия рассматриваемой задачи колебанию цилиндра на цилиндре в окрестности устойчивого положения равновесия. Основное внимание уделено статической устойчивости переноса объекта схватом. Получен алгоритм для схвата робота, в каких точках на цилиндре можно его держать, не допуская падея, используя до четырех точек в опоре. При разработке этого алгоритма были проанализированы уравнения динамики твердого тела применительно к переносимому цилиндру. Попадание реакций в соответствующие конусы трения привело к необходимости исследовать квадратичные неравенства. Сложность полученной системы уравнений и неравенств привела к дополнению исследование численными методами. Чтобы перенести цилиндр двумя пальцами, роботу нужно схватить его за диаметрально расположенные точки. Эти точки нужно располагать по разные стороны от центра масс цилиндра, если захват производится с внешней стороны, и по одну сторону – если хватаем с внутренней стороны, в распорку. Это возможно благодаря силе сухого трения, которая рассматривается при моделировании задачи. В случае, если модель дополняется учетом недопустимой нагрузки на цилиндр в точке контакта, влекущей его разрушение или деформацию, может потребоваться больше, чем две точки контакта схвата с цилиндром. Четыре пальца позволяют обеспечить более комфортабельный перенос груза. Рекомендуется также осуществлять захват цилиндра двумя из четырех пальцев с внутренней и внешней сторон в практически совпадающей геометрической точке, а четвертым пальцем придерживать. Авторы доклада изучают проблему, которой практически никто в мире и в России не занимается. Цель работы – исследовать новую задачу о распределении реакций по точкам опоры при удержании цилиндра пальцами руки шагающего робота-манипулятора. Уникальность выбранного авторами данной работы направления состоит в том, что каждый палец имеет контакт с объектом в одной точке опоры. Отличие этой работы от работ других авторов, рассматривающих схваты, в том, что изучаются больше не вопросы управления, а статическая устойчивость переноса

объекта схватом. Оригинальность исследований авторов доклада состоит в расчете реакций в четырех точках опоры и проверке аналитически и численно их попадания в конус трения при переносе цилиндра. Методика распространяется и на перенос предметов произвольной формы. Если цилиндр хрупкий, то трех пальцев может оказаться недостаточно. Робот может удерживать хрупкий цилиндр тремя или четырьмя пальцами, расположенными на внешней поверхности нижнего или верхнего полуцилиндра. При этом нагрузка на четыре пальца распределяется более равномерно, так что величины нормальных реакций не превышают заданной величины *a*. Например, пусть одна из точек опоры и центр масс цилиндра расположены в вертикальной плоскости, содержащей ось цилиндра, а две другие точки опоры в плоскости ортогональной оси цилиндра. Четыре точки опоры схвата могут быть расположены в вертикальной плоскости, содержащей ось цилиндра. Также они могут быть расположены симметрично в окрестности сечения цилиндра, проходящего через точку *C*.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-01-00123).

ГАЗОКАПЕЛЬНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ПЛОСКОЙ АДИАБАТИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЕ ПРИ НАЛИЧИИ ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ ВО ВНЕШНЕМ СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

И.В. Голубкина, А.Н. Осипцов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Исследуется продольное обтекание плоской теплоизолированной пластины потоком вязкого теплопроводного газа с примесью конденсированной фазы. Предполагается, что во внешнем потоке распределение давления газа соответствует сверхзвуковому течению в линейно расширяющемся канале. Для определения параметров газовой и жидкой фазы вдали от пластины решаются одномерные уравнения газокапельного потока с учетом обратного влияния и процесса конденсации жидкой фазы. Найдены диапазоны параметров, при которых происходит наиболее значительный рост капель в области внешнего течения.

Для описания газокапельного течения вблизи стенки используются уравнения двухфазного ламинарного пограничного слоя с малой объемной концентрацией капель. В межфазном обмене импульсом, помимо силы аэродинамического сопротивления, учитывается боковая сила Сэфмана, под воздействием которой капли выносятся на обтекаемую поверхность, формируя тонкую пленку. Уравнения двухфазного пограничного слоя решаются численно методом прогонки. Для численного интегрирования уравнений используется неявная разностная схема с первым порядком аппроксимации по продольной координате и вторым порядком – по поперечной.

В результате численных расчетов проведено параметрическое исследование распределения скоростей, температур фаз и концентрации капель вблизи поверхности пластины. Получена количественная оценка снижения равновесной температуры стенки в результате выпадения на нее конденсированной фазы. Установлено, что степень охлаждения стенки существенно зависит от начального числа Маха, а также от таких параметров дисперсной фазы, как относительная массовая концентрация капель и параметр, характеризующий вклад силы Сэфмана.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ (тема АААА-А19-119012990122-3) при частичной поддержке РНФ (проект № 19-19-00234).

О РЕАКТИВНОМ ДВИЖЕНИИ ПЛАВЯЩЕЙСЯ ЧАСТИЦЫ

А.Н. Голубятников, О.О. Иванов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В приближении малых безразмерных чисел Рейнольдса и Прандтля решается задача о движении плавящегося шара в покоящимся на бесконечности перегретом несжимаемом вязком однородном расплаве. На первом этапе решается тепловая сферически-симметричная задача о плавлении неподвижного твердого тела, которая приводит к автомодельному закону изменения радиуса шара со временем, пропорционального корню из коэффициента температуропроводности и содержащему два безразмерных параметра, связанных с относительной разностью плотностей шара и расплава, а также с разностью температуры на бесконечности и температуры плавления, отнесенной к теплофизическим свойствам сред, участвующих в процессе. Далее решается нестационарная задача о поступательном движении шара с заданным изменением радиуса при произвольных начальных данных, но при отсутствии посторонних сил.

Автомодельная задача о сжатии из бесконечности с нулевой начальной скоростью авторами была решена ранее. При решении задачи вычисляется сила, действующая на шар, которая содержит как реактивную силу, связанную с переменностью массы, так и силу вязкого сопротивления. Сила, в отличие от формулы Буссинеска для произвольного движения с постоянным радиусом, не содержит элементов запаздывания и выражена в виде определенного интеграла, вычисление которого проводится численно. Оценки показывают, что с уменьшением радиуса, несмотря на малое число Рейнольдса, частица может достигать скорости, сравнимой с тепловой скоростью движения частиц расплава.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проекты № 19-05-00028; 18-08-00074).

ОСОБЫЕ АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ В ДИНАМИКЕ ЗАРЯЖЕННОГО ГАЗА

А.Н. Голубятников, С.Д. Ковалевская

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В свое время академик Л.И. Седов при исследовании автомодельных решений одномерной газовой динамики, связанных с задачей о сильном взрыве в среде с переменной плотностью, ограничился в случае сферической симметрии показателями степени убывания ее начального распределения, меньшими 3. Особенностью, препятствующей существованию решения, была расходимость массы газа в центре симметрии при дальнейшем увеличении показателя. Более того, при показателе, равном 5, скорость ударной волны формально равнялась бесконечности, а при еще больших показателях вообще взрыв происходил в бесконечно прошлом моменте времени. Следует отметить, что при показателе 3 и 5 в автомодельной постановке допускается разделение пары переменных типа масса-время, так как при этом кроме энергии взрыва задается еще характерная масса либо время. Чтобы избежать этих особенностей решается задача о склеивании общего решения с разделением переменных в области за ударной волной, в частности автомодельного, создаваемого расширяющимся поршнем, с внешней покоящейся средой без давления. При этом распределение начальной плотности находится

и не является степенным. Полная масса газа оказывается конечной. Такого рода регуляризация содержит малые параметры, позволяющие на определенном этапе процесса аппроксимировать расходящееся автомодельное решение. Результаты обобщаются на случай быстрого процесса распространения ударной волны в газе с вмороженным зарядом с различными одномерными конфигурациями волн.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 19-01-00056).

О СТОЛКНОВЕНИЯХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ УДАРНЫХ ВОЛН И ОБРАЗОВАНИИ СТРУКТУР ВО ВСЕЛЕННОЙ

А.Н. Голубятников, Д.Б. Любошиц

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В рамках специальной теории относительности дано и исследовано кусочно-постоянное решение задачи о симметричном столкновении релятивистских ударных волн. Рассмотрены различные физические случаи, в том числе столкновение аннигиляционных ударных волн. Важным фактором здесь является использование релятивистской адиабаты А. Тауба, которая позволяет получить, в отличие от ньютоновской механики, неограниченное сжатие вещества в зависимости от параметров газа приходящих волн. Новым является также рассмотрение аннигиляционной адиабаты, имеющей свою специфику, но также допускающей неограниченное сжатие. Весь этот материал сопоставляется с наблюдаемыми в последнее время астрофизиками достаточно плотными «стенами», составленными из галактик, масштабов в 0,1 от видимой части Вселенной. Можно предполагать, что они появились в результате последующей гравитационной структуризации остатков взрывной аннигиляционной стадии развития Вселенной – Большого взрыва.

К ПОСТРОЕНИЮ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ В РЯДАХ ПО СПЕЦИАЛЬНЫМ ПЕРЕМЕННЫМ И ИХ ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ

А.Н. Голубятников, Д.В. Украинский

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Представлен новый эффективный метод решения задач газовой динамики с плоскими волнами с учетом силовых полей и односторонних краевых условий. Метод основан на разложении решения в степенные ряды либо по специальной функции времени, определяемой заданной гамильтоновой системой, с использованием только алгебраических операций и дифференцирования для определения коэффициентов, зависящих, в свою очередь, от лагранжевой переменной, либо на аналогичных операциях с разложениями по функциям специальной лагранжевой переменной с определением коэффициентов от времени. Далее следует построение численной реализации решений в виде трехмерных графиков, основанной на операциях представленного метода. Приведены также примеры решения ряда новых физических задач.

ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРА ЗЕРЕН НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЛЩИНЫ КРУГЛОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ СВЕРХПЛАСТИЧЕСКОЙ ВЫДУВКЕ

И.А. Гончаров, Т.А. Белякова

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Сверхпластичность – режим деформирования, при котором поликристаллический материал способен испытывать большие деформации (сотни процентов) без образования существенных микроструктурных дефектов [1]. На сегодняшний день известно, что большинство металлов и металлических сплавов, а также ряд керамик и интерметаллидов могут входить в режим сверхпластического течения при соответствующих условиях деформирования, среди которых наиболее важными оказываются высокие температуры, низкие скорости деформирования и определенным образом подготовленная микроструктура [2]. Микроструктурные процессы, происходящие в зернах металлических сплавов при деформации, играют особую роль в сверхпластичности. Определяющие соотношения сверхпластичности обычно содержат параметр, связанный с размером зерна, и эволюционные уравнения для него.

Для мелкозернистых металлических сплавов в настоящее время широко применяется обработка давлением в режиме сверхпластичности, позволяющая уменьшить анизотропию механических свойств, повысить предел текучести и усталостную прочность готовой конструкции [3]. Одним из ограничивающих факторов при практическом применении данной технологии является неоднородность толщины, появляющаяся в процессе выдувки. Адекватное предсказание распределения толщины в результате формовки является, таким образом, важной задачей математического моделирования [4].

В представленной работе рассматривается влияние микроструктуры на процесс сверхпластической формовки сферической оболочки из круглой листовой пластины. Пластина из титанового сплава жестко закреплена по краям, ее толщина мала по сравнению с радиусом, что позволяет применить для моделирования мембранную теорию. Для одновременного выполнения краевых условий и уравнений равновесия используется находящая экспериментальное подтверждение гипотеза о параболическом распределении деформаций [5]. Исследована зависимость результирующего распределения толщины оболочки от начального среднего размера зерен. Показано, что существует оптимальный размер, обеспечивающий при относительно невысоких значениях давления газа минимальное истончение пластинки (отношение толщины в куполе и заделке) для заданного режима деформирования.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-01-00356).

Литература

1. *Васин Р.А., Еникеев Ф.У.* Введение в механику сверхпластичности. Ч. 1. – Уфа: Гилем, 1998. – 280 с.
2. *Nieh T.G., Wadsworth J., Sherby O.D.* Superplasticity in metals and ceramics. – Cambridge: Cambridge University Press, 1997. – 287 p.
3. *Padmanabhan K.A., Vasin R.A., Enikeev F.U.* Superplastic Flow: Phenomenology and Mechanics. – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2001. – 363 p.
4. *Enikeev F.U., Kruglov A.A.* An analysis of the superplastic forming of a thin circular diaphragm // International Journal of Mechanical Sciences. – 1995. – V. 5. – P. 473–483.
5. *Ghosh A.K., Hamilton C.H.* Influence of material parameters on superplastic forming // Metallurgical Transactions A. – 1982. – V. 13. – P. 733–743.

ЗАДАЧА ШТУРМА – ЛИУВИЛЛЯ

В.И. Горбачёв

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается классическая задача Штурма – Лиувилля об определении собственных значений линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами и однородными граничными условиями общего вида (исходная задача). Ровно такая же задача, но только для уравнения с постоянными коэффициентами (сопутствующая задача) имеет общее аналитическое решение с двумя неопределенными константами интегрирования. Показано, что решение исходного уравнения представляется через общее решение сопутствующего уравнения с помощью интегральной формулы. В интегральную формулу входит фундаментальное решение исходного уравнения. В итоге имееем общее решение исходного уравнения с двумя произвольными константами. Удовлетворяя однородным граничным условиям, получаем точное спектральное уравнение для собственных значений исходной задачи. Фундаментальное решение исходного уравнения находим методом возмущений в виде ряда. Удерживая конечное число членов ряда, получаем приближенное уравнение для собственных чисел задачи Штурма – Лиувилля. Рассмотрен конкретный пример.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (АААА-А16-116070810022 «Теоретические исследования и методы расчетов в макро-, микро- и наномеханике композитов») при поддержке Московского Центра фундаментальной и прикладной математики.

О МЕТОДАХ ОСРЕДНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

В.И. Горбачёв

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;

Излагается процедура осреднения статических и динамических задач теории упругости для неоднородных тел с периодической и непериодической структурой (исходные задачи). Осреднение задач для тел с периодической структурой проводится с помощью асимптотического метода малого геометрического параметра. В случае произвольной неоднородности для осреднения используются интегральные формулы представления решений исходных статических и динамических задач через соответствующие тензоры Грина и решения задач для тел с постоянными механическими характеристиками (сопутствующие задачи). В предположении о гладкости решения сопутствующей задачи, из интегральной формулы получено эквивалентное представление решения исходной задачи в виде ряда по всевозможным производным от решения сопутствующей задачи. Коэффициенты ряда, вдали от границы тела, являются непрерывными функциями тех же самых координат, от которых зависят коэффициенты упругости. Они называются структурными функциями. Для их определения построена система рекуррентных уравнений, из которых они однозначно находятся. Показано, что в случае периодической структуры метод интегральных представлений совпадает с методом малого геометрического параметра.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ (темы АААА-А19-119012990120-9; АААА-А16-116070810022).

О МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕРЖНЕЙ С ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТЬЮ

В.И. Горбачёв [1,2], *А.А. Рубан* [1]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается продольное сжатие прямого, неоднородного по длине стержня с переменным поперечным сечением. Изучается случай потери устойчивости прямолинейной формы равновесия стержня, при котором, наряду с прямолинейной, возможна искривленная форма. Интегральное представление решения исходного уравнения устойчивости с переменными коэффициентами через решение такого же (сопутствующего) уравнения с постоянными коэффициентами позволяет с помощью метода возмущений получить уравнение критического состояния для переменных жесткости и продольного усилия, при которых стержень потеряет устойчивость. Проводится сравнение расчетов по полученным формулам с ранее известными точными и приближенными решениями уравнения устойчивости для различных частных случаев.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (АААА-А16-116070810022 «Теоретические исследования и методы расчетов в макро-, микро- и наномеханике композитов») при поддержке Московского Центра фундаментальной и прикладной математики.

ТЕНЗОР КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ РАСТЯГИВАЕМОЙ БЕСКОНЕЧНОЙ УПРУГОЙ ИЗОТРОПНОЙ ПЛОСКОСТИ, ОСЛАБЛЕННОЙ РЯДОМ ИЗОТРОПНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ВКЛЮЧЕНИЙ

В.И. Горбачёв [1,2], *И.Ф. Старцев* [1]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Доклад содержит в себе решение плоской периодической задачи нагружения плоскости, ослабленной эллиптическими включениями, с использованием конформного преобразования, метода комплексных функций и метода малого параметра. В итоге по данному решению составляется тензор концентрации напряжений – тензор, соединяющий напряжения вблизи концентратора и напряжения без концентратора. Актуальность данного тензора заключается в следующем: в механике для расчета прочности используются коэффициенты концентраций напряжений, однако каждый такой коэффициент дает решение только для определенного вида внешнего нагружения, а тензор концентрации напряжений позволяет определять прочность для любой внешней нагрузки. Полученное решение также распространяется на случай отверстий, а также нагружения одного включения или отверстия. Результат был проверен с помощью справочника по концентрации напряжений.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (АААА-А16-116070810022 «Теоретические исследования и методы расчетов в макро-, микро- и наномеханике композитов») при поддержке Московского Центра фундаментальной и прикладной математики.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ СМЕСИ ГАЗ – ЗАРЯЖЕННЫЕ ЧАСТИЦЫ В ВИДЕ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ

Н.В. Горохова

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Вулканические молнии часто наблюдаются при крупных взрывных извержениях. Они возникают в результате электризации частиц пепла, когда напряженность электрического поля достигает некоторого критического значения. Одной из основных причин электризации частиц является их трение и столкновение.

В работе построена модель течения смеси газа и заряженных частиц разных размеров с учетом их взаимодействия и электризации. Рассматриваются стационарные течения газа в предположении, что движение частиц не влияет на течение. Для описания движения частиц используется подход Лагранжа: частицы движутся под действием гидродинамических, электростатических сил и силы тяжести. В результате столкновения частиц их скорости и заряды меняются, величина передаваемого заряда пропорциональна площади и времени контакта при ударе и разности потенциалов в области контакта. В качестве гидродинамических сил, действующих на частицы, рассматриваются сила Саффмена и сила сопротивления. Коэффициент сопротивления зависит от числа Рейнольдса. При этом числа Рейнольдса относительного движения частиц изменяются в диапазоне от единиц до сотен, поэтому закон сопротивления Стокса не применим. Зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса получена аппроксимированием экспериментальных данных.

В этой работе рассматриваются следующие стационарные течения: однородный поток газа, поток в виде струи конечной ширины с постоянной осевой скоростью и течение в виде затопленной струи. Проводится исследование зависимости параметров электрического поля от параметров распределения частиц (начальной концентрации и доли крупных частиц). Получено, что максимальная напряженность поля растет по степенному закону в зависимости от числа частиц, причем показатель степени не зависит от выбора течения. Для всех рассмотренных течений получены оценки количества частиц, при которых напряженность достигает критических значений самостоятельного разряда.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-05-00028).

ПОСТРОЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА ЗАДАЧИ РАЗГОНА ЛАЙНЕРА ПРОДУКТАМИ ДЕТОНАЦИИ ВВ

В.Д. Горячев [1], *М.Н. Кравченко* [2], *Б.П. Рыбакин* [3,4], *Л.И. Стамов* [4]

[1]ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь;
[2]ФГАОУ ВО «РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина», Москва;
[3]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва; [4]ФГУ «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва

В работе обсуждается задача построения параллельного алгоритма и программы для численного моделирования процесса формирования кумулятивной струи в пиропатроне. Изучается процесс образования кумулятивной струи и деформирования металлического корпуса, заполненного твердым ВВ и лайнера. Лайнер выполнен, как правило, из цветного металла – меди или алюминия и имеет коническую или криволинейную форму. Изучение таких процессов необходимо для первичного и вторичного вскрытия нефтеносного пласта

с помощью использования кумулятивных перфораторов. Использование такого варианта вскрытия позволяет создавать качественную гидродинамическую связь между скважиной и пластом, что способствует сохранению стабильного притока нефти и газа к скважине.

Математическое моделирование процессов вторичного вскрытия нефтеносных пластов дает возможность оптимизировать характеристики заряда и конструкцию перфоратора с учетом геометрии расположения зарядов, оценить влияние динамической депрессии с целью повышения качества процесса.

Для ускорения времени вычислений был построен параллельный алгоритм, основанный на технологии OpenMP для современных многоядерных процессоров. С помощью программного средства Intel VTune Amplifier проведен анализ процесса распараллеливания и качества полученного алгоритма. Приведены результаты полученного ускорения, полученного на процессорах, имеющих от 4 до 24 ядер.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-01303).

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАЧЕНИЯ С ВЕРЧЕНИЕМ УПРУГОГО ШАРА ПО УПРУГОМУ ПОЛУПРОСТРАНСТВУ, ПОКРЫТОМУ ВЯЗКОУПРУГИМ СЛОЕМ

И.Г. Горячева [1,2], *А.Р. Мещерякова* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Рассматривается установившееся качение упругого шара по упругому полупространству при наличии промежуточной среды. Учитывается проскальзывание, возникающее в области контактного взаимодействия вследствие неполного сцепления контактирующих поверхностей и наличия угловой скорости вращения шара вокруг нормали к поверхности контакта, проходящей через центр шара (верчение). Сдвиговая податливость промежуточного слоя описывается моделью Максвелла.

В предположении, что податливость промежуточного слоя в вертикальном направлении пренебрежимо мала, для распределения нормальных напряжений в области контакта используется решение Герца. Касательные напряжения ищутся с помощью вариационного метода, основанного на поиске минимума некоторого функционала, построенного с учетом граничных условий для напряжений и перемещений в области контактного взаимодействия. При этом принимается во внимание существование в области контакта подобластей сцепления и проскальзывания. Численное решение вариационной задачи строится с помощью метода проекции градиента.

В результате решения задачи получены распределения касательных контактных напряжений в условиях качения с верчением при наличии и отсутствии промежуточного слоя. Проведен анализ распределения касательных напряжений при разных значениях вязкоупругих характеристик слоя, величины относительного проскальзывания в продольном направлении и угловой скорости верчения. Исследованы зависимости касательной силы в продольном и поперечном направлениях от угловой скорости верчения катящегося шара при наличии и отсутствии промежуточного слоя. В частности, установлено, что с ростом отношения толщины слоя к модулю упругости материала слоя при фиксированной нагрузке увеличивается площадь подобласти сцепления и уменьшается касательная сила. С ростом угловой скорости верчения подобласть сцепления перестает быть симметричной относительно оси, проведенной через центр области контакта в направлении качения шара. Сдвиговая податливость промежуточного слоя

влияет на продольную и поперечную составляющую касательной силы при малых угловых скоростях верчения.

Результаты сравнения зависимости касательной силы от относительного проскальзывания и угловой скорости верчения с учетом сдвиговой податливости промежуточного слоя могут быть использованы для оценки эффективности применения смазывающих материалов для управления трением в условиях качения с проскальзыванием и верчением (например, в системе колесо – рельс).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-01-00400).

ЗАДАЧА О ВНЕДРЕНИИ ЖЕСТКОГО ЦИЛИНДРА В ВЯЗКОУПРУГИЙ СЛОЙ

И.Г. Горячева [1,3], *А.А. Яковенко* [1,2]

[1]ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[2]ФГАОУ ВО «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», г. Долгопрудный, Моск. обл.;
[3]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Задача о взаимодействии жесткого индентора с вязкоупругом слоем, лежащим на жестком основании, возникает во многих областях науки и техники. Она связана, в частности, с исследованием механических свойств материалов методом индентирования и наноиндентирования. В биомеханике и медицине ее решение может быть использовано для моделирования взаимодействия инструментов с мягкими биологическими тканями.

В работе изучается внедрение жесткого индентора в форме цилиндра в вязкоупругий слой, лежащий без трения на жестком основании или жестко закрепленный с основанием. Предполагается, что контактирующая форма цилиндра плоская, т. е. представляет собой круг заданного радиуса. Преимущество такой постановки задачи заключается в том, что при одной и той же глубине внедрения она дает максимальное значение силы, которое возникает при внедрении цилиндрического индентора с различной формой торцевой поверхности, что имеет решающее значение для приборов с низким разрешением. Процесс взаимодействия состоит из двух стадий: внедрение цилиндра с постоянной скоростью до заданной глубины, а затем удержание его на этой глубине. Такой вид нагружения имеет место при проведении экспериментов на биологических тканях. При этом исследуется влияние скорости погружения и механических характеристик слоя на распределение контактных давлений и возникающую силу реакции основания.

Для решения задачи применяется принцип Вольтерра, основанный на использовании решения соответствующей задачи в упругой постановке с заменой упругих постоянных упругими операторами. Задача решается в предположении независимости от времени коэффициента Пуассона материала слоя. В качестве упругого решения берутся асимптотические приближения для тонких и толстых слоев. Для описания механического поведения слоя используется два вида функции релаксации: трехпараметрическая экспоненциальная функция и двухпараметрическая степенная. Получены аналитические зависимости контактного давления и приложенной к цилиндру нагрузки от времени для относительно тонкого и толстого слоев (по отношению к радиусу пятна контакта). Исследовано влияние на распределение контактных давлений и зависимость нагрузки от времени таких параметров, как скорость внедрения цилиндра в слой и толщина слоя. Для каждого рассмотренного вида функции релаксации изучено влияние входящих в нее параметров на зависимость контактных характеристик от времени.

Результаты исследования могут быть использованы как для интерпретации данных индентирования в материалы, обладающие релаксационными свойствами, так и для решения обратной задачи определения механических характеристик материалов, в частности биологических тканей на основе измеренных в экспериментах зависимостей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-19-00574).

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ СЕМЕЙСТВО ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ: ОТ ИДЕАЛЬНО-РЕГУЛИРУЕМОГО ДВИГАТЕЛЯ К ИМПУЛЬСНОЙ ПОСТАНОВКЕ

И.С. Григорьев [1], *Н.Р. Ахмедова* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова, Баку

В работе рассмотрена задача оптимального управления перелетом космического аппарата (КА) в плоско-параллельном гравитационном поле на заключительном этапе мягкой посадки на Луну. В начальный момент положение и скорость КА заданы, в конечный момент времени КА должен оказаться в заданной точке на поверхности Луны с нулевой скоростью.

Во-первых, рассматривается КА с идеально-регулируемым двигателем – минимизируется интегральный функционал от квадрата модуля вектора ускорения. Задача решена аналитически и используется в последующем как отправная точка метода продолжения решения по параметру. Во-вторых, вместо интегрального квадратичного функционала рассматривается интеграл от модуля вектора ускорения в некоторой степени из диапазона от 2 до 1. Задачи этого семейства решаются численно методом стрельбы. В-третьих, рассмотрена задача оптимизации перелета в импульсной постановке, соответствующая интегралу от модуля вектора ускорения (в первой степени). Показано, что задача в импульсной постановке сводится к двум импульсным воздействиям в начальной и конечной точках траектории. Соответствующая краевая задача решена аналитически (при заданном времени перелета) и численно-аналитически (при не ограниченном заранее времени перелета).

Отметим, что при промежуточных значениях параметра продолжения (степени модуля вектора ускорения в интегральном функционале) задача оптимального управления ясного физического смысла не имеет. Целью исследования является именно проверка возможности вычислительно эффективного параметрического перехода от решения задачи оптимизации перелета с идеально-регулируемым двигателем к решению задачи в импульсной постановке. Проведенный вычислительный эксперимент для предложенного семейства продолжения по параметру в рассмотренной задаче такую эффективность показал. Так, при стремлении степени в целевом функционале к единице величина вектора реактивного ускорения в начале и конце траектории увеличивается, а в середине уменьшается к нулю, что позволяет предположить наличие сходимости к ожидаемому результату, составляющему в предельном случае импульсной постановки сумму двух дельта-функций Дирака. Также наблюдается сходимость экстремалей по координатам, скоростям и сопряженным переменным.

Успех проведенного исследования в рассмотренной простой задаче позволяет надеяться на эффективное использование предложенного параметрического семейства и в более сложных случаях.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ СЕМЕЙСТВО ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ: ОТ ИДЕАЛЬНО-РЕГУЛИРУЕМОГО ДВИГАТЕЛЯ К ИМПУЛЬСНОЙ ПОСТАНОВКЕ

И.С. Григорьев [1], *А.И. Проскуряков* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова, Баку

Рассматривается идея сокращения замусоренности околоземного пространства за счет сброса отработавших ступеней в атмосферу Земли на этапе выведения космического аппарата (КА). Решается задача выведения КА с опорной круговой орбиты искусственного спутника Земли на целевую эллиптическую с заданным импульсом довыведения до геостационарной.

Предполагается, что КА состоит из разгонного блока, дополнительного топливного бака и спутника. Весь маневр разделяется на три части. Первая часть маневра выполняется за счет топлива из дополнительного топливного бака. Она заканчивается включением двигателя для уменьшения перигея переходной орбиты до условной границы атмосферы и отделением дополнительного топливного бака. Вторая часть маневра выполняется за счет топлива из основных баков разгонного блока. Она начинается переводом КА на орбиту с более высоким перигеем. После серии маневров КА переводится на целевую орбиту. На ней от разгонного блока отделяется выводимый спутник. Разгонный блок за счет последнего включения двигателя переводится на орбиту, касающуюся условной границы атмосферы. Третья часть маневра совершается за счет топлива самого спутника и завершается его выведением на геостационарную орбиту. Максимизируется полезная масса – масса спутника, оставшаяся после отделения разгонного блока на целевой орбите.

Первая и вторая части маневра – выведение КА с опорной орбиты на целевую – формализуются как задачи с ограниченной тягой, третья часть маневра – довыведение спутника с целевой орбиты на геостационарную – рассматривается в импульсной постановке. При этом предполагается, что импульсы подаются в апогеях и перегиях орбит довыведения.

В задаче предполагается, что в баках содержится столько топлива, сколько необходимо для совершения соответствующих маневров, что сухая масса разгонного блока и дополнительного топливного бака пропорциональна массе находящегося в ней топлива.

В работе рассматривается простая схема управления для задачи с ограниченной тягой. Направление тяги определяется углом тангажа, который отсчитывается от плоскости геостационарной орбиты, и углом рыскания, который отсчитывается в плоскости геостационарной орбиты от оси Ox в сторону Oy. Предполагается, что угол тангажа и угол рыскания на каждом из активных участков изменяются по линейному закону. Таким образом, вся траектория зависит от конечного числа параметров и, потому, представляет собой задачу математического программирования. Задача решается численно, ее решение хорошо приближается решенной ранее аналогичной задачей в импульсной постановке. Также рассматриваемая задача формализуется как задача с ограничениями в функциональном пространстве; на основе соответствующего принципа Лагранжа ее решение сводится к решению краевой задачи. Полученное решение краевой задачи предполагается использовать в качестве начального приближения в задаче оптимального управления без упрощающих предположений простых схем маневров.

О МЕХАНИЗМЕ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ В НАКЛОННЫХ ОВАЛЬНЫХ ЛУНКАХ НА СТЕНКЕ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО КАНАЛА

С.В. Гувернюк, М.А. Зубин, А.А. Синявин, А.Ф. Зубков, А.Ю. Чулюнин

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Среди известных типов искусственных рельефов, формируемых на стенках каналов с целью интенсификации процессов теплообмена, особое место занимают так называемые овально-траншейные лунки (ОТЛ), представляющие собой цилиндрический желоб со сферическими скруглениями на концах. Вопросам численного моделирования ламинарного и турбулентного обтекания установленных наклонно одиночных ОТЛ и составленных из них разнообразных рельефов посвящена обширная научная литература ряда последних лет (С.А. Исаев и др.). Расчеты показывают влияние ОТЛ в узких каналах на формирование зон с полуторакратным и более повышением скорости потока и повышение на десятки процентов интенсивности теплопередачи на стенках. При этом отмечается, что важное (а возможно – первичное) значение имеют специфические распределения полей давления в ОТЛ. Однако в литературе отсутствуют соответствующие калибровочные экспериментальные данные о структуре внутренних полей давления, в частности на стенках наклонных ОТЛ.

В докладе представлены результаты экспериментальных параметрических исследований влияния угла наклона одиночной ОТЛ на структуру распределений коэффициента давления C_p на внутренних поверхностях ее сферических скруглений и цилиндрической вставки. Эксперименты выполнены в аэродинамической трубе А-4 и специализированной установке ВиЯ НИИ механики МГУ. Метод исследования – дренажные испытания. Геометрия ОТЛ полностью определяется тремя параметрами: h – глубиной, D, L – соответственно шириной и длиной входного сечения цилиндрического желоба в плоскости стенки канала. Исследованы ОТЛ, имеющие относительную глубину $h/D = 0,25$, при углах наклона в диапазоне 0–90 $^{\circ}$ при удлинении $L/D = 4$ и 5. Характерное число Рейнольдса, вычисленное по ширине D, составляло 67 000 (для А-4) и 99 000 (для ВиЯ). Толщина турбулентного пограничного слоя в зоне расположения ОТЛ – 0,15D и 0,22D соответственно.

Даны наглядные представления эволюции распределений C_p на поверхности ОТЛ при последовательном увеличении угла ее наклона. Зафиксированы переходы от режимов «продольная лунка», «поперечная лунка» к режиму наклонная «работающая лунка», характеризующемуся аномально высоким градиентом давления в отрывной области возвратного течения в окрестности линии сопряжения сферической головной части лунки и цилиндрической вставки. Отмечено наличие локализованной зоны неоднозначной зависимости C_p от угла наклона ОТЛ. Установлены экспериментальные зависимости абсолютных максимумов и абсолютных минимумов коэффициента давления на всей внутренней поверхности ОТЛ при варьировании угла наклона.

Сформирована база экспериментальных данных с использованием универсального способа структурирования результатов первичных измерений. Полученные экспериментальные результаты восполняют пробел экспериментальных данных по фактическим распределениям давления в наклонных ОТЛ.

Работа выполнена при частичной поддержке РНФ (проект № 19-19-00259).

ПЕРЕХОД К СТАЦИОНАРНЫМ И СТАТИЧЕСКИМ ЗАДАЧАМ В ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ТЕРМОУПРУГОЙ ДИФФУЗИИ

С.А. Давыдов [1], *А.В. Земсков* [1,2]

[1]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе рассматривается одномерная задача термоупругой диффузии для изотропного многокомпонентного слоя. Для описания распространения возмущений пользуется локально-равновесная модель связанной термоупругой диффузии, включающая уравнения движения упругой среды, теплопереноса и массопереноса. Учитывается перекрестный диффузионный эффект, а также ненулевые времена релаксации теплового и диффузионных потоков. Начальные условия приняты нулевыми.

Решения нестационарной задачи представлено в виде сверток функций Грина с функциями, задающими внешние возмущения. Для отыскания функций Грина использовались преобразование Лапласа по времени и разложение в тригонометрические ряды Фурье по пространственной переменной. В свою очередь, решения задач статики находятся при помощи предельных переходов для трансформант Лапласа функций Грина при $s \to 0$, где s – параметр преобразования Лапласа.

Рассмотрен ряд расчетных примеров. Выполнено сравнение решений, полученных путем предельного перехода из задач динамики к задачам статики с решениями соответствующих статических задач. Установлено совпадение полученных решений с точностью до произвольных постоянных, содержащихся в решениях задач статики.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-31-00437).

ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ ИЗ ИЗОТРОПНЫХ И АНИЗОТРОПНЫХ НАМАГНИЧИВАЮЩИХСЯ ЭЛАСТОМЕРОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.А. Дёмин[2], *Д.И. Меркулов*[1], *В.А. Налётова*[1,2], *Д.А. Пелевина*[1,2], *В.А. Турков*[1], *О.А. Шарова*[2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Намагничивающиеся эластомеры (НЭ) – это композитные материалы, состоящие из силиконовой основы и распределенных в ее объеме ферромагнитных наночастиц (из железа, магнетита и др.). Если феррочастицы выстроены в цепочки или ориентированы легкими осями намагничивания вдоль некоторого направления, такой материал приобретает анизотропные магнитные свойства.

В данной работе экспериментально и теоретически исследуется движение тел из изотропных и анизотропных НЭ в магнитных полях различных конфигураций. Изучено движение тел из изотропных намагничивающихся материалов в однородном переменном наклонном магнитном поле. Изготовлено два вида таких тел (автономных движителей): пружина из изотропного НЭ и стальные сферические тела, соединенные упругой связью. Исследовалось движение данных тел в окружающей вязкой жидкости. Обнаружено, что автономные движители под действием однородного переменного наклонного магнитного поля перемещаются в воде (с малой вязкостью) и в глицерине (с большой вязкостью) в противоположных направлениях. Построена математическая модель движения стальных

сферических тел с упругой связью, учитывающая действие магнитных, вязких, упругих сил, силы трения и тяжести. Написана компьютерная программа для численного решения уравнения движения. Получено хорошее совпадение теоретических и экспериментальных результатов.

Также исследовано движение сферических тел из изотропных и анизотропных НЭ вдоль тонкого горизонтального слоя магнитной жидкости в однородном вертикальном магнитном поле. Построены экспериментальные и теоретические графики зависимости положения сферического тела от времени. Движение исследовалось при различных значениях магнитного поля и объема магнитной жидкости.

Кроме того, проведены эксперименты по исследованию движения сферического тела из анизотропного НЭ в неоднородном магнитном поле электромагнитной катушки. Обнаружено перемещение тела в направлении, перпендикулярном оси катушки, что подтверждает наличие теоретически предсказанной «боковой» силы, действующей на сферическое анизотропное тело в неоднородном магнитном поле. Движение тела изучено также теоретически при различных параметрах задачи.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 20-71-10002).

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЧЕЛЮСТИ ПОД СЪЕМНЫМ ПРОТЕЗОМ

М.В. Джалалова

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Для изучения напряженно-деформированного состояния зубочелюстного сегмента (ЗЧС) с комбинированными конструкциями – съемных частичных протезов у пациента с двусторонними концевыми дефектами зубного ряда нижней челюсти – разработана компьютерная модель зуба со всей его сложной внутренней структурой и окружающими тканями. Компьютерная модель представляет собой два премоляра, съемный протез с замковым креплением, периодонтальные щели, десну и челюстную кость. Исследование проведено методом конечных элементов с использованием программного комплекса ANSYS.

Рассмотрены два варианта: норма и патология челюстной кости, «просевшей» под протезом на 1/4 от длины корня зуба. На окклюзионную поверхность зубов задавались максимально допустимые нагрузки, действующие вдоль вертикальной оси, а также под углом 30° от вертикали.

Изучено распределение значений напряжений по Мизесу в периодонтальных щелях. Известно, что при нагрузках происходит растяжение и восстановление связок периодонта, при этом его ткани деформируются линейно, но если предел пропорциональности превышается, то происходит разрыв волокон. Именно периодонтальные волокна являются главным амортизирующим фактором – при функциональных нагрузках зубы практически всегда находятся в упругофиксированном состоянии и никогда не касаются стенок альвеолы. Полученные в работе значения напряжений в периодонтальных щелях для данной конструкции располагаются в безопасном интервале, что хорошо согласуется с другими экспериментальными работами.

Максимальные значения перемещений и сдвиговых деформаций ЗЧС с нагрузками под углом оказались примерно в 4 раза больше аналогичных величин при вертикальных нагрузках. Так, если максимальное значение перемещения составило 0,096 мм, то при нагрузке под углом это значение увеличилось в 4 раза – 0,404 мм. Значения напряжений по Мизесу при нагрузках под углом практически во всех тканях не сильно отличаются

от подобных значений при вертикальных нагрузках. Аналогичные исследования проведены при патологии челюстной кости, «просевшей» под протезом на 1/4 от длины корня зуба.

Выявлены области концентраций напряжений – наибольшие значения напряжений находятся в объеме модели, состоящей из металла, причем максимум приходится на небольшую область на стыке второго премоляра с замковым креплением.

Численные значения деформаций и напряжений для зубочелюстного сегмента в норме находятся в пределах допустимых на практике значений (даже при действии нагрузки под углом). Что же касается патологии, то по полученным результатам можно дать рекомендации к использованию таких комбинированных конструкций, но с ограничением действующих нагрузок на опорные зубы и замковый протез, особенно под углом к вертикальной оси.

СОГЛАСОВАННЫЕ РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ

Г.В. Долголева

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В последнее время все чаще рассматриваются разностные схемы, согласованные с дифференциальными уравнениями, которые они аппроксимируют. В газодинамике такие схемы назвали полностью консервативными. В данной работе рассматриваются согласованные схемы для уравнений Фокера – Планка. Этими уравнениями описываются многие процессы в физике и механике. В данной работе она используется для описания изменения спектральной плотности излучения и энергии вещества в результате спектрального комптоновского рассеяния, что зачастую необходимо для задач управляемого термоядерного синтеза.

Приводится математическое обоснование разностной схемы, численный метод ее решения и численная проверка схемы на результатах опубликованной задачи. Построена абсолютно устойчивая разностная схема, которая передает свойства решений, которыми обладает аппроксимируемое дифференциальное уравнение. Эта схема будет полезна не только в задачах управляемого термоядерного синтеза, но и в задачах физики и механики, в которых применяются уравнения Фокера – Планка.

ТАНГЕНЦАЛЬНЫЙ УДАР В ДИНАМИКЕ КОЛЕСНОГО ИНЕРЦИОИДА

М.З. Досаев, П.К. Махмудов, В.А. Самсонов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Задача о движении механической системы за счет перемещений внутренних масс представляет научный интерес, так как результаты работы в данной области могут найти применение в робототехнике и медицине. Подобные системы могут в том числе перемещать отдельные звенья, скользить или катиться по поверхности.

В данной работе рассматривается движение тележки, катящейся по горизонтальной абсолютно шероховатой плоскости. На корпусе тележки закреплена направляющая, по которой двигается ползунок. Управление движением ползунка осуществляется посредством задания его ускорения относительно корпуса. Приводится алгоритм

циклического относительного движения внутренней массы, приводящий к перемещению тележки.

Параметры тележки и алгоритм управления подобраны таким образом, чтобы максимизировать перемещение корпуса за один цикл. Обеспечено перемещение корпуса за цикл на расстояние большее, чем 1/20 длины корпуса.

СКОЛЬЖЕНИЕ ТЕЛА НА УПРУГИХ ОПОРАХ ПО ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ

М.З. Досаев, В.А. Самсонов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Сухое трение между элементами механизмов остается важным аспектом теоретических и прикладных проблем машиностроения. При математическом моделировании для преодоления парадоксов, связанных с применением закона Кулона при описании трения между элементами механизмов, необходимо учитывать гибкость этих элементов. Рассматривается проблема скольжения тяжелого тела с двумя упругими опорами по горизонтальной шероховатой плоскости. Опоры представляют собой безмассовые стержни, которые одним своим концом опираются на плоскость. Другим концом стержни соединены с корпусом с помощью упругих пружин с демпфированием. Показано, что при абсолютно жестком креплении направляющих для опор невозможно уравновесить тело при любом типе асимметрии задачи. Трение скольжения описывается с использованием закона Кулона. Найдено несколько различных типов движения: скольжение опор в одном направлении, скольжение опор в противоположных направлениях, скольжение одной ноги (вращение вокруг фиксированной точки).

ПОВЕДЕНИЕ КВАЗИТВЕРДОГО ЯДРА В НЕСТАЦИОНАРНОМ ПОТОКЕ БИНГАМОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В ТРУБЕ

Ю.А. Дроздова [1], *М.Э. Эглит* [2], *А.Е. Якубенко* [3]

[1]ФГАОУ ВО «РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина», Москва;
[2]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[3]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Численно исследовано ламинарное пульсирующее течение бингамовской жидкости в круглой трубе. Добавление синусоидальных пульсирующих колебаний к постоянному градиенту давления приводит к увеличению среднего по времени расхода потока. Это связано с тем, что эффективный коэффициент вязкости, определяемый как отношение сдвигового напряжения к скорости сдвига, уменьшается при увеличении сдвигового напряжения, будучи бесконечно большим при напряжениях, меньших предела текучести. Степень увеличения расхода возрастает при (1) увеличении амплитуды пульсаций градиента давления, (2) уменьшении частоты пульсаций и (3) уменьшении среднего градиента давления. В пульсирующем потоке бингамовской жидкости существует квазитвердое ядро, в котором жидкость движется без деформирования. Толщина этого ядра также пульсирует. При этом, в то время как в стационарных условиях при малом перепаде давления жидкость не движется, в пульсирующем режиме за счет влияния

ускорения поток продолжает двигаться и в те интервалы времени, когда величина перепада давления мала.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО УПРУГОГО ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ РЕЗИНОКОРДНОГО СЛОЯ

Ду Икунь, С.В. Шешенин

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В ряде нагружений пневматической шины возможно возникновение деформаций около 15–20 %. Поэтому представляют интерес физически и геометрически нелинейные модели резинокордных слоев адекватные экспериментальным данным при указанной величине деформаций. Ранее авторами предложено несколько типов упругого потенциала. В данной работе представлена схема вычисления материальных параметров этих потенциалов с помощью решения локальных задач в соответствии с методологией метода осреднения. При формулировке локальных задач для неоднородного слоя предлагается и обосновывается обобщение классического определения эффективных свойств.

Для осреднения физически нелинейного неоднородного слоя используется феноменологический подход, в котором неоднородный материал заменяется эквивалентным однородным анизотропным гиперупругим эффективным материалом. Идея заключается в использовании упругих потенциалов, выраженных через инварианты, соответствующего типа анизотропии. Использование квадратичного потенциала при отмеченных выше деформациях не соответствует экспериментальным измерениям.

Описаны проведенные численные расчеты на ячейке периодичности резинокорда, которые позволяют полностью определить материальные параметры потенциала при использовании модели трансверсальной изотропии.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 15-01-05887).

МОДЕЛИ НЕРАВНОВЕСНЫХ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ХИМИЧЕСКИ РЕАГИРУЮЩИХ МНОГОФАЗНЫХ СРЕДАХ: УСТАНОВЛЕНИЕ ДЕТОНАЦИОННЫХ РЕЖИМОВ

В.Р. Душин, В.Ф. Никитин, Н.Н. Смирнов, В.В. Тюренкова

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Актуальность фундаментального исследования определяется необходимостью решения двух проблем противоположной направленности.

1. Проблема взрывобезопасности, которая заключается в организации эффективных превентивных мер, направленных на достижение двух целей: предотвращения перехода горения в детонацию в случае воспламенения горючей смеси, а также подавления детонационной волны в случае ее возникновения. Знание методов управления этими переходными процессами необходимо при оценке воздействия на окружающую среду разрушения резервуаров с горючими компонентами и последующим воспламенением топливо-воздушной смеси и развитием взрыва.

2. Применение детонационного режима сжигания топливо-воздушных смесей может быть более эффективным для разработки двигателей нового поколения. Качественный скачок в развитии двигателестроения может быть достигнут путем

разработки и внедрения принципиально новых типов двигателей. Перспективные направления исследований для создания новых типов двигателей – это использование быстрых режимов горения, а именно детонации; преимущество данного режима заключается в значительной экономии горючего вследствие более высокой термодинамической эффективности детонационного горения и низкого выхода вредных веществ. Высокая термодинамическая эффективность процесса детонации Чепмена – Жуге по сравнению с другими модами распространения пламени определяется тем, что энтропия продуктов сгорания в точке Чепмена – Жуге имеет минимум на кривой Гюгонио. Уменьшение эмиссии CO также характерно для детонационного режима сгорания углеводородов. Детонационные камеры сгорания также отличаются высокой скоростью преобразования химической энергии (в волне детонации массовая скорость сгорания в тысячи раз больше, чем в волне дефлаграции), что ведет к повышению мощности двигателя.

Поскольку большинство горючих смесей являются многофазными, в которых горючее и окислитель находятся в разных фазах и предварительно не перемешаны, возрастает роль предсказательного вычислительного моделирования и управления процессами установления детонации в неоднородных многофазных химически реагирующих средах с учетом процессов турбулентного перемешивания. Произведена разработка физико-математической модели для описания неравновесных волновых процессов, протекающих в многофазных химически реагирующих системах с экзотермическими реакциями. Модель должна учитывать возможность присутствия различных химических компонентов в каждой из фаз. Осуществлено создание алгоритмической вычислительной модели решения определяющей системы дифференциальных уравнений для каждой из фаз с учетом сцепления моделей при описании межфазных взаимодействий. Реализовано составление вычислительного кода на основании выбранного алгоритма распараллеливания вычислений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-03-00297).

О ДОМИНИРУЮЩЕМ ВКЛАДЕ СИЛЫ ПРИСОЕДИНЕННЫХ МАСС В ФОРМИРОВАНИЕ ПРОПУЛЬСИВНОЙ СИЛЫ МАШУЩЕГО ПРОФИЛЯ

Я.А. Дынников, Г.Я. Дынникова, Т.В. Малахова, Д.А. Сыроватский

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Отточенные природой механизмы плавания и полета живых существ привлекают внимание исследователей, так как полученные знания могут быть использованы при конструировании летательных аппаратов и миниатюрных роботов, имитирующих эти существа. В литературе имеется большое количество работ, посвященных данной теме. Среди них как экспериментальные, так и теоретические исследования, основанные на аналитических оценках и на численном решении задач методами CFD. В работах последних лет, благодаря развитию численных методов, а также методов визуализации течений, большое внимание уделяется изучению вихревых структур, создаваемых машущими крыльями, и их влиянию на формирование пропульсивной силы. В частности, показано, что в следе за машущим профилем формируется реверсивная дорожка Кармана, играющая роль реактивной струи, что в свою очередь приводит к возникновению пропульсивной силы. Однако механизм образования такого следа не обсуждается. В данной работе показано, что причиной формирования реверсивной вихревой дорожки является сила, связанная с ускорением профиля – так называемая сила присоединенных масс. Необходимость учета этой силы отмечалась ранее в теоретических исследованиях,

выполненных в рамках модели потенциальных течений вокруг тонких машущих пластин. Благодаря недавно доказанной теореме о присоединенных массах в вязкой жидкости, появилась возможность исследовать роль силы присоединенных масс в формировании тяги машущего профиля в вязкой жидкости. Рассматриваются гармонические угловые колебания в набегающем потоке вязкой несжимаемой жидкости симметричного профиля. Ось вращения находится вблизи передней кромки. Течение описывается уравнениями Навье – Стокса, с граничными условиями прилипания на поверхности профиля. Решение уравнений осуществляется бессеточным методом вязких вихревых доменов (ВВД). Согласно теореме о присоединенной массе в вязкой несжимаемой жидкости, вектор сил и моментов, действующих на тело, движущееся с ускорением, может быть представлен в виде суммы двух векторов, один из которых (Fst) зависит только от распределения завихренности в пространстве течения и мгновенной скорости движения тела, но не зависит от ускорения, второй (Fad) равен произведению тензора присоединенных масс на вектор ускорений. При этом тензор присоединенных масс не зависит от вязкости, т. е. является таким же, как и для потенциальных течений. Вычисляя тензор присоединенных масс профиля по известным формулам и умножая его на вектор ускорений, мы получаем силу Fad и ее проекцию на направление набегающего потока – пропульсивную силу. Разность между гидродинамической силой, полученной в результате численного решения задачи методом ВВД, и силой Fad равна Fst. Результаты расчетов показали, что проекция силы Fst на направление набегающего потока принимает как положительные, так и отрицательные значения на периоде, при этом ее осредненное значение мало по сравнению с осредненным значением Fad и может быть направлено как в направлении потока (при малых частотах), так и навстречу потоку, тогда как проекция силы Fad на всем периоде направлена навстречу потоку и ее вклад в пропульсивную силу оказывается доминирующим. В работе дано объяснение действия этих сил и механизма образовании реверсивной вихревой дорожки.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 18-71-00133).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КОСМИЧЕСКИХ ТРОСОВЫХ СИСТЕМ

П.А. Дьяков, А.А. Малашин

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В настоящее время существенно повышается интерес к теоретическим исследованиям и экспериментам по применению тросовых систем в условиях космоса. Это связано с тем, что подобные системы – эффективный способ совершения орбитальных маневров, перемещения полезной нагрузки без топливных затрат. Кроме того, подобные системы могут применяться для удаления нежелательных объектов с используемых орбит или космических аппаратов (элементов космического мусора, устаревших космических аппаратов, отработанных частей систем и др.). В данной работе рассматриваются проблемы волновых и колебательных движений, возникающих при сложном совместном взаимодействии частей системы, что приводит к возникновению в тросе продольно-поперечных колебаний, оказывающих существенное влияние на динамику системы. Сама система состоит из «большого» спутника (спутник-ловушка), двух оконечных масс и кевларового троса, натянутого между ними. Длина троса составляет 30 км. Система стабилизирована вдоль местной вертикали в направлении от «большого» спутника к Земле, другая часть – по направлению к более высокой орбите (орбите захоронения). Маленький груз (контейнер с пойманным мусором) двигается по тросам от «большого» спутника к оконечным массам.

Процесс функционирования системы на орбите условно можно разделить на три стадии: развертывание, перемещение грузов по натянутому тросу системы, сброс груза на новой орбите. Каждый этап необходимо рассматривать отдельно, с учетом особенностей динамики системы, связанных со сложным совместным движением груза, оконечных масс и тросов. Динамика тросов описывается уравнениями в частных производных. Это позволяет учесть влияние возникающих волновых процессов, что особенно важно на стадии торможения и на стадии критических интенсивных нагрузок.

На стадии развертывания системы – размотки троса с размещенной на его конце массой – особое внимание нужно уделить поиску граничных условий управления процессом размотки, при которых движение груза стабилизируется вдоль некоторой рассчитанной траектории, при этом подавляются колебания троса как в поперечном, так и в продольном направлении. Как показал анализ, при отсутствии контроля над скоростью размотки и деформациями в тросе, возникающие нежелательные продольно-поперечные колебания троса могут привести к сильному сносу оконечной массы от расчетной траектории и последующей потере управления всего процесса размотки. Поиск аналитического решения для условий асимптотической стабилизации системы проводился с помощью функции Ляпунова. Теоретически полученные результаты были подтверждены численными расчетами.

На стадии перемещения нагрузки по натянутому тросу системы был проведен безразмерный анализ системы уравнений динамики системы. С помощью асимптотических методов было получено, что в случае, когда скорость перемещения груза много меньше скорости поперечной волны в тросе, в первом приближении части троса можно считать отрезками прямой. Все отклонения и деформации в тросе, вызванные динамическими процессами, являются величинами второго порядка малости. Можно показать, что процесс перемещения существенно зависит от параметров системы – начальной скорости груза и отношения массы груза и оконечной массы. При выполнении определенных соотношений на эти параметры перемещение груза может быть осуществлено без дополнительного контроля и воздействия извне.

Отдельный анализ был проведен для стадии торможения перемещаемого груза вблизи оконечной массы и распространения волн в тросе после торможения груза. Было показано, что динамические процессы в тросе на этих стадиях также зависят от выбора параметров системы – отношения массы груза и оконечной массы, начальной скорости груза.

Таким образом, в данной работе была рассмотрена динамика тросовой системы на околоземной орбите, предназначенной для перемещения полезной нагрузки между орбитами на всех этапах ее функционирования. Аналитически изучены волновые процессы, происходящие в тросах системы, предложен ряд инженерных решений, позволяющих обеспечить автономную работу системы на орбите. Проведено численное моделирование работы системы, подтверждающее теоретические выводы.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 18-11-00225).

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЛАКСАЦИИ СДВИГОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ КРАЕВЫХ ДИСЛОКАЦИЙ

В.А. Емельянов [1], *И.А. Брюханов* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе исследована динамика краевых дислокаций при релаксации сдвигового напряжения. Для каждой отдельной дислокации в системе решалось уравнений Ньютона

при действии на нее сил вязкого трения и сил, связанных с внешним упругим полем напряжения и напряжениями от остальных дислокаций в системе. Инерцией дислокаций пренебрегалось. Интегрирование уравнений Ньютона осуществлялось численным методом Рунге – Кутты четвертого порядка. Использовались периодические граничные условия по двум направлениям в плоскости.

Показано, что когда в системе большое количество пар дислокаций расположено на соседних линиях скольжения, то на зависимости скорости пластической деформации от напряжения появляются «полочки», которые обуславливают скачкообразное изменение скорости пластической деформации с напряжения в системе. Напряжение, до которого релаксирует система с взаимодействующими дислокациями отлично от нуля. Это связано с тем, что при релаксации дислокации объединяются в дислокационные структуры, в которых дислокации могут двигаться начинать движение только определенном внешнем напряжении, близким к пределу текучести. Установлено, что при учете взаимодействия между дислокациями релаксация напряжения проходит более быстро, чем в случае невзаимодействующих дислокаций.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-71-00080).

ПОДАВЛЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НЕРАВНОМЕРНЫМ ВО ВРЕМЕНИ ВРАЩЕНИЕМ

Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Экспериментально изучены возможности подавления турбулентности в сферическом течении Куэтта. Рассматривается случай, когда исходные турбулентные течения формируются при встречном вращении сферических границ с постоянными скоростями. Исследуется восприимчивость таких турбулентных течений к воздействию периодической модуляции скорости вращения внешней сферы относительно постоянного среднего значения. По результатам измерений скорости течения лазерным анемометром установлено, что с повышением амплитуды модуляции скорости вращения внешней сферы наблюдается разрушение турбулентности и переход к ламинарному режиму течения. Обратный процесс – восстановление турбулентности – возможен при снижении амплитуды. Сопоставление сигналов скорости течения и скорости вращения внешней сферы позволило установить, что разрушение турбулентности происходит в моменты времени вблизи минимума скорости вращения внешней сферы, когда уровень надкритичности выше, чем при стационарном вращении. Восстановление турбулентности при снижении амплитуды модуляции происходит в моменты времени, близкие к максимуму скорости внешней сферы, при меньшей надкритичности по сравнению со стационарным вращением. Разрушение турбулентности и ее восстановление сопровождаются гистерезисом. Установлено, что турбулентность наиболее восприимчива к возмущениям, частота которых соответствует частоте прохождения одного вихря в предшествующем турбулентности периодическом течении – в этом случае разрушение турбулентности происходит при минимальной амплитуде модуляции.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проекты № 18-08-00074; 19-05-00028).

УПРАВЛЕНИЕ ДЕТОНАЦИЕЙ В ВОДОРОДНО-ВОЗДУШНОЙ СМЕСИ В КАНАЛАХ С БАРЬЕРАМИ ПРИ ПОМОЩИ ЧАСТИЧНОЙ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ДИССОЦИАЦИИ КОМПОНЕНТ

Т.А. Журавская [1], *В.А. Левин* [1,2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2] ФГБУН Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток

Используя детальный кинетический механизм химического взаимодействия, численно исследовано влияние предварительной подготовки стехиометрической водородно-воздушной смеси (разложения части молекулярного водорода и кислорода на атомарные газы) на характеристики волны детонации с целью управления детонационным горением в плоских каналах с препятствиями (барьерами).

В результате численного моделирования обнаружено, что начальная диссоциация части горючего и окислителя приводит к существенному уменьшению размера детонационной ячейки при незначительном увеличении скорости распространения самоподдерживающейся волны.

Установленные особенности детонационного горения новой смеси, получаемой в результате предварительного частичного разложения, позволяют использовать подготовку для управления детонацией в каналах как с одиночным препятствием, так и с областью барьеров. Подобная область может рассматриваться как простая модель вставки с пористым покрытием на внутренней поверхности канала (например, покрытой стальной ватой). Получено, что как для одиночного препятствия, так и для области барьеров критическая высота (препятствия, высота которых превышает критическую, гасят детонационное горение) в случае подготовленной смеси существенно больше, чем в случае неподготовленной при прочих постоянных параметрах. Это дает возможность использовать предварительную диссоциацию части молекулярного водорода и кислорода для предотвращения гашения детонационного горения в плоских каналах с подобными вставками. Кроме того, обнаружено, что получаемая в результате подготовки смесь отличается от начальной водородно-воздушной смеси качественно иным характером реинициирования детонации после взаимодействия с препятствиями, соответствующим смесям с регулярной ячеистой детонационной структурой.

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ (тема АААА-А19-119012990113-1) с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00883).

КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ПОВРЕЖДЕННОСТИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ РОСТА ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНЫ В РЕОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

А.П. Забеднов, К.А. Хвостунков

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Целью данной работы является получение кинетического уравнения поврежденности в условиях установившейся ползучести осредненного для произвольно ориентированных трещин.

Было определено выражение для расчета скорости роста трещины для наклонной трещины в условиях установившейся ползучести по закону Нортона. Для этого случая предпочтительнее оказалось соотношение через коэффициент интенсивности. Из-за необходимости учитывания двух коэффициентов интенсивности, был рассмотрен пластический коэффициент интенсивности. Он наиболее оптимальным образом подходит для описания смешанных форм нагружения. С помощью этого выражения была рассчитана скорость изменения площади поврежденного материала, которая определялась как суммарная площадь зон разгрузки вокруг трещин. Сами зоны разгрузки были определены как окружности, диаметром для каждой из которых являлась трещина.

В итоге, после определения скалярного параметра поврежденности, было получено кинетическое уравнение поврежденности. К сожалению, проверить правильность той или иной модели поврежденности невозможно. Можно только сказать, насколько хорошо модель приближает некоторый набор экспериментальных данных. Конкретный вид функции выбирается исключительно из соображений наилучшего описания конкретных экспериментальных данных при помощи набора определяющих параметров: нагрузки, температуры, параметра повреждаемости, деформации ползучести и т. п.

Однако полученное кинетическое уравнение учитывает показатель степени закона установившейся ползучести, предел текучести и влияние обоих коэффициентов интенсивности для смешанных форм нагружения, что дает почву для дальнейшего подробного изучения вопроса влияния скорости роста наклонной трещины на накопление поврежденности, так как именно такой вид трещин наиболее распространен в реальных эксплуатируемых образцах.

МЕТОД ОЦЕНКИ РЕУРСА ЛОПАТОЧНОГО АППАРАТА ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ АСИММЕТРИЧНОМ НАГРУЖЕНИИ

Э.Б. Завойчинская, С.Д. Соколов

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В докладе предлагается метод оценки ресурса охлаждаемых лопаток газотурбинных двигателей по хрупкому разрушению при нагружении центробежными и аэродинамическими силами, учитывающий их вынужденные резонансные колебания. Рассматриваются осевые одночастотные нагружения лопаток с несимметричным циклом. При заданных параметрах: геометрии лопаток и диска, числе лопаток, частоте вращения диска и характеристиках потока газа – определяется постоянная составляющая осевого напряжения и область ее наибольших значений. Рассматривая разные прогибы лопатки, из решения задачи изгиба консольной балки, жестко закрепленной в обод диска, без связей, определяются амплитуды колебаний. Находится асимметрия соответствующих циклов нагружения. Метод основывается на теории масштабно-структурного разрушения материала, согласно которой стохастический процесс усталостного разрушения рассматривается на шести масштабно-структурных уровнях, отвечающих разным стадиям эволюции материала по различным физическим механизмам, для которых определяется иерархическая система соотношений для вероятности разрушения. Проводится идентификация базовых констант в областях многоцикловой и гигацикловой усталости. Строятся кривые усталости по уровням дефектности. Метод расчета подтверждается сравнением полученных теоретических результатов с известными данными эксплуатации и фрактографических исследований поврежденных турбинных лопаток из алюминиевых сплавов и компрессорной лопатки из никелевого сплава.

Для сплава ВД17 построены кривые усталости по четырем уровням дефектности при симметричном нагружении в области гигацикловой усталости при $N \in \left[2*10^7, 2*10^{12}\right]$ циклов. В результате анализа известных данных по усталости лопаток получено, что в разрушенных лопатках при наработке около 18 000 ч имела место концентрация напряжений с эффективным коэффициентом концентрации, в среднем равным $K = 4,7$, возникшая, вероятно, из-за резонансных колебаний. Найдены амплитуды напряжений, при которых возможно образование микротрещин и коротких трещин, и предельная амплитуда напряжений при макроразрушении лопаток при наработке до 50 000 ч.

Проведен расчет лопатки турбокомпрессора из никелевого сплава ЖС6К по известным данным. Определены области развития дефектов пяти уровней в диапазоне по числу $N \in \left[2*10^3, 2*10^{10}\right]$ циклов при симметричном нагружении и с асимметрией цикла. Получено, что при прогибе $w = 1,7$ мм в лопатках возможно зарождение дефектов четвертого уровня (коротких трещин). При прогибе $w = 2,5$ мм и числе циклов, в среднем, $N = 5*10^9$ циклов возможно макроразрушение по коротким трещинам. По модели установлено, что при наработке 370–1670 ч ($N \in (0,53 - 2,4)*10^{10}$ циклов) возможно макроразрушение в интервале предельных амплитуд $\sigma_f \in [155, 165]$ МПа. Из проведенных расчетов следует, что в разрушенных лопатках, с большой вероятностью, возникли резонансные колебания с амплитудой, в 3,3 раза превышающей номинальную расчетную амплитуду вынужденных колебаний.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ГРУППЫ ГЕТЕРОГЕННЫХ ХРАНИЛИЩ С ЕДИНЫМ ЦЕНТРОМ

М.А. Занчурин, А.А. Коршунов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Достаточно часто встречаются ситуации, когда различные организации осуществляют обработку однотипной информации. Однотипными будем называть данные, которые описывает одну и ту же предметную область и имеет одинаковую структуру, возможно, с незначительными отличиями. Одним из характерных примеров такой информации являются наукометрические сведения.

Кроме одинаковой структуры, однотипные данные имеют общие компоненты, например единые справочники. В случае наукометрических данных примером такого справочника является список журналов, в которых публикуются статьи. Для обработки (сбора, хранения, анализа) однотипных данных используются типовые подходы, модели, алгоритмы и инструментальные средства.

Особенностью наукометрических данных является возможное наличие у объектов (документов) разных «владельцев». Таким примером может служить публикация, где соавторами выступают сотрудники разных организаций. Под «владельцами» будем понимать организации или отдельных персоналиев, которые обеспечивают обработку информации.

На этапе сбора информации владелец обеспечивает ее верификацию. Уровень и достоверность такой верификации могут быть различным в зависимости от механизмов, которые использует владелец.

Владельцы обрабатывают собираемую информацию для решения своих управленческих задач (некоторого класса), включая подготовку различных форм

отчетности, в том числе, в агрегированном виде. Сформированная отчетность может передаваться во внешние организации (обязательная отчетность, статистические сведения, раскрытие информации, добровольная публикация и т.п.).

Собираемая информация может представлять интерес для широкого круга внешних по отношению к владельцу персон (субъектов). Также у владельца могут быть обязательства по предоставлению публичного доступа к собираемой информации.

При реализации процедур сбора и обработки информации, относящейся к одной предметной области, возникает ряд типовых задач, примеры которых приведены далее.

- Создание методических основ (методик) сбора информации.
- Вовлечение сотрудников в процесс сбора информации.
- Поддержка справочников (классификаторов) в актуальном состоянии.
- Реализация механизмов верификации собираемой информации.
- Формирование отчетности.

Для решения, в частности, указанных задач в Московском университете используется информационно-аналитическая система (ИАС) «ИСТИНА». Однако существенным недостатком ИАС «ИСТИНА» является сервисно-ориентированный характер ее функционирования. Для владельца данных это выражается в отсутствии у него полного контроля над принадлежащей ему информацией.

Возможен вариант использования владельцем локальной версии системы. В этом случае возникают сложности, связанные с поддержкой в актуальном состоянии ключевых справочников системы. Также невозможно обеспечить целостность данных, например сведения об одной и той же статье могут быть внесены несколько раз в разные локальные версии системы. Данный подход не позволяет обеспечить функционирование единой интегрированной системы.

Решением указанных проблем может быть создание системы гетерогенных хранилищ, объединенных единым центром. Каждая из организаций использует собственное решение (или типовое отраслевое решение) для сбора, хранения и обработки данных, образуя набор гетерогенных хранилищ. При этом реализуется программный интерфейс для обмена информацией с центральным хранилищем.

На центральное хранилище возлагается решение ряда задач, основные из которых перечислены далее.

- Описание объектов (метаданных).
- Обеспечение однозначной идентификации объектов.
- Реализация программных интерфейсов для помещения, извлечения объектов в хранилище, изменение атрибутов объектов, включая работу со справочниками.
- Реализация механизмов разграничения доступа к объектам.
- Обеспечение истории изменения объектов.

Для реализации прототипа центрального хранилища предлагается использовать пакет Apache Chemistry OpenCMIS. Данный пакет поддерживает спецификацию Content Management Interoperability Services (CMIS) Version 1.1 консорциума OASIS. Эта спецификация определяет набор правил для создания модели предметной области и сервисов, обеспечивающих ее использование внешними системам. Как следствие, свободно-распространяемый пакет Apache Chemistry OpenCMIS предоставляет программные средства для формирования модели предметной области и основные функций для обмена данными в рамках указанной модели.

В докладе представлено описание подхода к формированию модели предметной области, описывающей наукометрические данные с применением пакета Apache Chemistry OpenCMIS. К обсуждению предлагаются набор требований и общая архитектурная схема построения группы гетерогенных хранилищ с единым центром.

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЦЕН АКЦИЙ

М.П. Заплетин, М. Аллахвердиев

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

На рубеже 1990-х гг. в риск-менеджменте произошла подлинная революция, связанная с появлением концепции «стоимость под риском» . В показателе VaR были впервые интегрированы стоимостное, вероятностное и временное «измерения» риска, что выгодно отличало его от традиционных мер риска. Показатель VaR прочно завоевал признание в финансовом мире не только как распространенный методологический стандарт для оценки рисков, но и как стандарт представления информации о совокупном риске банка в целом.

Стоимость под риском VaR – это абсолютный максимальный размер потерь, которые можно ожидать при владении финансовым инструментом в течение некоторого фиксированного периода времени в нормальных рыночных условиях при заданном уровне доверительной вероятности.

Главная цель любого инвестора – обеспечить максимальную доходность инвестиций. При реализации этой цели возникают как минимум две основные проблемы. Первая – в какие активы из имеющихся и в каких пропорциях вкладывать средства. Вторая проблема связана с тем обстоятельством, что на практике, как известно, более высокий уровень доходности предполагает и более высокий риск. Поэтому инвестор может выбрать актив с высокой доходностью и большим риском либо с гарантированной низкой доходностью. Две описанные проблемы выбора и составляют проблему формирования инвестиционного портфеля, решение которой дает теория портфеля.

Историческое моделирование основано на использовании статистических данных об изменении цен или доходностей активов, входящих в портфель, за предыдущие временные периоды. Метод Монте – Карло представляет собой метод моделирования значений случайной величины с помощью статических испытаний случайной величины. Испытания проводят на основе модели, характеризующей динамику случайной величины. Параметры модели оценивают на основе предыдущих статических данных. По результатам большого количества испытаний делают вывод о распределении случайной величины.

Портфельная модель Марковица представляет собой подход, основанный на анализе ожидаемых средних значений и вариаций случайных величин. Данная методика формирования портфелей направлена на оптимальный выбор активов для покупки с учетом установленного критерия риск и доходность.

Методы экспоненциального сглаживания наиболее эффективны при разработке среднесрочных прогнозов. Характерной чертой экспоненциальных методов прогнозирования является способность непрерывно учитывать эволюцию динамических характеристик изучаемых процессов, подстраиваться под эту эволюцию, придавая, в частности, тем больший вес и информативную ценность имеющимся наблюдениям, чем ближе они к текущему моменту.

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕКЛАМНОГО БЮДЖЕТА УЧЕБНОГО ЗАВЕДЕНИЯ ДЛЯ ПРИВЛЕЧЕНИЯ АБИТУРИЕНТОВ

М.П. Заплетин, М.Э. Ахметов

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Реклама – один из способов привлечь внимание клиента к продукту или услуге. Она помогает информировать клиентов о брендах, доступных на рынке, и о разнообразии

продуктов или услуг, полезных для них. Это делается с использованием различных видов рекламы: уличная реклама, реклама на транспорте, печатная реклама, радио реклама, телевизионная реклама, интернет-реклама. Реклама играет очень важную роль в современной эпохе конкуренции. Она способна помочь компаниям по-разному узнать впервые о компании и ее продукции, увеличить продажи конкретного продукта при грамотном использовании, скорректировать планы действий относительно конкурирующей компании и т. д. Современные компании осознают важность проведения рекламных кампаний, но не у всех она проводится эффективно. Поэтому оптимизация рекламного бюджета является важной задачей стоящей перед компанией. Наиболее эффективным способом рекламирования является метод всестороннего продвижения, который подразумевает рекламу на всех информационных источниках. Привлечение и удержание потенциального студента является важнейшим фактором, обеспечивающим успех деятельности образовательного учреждения.

Построена математическая модель бюджета предприятия. Вычислены относительные коэффициенты эффективности рекламного мероприятия. Для данных коэффициентов было найдено оптимальное решение дающее прирост почти в два раза. Также был разобран случай с большим рекламным бюджетом, который дает прирост в восемь раз относительно оптимального. Эффективными мероприятиями оказались поездки в школу и интернет-реклама. Эффективными временными промежутками оказались месяца: апрель – май, сентябрь – октябрь.

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРАТЕГИЙ ТОРГОВЛИ НА РЫНКЕ ОПЦИОНОВ АМЕРИКАНСКОГО ТИПА

М.П. Заплетин, Д.Е. Балахонов

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Участие в торгах на различных биржах является основным способом получить высокую доходность. Самым распространенным способом инвестирования является покупка актива с целью его продажи позже по более выгодной цене. Но при таком подходе всегда есть риск резкого падения актива, связанного с различными внешними обстоятельствами, которые трудно спрогнозировать заранее. Одним из способов хеджирования подобных рисков является покупка соответствующего деривативa на этот актив.

Таким инструментом, например, может являться опцион, который представляет собой контракт, за определенную плату дающий его владельцу право, но не обязательство, купить или продать подлежащий актив по заранее установленной цене в определенный момент в будущем или на протяжении определенного промежутка времени до наступления этого момента (в случае опциона американского типа).

Для принятия оптимального инвестиционного решения в рамках выбранной торговой стратегии была сформулирована задача оптимального управления в ее классической постановке. Целью было максимизировать стоимость портфеля из актива и опциона на него в конечный момент с учетом возможности исполнить контракт по страйк-цене. Решение данной задачи дает оптимальное распределение весов в портфеле во времени.

В задаче были использованы спрогнозированные значения соответствующих ценовых рядов. В рамках нахождения прогнозных значений были исследованы методы линейной авторегрессии и Бокса – Дженкинса. Последний метод был выбран в качестве основного, будучи более состоятельным при применении на изучаемой выборке.

Полученная модель была протестирована на реальных исторических данных, полученных с сайта московской биржи. В качестве среды для программной реализации был выбран язык Python.

АВТОРЕГРЕССИОННАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

М.П. Заплетин, А.М. Булкин

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

С каждым днем увеличивается число людей, заинтересованных прогнозированием на фондовом, валютном и других рынках. В 1952 г. Марковиц предложил математическую модель формирования инвестиционного портфеля. Но данная модель не учитывает динамику доходностей активов.

В классических портфельных теориях Марковица случайные параметры доходностей заменяются на ожидаемые оценки. То есть ожидаемая доходность портфеля ценных бумаг определяется как среднее значение распределения вероятностей. Таким образом, возможна потеря информации, которая необходима для достижения нашей цели. Целью является получение максимальной доходности портфеля.

В исследовании рассматривалось формирование оптимального портфеля, когда ценообразование доходностей активов подчиняется модели авторегрессии. Для построения оптимального портфеля средние значения заменялись на прогнозные. Далее решалась задача минимизации дисперсии при фиксированном математическом ожидании.

В задаче были использованы спрогнозированные значения доходностей. В рамках нахождения прогнозных значений был исследован метод векторной авторегрессии.

Полученный оптимальный портфель был составлен с помощью реальных исторических данных американских компаний. Также был проведен сравнительный анализ оптимального портфеля и портфеля Марковица. В качестве среды для программной реализации был выбран язык Python и C++.

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

М.П. Заплетин, Ю.А. Голикова

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе рассматривается портфель акций и одной облигации, стоимость акций задается стохастическим дифференциальным уравнением Блека – Шоулза. Динамика стоимости портфеля описывается стохастическим дифференциальным уравнением:

Случайный вектор будем назвать портфелем или стратегией инвестора.

Была поставлена следующая оптимизационная задача: Требуется найти такую стратегию, чтобы получить максимальную ожидаемую стоимость портфеля в конце периода инвестирования, при условии, что стоимость портфеля в конце периода будет меньше определенного уровня с вероятностью меньше, чем заданная.

В практических целях были изучены и реализованы следующие методы прогнозирования временных рядов цен акций: простое экспоненциальное сглаживание, экспоненциальное сглаживание Хольта с корректировкой тренда, метод Монте – Карло. Данные методы нужны, для реализации найденной оптимальной стратегии на практике и определения реальной выгоды данной стратегии от других возможных стратегий.

В работе ведутся поиски оптимальной стратегии инвестора на определенном промежутке времени. Решение этой задачи поможет на практике подобрать выгодную стратегию инвестирования. Данную задачу можно еще совершенствовать, чтобы находить лучшие стратегии инвестирования для получения большей прибыли, чтобы находить

взаимосвязи в параметрах задачи, которые помогут лучше прочувствовать изменения на рынке.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕЛЕТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА МЕЖДУ ОРБИТОЙ ИСЗ И СФЕРОЙ ДЕЙСТВИЯ ЛУНЫ

М.П. Заплетин, К.С. Горячих

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Задача формализуется как задача оптимального управления. Решение сводится к решению краевой задачи. Краевая задача решается численно, задачи Коши решаются методом Дормана – Принса с автоматическим выбором шага. Корень вектор-функции невязок находится методом продолжения по параметру: применяются конечно-разностные аппроксимации и используется метод дифференцирования, основанный на применении дуальных чисел, продолжая вещественнозначную функцию на дуальную плоскость.

Приводится решение оптимизационной задачи перелета космического аппарата между круговой орбитой ИСЗ и сферой действия Луны, формализованной как задача оптимального управления. Гравитационное поле Земли предполагается центральным ньютоновским. Оптимизируемый функционал – половина интеграла квадрата реактивного ускорения. Управление осуществляется величиной и направлением тяги идеально-регулируемого двигателя за фиксированное время. Применение принципа Лагранжа сводит первоначальную задачу к краевой, что может быть формализовано как уравнение на невязку, решение которого осуществляется численно: при помощи метода продолжения по параметру проблема сводится к задаче Коши. Численное дифференцирование используется для подсчета частных производных в якобиане правых частей задачи Коши, которая решается явным методом Дормана – Принса 8(7) с автоматическим выбором шага. Частные производные подсчитываются при помощи конечных разностей, а также с использованием техники численного дифференцирования, осуществляемого посредством продления вещественнозначной функции на дуальную плоскость. Производится анализ полученных траекторий при различных значениях параметров. Помимо этого, анализируются техники дифференцирования с их последующим сравнением как аналитическим путем, так и по результатам их фактической работы на конкретных данных.

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ НАЧАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ТРЕХИМПУЛЬСНОГО ПОДЛЕТА К ПЛАНЕТЕ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА МАКСИМУМА Л.С. ПОНТРЯГИНА

М.П. Заплетин [1,2], *И.С. Григорьев* [1], *А.С. Самохин* [1,2,3], *М.А. Самохина* [1,2,3]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Институт космических технологий ИА РУДН, Москва;
[3]ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва

Разработана методика решения краевой задачи принципа максимума для задач оптимизации трехимпульсного подлета к планете на основе метода стрельбы. Без хорошего начального приближения метод стрельбы не сходится, простым перебором подобрать удачное значение компонент вектора параметров пристрелки из многомерного

пространства их возможных значений не представляется возможным за разумное время для громоздких задач, в постановках которых учитывается гравитации нескольких притягивающих центров, эфемериды, непрерывная тяга.

В работе рассматривается построение начального приближения для решения краевой задачи принципа максимума, достаточного для сходимости метода Ньютона. Методика разрабатывается на основе актуальной задачи – оптимизации миссии к спутнику Марса Фобосу. В ближайшие годы такую миссию планируют независимо осуществить Российская Федерация и Япония.

Для подлета к Фобосу используется трехимпульсная схема. Вначале дается тормозной импульс по направлению скорости космического аппарата (КА) в перицентре подлетной траектории, затем на сфере Хилла дается импульс, необходимый для подъема перицентра орбиты и поворота до плоскости Фобоса, наконец, в последний момент времени, когда координаты КА и Фобоса совпадут, дается тормозной импульс по скорости, необходимый для выравнивая скорости КА со скоростью Фобоса. КА и Фобос представляют собой непритягивающие материальные точки. Поле притяжения Марса считается центральным ньютоновским.

Управление вблизи Марса осуществляется направлением и величиной трех импульсов, аппроксимирующих работу двигателей большой тяги. До пересечения КА сферы Хилла Марса управление осуществляется двигателями малой тяги.

Начальное приближение строится на основе решения комбинации задач Ламберта. Затем уточняется на основе принципа Лагранжа. Далее задача формализуется таким образом, что численные расчеты можно завершить в точке первого пересечения КА сферы Хилла Марса, дальнейшая траектория КА вычисляется аналитически. Такая формализация оказывается удачной для последующего добавления в задачу малой тяги путем постепенной замены на нее части импульса.

На основе разработанной методики удалось построить экстремали с учетом эфемерид. Для учета эфемерид был разработан программный комплекс, работающий с пакетом NASA SPICE. Было проведено параметрическое исследование полученных экстремалей. Результаты применимы также для полета к Деймосу, выхода на орбиты искусственного спутника Марса, а также при полетах к другим планетам.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ДОЛЕЙ РЫНКА

М.П. Заплетин, Д.М. Жексембин

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Одним из важных показателей эффективности бизнеса современной компании является доля рынка, т. е. процентное отношение продаж компании к общему объему продаж в заданном сегменте. Для диверсификации рисков и увеличения присутствия на рынке зачастую компании создают портфели из нескольких брендов. Действительно, это позволяет нивелировать эффект от негативных ассоциаций с каким-либо брендом (возникающих, например, в случае неудавшейся инновации) в силу раздельного позиционирования. Под брендом здесь подразумевается совокупность всех ассоциаций, связанных у потребителя с определенным товаром или услугой, влияющие на принятие решения о приобретении. Следовательно, портфель брендов определяется как совокупность всех брендов, принадлежащих данной компании. Они могут различаться по товарной категории, по ценовому сегменту, по целевой аудитории, по географическому рынку и т.д. Так, компания «L’Oreal Group» распространяет бренд «La Roche-Posay» через аптеки, а бренды «Lancˆome», «L’Oreal Paris» – в специализированных косметических

магазинах разных ценовых сегментов. Тот факт, что разные бренды могут прибегать к разным жизненным ценностям и качеству, может увеличить долю рынка, что оставляет меньше возможностей для роста конкурентов.

Представлен случай, когда портфель компании включает в себя два бренда. Исследована модель динамики долей рынка, которая основана на модели типа Лотки – Вольтерры. Сформулирована и математически формализована проблема эффективного управления рекламным бюджетом с целью максимизации суммарной прибыли. Данная проблема особенно актуальна при мультибрендовой стратегии. Рассмотрен случай, когда портфель состоит из двух брендов. Задача сводится к задаче оптимального управления, которая исследуется с помощью принципа максимума Понтрягина. Анализ случая особого управления, в силу громоздкости аналитических выражений, не был проведен до конца. В ходе работы был рассмотрен частный случай – брендовый портфель компании АО «Кселл». С помощью численных методов найдено оптимальное управление рекламным бюджетом: 1) в случае повышения доли рынка одного бренда при снижении доли рынка другого; 2) в случае стратегического сокращения присутствия на рынке обоих брендов. Результатом стала общая структура оптимального управления, найденное численное решение для конкретного примера – брендов Activ и Kcell компании АО «Кселл» и рекомендации по управлению расходами на рекламу.

ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА К АСТЕРОИДАМ

М.П. Заплетин [1], *Е.О. Кузнецова* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Институт космических технологий ИА РУДН, Москва;

Повышенный интерес к астероидам объясняется их опасностью для нашей планеты. Научным сообществом было признано наличие угрозы возможных столкновений Земли с астероидами, а такие происшествия могут привести к пагубным последствиям.

Для организации защиты от астероидов потребуются наиболее точные их физические описания и характеристики траекторий. Это смогут обеспечить космические аппараты (КА), направленные к астероидам с целью их изучения. Для этого нужно разработать наиболее выгодную траекторию полета одного КА к нескольким астероидам.

Астероиды лежат в трех областях солнечной системы. Большинство астероидов находится в обширном кольце между орбитами Марса и Юпитера. Этот основной пояс содержит более 200 астероидов диаметром более 60 миль (100 км). Ученые подсчитали, что пояс астероидов также содержит от 1,1 до 1,9 млн астероидов диаметром более 1 км и миллионы более мелких. Не все в главном поясе является астероидом – Цереру, которую раньше считали только астероидом, теперь также считают карликовой планетой. В последнее десятилетие ученые также определили класс объектов, известных как «астероиды главного пояса», – небольшие скалистые объекты с хвостами. В то время как некоторые из хвостов образуются, когда объекты врезаются в астероид или разрушаются астероиды, другие могут быть замаскированными кометами.

Многие астероиды лежат за пределами основного пояса. Троянские астероиды вращаются вокруг большой планеты в двух особых местах, известных как точки Лагранжа, где гравитационное притяжение Солнца и планеты сбалансировано. Трояны Юпитера являются самыми многочисленными, и их население почти такое же высокое, как и у основного пояса астероидов. Нептун, Марс и Земля также имеют троянские астероиды. Приземные астероиды (NEAs) кружатся ближе к Земле, чем Солнце. У аморских астероидов

есть близкие орбиты, которые приближаются, но не пересекают путь Земли, согласно НАСА. Астероиды Аполлона имеют орбиты, пересекающие Землю, но проводят большую часть своего времени вне пути планеты. Астероиды Атен также пересекают орбиту Земли, но проводят большую часть своего времени на орбите Земли. Астероиды Атиры – это околоземные астероиды, орбиты которых находятся внутри орбиты Земли. По данным Европейского космического агентства, примерно 10 000 известных астероидов являются NEA.

Целью данного исследования является построение оптимальных траекторий перелета КА к астероидам. Задача состоит в том, чтобы определить необходимые миссии для полетов. Объектом этого исследования являются схемы перелетов к астероидам. Изучены алгоритмы определения оптимальных параметров рассмотренных схем Земля – астероид.

На основании анализа траекторий полета КА разработаны научно-обоснованные оптимальные траектории полета к астероидам.

ОПТИМИЗАЦИЯ ОДНОСЕКТОРНОЙ ЭКОНОМИКИ С УЧЕТОМ ВНЕШНИХ ИНВЕСТИЦИЙ В МОДЕЛИ РАМСЕЯ

М.П. Заплетин, А.Б. Сагдатов

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В односекторной экономической модели процессы описываются больше всего в объединенном виде. В ней не предоставляются отдельные подразделения, секторы, отрасли. Односекторная экономическая модель – это экономико-математическая модель, хозяйство которое производит один продукт. Часть идет на увеличение основных фондов, часть – на потребление (в реальности такой единственный «продукт» существует – это деньги). При рассмотрении динамических моделей оптимального распределения ресурсов, в экономике естественным образом возникают проблемы оптимального управления. Чаще всего такие задачи соотносят с исследованием развитие экономического роста. Особую форму имеют задачи оптимального экономического роста максимальной функциональности. Представляется это в виде несобственного интеграла, который содержит коэффициент дисконтирования в экспоненте. В 1920-х гг., в рамках классического вариационного исчисления, английский математик Ф. Рамси исследовал экономическую модель, которая была близка к задаче оптимального управления подобного вида. Модель Рамсея оказала большое воздействие на создание новой идеи стабильного развития в экономике.

Задача решается численно. Определено, что строение управления детерминированной и стохастической задач совпадают и определяются моментами времени t_1 и t_2. При этом стохастическая составная часть влияет на момент времени t_2. На уменьшение среднего значения непроизводственного потребления влияет возрастание σ – коэффициента волатильности.

МОДЕРНИЗАЦИЯ МОДЕЛИ БЛЭКА-ШОЛЬЦА

М.П. Заплетин, А.Б. Сурукпаев

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В математических финансах «волатильность» как термин означает степень изменения ряда торговых цен в течение периода времени, измеряемого стандартным

отклонением логарифмических возвратов. Он описывает скорость и количество изменения или вариации. Следовательно, возникает его важность в оценке опциона и настройки хеджирования рисков. Функция волатильности может быть постоянной или непостоянной в зависимости от ситуации моделирования. Таким образом, классическая модель Блэка – Шольца среди своих предположений рассматривает параметр дрейфа и уровень волатильности как константы. Предположение о постоянной волатильности позволяет рассматривать модель как линейную для легкой разрешимости. В то же время волатильность на практике в отношении цены опциона непостоянная в большинстве случаев. Это привлекло внимание для исследования различных вариантов непостоянной волатильности, в частности как функции от времени.

На данный момент трудно делать выводы относительно содержательности данных модификаций, так как под этим подразумеваются более глубокие изучения процессов, которые происходят на финансовых рынках. Тем не менее, очевидно, что дальнейшее рассмотрение возникших проблем может привести к нахождению возможных решений.

Рассмотрены способы определения справедливой цены опциона при использовании различных моделей и предположений. Основной темой здесь была модель, которая описывалась уравнением типа Блэка – Шольца с переменной волатильностью. Уравнение имело вид уравнения в частных производных и решалось с помощью численных методов, которые были программно реализованы. Для уравнения Блэка – Шольца были рассмотрены важные модификации, связанные с конкретизацией переменной волатильности. Был проведен сравнительный численный анализ решения, а также влияния этих методов на результат. В определенных ситуациях уравнение носило монотонный характер. В работе было выявлено, что эти модели оказались не универсальными. Для каждой из них была предоставлена ситуация как показывающая ее сильные стороны, так и ситуация, в которой решение оказывалось ошибочным или нестабильным. Таким образом, каждую из этих моделей есть смысл изучить более подробно для корректировки, что и было сделано в данной работе на простейшем из них.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ МЕХАНОДИФФУЗИИ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО СПЛОШНОГО ЦИЛИНДРА С УЧЕТОМ РЕЛАКСАЦИИ ДИФФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Н.А. Зверев [1], *А.В. Земсков* [1,2]

[1]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В настоящей работе рассмотрена одномерная нестационарная задача механодиффузии, целью которой является исследование НДС (напряженно-деформированного состояния) сплошного однородного многокомпонентного бесконечного цилиндра, на поверхности которого равномерным образом заданы упругодиффузионные возмущения. Переход от бесконечным к конечным скоростям распространения диффузионных возмущений осуществляется с помощью введения определенного параметра – времени релаксации вышеуказанных возмущений, благодаря чему поставленная модельная задача еще на шаг приближается к реальности.

Математическая постановка задачи механодиффузии состоит из системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений в частных производных, среди которых N уравнений массопереноса и одно уравнение движения сплошного цилиндра, а замыкают данную постановку граничные и принятые нулевыми начальные условия. Температурные эффекты не учитываются. Для удобства решения введена безразмерная система величин.

Для решения поставленной задачи искомые функции, к которым можно отнести функцию механических перемещений цилиндра и функцию приращения концентрации, были разложены в ряды по функциям Бесселя, а само решение удобно было получить в интегральной форме. Для этого был использован метод функций Грина, входящих в интеграл Дюамеля. Для нахождения последних, с помощью интегрального преобразования Лапласа по времени, была решена вспомогательная краевая задача. Оригиналы функций Грина по Лапласу были найдены аналитически с помощью вычетов и таблиц операционного исчисления.

АЛГОРИТМЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ С ИССЛЕДОВАНИЕМ СИЛОВЫХ КРИТЕРИЕВ РОСТА ТРЕЩИН

А.В. Звягин, А.А. Лужин, А.А. Шамина

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Развитие процессов разрушения в упругом теле, ослабленном системой трещин и находящемся под действием нагрузки, начинается в местах концентрации напряжений по краям трещин. При дальнейшем приложении нагрузки эти области растут, что, приводит к разрушению. При этом в современном мире тяжело найти конструкцию или сооружение, не имеющее подобных дефектов, типа трещин, которые появляются в процессе эксплуатации или изначально содержатся в материале.

В данной работе предлагается эффективный алгоритм вычисления коэффициентов интенсивности напряжений в пространственных задачах механики трещин. Метод позволяет быстро сделать точный расчет (погрешность не более 1 %), а также исследовать зависимость от многих параметров. Решение строится при помощи численного метода граничных элементов. Разработан программный код языке C++.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-07-01111).

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ КОНСОЛЬНО-ЗАКРЕПЛЕННОЙ БАЛКИ БЕРНУЛЛИ – ЭЙЛЕРА ПОД ДЕЙСТВИЕМ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ НАГРУЗКИ

А.В. Земсков[1,2], *Д.В. Тарлаковский*[2,1], *Г.М. Файкин*[1]

[1]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе рассматривается задача, заключающаяся в определении напряженно-деформированного состояния с учетом массопереноса консольно-закрепленной балки Бернулли – Эйлера, под действием сосредоточенной силы, приложенной на свободном конце балки. Для математической постановки задачи используется модель упругой диффузии для многокомпонентных сред. Уравнения упругодиффузионных поперечных колебаний балки Бернулли – Эйлера получаются из общих уравнений механодиффузии для сплошных сред с помощью вариационного принципа Даламбера.

Решение задачи ищется с помощью метода эквивалентных граничных условий, который позволяет выразить решение задачи с произвольными граничными условиями через известное решение какой-либо задачи того же вида и с той же геометрией области.

Для этого рассматривается вспомогательная задача, решение которой находится с помощью преобразования Лапласа и разложения в тригонометрические ряды Фурье. Далее строятся соотношения, связывающие правые части граничных условий обоих задач. Эти соотношения записываются в виде интегральных уравнений Вольтерра 1-го рода. Ядрами интегральных операторов являются функции Грина вспомогательной задачи. Затем, полученная система уравнений решается численно с помощью квадратурных формул.

В итоге решение исходной задачи получается путем численного вычисления сверток функций Грина вспомогательной задачи с функциями, полученными в результате численного решения системы уравнений Вольтерра.

СРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ САНЕЙ ЧАПЛЫГИНА И ОМНИЭКИПАЖА

А.А. Зобова, Я.Э. Миньков

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

При изучении движения по инерции экипажа повышенной маневренности с тремя омниколесами (колеса установлены в вершинах равнобедренного треугольника, причем два колеса в его основании параллельны друг другу и оси симметрии треугольника, а третье – перпендикулярно им) было установлено, что условие устойчивости прямолинейных движений противоположно условию устойчивости прямолинейного движения классической модели неголономной механики – саней Чаплыгина. Если добавить вязкое трение в точках контакта параллельных колес (что моделирует трение в осях контактных роликов), то возникает класс систем, который включает как омниэкипаж (при нулевом значении коэффициента вязкости), так и сани Чаплыгина (при бесконечном значении коэффициента трения). Это позволяет сравнить динамику указанных моделей.

В работе установлены условия устойчивости прямолинейных движений при ненулевом коэффициенте вязкости. Показано, что при сколь угодно малом вязком трении прямолинейные движения теряют устойчивость. С помощью теории возмущений исследован механизм потери устойчивости в этом случае.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-01-00140).

РОМБОВИДНЫЕ КРЫЛЬЯ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

М.А. Зубин, Ф.А. Максимов, Н.А. Остапенко

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Представлены результаты численного исследования структуры ударного слоя около ромбовидного крыла при его обтекании со скольжением на режимах со сверхзвуковыми передними кромками.

В [1] при исследовании сверхзвукового несимметричного обтекания V-образного крыла с углом раскрытия большим 180º (ромбовидного крыла) были обнаружены разнообразные, ранее неизвестные структуры течения в ударном слое в зависимости от числа Маха, углов атаки и скольжения, обусловленные наличием точки излома поперечного контура крыла. В частности, на режимах с дозвуковым (поперечным) течением в окрестности центральной хорды крыла наблюдается срыв потока с наветренной

консоли с образованием вихря на подветренной консоли. При реализации в окрестности точки излома контура условий, допускающих существование центрированной волны разрежения, вихрь сдвигается вниз по потоку вдоль поверхности крыла, а перед ним образуется ударная волна. Для одной из последовательностей схем течения, имеющих место при умеренных числах Маха невозмущенного потока с ростом угла скольжения, характерно сближение точки растекания линии тока, замыкающей вихрь, и узла линий тока на поверхности подветренной консоли. После «слияния» указанных точки растекания и узла линий тока на подветренной консоли остается лишь точка стекания, в которую входят линии тока, идущие от передних кромок крыла, и вихревая особенность Ферри над ней.

Показана возможность использования для предсказания существования вихревых особенностей Ферри на подветренной консоли ромбовидного крыла с точкой излома контура критериев, предложенных в [2] для случая обтекания ромбовидного крыла со скругленным поперечным контуром, когда отсутствуют точки ветвления как на головной ударной волне, так и на скачке уплотнения, падающем на подветренную консоль.

Классифицированы особенности течения, возникающие на подветренной консоли крыла в широких диапазонах изменения числа Маха, параметров геометрии крыла и углов атаки и скольжения.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 18-01-00182).

Литература

1. *Максимов Ф.А., Остапенко Н.А.* V-образные крылья с углом раскрытия, большим π, при сверх- и гиперзвуковом обтекании // Докл. РАН. – 2016. – Т. 469. – № 6. – С. 680–685.
2. *Зубин М.А., Максимов Ф.А., Остапенко Н.А.* Критерии существования вихревых особенностей Ферри в сверхзвуковых конических течениях при отсутствии точек ветвления ударных волн // Докл. РАН. – 2019. – Т. 489. – № 6. – С. 576–580.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НОВОГО МЕТОДА ИДЕНТИФИКАЦИИ ВЕТРОВОЙ КОМФОРТНОСТИ ПЕШЕХОДНЫХ ЗОН В УСЛОВИЯХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГОРОДСКОЙ ЗАСТРОЙКИ

А.Ф. Зубков [1], *С.Н. Баранников* [1], *А.А. Брыков* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Москва

Городская среда характеризуется совокупностью природных, архитектурно-планировочных, экологических и других факторов, формирующих среду жизнедеятельности города на определенной территории и определяющих комфортность проживания на этой территории. Ветер является одним из ведущих климатических факторов; он оказывает наибольшее влияние на формирование микроклимата внешней среды. Схемы воздушного потока вокруг зданий в застроенных районах могут быть довольно сложными, особенно когда в непосредственной близости находятся несколько зданий. Воздушный поток на уровне земли должен тщательно оцениваться для обеспечения безопасности пешеходов.

Исследования ветра на уровне пешеходов выполняются в аэродинамической трубе на физической модели в подходящем масштабе. Измерения проводятся с использованием различных методов. К ним относятся: термоанемометрия, зонды Ирвина, лазерная

доплеровская анемометрия, анемометрия по изображениям частиц. Каждый из упомянутых методов основан на различных физических принципах и имеет как плюсы, так и минусы.

В представленной работе предлагается простой индикаторный метод исследования условий пешеходной комфортности на масштабной модели в аэродинамической трубе. Исследование скорости ветра, независимо от его направления в контролируемой точке на модели состоит из двух этапов. При подготовке (I этап) к проведению исследования приготавливаются индикаторы скорости, представляющие собой диск с нанесенным на него порошком (древесная мука, мелкая соль, кварцевый песок и пр.). Индикаторы размещаются в рабочей части тарировочной аэродинамической трубы, и выполняется их калибровка по скорости потока, при которой происходит эмиссия нанесенного на индикаторные диски порошка. Результаты фиксируются в таблице, а индикаторы переносятся на территорию масштабной модели строительного комплекса в аэродинамическую трубу. Индикаторы расставляются в контрольных токах (II этап), где, по мнению экспериментатора, следует контролировать условия пешеходной комфортности и на них наносят выбранный порошкообразный материал. Постепенно увеличивая скорость потока в трубе определяют момент уноса порошка с поверхности индикатора. Регистрируется скорость набегающего потока и номер контрольной точки, где произошло срабатывание индикатора. Далее скорость потока незначительно увеличивается для обнаружения следующих сработавших индикаторов. Процедура повторяется для иных направлений потока. Полученных данных достаточно для формирования карты превышений скорости ветра на исследуемой территории для планирования мер по обеспечению ветровой комфортности пешеходных зон.

Предложенный метод достаточно информативен, прост в реализации и легко повторяем на иных аэродинамических трубах. Информация о скорости потока в контрольных точках позволяет провести верификацию численных моделей расчета зон комфортности для исследуемого объекта.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ УПРУГОГО ЦИЛИНДРА ВБЛИЗИ ПЛАСТИНЫ И КРУГЛОГО ЦИЛИНДРА

О.О. Иванов, А.Б. Подопросветова

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Колебания, возникающие в поперечном потоке жидкости или газа за плохо обтекаемыми телами из-за периодического срыва вихрей, могут приводить к неприятным условиям эксплуатации различных конструкций, вплоть до их разрушения, но в то же время эти резонансные колебания можно использовать в малых устройствах, преобразующих энергию движения среды в электроэнергию, поэтому изучение этого явления имеет большую практическую значимость.

В данном исследовании рассматривается обтекание упругого цилиндра – резинового круглого шнура диаметром $D = 6$ мм, установленного в рабочей части аэродинамической трубы с поперечным сечением 500x300 мм. Скорости, на которых наблюдаются резонансные колебания, соответствуют 0,4–0,6 м/с.

В предварительных экспериментах с одиночным цилиндром получена максимальная относительная амплитуда колебаний $A/D \sim 0,29$ и качественное сходство с другими экспериментами, проведенными преимущественно на упругоподвешенных цилиндрах. Визуализация показала небольшую модификацию вихревой дорожки из-за осцилляции шнура. Следующие серии экспериментов проводились при поперечном относительно скорости потока расположении упругого шнура и: а) жесткого цилиндра такого же

диаметра; б) жесткой пластины, сонаправленной с потоком. Для тандема цилиндров найдено, что при зазоре, меньшем половины, колебания отсутствуют, а для 1–1,5 диаметров существует плато, где амплитуда колебаний приблизительно одинакова, затем оно резко переходит в зону отсутствия взаимного влияния цилиндров друг на друга.

В случае расположения цилиндра рядом с пластиной последняя имела длину 35 мм, толщину 2 мм, а концы скруглены по эллипсу с полуосями 3 и 1 мм. Было найдено, что амплитуда колебаний уменьшается при расположении цилиндра «над» пластиной. В непосредственной близости от задней кромки цилиндра и далее по потоку обнаружены зоны усиления колебаний амплитуды вплоть до 40 % по сравнению с одиночным цилиндром. С помощью дымовой визуализации было обнаружено, что присутствие цилиндра у задней кромки пластины приводит к более скорому развитию неустойчивости следа пластины, который разрушается в вихри, напоминающие вихри Кельвина – Гельмгольца. Скорее всего, присутствие этих вихрей, сходящих с частотой парных вихрей кармановского типа, воздействует на цилиндр в фазе движения, усиливая колебания.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-31-20057).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И НАПРАВЛЕНИЯ МЕЖЗВЕЗДНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ВОЯДЖЕРОВ И КИНЕТИКО-МГД МОДЕЛИ ГРАНИЦЫ ГЕЛИОСФЕРЫ

В.В. Измоденов [1,2,3], *Д.Б. Алексашов* [2,3]

[1]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУН Институт космических исследований РАН, Москва;
[3]ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Структура границы гелиосферы определяется взаимодействием солнечного ветра с локальной межзвездной средой. Несмотря на то, что первые модели этого взаимодействия были предложены в 1960-1970-х гг. Паркером, Барановым и др., до самого последнего времени экспериментальная информация о границе гелиосфере и о параметрах околосолнечной межзвездной среды имела лишь косвенный характер и была основана либо на анализе данных измерений параметров солнечного ветра, возмущенных из-за взаимодействия с межзвездной средой, либо на интерпретации измерений межзвездных атомов водорода и их производных – захваченных ионов и энергичных нейтральных атомов (ЭНА) гелиосферного происхождения. В августе 2012 г. космичесий аппарат (КА) Вояджер-1 пересек гелиопаузу – тонкую структуру, которая отделяет плазму солнечного ветра от межзвездной сред, и впервые в истории человечества провел первые прямые измерения в межзвездной среде. В ноябре 2018 г. в межзвездную среду вышел КА Вояджер-2. Первые данные, полученные на КА Вояджер в межвездной среде, стали доступны, а результаты их анализа были опубликованы лишь в ноябре 2019 г. Важно подчеркнуть, что, в отличие от Вояджер-1, на КА Вояджер-2 работает прибор, измеряющий параметры протонной тепловой компоненты. В докладе приведен обзор данных о границы гелиосферы, имеющихся на настоящее время. Особое внимание уделено данным, полученным на Вояджерах в межзвездной среде, а также сравнению этих данных с результатами трехмерной численной модели границы гелиосферы. В результате анализа были определены величина и направление межзвездного магнитного поля. Представленные результаты опубликованы в работе авторов (Izmodenov and Alexashov. A&A 633, L12 2020).

ОСОБЕННОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКОЙ ПЫЛИ В ГЕЛИОСФЕРЕ

В.В. Измоденов [1,2], *Е.А. Годенко* [1,2]

[1]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУН Институт космических исследований РАН, Москва;

Частицы межзвездной пыли могут проникать в гелиосферу из-за относительного движения Солнца в локальной межзвездной среде. Невозмущенный поток межзвездной пыли внутри гелиосферы вступает во взаимодействие с межпланетным магнитным полем, а также испытывает влияние центрально-симметричных силовых полей (гравитация, радиационное давление). Все эти эффекты в совокупности приводят к образованию областей повышенной концентрации в гелиосфере. Если сделать предположение о том, что все частицы межзвездной пыли на границе гелиосферы имеют одинаковую скорость, то внутри гелиосферы образуются не просто области повышенной концентрации, а сингулярности – области неограниченного возрастания концентрации. Цель данной работы – исследование местоположения особенностей в распределении концентрации частиц межзвездной пыли внутри гелиосферы.

Для описания движения межзвездной пыли можно использовать два подхода – жидкостной и кинетический. Жидкостной подход заключается в использовании метода Осипцова – Лагранжа, основанного на решении уравнения неразрывности в лагранжевых координатах и вычислении якобиана их преобразования. С помощью данного метода можно эффективно и с высокой точностью находить особенности в распределении концентрации. Кинетический подход основан на решении кинетического уравнения для поиска функции распределения по скоростям. Решение кинетического уравнения проводится методом Монте-Карло. С помощью метода Монте-Карло также можно находить особенности в распределении концентрации, однако для этого требуется больше вычислительных ресурсов. Преимуществом метода Монте-Карло является возможность его обобщения на более сложные модели, а также наглядность при интерпретировании результатов. В рамках данной работы найдены искомые особенности в распределении концентрации, а также установлено, что их местоположение существенным образом зависит от размера частиц.

Работа выполнена при поддержке фонда «Базис» (грант № 18-1-1-22-1).

РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ КЛАСТЕРНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ЗАДАЧИ ВОССОЗДАНИЯ СТРУКТУРЫ ЯДЕРНО-ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КАСКАДОВ В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

Е.А. Ильюшина, М.А. Изофатова, Д.Д. Сбродов

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе анализируется структура гамма-адронных семейств, регистрируемых ренгеноэмульсионными камерами на высоте гор и представляющих собою высокоэнергичную компоненту ядерно-электромагнитных каскадов (ЯЭК), порождаемых первичными космическим лучами сверхвысокой энергии в атмосфере Земли. В качестве эмпирического материала используются данные международного эксперимента «Памир», а также модельные ЯЭК, сгенерированные методом Монте – Карло на основе модели сильного взаимодействия MC0 с учетом электромагнитных процессов, а также различных геофизических факторов. Целью анализа структуры семейств является возможность

разбиения данных событий на группы частиц – кластеры, представляющих собою продукты отдельных сильных взаимодействий, вносящих вклад в рассматриваемые события. Для выделения кластеров в семействах используются различные методы кластерного анализа, адаптированные к рассматриваемой задаче.

В работе анализируются разные способы разбиения на кластеры отдельных семейств. Разбиения отличаются выбором метрики пространства признаков и, соответственно, параметра кластеризации, мерами близости между классами, функционалами качества разбиений и методами кластер-процедур. Проводится сравнение результатов кластеризации для экспериментальных и модельных данных. Рассмотренные методы кластерного анализа позволяют по структуре кластеризованных событий реконструировать структуру ЯЭК, которая чувствительна к природе первичных частиц космических лучей, порождающих данный каскад, и их энергии.

Вычисления и кластеризация проводились в программной среде R. Было установлено (Average Silhouette Method), что для двух рассмотренных семейств из экспериментального и модельного банков данных, оптимальным числом кластеров является 3. Выбирая критериями качества кластеризации индекс Дана и значение информационной энтропии, удалось установить наилучший параметр одномерной кластеризации для метода к-средних. В работе также показано, что предложенные при кластеризации методом медоидов (алгоритм PAM) метрики приводят к одинаковым разбиениям на кластеры, кроме того, сравнение алгоритмов метода k-medoids на основании значений энтропии демонстрирует, что алгоритм PAM является более информативным.

Показана эффективность применения рассмотренных методов при распознавании структуры гамма-адронных событий.

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований механико-математического факультета МГУ (АААА-А16-116071210063-0).

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ ОБРАБОТКИ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО МЕТОДУ КОЛЬСКОГО

А.В. Инюхин

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Доклад посвящен инструментам обработки и интерпретации результатов экспериментов по высокоскоростному нагружению материалов с целью определения их динамических характеристик. Потребность в исследованиях подобного рода возникает при анализе прочностных характеристик конструкций и моделировании их разрушения.

Разработано программное средство для интерактивного анализа данных эксперимента. Оно позволяет загрузить сигналы с тензодачтиков установки, выделить в них три импульса, для которых применяются соотношения Кольского. Результатом работы являются диаграммы напряжений и скорости деформации, которые можно получить в виде текстового файла для дальнейшего использования.

В программе реализовано построение диаграмм для экспериментов на сжатие по методу Кольского, растяжение по методу Николаса и сдвиг по оригинальной методике. При анализе, помимо классических соотношений, могут применяться также и модифицированные на основе баланса работы внешних и внутренних сил, действующих на образец.

Особенностью программы является возможность интерактивного подбора параметров, при котором графики зависимостей перестраиваются по каждому изменению. Такое поведение достигнуто благодаря применению технологий функционального реактивного программирования.

Также создан макет базы данных уже проведенных экспериментов. В этой базе собрана информация из разных источников, включая сигналы тензодатчиков, записи с высокоскоростных камер, показания скорости ударника. Объединение информации в одном месте позволяет как получать полную справку о каждом из проведенных экспериментов, так и проводить статистический анализ и автоматизированную обработку результатов.

РЕШЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ О ВНЕДРЕНИИ ВЫПУКЛОГО УДАРНИКА В УПРУГУЮ ПОЛУПЛОСКОСТЬ С ТРЕНИЕМ В ПЕРВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Ю.С. Казаков [1], *Д.В. Тарлаковский* [1,2]

[1]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается нестационарная контактная задача о внедрении симметричного выпуклого абсолютно твердого ударника в изотропную упругую полуплоскость с учетом подвижности границ и трения. Используется прямоугольная декартова система координат. В замкнутую систему входят уравнение поступательного движения ударника и уравнения движения упругой среды относительно потенциалов перемещения при отсутствии массовых сил. Начальные условия полагаются однородными. В области контакта нормальные перемещения границы полуплоскости полагаются равными перемещениям поверхности ударника, а касательные напряжения связаны с нормальными законом трения Кулона. На свободной поверхности полагается отсутствие нормальных и касательных напряжений.

Напряжения на поверхности полуплоскости представляются в виде свертки с функцией Грина. Последняя определяется с помощью преобразований Фурье по пространственной координате и Лапласа по времени. Получены изображение и оригинал функции Грина. Показано, что на сверхзвуковом этапе внедрения решение задачи не зависит от трения.

Разрешающая система функциональных уравнений, в которую входят интегральные уравнения относительно контактных напряжений и поступательного движения ударника, а также уравнение для границы области контакта, на произвольном временном интервале интегрируется с помощью численного алгоритма. Направление силы трения в первом приближении выбирается на основе решения в нулевом приближении, т. е. при отсутствии силы трения.

Приведен пример расчета для нулевого и первого приближения.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 20-19-00217).

О СТАБИЛИЗАЦИИ ОТНОСИТЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ СПУТНИКА ПРИ ПОМОЩИ УПРАВЛЯЮЩИХ МОМЕНТОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ГЕОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

В.И. Калёнова, В.М. Морозов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Системы магнитной ориентации широко используются в практике космических исследований. Большое количество публикаций посвящено различным аспектам проблем

управления и определения ориентации спутников с помощью магнитных катушек, магнитометров и при помощи моментов сил Лоренца ([1, 2] и др.). Указанные задачи описываются нестационарной линейной системой из-за зависящего от времени геомагнитного поля, изменяющегося вдоль орбиты. Зависимость коэффициентов во времени вносит существенные трудности как в изучение управляемости, так и в разработку алгоритмов управления.

Цель работы – представить аналитический подход к изучению этой проблемы, который заключается в приведении исходной нестационарной системы к стационарной. Линеаризованная система уравнений в рассматриваемой задаче относится к классу приводимых линейных нестационарных систем [3]. Факт приводимости эффективно используется как при анализе управляемости, так и при построении алгоритмов стабилизации.

Управляемость в данной задаче можно исследовать, как исходя из анализа нестационарной системы, так и анализируя приведенную стационарную систему. Стационарная система является избыточной по отношению к исходной системе. Если стационарная система управляема, то управляема исходная нестационарная система. Однако неуправляемость стационарной системы может и не повлечь неуправляемость исходной нестационарной системы. Указаны случаи неуправляемости стационарной системы. При помощи LQR-метода для приведенной стационарной системы определены коэффициенты оптимального управления. Затем построен периодический закон управления для исходной нестационарной системы путем введения дополнительных переменных.

Результаты моделирования показали эффективность предложенной методики построения алгоритмов управления. Анализ результатов моделирования показал, что (1) время процесса стабилизации увеличивается при движении по орбитам, близким к экваториальным или полярным и (2) процесс стабилизации практически не зависит от характера устойчивости относительного равновесия спутника.

Разработан регулярный аналитический способ построения алгоритмов управления нестационарных систем стабилизации спутников, использующих магнитные системы ориентации, который может быть эффективно применен.

Литература

1. *Sofyalı A., Jafarov E.M., Wisniewski R.* Robust and Global Attitude Stabilization of Magnetically Actuated Spacecraft Through Sliding Mode // Aerosp. Sci. Technol. – 2018. – https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.01.022.
2. *Giri D.K., Sinha M., Kuma K.D.* Fault-tolerant attitude control of magneto-Coulombic satellites // Acta Astronaut. – 2015. – V. 116. – P. 254–270. – http://dx.doi.org/10.1016/j.actaastro.2015.06.020.
3. *Каленова В.И., Морозов В.М.* Линейные нестационарные системы и их приложения к задачам механики. – М.: Физматлит, 2010. – 208 с.

О ПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЯХ ПРИ ПРОНИКАНИИ ПАРЫ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СВОБОДНЫХ СТРУЙ ЧЕРЕЗ СВОБОДНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ ЖИДКОСТИ

В.П. Карликов, А.Т. Нечаев, С.Л. Толоконников

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Представлены результаты экспериментального изучения процесса проникания пары вертикальных плоских турбулентных струй через поверхность жидкости, находящейся в каналах с водосливным режимом стока.

Изучены и классифицированы различные режимы взаимодействия подводных участков струй. Обнаружены три существенно отличающихся вида автоколебательных режимов. В первом из них, соответствующем относительно близкому расстоянию между струями, происходит слияние подводных участков струй, характер автоколебаний соответствует случаю проникания через свободную поверхность одиночной струи. В определенном диапазоне расстояний между струями наблюдается второй режим, в котором затопленные участки струй совершают согласованные перемещения с соударением и отталкиванием друг от друга. И наконец, при относительно большом удалении струй их подводные участки совершают автоколебания независимо друг от друга.

Построены зависимости периода автоколебаний от скорости струй, их ширины и расстояния между ними.

Сделанный анализ особенностей изученных течений может представлять интерес в связи с важностью обнаруженных эффектов для ряда технологических процессов и при проектировании технических устройств (аэраторов, смесителей и др.).

ЗАВИСИМОСТЬ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТА ОТ ТОЛЩИНЫ ИНТЕРФАЗЫ

В.М. Кийко, П.В. Соломонов, К.А. Хвостунков

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Авторы доклада рассматривают трансверсально изотропную упругую среду с охрупчиванием в условиях ползучести. В качестве материала рассматривается однонаправленный волокнистый композит. Среда представляется как трехкомпонентная, состоящая из материала матрицы, материала волокна и зоны их контакта – интерфейса существенной для введения касательных напряжений толщиной (интерфазы). Интерфаза образуется в процессе изготовления композита во время спрессовывания или спекания, а может и дополнительно наноситься для моделирования особых свойств. Таким образом, авторы рассматривают три меры поврежденности – матрицы, волокна и интерфазы.

Решается задача определения диссипации энергии вследствие разрушения интерфазы, отслоения и вытягивание волокон при прохождении магистральной трещины. Учитываются экспериментальные данные параметров Вейбулла для пучка волокон. Определяется зависимость области отслоения и средней длины обрыва волокна в матрице от толщины интерфазы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-03-00296).

ВЛИЯНИЕ РАЗБРОСА ПРОЧНОСТИ ВОЛОКОН НА ДОЛГОВЕЧНОСТЬ КОМПОЗИТА

В.М. Кийко, Д.П. Телицын, К.А. Хвостунков

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В подходах к разрушению композитных материалов с хрупким волокном и хрупкой матрицей, известных как АСК-теория и ВНЕ-теория, не рассматривается возможность вытягивания волокон после их разрыва. Неучет этого фактора приводит к монотонной зависимости энергии разрушения от прочности поверхности раздела волокно/матрица. В то же время результаты экспериментов на композитах из хрупких компонентов

показывают, что их прочность падает как при больших значениях прочности поверхности раздела, так и при очень малых. То есть существует некоторая оптимальная прочность поверхности раздела, при которой реализуется наибольшая работа разрушения. При рассмотрении плотности энергии вытягивания волокна используется упрощенная модель, не учитывающая раскрытия трещины, поэтапного разрыва волокон и наличия ограничения на касательное напряжение на поверхности раздела.

В данной работе продолжается развитие направления, учитывающего все указанные факторы, включая новые экспериментальные данные разброса прочности волокон. Прочность волокон определялась по методике, состоящей в том, что волокна наматываются на серию жестких цилиндров последовательно от максимального до минимального диаметра в опыте. Испытания волокон по оригинальной методике позволили получить зависимости прочности волокон от длины и показали, что практически все волокна на длине 10 мм имеют прочность на изгиб, превышающую 1000 МПа, что вполне достаточно для обеспечения необходимой прочности композитных материалов, полученных с применением этих волокон.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-03-00296).

РАСТЕКАНИЕ КОНЕЧНОГО ОБЪЕМА ЖИДКОСТИ В ВЫСОКОПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Н.С. Кириллова, Н.Е. Леонтьев

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассмотрено медленное плоскопараллельное растекание конечного объема (в расчете на единицу длины в поперечном направлении) вязкой несжимаемой жидкости в высокопористой среде над непроницаемым горизонтальным основанием. Течение описывается нелинейным параболическим уравнением для толщины слоя жидкости, при выводе которого использовалось приближение тонкого слоя, течение описывалось уравнением Бринкмана, а на нижней поверхности слоя жидкости учитывалось частичное проскальзывание. Численно исследована эволюция формы растекающейся капли и закон движения переднего фронта, проведен простейший параметрический анализ.

СВОЙСТВО ВЛОЖЕНИЯ СПЕКТРОВ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ РЕГУЛЯРНЫХ СИСТЕМ

М.Н. Кирсанов

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова,Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет « МЭИ», Москва

Аналитические решения задач механики дают не только альтернативный подход к решению проблемам прочности, надежности и динамики, но и возможность для простых оценок работоспособности и оптимизации конструкций. Разрабатывается алгоритм многопараметрической индукции для вывода аналитической зависимости собственных частот колебаний систем точек и регулярных стержневых конструкций. В частности, рассмотрена плоская статически определимая ферма. Инерционные свойства фермы моделируются точечными массами, расположенными в узлах нижнего прямолинейного пояса фермы. У каждой массы предполагается наличие только одной вертикальной

степени свободы. Жесткость всех стержней фермы принимается одинаковой. Ставится задача получения аналитических зависимостей частот колебаний предложенной модели фермы от числа панелей, проводится анализ спектров ферм с разным числом панелей. Вывод искомых формул производится методом индукции в три этапа – по номерам строк и столбцов матрицы податливости, вычисленной по формуле Максвелла – Мора и по числу панелей. Для нахождения общих членов полученных последовательностей коэффициентов применялся аппарат составления и решения рекуррентных уравнений системы компьютерной математики *Maple*. Задача определения частот сводится к проблеме собственных чисел бисимметричной матрицы. Для элементов матрицы податливости найдены общие формулы, по которым составлены и решены частотные уравнения. Показано, что в спектрах частот ферм с различным числом панелей всегда присутствует одна общая частота (средняя частота), располагающаяся в середине спектра. Подтверждается свойство вложения спектров. Спектры систем порядков m и n вкладываются в спектр системы порядка mn. Практический вывод: система, порядок которой является простым числом, не допускает внутреннего резонанса в составе с набором подобных систем.

СОЗДАНИЕ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ ПРОГРАММ ДЛЯ ПРЕДСКАЗАТЕЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИГАТЕЛЕЙ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ КОНДЕНСИРОВАННОЕ ТОПЛИВО

А.Б. Киселёв [1], *А.Г. Кушниренко* [2], *С.М. Смирнова* [1], *Л.И. Стамов* [1]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГУ «Федеральный научный центр
Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва

В последние годы резко возрос интерес к гибридным ракетным двигателям. По сравнению с твердотопливными двигателями гибридные позволяют хранить компоненты топлива раздельно друг от друга, а также дают возможность нести с собой только запас горючего, при этом получая окислитель из внешней среды. По сравнению с жидкостными двигателями гибридные обладают более простой конструкцией и большей простотой с точки зрения обслуживания. Математическое и численное моделирование процесса горения в твердотопливных гибридных ракетных двигателях является особым разделом физико-химической газодинамики. Газообразный окислитель течет вдоль поверхности твердого топлива, реагируя с парами горючего вблизи границы раздела топливо-газ. Основной проблемой, требующей решения, в данном случае является то, что при сверхзвуковых скоростях процесс горения протекает между двумя основными режимами: горение и детонация. Поэтому в сверхзвуковых потоках стабилизация горения связана либо с режимами детонации, либо с торможением сверхзвукового потока до дозвуковых скоростей и последующим дефлаграционным горением. Стабильная работа двигателя обусловлена повторным инициированием реакции во входной топливной смеси. Этот процесс ограничен газификацией компонентов и химической кинетикой. Макрокинетика процессов горения в двигателях включает не только моделирование химических взаимодействий (цепей химических реакций), но и процессы диспергирования конденсированных компонентов, их нагрев и испарение в камере сгорания, смешивание топлива и окислителя в результате диффузии и химических реакций. Для того чтобы моделировать химические реакции, необходимо выбрать соответствующий приведенный механизм, чтобы точность описания химических взаимодействий была сопоставима с точностью описания других определяющих процессов. Разработка фундаментальных

моделей и программы расчета стратифицированных многофазных потоков с учетом смесеобразования и горения конденсированного топлива в камере сгорания гибридного двигателя на основе решения системы уравнений Навье – Стокса для газа с учетом подсеточных моделей турбулентности проведена в несколько этапов: разработка физико-математической модели течения газа, разработка физико-математической модели неравновесных процессов газификации конденсированной фазы с учетом зависимости скорости поверхностного фазового перехода не только от температуры, но и от тепловых потоков (градиентов температуры). Выполнена верификация разработанной методики и программы расчета на основе сравнения результатов расчетов с результатами точных решений задач горения в пограничном слое. Вычислительная реализация методики на многопроцессорной ЭВМ осуществляется с использованием протоколов обмена между процессорными узлами, учитывающих особенности вычислительного алгоритма и обеспечивающих максимальную производительность.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-07-00587).

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРАГМЕНТАЦИИ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО КОНТЕЙНЕРА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИНТЕНСИВНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

А.Б. Киселёв, Д.П. Логинов

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается задача необратимого динамического деформирования и разрушения, вплоть до фрагментации, толстостенной оболочки вращения, моделируемой упругопластической сплошной средой [1], под действием внутренней динамической нагрузки взрывного типа. Конструкция представляет собой толстостенную цилиндрическую оболочку, закрытую с торцов массивными плоскими пластинами (донышками). Донышки считаются абсолютно твердыми. Под действием нагрузки они могут быть выбиты в том случае, когда выполнится предложенный интегральный критерий прочности их соединения с основной конструкцией.

В качестве критерия начала макроразрушения используется критерий предельной удельной диссипации [2]. При этом конструкция разбивается на отдельные блоки тороидальной формы и считается, что разрушение блока происходит мгновенно при выполнении интегрального критерия предельной удельной диссипации. Для расчета числа фрагментов разрушенного блока и их распределения по массам используется модифицированное вероятностное распределение Вейбулла [3] и предположение о том, что на разрушение (образование новых свободных поверхностей) расходуется половина накопленной в теле упругой энергии, а другая ее половина идет на кинетическую энергию «доразлета» фрагментов [4, 5].

После разрушения первого блока расчет продолжается, при этом фрагменты разрушенного блока не участвуют в дальнейших расчетах и на новых границах оставшейся части конструкции ставятся условия свободной поверхности. При выполнении интегрального критерия разрушения следующего блока процедура расчета числа фрагментов и их распределения по массам проводится аналогично вышеописанному.

Расчеты проводятся с использованием программного комплекса ABAQUS методом конечных элементов на лагранжевой и эйлеровой расчетных сетках, который был дополнен оригинальными блоками для моделирования процесса фрагментации конструкции.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00151).

Литература

1. *Киселев А.Б., Юмашев М.В.* Деформирование и разрушение при ударном нагружении. Модель повреждаемой термоупругопластической среды // ПМТФ. – 1990. – № 5. – С. 116–123.
2. *Киселев А.Б., Юмашев М.В.* О критериях динамического разрушения термоупругопластической среды // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Механ. – 1990. – № 4. – С. 38–44.
3. *Вейбулл В.* Усталостные испытания и анализ их результатов. – М.: Машиностроение, 1964. – 273 с.
4. *Киселев А.Б.* Математическое моделирование взрывного разрушения сферических оболочек с образованием двух фракций осколков // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Механ. – 1999. – № 2. – С. 41–48
5. *Киселев А.Б.* Математическое моделирование фрагментации тонкостенных конструкций и компактных элементов при взрывном нагружении и ударном взаимодействии // Математическое моделирование. – 2012. – Т. 24, № 2. – С. 33–66.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОДОЛЬНОГО ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ НА КОЭФФИЦИЕНТЫ ТЕПЛООТДАЧИ И СОПРОТИВЛЕНИЯ

Н.А. Киселёв, С.С. Попович, Ю.А. Виноградов

Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва

В данной работе представлены экспериментальные данные о влиянии слабого и умеренного неравновесного положительного градиента давления (APG) на параметры динамического и теплового пограничных слоев. Число Рейнольдса, определенное по толщине потери импульса в начале участка с APG, составляло $\mathrm{Re}^{**} = 5500$. Участок канала с APG представлял собой щелевой канал с углом раскрытия верхней стенки 0–14°. С помощью однокомпонентного термоанемометра были измерены профили осредненной и пульсационной компонент скорости. Коэффициенты трения определялись двумя методами: (1) косвенным – методом Клаузера, (2) прямым – взвешиванием участка нижней стенки на однокомпонентных тензометрических весах. Коэффициенты теплоотдачи определялись нестационарным методом с использованием ИК-камеры. Отмечено сохранение универсального логарифмического участка профиля пограничного слоя в реализованном диапазоне градиентов давления.

На основании проведенных экспериментальных исследований можно сделать следующие выводы о влиянии неравновесного продольного положительного градиента давления на коэффициенты трения, теплоотдачи и фактора Рейнольдса на гладкой поверхности:

– Универсальный логарифмический профиль скорости сохраняется в рассматриваемом диапазоне параметра градиента давления $\beta = -0{,}1 \ldots 7{,}5$.
– Параметры профиля скорости (формпараметры H и G, параметр следа Π) существенно увеличиваются с ростом параметра градиента давления β.
– Как локальный, так и осредненный относительный коэффициент трения c_f/c_{f0} также существенным образом зависит от безразмерного параметра градиента давления – снижается с ростом β во всем диапазоне охватываемых в эксперименте параметров.

– Безразмерный относительный коэффициент теплоотдачи $\mathrm{St}/\mathrm{S}_{t0}$ на гладкой поверхности снижается при наличии APG, однако, это снижение на такое существенное как у c_f/c_{f0}.
– Фактор аналогии Рейнольдса в течениях с APG растет с увеличением β. Максимальное значение $(\mathrm{St}/\mathrm{S}_{t0})/(c_f/c_{f0}) = 1{,}16$ достигалось при максимальном значении параметра градиента давления $\beta = 4{,}7$.
– Дальнейшие усилия должны быть направлены на исследование параметров теплового и динамического пограничных слоев при наложении равновесного APG в широком диапазоне режимных параметров: числа Рейнольдса Re** и параметра градиента давления β.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-79-10213).

УСРЕДНЕНИЕ ПО ДВУМ УГЛАМ В ЗАДАЧАХ ВЕТРОЭНЕРГЕТИКИ

Л.А. Климина, М.З. Досаев, Б.Я. Локшин, Ю.Д. Селюцкий, Е.С. Шалимова

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В ряде задач ветроэнергетики возникает необходимость исследовать динамику систем с двумя угловыми координатами. Например, к таким задачам относится моделирование малогабаритных ветротурбин с двумя противовращающимися роторами. В случае пары горизонтально-осевых роторов обе угловые координаты являются циклическими и задача описания рабочих режимов турбины может быть сведена к исследованию неподвижных точек динамической системы второго порядка. Движение вертикально-осевой турбины с противовращающимися роторами можно моделировать при помощи динамической системы, в правую часть которой входят углы поворота обоих роторов. В этом рабочему режиму установки – режимов авторотации – соответствует периодическая или близкая к периодической траектория системы четвертого порядка.

В работе рассмотрена задача о вертикально-осевой ветроустановке типа Дарье с двумя противовращающимися роторами. Взаимодействие между роторами описывается моментом, зависящим от угловых скоростей роторов. Описан алгоритм поиска режимов авторотации, основанный на усреднении уравнений движения по двум углам. Проведено численное исследование отличия траекторий полной системы от траекторий системы, усредненной по двум углам.

СТРАТЕГИЯ УПРАВЛЕНИЯ, КОТОРУЮ ЦЕЛЕСООБРАЗНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ ЧЕЛОВЕКУ, СИДЯЩЕМУ НА КАЧЕЛЯХ

Л.А. Климина, А.М. Формальский

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Моделирование процесса раскачивания качелей относится к классическим задачам механики и является одним из наиболее наглядных примеров формирования колебаний в управляемой системе. При этом задача о раскачивании качелей сидящим, а не стоящим на них человеком представляется более сложной и менее освещена в литературе. В настоящей работе эта задача исследуется детально. Получены новые результаты,

касающиеся синтеза управления (в виде обратной связи), близкого к оптимальному по скорости роста амплитуды колебаний.

Человек, сидящий на качелях, моделируется трехзвенным механизмом, в шарнирах которого (в коленных и тазобедренных «суставах») прикладываются ограниченные по абсолютной величине управляющие моменты. Геометрические и массовые параметры системы, значения ограничений на управление выбраны на основе биометрических данных для взрослого человека, известных в литературе. Учитывается момент сил вязкого трения в оси подвеса качелей.

Для упрощенной модели человека на качелях на основе аналитического исследования построен квазиоптимальный программный закон изменения углов в «суставах». Показано, что целесообразно осуществлять релейное переключение между максимальными и минимальными значениями этих углов. Переключения должны происходить при смене знака произведения угловой скорости качелей на косинус угла отклонения их от вертикали. В исходной (полной) модели человека на качелях построенный программный закон изменения углов отслеживается при помощи линейной обратной связи.

Проведено обширное численное исследование исходной полной нелинейной системы уравнений движения при различных значениях коэффициента сил вязкого трения. При этом оценена скорость роста амплитуды колебаний качелей, установлено наличие орбитально устойчивых периодических режимов движения. В зависимости от величины коэффициента вязкости установившийся режим движения может быть колебательным, при относительно большом коэффициенте вязкости, или же ротационным, если коэффициент вязкости достаточно мал.

ПРИПОВЕРХНОСТНЫЙ СЛОЙ ТВЕРДОГО СПЛАВА ВК8ВК ПОСЛЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

В.К. Ковальков [1], *Н.В. Ткаченко* [2], *А.И. Каменских* [2], *Д.С. Юров* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]НИИЯФ МГУ имени М.В. Ломоносова

Воздействие малыми флюенсами электронов энергией 1 МэВ на инструмент из твердого сплава ВК8ВК приводит к увеличению микротвердости поверхностного слоя и увеличению износостойкости инструмента. В работе Ю.И. Тюрина и др. [1] показано, что существенную роль в изменения свойств металлов и сплавов под воздействием электронов высоких энергий играет водород. Применяя метод [2] определения водорода с помощью спектрометрии ядерного обратного рассеивания (ЯОР) электронов, удалось установить, что после флюенса электронов в приповерхностном слое образуется зона повышенной концентрации водорода. Зона Н 40 атм % имеет протяженность около 30 мкм. Со временем, через месяц, эта зона уменьшается до 5 мкм и располагается на глубине порядка 40 мкм от поверхности.

Литература

1. *Тюрин Ю.И., Чернов И.П., Кренинг М., Баумбах Х.* Возбуждение водородной подсистемы в металлах и сплавах ионизирующим излучением // Известия томского политехнического университета. – 2000. – № 303(3). – С. 51–61.
2. *Востриков В.Г., Каменских А.И., Ткаченко Н.В.* Разработка методики определения концентрации водорода в материалах на основе спектрометрии

ядерного обратного рассеяния // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. – 2020. – № 1. – С. 28–35.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ НАУЧНЫМИ ЖУРНАЛАМИ НА ОСНОВЕ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИХ СВЕДЕНИЙ О СТАТЬЯХ

А.С. Козицын, С.А. Афонин, Д.А. Шачнев

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Традиционно одним из основных количественных показателей оценки результатов научной деятельности является цитируемость публикаций. Проведенные в этой области исследования показывают, что статистические характеристики показателей цитирования очень сильно зависят от тематической области научных исследований. В этой связи, при интерпретации полученных показателей цитирования и построения оценок качества научных работ, рангов авторов или организаций, необходимо учитывать их тематическую область для проведения нормировки наукометрических показателей. Второй важной областью применения тематического анализа является выделение основных тенденций развития науки на мировом уровне, на уровне государства или отдельной организации. Проведение такого анализа при принятии управленческих решений позволяет более детально определить направления исследований, которые нуждаются в дополнительном финансовом стимулировании. Выявление тематических зависимостей между журналами и другими объектами в информационных системах позволяют также создавать эффективные механизмы поиска научной информации в наукометрических системах, осуществлять автоматическое построение онтологий и решать задачи разграничения доступа к данным с использованием правил в моделях логического разграничения доступа ABAC (Attribute-Based Access Control), которые приходят на смену традиционным моделям разграничения доступа.

Сложность задачи проведения тематической классификации обусловлена большим количеством публикуемых в мире журналов на русском, английском и других языках. Например, в информационно-аналитической системе ИСТИНА зарегистрировано более 70 тысяч журналов и еще более 200 тысяч сборников научных публикаций.

Разработанный алгоритм оценки тематической близости журналов основан на предположении, что большинство авторов публикуют свои материалы в нескольких тематически близких журналах. В отличии от методов полнотекстового тематического анализа, этот алгоритм не требует наличия полнотекстовой информации о статьях и использует только данные об авторстве для статей. На первом шаге для каждой пары журналов вычисляются все пары статей, опубликованных в этих журналах одним автором. Если паре журналов соответствует только одна пара статей, то такие пары считаются не связанными. Если паре журналов соответствует несколько пар статей, то журналы считаются связанные ребром с определенным весом. Вес автора в каждой статье определяется на основе его позиции в списке соавторов и количества соавторов. Степень связи по заданному автору для двух журналов определяется как минимум из максимумов его весов по подмножествам статей в каждом из журналов, а вес ребра связи между журналами рассчитывается как сумма весов связей по всем авторам.

Для тестирования качества результатов случайным образом было выбрано 200 пар связей журналов. Экспертами была проведена ручная оценка совпадения тематик журналов с простановкой баллов (2 – точная; 1 – не совсем точная; 0 – ошибочная). Общая сумма баллов делилась на удвоенное количество анализируемых связей. Оценка точности по этой методике составила 78 %.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-01055).

МЕТОДЫ ПОЛУЧЕНИЯ СИЛЬНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РАДИАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ГАЗОВ

П.В. Козлов, Н.Г. Быкова, И.Е. Забелинский, В.Ю. Левашов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В настоящее время используется три способа получения высокоэнтальпийных ударных волн. В большинстве лабораторий применяется адиабатическое сжатие легко газа (He или H_2) свободно двигающимся поршнем (free-piston) для разрыва диафрагмы, разделяющей камеры с толкающим и исследуемым газом. Этот способ позволяет получать ударные волны со скоростями до 14 км/с. Однако он предъявляет высокие требования к экспериментальной установке и ее стоимости. Для получения более высоких параметров ударной волны в исследовательском центе NASA Ames (США) используется нагрев толкающего газа дуговым разрядом. Нагретый до температур более 10000 К толкающий газ приводит к нагреву исследуемого газа в камере низкого давления. На этой установке проводятся систематические исследования радиационных нагрузок испытываемых космическими аппаратами при входе в атмосферы планет солнечной системы со скоростями до 46 км/с.

Сжигание стехиометрических смесей водорода и кислорода с гелием применяется в качестве относительно простого метода для получения толкающего газа на ударных трубах. Существует несколько вариантов организации эффективного сгорания таких смесей: дефлаграционное и детонационное с направленной вперед или назад детонацией относительно разделительной диафрагмы. Эти методы также успешно используются для создания высокоэнтальпийных потоков на ударных трубах. Тем не менее получение скоростей более 9 км/с на таких установках не удается.

На экспериментальном комплексе НИИ механики МГУ «Ударная труба» (ЭКУД) для генерации сильных ударных волн используется дефлаграционно-детонационный метод сжигания кислород водородной смеси с гелием. Путем подбора концентрации смеси, степени перемешивания и организации ее сгорания в камере высокого давления с помощью форкамеры удалось получить на ЭКУД скорости до 11,4 км/с. При этом энергетические затраты получения таких скоростей оказывается в разы меньше, чем для всех описанных выше способов. Технические требования, предъявляемые к экспериментальному оборудованию, не являются экстраординарными и не требуют больших материальных затрат.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-08-00343; 20-51-00003 Бел_а).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАЧАЛЬНОГО ЭТАПА ИЗЛУЧЕНИЯ АРГОНА ЗА СИЛЬНЫМИ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

П.В. Козлов, Н.Г. Быкова, И.Е. Забелинский, В.Ю. Левашов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Исследования неравновесных эффектов в ударно-нагретой плазме дают ценную информацию о величинах радиационных тепловых потоков и их спектральном составе, что представляет большой интерес для гиперзвуковой аэродинамики. Отсутствие отвода

энергии за счет возбуждения вращательных и колебательных степеней свободы, а также процессов диссоциативной рекомбинации при высоких скоростях ударных волн в благородных газах позволяет изучать кинетику электронного возбуждения и ионизации, а также верифицировать столкновительно-излучательные (CR) модели.

Экспериментальному исследованию процессов ионизации в аргоне в ударных волнах посвящено большое число работ. Основное внимание в этих исследованиях уделялось изучению процессов лавинной ионизации интерферометрическими, зондовыми и спектральными методами. В аргоне для чисел Маха (M) более 12, в отсутствии эффектов неустойчивости, показано, что ионизация происходит по «лестничному» механизму, когда верхние уровни играют доминирующую роль по сравнению с метастабильными состояниями. Однако проведенные эксперименты не исследовали начальный этап заселения электронных состояний до начала лавинной ионизации.

На экспериментальном комплексе «Ударная труба» (ЭКУД) НИИ механики МГУ методом эмиссионной спектроскопии также проводятся исследования ударно нагретого аргона с целью верификации столкновительно-радиационных моделей. Ранее в работах авторов доклада были определены абсолютные интегральные интенсивности излучения ударно нагретого аргона в спектральном диапазоне 190–1100 нм. Получены зависимости интенсивностей атомарных линий аргона и фонового тормозного излучений для M = 13÷28 с высоким временным разрешением. Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию начального этапа возбуждения атома аргона в ударной волне до начала лавинной ионизации. В работе методом эмиссионной спектроскопии с высоким временным разрешением и одновременной регистрацией с высокой и низкой чувствительностью в различных спектральных областях установлен немонотонный характер интенсивности излучения для определенных уровней. Установлено, что такая немонотонность характерна только для низколежащих состояний атома аргона 4p. Это подтверждает «лестничный» механизм ионизации аргона при ударном возбуждении.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-08-00343).

СХОДИМОСТЬ ФУНКЦИЙ K-VALUES ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ УГЛЕВОДОРОДНЫХ РАСТВОРОВ

Е.В. Колдоба

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе исследовалась точность аппроксимации гиперболами молярных и удельных объемов газовой и жидкой фазы в двухфазной области многокомпонентных углеводородных растворов. Такая аппроксимация учитывает изменения концентраций в фазах на фазовых переходов и упрощает применение техники термодинамических потенциалов. Оказалось, что аппроксимация удельного объема с большей точностью описывает поведение реальных растворов, чем аппроксимация молярных объемов. И более того, модельные удельные объемы газовой и жидкой фазы пересекаются в окрестности критической точки растворов, что позволяет уточнить константы фазового равновесия (*K*-values). Таким образом, использование композиционной модели позволяет уточнить *K*-values, которые, в свою очередь, улучшат саму композиционную модель, сделают надежнее расчет фазового равновесия.

Работа выполнена при поддержке Правительства Российской Федерации (грант № 075-15-2019-1890).

МОДИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ ВИЛЬСОНА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ *K*-VALUES МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ РАСТВОРОВ

Е.В. Колдоба, Д.А. Андреев

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Для более точного моделирования фильтрации нефти и газа с фазовыми переходами в современных гидродинамических симуляторах используется композиционная модель. Значительную часть вычислений в ней занимает расчет фазовых равновесий многокомпонентных растворов (flash). Итерационными численными методами, с использованием одного из уравнений состояния, например: Redlich-Kwong, Soave-Redlich-Kwong, Peng-Robinson, рассчитываются «точные» значения многомерных фазовых диаграмм. Если в растворе *N* компонент, то фазовая диаграмма *N*-мерная. Начальное приближение для итерационных процессов задают с помощью формулы Вильсона для констант фазового равновесия. В композиционной модели расчеты фазового равновесия бывают неустойчивыми.

В работе проведен анализ некоторых неустойчивостей и предложен способ повышения надежности расчетов: настройка формулы Вильсона на используемое уравнение состояние.

Работа выполнена при поддержке Правительства Российской Федерации (грант № 075-15-2019-1890).

ПРИМЕНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ФАЗОВЫХ РАВНОВЕСИЙ РАСТВОРОВ

Е.В. Колдоба [1], *Ю.Ю. Подладчиков* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Университет Лозанны, Швейцария

Природные газы и нефть – это многокомпонентные растворы. В растворах фазовые переходы имеют ряд особенностей: переход начинается при одном давлении и заканчивается при другом, при этом непрерывно меняется компонентный состав фаз. Эти особенности значительно усложняют расчеты. Для таких расчетов фазового равновесия используются итерационные процессы (композиционная модель), сходимость которых в некоторых точках (областях) требует достаточно точных начальных приближений, поэтому столь актуальны аналитические решения.

В данной работе предлагается использовать гиперболы для аппроксимации объемы газовой и жидкой фазы в двухфазной области, которые учитывают изменения концентраций. Такие функции упрощают применение техники термодинамических потенциалов и использование соотношений Гиббса – Дюгема. Показано, что развитый подход работает в достаточно большом диапазоне давлений и позволяет построить фазовую диаграмму двухкомпонентных растворов решением метода Эйлера. Подход интересен тем, что позволяет построить термодинамически согласованную модель «черной нефти» с фазовыми переходами.

Работа выполнена при поддержке Правительства Российской Федерации (грант № 075-15-2019-1890).

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫТЕСНЕНИЯ ЖИДКОСТИ ИЗ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ С УЧЕТОМ НАЛИЧИЯ ТРЕЩИН ГИДРАВЛИЧЕСКОГО РАЗРЫВА

Е.И. Коленкина (*Скрылёва*) [1,2], *М.Н. Макеева* [1], *В.Ф. Никитин* [1,2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГУ «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва

В работе исследуется влияние наличия и расположения трещин гидроразрыва на динамику и качество вытеснения нефти. Особое внимание уделяется выяснению вопроса: увеличивает ли наличие трещины гидроразрыва пласта коэффициент извлечения нефти или лишь интенсифицирует нефтедобычу.

В работе рассматривается численное моделирование двумерного вытеснения вязкой жидкости из пористой среды посредством менее вязкой жидкости. При этом граница раздела фаз является неустойчивой. Развитие неустойчивости внутренне присуще такому процессу вытеснения, а наличие случайных возмущений только провоцирует ее возникновение. В данной модели неустойчивость провоцируется случайными отклонениями от средних значений, наложенными на распределение проницаемости и пористости в расчетной области. В результате изначально плоская граница теряет свою форму, начинается рост «вязких пальцев», что существенно сказывается на качестве вытеснения.

Особенностью работы является то, что рассматривается новый критерий остановки эксплуатации скважины, когда добыча чистой нефти в единицу времени будет достигать критического значения при разных конфигурациях задачи.

Основные черты математической и численной моделей таковы: рассматриваются два несжимаемых флюида в поровом пространстве, тепловые эффекты не учитываются, просачивание моделируется законом Дарси (с учетом относительных проницаемостей фаз, без учета капиллярных эффектов на границе раздела фаз), трещина гидроразрыва моделируется областью повышенной проницаемости и пористости, кроме того, проницаемость во всей области имеет небольшую случайную «рябь», провоцирующую возникновение неустойчивости вытеснения. Численная модель строится на равномерной квадратной сетке. Переменные разнесены: в центрах ячеек определены давление и насыщенности фаз. На гранях (сторонах) ячеек определены компоненты скорости фильтрации фаз. Все уравнения решаются неявно с использованием итерационных методов. Численная модель включает в себя моделирование решения уравнения динамики насыщенности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-07-00378).

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОЧИСТКИ ТРЕЩИНЫ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО РАЗРЫВА

Е.И. Коленкина (*Скрылёва*) [1,2], *В.Ф. Никитин* [1,2], *Р.Р. Фахретдинова* [1,2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГУ «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва

Важным условием для выполнения качественного гидроразрыва пласта является тщательная очистка трещины от жидкости гидроразрыва после завершения этапа

формирования трещины путем закачки жидкости с наполнителем. Одной из существенных проблем, возникающих при очистке, является возникновение неустойчивости на границе жидкостей при вытеснении жидкости гидроразрыва нефтью из трещины, поскольку жидкость гидроразрыва является более вязкой, чем нефть.

В работе построена двумерная математическая модель очистки трещины от жидкости гидроразрыва нефтью. Задача формулируется при фиксированной геометрии положения скважин: четыре нагнетательных скважины по углам и одна добывающая в центре. В центре находится симметричная трещина гидроразрыва с проппантом. Моделируется область резервуара вокруг трещины, заполненная жидкостью гидроразрыва. Вытеснение моделируется на основе закона Дарси с учетом капиллярных эффектов. Для построения относительных фазовых проницаемостей используется модель Брукса – Кори.

В работе рассматривается несколько вариантов геометрии трещины и области вокруг нее, заполненной жидкостью гидроразрыва. С помощью численного моделирования на основе построенной математической модели устанавливается взаимосвязь между качеством очистки трещины гидроразрыва и геометрическими параметрами трещины иобласти, заполненной жидкостью гидроразрыва.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-00513).

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ МЯГКИХ ОБОЛОЧЕК

Е.А. Коровайцева

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе рассматривается задача динамического осесимметричного деформирования мягкой оболочки вращения из нелинейно упругого материала. Исследуемый в процессе нагружения диапазон перемещений и деформаций не ограничивается. Для построения разрешающей системы уравнений используется общая теория больших деформаций мягких оболочек. Формируемая в итоге система уравнений представляет собой совокупность дифференциальных уравнений с нелинейными дополнительными алгебраическими соотношениями и замыкается начальными и граничными условиями. Частные производные по времени аппроксимируются с различной степенью точности. Для решения взаимосвязанных нелинейных краевых задач используется метод дифференцирования по параметру. Тогда исходная краевая задача сводится к совокупности линейной краевой и нелинейной начальной задач. Особенностью нелинейной начальной задачи является задание правых частей соответствующих дифференциальных уравнений в дискретной форме. Поэтому для решения такой задачи необходимо использовать специально разработанные методы решения задач Коши с правыми частями, заданными на дискретной сетке переменного шага.

Для проверки работоспособности описанного алгоритма решены задачи о раздувании полусферы с различными условиями закрепления края. Численные эксперименты показали существенную зависимость результатов решения задачи от ряда параметров вычислительного алгоритма (выбор параметра продолжения решения, величина начального и максимального шагов по параметру продолжения, величина предварительного давления, способ определения предварительного напряженного состояния, способ аппроксимации ускорения, величина шага по времени). Предложена методика установления свойств алгоритма в применении к решению задач анализа напряженно-деформированного состояния, сопровождающегося большими перемещениями и деформациями.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и Правительства Москвы (проект № 19-38-70005 мол_а_мос).

ПОДАВЛЕНИЕ ОДНОРОДНЫМ ПРОДОЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КЕЛЬВИНА – ГЕЛЬМГОЛЬЦА ПРИ ДВИЖЕНИИ ПОТОКА ВОЗДУХА НАД ПОКОЯЩЕЙСЯ ФЕРРОЖИДКОСТЬЮ

В.М. Коровин

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Исследовано влияние магнитных сил на неустойчивость Кельвина – Гельмгольца, возникающую при горизонтальном движении однородного потока воздуха над покоящейся феррожидкостью при наличии однородного продольного магнитного поля любой напряженности, технически достижимой в экспериментах. Физические свойства феррожидкости заданы.

При изучении неустойчивости с целью охвата максимально широкого диапазона напряженности приложенного магнитного поля применена аппроксимация экспериментальной кривой намагничивания функцией Ланжевена от модифицированного аргумента, выраженного через напряженность магнитного поля во всем диапазоне его изменения, намагниченность насыщения феррожидкости и магнитную восприимчивость при слабом поле.

Получено уравнение кривой нейтральной устойчивости в плоскости параметров: напряженность магнитного поля – скорость потока воздуха. Вне области применимости закона линейного намагничивания кривая нейтральной устойчивости имеет точку перегиба и выходит на плато с ростом напряженности приложенного магнитного поля.

НОВЫЕ НЕОЖИДАННЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ОБТЕКАНИЯ В ПРОБЛЕМЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЗВЕЗДНОГО ВЕТРА С МЕЖЗВЕЗДНОЙ СРЕДОЙ: СТАЦИОНАРНЫЕ ИДЕАЛЬНЫЕ МГД-РЕШЕНИЯ

С.Д. Корольков [1,2,3], *В.В. Измоденов* [1,2,3]

[1]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУН Институт космических исследований РАН, Москва;
[3]Московский центр фундаментальной и прикладной математики, Москва

Глобальная форма гелиопаузы – тангенциальный разрыв, отделяющий солнечный ветер от межзвездной плазмы – является предметом недавних горячих споров. В настоящее время обсуждаются два типа формы гелиопаузы. В первом типе гелиопауза имеет общепринятую пластинчатую топологию, а глобальная гелиосфера – кометоподобный тип. Во втором типе, предложенном в 2015 г. Opher et al., гелиопауза имеет трубчатую топологию, а глобальная гелиосфера имеет двухструйный тип, в котором солнечный ветер после шока формирует струи, ориентированные по направлению к оси вращения Солнца. Струи образуются под действием азимутальной составляющей магнитного поля гелиосферы. В этой работе авторы исследуют сценарий с двумя струями для упрощенной «игрушечной» астросферы, в которой: (1) окружающая и движущаяся относительно звезды звездная среда полностью ионизирована, т. е. межзвездные атомы не рассматриваются, как это должно быть для гелиосферы, (2) межзвездное магнитное поле

не учитывается, (3) не учитывается радиальная составляющая магнитного поля астросферы по сравнению с азимутальной, (4) истечение звездного ветра предполагается сверхзвуковым и изотропным. Приведены результаты численного 3D-МГД-моделирования астросферы в этих предположениях. В безразмерном виде задача зависит только от двух существенных параметров: числа Маха межзвездного потока среды и альфвеновского числа Маха в сверхзвуковом звездном ветре. Авторы доклада провели численные расчеты для различных значений этих параметров и обнаружили, что глобальная структура астросферы сильно зависит от числа Маха в межзвездном потоке. Для малых чисел Маха (соответствующих медленному течению или горячему газу) астропауза имеет трубчатую форму. Крылья трубки искажены в сторону хвоста тем больше, чем больше число Маха. Форма трубки астропаузы также искажается межзвездным потоком. Наиболее интересным (и, насколько известно авторам работы, неожиданным) является обратный поток в окрестности точки торможения на астропаузе в хвостовой области. Чем больше межзвездное число Маха, тем меньше обратный поток. При некоторых значениях числа Маха звездный ветер преодолевает обратный межзвездный поток и уходит по ветру. В этом режиме астропауза меняет свою топологию.

К ВОПРОСУ ОБ ЭЛАСТИКЕ ГРАВИТИРУЮЩЕГО СТЕРЖНЯ

Е. Косова, К.А. Хвостунков

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Задачи равновесия тонкостенных систем под действием распределенных массовых сил самогравитации не позволяют использовать классические для тонкостенных систем приближения. Для определения напряженно-деформированного состояния приходится интегрировать силы взаимодействия каждой частицы в поперечных сечениях.

В рассматриваемой задаче перемещения вектора внутренних сил стержня (сил самогравитации) в процессе его изгиба носят следящий характер. В работе определяется выражение для силы притяжения двух сечений стержня, строится уравнение равновесия для самогравитирующего стержня.

В данной работе рассматривается сильно вытянутый упругий стержень постоянного квадратного (круглого) сечения, находящийся лишь в поле собственных сил взаимного притяжения своих материальных точек. Исходная форма задается как идеально прямая. Рассматриваемый стержень имеет шарнирное закрепление в начале координат и изначально расположен вдоль положительного направления оси, совпадающей с исходной нейтральной осью стержня. Необходимо определить плоскую криволинейную форму стержня в виде однопараметрической кривой, оснащенной постоянным по радиусу круглым поперечным сечением.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО НАГРУЖЕНИЯ

Л.А. Костырева, П.А. Моссаковский, А.В. Инюхин, О.П. Щендригина

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе исследован ряд конструкционных сплавов авиационной отрасли промышленности, находящихся в условиях высокоскоростного нагружения. Отдельное

внимание уделено построению кривых нагружения и критериев разрушения материалов в зависимости от вида напряженного состояния. При этом, в отличие от традиционных гипотез, принято более реалистичное представление о неоднородности полей напряжений и деформаций рабочей части испытываемых образцов, вызванных образованием шейки или бочки в тестах на растяжение и сжатие соответственно. Такое изменение формы образцов приводит к тому, что в их рабочей части реализуется сложное напряженное состояние, которое не позволяет использовать простые критерии разрушения, а требует построения поверхностей разрушения материалов. Для расширения номенклатуры рассматриваемых видов напряженного состояния были проведены испытания по новой запатентованной модификации метода Кольского на динамический сдвиг.

Для восстановления кривых нагружения обычные экспериментальные данные с тензодатчиков дополнялись информацией, полученной методом цифровой корреляции изображений (DIC). Оттуда же определялись некие целевые функции (например, соотношение между удлинением рабочей части и сужением в шейке образца), которые должны были быть достигнуты и в соответствующем виртуальном эксперименте.

В результате проведенного исследования выявлена скоростная чувствительность материалов: повышение их пределов упругости и снижение касательных модулей с ростом скорости деформаций. Также показано существенное влияние вида нагружения для некоторых материалов как на кривые нагружения, так и на величину предельной деформации.

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА АЗОТА И КИСЛОРОДА НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ СТОЛКНОВЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ В РЕЗУЛЬТАТЕ МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКИХ И КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

В.В. Косьянчук [1], *А.Р. Юлдашева* [1,2], *А.Н. Якунчиков* [1,2], *Н.М. Дорофеев* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Работа посвящена численному расчету коэффициентов переноса двухатомных газов, с использованием формул Грина – Кубо. В работе использованы и сравнены различные методы, описывающие среду на разном масштабном уровне, а также потенциалы разной точности: (1) расчет методом молекулярной динамики с использованием (а) двухчастичного потенциала Леннарда – Джонса (между атомами разных молекул) и упругого потенциала (между атомами одной молекулы), (б) мультичастичного потенциала, полученного на основании квантово-механических расчетов; (2) расчет методами прямого статистического метода Монте – Карло (DSMC) и событийного молекулярно-динамического моделирования (EDMD) с использованием моделей столкновений, построенных на основе описанных выше потенциалов (а) и (б) по результатам классических траекторных расчетов (CTC).

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова и вычислительных ресурсов МСЦ РАН при финансовой поддержке. РФФИ (проект № 18-31-20025).

КОНВЕКЦИЯ В ВЕРХНЕЙ МАНТИИ И ТРАНСФОРМНЫЕ РАЗЛОМЫ

В.Д. Котёлкин

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Трансформные разломы располагаются на дне океанов, они тянутся на тысячи километров и представляют собой разрезы литосферы, в стенках которых нередко обнажаются полные разрезы океанской коры и породы верхней мантии. Расстояния между разломами порядка 1000 км. Океанические трансформные разломы выражены долинами шириной в среднем 20 км, борта долин представляют собой подводные горы. Глубокие долины трансформных разломов Атлантического океана служат каналами для распространения холодных антарктических вод, поступающих через Срединно-Атлантический хребет.

Установлено, что расчлененный рельеф трансформной долины создается в зоне срединно-океанического хребта и затем пассивно переносится вместе с плитой. Удивляет прямолинейность магистральных трансформных разломов. Как объяснить существование таких грандиозных структур вообще и их правильную прямолинейную форму в частности?

В гидродинамике известно, что образование вытянутых структур обусловлено развитием вторичных течений. Физическое моделирование вторичных течений, возникающих при вынужденной термической конвекции, было выполнено ранее в Сибирском отделении РАН А.Г. Кирдяшкиным.

В данной работе представлены результаты 3D-численных экспериментов по моделированию в приближении Буссинеска термической конвекции в прямоугольном боксе. За нижнюю границу бокса принимается граница между верхней и нижней мантией. Реология, соответствующая мантийному веществу, учитывает сильную зависимость вязкости от температуры, а также ее зависимость от давления. Все границы прямоугольного бокса считаются непроницаемыми. Касательные напряжения отсутствуют на всех границах, кроме нижней, где учитывается трение о менее подвижную нижнюю мантию. На всех боковых границах тепловые потоки отсутствуют. Верхняя граница задается холодной, на ней температура равна 0 ^{o}C, а нижняя, 670-км граница, – горячей с температурой проходящего здесь эндотермического фазового перехода, 1600 ^{o}C.

Так как термическая конвекция допускает много стационарных режимов, т. е. является некорректной задачей, то в качестве условия регуляризации решения использовался дополнительный подогрев на небольшом линейном участке, расположенном на краю (либо в центре) дна расчетной области. Таким образом, моделировалась слабовынужденная конвекция, в которой основное течение представляло вытянутую циркуляционную ячейку.

В ходе численных экспериментов удалось на фоне основного продольного течения получить вторичные поперечные (валиковые) течения, которые по своим масштабам соответствуют трансформным разломам и могут объяснить их происхождение. Границы валиковых течений имеют квазипрямолинейную форму. Естественно, что горячие границы с восходящими потоками чередуются с холодными границами с нисходящими потоками. Восходящие вертикальные течения, сопровождаются расходящимися в стороны горизонтальными движениями, чем можно объяснить и образование глубоких долин, и разрезы океанической коры, и обнажение мантийных пород.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-05-70012).

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОБЛАКА С УСКОРЕННЫМ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ ГАЗОВЫМ СЛОЕМ

К.В. Краснобаев [1,2], *Г.Ю. Котова* [1], *Р.Р. Тагирова* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУН Институт космических исследований РАН, Москва

Моделируется взаимодействие газового облака с плоским слоем и сферической оболочкой. Предполагается, что слой и оболочка ускоряются под действием разности давлений на их «внутренней» и «внешней» поверхностях. Исследуется влияние адиабатической сжимаемости, переменного ускорения и процессов фотоионизации на динамику кумулятивных струй. Найдено, что с уменьшением показателя адиабаты и с соответствующим увеличением коэффициента сжимаемости ослабевает действие архимедовой силы, которая влияет на схлопывание полости, образующейся при погружении облака в слой. Определены возникающие при этом изменения параметров кумулятивных струй. Расчеты показали, что при ускорении сферической оболочки существенным является эффект уменьшения ускорения из-за падения давления внутри сферы. Из расчетов следует, что процессы фотоионизации приводят в формированию горячих кумулятивных струй, если толщина слоя достаточно мала по сравнению с размером облака.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00184).

ВОЛНЫ В ОБЛАСТЯХ ФОТОИОНИЗАЦИИ И ФОТОДИССОЦИАЦИИ, СВЯЗЬ ИХ АМПЛИТУД СО СТРУКТУРНОЙ ФУНКЦИЕЙ СКОРОСТЕЙ

К.В. Краснобаев [1,2], *Р.Р. Тагирова* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУН Институт космических исследований РАН, Москва

Рассматривается распространение малых возмущений в среде с присутствующими в ней фронтами ионизации и фотодиссоциации. При этом атомарная зона фотодиссоциации ограничена с одной стороны фронтом ионизации, а с другой – переходной областью, где, из-за достаточно резкого повышения плотности и падения температуры, начинается формирование молекул водорода, кислорода и моноокиси углерода. Принимается, что слой нейтрального атомарного водорода располагается между ионизованным и плотным молекулярным полубесконечными слоями газа. Границы слоя – соответственно фронты ионизации и фотодиссоциации – предполагаются контактными разрывами. Невозмущенная скорость звука атомарного газа меньше скорости звука ионизованного газа, но превышает скорость звука молекулярного газа. В общем случае учитывается, что в нейтральном слое может выполняться критерий развития акустической моды тепловой неустойчивости. Вне слоя движение ионизованного газа предполагается изотермическим, а молекулярного – адиабатическим. Источником первичных возмущений являются акустические волны, приходящие из области HII. Получено дисперсионное соотношение, выполнен его анализ. Найдены амплитуды отраженных и преломленных волн. Установлена существенная зависимость уносимой из области HII волновой энергии от длины волны возмущений, от толщины нейтрального слоя и от скоростей звука в атомарном и молекулярном газах. Результаты применены к интерпретации особенностей структурной функции скоростей в туманности Розетка (NGC 2237).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00184).

О ПРОБЛЕМЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ МОМЕНТОВ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОЛЕЙ В ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТАХ

Б.И. Краснопольский, К.М. Сергеенко

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

При проведении расчетов турбулентных течений одним из ключевых факторов, определяющих точность полученного результата, является размер выборки осреднения. Исходя из гипотезы об эргодичности турбулентного течения, данная выборка может быть сформирована на основе эволюции течения во времени, изменения вдоль однородных пространственных координат либо на основе ансамбля независимых состояний течения.

В докладе, на примере результатов моделирования турбулентного течения в плоском канале, обсуждается ряд вопросов сопоставления точности результатов осреднения при различных подходах к построению выборки осреднения. В частности, приводится сопоставление результатов затухания ошибки расчета полных напряжений, рассчитанных для случая осреднения по времени и комбинации осреднения по времени и ансамблю реализаций. Для эквивалентного суммарного интервала осреднения по времени отмечается существенный выигрыш в точности осреднения при комбинированном подходе.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 18-71-10075).

ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕПЛОМАССООБМЕНА В ПУЧКЕ СТЕРЖНЕЙ

Б.И. Краснопольский, К.М. Сергеенко, А.Ю. Чулюнин

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В настоящей работе исследуются процессы турбулентного тепломассообмена при продольном обтекании пучка тепловыделяющих стержней. Рассматривается диапазон малых чисел Рейнольдса (от 2500 до 10000, где число Рейнольдса определено по средней скорости и гидравлическому диаметру канала) и диапазон чисел Прандтля от 0,0043 до 7. Для нижней границы выбранного диапазона чисел Рейнольдса характерно возникновение перемежающегося режима течения, который, в частности, затруднительно воспроизвести в расчетах по RANS-моделям.

По результатам проведенной серии расчетов, выполненных методом прямого численного моделирования, определены основные параметры течения, такие как: профили средней скорости, кинетической энергии турбулентности, энергии пульсации температуры, турбулентного числа Прандтля, коэффициенты гидравлического сопротивления и теплоотдачи. Оценена динамика изменения характеристик течения при изменении определяющих параметров. Расчетные значения коэффициентов теплоотдачи, гидравлического сопротивления и турбулентного числа Прандтля аппроксимированы полуэмпирическими соотношениями. Результаты расчетов сопоставлены с экспериментальными данными; показано хорошее согласие по распределению полей средней скорости и интенсивности пульсаций, а также по коэффициентам гидравлического сопротивления и теплоотдачи. Проведена процедура перезамыкания выбранной RANS-модели турбулентности и турбулентного теплообмена.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 18-71-10075).

ФАЗОВАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В СФЕРИЧЕСКОМ ТЕЧЕНИИ КУЭТТА

О.Э. Кривоносова, Д.Ю. Жиленко

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Представлены результаты прямого численного моделирования изотермических турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости во вращающемся сферическом слое при наличии синхронизации. Синхронизация турбулентного течения происходит под действием периодического изменения скорости вращения внутренней сферы, скорость вращения внешней сферы постоянна. Впервые подтверждена показанная ранее в эксперименте возможность формирования в ограниченной области течения спектра трехмерной турбулентности с наклоном -11/5 в инерционном интервале как в отсутствие модуляции скорости вращения, так и при ее наличии. Вне этой ограниченной области турбулентность является двумерной, с наклоном спектра -5/3 на низких частотах и наклоном -3 на высоких частотах. Выводы о типе турбулентности основаны не только на виде спектров пульсаций скорости, но и подтверждены расчетами продольной структурной функции третьего порядка скорости. Установлено, что с увеличением амплитуды модуляции занимаемая двумерной турбулентностью область течения может сокращаться.

Показано, что синхронизация между скоростью сферы и параметрами течения ведет к перемежаемости типа «хаос-хаос» с произвольным чередованием во времени участков со слабой и сильной турбулентностью. Слабая турбулентность соответствует высокому уровню синхронизации с постоянной во времени разностью фаз, а сильная турбулентность – низкому уровню синхронизации с изменяющейся во времени разностью фаз. Полная синхронизация азимутальной составляющей кинетической энергии течения происходит при меньших амплитудах модуляции, чем полная синхронизация меридиональной составляющей, что ведет к скачкообразному изменению отношения этих составляющих внутри области существования перемежаемости «хаос-хаос». При малых амплитудах модуляции уровень турбулентных пульсаций скорости может уменьшаться по сравнению со случаем стационарного вращения, что соответствует полученным ранее экспериментальным данным.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты № 18-08-00074; 19-05-00028).

К ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЙ АРХИТЕКТУРЕ БОЛЬШИХ НАУКОМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

М.А. Кривчиков

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Традиционно большие наукометрические системы имеют централизованную архитектуру. Примерами могут служить базы наукометрических данных Web of Science, Scopus, а также РИНЦ и ИАС «ИСТИНА». Однако масштабирование системы с централизованной архитектурой для сотен тысяч и миллионов пользователей осложняется как техническими, так и организационными факторами. Масштабирование единой базы данных ограничено необходимостью обеспечения транзакционного доступа к ней. Трудности в организации работы крупной централизованной системы связаны

с вопросами защиты персональных данных, а также с особенностями модели владения данными.

В настоящее время консорциум W3C разрабатывает и поддерживает ряд спецификаций моделей данных и протоколов, которые предназначены для эффективного взаимодействия децентрализованных систем, построенных по принципу социальной сети на основе web-технологий. Такие спецификации позволяют объединить множество существующих в настоящее время разрозненных источников наукометрических данных в единую глобальную децентрализованную систему. В рамках такой системы каждый субъект – отдельный ученый, научная организация или ее структурное подразделение имеет свой экземпляр данных, который связан ссылками с другими экземплярами, в том числе в наукометрических базах данных и на сайтах журналов. Некоторые из них размещены в открытом доступе с аннотациями Microformats2. При обновлении существующих и при создании новых записей на одном из узлов другие узлы получают автоматическое уведомление об изменениях по протоколу WebMentions. Отдельные узлы системы могут быть подписаны по протоколу WebSub на весь поток изменений в другом узле. Таким образом, например, защищенный узел, содержащий персональные данные, может автоматически получать обновления от открытого узла, на котором публикуются только общедоступные наукометрические данные. Отдельные глобальные сервисы, которым нужен полный набор данных для анализа, реализуются в форме специализированных поисковых роботов. Такие поисковые роботы в постоянном режиме собирают обновления исходных наукометрических данных на всех известных им узлах и сохраняют их в виде, наиболее эффективном для задачи, которая решается сервисом, без необходимости следовать единой жесткой модели данных.

Децентрализованная архитектура сводит задачи масштабирования и защиты системы на миллионы пользователей к задаче обеспечения эффективной и безопасной работы узла в рамках одной крупной организации или ее структурного подразделения. В терминах открытых протоколов единообразно могут быть представлены задачи распределенного ввода и автоматического импорта из внешних баз данных, а также задачи автоматизированной и административной верификации данных и сбора отчетной информации на всех уровнях административной иерархии – от отдельных кафедр и лабораторий до федеральных органов исполнительной власти и государственных информационных систем. Использование связанных данных позволит сопровождать агрегированные отчетные данные ссылками на первичную информацию для анализа и независимой верификации. Отдельные узлы системы могут быть легко адаптированы под специфические потребности отдельных организаций. С помощью прокси-сервисов в глобальную систему может быть включен широкий класс существующих информационных систем – от международных баз наукометрических данных до внутренних информационных систем отдельных организаций.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПАРОВОДЯНОЙ СМЕСИ, СВЕРХКРИТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ, ЦИКЛ КАРНО

В.Е. Крошилин

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Проведен анализ термодинамических свойств пароводяной смеси. В частности, рассмотрена следующая задача: в начальный момент времени в разделенной пополам перегородкой горизонтальной теплоизолированной трубе находится смесь с одинаковым давлением, причем в одной части находится смесь, имеющая одну плотность, а в другой –

другую плотность; перегородка убирается; рассчитывается давление после выравнивания плотности. Показано, что: для совершенного газа давление после выравнивания плотности совпадает с давлением в начальный момент времени; для равновесной по температуре парожидкостной смеси давления тоже совпадают; для воды давления в общем случае отличаются. В частности, при давлении в начальный момент времени равном 1 бар и плотности 998,23 и 999,74 $кг/м^3$ (что соответствует температурам 20 и 10 ºС) давление и температура после выравнивания плотности будет равны 0,02 бар и 15,02 ºС соответственно. Такому давлению соответствует температура насыщения 17,6 ºС. То есть за счет падения давления температура насыщения стала близка к температуре воды. При давлении в начальный момент времени равном 1 бар и плотности 998,23 и 999,82 $кг/м^3$ (что соответствует температурам 20 и 9 ºС) после выравнивания плотности давление, из-за термодинамических свойств воды, должно быть меньше 0,015 бар. То есть вода перегрета, следовательно, она перейдет в смесь воды с паром и давление вырастет. Возможно, установленные закономерности вызваны неточностями в общепринятых термодинамических свойствах воды и пара.

Предложена аппроксимация равновесной термодинамики пароводяной смеси. Аргументами являются удельный объем и давление. Свойства однофазной среды: пара, или воды, или среды при сверхкритическом давлении рассчитываются по квадратичным соотношениям, использующим значения в углах прямоугольной ячейки, соответствующей рассматриваемой точке. При этом при фиксированном одном аргументе зависимость по другому аргументу линейная. Свойства двухфазной пароводяной смеси при докритическом давлении рассчитываются в предположении, что температуры фаз воды и пара равны температуре насыщения.

Цикл Карно исследуется путем численного расчета одномерного односкоростного течения однотемпературной пароводяной смеси в горизонтальном контуре, содержащем: 1) участок с насосом, в котором смесь разгоняется и давление увеличивается; 2) участок с подводом тепла; 3) участок с потерей давления, моделирующий в одномерном приближении турбину; 4) участок с отводом тепла. Подвод и отвод тепла считается пропорциональным температуре смеси минус температура стенки. Расчет проводится до выхода на стационарный режим течения. При этом на участках без подвода или отвода тепла тепловые потоки к межфазной поверхности равны нулю, и, следовательно, практически для всех условий возможна только однофазная смесь: или пар или вода (не может быть двухфазная пароводяная среда). Исключение составляет случай с температурой насыщения равной температуре воды и пара в двухфазной пароводяной среде. Такой простейший расчет позволяет качественно анализировать зависимость коэффициента полезного действия от параметров контура.

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕТЕРОГЕННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ПОВЕРХНОСТЯХ SiO_2 и SiC: КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКИЙ И МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОДЫ

А.А. Крупнов, М.Ю. Погосбекян

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе проведены расчеты поверхности потенциальной энергии, отвечающие взаимодействию атомов O и N с кластерами SiO_2 и SiC, моделирующими соответствующие поверхности кристаллов, с использованием программы GAUSSIAN. Уравнение Шредингера решалось метод теории функционала электронной плотности DFT с расширенным гибридным трехпараметрическим обменным функционалом Беке, дополненный электронной корреляцией Ли, Янга и Пара (X3LYP). В качестве базисных

функций использовался корреляционно-согласованный поляризованный валентный трехэкспоненциальный базисный набор cc-pVTZ. На основе полученных ППЭ проведено молекулярно-динамическое моделирование столкновения атомов N и O с поверхностью SiO_2 и SiC с учетом внутренней релаксации верхних слоев кристаллической решетки. Определены константы скорости процессов адсорбции/десорбции. Полученные значения хорошо согласуются с аналогичными величинами, рассчитанными на основе теории переходного состояния.

Работа выполнена в соответствии с планом научных исследований НИИ механики МГУ при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00741) с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова и вычислительных ресурсов ОВК НИЦ «Курчатовский институт», http://computing.nrcki.ru/.

КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ АДСОРБЦИИ/ДЕСОРБЦИИ И РЕКОМБИНАЦИИ НА КРЕМНЕСОДЕРЖАЩИХ ПОВЕРХНОСТЯХ

А.А. Крупнов, М.Ю. Погосбекян

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе исследовались процессы адсорбции, десорбции и рекомбинации атомов N и O на поверхностях теплозащитных материалов SiO_2 и SiC методами квантовой механики в рамках теории функционала плотности DFT (X3LYP/cc-pVTZ). Для описания гетерогенных процессов использовался кластерный подход, в котором поверхность кристаллов SiO_2 и SiC моделировалась различными кластерами, передающими стехиометрию кристалла и валентные состояния атомов, лежащих на верхнем слое. В ходе расчетов были определены ключевые структурные и энергетические характеристики молекулярных систем, описывающих взаимодействия атомов N и O с кремнесодержащими поверхностями. В рамках метода переходного состояния с использованием квазистационарного приближения были рассчитаны константы скорости для процессов адсорбции и десорбции атомов N, O и молекул N_2, O_2, NO, а также ударной рекомбинации атомов N, O на рассматриваемых поверхностях в широком диапазоне температур 500–2200 K. Полученные константы скорости аппроксимированы обобщенной формулой Аррениуса. Таким образом, в работе построена замкнутая кинетическая модель для исследования высокотемпературных физико-химических процессов, протекающих на поверхности тепловой защиты космических и гиперзвуковых летательных аппаратов на основе SiO_2 и SiC.

Работа выполнена в соответствии с планом научных исследований НИИ механики МГУ при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00741) с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова и вычислительных ресурсов ОВК НИЦ «Курчатовский институт», http://computing.nrcki.ru/.

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА КОВАЧИЧА К ЗАДАЧЕ О ДВИЖЕНИИ ТЯЖЕЛОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА С НЕПОДВИЖНОЙ ТОЧКОЙ В СЛУЧАЕ ГЕССА

А.С. Кулешов

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В 1890 г. немецкий математик и механик В. Гесс указал новый частный случай интегрируемости уравнений Эйлера – Пуассона движения тяжелого твердого тела с неподвижной точкой. В 1892 г. П.А. Некрасов показал, что решение задачи о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой при условиях Гесса сводится к интегрированию линейного уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. В докладе обсуждается вывод соответствующего уравнения второго порядка и показано, как привести коэффициенты этого уравнения к виду рациональных функций. Затем при помощи алгоритма Ковачича исследуется вопрос о существовании лиувиллевых решений у соответствующего линейного уравнения второго порядка. Показано, что лиувиллевы решения могут существовать лишь в двух случаях: в случае, соответствующем случаю Лагранжа движения твердого тела с неподвижной точкой, и в случае, когда постоянная интеграла площадей равна нулю.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 19-01-00140; 20-01-00637).

УСТОЙЧИВОСТЬ СТРУКТУРЫ СПОНТАННО ИЗЛУЧАЮЩЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

А.Г. Куликовский, А.Т. Ильичев, А.П. Чугайнова, В.А. Шаргатов

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Исследована устойчивость структуры нейтрально устойчивой ударной волны, называемой также спонтанно излучающей (*Куликовский А.Г., Ильичев А.Т., Чугайнова А.П., Шаргатов В.А.* Об устойчивости структуры нейтрально устойчивой ударной волны в газе и о спонтанном излучении возмущений // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2020. Т. 158. Вып. 3(9). С. 544–560). Получены решения, описывающие линейные, синусоидально зависимые от координаты вдоль изучаемой структуры, возмущения в структуре и ниже по потоку. Показано, что эти возмущения затухают со временем. Рассмотрен предельный переход при стремящейся к нулю безразмерной ширине структуры. В пределе получены результаты, совпадающие с классическими, когда ударная волна считалась поверхностью разрыва.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-01-00180).

О ЗАДАЧЕ ПОДДЕРЖАНИЯ КОНТАКТА АСТЕРОИДА И ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЗОНДА МАЛОЙ МАССЫ

Э.К. Лавровский

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматриваемый в задаче астероид представляет собой однородное целостное образование относительно ровной формы, имеющее ось динамической симметрии,

с абсолютно шероховатой внешней поверхностью. В силу своей симметричности астероид вращается в режиме регулярной прецессии, при котором это небесное тело одновременно совершает два вращения с постоянной угловой скоростью. Угол между направлениями этих вращений – угол нутации – также постоянен. Исследовательский зонд моделируется материальной точкой, считается, что, в силу своей малой массы, он никак не влияет на угловое движение астероида. На внешней поверхности последнего как бы борются две силы – сила инерции за счет его вращения и сила притяжения за счет массы астероида. Если сумма этих сил, спроектированная на внешнюю нормаль, в точке контакта отрицательна, то считается, что контакт зонда и астероида не нарушается.

Исследование задачи контакта разбивается по тематике на ряд этапов. На первом из них для разного типа регулярных поверхностей – среди которых круговые цилиндры, сжатые и вытянутые симметричные эллипсоиды, усеченные конуса – в предположении отсутствия гравитации решается задача поиска критических точек поверхности, в которых в данный момент наблюдается наибольшая отталкивающая сила. Положение этих точек и отталкивающая сила зависят от угловой скорости вращения астероида и угла нутации. На втором этапе учитываются уже обе силы – и сила инерции, и гравитационная сила. Точно также ищутся критические точки поверхности. Задача решается здесь в случае, когда формой поверхности астероида является осесимметричный эллипсоид, так как только в этом случае (помимо сферы) существует удобная аналитическая формула, описывающая гравитационное поле небесных тел. Основной метод исследования численный. На третьем этапе (также при игнорировании силы притяжения) исследуется вопрос о том, как влияет перемещение точки малой массы по поверхности астероида на вопрос поддержания между ними контакта.

ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ В СИСТЕМЕ АСТЕРОИД – ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЗОНД

Э.К. Лавровский

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается движение объекта малой массы (зонд) в окрестности массивного тела (астероид). Предполагается, что зонд не оказывает никакого влияния ни на поступательное, ни на угловое движение астероида. Последний рассматривается как однородное тело, формой которого является поверхность вращения. Изучается угловое движение астероида. В силу своей симметрии он вращается в режиме регулярной прецессии с двумя постоянными угловыми скоростями и при некотором постоянном угле нутации между ними. Точка малой массы под влиянием гравитационного притяжения движется в окрестности данного вращающегося массивного тела. Ищутся точки либрации этой динамической системы, при которых зонд располагается на неизменном расстоянии от поверхности астероида и от его оси симметрии.

Сначала рассматривается случай, когда формой астероида является эллипсоид вращения. Гравитационное поле такого тела описывается аналитическими формулами, вытекающими из решения так называемой задачи Дирихле. В этом случае удается найти четыре возможные точки либрации, две из которых располагаются на оси, проходящей через центр масс эллипсоида и перпендикулярной плоскости, образованной осью симметрии тела и направлением вектора кинетического момента вращения. Две другие принадлежат как раз данной плоскости. Выписана система условий, определяющая их положение. Исследуется устойчивость по первому приближению данных точек либрации. Далее. в силу сложного, нелинейного характера задачи, исследование данного вопроса велось за счет совмещения аналитических и численных методов. В частности, было

обнаружено, что на устойчивость точек либрации, по-видимому, оказывает влияние то, насколько близко располагаются они от поверхности астероида.

В финальной части работы рассматриваются астероиды произвольной формы, но являющиеся телами вращения. Удобные аналитические формулы, описывающие гравитационное поле таких небесных тел, отсутствуют, существуют только разложения в бесконечный ряд по полиномам Лежандра. Тем не менее удается доказать, что если экваториальная плоскость астероида является плоскостью симметрии тела, то те же два типа точек либрации, о которых говорилось выше, в принципе также существуют. В том же случае, когда эта симметрия отсутствует, вопрос остается открытым.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАЧАЛЬНОГО ЭТАПА ИЗЛУЧЕНИЯ АРГОНА ЗА СИЛЬНЫМИ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

В.Ю. Левашов [1], *А.Л. Кусов* [2], *П.В. Козлов* [1], *Н.Г. Быкова* [1], *И.Е. Забелинский* [1]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Центральный научно-исследовательский институт машиностроения, Королёв, Моск. обл.

Основным источником информации при разработке и построении расчетно-теоретических моделей неравновесного излучения является эксперимент. В настоящей работе представлены результаты моделирования неравновесного излучения чистого аргона, полученные на экспериментальном комплексе «Ударная труба» (ЭКУД) НИИ механики МГУ. В экспериментах на ЭКУД был впервые обнаружен немонотонный характер поведения излучения атомарного аргона на начальном этапе за фронтом ударной волны от момента прихода газодинамического фронта ударной волны до начала лавинообразного нарастания концентрации электронов. Экспериментальная информация, полученная на данном этапе эволюции излучения, может быть использована для построения модели возбуждения и ионизации ударно нагретого аргона за счет аргон-аргонных столкновений. Несмотря на то, что вопрос ионизации и излучении аргоновой плазмы исследуется на протяжении более 60 лет, окончательный интерес к данной проблеме не ослабевает до настоящего времени. При этом аргоновая плазма является удобным объектом как для тестирования радиационно-столкновительных моделей излучения горячих газов, так и для установления ведущих физических процессов, связанных с ионизацией, образованием электронов, возбуждением энергетических уровней атомов и их дезактивацией в условиях высоких температур за фронтом сильных ударных волн. Отсутствие отвода энергии за счет возбуждения вращательных и колебательных степеней свободы, а также процессов диссоциации в благородных газах позволяет изучать кинетику электронного возбуждения и ионизации и верифицировать столкновительно-излучательные модели.

В настоящей работе предложена упрощенная модель для описания рассматриваемых процессов. Атом аргона моделируется как система, имеющая несколько энергетических уровней: основной (невозбужденный) уровень, два или четыре возбужденных состояния и ион аргона. В качестве одного из возможного объяснения немонотонного характера излучения рассмотрен процесс обеднения излучающего состояния за счет столкновительных переходов на более высокие энергетические уровни. Результаты моделирования показали удовлетворительное согласие с экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-08-00343).

ДИНАМИКА МЕЖФАЗНОЙ ГРАНИЦЫ ГЕЛИЙ-II – ПАР В КАНАЛЕ С МОНОДИСПЕРСНОЙ ЗАСЫПКОЙ

В.Ю. Левашов [1], *Ю.Ю. Пузина* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет « МЭИ», Москва

В работе представлены экспериментальные данные, полученные в ходе исследований процессов тепломассопереноса в сверхтекучем гелии. Как известно, динамика и передача энергии в гелии-II отличаются от аналогичных явлений в неквантовых жидкостях, включая криогенные, в том числе и в двухфазных системах.

Общая схема экспериментального стенда, подготовка и методика проведения исследований подробно описаны в [1, 2]. Экспериментальный участок представляет собой U-образную хлоркальциевую трубку TX-U-1-100, нижняя часть которой заполнена свободной засыпкой монодисперсных шариков диаметром (280 ± 5) мкм, изготовленных из сплава Pb96%Sb4% по технологии [3]. В один из концов трубки вставлен нагреватель, представляющий собой медный диск диаметром 5 мм, на поверхности которого располагается спиральный нагреватель из нихромовой проволоки диаметром 50 мкм. Диск запрессован в пробку из пеноплекса, которая в свою очередь вставляется в верхний патрубок U-образной трубки враспор. Вся сборка дополнительно обрабатывается герметизирующим клеем для предотвращения перетока сверхтекучего гелия между различными полостями вблизи нагревателя и свободным объемом.

Экспериментальный участок полностью погружается в объем сверхтекучего гелия. При подаче тепловой нагрузки в канале образуется паровая пробка, которая затем увеличивается в размерах. Пройдя некоторое расстояние от нагревателя, межфазная поверхность останавливается и начинает перемещаться к нагревателю. Не достигнув его, межфазная поверхность опять останавливается и начинает движение от нагревателя. Таким образом, реализуются колебания с постоянной амплитудой и частотой. Амплитуда колебаний составляет $\sim 10 \div 20$ мм в различных сериях экспериментов, а частота колебаний около 0,2 Гц. В других экспериментальных работах были получены колебания мениска в капилляре, заполненном сверхтекучим гелием [4]. Представляется, что пористое тело (монодисперсная засыпка) является эквивалентом капилляра с точки зрения тепломассопереноса в стесненных условиях при течении гелия-II.

Аппроксимация экспериментальных данных показывает, что зависимость координаты межфазной поверхности от времени представляет собой гармоническую кривую, однако численные коэффициенты на предварительном этапе не удается соотнести с параметрами эксперимента (тепловой нагрузкой, глубиной погружения, давлением в криостате).

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-19-00321).

Литература

1. *Королев П.В., Крюков А.П., Медников А.Ф.* Экспериментальное исследование движения гелия-II в капилляре при наличии паровой полости вблизи нагревателя // Вестник МЭИ. – 2006. – № 4. – С. 27–33.
2. *Korolev P.V., Kryukov A.P., Puzina Yu.Yu.* Experimental Study of the Boiling of Superfluid Helium (He-II) in a Porous Body // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2017. – V. 58. – № 4. – p. 679–686.
3. *Ankudinov V.B., Marukhin Yu.A., Ogorodnikov V.P., Ryzhkov V.A.* Technology for Production of Monodisperse Spherical Granules // Metallurgist. – 2019. – V. 63. – Issue 5–6. – p. 651–657.

4. *Королев П.В., Крюков А.П.* Движение сверхтекучего гелия в капилляре с паром при наличии продольного теплового потока // Вестник МЭИ. – 2002. – № 1. – С. 43–46.

МНОГОГОЛОВАЯ ВРАЩАЮЩАЯСЯ ДЕТОНАЦИЯ В КОЛЬЦЕВОМ ЗАЗОРЕ

В.А. Левин [1,2], *И.С. Мануйлович* [1], *В.В. Марков* [1,3]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУН Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток;
[3]Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва

Сформулирована задача, моделирующая процесс инициирования и высокоскоростного сгорания смеси в трехмерных детонационных волнах, вращающихся в кольцевом зазоре между параллельными плоскими диском и кольцом ортогональными их оси симметрии. Предполагается, что однородная горючая смесь поступает в зазор из резервуара с заданными параметрами торможения через внешнее цилиндрическое кольцо в направлении к оси симметрии. Продукты детонации выходят в окружающее пространство через коническое сопло с углом полураствора 45 градусов. Сформулирована модель инициирования детонации подводом энергии; в численных экспериментах определены значения параметров инициаторов, оптимальные для формирования вращающейся детонации и позволяющие задавать направление вращения. Система подачи смеси реализована с учетом соотношения давления в резервуаре и статического давления на входе в зазор. Получены и проанализированы нестационарные ударно-волновые структуры, возникающие в процессе формирования стационарной вращающейся детонации.

Проведено исследование вращающейся детонации при переменном давлении торможения. Результаты расчетов показывают, что при давлении торможения меньшем критического значения, реализация вращающейся детонации невозможна. Установлено, что в зависимости от давления торможения могут реализоваться качественно различные ударно-волновые структуры.

Изучен процесс инициирования двух, трех и четырех вращающихся в одну и ту же сторону волн детонации. Определены параметры инициаторов, при которых они формируются, а в системе координат, вращающейся вместе ними, проанализирована структура течения. Получены и исследованы осциллограммы тяговых характеристик при вращении нескольких детонационных волн: значения реактивной силы и удельного импульса. Установлено, что удельный импульс достигает набольшего значения при четырех вращающихся волнах.

Исследование проводится в рамках одностадийной кинетики горения численным методом, основанным на схеме С.К. Годунова, в оригинальном программном комплексе, разработанном для проведения многопараметрических расчетов и визуализации течений. Программный комплекс позволяет моделировать вращающуюся детонацию в кольцевом сопле для широких диапазонов определяющих параметров. Расчеты проведены на суперкомпьютере МГУ «Ломоносов».

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ (тема АААА-А19-119012990113-1) с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00883).

ОБ ИЗМЕРЕНИИ ТЯГИ В КОЛЬЦЕВЫХ СОПЛАХ С ДЕФЛЕКТОРОМ

В.А. Левин [1,2], *А.Н. Мухин* [3], *Н.Е. Афонина* [1], *В.Н. Богданов* [3], *А.Н. Хмелевский* [1]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУН Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток;
[3]ОКБ им. А. Люльки, филиал ПАО «ОДК – УМПО», Москва

В ряде случаев компактные кольцевые сопловые устройства можно рассматривать в качестве альтернативы традиционным соплам Лаваля в выходных устройствах реактивных двигателей. Подобные устройства имеют меньшую длину вдоль вектора тяги, обладают важным свойством авторегулируемости, а их компактность обеспечивает возможность простой интеграции выходного модуля на базе кольцевого сопла (или связки сопел) в состав штатного двигателя. Кольцевые сопловые устройства с внутренним дефлектором позволяют осуществлять пульсирующие режимы сжигания авиационных и ракетных топлив по инновационной технологии двухстадийного горения.

Прямые экспериментальные измерения силы тяги в импульсных и импульсно-периодических (пульсирующих) режимах работы выходных устройств современных авиационных и ракетных двигателей на высоких частотах в ряде конструкций измерительных схем и тяговых модулей затруднены. Это связано с отсутствием на российском рынке предложений производителей компактных датчиков силы с высокими (более 15 кГц) собственными частотами. Для прямых измерений тяги в подобных режимах истечения требуется разработка оптимальных по конструкции элементов измерительной схемы и тягового модуля.

В работе представлены особенности конструкций двух моделей сопловых устройств разного масштаба с внутренним дефлектором, связанные с измерением тяги в импульсном аэродинамическом стенде НИИ механики МГУ. Время квазистационарной фазы истечения в рабочем цикле стенда при расходе газа через сопло в 1 кг / с составляет примерно 0.1 с. Поэтому диапазон рабочих частот датчиков силы должен быть достаточно высоким. К конструкциям для измерений силы тяги с тензометрическими датчиками усилия предъявляются требования по минимизации веса деталей подвижной части элементов измерительной схемы.

По итогам выполненных работ имеем следующие результаты.

1. Представлены конструкции двух моделей соплового устройства разного масштаба на базе кольцевого сопла с внутренним дефлектором в виде осесимметричной полузамкнутой полости с диаметрами основания d = 20 и 38,8 мм соответственно.

2. Для спроектированных моделей отношения веса подвижных деталей в конструкции системы измерений силы тяги к собственному весу применяемого для измерений тензометрического датчика силы типа ЛХ-144 составили 0,86 и 2,44 соответственно. Минимальное значение этого отношения, характеризующего степень совершенства конструкции для измерений тяги, гарантирует регистрацию изменений силы тяги по времени на максимальной частоте, близкой к собственной частоте датчика силы.

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ (тема АААА-А19-119012990113-1) в рамках сотрудничества с ОКБ им. А. Люльки при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00883).

К ВОПРОСУ ОБ АВТОМАТИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МЕТАМАТЕРИАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИЙ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

В.Ан. Левин [1], *М.Я. Яковлев* [1,2], *В.В. Дежкина* [1]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2] ООО «Фидесис», Москва

Рассматривается двумерная обратная задача численной оценки эффективных механических характеристик метаматериалов. На входе задаются исходный материал, целевые плотность и эффективные свойства, и ограничения целевой структуры (ячейки метаматериала). Будущий метаматериал моделируется стержневой конструкцией, диаметр стержней выбирается системой автоматически, размер ячейки ограничен для простоты расчетов длиной 8 стержней.

Задача поиска необходимой геометрической структуры ячейки периодичности решается с использованием машинного обучения. Используется подход обучения с подкреплением (Reinforcement Learning), а именно Advantage Actor Critic. Рассмотрен поиск структуры материала в формате игры. Правила игры следующие: на каждом ходе s_i субъект (actor) может сделать одно из следующих действий:

- проложить следующий стержень на угол, выбранный из диапазона (в том числе и при достижении границы игрового поля) α(si);
- остановиться в связи с достижением границы.

Стержни не могут перекрывать друг друга. Итогом игры получается ячейка периодичности метаматериала. В процессе игры стержень не имеет толщины, по завершению игры толщина стержня варьируется так, чтобы достичь желаемой плотности метаматериала. Эффективные свойства метаматериала оцениваются с помощью CAE Fidesys путем проведения конечно-элементного расчета на ячейке периодичности. Если отклонение результатов расчета эффективных свойств от ожидаемых величин составляет менее 30 % – игра считается выигранной, в противном случае игра запускается заново.

Для руководства субъектом (actor) рассчитаны алгоритмы для двух показателей: $v(s)$ – стратегию оценки текущего состояния, $r(s_i, a_i)$ – стратегию оценки поощрений предсказанных действий, где s – текущее положение субъекта, а a – выбранное действие на этом шаге. Для формирования $v(s)$ используются марковский алгоритм, результаты прошлых игр и разбиение Дирихле.

Верификация результатов была проведена путем расчета эффективных механических характеристик полученной ячейки периодичности с помощью CAE Fidesys и сравнения результатов с целевыми эффективными свойствами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и Правительства Москвы (проект № 19-38-70001).

ОБ ОДНОМ ВАРИАНТЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕШЕТЧАТЫХ СТРУКТУР, ИЗГОТАВЛИВАЕМЫХ МЕТОДОМ 3D-ПЕЧАТИ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БАЛОЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ПОМОЩЬЮ CAE Fidesys

В.Ан. Левин [1,2], *М.Я. Яковлев* [1,2], *Д.А. Коновалов* [1,2], *Д.В. Немтинова* [1]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2] ООО «Фидесис», Москва

В ходе работы была проведена численная оценка эффективных механических характеристик и эффективных теплофизических свойств материалов решетчатой структуры с помощью метода конечных элементов. Были разработаны скрипты для построения ячеек периодичности решетчатых структур в среде CAE Fidesys. Для этих решетчатых ячеек периодичности с использованием программного модуля Fidesys Composite были рассчитаны эффективные механические свойства. Для ячеек двух типов численно моделировались эффективные механические свойства (модуль Юнга и коэффициент Пуассона)

Была получена разница между моделированием стержнями и балками. По полученным данным построены графики. Аналогичные действия были проделаны для теплофизических свойств (коэффициент температурного расширения и теплопроводность). В результате получилось, что отличия – не более 5 % при достаточно малой толщине стержней и балок, что свидетельствует о применимости подхода.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Москвы (проект № 19-38-70001).

АДИАБАТНАЯ ТЕМПЕРАТУРА СТЕНКИ ПРИ ТЕЧЕНИИ ВЛАЖНОГО ВОЗДУХА С КОНДЕНСАЦИЕЙ

А.И. Леонтьев, А.Г. Здитовец, Ю.А. Виноградов, Н.А. Киселёв

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Цель работы – исследование влияния конденсации водяных паров из высокоскоростного потока влажного воздуха на температуру обтекаемой адиабатной стенки. Проведено три серии экспериментальных исследований при одинаковом начальном давлении смеси. В каждой серии начальная температура влажного воздуха постоянна. При этом начальная относительная влажность воздуха изменялась от 5 до 90 % за счет изменения массовой доли перегретого водяного пара в смеси при постоянных температуре и давлении. Изменение начальной температуры от серии к серии позволяло существенно увеличить начальное влагосодержание при одинаковых значениях относительной влажности. В результате зафиксировано, что с ростом начального влагосодержания область конденсации (скачок конденсации) паров воды смещалась в сторону меньших чисел Маха, при этом температура обтекаемой поверхности росла. При определенном значении влагосодержания область конденсации водяных паров перемещалась в область канала, в которой поток двигался с дозвуковой скоростью. При этом температура обтекаемой поверхности снижалась до значений меньших, чем для случая обтекания «сухим» воздухом.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-19-00234).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА В КВАЗИТРЕХМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Ли Кайжуй [1], *Д.А. Пестов* [1,2], *Н.Н. Смирнов* [1,2]

[1]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГУ «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва

В работе рассматривается рост плоской дискообразной трещины в условиях неоднородной среды. В традиционных моделях роста трещины гидроразрыва течение гидравлической жидкости обычно считается одномерным, поскольку среда однородна, изотропна, и трещина симметрична. Однако в действительности, в реальной трехмерной модели трещины, если учитывается неоднородность пласта, движение гидравлической жидкости является двумерным, что приводит к различным коэффициентам интенсивности напряжений в каждой точке фронта трещины и вызывает неоднородное распространение трещины в различных направлениях. В данной работе представлена квазитрехмерная модель роста трещины гидроразрыва в среде с неоднородно распределенным модулем Юнга, под действием двумерного движения жидкости гидроразрыва.

Начальная форма трещины представляет собой симметричный диск заданного радиуса, гидравлическая жидкость изначально стационарна при однородном давлении. Гипотезы радиальных плоских сечений трещины и неоднородно-симметричного распределения модулей Юнга позволяют использовать двумерный метод разрывных смещений, вместо решения полноценной трехмерной задачи упругости, что существенно снижает вычислительную сложность задачи.

Результаты расчета показывают, что чем меньше модуль Юнга в радиальном сечении трещины, тем больше раскрытие сечения и тем больше давление в этом сечении. Сечения трещины с наименьшим модулем Юнга начинают распространяться первыми. Для учета взаимного влияния сечений трещины на ее распространение вводится взаимосвязь коэффициентов интенсивности напряжений в соседних сечениях. Таким образом, распространение одного сечения трещины приводит к тому, что коэффициент интенсивности напряжений в этом сечении уменьшается, а коэффициенты интенсивности напряжений окружающих сечений увеличиваются. В конце концов, все сечения трещины распространяются вперед с несколько различными скоростями. В случае отсутствия подобной взаимосвязи растут только некоторые сечения.

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований механико-математического факультета МГУ (АААА-А16-116071210063-0).

ЭВОЛЮЦИЯ ЗАПОЛНЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ ПОЛОСТИ В КЛЕТОЧНОМ АГРЕГАТЕ ВСЛЕДСТВИЕ РАЗВИТИЯ АКТИВНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

С.А. Логвенков [1,2], *В.К. Воробьев* [3], *Е.Н. Юдина* [2]

[1]Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва
[3]Механико-математчеcкий факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Одним их фундаментальных механизмов, который наблюдается в самых разных биологических процессах, является развитие активных механических взаимодействий клеток между собой. Результатом механической клеточной активности является

перестройка биологических тканей, сопровождаемая, в частности в эмбриональных тканях, миграцией клеток. Взаимные перемещения клеток вследствие развития активных напряжений лежат в основе формирования структур, которые в дальнейшем трансформируются в ткани и органы.

В работе решена задача об эволюции полости, которая сформировалась в центральной части клеточного агрегата сферической формы к начальному моменту времени. Изучен процесс распространения фронта, отделяющего в начальный момент времени клеточную среду от жидкости, и изучена структура распределения объемной плотности клеток за фронтом в зависимости от различных механизмов активных межклеточных взаимодействий: локального, учитывающего хаотическую активность клеток, характеризуемую давлением, которое проявляется в отталкивании клеток, и нелокального, учитывающего взаимодействие между клетками на некотором расстоянии, характеризуемого напряжением, создаваемым в результате направленных активных межклеточных взаимодействий. Изучена возможность формирования структуры, характеризуемой существованием неподвижной границы, отделяющей полость от окружающего ее слоя клеток. В результате решения исследовано влияние различных механизмов межклеточных взаимодействий на распространение фронта. Постановка и решение задачи описывают возможный сценарий формообразования на одной из ранних стадий эмбрионального развития.

Результаты решения задачи показали, что большое давление (превышающее некоторое критическое значение) внеклеточной жидкости приводит к увеличению радиуса полости при неплотной начальной упаковке клеток (плотность клеток не превышает некоторое критическое значение) даже в результате только хаотической клеточной активности.

Одним из основных результатов участия нелокального направленного механизма межклеточных взаимодействий является то, что он приводит к развитию полости и при таких начальных значениях плотности клеток и давлениях жидкости, при которых хаотическая клеточная активность рост полости не обеспечивает.

Участие нелокального механизма активных межклеточных взаимодействий приводит к уменьшению характерного времени развития полости.

Нелокальный механизм активных межклеточных взаимодействий при отсутствии взаимодействия клеток с внешней границей приводит к росту полости не при любых начальных размерах полости, хотя хаотическая клеточная активность приводит к развитию полости при этих значениях параметров. Эволюция полости достаточно малого начального радиуса сопровождается уменьшением плотности клеток около внешней границы в результате нелокальных межклеточных взаимодействий, что приводит к «отрыву» клеток от нее.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-01-00329).

ПОЛЗУЧЕСТЬ И ДЛИТЕЛЬНОЕ РАЗРУШЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ В ПРИСУТСТВИИ АГРЕССИВНОЙ СРЕДЫ

А.М. Локощенко, Л.В. Фомин, Ю.Г. Басалов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Исследование основано на результатах испытаний на ползучесть до разрушения растягиваемых образцов титанового сплава ВТ6 при 600°С, в которые предварительно был внедрен водород различной концентрации. В данной работе проведено теоретическое обобщение полученных данных на нестационарное сложное напряженное состояние.

Рассматривается моделирование ползучести цилиндрической оболочки вплоть до разрушения при двух программах зависимости осевых и поперечных напряжений от времени. Предполагается, что материал оболочки предварительно насыщался внедренным водородом различной концентрации. Описание ползучести проводится при учете физической и геометрической нелинейности. Для описания длительности разрушения используется кинетическая теория Ю.Н. Работнова с векторным параметром поврежденности. В первой части доклада рассматривается кусочно-постоянная зависимость осевого и поперечного напряжений от времени. Показано, что времена до разрушения оболочки при ступенчатом увеличении и уменьшении напряжений совпадают. Во второй части доклада рассматривается нагружение оболочки, при котором осевое и поперечное напряжения возрастают пропорционально времени. Получены кривые ползучести оболочки вплоть до разрушения при различных скоростях увеличения напряжений и различных уровнях концентрации агрессивной среды.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 20-08-00387).

ДЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ СТЕРЖНЕЙ, РАСТЯГИВАЕМЫХ В АГРЕССИВНОЙ СРЕДЕ, В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ФОРМЫ ИХ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ

А.М. Локощенко [1], *Л.В. Фомин* [1], *Н.С. Ларин* [1,2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Исследуется длительная прочность стержней двухсвязного поперечного сечения, растягиваемых в агрессивной среде. Рассматриваются поперечные сечения стержней, в которых формы внешнего и внутреннего контуров подобны, кроме того, площади полой (внутренней) части составляют 25 % от площадей окаймляющей внешней, нагруженной части. Площади нагруженных частей сечений с различными формами совпадают. Для оценки влияния агрессивной среды на длительную прочность используется кинетическая теория Ю.Н. Работнова с двумя структурными параметрами (поврежденность материала и концентрация элементов окружающей среды в материале стержня). Влияние агрессивной среды определяется ее диффузионным проникновением внутрь материала стержня. Для определения уровня агрессивной среды в стержнях используются приближенные решения уравнений диффузии, основанные на учете движения диффузионных фронтов от наружной и внутренней поверхностей стержней. Приводится сравнение полученных времен до разрушения рассматриваемых форм поперечного сечения стержней.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 20-08-00387).

ПОЛЗУЧЕСТЬ И ДЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ МЕТАЛЛОВ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ (ОБЗОР)

А.М. Локощенко [1], *Л.В. Фомин* [1], *В.В. Терауд* [1], *Ю.Г. Басалов* [1], *В.С. Агабабян* [1,2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Данный доклад представляет собой аналитический обзор экспериментальных и теоретических исследований ползучести и длительной прочности металлов при нестационарных напряженных состояниях, опубликованных за последние 60 лет. Текст

обзора включает 140 публикаций (11 монографий и 129 статей), в том числе 61 публикацию на русском языке и 79 публикаций на иностранных языках, т. е. публикации на иностранных языках составляют 56 % обзора.

Обзор состоит из следующих разделов.

1. Введение.
2. Монография.
3. Обзоры.
4. Ползучесть металлов при различных программах нагружения.
5. Релаксация напряжений.
6. Ползучесть металлов при различных температурах.
7. Взаимодействие процессов пластичности и ползучести.
8. Длительная прочность.
   8.1. Скалярный параметр поврежденности.
   8.2. Векторный параметр поврежденности.
   8.3. Тензорный параметр поврежденности.
9. Заключение.

Первые систематические исследования ползучести металлов при сложном напряженном состоянии были опубликованы в конце 50-х и начале 60-х г. XX . в Советском Союзе (Ю.Н. Работнов) и Великобритании (Джонсон). Пионерские работы по длительной прочности впервые появились в СССР (Л.М. Качанов, Ю.Н. Работнов). Впоследствии Ю.Н. Работнов разработал кинетическую теорию ползучести и длительной прочности, с помощью которой можно эффективно описывать различные особенности процесса ползучести металлов вплоть до разрушения при различных программах нагружения. В разных вариантах кинетической теории используется либо скалярный параметр поврежденности, либо векторный параметр, либо тензорный параметр, либо их комбинации. Вслед за работами Л.М. Качанова и Ю.Н. Работнова механика континуального разрушения стала развиваться в Европе, Азии и затем в США.

В качестве основной связи компонент тензоров напряжений и деформаций ползучести принимается гипотеза пропорциональности девиаторов напряжений и девиаторов скоростей деформаций ползучести. При моделировании экспериментальных данных коэффициент пропорциональности в этой зависимости принимает разные формы. Основная проблема в развитии данного направления состоит в трудностях получения экспериментальных данных при произвольных программах нагружения.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 20-08-00387).

ЗАДАЧА О НЕСТАЦИОНАРНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ С ПЛАСТИНОЙ С.П. ТИМОШЕНКО В АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Н.А. Локтева [1,2], *Н.С. Нагибин* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)», Москва

Исследуются шумопоглощающие свойства однородной пластины. В качестве модели шумоизолирующей преграды рассматривается шарнирно опертая пластина, движение которой описывается системой уравнений С.П. Тимошенко [1]. Пластина помещена в акустическую среду и делит ее на два полупространства, где из правой половины среды на пластину набегает плоская нестационарная волна. Граничные условия на краях пластины соответствуют шарнирному закреплению. Задача решается в плоской

постановке. Начало координат O*xz* помещено в верхнюю точку пластины и ось O*x* совпадает со срединой плоскостью. В результате прохождения волны через преграду в среде «2» так же индуцируется волна. Давление в среде «1» складывается из давлений набегающей и отраженных волн. Необходимо определить значения перемещений, возникающих в среде «2» в результате прохождения волны, после чего становится возможным оценить звукопоглощающие свойства пластины с помощью коэффициента звукопоглощения, представляющего собой отношения давлений прошедшей волны к набегающей.

Для решения поставленной задачи необходимо определить нормальные перемещения средней линии пластины, для чего к уравнениям движения применяются разложение в тригонометрические ряды, подобранные таким образом, чтобы удовлетворять условиям закрепления, и преобразование Лапласа по времени.

Для определения давления в набегающей волне рассматриваются колебания акустического пространства, описываемого волновым уравнением [2, 3]. Примем, что плоские волны, распространяются вдоль положительного направления оси O*z* и являются затухающими, т. е. меняются по закону e^{-t}. Решая уравнение с учетом условия на бесконечности, получаем амплитудное значение потенциала скорости, с помощью которого определем давление в набегающей волне.

Связь кинематических параметров с амплитудой давления в акустической среде устанавливается с помощью решения вспомогательной задачи об излучении волны от границы полупространства в акустическую среду. Движение среды описывается волновым уравнением. Подход к решению данной задачи аналогичен применяемому к пластине, т. е. по координате применяется разложение в ряд Фурье [4], а по времени – преобразование Лапласа. Для определения констант необходимо рассмотреть граничные условия на бесконечности для соответствующих полупространств «1» и «2» и условие непротекания. В результате решения данной задачи устанавливается взаимосвязь между амплитудой давления и нормальным перемещением среды на границы пластины.

Имея значения амплитуд давлений, выраженных через перемещения, а также значения набегающей волны, становится возможным определить значения перемещений в среде «2», а следовательно, и амплитуду давления в акустической среде после прохождения волной пластины.

Подставляя полученные зависимости для прошедшей волны, отраженной волны и набегающих волн в выражения, описывающие движение пластины, в итоге получаем выражение для нормальных перемещений средней линии пластины. Далее выполняется обратное преобразование Лапласа и находится сумма ряда. В силу сложности полученного выражения аналитически выразить обратное преобразование не удалось. Для обращения полученной функции учитывалась четность/нечетность подынтегральных выражений, далее обратное преобразование Лапласа выполнялось численно.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-08-00968).

Литература

1. *Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.* Пластины и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 636 с.
2. *Горшков А.Г., Медведский А.Л., Рабинский Л.Н., Тарлаковский Д.В.* Волны в сплошных средах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.
3. *Бабаков И.М.* Теория колебаний: издание 3-е, стереотипное. – М.: Наука, 1968. – 560 с.
4. *Кудрявцев Л.Д.* Курс математического анализа: учебник для вузов. В 3 т. Т. 2. Ряды. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных. – М.: Дрофа, 2004. – 720 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИБРОПОГЛОЩАЮЩИХ СВОЙСТВ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ В.Н. ПАЙМУШИНА ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ВОЛНЫ

Н.А. Локтева [1], *Нгуен Зыонг Фунг* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)», Москва

Исследуется нестационарное воздействие плоской волны на преграду сложной конструкции, где учитываются особенности контракции и форма набегающей волны. В качестве модели преграды в грунте рассматривается трехслойная пластина, помещенная в грунт и делящая его на две части – среду «1» и «2», описываемая системой уравнений В.Н. Паймушина [1]. Моделью грунта служит изотропная упругая среда, которая описывается уравнениями теории упругости. Рассматривается плоская постановка задачи. Граничные условия соответствуют шарнирному закреплению преграды.

Из системы уравнений движения пластины определяются значения перемещений на границах сред, для чего все входящие в уравнения движения пластины и грунта функции раскладываются в ряды Фурье и выполняется преобразование Лапласа. В пространстве отображений находятся значения перемещений несущих слоев пластины.

Набегающая волна является плоской затухающей. Для описания движения грунта используются уравнения теории упругости, соотношения Коши и физический закон или же эквивалентные им перемещения в потенциалах и уравнения Ламе [2]. Аналогично решению системы уравнений движения пластины, все компоненты данных выражений раскладываются в тригонометрические ряды и к ним применяется преобразование Лапласа. В результате решения уравнений движения в потенциалах, определяются скалярный и векторный потенциалы перемещений в средах «1» и «2». Уравнения потенциалов содержат постоянные интегрирования, для определения которых используются условия контакта.

В качестве условий контакта пластины и грунта принимается равенство нормальных перемещений на границе среды и пластины. Так же считается, что амплитуды давлений и нормальные напряжения совпадают.

После определения из условий контакта констант становится возможным найти значения скалярного и векторного потенциалов поля перемещений, через которые однозначно выражаются перемещения в любой точки среды, расположенной за пластиной, а так же значения нормальных и касательных напряжений, возникающих в каждой из полусред.

Далее необходимо найти оригинал функции перемещения в среде «2» и вычислить значения ряда Фурье. Полученное выражение позволяет определять нормальные и касательные напряжения, а так же перемещения и деформации в любой точке сред. Отношение напряжений на границе пластины и сред «1» и «2» позволяет оценить вибропоглощающие свойства платины и распространение колебаний в грунте после прохождения преграды.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-08-00968).

Литература

1. *Иванов В.А., Паймушин В.Н., Полякова Т.В.* Уточненная теория устойчивости трехслойных конструкций (линеаризованные уравнения нейтрального равновесия и простейшие одномерные задачи) // Изв. вузов. Матем. – 1995. – № 3. – С. 15–24.

2. *Горшков А.Г., Медведский А.Л., Рабинский Л.Н., Тарлаковский Д.В.* Волны в сплошных средах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ФУНКЦИЯ ВЛИЯНИЯ ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ТИПА КИРХГОФА – ЛЯВА

Н.А. Локтева [1,2], *Д.О. Сердюк* [2], *П.Д. Скопинцев* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)», Москва

Исследование процессов распространения нестационарных возмущений в пластинах и оболочках является важным этапом проектирования перспективных конструкций.

Рассматривается воздействие нестационарной нагрузки на тонкую цилиндрическую оболочку постоянной толщины. Материал оболочки принят упругим и анизотропным, имеющим симметрию относительно срединной плоскости. В качестве теории тонких упругих оболочек принята теория оболочек Кирхгофа – Лява. Оболочка предполагается неограниченной.

Постановка задачи включает в себя уравнения движения упругой оболочки типа Кирхгофа – Лява, соответствующие геометрические и физические соотношения с учетом симметричных свойств материала исследуемой оболочки. Начальные условия принимаются нулевыми.

В начальный момент времени оболочка подвергается распределенному давлению по произвольному закону. Цель – исследовать прогиб оболочки в зависимости от времени. Решение задачи ищется в цилиндрической системе координат, связанной с осью цилиндрической оболочки.

Метод исследования базируется на принципе суперпозиции, согласно которому прогиб оболочки связан с воздействующим на нее нестационарным давлением посредством трехмерного интегрального соотношения по времени, осевой и угловой координатам, ядром которого является нестационарная функция влияния для анизотропной оболочки.

Функция влияния для анизотропной оболочки представляет собой решение специальной задачи, а именно задачи о воздействии на оболочку мгновенного сосредоточенного давления, моделируемого произведением дельта-функций Дирака по времени и пространственным координатам. Для ее решения использованы экспоненциальные ряды по угловой координате и интегральные преобразования Лапласа по времени и Фурье по осевой координате. Найденный нестационарный прогиб и представляет собой искомую функцию влияния.

Для построения решений поставленных задач о воздействии нестационарного давления на оболочку Кирхгофа – Лява использованы специальные квадратурные формулы, основанные на методе весовых коэффициентов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-08-00968).

ОСЕСИММЕТРИЧНОЕ ПОЛЕ НАПРЯЖЕНИЙ ВБЛИЗИ КРУГОВОГО ВЫРЕЗА В ТЕЛЕ С ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ВИДА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАСТИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ

Е.В. Ломакин, Н. Минаев

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Для многих материалов переход из упругого состояния в пластическое определяется не только величиной интенсивности касательных напряжений или эквивалентным напряжением, но и гидростатической компонентой напряжений. Это связано с тем, что механизм необратимого деформирования материалов имеет не только сдвиговую природу, как это принято в классических теориях пластичности для пластически несжимаемых материалов, но также включает зарождение и развитие микротрещин, пор и других элементов неоднородности структуры. Такие процессы характерны для различных конструкционных материалов, таких как чугун, графит, огнеупорные керамики, горные породы, полимерные материалы, некоторые металлические сплавы. При решении различных практически важных задач чаще всего используется модель Друкера – Прагера с условием пластичности, включающим первый инвариант тензора напряжений и второй инвариант девиатора напряжений. Для этой модели получено аналитическое решение задачи о пространстве с круговым отверстием под действием внутреннего давления для случая плоской деформации. Исследовано влияние зависимости пластических свойств материала от вида напряженного состояния на характер распределения напряжений и размер пластических областей в зависимости от параметра, характеризующего чувствительность пластических свойств материала к виду внешних воздействий.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-01-00356).

АДГЕЗИОННАЯ МОДЕЛЬ ГРАФЕНОПОДОБНЫХ ТОНКИХ ПЛЕНОК И МЕМБРАН

С.А. Лурье [1,2], *П.А. Белов* [1], *А.Я. Гаврилова* [3]

[1]ФГБУН Институт прикладной механики РАН, Москва;
[2]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[3]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Москва

Как частный случай общей теории трехмерной непрерывной среды с адгезионными свойствами ограничивающей ее поверхности, сформулирована модель двумерной бездефектной среды. Для построения модели использован предельный переход $h \to 0$, где $h-$ длина образующей цилиндрической области среды с произвольной непрерывной направляющей. В результате потенциальная энергия такой области определяется только потенциальной энергией адгезии плоскости основания. В качестве примера такой двумерной среды рассмотрен лист графена. Рассмотрены постановки задачи деформирования листа графена в своей плоскости и задачи изгиба. Установлено, что постановка первой задачи эквивалентна постановке плоской задачи градиентной теории Тупина. Постановка задачи изгиба с небольшими оговорками эквивалентна теории изгиба пластин по Тимошенко. Характерной особенностью обеих постановок является то, что механические свойства листа графена определяются не «объемными» модулями, а адгезионными, имеющими иную физическую размерность, совпадающую с размерностью соответствующих жесткостей классических пластин.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (АААА-А16-116070810022 «Теоретические исследования и методы расчетов в макро-, микро- и наномеханике композитов»).

О КОНТИНУАЛЬНОЙ ГРАДИЕНТНОЙ МОДЕЛИ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ

С.А. Лурье [1,2], *Д.А. Ожерелков* [2], *П.А. Белов* [1], *В.В. Турчков* [3]

[1]ФГБУН Институт прикладной механики РАН, Москва;
[2]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[3]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Москва

Повреждение материала с последующей деградацией механических свойств материала под нагрузкой в общем случае следует рассматривать на разных масштабах, от атомных масштабов и до материальных макромасштабов, с анализом структурных особенностей, включая молекулярные, кристаллические структуры, границы зерен и межзерновые слои, зернистые структуры и т. д. Использование атомистического моделирования зачастую затруднительно из-за сложности адекватного описания структуры материала и из-за трудностей трактовки результатов на макромасштабах. Многомасштабное континуальное моделирование механического поведения материалов представляется более перспективным. По этим причинам континуальное моделирование с использование методов механики сплошной среды, возможно, является наиболее реальным подходом к моделированию поврежденности материалов. Рассматривается вариант градиентной теории, в которой вводится скалярный параметр, играющий роль параметра поврежденности. С одной стороны, с этим параметром, как с глобальным параметром поврежденности, связаны модели деградации, с другой стороны – формальное использование вариационного принципа Лагранжа для состояния локального равновесия указывает на его физический смысл, замыкает проблему моделирования накопления повреждений, устанавливает связь этого макропараметра с микропараметрами поврежденности, роль которых могут играть поля дефектов. Постулируется, что тензоры упругих модулей четвертого и шестого рангов обобщенной среды Миндлина линейно зависят от этого макропараметра поврежденности. В начальный момент нагружения параметр поврежденности равен нулю, а в момент разрушения – единице. Соответственно, потенциальная энергия при такой гипотезе должна быть монотонно убывающей функцией параметра поврежденности, что противоречит экспериментальным фактам. Чтобы избежать этого противоречия, вводится компенсационное слагаемое, пропорциональное некоторой степени параметра поврежденности. В результате формулируется лагранжиан, список аргументов которого включает, наряду с традиционными кинематическими переменными, параметр поврежденности. Требование стационарности этого обобщенного лагранжиана приводит к связанной нелинейной системе уравнений равновесия и эволюции поврежденности. Показано, что при построении приближенного решения можно воспользоваться методом, аналогичным методу упругих решений, и на каждом шаге нагружения определять как поля кинематических и силовых переменных, так и текущее поле скалярной поврежденности.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (АААА-А16-116070810022 «Теоретические исследования и методы расчетов в макро-, микро- и наномеханике композитов»).

ТЕМПЕРАТУРА ПРОНИЦАЕМОЙ СТЕНКИ ПРИ ВДУВЕ ГЕЛИЯ В СВЕРХЗВУКОВОЙ ЛАМИНАРНЫЙ ПОТОК КСЕНОНА

В.Г. Лущик, М.С. Макарова

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В результате проведенного авторами ранее численного исследования ламинарного сжимаемого пограничного слоя на проницаемой пластине с вдувом газа с постоянным числом Прандтля $\mathrm{Pr} = 0,3$ обнаружен новый эффект – существование области температур проницаемой стенки ниже температуры вдуваемого газа. При этом максимальная разность температур вдуваемого газа и стенки достигается при значении температуры вдуваемого газа ниже температуры адиабатной непроницаемой стенки. Представляет интерес исследовать влияние на разность температур переменности числа Прандтля, которая может быть реализована путем вдува инородного газа. Для этого в настоящей работе были проведены расчеты вдува гелия в сверхзвуковой ламинарный поток ксенона. При этом диапазон изменения чисел Прандтля для смесей He–Xe в пограничном слое составлял $\mathrm{Pr} = 0,18 \div 0,67$.

Расчет течения и теплообмена в сжимаемом ламинарном пограничном слое на проницаемой пластине был проведен с использованием системы уравнений неразрывности, движения, энергии и бинарной диффузии газов. В расчетах пластина обтекалась сверхзвуковым потоком газа (Xe) с постоянной скоростью при числе Маха $\mathrm{M} = 3$ и температуре торможения 400 K.

При температуре вдуваемого газа (He), равной температуре адиабатной непроницаемой стенки $T_j = T_{aw0}$, достигается максимальная разность между температурой стенки и температурой вдуваемого газа $T_j - T_w$. Для газовой смеси He (5 %)–Xe (95 %) с постоянным числом $\mathrm{Pr} = 0,18$ величина $\Delta\mathrm{T} = 1 - T_w / T_{aw0}$ не превосходит 4,5 % при изменении на порядок величины относительной интенсивности вдува гелия j_w, в то время как при вдуве He в Xe, когда число Прандля газовой смеси на стенке Pr_w переменно, величина $\Delta\mathrm{T}$ достигает 12 % при слабом вдуве ($j_w = 0,00001$) и немного уменьшается с ростом j_w.

Таким образом, численное исследование подтвердило существенное уменьшение температуры стенки при инородном вдуве гелия в ксенон с переменным по длине числом Pr по сравнению с однородным вдувом газа с постоянным числом Pr.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-19-00234).

ТЕПЛООБМЕН ПРИ ТЕЧЕНИИ В ТРУБЕ ГАЗОВОЙ СМЕСИ He–Xe С СУЩЕСТВЕННЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ, ОБУСЛОВЛЕННЫМ СИЛЬНЫМ НАГРЕВОМ

В.Г. Лущик, М.С. Макарова

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Гелий-ксеноновая смесь с массовой концентрацией гелия 5–10 % по ряду характеристик (КПД компрессора, турбины, масса теплообменника и др.) является более эффективной охлаждающей жидкостью, чем чистые газы. Свойства гелий-ксеноновой смеси были детально изучены и показано, что главной особенностью смеси этого состава

является низкое число Прандтля ($\mathrm{Pr} \approx 0,23$). Отмечено также, что в литературе мало экспериментальных данных и данных численного моделирования теплообмена для таких смесей.

В настоящей работе представлены полученные с использованием дифференциальной модели турбулентности результаты численного исследования теплообмена в обогреваемой трубе смеси He–Xe с числом Прандтля $\mathrm{Pr} \approx 0,23$. Результаты численного моделирования сравниваются с опубликованными экспериментальными данными для коэффициента теплоотдачи (числа Нуссельта), полученными в трубе малого диаметра при сильном подогреве теплоносителя. Расчеты проведены для параметров течения и теплообмена (тепловой поток в стенку $q_w = 0,35; 1,66; 3,66$ Вт / м^2; $p = 0,5; 1; 2$ атм; $\mathrm{Re}_d = 3 \cdot 10^3 \div 8 \cdot 10^4$), соответствующих эксперименту. В расчетах получена зависимость от числа Рейнольдса по диаметру трубы Re_d коэффициента теплоотдачи $\alpha' = \mathrm{Nu} \cdot \lambda / d$, где число Нуссельта $\mathrm{Nu} = (q_w \cdot d / \lambda) / (T_{w^-} <T>)$ определено по разности температур стенки и среднемассовой температуры потока, а также зависимость числа Нуссельта $\mathrm{Nu}^* = (q_w \cdot d / \lambda) / (T_{w^-} <T^*>)$, определенного по разности температур стенки и среднемассовой температуры торможения потока. Полученные в расчетах зависимости $\alpha', \mathrm{Nu}(\mathrm{Re}_d)$ соответствуют экспериментальным данным.

Отмечено, что результаты расчетов, как и экспериментальные данные, зависят от определения температуры потока и при числах Рейнольдса $\mathrm{Re} > 10^4$ существенно отличаются от эмпирической зависимости Б.С. Петухова $\alpha', \mathrm{Nu}(\mathrm{Re}_d, \mathrm{Pr})$. Это отличие имеет место, когда поток значительно ускоряется за счет существенного нагрева газа, сопровождающегося существенным изменением теплофизических свойств газа и ростом отрицательного градиента давления.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-79-10213).

ОПИСАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ АЭРОЗОЛЯ В КАМЕРЕ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

В.О. Майоров [1,2], *А.К. Ястребов* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет « МЭИ», Москва

В настоящее время ведется активная разработка силовых установок, использующих в качестве топлива криогенные жидкости.

Впрыск криогенного топлива в рабочую зону двигателя в условиях большой высоты сопровождается рядом сложных теплофизических процессов, которые могут оказывать существенное влияние на работоспособность системы зажигания. При попадании жидкости в область низкого давления ее температура выше температуры, соответствующей по линии насыщения давлению в камере сгорания. Это означает, что жидкость находится в метастабильном перегретом состоянии и, как следствие, начинается процесс интенсивного парообразования. При этом пар образуется не только за счет испарения с поверхности раздела фаз, но и в объеме жидкости в виде микроскопических пузырьков, что может приводить к фрагментации жидкости.

В работе проводится моделирование поведения аэрозоля при поступлении его в область низкого давления. Рассматривается пространственно однородная задача. В замкнутый объем, давление и температура в котором предполагаются известными,

поступают капли с заданными массовым расходом и распределением по размерам и температурам. Так как в расчетной области одновременно может находиться большое число капель, имеющих различные размеры и температуры, для описания такой системы используется функция распределения по размерам и температурам. Эволюция функции распределения определяется из решения соответствующего кинетического уравнения. Функция распределения позволяет определить интегральные характеристики двухфазной среды, которые важны для практического применения: числовую плотность капель, объемную долю капель, средний радиус капель и температуры жидкости. Взаимодействие между каплями не учитывается. Математическое описание также включает в себя уравнения изменения массы компонент смеси, уравнения энергии и состояния газообразной фазы. Причем в уравнении состояния учитывается изменение давления в парогазовой смеси из-за притока капель. Для расчета массового и теплового потока на границе пар-жидкость используются соотношения, полученные методами молекулярно-кинетической теории и не имеющие ограничения по числу Кнудсена. Стоит отметить, что отдельное уравнение энергии для жидкой фазы в данном случае не требуется, так как тепловой баланс отдельной капли учтен в кинетическом уравнении.

В начальный момент времени в исследуемом объеме находится гелий (неконденсирующийся газ) с давлением 0,1 бар и температурой 150 К. В качестве криогенного топлива рассматривались капли жидкого кислорода, имеющие нормальное распределение по размерам и температурам. Показано, что вследствие интенсивного испарения в начале процесса, осредненная по объему температура жидкости быстро падает ниже температуры насыщения, а затем растет из-за конденсации на поверхности капель и притока более горячих капель. Также наблюдалось немонотонное изменение объемной доли жидкости и среднего радиуса капель с течением времени, в то время как числовая плотность капель растет на протяжении всего процесса. Выявлено, что большая часть капель имеет одинаковую температуру, иными словами для практических целей учет распределения капель по температурам избыточен.

О ВЗРЫВЕ ПЛОСКОГО ЗАРЯДА НА ПОВЕРХНОСТИ ГРУНТА, ИМЕЮЩЕЙ УГЛОВЫЕ ТОЧКИ

В.А. Максименко, С.Л. Толоконников

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Исследована плоская задача о форме воронки выброса, образующейся при взрыве шнурового заряда на поверхности грунта, поперечное сечение которой имеет форму ломаной линии. Для описания процесса взрыва использована импульсная твердожидкостная гидродинамическая модель академика М.А. Лаврентьева, в которой грунт считается идеальной несжимаемой жидкостью, а воздействие заряда определяется заданным постоянным импульсом давления. Построено точное решение задачи, проведен параметрический анализ. Представлены результаты расчетов формы воронки выброса для различных значений определяющих параметров задачи. Указаны ограничения на значения определяющих параметров, исследованы предельные случаи.

О ВЛИЯНИИ ТВЕРДОГО ДНА НА ФОРМУ ВОРОНКИ ВЫБРОСА ПРИ ВЗРЫВЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ЗАРЯДА

В.А. Максименко, С.Л. Толоконников

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Исследована плоская задача о форме воронки выброса, образующейся при взрыве заряда клиновидной формы на поверхности грунта при наличии горизонтального твердого непробиваемого дна. Использована импульсная твердожидкостная гидродинамическая модель акад. М.А. Лаврентьева. Точное решение задачи построено отображением областей изменения комплексного потенциала и комплексной скорости на область изменения вспомогательного параметрического переменного, в качестве которой выбирался прямоугольник. Использован аппарат теории эллиптических функций. Для определенных наборов значений определяющих параметров сделаны расчеты формы воронки выброса, проведено сравнение со случаем отсутствия твердого дна.

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ СИСТЕМ ТЕЛ

Ф.А. Максимов, С.В. Гувернюк

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В задаче о сверхзвуковом обтекании вязким совершенным газом плоской решетки параллельных цилиндрических стержней существует три интервала параметрической неоднозначности решения по числу Маха набегающего потока. Это выражается в том, что структура газодинамического течения около достаточно редкой решетки и аэродинамические нагрузки на ее элементы зависят не только от величины, но и от предыстории изменения числа Маха. При этом прохождение интервалов неоднозначности при увеличении или уменьшении числа Маха сопровождается ярко выраженными гистерезисными явлениями трех типов. Первый связан с перестройкой между коллективным и локальным вариантами обтекания элементов решетки. Аналогом здесь может служить хорошо известный гистерезис при запуске сверхзвукового воздухозаборника. Второй тип гистерезиса связан с известной неоднозначностью схем пересечения (по вариантам регулярного или маховского взаимодействия) локальных ударных волн, распространяющихся от соседних элементов решетки в область сверхзвукового следа. Третий тип связан с перестройкой дозвукового донного течения за элементами решетки в результате непосредственного воздействия ударных волн от соседних элементов, что приводит к значительному увеличению размеров дозвуковой области и повышению донного давления. Этот тип гистерезиса впервые был идентифицирован авторами данного доклада при численном исследовании ламинарного сверхзвукового обтекания решеток (https://istina.msu.ru/publications/article/14068840/).

В ходе дальнейших численных исследований обтекания решетки (с коэффициентом геометрической проницаемости 0,8 в диапазоне чисел Маха $2,4 < M < 3,5$ при показателе адиабаты 1,4 и числе Рейнольдса 10^5) выяснилось, что прохождение интервала гистерезиса третьего типа сопровождается необычным для сверхзвуковой газодинамики явлением – возникновением в сверхзвуковом следе за элементами решетки периодической системы локализованных вихревых сгустков, напоминающих по виду классическую дорожку Кармана за цилиндром в потоке вязкой несжимаемой жидкости. При этом

аэродинамическая нагрузка на элемент решетки изменяется по периодическому закону так, что частота колебаний продольной составляющей аэродинамической силы в два раза больше частоты f колебаний поперечной составляющей. Парадоксально, что число Струхаля $\mathrm{Sh} = fD/U$, вычисленное по диаметру элемента решетки и скорости невозмущенного набегающего сверхзвукового потока, хоть и зависит от числа Маха, но эта зависимость, локализуется в окрестности значения $\mathrm{Sh} = 0,2$ (с разбросом 0,05), что также характерно для обтекания цилиндрических тел в вязкой несжимаемой жидкости.

Расчеты проведены с помощью авторской многоблочной вычислительной технологии, сочетающей локальные (адаптированные к поверхности элементов решетки) криволинейные сетки с глобальной прямоугольной сеткой, имеющей конечные области взаимного перекрытия с локальными сетками около элементов решетки. Для визуализации течений использовалось построение линий уровня полей модуля градиента плотности.

Ввиду ряда очевидных возможностей полезного применения, дальнейшие исследования предполагается сосредоточить на попытках экспериментального воспроизведения режимов нестационарной дорожки в сверхзвуковом потоке.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 19-01-00242).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСРЕДНЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРИОДИЧЕСКИХ УПРУГИХ КАРКАСОВ

Е.Д. Мартынова

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматриваются плоские периодические каркасы, состоящие из тонких упругих невесомых стержней, жестко соединенных между собой недеформируемыми узлами плотности ρ. Стержни предполагаются прямыми или являются дугами окружности большого радиуса. Цель работы – определение осредненных характеристик сплошной среды, свойства которой близки к свойствам каркасов.

Идея метода заключается в следующем: с помощью известной матрицы жесткости записывается связь усилий и моментов, действующих на узлы, с их перемещениями и углами поворотов. После этого записываются уравнения равновесия узла (m,n) с учетом действия на него массовых сил. В результате получается система алгебраических уравнений относительно перемещений $u_i^{m,n}, i = 1,2$ и углов поворота $\varphi^{m,n}$. Затем вводятся так называемые полевые функции, являющиеся непрерывными по координатам и совпадающие в узловых точках каркаса с их перемещениями и поворотами. Полевые функции удовлетворяют уравнениям, совпадающим с упомянутыми алгебраическими уравнениями при $(x_1, x_2) = (ml, nl)$ (l – расстояние между узлами). Вводятся безразмерные переменные $\xi_i = x_i / L$ и выражения, входящие в систему для непрерывных функций, раскладываются в ряд Тейлора с точностью до членов линейных по $\varepsilon = l / L$ (L – характерный размер каркаса). В результате получается система двух дифференциальных уравнений второго порядка относительно $u_i(x_1, x_2)$. Сравнение этой системы с уравнениями равновесия анизотропного упругого тела в перемещениях позволяет найти эффективные упругие характеристики соответствующей сплошной среды.

Метод применен к каркасам разных видов. В частности, получено, что каркасу с ячейкой периодичности в виде равностороннего треугольника соответствует изотропная упругая среда.

Аналогично рассмотрены динамические задачи для периодических каркасов и получены длинноволновое приближение исходных динамических уравнений и приближенные дисперсионные уравнения.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ НИЗОВОГО ПРОРЫВА ИЗ ДИПОЛЬНОГО ГРОЗОВОГО ОБЛАКА

С.А. Маслов

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУН Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Проводится анализ роли дипольного распределения заряда материнского грозового облака и сильных возмущений атмосферного электрического поля (АЭП) под ним в процессе генерации низового прорыва (downburst) – интенсивного струйно-нисходящего потока среды грозового облака, который после контакта с земной поверхностью становится расходящимся. Как и торнадо (смерч), низовой прорыв тесно связан с материнским грозовым облаком, но прорывы на начальном этапе отличаются всегда неожиданным и весьма быстрым струйно-нисходящим потоком (его обычно не видно на начальной стадии), а воронка торнадо в процессе формирования часто видна на фоне облака и может подолгу зависать на некоторой высоте или даже начать «втягиваться» обратно в грозовое облако, иногда так и не достигнув земной поверхности. Также у смерча в зрелой стадии завихренность обычно составляет 0,1 – 10 $с^{-1}$, а у низового прорыва – не более 10^{-2} $с^{-1}$. Низовые прорывы, как и торнадо, могут приносить большие разрушения и представляют опасность для леса, зданий и авиации. Поэтому изучение и моделирование низовых прорывов в настоящее время является актуальной проблемой.

В докладе исследуются основные стадии низового прорыва тяжелой и заряженной газо-капельной среды грозового облака, а также проводится численное моделирование движения прорыва из центра дипольного облака к подстилающей земной поверхности. В простейшей ситуации, при постоянной зарядовой плотности вещества грозового облака, максимум напряженности АЭП и, соответственно, минимум электрогидродинамического давления располагаются на оси прорыва, поэтому возникновение низового прорыва наиболее вероятно под центром облака. Среда прорыва полагается несжимаемой и невязкой, течение – осесимметричным, стационарным и безвихревым, воздух вне области прорыва – незаряженным. В соответствии с натурными данными, граница низового прорыва аппроксимируется параболоидом вращения. В этих предположениях решается система уравнений движения и электрического поля (вне области прорыва), где на границе параболоида ставятся условия непротекания и сохранения электрического заряда. Численное решение этой системы показывает, что абсолютные значения напряженности электрического поля вблизи прорыва до 6–7 раз увеличиваются в сравнении с АЭП под центром материнского грозового облака. Это объясняет высокую электрическую активность вблизи низовых прорывов в начальной стадии: согласно различным исследованиям, прорывы часто возникают через 5–10 минут после того, как частота внутриоблачных молний достигает своего максимума. Этот максимум в силу разных причин может достигаться на различных стадиях перезарядки дипольного облака в трипольное. Описанный результат также не противоречит возможности генерации низового прорыва из трипольного грозового облака с двойным реверсом АЭП, однако развитая трипольная зарядовая структура облака создает более благоприятные условия для формирования воронок торнадо, чем низовых прорывов.

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований механико-математического факультета МГУ (АААА-А16-116071210062-3).

ИЗУЧЕНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ПОДКРЕПЛЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ ИЗ ПОЛИМЕРНОГО КОМПОЗИТА С ВНУТРЕННИМИ ДЕФЕКТАМИ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

А.Л. Медведский [1], *М.И. Мартиросов* [2], *М.Ю. Рязанцева* [3], *А.В. Хомченко* [4]

[1]ГНЦ ФГУП «Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского», г. Жуковский, Моск. обл.;
[2]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Москва;
[3]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[4]ПАО «Корпорация «Иркут», Москва

В различных отраслях промышленности большое распространение получили изделия из полимерных композиционных материалов (ПКМ). Эти материалы обладают рядом преимуществ по сравнению с традиционными конструкционными металлическими материалами. Изделия из ПКМ могут иметь внутренние межслоевые дефекты, вызванные различными обстоятельствами. Межслоевое расслоение обусловлено, как правило, межслоевыми напряжениями, связанными с взаимодействиями отдельных монослоев, образующих композитный пакет (КП). Эти напряжения могут иметь тенденцию увеличиваться, что часто приводит к расслоению по поверхности раздела монослоев в КП. Наличие внутренних дефектов в элементах силовых конструкций из ПКМ приводит к деградации связующего, разрушению волокон и снижению несущей способности конструкции.

Данная работа посвящена изучению поведения композитной цилиндрической подкрепленной панели из ПКМ под действием нестационарной нагрузки. Панель представляет собой многослойную конструкцию из препрега HexPly M21/34%/UD194/IMA, изготовленного из углеродной ленты IMA на основе высокопрочного волокна HexTow IMA-12K и эпоксидного модифицированного связующего M21. Обшивка панели и подкрепляющие элементы выполнены по автоклавной технологии. Схема укладки обшивки: [+45°/-45°/0°/90°/0°/0°/+45°/-45°]sym (всего 16 монослоев, суммарная толщина КП 2,76 мм), схема укладки подкрепляющих элементов (стрингеры, изготовленные из двух половинок L-образного сечения высотой 37 мм): [+45°/-45°/90°/0°/+45°/-45°]sym (всего 12 монослоев, суммарная толщина 2,208 мм). Толщина монослоя принимается равной 0,184 мм. Слои обшивки и слои подкрепляющих элементов моделируются отдельно друг от друга и соединяются с помощью клеевого контакта, который гарантирует равенство перемещений и углов поворотов. Предполагается, что в центре панели в межстрингерной зоне расположены межслоевые дефекты эллиптической формы с осями 36 и 26 мм. Дефекты находятся между всеми монослоями (начиная с № 1–2 и т. д. до № 15–16). Зоны дефектов взаимодействуют между собой посредством одностороннего контакта. В качестве нестационарного воздействия рассматривается взрывная волна с энергией детонации 209,2кДж. В основе реализации распространения взрывной волны лежит модель Kingery-Bulmash. Фронт волны имеет сферическую форму. Эпицентр взрыва располагается на расстоянии 500 мм от внешней поверхности панели. В качестве граничных условий используется шарнирное опирание вдоль длинных кромок панели. Механические характеристики монослоя известны и предоставлены производителем препрега.

Задача решается с помощью метода конечных элементов в программном комплексе LS-DYNA с применением явной схемы интегрирования по времени. В результате решения определяются: распределение давления волны на внешней поверхности панели, прогибы, напряжения и деформации в слоях панели в различные моменты времени. На основе полей

напряжений и деформаций вычисляются индексы разрушений и коэффициенты запаса прочности по различным критериям разрушения для ПКМ (Hashin, Puck, Chang-Chang, LaRC03). На основе распределения коэффициентов запаса проводится анализ степени снижения прочности в зоне дефектов при наличии расслоений.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНУТРИКАМЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ДЕТОНАЦИОННОМ ДВИГАТЕЛЕ В ТРЕХМЕРНОЕ ПОСТАНОВКЕ

Е.В. Михальченко [1,2], *В.Ф. Никитин* [1,2], *Л.И. Стамов* [1,2], *Ю.Г. Филиппов* [1]

[1]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Федеральное государственное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва

В последнее время все большее количество исследований посвящено двигателям с вращающиеся детонационной волной. Это обусловлено необходимостью перехода к новым типам энергетических установок с большими показателями эффективности. Основные преимущества детонационного двигателя: компактная камера сгорания, высокая эффективность сгорания топлива и низкие концентрации вредных веществ.

Моделируемая камера сгорания представляет собой коаксиальный полый цилиндр. Расчеты основаны на модели многокомпонентной газовой динамики, уравнение баланса массы для каждой из компонент газовой смеси, а также уравнения для моделирования турбулентности и химической кинетики. В работе рассмотрено численное трехмерное моделирование камеры сгорания двигателя с вращающейся детонационной волной, питаемой смесью ацетилен-кислород. Для описания горения ацетилена использовалась упрощенная химическая схема для описания взаимодействия 10 компонент, без «тяжелых» радикалов: [C2H2, CO, CO2, H2, O2, H2O, OH, O, H, N2]. Механизм без использования дробных стехиометрических коэффициентов и дробных степеней при молярных плотностях в формулах химических реакций, т. е. по всем признакам элементарного механизма, но в сильном сокращении. Всего между этими компонентами идет 13 химических реакций при том, что азот считается нейтральным. Было рассмотрено влияние на тяговые характеристики таких параметров, как состав топлива, количество инжекторов, их расположение и размер. При некоторых вариантах подачи топливной смеси стабильного детонационного режима получить не удается, происходит вырождение детонационной волны в режим обычного горения. Были получены варианты со стабильной детонационной волной, варианты одной, двух и трех волн.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-00889).

ОПИСАНИЕ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ КОМПОЗИТОВ С ВОЛОКНАМИ ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

А.А. Мовчан, М.И. Чернов

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В рамках модифицированной модели нелинейного термомеханического поведения сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях описаны процессы изменения напряженно-деформированного состояния однонаправленного композита

с упругим связующим и волокнами из никелида титана. Предварительно волокнам с помощью явлений накопления деформации прямого превращения или мартенситной неупругости задается начальная фазово-структурная деформация. После этого волокна, находящиеся в мартенситном фазовом состоянии, совмещаются со связующим с тем, чтобы обеспечить совместное деформирование обоих компонент. При последующем нагреве волокон в них происходит обратное термоупругое мартенситное фазовое превращение, сопровождающееся явлением памяти формы. В результате весь композит испытывает продольные сжимающие деформации, в его элементах возникают внутренние напряжения (сжимающие в связующем и растягивающие в волокнах). При последующем охлаждении волокон в них будет происходить прямое термоупругое мартенситное фазовое превращение под действием внутренних растягивающих напряжений. Волокна будут удлиняться в продольном направлении, обеспечивая процесс деформации растяжением всего композита. С использованием подходов микромеханики композиционных материалов, в связанной постановке, с учетом переменности модуля Юнга никелида титана исследованы процессы изменения напряженно-деформированного состояния такого композита в целом и его компонент, изменение фазового состава волокон. Особое внимание уделено исследованию возможности осуществления в данной системе замкнутого двухпутевого эффекта памяти формы (явления многократно обратимой памяти формы), при котором в точке окончания прямого термоупругого фазового превращения в волокнах внутренние напряжения в системе полностью исчезают. Показано, что это явление может быть описано лишь в рамках модели поведения сплавов с памятью формы, учитывающей, наряду с процессом зарождения мартенситных мезоэлементов, процесс их развития при прямом превращении, т. е. при использовании системы определяющих уравнений, правильно описывающих явление ориентированного превращения. Показано, что замкнутый двухпутевой эффект памяти формы имеет место при определенном значении коэффициента наполнения, являющимся убывающей функцией заданной волокнам начальной деформации.

ЛЕВИТАЦИЯ НЕКИПЯЩЕЙ КАПЛИ НАД ГОРЯЧЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ЖИДКОСТИ

Е.И. Могилевский

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Работа посвящена экспериментальному изучению и моделированию равновесия капли вязкой жидкости, помещенной над поверхностью другой жидкости, нагретой до некоторой температуры. Если температура нижней жидкости велика, то нижняя поверхность капли разогревается до температуры кипения и пар, идущий от капли в зазор между каплей и нижней жидкостью, компенсирует вес первой, обеспечивая левитацию. Данный процесс может продолжаться только в течение сравнительно недолгого времени в силу быстрого испарения капли. В ходе работы обнаружено, что кипение капли не является необходимым условием для левитации; этот эффект может наблюдаться даже в том случае, когда температура нижней жидкости ниже температуры кипения капли.

Проведены эксперименты с водой, глицерином, силиконовыми маслами различной вязкости в качестве нижней жидкости и теми же материалами и спиртами в качестве капельных жидкостей. Обнаружено, что капли масел и глицерина могут удерживаться от падения на нижнюю жидкость и коалесценции только в течение небольшого времени (порядка нескольких секунд), тогда как испаряющиеся жидкости (вода, спирты)

левитируют в течение десятков секунд. В первом случае размер капли существенно не меняется в течение эксперимента, а во втором – радиус линейно уменьшается со временем. Проведены измерения зависимости скорости уменьшения радиуса капель от параметров капельной жидкости и температуры нижней жидкости.

Показано, что основной движущей силой левитации является конвективный поток в нижней жидкости. Визуализация течения алюминиевой пудрой и съемка тепловизором показали, что капля располагается над самым холодным местом поверхности над центром нисходящего конвективного потока.

Построена математическая модель явления. Скорость течения нижней жидкости оценивается по значению числа Рэлея, конвекция поддерживается из-за разницы температур в воздухе и в нижней жидкости. Рассмотрено капиллярное равновесие капли и свободной поверхности нижней жидкости, получена оценка для величины углубления, образующегося под каплей. Полученные данные совпадают с экспериментальными результатами других авторов. Оценка температуры капли делается из соображений теплового равновесия капли и воздуха на некоторой средней высоте над поверхностью нижней жидкости. Скорость уменьшения радиуса капли вычисляется с учетом уноса массы за счет конвекции в воздухе и диффузии.

Наблюдается хорошее соответствие между результатами моделирования и экспериментальными данными, полученными в настоящей работе и другими авторами.

Работа выполнена по госбюджетному плану МГУ имени М.В. Ломоносова при частичной поддержке РФФИ (проект № 18-01-00762).

ЛИНЕЙНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СТЕКАЮЩЕЙ ПЛЕНКИ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ НА НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ К ТРЕХМЕРНЫМ ВОЗМУЩЕНИЯМ

Е.И. Могилевский

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе рассматривается задача об устойчивости стационарного течения нелинейно-вязкой жидкости по наклонной плоскости под действием силы тяжести. Предполагается, что реология среды описывается обобщенным законом Ньютона: тензор вязких напряжений пропорционален тензора скоростей деформаций с коэффициентом, зависящим от второго инварианта последнего.

Для анализа устойчивости используется метод нормальных мод, изучаются периодические по пространству возмущения. Поставлена спектральная задача, которая в данном случае состоит из двух обыкновенных дифференциальных уравнений 4-го и 2-го порядка, являющихся обобщениями уравнений Орра – Зоммерфельда и Сквайра. Задача решается аналитически в длинноволновом приближении и численно для произвольных значений компонент волнового вектора.

В предположении, что волновой вектор мал (длинные волны), решение строится разложением по модулю этого вектора. Получена связь вида собственной функции с профилем скорости основного течения, найдена фазовая скорость возмущений. Доказана теорема Сквайра о том, что вне зависимости от реологии наиболее опасными являются возмущения, распространяющиеся вдоль направления вектора скорости основного потока (двумерные возмущения). Получено выражение для критического числа Рейнольдса.

Характеристики неустойчивости для возмущений конечного периода находились численно методом стрельбы. Показано, что для степенных жидкостей, показатель которых существенно отличается от единицы, наиболее опасными являются не длинные

поверхностные волны, а внутренние волны, длина которых сравнима с толщиной слоя. Наиболее опасными являются возмущения, распространяющиеся под углом близким к 30 ^{o} к направлению основного потока. Поверхностное натяжение в этом случае играет дестабилизирующую роль, критическое число Рейнольдса для дилатантных жидкостей падает до нуля.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00762).

ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ УПРУГИХ СВОЙСТВ РОГОВИЦЫ НА ПОКАЗАТЕЛИ ТОНОМЕТРИИ

И.Н. Моисеева, А.А. Штейн

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Математическое моделирование тонометрии глаза во многих случаях оказывается эффективно в рамках представления роговицы линейно упругой, безмоментной, пространственно однородной и изотропной двумерной поверхностью. Однако многочисленные экспериментальные данные свидетельствуют о нелинейном отклике роговицы на приложенные к ней нагрузки. Эта нелинейность может оказаться существенной, когда нагрузки значительны. В частности, при реализации классического способа измерения внутриглазного давления – тонометрии по Маклакову – можно ожидать заметного влияния нелинейности материала роговицы, когда тонометр имеет достаточно большой вес (свыше 10 г). Ранее авторами доклада была предложена модель роговицы как безмоментной материальной поверхности, подчиняющейся экспоненциально нелинейному закону упругости, содержащему единственную дополнительную константу по сравнению с линейным случаем. Сравнение результатов решения задачи о раздувании такой поверхности внутренним давлением с экспериментальными данными позволило оценить интервал изменения этой константы (параметра нелинейности). В настоящей работе модель применена для решения задачи о нагружении глазного яблока плоским штампом в условиях, соответствующих процедуре тонометрии (при неизменности внутреннего объема) и исследовалось влияние параметра нелинейности на показатели тонометрии.

Результаты расчетов показали, что характерный для линейной модели вид зависимости тонометрической разности (разницы между давлениями в нагруженном и ненагруженном глазу) от исходного внутриглазного давления сохраняется и в нелинейном случае: эта величина с увеличением давления уменьшается. При возрастании степени нелинейности упругого поведения роговицы тонометрическая разность возрастает, и это возрастание тем заметнее, чем выше жесткость роговицы и больше вес тонометра. Отмечается также увеличение коэффициента эластоподъема (наклона близкой к линейной зависимости давления в нагруженном глазу от веса груза) с ростом параметра нелинейности. Обнаруженные закономерности желательно учитывать при обработке клинических данных. Результаты расчетов будут использованы для усовершенствования методики определения механических характеристик глаза для конкретного пациента.

ОБРАЗОВАНИЕ ТРЕХФАЗНЫХ КАВИТАЦИОННЫХ ПУЗЫРЬКОВ С СОБСТВЕННЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ В ГИДРОФОБНОЙ ЖИДКОСТИ

А.А. Монахов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Представлены результаты экспериментального исследования течения вязкой жидкости в зазоре между эксцентричными цилиндрами при числах $\mathrm{Re} < 1$. Движение задается скольжением внутреннего цилиндра по поверхности внешнего с малым зазором. Течение характеризуется поджатием потока с возрастанием давления перед линией минимального зазора и возникновением возвратного течения. За линией минимального зазора поток расширяется и локальное давление падает с образованием дискретных газовых кавитационных пузырьков вдоль образующей внутреннего цилиндра. Дискретность объясняется наличием шероховатости на поверхности цилиндра, которая случайным образом модулирует величину зазора и, соответственно, падение давления. Возникающий первый кавитационный пузырек имеет на границе раздела газ-жидкость заряд, который препятствует объединению с последующими пузырьками.

При скольжении цилиндра возникает падение давления достаточное для кипения водной примеси в жидкости и область кавитации представляет паро-газовую смесь паров воды и растворенных газов в виде светлой пелены. С остановкой скольжения и возрастанием, соответственно, давления формируются трехфазные кавитационные пузырьки с конденсацией паров воды в виде микрокапель на границе раздела газ-жидкость. Микрокапли воды с размером от 10 микрон имеют положительный потенциал и удерживаются на границе раздела силами электростатического притяжения.

Обнаружено явление электрического поля у таких трехфазных пузырьков. Поле образуется отрицательной границей пузырька в гидрофобной жидкости и микрокаплями воды с положительным зарядом, в результате разных значений диэлектрической проницаемости для этих сред. Электрические поля пузырьков влияют на положение микрокапель воды на границе раздела газ-жидкость. Кино и фоторегистрация показали, что при взаимном перемещении пузырьков их микрокапли также перемещаются по границе под действием отрицательного потенциала соседнего пузырька, занимая возможно минимальное расстояние до оболочки соседнего. При групповом расположении пузырьков на расстояниях в несколько своих диаметров, микрокапли воды на границе расщепляются, определяя, таким образом, направление нескольких источников внешнего электрического поля.

Кавитационные пузырьки могут отталкиваться между собой под действием одноименного заряда своих оболочек. В эксперименте также наблюдались процессы объединения таких пузырьков под действием взаимного притяжения положительно заряженных микрокапель к отрицательной оболочке. При объединении происходит перераспределение заряда с электролюминесценцией.

Полученные результаты внесут вклад в дальнейшее развитие теории смазки. Получен патент № 2719271 на регистрацию слабыхквазистатистических электрических полей трехфазным пузырьком.

СТАБИЛИЗАЦИЯ РЕГУЛЯРНОЙ ПРЕЦЕССИИ СИММЕТРИЧНОГО СПУТНИКА ПРИ ПОМОЩИ МАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ

В.М. Морозов, М.Г. Рак

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Регулярные прецессии являются важными стационарными движениями спутника, которые используются в практике космических исследований. Как известно, существует три вида регулярных прецессий – цилиндрическая, коническая и гиперболическая. Впервые эти режимы у симметричного спутника найдены Г.Н. Дубошиным и В.Т. Кондурарем в 1959 г. Достаточные условия устойчивости были получены Ф.Л. Черноусько в 1964 г. Установленная устойчивость не является асимптотической. Поэтому задача стабилизации регулярных прецессий спутника до асимптотической устойчивости также важна. Эта стабилизация может быть реализована разными способами. Одним из них является стабилизация при помощи взаимодействия внутреннего магнитного момента спутника с магнитным полем Земли.

Предполагается, что спутник представляет собой динамически симметричное тело, центр масс которого движется по круговой орбите, внутренний магнитный момент направлен по оси симметрии спутника. Задача стабилизации при помощи магнитного момента является существенно нестационарной из-за изменения магнитного поля вдоль орбиты. Это обстоятельство вносит принципиальные трудности в исследование рассматриваемой задачи. Линеаризованная система уравнений в этой задаче относится к классу приводимых линейных нестационарных систем *(Каленова В.И., Морозов В.М.* Линейные нестационарные системы и их приложения к задачам механики. М.: Физматлит. 2010. 208 с.). В докладе предлагается строгий аналитический подход к изучению данной задачи, состоящий в приведении нестационарной системы к стационарной системе большего порядка. Факт приводимости эффективно используется как при анализе управляемости, так и при построении алгоритмов стабилизации.

Исследована управляемость системы, построен оптимальный алгоритм стабилизирующего управления, основанный на приведенной стационарной системе. Проведено моделирование предложенного алгоритма, которое подтверждает эффективность разработанной методики.

ПОСТРОЕНИЕ ИСТИННЫХ СТАТИЧЕСКИХ ДИАГРАММ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ НА СПЛОШНЫХ КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБРАЗЦАХ В УСЛОВИЯХ НЕОДНОРОДНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

П.А. Моссаковский, П.В. Чистяков, О.П. Щендригина

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Доклад посвящен численно-экспериментальному построению истинных диаграмм деформирования (с учетом конечных деформаций) и определению предельных характеристик авиационных титановых сплавов ВТ3-1, ВТ8-1 и ВТ20 в экспериментах на растяжение и кручение сплошных круговых цилиндрических образцов, проводимых во всем диапазоне реализуемых деформаций вплоть до разрушения.

Наиболее распространенным способом построения материальных статических диаграмм, связывающих интенсивности девиаторов тензоров напряжений и деформаций,

является опыт на одноосное растяжение. Для многих материалов, в частности для большинства конструкционных сталей, считается, что применительно к простым или квази-простым процессам нагружения в условиях малых деформаций диаграмма деформирования характеризуется зависимостью от единственного параметра – длины дуги траектории деформаций и инвариантна по отношению к виду напряженно-деформированного состояния, т. е. применяется гипотеза о единой кривой. С другой стороны, для некоторых титановых сплавов наблюдается заметное отличие (более чем на 10 %) диаграммы деформирования при растяжении от получаемых в опытах на кручение и сжатие. Также для большинства известных конструкционных сплавов характерно существенное влияние вида НДС на их предельные характеристики, как кинематические, так и силовые.

В работе для построения истинной диаграммы деформирования исследуемых материалов в эксперименте на растяжение по кинематической схеме во всем диапазоне реализуемых деформаций, включая область неодноосного неоднородного НДС в шейке образца, была применена комбинированная численно-экспериментальная схема. Начальный участок диаграммы деформирования, ограниченный областью однородного НДС, стандартным образом определялся непосредственно по данным эксперимента. Последующие участки диаграммы с учетом локализации деформаций в шейке и вплоть до разрушения строились при помощи численной процедуры решения обратной задачи с представлением продолжения начального участка диаграммы в виде гладкой однопараметрической кусочно-степенной функции. При этом значения параметров на каждом из участков продолжения диаграммы допускались в пределах от нуля до единицы таким образом, что единице соответствовал участок локального линейного упрочнения, а нулю – соответственно участок без упрочнения. Оптимальное значение параметра подбиралось путем минимизации отклонения силовых и кинематических величин (растягивающей силы, диаметра шейки и длины образца) в эксперименте и расчете в каждый момент времени. Синхронизация по времени кинематических граничных условий в натурном и виртуальном экспериментах обеспечивалась учетом жесткости испытательной установки. Для всех испытанных материалов построенная таким образом истинная диаграмма деформирования обеспечивала разброс результатов в натурном и виртуальном экспериментах не более 5 %. По результатам численного эксперимента идентифицированы силовые и кинематические предельные характеристики материалов в зависимости от вида НДС (предельные деформации на оси шейки достигали от 50 до 80 %),

Похожая схема была использована для построения диаграмм деформирования в эксперименте на кручение. Проведено сравнение диаграмм деформирования, полученных в экспериментах на растяжение и кручение. В зависимости от материала, разброс составил от 8 до 13 %.

АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ И СВОЙСТВ ВЕКТОР-ФУНКЦИОНАЛА НАПРЯЖЕНИЙ ТЕОРИИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

А.В. Муравлёв

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Теория упругопластических процессов (Ильюшин А.А., 1954) основана на постулировании существования функциональной зависимости напряжений от деформаций в упругопластическом процессе деформирования материала, а в определяющие соотношения этой теории входит вектор-функционал напряжений

упругопластического процесса деформирования. В этой теории, при анализе свойств функциональной зависимости пятимерного вектор-функционала напряжений от процесса деформирования по пятимерной траектории деформаций, используется разделение этих свойств на скалярные и векторные свойства связи напряжений с деформациями. Скалярные свойства представляют собой функциональную зависимость модуля вектора напряжений (эквивалент интенсивности девиатора тензора напряжений) от предыстории деформирования по предшествующему участку траектории деформаций, а векторные свойства – функциональные зависимости углов ориентации вектора напряжений (в сопровождающем ортонормированном репере Френе траектории деформаций) от предыстории деформирования по тому же предшествующему участку траектории деформаций. В качестве таких углов ориентации вектора напряжений могут использоваться также пятимерные сферические координаты (Муравлёв А.В., 1984).

В теории упругопластических процессов для описания векторных свойств связи напряжений с деформациями предложены различные гипотезы и принципы: гипотеза локальной определенности, гипотеза компланарности, принцип запаздывания векторных свойств. Варианты теории упругопластических процессов – теория простого нагружения, теория процессов малой кривизны, теория процессов средней кривизны – основаны на классификации процессов сложного нагружения, определяемой сложностью траектории деформаций и векторными свойствами связи напряжений с деформациями. Самой общей из перечисленных вариантов теорий является теория процессов средней кривизны (Малый В.И., 1967), которая сформулирована для случая малого отклонения вектора напряжений от соприкасающейся плоскости траектории деформаций и в которой угол сближения (угол отклонения вектора напряжений от траектории деформаций) является линейным функционалом от кривизны траектории деформаций. Для плоских траекторий деформаций показано (Малый В.И., 1978), что выполнение гипотезы локально простого нагружения влечет за собой факторизацию ядра линейного функционала угла сближения в произведение двух взаимно обратных функций одной (но разной) переменной. Также из выполнения гипотезы локально простого нагружения следует линейность собственной скорости изменения угла сближения в гипотезе локальной определенности. Для угла сближения в виде полилинейного функционала (ряда Фреше) от кривизны плоской траектории деформаций показано (Муравлёв А.В., 1979), что выполнение гипотезы локально простого нагружения влечет за собой линейность этого функционала с такой же факторизацией его ядра в произведение двух взаимно обратных функций.

В данной работе предложен вариант обобщения теории процессов средней кривизны на пространственный случай не малого отклонения вектора напряжений от соприкасающейся плоскости траектории деформаций. В этом варианте угол сближения является линейным функционалом от произведения кривизны траектории деформаций на косинус угла депланации (угол между соприкасающейся плоскостью и плоскостью, проходящей через вектор напряжений и касательную к траектории деформаций).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-08-01375).

ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ В КАНАЛЕ ПРИ УСЛОВИИ ЧАСТИЧНОГО СКОЛЬЖЕНИЯ

Л.В. Муравлёва

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Вязкопластические среды (или среды с пределом текучести) представляют собой материалы, которые могут деформироваться только при действии напряжения,

превышающего предел текучести, в противном случае они ведут себя как твердые тела. Характерной особенностью материалов с пределом текучести является скольжение вдоль гладких поверхностей. Скольжение часто происходит только тогда, когда достигается критическое значение напряжения сдвига. Если течение таково, что напряжение сдвига на стенке меньше критического значения (предела текучести скольжения), то жидкость прилипает к границе. Когда напряжение сдвига на стенке достигает порогового значения, жидкость скользит вдоль границы с заданным коэффициентом трения.

Качественные особенности течения в каналах с различными поперечными сечениями при условии прилипания исследовались в работах П.П. Мосолова и В.П. Мясникова, в которых было показано существование ненулевого критического предела текучести K, при превышении которого течение в канале отсутствует.

Для численного моделирования течений вязкопластической среды при пороговом условии скольжения был использован ускоренный метод расширенного Лагранжиана как для вязкопластической модели, так и для условия скольжения. Численное моделирование показало, что в случае порогового граничного условия, в зависимости от соотношения между пределом текучести K и пределом текучести скольжения K_c, существует три режима течения на границе: полное прилипание, частичное прилипание, полное скольжение.

При больших (близких к K) значениях предела текучести возможны два варианта поведения вякопластических материалов. В случае, когда предел текучести скольжения выше критического значения K_c, течение замедляется при увеличении предела текучести, а затем прекращается – среда ведет себя так же, как и при условии прилипания. Если предел текучести скольжения ниже K_c, то при увеличении предела текучести наблюдается полное скольжение и все частицы среды двигаются с одной и той же скоростью как жесткое целое.

ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ УДАРНЫЕ СОПЛА МАКСИМАЛЬНОЙ ТЯГИ

А.Р. Мустаев, Н.А. Остапенко

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Аналитически и численно поставлен и решен ряд модельных вариационных задач о форме сверхзвуковых осесимметричных сопл с ударными волнами в потоке.

Для приближенного определения формы контура поток в сопле моделировался потоком от сверхзвукового источника. Для ударного взаимодействия сверхзвуковой струи со стенкой сопла использовались теории Ньютона и Ньютона – Буземана.

Показано, что в рамках предложенных моделей существует область параметров, где оптимальными являются сопла, контур которых состоит из прямолинейного и криволинейного участков, переходящих друг в друга с изломом.

С использованием построенного вычислительного кода, в котором использован метод сквозного счета, найдены оптимальные ударные сопла в классе контуров, состоящих из прямолинейного отрезка и концевого участка степенной формы.

Проведено сравнение тяги найденных ударных сопл с тягой эквивалентных конических сопл и вырезок из сопл с равномерной замыкающей характеристикой. Показано, что ударные сопла обладают преимуществом в тяге по сравнению с обеими указанными формами.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 18-01-00182).

ОСОБЕННОСТИ МЕХАНИКИ МЕДЛЕННЫХ СКЕЛЕТНЫХ МЫШЦ

С.Р. Набиев [1], *Н.А. Кубасова* [2]

[1]Институт иммунологии и физиологии УрО РАН, Екатеринбург;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В основе современных представлений о молекулярной механике мышечного сокращения лежат экспериментальные результаты, полученные на волокнах быстрых скелетных мышц. Механические характеристики волокон медленных скелетных мышц остаются менее изученными, хотя известно, что медленные мышцы, отвечающие за поддержание позы, энергетически более эффективны, чем быстрые мышцы, которые обеспечивают быстрые движения. На молекулярном уровне функциональные различия могут быть связаны либо со свойствами одиночных миозиновых моторов, либо с их организацией в массиве (количество включенных моторов или степень их координации).

Авторы доклада исследовали механические ответы одиночных волокон медленной мышцы m. soleus кролика, активированных при низкой температуре 5 °С, на Джоулев скачок температуры, амплитуду которого варьировали от 15 до 30 °С. Экспериментальная установка была аналогична описанным ранее (*Bershitsky S.Y., Tsaturyan A.K.* J. Physiol. 2002. V. 540. № 3. P. 971–988; Tsaturyan A.K., *Bershitsky S.Y., Koubassova N.A. Fernandez M., Narayanan T., Ferenczi M.A.* Biophys. J. 2011. V. 101. № 2. P. 404–410). Оказалось, что, в отличие от быстрых волокон, диапазон механических характеристик медленных волокон гораздо шире.

Полувремя развития напряжения в ответ на максимальные скачки температуры составляло от 8 до 30 мс, в то время как в быстрых волокнах оно составляет 2–2,5 мс. В отличие от быстрых волокон напряжение и жесткость, развиваемые медленными волокнами в ответ на скачки температуры, не зависели от величины скачка в рассматриваемом диапазоне. Кинетика же ответов, характеризуемая полувременем достижения максимального напряжения, демонстрировала выраженную температурную зависимость.

Начальное напряжение при температуре 5 °С составляло 47 ± 11 кПа, после скачка температуры – 129 ± 29 кПа (6 волокон, 32 измерения), относительный рост напряжения составил 2,8 ± 0,47. При этом относительный рост динамической жесткости, измеренной по изменениям напряжения в ответ на синусоидальные изменения длины с частотой около 1 кГц, составил 1,48 ± 0,24, что примерно соответствует опубликованным в литературе результатам, полученным на быстрых волокнах.

Эксперименты показали, что число работающих миозиновых моторов, т. е. присоединенных к актину миозиновых головок, возможно увеличивается при небольших увеличениях температуры, но остается постоянным в диапазоне температур 20–35 °С. Механические и энергетические отличия медленных мышц, по-видимому, вызваны отличиями индивидуальных характеристик одиночных моторов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-04-00599).

АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ ВАРИАНТОВ ЭКВИВАЛЕНТНОГО НАПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССА ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

В.В. Назаров

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В данной работе приводится сравнительный анализ погрешностей суммарного расхождения опытных данных относительно их аппроксимирующих значений для

различных эквивалентных напряжений (инвариантных характеристик тензора напряжений). Рассмотрены три базовых (максимальное нормальное напряжение, интенсивность напряжений, удвоенное максимальное касательное напряжение) и два усложненных параметром эквивалентных напряжений (возможные линейные комбинации из базовых эквивалентных напряжений), где величина этого параметра характеризует влияние базовых эквивалентных напряжений на время в момент разрушения. Среди эквивалентных напряжений с параметром рассмотрены линейная комбинация максимального нормального напряжения с интенсивностью напряжений $\sigma_{eq}^{1} = [1-\beta_1]\sigma_{mises} + \beta_1\sigma_{\max}$, $0 \le \beta_1 \le 1$ (А.А. Лебедев), а также линейная комбинация максимального нормального напряжения с удвоенным максимальным касательным напряжением $\sigma_{eq}^{2} = [1-\beta_2][2\tau_{\max}] + \beta_2\sigma_{\max}$, $0 \le \beta_2 \le 1$ (предложено автором). Отбор эквивалентного напряжения производился по наименьшей суммарной погрешности относительно всех рассмотренных эквивалентных напряжений. Из анализа суммарных погрешностей установлены эквивалентные напряжения для сложного напряженного состояния. При описании процесса длительно прочности при совместном растяжении и сжатии по двум взаимно перпендикулярным направлениям элементарного плоского элемента в качестве эквивалентного напряжения следует принять линейную комбинацию максимального нормального напряжения с удвоенным максимальным касательным напряжением. Это сложное напряженное состояние реализуется при совместном растяжении и кручении трубчатого образца [1−2]. При описании процесса длительной прочности при двухосном растяжении элементарного плоского элемента в качестве эквивалентного напряжения следует принять линейную комбинацию максимального нормального напряжения с интенсивностью напряжений. Это сложное напряженное состояние реализуется при двухосном растяжении плоского образца [3], либо при совместном растяжении и внутреннем давлении трубчатого образца [4], при этом максимальное нормальное напряжение, удвоенное максимальное касательное напряжение, а также их линейная комбинация с параметром совпадают и принимают одинаковое значение.

Литература

1. *Dyson B.F., Mclean D.* Metal Science. 11(2), 37 (1977). DOI:10.1179/msc.1977.11.2.37.
2. *Nazarov V.V.* Inorganic Materials. 50(15), 1514 (2014). DOI:10.1134/S0020168514150138.
3. *Kobayashi H., Ohki R., Itoh T., Sakane M.* Engin. Fract. Mech. 174, 30 (2017). DOI:10.1016/j.engfracmech.2017.01.001.
4. *Himeno T., Chuman Y., Tokiyoshi T., Fukahori T., Igari T.* Mater. High Temp. 33(6), 636 (2016). DOI:10.1080/09603409.2016.1226703

ЕСТЕСТВЕННЫЕ ПРИЧИНЫ УСКОРЕННОГО ПОТЕПЛЕНИЯ КЛИМАТА И ПРИРОДНЫЕ ИСТОЧНИКИ ПАРНИКОВЫХ ГАЗОВ

В.Л. Натяганов, Ю.Д. Скобенникова

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Цель данной работы заключается в исследовании возможных естественных причин наблюдаемого в последние десятилетия ускоренного потепления климата и выявлении взаимосвязи этой пугающей тенденции с опасными явлениями природы (ОЯП) различных геофизических типов: сильными землетрясениями и извержениями вулканов, тайфунами и торнадо, мощными ветрами, ливнями и снегопадами.

Статистические методы исследования разных типов ОЯП показывают рост их числа и энергетики за последние 1,5–2 столетия при существенном расширении географии их проявления. Подобная тенденция называется современной активизацией планеты, причины которой должны иметь долгосрочный характер и общепланетарный масштаб типа наблюдаемого уже 2 столетия тренда квазипериодического возрастания солнечной активности и долгосрочных вариаций угловой скорости вращения Земли.

На заключительных этапах подготовки и реализации различных ОЯП происходит резкая интенсификация процессов тепломассообмена между разными геосферными оболочками планеты, что обычно приводит к скачкам температуры и часто к значительным выбросам в атмосферу парниковых газов. Особенно явно это наблюдается при вулканических извержениях и подводных землетрясениях, когда нарушаются условия стабильности придонных газогидратов.

Анализ возможных источников основных парниковых газов (пары воды, углекислый газ, метан) свидетельствует о недооценке вклада метана и переоценке антропогенного фактора (техногенной эмиссии углекислого газа) в парниковый эффект. При эмиссии метана в атмосферу его «время жизни» составляет около 10 лет, а диоксида углерода – более 300 лет. Более того, в пересчете на единицу массы метан в первый год «агрессивнее» диоксида углерода в 70 раз и в 60 раз за 20 лет, хотя в климатологии обычно фигурирует цифра в 21 раз, но это лишь за 100 лет. Поэтому вклад метана в парниковый эффект сильно занижен, а особый интерес сегодня представляют его не учитываемые в официальных данных мощные природные источники, особенно в Арктике, где наблюдается ускоренная деградация вечной мерзлоты. Причем пик эмиссии метана в арктической зоне приходится на период 15.09 – 15.10, когда верхний слой почвы промерзает на 5–15 см.

На основе анализа периодических решений уравнения теплопроводности предложена теоретическая модель, объясняющая этот неожиданный для климатологов экспериментальный факт резкого (на порядок) осеннего скачка концентрации метана в атмосфере арктической зоны.

Очевидно, что антропогенный фактор (в широком смысле слова) также играет отрицательную роль в наблюдаемом потеплении климата. В частности, за 1,5 века общая площадь лесов на планете уменьшилась в 3 раза. Определенный спад «производства» кислорода произошел и в океане за счет его загрязнения нефтепродуктами и пластиком.

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований механико-математического факультета МГУ (АААА-А16-116071210062-3).

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ АНТИСИММЕТРИЧНЫЕ ВОЛНЫ В УПРУГОМ МОМЕНТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ СО СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТЬЮ

Нгуен Ван Лам [1], *Д.В. Тарлаковский* [1,2]

[1]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

По аналогии с антиплоской задачей теории упругости рассматривается распространение нестационарных граничных возмущений от сферической полости моментном упругом пространстве, которое моделируется средой Коссера. Используется сферическая система координат $r, \vartheta, \theta\ (r \geq 0, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \vartheta \leq 2\pi)$ с ортонормированным базисом $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\vartheta$. Под антисимметричным процессом понимается следующий вид полей перемещений $\mathbf{u}$ и угла поворота $\boldsymbol{\omega}$: $\mathbf{u} = u(r,\theta,t)\mathbf{e}_\vartheta, \boldsymbol{\omega} = \omega_r(r,\theta,t)\mathbf{e}_r + \omega_\theta(r,\theta,t)\mathbf{e}_\theta$, где t –

время. На границе полости заданы кинематические возмущения. Полагается, что начальные условия нулевые и все искомые функции ограничены.

Для решения задачи используются разложения искомых функций в ряды по полиномам Лежандра и Гегенбауэра, а также преобразование Лапласа по времени. Поскольку вид изображений не позволяют находить оригиналы аналитически, то применяется метод малого параметра, в качестве которого используется коэффициент связи полей перемещения и вращения. Построены изображения линейного приближения. Их оригиналы найдены в явном виде. Показано, что, в отличие от аналогичной осесимметричной задачи, в рассматриваемой задачи имеется три типа волн.

Примеры расчетов и анализ результатов приведены для зернистого композита из алюминиевой дроби в эпоксидной матрице.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-08-00471).

О ВАРИАЦИОННЫХ ПРИНЦИПАХ В ТЕОРИЯХ ТОНКИХ ТЕЛ

М.У. Никабадзе

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)», Москва

Сформулированы и доказаны вариационные принципы Лагранжа и Кастильяно, а также обобщенные вариационные принципы типа Рейсснера в рамках трехмерной микрополярной теории. Даны оригинальные формы записи условии совместности деформации относительно тензоров деформаций и изгиба-кручения, а также относительно тензоров напряжений и моментных напряжений (аналоги уравнениям Бельтами – Мичелла). Причем уравнения относительно тензоров напряжений и моментных напряжений представлены как несимметричными дифференциальными операторами, так и симметричными. Из них, как частный случай, получаются уравнения Бельтами – Мичелла, как несимметричным, так и симметричным дифференциальным оператором. Даны новые постановки краевой задачи относительно тензоров напряжений и моментных напряжений, из которой новая постановка (Б.Е. Победри) классической задачи в напряжениях получается как частный случай. Из упомянутых выше трехмерных принципов выведены соответствующие вариационные принципы для теории тонких тел. Из последних, в свою очередь, выведены соответствующие вариационные принципы для теории тонких тел в моментах относительно систем ортогональных полиномов. При этом для микрополярной теории многослойных тонких тел, как при полном контакте, так и при наличии зон ослабленной адгезии, получены обобщенные вариационные принципы типа Рейсснера, поскольку из них нетрудно выводятся принципы Лагранжа и Кастильяно. Доказаны теоремы о минимуме стационарной точки лагранжиана и максимуме стационарной точки кастильяниана, а также теорема о единственности обобщенного решения краевых задач.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-29-10085-mk) и Московского Центра фундаментальной и прикладной математики, в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (АААА-А16-116070810022 «Теоретические исследования и методы расчетов в макро-, микро- и наномеханике композитов»).

МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ НА МНОГОПОЛОСНЫХ ДОРОГАХ В УСЛОВИЯХ РАЗЛИЧНЫХ МОТИВАЦИЙ ВОДИТЕЛЕЙ К ПЕРЕСТРОЕНИЮ

В.Ф. Никитин [1,2], *Д.А. Пестов* [2], *М.Н. Смирнова* [1]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГУ «Федеральный научный центр
Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва

В настоящее время, при все более возрастающей сложности транспортных и инфраструктурных систем и возрастающем количестве транспорта в городах, увеличивается значимость моделирования транспортных потоков. Расширение дорог и увеличение числа полос увеличивает их пропускную способность, однако этот эффект ограничен, поскольку возрастающее количество перестроений снижает скорость потока и, соответственно, пропускную способность дороги.

Для обеспечения точности и уменьшения вычислительной сложности моделей движения транспорта зачастую используются аналогии с более изученными моделями. В частности, поведение водителей на дороге можно моделировать схожим образом с моделированием движения газа, где аналогом давления будет служить плотность транспортного потока, который представляется сплошной средой с усредненными характеристиками. Такое приближение позволяет авторам доклада использовать обширный инструментарий, разработанный для задач движения газа. Для повышения точности модели в применении к многополосным автомагистралям следует также учитывать различные условия, при которых водители перестраиваются в другую полосу. Такими условиями являются наличие препятствий, неоднородность транспортного потока, наличие поворотов и светофоров, а также различные ограничения на движение по полосам (например, выделенные полосы для общественного транспорта).

В данной работе представлен анализ различных походов к моделированию перестроений. Представлен метод решения, а также результаты моделирования движения транспортного потока по участку дороги с необходимостью перестроений перед перекрестком.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-00518).

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАКОПЛЕНИЯ ЗАГРЯЗНЕНИЙ В АВТОМОБИЛЬНЫХ ТОННЕЛЯХ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ АВТОТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ

В.Ф. Никитин [1,2], *Д.А. Пестов* [2], *М.Н. Смирнова* [1]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГУ «Федеральный научный центр
Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва

Работа посвящена решению фундаментальной задачи разработки математической и вычислительной модели, способной описать эффекты организации и самоорганизации плотных транспортных потоков с акцентом на разработку фундаментальных моделей динамики транспортных потоков при наличии управляющих воздействий. Составлены математические модели, позволяющие описать зависимость количества вредных выбросов автомобиля в атмосферу от динамических и плотностных характеристик транспортного потока в целом, в котором движется данное транспортное средство. С помощью

сформированной компьютерной предсказательной модели отклика транспортных потоков на различные элементы управления и регулирования было проведено сравнение эффективности различных стратегий регулирования и выбор оптимальных стратегий организации движения на отдельных примерах с точки зрения минимизации времени в пути, а также с точки зрения минимизации загрязнения атмосферы. Исследована динамика автомобильного потока в длинных тоннелях и разработана модель накопления в тоннеле вредных выбросов с учетом влияния принудительной вентиляции тоннеля, а также конвективных потоков, вызываемых движением автотранспортных средств. Показано, что накопление загрязнений в тоннеле уменьшается в случаях, когда направление верхних вентиляционных потоков совпадает с направлением движения, и увеличивается, когда направление вентиляционных потоков противоположно направлению движения автотранспортных средств.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-00518).

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ЗАДАЧИ ГОРЕНИЯ МНОГОФРАКЦИОННЫХ ЧАСТИЦ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

В.Ф. Никитин [1], *М.Н. Смирнова* [1], *В.В. Тюренкова* [1]

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В большинстве случаев жидкое топливо подается в камеру сгорания в распыленном виде, испаряется и формирует с газообразным окислителем горючую смесь. Твердое угольное или металлическое топливо вводится в камеру в виде порошка, который сгорает на воздухе в гетерогенном режиме. Один из методов улучшения эффективности горения угольного или металлического порошка – это добавление в него жидкого топлива. Такая смесь подается в камеру сгорания в виде двухфазных капель жидкости с твердыми включениями. Горение различных компонент капель в этом случае идет в различных режимах: летучие фракции испаряются и горят в газовой фазе, твердые же фракции реагируют с окислителем в гетерогенном режиме. Создана физическая и математическая модели горения агломератов капель. Изучено влияние многофазности топлива (жидкий углеводород с угольными включениями) на условия зажигания и распространение горения в неравномерной полидисперсной среде. Учтено влияние скученности капель на скорость испарения каждой из них. Проведено компьютерное моделирование распространения пламени при горении полидисперсной смеси распыленного капельно-жидкого топлива с твердыми угольными включениями. Получено, что при наличии в капле твердого конденсированного топлива испарение жидкости происходит быстрее из-за дополнительного выделения энергии на поверхности за счет гетерогенных реакций. Когда от капли остается лишь твердый остаток, скорость массообмена резко уменьшается, но затем снова возрастает за счет повышения температуры остатка и соответствующего ускорения гетерогенных реакций. Показано, что при распространении пламени в полидисперсной смеси толщина зоны горения может составлять десятки сантиметров. При распространении горения из центра закрытой камеры вначале толщина зоны горения остается постоянной. В дальнейшем по достижении фронтом пламени стенок камеры эта толщина увеличивается, форма же становится неустойчивой вследствие обратных потоков в сторону центра камеры. При этом общая интенсивность горения увеличивается, но максимум интенсивности снижается. Проведенные аналитические исследования, а также имеющиеся экспериментальные данные показали, что существуют два основных режима горения капель углеводорода: высокотемпературный и низкотемпературный. Причем полученные аналитические решения показывают, что существуют две поверхности

пламени, причем первая поверхность пламени может быть зафиксирована измерительными приборами, а вторая поверхность пламени невидима. Для описания поведения первой и второй поверхностей пламени были получены аппроксимационные аналитические формулы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-00248).

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПОРИСТОГО ПРОСТРАНСТВА С ПРИМЕНЕНИЕМ СЕТЕВОЙ МОДЕЛИ ПОР

В.Ф. Никитин [1,2], *А.А. Шамина* [1,2], *Е.И. Коленкина* (*Скрылёва*) [1,2], *А.Е. Дашевский* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГУ «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН», Москва

В задачах описания просачивания жидкости в горных породах обычно требуется найти поле некоторых величин: давления, скорости фильтрации и др. Традиционно, для решения таких задач требуется проводить затратный по ресурсам и времени эксперимент. Но на протяжении XIX и XX вв. было построено множество математических моделей пористой среды, позволяющих проводить расчеты свойств пористых сред с помощью ЭВМ, избегая натурных испытаний.

В работе описывается решение задачи двухфазной фильтрации при помощи сетевой модели пористой среды. Сетевая модель имеет определенные преимущества перед классической моделью Дарси при работе с поровым пространством сложной геометрии. Простота в моделировании материала горных пород, а также простота в добавлении к модели новых свойств, позволяют использовать этот на большом классе задач фильтрации. Также одним из направлений модификаций сетевой модели является построение моделей, учитывающих капиллярные эффекты.

В основе сетевой модели лежит объединение идей моделей Оуэна и Фэтта, которые в свою очередь опираются на модель Кармана – Козени. Элементом сетевой модели пор является объем жидкости («узел»), соединенный с другими элементами «каналами», в которых происходит переток жидкости из одного объема в другой. Таким образом, топология модели представляет собой неориентированный граф. Модель состоит из двух типов узлов: внутренних и внешних. Внутренние узлы – это область реального порового пространства, в которой изучается течение жидкости, обладает своим объемом и может сообщаться с несколькими внутренними узлами посредством каналов, представляет основную ячейку модели. Внешние узлы – контрольные точки на выходе из моделируемой области, они не имеют объема и могут сообщать только с одним внутренним узлом и больше ни с какими элементами модели. В них задаются граничные условия при решении задач.

В расчетах проводилось определение проницаемости среды, задаваемой канальной моделью. При этом для моделирования сложной геометрии пор проводился сдвиг центров узлов случайным образом на основе распределения Гаусса. Для каждого из расчетов задавалось различное значение параметра среднеквадратичного отклонения центра внутреннего узла от некоторого исходного состояния. Получено, что при увеличении параметра среднеквадратичного отклонения процесс фильтрации (т. е. скорость фильтрации жидкости) замедляется, тем самым уменьшался эффективный коэффициент проницаемости моделируемой среды. Следует отметить, что изменение проницаемости в этой ситуации происходит практически без изменения пористости, что делает канальную

модель куда более гибкой по сравнению с классическими моделями пористой среды типа Кармана – Козени, где проницаемость и пористость жестко связаны друг с другом.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-07-00378).

ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ ВДОЛЬ ВНЕШНЕГО УГЛА

Н.В. Никитин, Н.В. Попеленская

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Одно из интересных проявлений турбулентности – возникновение вторичных течений в прямолинейных потоках, в частности в прямых трубах некруглого поперечного сечения. Механизм образования турбулентных вторичных течений (вторичных течений Прандтля 2-го рода) обсуждается начиная с их обнаружения в опытах Никурадзе в 1926 г. и вплоть до наших дней. Наибольшее внимание в прошлом уделялось вторичным течениям, возникающим в угловых областях труб квадратного и прямоугольного сечения. В настоящей работе будут представлены результаты прямого численного моделирования турбулентных течений вдоль внешнего угла. Рассмотрены два течения: течение в трубе с сечением в виде кругового сектора с углом при вершине в 270° и течение в трубе с сечением, имеющим внешний угол в 90°. В первом случае уравнения Навье – Стокса решаются в цилиндрической системе координат, в которой все границы расчетной области являются координатными поверхностями. Во втором случае расчет ведется в декартовых координатах в охватывающей квадратной области (в плоскости поперечного сечения трубы), а условия прилипания на границах, не совпадающих с координатными поверхностями, удовлетворяются применением метода виртуальных границ.

В окрестности внешнего угла возникает вторичное течение в виде пары вихрей, симметричных относительно биссектрисы угла. В отличие от внутренних углов, когда вторичное течение направлено из внешней области потока к вершине угла, в окрестности внешнего угла направление движения обратное. Жидкость стекается к вершине угла вдоль стенок и выбрасывается во внешний поток вдоль биссектрисы. При этом скорость вторичного течения достигает больших значений, чем в окрестности внутренних углов (5 и 1,5 % от средней скорости потока соответственно). В докладе будут представлены распределения средних и пульсационных характеристик рассчитанных течений. Будет дано объяснение физического механизма, приводящего к возникновению вторичных течений в некруглых трубах.

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М. В. Ломоносова в рамках НИР «Устойчивость гидродинамических течений и турбулентность».

ЧИСЛЕННОЕ И АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О КРУЧЕНИИ ГИПОУПРУГОГО ЦИЛИНДРА ПРИ КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ

Н.В. Овчинникова

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассмотрена задача о конечных деформациях несжимаемого цилиндра, возникающих при его кручении без удлинения. В качестве уравнения состояния принята

модель гипоупругости с объективными производными коротационного типа: производной Яуманна и производной Динса (Грина – Мак-Инниса – Нахди). Получено точное аналитическое выражение зависимости величин продольной силы и крутящего момента от величины крутки. Наблюдается эффект Пойнтинга – осевые напряжения не равны нулю. Показано, что решения, отвечающие производной Динса и Яуманна, близки только при небольших значениях крутки. Сила и момент, полученные в решении для производной Динса, являются монотонными функциями величины крутки, а для производной Яуманна – гармоническими функциями. Полученные решения согласуются с численно-аналитическими решениями задачи о кручении цилиндра, полученными А.С. Финошкиной для моделей гипоупругого материала с использованием производных Яуманна и Динса.

Проведено сравнение аналитического решения задачи с численным, полученным в программном комплексе ANSYS. Получено, что значения силы и момента в решении ANSYS практически совпадают со значениями, отвечающими решению для производной Динса. Сравнение с точным решением показало, что численное решение в ANSYS задачи о кручении цилиндра при больших деформациях нужно проводить для полной длины цилиндра, а не для небольшого по высоте цилиндрического слоя.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 16-01-00669; 18-08-01375).

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ УПРУГОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЖЕСТКОГО ШТАМПА И АДГЕЗИОННЫХ СИЛ

А.С. Оконечников [1], *Г.В. Федотенков* [2], *Е.С. Феоктистова* [1]

[1]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)», Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Влияние сил адгезионного поверхностного притяжения вносит существенный вклад в напряженно-деформированное состояние тел малой плотности и толщины, вследствие чего с теоретической точки зрения может представлять большой интерес в ряде процессов механики деформируемого твердого тела. Особенно стоит отметить малое количество исследований, проведенных в области такого влияния в случае нестационарных контактных взаимодействий.

В настоящей работе исследуется влияние сил адгезионного притяжения на нестационарное взаимодействие жесткого штампа с упругой полуплоскостью. В рамках работы сила адгезионного взаимодействия описывается моделью Можи и потенциалом Леннарда-Джонса. Первая модель описывает адгезионное притяжение как силу постоянной интенсивности при наличии малого зазора между поверхностями тел, в этом случае адгезия отсутствует в области механического контакта тел. В модели, описываемой потенциалом Леннарда-Джонса, интенсивность адгезионной силы существенно зависит от зазора между поверхностями. Согласной ей, между поверхностями тел не может возникнуть зоны механического контакта.

Задача ставится с учетом двух этапов взаимодействия. На первом этапе рассматривается взаимодействие штампа, движущегося на встречу упругой полуплоскости по заданному закону без наличия механического контакта поверхностей рассматриваемых тел (случай модели Можи) под действием адгезионной силы. На втором этапе штамп внедряется в полуплоскость, возникает механический контакт тел (модель Можи) при учете влияния адгезионного притяжения на рассматриваемые тела. Подход к решению задачи основан на методе функций Грина, с помощью которого нормальные перемещения границы полуплоскости определяются как двойная свертка напряжений на границе

полуплоскости с функцией влияния, полученной из решения задачи Лэмба. В процессе решения определяются как границы области контакта, границы носителя адгезионного взаимодействия, контактные напряжения, так и перемещения границы полуплоскости. Разработан оригинальный численно-аналитический алгоритм определения указанных величин, реализованный на ЭВМ. Представлено сравнение полученных результатов для двух моделей адгезионного взаимодействия. Выявлены характерные режимы взаимодействия штампа и упругой полуплоскости, при которых возникает многосвязность носителя сил адгезионного притяжения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 19-58-04016 Бел_мол_а; 20-08-01042).

О МНОЖЕСТВЕ НЕИЗОЛИРОВАННЫХ РЕЖИМОВ ПЛАНИРОВАНИЯ ОПЕРЕННОГО ТЕЛА

Ю.М. Окунев, О.Г. Привалова, В.А. Самсонов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается движение тяжелого оперенного тела на спуске в невозмущенной атмосфере. Лопасти на теле размещаются таким образом, чтобы центры лопастей оказались в плоскости, ортогональной оси тела, на одинаковом расстоянии от нее. Лопасти представляют собой тонкие пластины в форме круга или прямоугольника.

Для лопастей таких форм характерно, что, начиная с некоторого значения угла атаки, кривая аэродинамического качества совпадает с функцией котангенса от угла атаки.

Проводится моделирование спуска тела в случае, когда лопасти устанавливаются под углом 90°, т. е. они лежат в плоскости, ортогональной оси тела. В этом случае возникает семейство неизолированных притягивающих установившихся режимов планирования, на которых угловая скорость тела равна нулю, а скорость центра масс постоянна.

Каждому углу планирования соответствует два угла атаки. Исключение составляет планирование с углом атаки, отвечающим максимуму аэродинамического качества, когда планирование возможно только с одним углом атаки. Показывается, что скорость планирования с большим углом атаки будет меньше, чем с малым. Для рассматриваемых форм лопастей существуют интервалы изменения угла атаки, на которых угол атаки равен углу планирования. В этом случае лопасти расположены в горизонтальной плоскости.

Исследуется устойчивость режимов планирования, на которых угол атаки равен углу планирования. Показывается, что условия устойчивости этих режимов не зависят от смещения центра масс вдоль оси симметрии тела.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 18-01-00538).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЛИЯНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ НА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНЫ ВОЗБУЖДЕНИЯ В СЕРДЕЧНОЙ МЫШЦЕ

А.Ш. Осепян, Ф.А. Сёмин, А.К. Цатурян

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Среди сердечных патологий значительная роль отводится аритмиям различного происхождения. Процессы возникновения аритмий часто включают в себя не только

нарушения основной проводящей системы сердца, но и отклонения в механизмах влияния электрической активации ткани сердечной мышцы, миокарда, на сокращение ткани и его регуляцию – так называемое электромеханическое сопряжение. Кроме того, макроскопические деформации камер сердца, в свою очередь, тоже влияют на распространение волны электрического возбуждение в миокарде через механизмы механо-электрической обратной связи. Для точной диагностики и оптимального лечения аритмий необходимо глубокое понимание указанных выше сложных процессов, протекающих на уровнях клетки и ткани сердечной мышцы. В связи с этим востребованы многомасштабные детальные электромеханические модели миокарда.

В докладе представлена новая модель электромеханики миокарда, в которой электрическую активность кардиомиоцита описывали с помощью модели Алиева – Панфилова (Aliev R.R., Panfilov A.V. Chaos, Solitons & Fractals. 1996), разработав ее сопряжение с детальной моделью сокращения и регуляции миокарда автолров доклада (Syomin F.A., Tsaturyan A.K. J. Theor. Biol. 2017). В частности, в модель были включены более сложные уравнения баланса ионов кальция, учитывающие зависимости потока кальция в кардиомиоцит от разности потенциалов на клеточной мембране и более подробно описывающие внутриклеточные токи кальция и его откачку из клетки. Модель Алиева – Панфилова была модифицирована таким образом, чтобы учитывать влияние деформаций миокарда на емкость и проводимость клеточной мембраны, позволяя описать эффекты механо-электрической обратной связи.

Провели численные эксперименты по одноосному сокращению сердечной мышцы, результаты которых воспроизводили изменения развиваемого в миокарде напряжения при вариации межстимульного интервала, наблюдаемые в медицинской практике, включая зависимость величины напряжения от частоты стимуляции. Была поставлена и решена двумерная задача о возникновении спиральных волн в образце миокарда в ответ на внеочередное возбуждение, имитирующее сердечную экстрасистолу. Показано, что учет в модели влияния деформаций на распространение волны электрического возбуждения существенно меняет характер распространения спиральной волны возбуждения и волны механического сокращения в образце миокарда.

Таким образом, показано, что наша сравнительно простая модель способна описывать нетривиальные прямые и обратные процессы электромеханической активности миокарда и после дальнейшей доработки может быть использована для моделирования активации и сокращения камер сердца.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 20-74-00046).

ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ СОРБЦИИ/ДЕСОРБЦИИ ВОДЯНОГО ПАРА СТРОИТЕЛЬНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

П.П. Пастушков [1,2], *В.Г. Гагарин* [1,2], *Н.В. Павленко* [1,2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУ «Научно-исследовательский институт строительной физики РААСН», Москва

Дано определение понятия сорбции водяного пара, описаны возможности практического применения изотерм сорбции в строительной теплофизике. Установлена взаимосвязь между сорбционной способностью строительных материалов и их пористой структурой.

Представлены результаты экспериментальных исследований сорбции водяного пара материалов различных марок минераловатных изделий современного производства из двух типов волокон – стеклянного и каменного, с применением

фенолформальдегидного и других (новых) типов связующего. По анализу полученных результатов сделаны выводы: минераловатные изделия из стеклянного волокна имеют в целом большую сорбционную способность, чем из каменного, при этом изделия из одного и того же типа волокна с близкой плотностью могут иметь в несколько раз отличающуюся сорбционную влажность; исследуемые марки, в основном, имеют примерно одинаковую площадь удельной поверхности, однако отличающиеся в несколько раз объемы мезо- и микропор. Выдвинута гипотеза о том, что сорбция водяного пара существенно зависит от содержания всех органических веществ (не только связующего) в минеральной вате. По экспериментально полученным изотермам сорбции определена площадь удельной поверхности исследованных материалов, сделаны выводы о преобладающей роли мезопористости изделий из стеклянного волокна в процессе сорбции водяного пара. Результаты исследования структурных характеристик могут быть использованы при дальнейшем изучении их влияния на эксплуатационные характеристики минераловатных изделий.

Исследован процесс гистерезиса сорбции. Впервые проведены экспериментальные исследования сорбции/десорбции водяного пара для современного автоклавного ячеистого бетона (основного стенового материала) всего диапазона плотностей и установлены «петли гистерезиса сорбции». Учет гистерезиса сорбции водяного пара строительными материалами при расчетах влажностного режима ограждающих конструкций по разработанной авторами математической модели позволяет повысить точность получаемых результатов и приближает их к результатам натурных исследований.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЗОНДЫ В НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПЛАЗМЕ С ХИМИЧЕСКИМИ РЕАКЦИЯМИ. ЭКСПЕРИМЕНТЫ И ТЕОРИЯ

В.А. Полянский, И.Л. Панкратьева

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Исследование процессов горения углеводородных топлив, процессов переработки нефти и нефтепродуктов и повышение их эффективности остаются в настоящее время актуальной проблемой. В связи с этим продолжается интенсивное исследование сложной и неоднозначной кинетики химических реакций в плотных высокотемпературных смесях молекулярных газов. Поскольку в литературе до сих пор нет единого мнения о детальных кинетических механизмах (ДКМ) протекания химических процессов в таких газовых смесях, любая дополнительная экспериментальная информация о них является важной. В докладе обсуждаются теоретические и экспериментальные результаты применения цилиндрических электрических зондов для получения информации об одном из важных параметров для валидации ДКМ – времени задержки воспламенения (времени индукции).

Эксперименты проводились в ФИЦ ХФ РАН под руководством П.А. Власова в ударной трубе. Для поддержания почти постоянной температуры в области за отраженной ударной волной испытуемые газовые смеси сильно разбавлялись аргоном. Толкающим газом служил гелий. Измерения проводились вблизи торца ударной трубы в области за отраженной ударной волной. Здесь в течение некоторого промежутка времени порядка нескольких миллисекунд исследуемая газовая смесь остается неподвижной. После скачкообразного повышения температуры в ударной волне в реагирующей смеси развиваются нестационарные релаксационные и химические процессы с участием большого количества компонент, в том числе электронно-возбужденных, а также электрически заряженных частиц, возникающих за счет процессов химической ионизации. Регистрировалось излучение электронно-возбужденных радикалов OH*, одновременно

регистрировался сигнал от расположенного в измерительной секции изолированного электрического зонда, на который подавался постоянный отрицательный электрический потенциал. В нестационарных процессах изолированный зонд измеряет электрический ток смещения.

Время появления сигнала от OH* в литературе часто принимается в качестве времени индукции. Эксперименты с разными составами газовых смесей показали, что появление тока смещения достаточно точно совпадает с появлением излучения OH*, поэтому зондовые измерения можно использовать для определения времени индукции. Теоретическое обоснование этого утверждения получено с помощью электрогидродинамической модели, описывающей работу зонда в рассматриваемых условиях. В докладе описана постановка задачи, соответствующая условиям эксперимента, приводятся распределения нестационарных параметров среды и электрического поля в окрестностях зонда. Объясняется физическая причина подобия временных профилей тока смещения на отрицательно заряженный зонд и излучения радикала OH*.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 19-01-00056).

ВЛИЯНИЕ ПРИМЕСИ МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ ВОДНЫХ КАПЕЛЬ НА АДИАБАТНУЮ ТЕМПЕРАТУРУ СТЕНКИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

С.С. Попович, А.Г. Здитовец, Н.А. Киселёв, Ю.А. Виноградов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Тело, помещенное в поток сжимаемого газа (например, в канал сверхзвуковой аэродинамической трубы), приобретает температуру равную адиабатной температуре стенки – величину, отличную как от температуры торможения потока, так и от термодинамической (статической) температуры потока. При этом снижение адиабатной температуры стенки относительно температуры торможения приводит к уменьшению аэродинамического нагрева поверхности, что важно для целей охлаждения высокотемпературных проточных частей двигателей летательных аппаратов и технологических устройств.

Ранее был получен эффект «аэродинамического охлаждения» стенки в следе сверхзвукового потока за обтекаемой преградой. Полного объяснения данного эффекта в литературе нет. В ранних работах выдвигалось предположение о том, что вихревая дорожка, образующаяся за любым плохо обтекаемым телом, является причиной данного эффекта. Однако потенциал снижения температуры стенки за счет отрывных и возвратных течений в однофазном потоке, по мнению авторов, ограничен.

Решение задачи снижения адиабатной температуры стенки возможно через использование свойств газокапельных потоков с малой массовой концентрацией (до процента) жидкой фазы. В этом случае жидкая фаза практически не влияет на свойства основного газового потока, при этом сами капли могут охлаждаться до термодинамической температуры потока и, попадая в пограничный слой, способствовать интенсивному охлаждению.

В работе представлены результаты измерения температуры поверхности плоской пластины, обтекаемой сверхзвуковым воздушным и воздушно-капельным потоком. Экспериментальные исследования проводились на сверхзвуковом аэродинамическом стенде АР-2 с использованием систем регистрации данных National Instruments, автоматизированных программ опроса и обработки показаний датчиков в среде LabView, термопар с термокомпенсацией, зондовых измерений, тепловизионных, оптических и лазерных методов визуализации картины течения.

Капли дистиллированной воды в воздушный поток распылялись в форкамере через центробежные форсунки мелкодисперсного распыла «полый конус». Массовая концентрация жидкости составляла до 0,5 % расхода воздуха, средний диаметр капель по Заутеру – 80 мкм, число Маха набегающего потока M = 2.45. Результаты измерений температуры поверхности пластины для случая однофазного (без капель) воздушного потока сравнивались с результатами для воздушно-капельного потока при одинаковых параметрах в форкамере.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ (тема АААА-А19-119012990115-5).

ИССЛЕДОВАНИЕ КАВИТАЦИОННОГО ГЕНЕРАТОРА ИМПУЛЬСНЫХ СТРУЙ

В.В. Прокофьев, С.А. Очеретяный, Е.А. Яковлев

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Экспериментальные исследования струйных течений жидкости в присутствие искусственной каверны с отрицательным числом кавитации, проведенные в НИИ механики МГУ, показали, что при небольших объемах каверны возникают автоколебательные режимы течения с высокой интенсивностью пульсаций давления как в самой каверне, так и в напорном трубопроводе. Работ, посвященным такого рода гидродинамическим колебаниям, немного – кроме НИИ механики можно еще назвать группу профессора П.М. Шкапова (МГТУ им. Баумана), которая исследовала автоколебания в гидролинии с искусственной газовой каверной на выходе.

В работе изучается вопрос о возможности использования режима автоколебаний для создания на выходе периодических импульсных струй, которые могут быть использованы при гидродинамических способах разрушения, например пластов угля или горных пород. В рассматриваемом течении периодический режим прерывистого истечения жидкости реализуется при постоянных параметрах, подаваемых в систему жидкости и газа, без применения каких-либо механических систем, используемых в известных способах создания импульсных струй.

Исследовались автоколебательные режимы плоского течения в системе, состоящей из сопротивления (кавитатора), за которым образовывалась искусственная газовая каверна и сужающееся сопло, через которое жидкость и газ истекают в атмосферу. Интенсивность ударного воздействия истекающей жидкости оценивалась по осциллограмме давления в некоторой точке экрана, расположенного перпендикулярно к истекающей струе.

Экспериментально найдены режимы, когда естественно возникающее автоколебательное течение сопровождается интенсивным ударным воздействием на препятствие. Для развитого, помпажного режима на основании уравнений одномерной нестационарной гидравлики предложена модель, позволяющая оценить скорость истечения порции жидкости из сопла. Проведены расчеты показывающие влияние величины напора жидкости, поддува газа, объема каверны, периода колебаний на скорость истечения жидкости из сопла. Эксперимент и расчеты показали, что для достижения наибольшей скорости передней границы порции жидкости на выходе из сопла объем каверны должен быть минимальным. Наблюдались две частотные моды автоколебаний (их может быть и больше), причем высокочастотная мода, несмотря на несколько меньшую амплитуду колебаний давления в каверне, имеет более высокую скорость истечения порции жидкости из сопла, что сопровождается весьма интенсивным ударным воздействием на экран. Кроме того, высокочастотная мода может быть предпочтительнее первой моды благодаря увеличению частоты ударов порций жидкости. При небольших

давлениях напора жидкости наблюдается заметный масштабный эффект в зависимости от скорости течения. Расчеты показали, что при давлениях напора больших 3 атм масштабный эффект незначителен, что позволяет моделировать течение в высоконапорных (50–100 атм) установках при умеренных давлениях напора

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00040).

ИЗМЕНЕНИЕ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ПОДВОДНОГО СУДНА, ОБОРУДОВАННОГО ВОЛНОДВИЖИТЕЛЯМИ, ПО ГЛУБИНЕ

В.В. Прокофьев, В.Г. Чикаренко

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Целью настоящих исследований послужили результаты предыдущих экспериментов, которые подтвердили, что волны обладают энергией не только в поверхностном слое жидкости, но и на глубине.

Настоящие эксперименты были проведены на гидроканале НИИ механики МГУ с моделью подводного судна (батискафа), оборудованного волнодвижителями (подводными парусами и крыльями).

Методика экспериментов следующая. Модель подводного судна в масштабе 1:100, оборудованная волнодвижителями, располагалась в гидроканале сечением 1,5 х 1,5 м на мерной базе (длина базы 10 м), глубина наполнения канала составила 0,95 м, волнопродуктор генерировал волны различной частоты. Модель пересекала на мерной базе лазерные створы, которые использовались для определения скорости модели. Далее с помощью грузов модель опускалась на глубины 0,1; 0,2; 0,3 м, где определялась ее скорость при движении против волн.

По результатам экспериментов получены зависимости скорости движения модели от частоты волн на разных глубинах.

Проведенные эксперименты подтвердили работоспособность волнодвижителей на этих глубинах, в реальном масштабе соответственно равных 10, 20, 30 м.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ (тема АААА-А19-119012990108-7) при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00040).

ОБ ОДНОЙ СХЕМЕ ПЕРЕВОДА ОПАСНОГО АСТЕРОИДА НА БОЛЕЕ БЕЗОПАСНУЮ ОРБИТУ

В.А. Прошкин, А.С. Чура

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Опасными называют астероиды, которые при движении могут достаточно сильно сближаться с Землей. Математическую модель их движения обычно представляют как возмущенную круговую ограниченную задачу трех тел. Невозмущенная задача (Солнце, Земля, астероид) здесь не интегрируема, но она хорошо изучена. В ней, в частности, найдены траектории, двигаясь по которым астероид может некоторое время находиться в окрестности Земли (квазиспутник), а затем много лет двигаться в так называемой «подковообразной» области во вращающейся вместе с Землей системе координат. Эта область включает в себя точки либрации L3, L4, L5, но не содержит Землю. В фазовом пространстве такие траектории располагаются в окрестности резонанса 1:1 между

частотой обращения Земли вокруг Солнца и частотой орбитального движения астероида по оскулирующему кеплеровскому эллипсу. Такие траектории порождаются колебательными изменениями разности средних аномалий Земли и астероида около устойчивых равновесий в соответствующей осредненной задаче. Вращательные изменения этой разности порождают траектории, расположенные в области, содержащей и Землю, и указанные точки. Эти траектории можно использовать для перевода из колебательной области в окрестности Земли в колебательную, но более безопасную подковообразную область. Резонансные эффекты в задачах, близких к интегрируемым, обычно проявляются в довольно узких окрестностях резонансных многообразий. Поэтому описанные переходы можно реализовать с помощью достаточно слабых дополнительных воздействий на астероид.

Для перевода астероида в нужную резонансную область можно использовать гравитационное поле Земли при очередном сближении. Управлять влиянием Земли можно с помощью доступных дополнительных воздействий на астероид, которые делаются заблаговременно. Хотя такие воздействия и приводят главным образом к изменению момента сближения, этого оказывается достаточно.

В работе реализована описанная схема управления на примере некоторых сближающихся с Землей астероидов. В численной модели учтено влияние ближайших планет (до Юпитера), Луны, солнечного ветра. Доступными считались воздействия, приводящие к изменению скорости астероида не более чем на 1 м/с.

НЕКОТОРЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УПРУГИХ И ВЯЗКОУПРУГИХ КОМПОЗИТОВ

С.Г. Пшеничнов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассмотрены вопросы, связанные с построением аналитических решений нестационарных динамических задач для деформируемых твердых тел, состоящих из слоистых композиционных материалов. Считается, что все слои материала линейно-вязкоупругие и их наследственные свойства описываются линейной моделью Больцмана – Вольтерра. Область распространения возмущений предполагается ограниченной, а на контакте между слоями принимаются условия непрерывности вектора перемещений и вектора напряжений. Применяется интегральное преобразование Лапласа по времени с последующим обращением. Предполагается, что решение в изображениях удалось получить, и обсуждаются вопросы, связанные с построением решения задачи в оригиналах.

Сформулирован ряд общих утверждений, касающихся связи особых точек решения исходной нестационарной динамической задачи в изображениях со свойствами спектрального множества задачи о свободных колебаниях рассматриваемого тела. Особое внимание уделено частному случаю, когда коэффициент Пуассона каждого слоя материала не зависит от времени и при этом вязкоупругие свойства определяются только одним ядром, являющимся для всех слоев одинаковым. Для такой ситуации сформулированы достаточные условия, при которых все полюсы решения в изображениях являются простыми. Исследован вопрос о расположении этих полюсов.

Специально рассмотрен случай, когда наследственное ядро является двухпараметрическим экспоненциальным. Показано, что тогда решение нестационарной динамической задачи для слоистого линейно-вязкоупругого тела нетрудно получить, если известно решение соответствующей задачи для тела, у которого все слои являются линейно-упругими.

Приведены примеры построения аналитических решений задач рассматриваемого класса при указанных выше упрощающих предположениях о наследственных свойствах материала слоев композита.

Рассмотрена одномерная нестационарная динамическая задача для слоя с плоскопараллельными границами раздела однородных составляющих, одна из поверхностей которого жестко заделана, а другая подвержена воздействию равномерно распределенной нормальной динамической нагрузки. После применения преобразования Лапласа по времени решение в оригиналах получено в виде бесконечной суммы вычетов в соответствующих полюсах изображения.

Рассмотрена двумерная нестационарная динамическая задача для бесконечно длинного цилиндра, состоящего из упругих коаксиальных слоев, а также для цилиндра, состоящего из линейно-вязкоупругих слоев. Динамическое нагружение внешней поверхности цилиндра обеспечивает во все моменты времени состояние плоской деформации при отсутствии осевой симметрии. Применено разложение в ряд Фурье по угловой координате и преобразование Лапласа по времени, после чего каждая компонента ряда Фурье решения в оригиналах получена в виде бесконечной суммы вычетов.

Решения указанных задач остаются справедливыми без предположения о малости вязкости в произвольном диапазоне изменения времени.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 18-08-00471; 19-08-00438).

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ УПРУГИХ И УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛА НА РЕГУЛЯРНОЙ СЕТКЕ В ДВУМЕРНОМ СЛУЧАЕ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ

В.А. Ратайчук [1], *М.Я. Яковлев* [1,2], *Ю.Ю. Подладчиков* [3]

[1]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва; [2]ООО «Фидесис», Москва;
[3]Университет Лозанны, Швейцария

В докладе рассматривается двумерная задача численной оценки эффективных упругих и упругопластических характеристик неоднородного материала. Оценка эффективных свойств осуществляется путем решения ряда краевых задач теории упругости/пластичности на представительной площади в форме квадрата. Краевые задачи решаются численно, методом конечных разностей на регулярной сетке. Используется явная схема по времени. Переход от динамической задачи к статической реализуется методом установления. Решение статической задачи (тензор напряжений) осредняется по площади, после чего вычисляются эффективные свойства как связь эффективного тензора напряжений и эффективного тензора деформаций.

Решение задачи программно реализовано с помощью языков программирования MATLAB и C++, с последующим распараллеливанием при помощи технологии CUDA. Полученные эффективные линейно-упругие свойства сравнивались (в рамках тестирования) с результатами расчета отечественного конечно-элементного прочностного программного пакета Fidesys. Получено хорошее совпадение результатов.

Исследование для данной работы было выполнено в МГУ имени М.В. Ломоносова при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Соглашение о предоставлении грантов № 075-15-2019-1890).

ВСТРАИВАЕМАЯ СИСТЕМА ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ТРАНСЛЯЦИИ И СПЕЦИАЛИЗАЦИИ КОДА

В.А. Роганов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Современные достижения человечества в информационной сфере в значительной степени обусловлены успехами микроэлектроники и микропроцессорной техники, базирующихся на кремниевых технологиях. Параллельно с разработкой принципиально новых (в частности, квантовых) вычислительных устройств происходит дальнейшая миниатюризация и специализация кремниевых СБИС, что уже привело к скачкообразному увеличению вычислительной мощности не только суперЭВМ, но и обычных смартфонов.

Одним из перспективных направлений сегодня является создание программируемых СБИС, объединяющих в пределах одного кристалла значительное количество как универсальных, так и специализированных (например, векторных) вычислительных ядер, связанных массивами многовходовой памяти. В отличие от традиционных мультикомпьютеров (так называемых кластеров), задержки при взаимодействии между счетными ядрами в такой many-core системе на два-три порядка меньше, что способствует эффективной реализации сложных параллельных алгоритмов.

К особенностям таких конструктивных решений относятся, прежде всего, ограниченные объемы локальной памяти, доступные каждому вычислительному ядру, вследствие чего требуется проработка схем ее эффективной загрузки и использования. Прочие сложности связаны с вопросами эффективного отображения программ на счетные поля векторных вычислителей, а также эффективного использования высокоскоростной внутрикристальной сети, имеющей нетривиальную топологию. Можно с уверенностью утверждать, что эффективная трансляция унаследованных программных кодов под перспективные many-core архитектуры не реализуема на базе классических подходов.

В разработанной методике, способствующей решению указанных проблем, предлагается двухфазная, статико-динамическая схема трансляции, при которой финальная фаза кодогенерации выполняется силами самого кристалла – имеющимися в нем универсальными процессорными ядрами. Динамически генерируемые при этом так называемые остаточные программы представляют собой фрагменты кода для бездивергентного векторного устройства и не содержат условных переходов. Таким образом, непосредственно во время счета происходит формирование и выгрузка в спецвычислитель исполняемого кода миниатюрных параллельных программ, которые проспециализированы не только полученными в ходе расчета данными, но и адаптированы к свободным, в момент их формирования, ресурсам спецвычислителя.

ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП ЛАГРАНЖА ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ МИКРОПОЛЯРНОГО КОНТИНУУМА

А.В. Романов

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматриваются основные положения теории микрополярного континуума, формулируется смешанная постановка краевой задачи в перемещениях и вращениях используя вариационный принцип Лагранжа. Не меньший интерес представляют задачи неизотермического процесса и задачи на свободные колебания. Так, аналогично

классическим формулировкам Дюамеля – Неймана для нахождения температурных напряжений и уравнениям Гельмгольца для перемещений от свободных колебаний, дается их обобщение на область микрополярного континуума и указанный выше принцип Лагранжа.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (АААА-А16-116070810022 «Теоретические исследования и методы расчетов в макро-, микро- и наномеханике композитов»).

ПРИМЕНЕНИЕ СИНТЕТИЧЕСКИХ ДАННЫХ ДЛЯ ОЦЕНКИ РАССТОЯНИЙ В СИСТЕМАХ НАВИГАЦИИ АВТОНОМНЫХ ДВИЖУЩИХСЯ СРЕДСТВ

Д.Д. Рухович

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Предложены решения задачи неточной оценки масштаба в монокулярных SLAM-системах путем вычисления абсолютных движений камеры между соседними кадрами видеопоследовательности с использованием нейросетевых моделей. Описываемый метод оценки масштаба позволяет определять собственное движение камеры по кадрам, полученным с помощью одной монокулярной камеры. Предложенный метод превосходит по точности существующие классические и нейросетевые методы оценки собственного движения камеры. Он также может быть использован в качестве одного из компонентов классической SLAM-системы. В данной работе продемонстрирована возможность обучения нейросетевых моделей на синтетических данных, полученных из компьютерного симулятора. Приведены результаты экспериментов, показывающие, что использование только синтетических данных при обучении позволяет получить точность, сравнимую с точностью при обучении на реальных данных. Предложенный метод адаптирован для видеопоследовательностей с низким разрешением, что позволяет применять его в режиме реального времени.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРОЯТНЫХ ОБЛАСТЕЙ НАКОПЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ МАСС В СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ В ПЛОСКОМ СЛУЧАЕ

Т.В. Сальникова [1,2], *А.С. Самохин* [1,2,3], *Л.В. Авданина* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Институт космических технологий ИА РУДН, Москва;
[3]ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва

Актуальность рассматриваемой темы обусловлена изучением вопросов формирования Солнечной системы и обеспечения безопасности космических перелетов.

На основе возмущенной задачи Кеплера в работе исследовались траектории движения малых космических тел, прилетающих в Солнечную систему из дальнего космоса. Под гравитационным влиянием Юпитера частицы изменяют свою скорость, снижая ее или увеличивая. Нас интересовал первый вариант – снижение скорости частицы до круговой и дальнейший переход на эллиптическую орбиту, при котором частица становится спутником Солнца, участвуя в формировании областей скопления пылевых частиц в Солнечной системе.

В процессе численного моделирования движения методом Рунге – Кутты пятого порядка с автоматическим выбором шага решалась система дифференциальных уравнений. Программно-аппаратный комплекс реализован авторами на языке C, моделирование осуществлялось в среде CodeBlocks с компилятором GNU GCC. Визуализация осуществлялась в AdvancedGrapher и GNUPLOT.

Задача решалась в плоском случае. При интегрировании системы дифференциальных уравнений на каждом шаге сравнивалась скорость с круговой, соответствующей движению по окружности в обоих направлениях. Такое сравнение проводилось только вне половины сферы действия Юпитера, так как внутри этой области параметры орбиты менялись очень быстро и если в один момент времени скорость была круговой, то в близкий момент времени она уже могла значительно отличаться.

Без ограничения общности стартовое положение частицы при расчетах переносилось из отдаленных областей Солнечной системы в окрестность Юпитера. При решении последовательно измельчалась сетка стартовых положений и скоростей частицы в окрестности областей значений данных параметров, при которых скорость после первого пертурбационного маневра у Юпитера оказывалась близкой к круговой.

Основным результатом исследования является то, что задачу удалось решить, были построены две области захвата. Получено множество траекторий, которые подтверждают формирование скоплений малых небесных тел за период в несколько сотен лет, после совершения нескольких пертурбационных маневров у Солнца и Юпитера.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРОЯТНЫХ ОБЛАСТЕЙ НАКОПЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ МАСС В СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ В ПЛОСКОМ СЛУЧАЕ

А.С. Самохин

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Институт космических технологий ИА РУДН, Москва

В 2020 г. на XLIV Королевских академических чтениях по космонавтике международная группа ученых из МГТУ им. Н.Э. Баумана (А.Ю. Игрицкая, В.А. Игрицкий, В.И. Майорова, В.А. Павлюченко) и МАРХИ (Ф.А. Тепло), Россия, Университета Хьюстона (К.Л. Грэхэм), США и Университета Генуи (М.А. Содано), Италия, предложила проект создания обитаемой базы на Фобосе.

На текущий момент Красная планета недружелюбна, построение на Марсе обитаемой базы предполагает значительные затраты на создание условий для выживания космонавтов во враждебной среде. При этом значительная часть массы межпланетного космического аппарата будет затрачена для посадки на поверхность планеты.

Выгодной идеей представляется колонизация при помощи роботов. Однако заранее на Земле спланировать подробный алгоритм для эффективной автономной работы робота на другой планете крайне тяжело, а ручное управление затрудняется тем, что радиосигнал до Марса и обратно может идти более 40 минут в зависимости от положения планет, что делает такой вариант освоения планеты неприемлемо медленным.

Создание же обитаемой базы на Фобосе позволит решить обе проблемы и начать колонизацию Марса при помощи роботов. Такой подход позволит пополнять ресурсы базы, находящейся вблизи Марса, не тратя огромные запасы топлива при посадке на планету, и доставлять людей к Марсу с меньшим риском. Управление же роботами с Фобоса будет намного комфортнее, чем с Земли, сигнал с такой базы будет достигать поверхности Фобоса за доли секунды.

Наконец, сегодня возврат человека с поверхности Марса на Землю практически невозможен ввиду огромной стоимости, полет лишь в один конец оценивается в 10 млрд долларов, а возврат может обойтись в десятки раз дороже. Возврат же астронавтов с Фобоса значительно проще реализовать, и человечество подбирается к техническим возможностям для осуществимости такой миссии.

В настоящей работе изучается траекторная часть проекта по созданию базы на Фобосе. Рассматриваются миссии по доставке грузов и астронавтов к Фобосу, а также их возврата обратно к Земле. Сравниваются различные варианты экспедиций. На основе методов оптимизации и численного моделирования показано, что использование двигателей малой тяги позволяет существенно увеличить массу полезной нагрузки, доставляемой к Фобосу. При этом время перелета увеличивается несущественно при использовании малой тяги лишь на гелиоцентрическом участке. Такую схему с безвитковым отлетом от Земли и подлетом к Марсу или схему с малым количество витков разумно использовать при доставке на базу астронавтов. Для доставки грузов целесообразно использовать многовитковые схемы, позволяющие затормозить у Марса без использования двигателей большой тяги.

О 10-х СОРЕВНОВАНИЯХ ПО ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАЕКТОРИЙ – ЗАСЕЛЕНИЕ ГАЛАКТИКИ: ИСТОРИЯ, ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, РЕЗУЛЬТАТЫ

А.С. Самохин [1,2], *М.А. Самохина* [1,2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУН Институт проблем управления ПУ им. В.А. Трапезникова РАН, Москва

В 2019 г. с 15 мая по 12 июня прошли X международные соревнования по глобальной оптимизации траекторий (GTOC X).

Первые соревнования GTOC организовал Дарио Иццо из Команды Передовых Концепций Европейского Космического Агентства в 2005 г.

В конкурсе 2009 г. GTOC IV, посвященном глобальной оптимизации облета космическим аппаратом астероидов в окрестности орбиты Земли, победила команда из России с участием доцентов механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова Григорьева Ильи Сергеевича и Заплетина Максима Петровича, а также Заплетиной Елены Витальевны и Плотниковой Юлии Евгеньевны.

Задача для GTOC X «Заселение Галактики» была составлена победителями предыдущих соревнований GTOC IX, Анастасиосом Петропулосом и его коллегами из команды лаборатории реактивного движения НАСА. Юбилейная задача интересно отличалась от прошлых постановок, связанных с перелетами по Солнечной системе.

Предполагалось, что в течение ближайших десяти тысяч лет человечество решит, что настало время смело отправляться в Галактику и заселять другие звездные системы. Будут достигнуты настолько огромные успехи в способности жить в космосе, что корабли поселенцев смогут путешествовать по Галактике в течение сотен тысяч поколений, позволяя людям достигать и колонизировать другие звездные системы.

В соревновании необходимо было смоделировать заселение наибольшего количество звездных систем так, чтобы через 90 млн лет после начала расселения колонизированные звезды были максимально равномерно распределены в пространстве. При этом необходимо использовать наименьшее суммарное приращение скорости. Заселение галактики начинается с вылета трех кораблей в различных направлениях от Солнца. Как только другая звезда колонизирована, через некоторое время от нее могут

стартовать следующие корабли с поселенцами. Функционал задачи поощрял решения, присланные как можно раньше.

Команда авторов доклада, 31 MSU-RAS-RUDN, впервые участвовала в GTOC и решала эту задачу без использования суперкомпьютера. Начальное приближение было построено на основе градиентного метода в плоском случае. Трехмерная задача решалась численно с использованием метода стрельбы, модифицированного метода Ньютона и методов Рунге – Кутты. Многие команды, в том числе и 31 MSU-RAS-RUDN, получили неплохие значения функционала с колонизацией лишь 1, 2, 3 и 5 звезд. Решения можно было загружать на сайт организаторов для проверки несколько раз. Окончательный проверенный и принятый результат авторов доклада – 968 заселенных звезд со значением целевой функции – 201.583171.

Победила в соревнованиях команда NUDT-XSCC из Китая. Следующее соревнование GTOC XI пройдет в апреле 2021 г. Организаторы приглашают к участию всех желающих.

ТЕПЛООБМЕН НЕРАВНОВЕСНЫХ СТРУЙ ДИССОЦИИРОВАННОГО АЗОТА С УЛЬТРАВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ КЕРАМИКОЙ HfB_2-SiC: ЭКСПЕРИМЕНТ НА ВЧ-ПЛАЗМОТРОНЕ, ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ПОВЕРХНОСТИ

В.И. Сахаров [1], *А.Ф. Колесников* [2], *А.Н. Гордеев* [2], *А.В. Чаплыгин* [2], *Е.П. Симоненко* [3], *Н.П. Симоненко* [3], *В.Г. Севастьянов* [3]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[3]ФГБУН Институт общей и неорганической химии им. Н.С. Курнакова РАН, Москва

На ВЧ-плазмотроне ВГУ-4 в сверхзвуковых потоках диссоциированного азота исследованы теплообмен и поведение высокоплотной ультравысокотемпературной керамики HfB_2-SiC. Испытания проведены при давлении в барокамере 8,5 гПа и расходе азота 3,6 г/с с использованием конического сопла с диаметром выходного сечения 50 мм. Образцы-таблетки из керамики устанавливались в цилиндрическую модель диаметром 30 мм с полусферическим притуплением с плоским носком диаметром 14 мм. При мощности ВЧ-генератора 64 кВт реализован нагрев поверхности образца керамики до 2400 К. С применением растровой электронной микроскопии изучена микроструктура поверхности образцов после воздействия потока диссоциированного азота.

Эксперименты по определению интегральной степени черноты поверхности образцов из HfB_2-SiC проведены в дозвуковых потоках диссоциированного азота индукционного ВЧ-плазмотрона ВГУ-4. Из сравнения данных измерений температуры поверхности, полученных с помощью пирометра полного излучения «Кельвин» и пирометра «Mikron M-770S», определены спектральная излучательная способность и интегральная степень черноты поверхности образца HfB_2-SiC при высоких температурах.

Для условий экспериментов на ВЧ-плазмотроне ВГУ-4 выполнено численное моделирование течений плазмы азота в разрядном канале плазмотрона и обтекания цилиндрической модели сверхзвуковыми неравновесными струями диссоциированного азота. Из сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными по тепловым потокам определен эффективный коэффициент каталитической рекомбинации атомов азота на поверхности керамики HfB_2-SiC при температуре поверхности 2400 К.

Работа выполнена в рамках плана исследований, проводимых НИИ механики МГУ, при частичной поддержке РФФИ (проект № 20-01-00056).

МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПАДА NO НА ОСНОВЕ AB INITIO РАСЧЕТОВ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ И ВЕРИФИКАЦИЯ ДВУХТЕМПЕРАТУРНЫХ МОДЕЛЕЙ ДИССОЦИАЦИИ

А.Л. Сергиевская, М.Ю. Погосбекян, А.А. Крупнов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе исследовалась диссоциация молекул NO при столкновении с атомами N методами квантовой механики и молекулярной динамики. В рамках метода теории функционала плотности DFT (X3LYP/cc-pVTZ) были рассчитаны поверхности потенциальной энергии (ППЭ), соответствующие различным конфигурациям молекулярной системы, и построена результирующая ППЭ, описывающая исследуемую реакцию. Получено аналитическое представление ППЭ в виде расширенной функции Сорби – Маррелла. Методом молекулярной динамики с использованием новой ППЭ были рассчитаны константы скорости процесса диссоциации $NO+N \rightarrow 2N+O$ в двухтемпературном и уровневом приближениях для диапазона температур 2000–20000 K. На основе полученных данных была проведена верификация различных теоретических моделей (модель Мерроуна – Тринора, Смехова, Кузнецова и др.) и определены ключевые параметры этих моделей для последующего использования при описании химической кинетики в термически-неравновесных условиях.

Работа проведена в соответствии с планом научных исследований НИИ механики МГУ при частичной поддержке РФФИ (проект № 18-01-00741). Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова и вычислительных ресурсов ОВК НИЦ «Курчатовский институт», http://computing.nrcki.ru/.

О ВОЛНОВЫХ РЕЖИМАХ В ДВУХСЛОЙНОМ ТЕЧЕНИИ В МИКРОКАНАЛЕ

Г.М. Сисоев

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается двухслойное течение в микроканале под действием силы тяжести или перепада давления. В обоих случаях приводится полная постановка задачи с последующим выводом упрощенный модели, соответствующей условиям экспериментов. В предельном случае бесконечно длинных волн вычислены уединенные волны и волны перехода, соответствующие изменению положения межфазной границы от одного уровня к другому вдоль потока. В случае течения под действием силы тяжести также найдены семейства периодических волн.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 20-01-00103).

ДЕТОНАЦИЯ ГОРЮЧЕЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ ПРИ ФОКУСИРОВКЕ ПАДАЮЩЕЙ НА ГАЗОВЫЙ ПУЗЫРЬ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

О.Г. Сутырин

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

На основе уравнений Эйлера для совершенного газа с неоднородной по пространству молярной массой моделируется взаимодействие ударной волны в горючем газе с эллипсоидальным пузырем инертного газа повышенной плотности в двумерной постановке. Рассмотрены различные числа Маха (M) падающей волны и параметра удлинения пузыря. Для численного моделирования используется конечно-объемный метод «MUSCLE» второго порядка аппроксимации, включающий адаптированный HLLC-решатель локальных задач о распаде разрыва. Реакция горения газовой смеси моделируется с помощью двухстадийной кинетики «индукция-реакция» Коробейникова-Левина.

Описана газодинамика преломления падающей ударной волны и различные режимы детонационного воспламенения смеси. Показана существенная зависимость реализующихся режимов воспламенения от интенсивности падающей волны и от формы пузыря. При достаточно больших числах Маха падающей волны инициирование горения происходит непосредственно за счет разогрева смеси в ударной волне. Для более слабых скачков воспламенение может происходить при отражении падающей ударной волны от границы пузыря, а для еще более слабых – в области фокусировки поперечных скачков вблизи дальнего полюса пузыря.

Показано, что форма пузыря также играет важную роль, во многих случаях обеспечивая инициирование детонации пузыря более слабой волной или, наоборот, исключая воспламенение, по сравнению с круглыми пузырями.

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова (тема АААА-А19-119012990113-1) с использованием ресурсов суперкомпьютерного комплекса МГУ при поддержке Совета по грантам президента РФ (МК-3012.2019.1) и РФФИ (проект № 18-01-00793).

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА С ПОКРЫТИЕМ ТИПА МЕМБРАНЫ

Д.В. Тарлаковский [1,2], *Е.Ю. Михайлова* [2], *Г.В. Федотенков* [1,2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)», Москва

Рассматривается воздействие нестационарных нагрузок на изотропное упругое полупространство с покрытием типа мембраны. Полагается, что контакт между мембраной и полупространством происходит в условиях свободного проскальзывания.

Математическая модель включает в себя уравнения движения полупространства и мембраны, физические и геометрические соотношения для полупространства, условия контакта между мембраной и полупространством, граничные и начальные условия.

Из принципа суперпозиции и условий контакта вытекает разрешающее интегральное уравнение относительно контактных напряжений между мембраной и границей упругого полупространства. При этом используются функции влияния для

полупространства и мембраны, которые выступают в качестве ядер интегральных операторов разрешающего уравнения.

Для решения этого уравнения используется численно-аналитический алгоритм, основанный на методе квадратур и весовых коэффициентов. При этом учитывается наличие сингулярных особенностей интегралов, содержащих функцию влияния для полупространства в качестве ядра. Для вычисления конечных значений таких интегралов разработаны специальные квадратурные формулы: ядро интеграла представляется в виде суммы регулярного и сингулярного слагаемых. Интеграл с регулярным ядром вычисляется численно с использованием Гауссовых квадратур, а сингулярный интеграл берется аналитически в смысле главного значения по Коши.

Получены результаты расчетов для разных вариантов задания внешнего давления. Проведен параметрический анализ влияния выбора различных материалов полупространства и мембраны.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-08-01099).

ПОЛЗУЧЕСТЬ И ДЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ ТИТАНОВОГО СПЛАВА ВТ-6 ПРИ ВЫСОКОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ В ПРИСУТСТВИИ АГРЕССИВНОЙ СРЕДЫ

В.В. Терауд

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассмотрен вопрос образования шейки в титановых образцах, растягиваемых при высокой температуре вплоть до разрушения. Было проведено 23 эксперимента с длительностью испытания от нескольких часов до двух месяцев. В 6 образцов перед экспериментами внедрялся водород до массовой доли водорода 0,1; 0,3 и 0,6 %. Получены кривые длительной прочности, значения зависимости удлинения образца от времени, профиль поперечного сечения от продольной координаты и времени, значения максимального сужения и др.

В работе рассматривается проблема шейкообразования при растяжении образцов. Среди открытых российских изданий практически не представлены работы, изучающие шейку, имеется лишь небольшое количество несистематизированных работ. В зарубежных публикациях имеется много работ, посвященных изучению образования шейки в материале и поиску критериев для описания момента локализации деформаций. Среди этих работ явным недостатком является отсутствие систематических экспериментальных исследований, в которых измеряется образование и развитие локализации. В работе представлены результаты экспериментальных исследований локализации деформаций.

В испытаниях использовались образцы двухфазного титанового сплава Ti–6Al–4V. Было проведено 23 эксперимента с длительностью испытания от нескольких часов до двух месяцев – эксперимент № 19 продлился 59,5 суток. Температура испытаний составляла 600, 500, 450 °C (основная). Начальная рабочая длина образцов – 25 мм, ширина – 5 мм, толщина – 1 мм. Постоянная растягивающая сила в начальный момент времени варьировалась от 75 до 275 кг в различных испытаниях. При каждом значении начального растягивающего напряжения эксперимент повторялся несколько раз.

Известно, что титан очень сильно взаимодействует с водородом, при котором возникает явление водородного охрупчивания, которое широко используется в технологических процессах. Поэтому при проведении экспериментов с титановым сплавом по изучению локализации деформаций большой интерес представляет также влияние водорода на локализацию деформаций. Было подготовлено 6 образцов, которые перед экспериментами наводораживались до массовой доли СН водорода 0,1; 0,3 и 0,6 %.

В результате проведенных экспериментов были получены данные о высокотемпературном деформировании титанового сплава с дополнительным влиянием внедренного водорода в структуру металла и без этого влияния (основная часть экспериментов). В каждом эксперименте получены кривые длительной прочности, значения удлинения образца, профиль поперечного сечения от продольной координаты, значения максимального сужения, действующее напряжение и др. в каждый момент времени, а также значения моментов образования локализации деформаций. Водород существенно снижает время до разрушения, причем тем больше, чем выше уровень концентрации водорода в образце. Для образцов с внедренным водородом локализации деформаций происходит раньше. В данных экспериментах пластичность образцов под действием водорода, оцененная по скорости равномерной ползучести, которая увеличивается в 5 раз (CH = 0,1 %) и более чем в 10 раз (CH = 0,28 %). Для исходного материала время локализации составляет в среднем 83 % от времени до разрушения, при содержании водорода 0,1 % оно составляет 48 %, а при содержании 0,28 % уменьшается до 36 % от времени до разрушения.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-19-00062).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О КРУЧЕНИИ ЦИЛИНДРА ПРИ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЯХ

З.Г. Тунгускова

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе дается постановка краевой задачи о кручении цилиндрического бруса при больших деформациях. Рассматривается несжимаемый материал, уравнение состояния его принимается по виду таким же, как и при малых деформациях, но производная по времени в них заменяется объективой производной (в рассматриваемой задаче используются коратационные производные Яумана и Грина–Мак-Инниса–Нахди). Задача решается полуобратным методом, т. е. задается вид вектора перемещений с точностью до одной подлежащей определению функцией, зависящей только от продольной координаты. Уравнения состояния дают шесть уравнений, уравнения равновесия – еще три. Получаем девять уравнений для определения восьми неизвестных функций: шесть компонент девиатора напряжений, одной неизвестной функции, входящей в уравнения состояния и одной неизвестной функции, задающей перемещения. Показано, что два уравнения равновесия используются для определения неизвестной функции, входящей в уравнение состояния. Из третьего уравнения равновесия следует существование функции напряжения, через которую выражаются две компоненты девиатора. И таким образом, получаем замкнутую систему уравнений для определения всех компонент тензора напряжений и неизвестной функции, задающей вид вектора перемещений. Для этой задачи сформулированы начальные и граничные условия.

ОБЪЕМНОЕ ГОРЕНИЕ ВОДОРОДА ЗА КОРМОЙ СВЕРХЗВУКОВОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Ю.В. Туник

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе численно исследуется эффективность объемного горения водорода в прямоточной камере сгорания за кормой сверхзвукового летательного аппарата

на высоте 16 км. Показано, что по тяге и удельному импульсу объемное горение не уступает непрерывному детонационному в сопловых прямоточных камерах сгорания.

Желание использовать преимущества термодинамического цикла с детонационным горением в сверхзвуковых прямоточных воздушно-реактивных двигателях привело к разработке импульсных камер детонационного горения. В литературе наибольшее внимание уделяется импульсным многоканальным камерам с вращающейся системой клапанов, которые только условно могут считаться прямоточными. В 1990 г. S. Eidelman, W. Grossmann и I. Lottati предложили схему бесклапанной импульсной камеры детонационного горения, которая располагается за кормой обтекаемого летательного аппарата. Топливо подается в воздухозаборник из кормовой части, которая является центральным телом воздухозаборника. Авторы предполагали принудительное периодическое инициирование детонации у торцевой стенки кормы или вблизи выхода из камеры сгорания. В результате ими было показано, что «такое устройство не может должным образом использовать преимущества физических процессов, связанных с детонационным горением». Судя по открытым публикациям, эта схема не получила дальнейшего развития.

В данной работе рассматривается аналогичная камера сгорания за кормой осесимметричного летательного аппарата, движущегося с высокой сверхзвуковой скоростью на высоте 16 км. Топливо подается через перфорированные стенки камеры. В качестве топлива используется водород, который спонтанно воспламеняется в результате смешения с воздухом, нагретым при его торможении в камере сгорания. Воспламенение приводит к развитию объемного горения, имеющего характер детонационного из-за формирования многочисленных ударно-волновых структур. Тяга в основном создается за счет давления продуктов горения на торцевую стенку кормы.

Численное моделирование проводится на основе нестационарных двумерных уравнений Эйлера для осесимметричного течения многокомпонентного реагирующего газа с использованием β-модификации численной схемы С.К. Годунова второго порядка точности по пространственным переменным и детальной кинетической схемы горения водородовоздушных смесей.

Численно показано, что объемное горение имеет пульсирующий характер в камере с центральным телом «конус-цилиндр-конус» и стабилизируется в камере без центрального тела. По тяге и удельному импульсу объемное горение не уступает непрерывному детонационному в сопловых прямоточных камерах сгорания. Однако кормовая камера обладает тем преимуществом, что в ней, в отличие от известных прямоточных схем с непрерывным детонационным горением, легко решается проблема смешения топлива с атмосферным воздухом.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-51-00003 Бел_а) с использованием суперкомпьютера Ломоносов.

ДЕФОРМАЦИЯ КАПЛИ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В НЕСТАЦИОНАРНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

А.Н. Тятюшкин

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Теоретически исследуется изменение формы капли магнитной жидкости, взвешенной в несмешивающейся с ней магнитной жидкости, в нестационарном однородном магнитном поле. Жидкость капли и окружающая ее жидкость считаются

идеальными и несжимаемыми. Коэффициенты электропроводности жидкостей считаются достаточно малыми, чтобы выполнялось приближение феррогидродинамики, а изменения магнитного поля – настолько медленными, что можно использовать квазистационарное приближение для поля. Поверхностное натяжение границы раздела жидкостей предполагается достаточно большим, чтобы деформации капли можно было считать малыми.

Система уравнений, позволяющая найти напряженность магнитного поля, скорость и давление как функции радиус-вектора и времени при сделанных выше предположениях, состоит из уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости, уравнения движения для идеальной несжимаемой жидкости, уравнений Максвелла в квазистационарном приближении и приближении феррогидродинамики и материального соотношения, связывающего магнитные величины в среде. Граничные условия на границе раздела жидкостей включают в себя условия непроницаемости, условие для скачка нормальной составляющей вектора напряжений, условие непрерывности тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля и условия непрерывности нормальной составляющей магнитной индукции. Кроме того, скорость, давление и напряженность магнитного поля должны удовлетворять граничным условиям на бесконечности и условиям ограниченности. Для решения задачи используются представление напряженности магнитного поля и скорости жидкости в виде мультипольного разложения, выраженного через неприводимые тензоры. При таком подходе напряженность магнитного поля и скорость находятся в виде рядов с векторными и тензорными коэффициентами, для которых выводятся соотношения, позволяющие определить эти коэффициенты. С использованием этих соотношений коэффициенты ищутся в виде асимптотических разложений по параметру, малость которого обеспечивает малость деформаций капли.

Скорость течения, напряженность магнитного поля и форма капли найдены с точностью до членов первого порядка по малому параметру. С точностью до членов первого порядка в гармонически колеблющемся магнитном поле капля представляет собой эллипсоид вращения с осью, направленной вдоль вектора напряженности, совершающий деформационные колебания с угловой частотой, равной удвоенной угловой частоте колебаний напряженности. Во вращающемся магнитном поле капля принимает форму эллипсоида общего вида. Эллипсоид вращается вокруг своей малой оси, направленной вдоль оси, вокруг которой вращается вектор напряженности, с угловой скоростью, равной угловой скорости вращения вектора напряженности.

Кроме вынужденных колебаний, вызванных приложенным нестационарным магнитным полем, в капле могут возбуждаться собственные колебания. Вследствие того, что жидкости являются идеальными, эти колебания являются незатухающими. Решены задачи о собственных колебаниях капли, вызванных мгновенным включением приложенных гармонически колеблющихся и вращающихся полей.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 19-01-00056).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ, ВЫЗВАННЫХ ФИЛЬТРАЦИЕЙ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

И.С. Уткин

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

На активных вулканах часто наблюдаются перемещения поверхности Земли, величина которых может достигать нескольких метров. Периоды подъема и опускания

поверхности хорошо коррелируют с периодами повышенной и пониженной вулканической активности. В таких вулканических системах магматический очаг залегает на глубине нескольких километров под поверхностью Земли. При остывании из очага отделяются летучие компоненты, в основном водяной пар и углекислый газ, которые по проницаемым вмещающим породам поднимаются к поверхности. При этом давление и температура жидкости являются источниками напряжений, деформирующих вмещающие породы.

Традиционный полуаналитический подход к моделированию деформаций пород, рассматриваемый в литературе, заключается в том, что каждая ячейка расчетной сетки считается независимым источником деформаций. Для этой ячейки из аналитического решения о нагружении полубесконечной плоскости точечным источником рассчитывается поле перемещений, а полный вектор перемещений в какой-либо точке пространства получается путем суммирования вкладов всех ячеек. Такой подход работает только в предположении плоской поверхности Земли и однородного распределения механических свойств среды по пространству.

Целью настоящей работы является создание метода, позволяющего рассчитывать деформации пород с учетом механических неоднородностей. Для тестирования этого метода проводится численное моделирование напряженно-деформированного состояния пород в процессе дегазации магматического очага в гидротермальной системе Campi Flegrei. Жидкая и газовая фазы моделируются двухкомпонентной смесью вода–углекислый газ, а твердая фаза, т. е. проницаемые породы, моделируется линейной термопороупругой средой. Расчет фильтрации жидкости и газа производится в симуляторе MUFITS, а расчет напряжений и перемещений пород производится методом конечных разностей в отдельной программе. Обратное влияние деформации пород на механику жидкости не учитывается.

Проведено сравнение нового метода с полуаналитическим подходом, исследовано влияние граничных условий на результаты расчетов. Проведены расчеты деформаций пород для случая неоднородного распределения модуля сдвига и коэффициента Пуассона по пространству. Показано, что в диапазоне значений механических свойств пород, характерных для системы Campi Flegrei, учет наличия неоднородности несущественно влияет на значения перемещений поверхности.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-71-10051).

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТОУПРУГОГО СТЕРЖНЯ

Фам Дык Тхонг [1], *Д.В. Тарлаковский* [1,2]

[1]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе рассматриваются связанные нестационарные продольные колебания бесконечного электромагнитоупругого стержня. Предполагается, что материал стержня является однородным изотропным проводником. При этом учитываются начальное электромагнитное поле, сила Лоренца, уравнения Максвелла и обобщенный закон Ома. В предположении зависимости искомых функций только от продольной координаты получена замкнутая система уравнений движения из соответствующих уравнений для оболочек, в которых учитывается обжатие поперечного волокна. Искомые функции полагаются ограниченными. Начальные условия нулевые.

Решение представляется в интегральной форме с ядрами в виде функций Грина. Для определения ядер используются преобразования Фурье по координате и Лапласа по времени. Показано, что вид изображений функций Грина не позволяет аналитически построить их оригиналы. Поэтому обжатием пренебрегается. Но даже для такой упрощенной модели приходится применять метод малого параметра, в качестве которого используется величина, характеризующая связь механических и электромагнитных полей. В линейном приближении построены оригиналы решения. При вычислении входящих в него интегралов применяются квадратурные формулы. Построено также квазистатическое решение, которое не требует использования малого параметра. Приведены примеры расчетов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-08-00493).

НАЧАЛЬНО-КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА С ПОЛОСТЯМИ

Г.В. Федотенков[1,2], *А.М. Арутюнян*[2], *Ел.Л. Кузнецова* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)», Москва

Рассматривается плоская нестационарная задача о распространении объемных возмущений в однородном линейно упругом полупространстве, имеющем заглубленную полость произвольной геометрии и расположения с гладкой границей. Предполагается, что массовые силы в полупространстве отсутствуют. Решение разыскивается в прямоугольной декартовой системе координат. Одна из осей направлена вдоль невозмущенной границы полупространства, вторая – вглубь полупространства. Полагаем, что на контуре полости заданы перемещения, напряжения или смешанные граничные условия.

Движение упругого полупространства описывают уравнения Ламе в перемещениях. Также в постановку задачи включаются соотношения Коши и закон Гука. Полагаем, что в начальный момент времени полупространство с полостью находится в состоянии, что приводит к нулевым начальным условиям.

Для решения задачи используем динамическую теорему взаимности работ. Применение теоремы взаимности работ приводит к двумерным граничным интегральным уравнениям, ядрами которых являются функции влияния для упругой плоскости. Для решения полученной системы уравнений применяется прямой метод граничных элементов с дискретизацией по времени. Для получения решений внутри области используются обобщенные формулы Сомильяны.

Приведена постановка и разработан метод решения новых плоских нестационарных контактных задач для абсолютно жестких штампов и упругого полупространства, содержащего заглубленную полость с гладкой границей произвольной геометрии. Построено разрешающее граничное интегральное уравнение, предложен его дискретный аналог.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-08-00707).

ОБРАТНАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ПО ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ НАГРУЗКИ ДЛЯ УПРУГОГО СТЕРЖНЯ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Г.В. Федотенков [1], *Я.А. Вахтерова* [1,2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)», Москва

Рассматривается упругий однородный изотропный стержень конечной длины, левый конец которого жестко закреплен, правый конец стержня свободный. В начальный момент времени на стержень начинает воздействовать распределенная нестационарная нагрузка, зависимость которой от времени и закон распределения по координате неизвестны и подлежат определению в процессе решения обратной задачи. Предполагается, что в некоторой окрестности свободного конца стержня перемещения известны. На практике эта информация может поступать с датчиков измерения продольных перемещений, установленных в нескольких сечениях в окрестности свободного конца стержня.

Для построения метода решения обратной задачи требуется сначала получить решения прямой задачи, в которой осевая нагрузка известна и требуется определить нестационарные перемещения для упругого стержня. В основу методики решения прямой задачи положен принцип суперпозиции, при котором перемещения и контактные напряжения связаны посредством интегральных операторов по пространственной переменной и времени. При этом ядрами последних являются так называемые функции влияния. Эти функции представляют собой фундаментальные решения систем дифференциальных уравнений движения исследуемой балки. Их построение представляет собой отдельную задачу. Функции влияния находятся с помощью преобразования Лапласа по времени и разложений в ряды Фурье по системе собственных функций.

В обратных задачах не задана правая часть в уравнениях нестационарных колебаний, но зато имеется некоторая информация о перемещениях в точках установки датчиков. С применением метода функций влияния обратная задача сводится к решению системы интегральных уравнений типа Вольтера I-го рода по времени относительно коэффициентов разложения искомой нагрузки в ряд Фурье по системе собственных функций. Для решения интегральных уравнений используется метод механических квадратур в сочетании с алгоритмом регуляризации Тихонова. Исследованы возможности применения предложенного метода идентификации при наличии зашумленности измерений.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 20-19-00217).

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ БАЛОК ТИМОШЕНКО, СВЯЗАННЫХ С ДЕФОРМИРУЕМЫМ ОСНОВАНИЕМ

Г.В. Федотенков [1,2], *А.В. Грицков* [2], *Э.И. Старовойтов* [3]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)», Москва
[3]Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

В прямоугольной декартовой системе координат рассматривается нестационарная контактная задача с подвижными границами области контактного взаимодействия для

балки Тимошенко, опертой на деформируемое основание, и абсолютно твердого ударника. Балка имеет неограниченную протяженность. Ударник ограничен гладкой выпуклой поверхностью. Рассматривается две модели оснований: однопараметрическая модель Винклера и двухпараметрическая модель Пастернака. В начальный момент балка находится в невозмущенном состоянии, а ударник движется нормально к упругой линии балки с заданной начальной скоростью.

Постановку задачи составляют уравнение поступательного движения ударника и уравнения движения балки Тимошенко с учетом связанности с деформируемым основанием, начальные условия и условия контакта.

В основу подхода к решению положен метод функций влияния и принцип суперпозиции. В итоге задача сводится к разрешающей системе уравнений. Первое уравнение системы является двумерным интегральным уравнением относительно распределения давления, вызванного контактным взаимодействием. Нестационарная функция влияния для балки Тимошенко является ядром данного уравнения. Использование уравнения поступательного движения ударника и кинематического соотношения, определяющего положения границ области контакта, дополняет систему до замкнутой.

При помощи численно-аналитического алгоритма, основанного на методе механических квадратур, находится решение системы.

Проводится анализ воздействия коэффициентов деформируемого основания на процесс нестационарного контактного взаимодействия

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-58-00023 Бел_а).

ОБРАТНЫЕ НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПЛАСТИНЫ ТИМОШЕНКО

Г.В. Федотенков [1], *Д.Ю. Левицкий* [2], *Э.И. Старовойтов*[3]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)», Москва;
[3]Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

Рассматривается прямоугольная пластина Тимошенко, шарнирно опертая по краям. Пластина находится под воздействием нестационарного давления. В начальный момент времени пластина находится в недеформированном состоянии. Движение пластины описывают уравнения Тимошенко

Полагается, что в точке с заданными координатами установлен датчик, способный измерять нестационарный прогиб пластины. В обратной задаче требуется восстановить зависимость нестационарного давления от времени по показаниям датчика.

Для решения обратной задачи необходимо знать прогиб пластины при известном нестационарном давлении, который определяется из решения прямой задачи. В основе метода решения лежит принцип суперпозиции, согласно которому нормальные перемещения пластины представляют собой свертку заданного давления с функцией влияния по пространственным координатам и времени. Функция влияния для пластины представляет собой ее нормальные перемещения при воздействии давления специального вида, а именно, единичной сосредоточенной силы, мгновенно приложенной во времени. Математически такое распределение задается с помощью произведения дельта-функций Дирака. Для построения функции влияния применяются разложения в двойные тригонометрические ряды Фурье и интегральное преобразование Лапласа по времени.

Оригиналы коэффициентов рядов разложений определяются аналитически с использованием второй теоремы разложения для преобразования Лапласа.

Постановка обратной задачи предполагает, что закон распределения давления по пластине задан, а зависимость его от времени не известна и подлежит определению. Прогиб пластины связан с поверхностным давлением посредством интегрального оператора по пространственным переменным и по времени. Ядром этого оператора является построенная функция влияния для пластины. Это позволяет свести обратную задачу к решению интегрального уравнения типа Вольтера по времени, причем интеграл в нем имеет вид свертки. При этом неизвестной подынтегральной функций является искомый закон зависимости давления от времени. Для решения интегрального уравнения разработан и реализован на ЭВМ численно алгоритм, основанный на методе механических квадратур.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-58-00023 Бел_а).

РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЕ

Г.В. Федотенков [1], *А.О. Сердюк* [2], *Д.О. Сердюк* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)», Москва

Широкий класс элементов конструкции авиационной и ракетно-космической техники представляют балки, пластины и оболочки. Знание законов распространения нестационарных возмущений в таких конструктивных элементах позволяет исследовать их напряженно-деформированное состояние при нестационарных воздействиях. Широко изучены вопросы нестационарной динамики конструкций, материал которых изотропный, однако применение композитных материалов поднимает вопросы о нестационарной динамике конструкций из анизотропных материалов.

Объектом исследования является тонкая пластина неограниченной размеров. Материал пластины принят упругим и анизотропным, имеющим симметрию относительно срединной плоскости. Для описания движения пластины используется уравнение Кирхгофа – Лява. На пластину воздействует произвольно распределенная по координатам и времени нормальная нагрузка.

Постановка задачи включает в себя уравнения движения упругой пластины Кирхгофа – Лява, соответствующие геометрические и физические соотношения с учетом симметричных свойств материала исследуемой оболочки. Начальные условия принимаются нулевыми. Целью является определения нестационарного прогиба пластины.

Решение задачи ищется в декартовой системе координат. В основу метода решения положен принцип суперпозиции, который позволяет связать прогиб пластины с воздействующей на нее нестационарной нагрузкой посредством трехмерного интегрального соотношения по времени и пространственным координатам. При этом ядром соответствующего интегрального оператора является нестационарная функция Грина для неограниченной анизотропной пластины. Функция Грина для тонкой неограниченной анизотропной пластины представляет собой решение отдельной задачи о воздействии на пластину мгновенной сосредоточенной нагрузки, математически описываемой в виде произведения дельта-функций Дирака, зависящих от времени и пространственных координат. Для ее решения применялись прямые интегральные преобразования Лапласа по времени и интегральные преобразования Фурье по пространственным координатам. Обратное преобразование Лапласа найдено

аналитически. Обратное интегральное преобразование Фурье функции Грина найдено численно методом интегрирования быстро осциллирующих функций.

Знание фундаментального решения позволяет представить искомый нестационарный прогиб в виде тройной свертки функции Грина с функцией нестационарной нагрузки. Свертки выполняются по времени и пространственным координатам.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-58-00023 Бел_а).

ЭВОЛЮЦИЯ ВОЛНОВОГО СЛЕДА ЗА ГЛИССИРУЮЩЕЙ ПЛАСТИНКОЙ

Е.В. Филатов, А.Ю. Якимов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В докладе представлены результаты проведенных в гидроканале МГУ экспериментов по движению пластинки, жестко закрепленной на динамометрической тележке. Приводятся результаты численного моделирования условий эксперимента. Наблюдения показали, что стационарный периодический волновой след при околокритических скоростях отстает от тела и продолжает движение в виде ондулярного бора конечной длины. Отмечена постоянная скорость волнового фронта. Аналогичная волновая картина наблюдается в виде уходящего вперед от тела волнового пакета и волн Фавра. Также такие течения наблюдаются при входе приливной волны в реку. Начиная с некоторого момента времени перечисленные явления могут быть описаны в рамках одной постановки. По формуле Лаврентьева получено нелинейное нестационарное уравнение для формы поверхности, описывающее бор с уменьшением длины волны при переходе на другой уровень. Теоретические результаты сравнивались с экспериментальными по амплитуде, длине первой волны и глубинам перед и за волновым фронтом. Получено хорошее совпадение результатов. Можно сделать вывод о целесообразности использования формулы Лаврентьева для нестационарных течений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00040).

БИОРЕЗОРБИРУЕМЫЕ МАКРОПОРИСТЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ЗАМЕЩЕНИЯ ПОВРЕЖДЕННЫХ УЧАСТКОВ КОСТНОЙ ТКАНИ

Я.Ю. Филиппов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Среди основных требований, предъявляемых к современным материалам, используемым в остеопластики, следует выделить высокую скорость биорезорбции и остеокондуктивность. В рамках данной работы было предложено использовать пирофосфат кальция в качестве биорезорбируемой фазы вследствие его достаточно высокой растворимости. Были решены проблемы получения пирофосфатной керамики путем введения спекающих добавок, обеспечивающих формирование жидкой фазы, стимулирующей диффузионные процессы. Для получения остеокондуктивных материалов, обеспечивающих прорастание новообразующейся костной ткани вглубь импланта, было предложено использовать аддитивные технологии, позволяющие осуществлять контроль архитектуры материала и его поровой структуры. Была разработана методика получения материалов с заданной структурой совместным использованием методов 3D-печати и коллоидного формования, проведены их механические испытания и биологические тесты in vitro.

ОСОБЕННОСТИ КОНФИГУРАЦИЙ ОТРАЖЕННЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В КРУГЛЫХ ТРУБАХ МАЛОГО ДИАМЕТРА

В.П. Фокеев, А.Н. Богданов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Отражение ударной волны от торца ударной трубы приводит к образованию у торца области нагретого неподвижного газа, что широко используется в кинетических и газодинамических исследованиях. Однако взаимодействие отраженной ударной волны с пограничным слоем, инициированным падающей ударной волной на стенках трубы, приводит к бифуркации отраженной волны (в определенных случаях, определяемых числом Маха падающей волны и показателем адиабаты исследуемой газовой смеси). В трубе над областью отрыва пограничного слоя образуется трехволновая конфигурация с передней косой ударной волной, исходящей от точки отрыва.

В течениях с плоской симметрией (в каналах прямоугольного сечения) сближение растущих со временем трехволновых конфигураций, образованных на противоположных стенках канала, при достаточно развитой бифуркации отраженной ударной волны в узких трубах может приводить не только к заметному уменьшению оставшейся части отраженной волны, распространяющейся по оси канала, но и к полному ее исчезновению. В этом случае фронт отраженной волны вырождается в две косые волны, пересекающиеся регулярно и проходящие через все сечение канала. При наличии некоторой асимметрии одна из этих косых волн может обогнать другую и фронт отраженной ударной волны будет представлять собой одну косую волну над областью отрыва пограничного слоя на одной из стенок канала (*Brossard J., Charpentier N., Bazhenova T.V., Fokeev V.P. et. al.* Experimental study of shock wave reflection in a narrow channel // Shock tubes and shock waves. Proceed. of the 15 ISSW. 1985. p. 163–169).

Исследование течений с осевой симметрией показало, что при бифуркации отраженных ударных волн в узких цилиндрических каналах косая ударная волна над областью отрыва пограничного слоя представляет собой коническую ударную волну, рост которой при распространении от торца канала приводит к формированию на оси симметрии нового маховского диска – центральной части отраженной ударной волны. Это приводит к циклическому характеру распространению отраженных волн, что особенно существенно при исследовании инициирования детонации за отраженными волнами в узких трубах круглого сечения.

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ (АААА-А19-119012990113-1) при частичной поддержке РФФИ (проект № 18-01-00793).

О ДЛИТЕЛЬНОМ РАЗРУШЕНИИ ТОНКОСТЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ В ПРИСУТСТВИИ АКТИВНОЙ СРЕДЫ

Л.В. Фомин

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается длительное разрушение длинной тонкостенной цилиндрической оболочки при ползучести в условиях нестационарного сложного напряженного состояния с учетом влияния активной окружающей среды. Влияние окружающей среды на ползучесть и длительную прочность оболочки определяется диффузионным

проникновением элементов окружающей среды в материал оболочки. С помощью кинетической теории Ю.Н. Работнова определены времена до разрушения такой оболочки при двух программах нестационарного нагружения. Время до разрушения оболочки определяется при использовании сингулярной дробно-линейной модели ползучести и длительной прочности, в которой предел прочности материала при соответствующей температуре выполняет роль предельного напряжения. Для учета накопления повреждений в процессе ползучести и определения критерия до разрушения используются скалярный и векторный параметры поврежденности, при этом компоненты векторного параметра поврежденности связаны с пространством главных напряжений. Для оценки скорости диффузионного процесса используется приближенный метод решения уравнения диффузии, основанный на введении диффузионного фронта. Зависимость концентрации от координаты и времени представляется в виде полинома относительно пространственных координат, коэффициенты которого либо постоянные, либо зависящие от времени. При этом начальное и граничные условия выполняются точно, а уравнение диффузии интегрально по всему поперечному сечению стенки оболочки. Учет влияния окружающей среды на время до разрушения осуществляется с помощью введения в определяющие и кинетические дробно-линейные соотношения функции от интегрально средней концентрации. Проведено сравнение времен до разрушения при использовании скалярного и векторного параметров поврежденности. Определены особенности использования дробно-линейной модели для описания процессов длительного разрушения.

Работа выполнена при частичной подддержке РФФИ (проект № 20-08-00387).

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ФОРМ РАВНОВЕСИЯ ПРИ СТЕСНЕННОМ ИЗГИБЕ БАЛОК С НАДРЕЗАМИ

Э.Т. Хабибулин, А.Н. Сахаров, П.В. Чистяков

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Экспериментально и теоретически изучено равновесие балок с надрезами при стесненном трехточечном изгибе (confined 3-point bending). Интерес к таким исследованиям связан с практическими задачами о несущей способности балок и пластин на упругом основании при действии сосредоточенной нагрузки. Наблюдаемые при этом трещины могут находиться: (а) в состоянии роста $K_I = K_{IC}$; (б) быть закрытыми $K_I = 0$; (в) в промежуточном состоянии $0 < K_I < K_{IC}$.

Все это создает сложность исследования, связанную с последовательным переходом от равновесия балок или пластин как упругоизгибаемых с изолированными трещинами к равновесию блочных структур при условии $K_I = 0$ на границах контакта. Задача становится нелинейной, возможно несколько форм равновесия.

В экспериментах с балками из ПММА (оргстекло), проведенных в НИИ механики МГУ, установлено, что при стесненном трехточечном изгибе балок с надрезами возможны две формы равновесия. При малых длинах надрезов наблюдается изгибная форма, в которой мембранные усилия пренебрежимо малы, равновесие обеспечено за счет действия изгибающего момента. При больших длинах надрезов существенны мембранные усилия, обеспечивающие прочность и жесткость балки. Для испытанных образцов длина надреза, соответствующая границе раздела форм равновесия, приблизительно равнялась 0,4 от толщины балки.

В условиях равновесия важную роль играют особенности поля напряжений в окрестности острых надрезов, получаемые суперпозицией от действия изгибающего момента и от мембранных усилий. Условия, при которых возможно плавное смыкание

берегов надреза $(K_I = 0)$, определены методом граничных коллокаций и конечно-элементным расчетом.

В работе рассмотрены особенности метода податливости для определения параметра вязкости разрушения образца применительно к случаю нагружения в условиях стесненного трехточечного изгиба.

ПРИМЕРЫ ПЕРЕХОДА ЧЕРЕЗ СКОРОСТЬ ЗВУКА В КАНАЛЕ ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Д.Е. Хазов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Наиболее распространенным способом получения сверхзвукового потока является использование сужающе-расширяющихся сопел или сопел Лаваля. Однако из уравнений одномерной газовой динамики следует, что переход через скорость звука возможен и в канале постоянного сечения, но при наличии дополнительных воздействий (тепловом, расходном, трении и т. д.).

В работе рассмотрены примеры прямого (от дозвукового течения к сверхзвуковому) и обратного (от сверхзвукового течения к дозвуковому) переходов в канале постоянного сечения при наличии комбинированного воздействия. Построены одномерные и двумерные (осесимметричные) модели рассматриваемых течений. Приведено сопоставление с экспериментальными данными. На базе одномерных уравнений проведен анализ физической реализации течений. Определено влияние режимных параметров на положение точки перехода (критической точки).

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ (тема АААА-А16-116021110200-5).

О СПОСОБНОСТИ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ВЯЗКОУПРУГОСТИ ОПИСЫВАТЬ НЕМОНОТОННОСТЬ И ЗНАКОПЕРЕМЕННОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТА ПОПЕРЕЧНОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

А.В. Хохлов

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва
АО «Композит», Королёв, Моск.обл.

Аналитически исследованы общие качественные свойства семейств кривых объемной, продольной и поперечной ползучести и коэффициента поперечной деформации («коэффициента Пуассона»), порождаемых линейным интегральным определяющим соотношением (ОС) вязкоупругости для изотропных нестареющих реономных материалов с произвольными функциями сдвиговой и объемной ползучести при нагружениях трех типов: 1) одноосном растяжении (или сжатии) постоянной нагрузкой, 2) одноосном растяжении (или сжатии) с постоянной скоростью, 3) растяжении постоянной нагрузкой в сочетании с постоянным давлением. Проанализирована зависимость этих свойств от уровней осевого напряжения и давления, скорости нагружения и характеристик функций ползучести. Доказано, в частности, что линейное ОС вязкоупругости способно

моделировать немонотонное изменение и знакопеременность поперечной деформаций и коэффициента Пуассона даже при нулевом давлении, а осевой деформации – при достаточно большом давлении, исследованы условия наличия у них точек экстремума и перегиба. Получены общие точные оценки для диапазона изменения коэффициента Пуассона, условия его монотонности и немонотонности в зависимости от времени и критерии его отрицательности при трех видах нагружений. Показано, что немонотонность и отрицательность коэффициента Пуассона на некотором интервале времени вовсе не является экзотическим свойством для линейно вязкоупругих материалов (точнее, моделей), как принято считать, а воспроизводится простейшими трехпараметрическими моделями: моделью Кельвина и фрактальной моделью Максвелла, использованными для задания функций объемной и сдвиговой ползучести.

В результате анализа обнаружен ряд характерных общих свойств семейств кривых ползучести, кривых деформирования и зависимости коэффициента Пуассона от времени и параметров программ нагружения, которые удобно проверять в испытаниях материалов и использовать как индикаторы границы области линейного поведения (индикаторы неприменимости линейного ОС вязкоупругости) по данным серии испытаний материала на ползучесть при одноосном растяжении (или сжатии) постоянной нагрузкой или при растяжении с постоянной скоростью. Указаны способы определения обеих функций ползучести по экспериментальным кривым продольной и поперечной деформаций при трех рассмотренных видах нагружения, если анализ данных испытаний показывает, что все найденные необходимые признаки применимости линейного ОС выполняются, т. е. нет «противопоказаний» к его использованию для моделирования.

Изучены специфические свойства кривых ползучести и деформирования, порождаемых при нагружениях трех рассмотренных видов линейным ОС вязкоупругости в сочетании с постулатом об упругом изменении объема, постулатом о постоянстве коэффициента Пуассона и постулатом о несжимаемости материала, часто применяемыми для упрощения решений краевых задач вязкоупругости, при обработке данных испытаний и построении разного рода нелинейных ОС. Найдены соответствующие дополнительные индикаторы неприменимости трех этих упрощенных моделей с одной материальной функцией.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (тема АААА-А16-116070810022 «Теоретические исследования и методы расчетов в макро-, микро- и наномеханике композитов»).

МЕХАНИЗМ РЕГУЛЯЦИИ МЫШЕЧНОГО СОКРАЩЕНИЯ: НОВЫЕ ДАННЫЕ И НОВЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

А.К. Цатурян, Н.А. Кубасова

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Мышцы сокращаются в результате взаимодействия головок моторного белка миозина с полимером другого белка актина, составляющего основу тонких нитей. Длинные хвостовые части миозиновых молекул образуют толстые нити, которые скользят относительно тонких нитей, что и вызывает сокращение мышцы. Регуляцию сокращения и расслабления мышц осуществляет комплекс регуляторных белков, тропонина (Тн) и тропомиозина (Тм), входящих в состав тонкой нити. Тм – длинный супер-спиральный белок, образованный двумя переплетенными α-спиралями. Молекулы Тм соединяются друг с другом «голова к хвосту» и образуют непрерывный тяж, который тянется вдоль всей тонкой нити. Повороты Тм тяжа вокруг оси тонкой нити открывают места связывания

миозиновых головок на актине, запуская, таким образом, сокращение или расслабление мышцы. Тн состоит из трех субъединиц: Тн-С, Тн-I и Тн-Т. Тн-С обратимо связывает ионы кальция. Именно изменение концентрации Ca^{2+} в клетке служит сигналом к сокращению или расслаблению мышцы. Тн-I связывается с двумя другими субъединицами: Тн и Тм. В отсутствие Ca^{2+}, Тн-I прочно присоединятся к актину, удерживая весь Тн-Тм тяж в состоянии, в котором он блокирует участки связывания с миозином на актине. При связывании Ca^{2+} с Тн-С Тн-I отсоединяется от актина, а один из его участков присоединяется с Тн-С. При этом Тм тяж поворачивается из блокированного состояния в закрытое. В этом состоянии миозиновые головки могут присоединиться к актину, а после образования прочно связанного актин-миозинового комплекса Тм тяж продвигается еще дальше, в открытое состояние, в котором доступ соседних миозиновых головок к актину открыт. Как показали эксперименты и математическое моделирование [1], изгибная жесткость Тм тяжа и его электростатическое взаимодействие с актином существенно влияют на зависимость развиваемого мышцей напряжения от концентрации Ca^{2+}.

Недавно полученные структуры актин-миозин-Тм комплекса [2, 3] и периодически повторяющегося участка тонкой нити [4] существенно расширили представления об этом процессе. Обнаружилось, что Тн-С механически связывает оба Тм тяжа, расположенных с разных сторон тонкой нити: его N-терминальная часть связана с одним тяжом в области контакта и частичного перекрытия двух соседних Тм молекул, а С-терминальная часть связана с другим тяжом в области контакта всех трех субъединиц Тн между собой и с центральным участком Тм. Для изучения молекулярных механизмов работы Тн-Тм системы и выяснения природы ее изменений при мутациях Тн и Тм, вызывающих наследственные кардиомиопатии, авторы доклада построили модель для молекулярно-динамических (МД) расчетов тонкой нити в блокированном и закрытом состояниях с учетом взаимодействия с растворителем на основе данных [4]. Предварительные расчеты, занимающие на рабочей станции с графическим процессором примерно 1 сутки на 15 нс МД траектории, позволили определить механические свойства системы и ее элементов и выявить роль некоторых аминокислотных остатков в поддержании блокированного и закрытого состоянии Тм-Тн комплекса. Эти результаты полезны для понимания молекулярных механизмов кардиомиопатий, связанных с мутациями в этих белках.

Литература

1. *Metalnikova N.A., Tsaturyan A.K.* Biophys J. 2013. 105(4):941–950.
2. *Behrmann E., Müller M., Penczek P.A. et al*. Cell. 2012. 150(2):327–38.
3. *von der Ecken J., Müller M., Lehman W. et a*l. Nature. 2015. 519(7541):114–117.
4. *Yamada Y., Namba K., Fujii T.* Nat. Commun. 2020. 11(1):153.

ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ЗАКАЧКИ ВОДЫ, УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА И МЕТАНА ДЛЯ ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ

А.А. Чернова

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Рассматривается закачка смесей воды, углекислого газа, метана и пропана в геологический пласт, насыщенный нефтью. Исследуется в каком порядке и в течение каких интервалов времени нужно закачивать указанные газы и воду для максимального вытеснения наиболее ценных бензиновых фракций нефти.

Оптимальные режимы закачки газов исследуются в рамках одномерной постановки задачи. Предполагается, что при $t = 0$ пласт $0 < x < L$ насыщен нефтью заданного состава. При $t > 0$ через границу $x = 0$ закачивается вода, углекислый газ, метан и пропан с заданным объемным расходом Q, а нефть, таким образом, вытесняется через границу $x = L$. Определяются составы газов, позволяющие максимизировать для данного момента времени t вытеснение наиболее ценных компонент УВ-ряда. Для определения оптимального состава вытесняющей смеси сначала рассматривается закачка каждого вещества по отдельности, а затем – их смеси. Показано, что вода – более эффективный вытесняющий агент на начальном этапе закачки, однако ряд газов (как, например, CO_2) оказываются более эффективными на поздних этапах. Проведены оптимизационные расчеты, позволившие определить наиболее эффективные смеси на различных этапах разработки месторождений.

Для практики представляет интерес вытеснение более тяжелых компонент нефти бензиновой и лигроиновой фракции, использующихся при производстве топлив. Первый рассмотренный состав нефти содержит пентан (C_5H_{12}) и пентадекан ($C_{15}H_{32}$), а второй – гексан (C_6H_{14}) и гексадекан ($C_{16}H_{34}$). Для первого состава была рассмотрена закачка воды, углекислого газа и метана, а во втором случае к этому составу был добавлен пропан. В зависимости от количества закачиваемых поровых объемов получен оптимальный состав закачиваемого вещества. Отметим, что для второго состава нефти оптимальным оказался состав закачиваемого вещества, не содержащий углекислого газа.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-31-80009).

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ НА ЖЕСТКОСТЬ *L*-ОБРАЗНОЙ НОСОВОЙ ПЕРЕГОРОДКИ

П.В. Чистяков [1], *Н.В. Овчинникова* [1], *А.И. Жуков* [1], *П.В. Пиманчев* [2]

[1]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ГБОУ ВПО Первый МГМУ им. И.М. Сеченова, Москва

Во время пластики носовой перегородки нередко сохраняют или формируют *L*-образную септальную подпорку. Основной задачей при этом является выпрямление носовой перегородки и обеспечение ее необходимой жесткости.

В данной работе проведено экспериментальное и численное исследование влияния геометрической формы *L*-образной подпорки на ее жесткость. Рассмотрены четыре вида конфигураций моделей, отличающихся наличием или отсутствием дополнительных хрящевых дуг во внутреннем углу и в дорсальной части *L*-образной подпорки.

Все модели испытаны в одинаковых условиях с использованием универсальной установки ZWICK Z100 и специального приспособления, моделирующего условия нагружения носовой перегородки. Образцы были изготовлены из силиконовой резины, которую принято использовать для моделирования свойств хряща носовой перегородки. Результаты натурных испытаний исследуемых моделей получены в виде диаграмм «Сила – перемещение». Получены экспериментальные оценки жесткости исследуемых подпорок. В результате эксперимента был сделан вывод, что наличие хрящевой дуги во внутреннем углу придает конструкции больше жесткости, а соответственно, и опороспособности. Самой жестокой моделью была модель с двумя хрящевыми дугами – одной во внутреннем углу, а второй – в дорсальной части.

Проведено экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния *L*-образной подпорки поляризационно-оптическим методом на большой поляризационной установке БПУ ИМАШ КБ2. Образцы были изготовлены из оптически

активного материала (эпоксидная смола ЭД 20). Размеры и форма образцов совпадали с образцами, испытанными на установке ZWICK Z100. Исследование моделей поляризационно-оптическим методом подтвердило вывод о том, что дуги разгружают саму конструкцию и уменьшают концентрацию напряжений.

В программном комплексе ANSYS, основанном на использовании метода конечных элементов, проведено численное исследование влияния геометрической формы *L*-образной подпорки на ее жесткость. В расчете принималось, что материал тела является упругим. Рассмотрены условия нагружения, близкие к осуществляемым в натурном эксперименте. Вместе с тем исследовано влияние условий закрепления ножек *L*-образной подпорки на ее жесткость. Показано, что при жестком закреплении с опорой ножек наибольшее увеличение жесткости происходит при наличии дополнительной дуги в дорсальной части – т. е. при увеличении поверхности закрепления. Наличие скругления во внутреннем угле сказывается меньше. В случае свободного опирания на опору ножек *L*-образной подпорки наличие скругления во внутреннем угле сильнее увеличивает жесткость, чем наличие дополнительной дуги в дорсальной части подпорки. Результат, полученный в расчете для случая свободного опирания на опору, качественно совпадает с натурным экспериментом. Показано, что наличие скругления во внутреннем угле уменьшает концентрацию напряжений; наличие дуги в дорсальной части разгружает ее.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ СТРУКТУР ПРИ ОБТЕКАНИИ ГЛУБОКИХ ОВАЛЬНО-ТРАНШЕЙНЫХ ЛУНОК

А.Ю. Чулюнин

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Проблема взаимодействия потоков вязкой несжимаемой жидкости с рельефами различной формы была и остается важной проблемой современной механики. Особое внимание уделяется исследованию течений в каналах с нанесенными на их дно луночными рельефами. Известно, что подобные углубления являются хорошими интесификаторами теплообмена, не вызывающими при этом существенного роста гидравлического сопротивления. На практике это свойство применяется при разработке теплообменных устройств макро- и микромасштабов. В последнее время все больше работ посвящено численному исследованию характеристик овально-траншейных лунок (ОТЛ), которые показывают значительный рост коэффициентов сопротивления и теплоотдачи. В настоящей работе проводится исследование влияние размера цилиндрической вставки на структуру течения в окрестности ОТЛ.

Рассматривается плоскопараллельный канал с установленной на нижней стенке лункой. Высота канала составляла 0,83 D, расстояние от боковой стенки канала до ближайшей кромки траншеи – 1,5 D при всех λ. Входная граница расчетной области располагалась на расстоянии 4,5 D от передней кромки траншеи, выходная – на расстоянии 4,5 D вниз по потоку от задней кромки. Для дискретизации расчетной области используется сетка с гексаэдральной формой ячеек. Высота пристеночной ячейки выбиралась с тем учетом, чтобы безразмерный параметр y+ был меньше единицы. Для описания турбулентного течения используются URANS и LES подходы. Число Рейнольдса, вычисленное по параметрам набегающего потока и величине диаметра пятна лунки, изменялось от 10 000 до 50 000.

Выполненная серия расчетов показывает, что в случае коротких ОТЛ может наблюдаться переключающийся режим, который характеризуется чередованием «левосторонних» и «правосторонних» несимметричных структур. Отмечено, что на факт

существования подобных режимов оказывает влияние не только относительная глубина лунки, но и число Рейнольдса. При увеличении длины цилиндрической части лунки L от 0 до R происходит стабилизация течения, при этом возможны два устойчивых стационарных состояния с ярко выраженными наклонными одноядерными вихревыми структурами, начинающимися на внутренних стенках концевых сферических скруглений траншеи и выходящих во внешнюю пристеночную область течения в районе противоположных концов траншеи. Конкретный вид установившегося течения зависит от предыстории течения, в частности – от начальных условий задачи. Этот результат получен численно в рамках URANS и DES технологий моделирования, а также в ходе физического эксперимента в НИИ механики МГУ.

При дальнейшем увеличении длины лунки гистерезисный характер течения пропадает. Так при $L = 3R$ устанавливается единственное стационарное течение, но существенно иной конфигурации: формируется симметричная двухядерная структура, берущая начало на внутренних стенках концевых скруглений лунки и выходящая во внешний поток над подветренной кромкой центральной части траншеи.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 19-01-00242).

ИНТЕГРИРУЕМЫЕ СИСТЕМЫ С ДИССИПАЦИЕЙ

М.В. Шамолин

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе показана интегрируемость некоторых классов однородных по части переменных динамических систем произвольного нечетного порядка, в которых выделяется система на касательном расслоении к гладкому многообразию. При этом силовые поля обладают диссипацией разного знака и обобщают ранее рассмотренные. Данная работа является естественным обобщением предыдущих работ автора, когда рассматривались системы третьего, пятого, седьмого и девятого порядков.

Описание диссипации в динамической системе является довольно затруднительной задачей. Но это, например, может быть сделано следующим образом: вполне определенные коэффициенты указывают на рассеяние энергии в одних областях фазового пространства, а в других его областях – на подкачку энергии. Это приводит к потере классических первых интегралов (законов сохранения), глобально выражающихся через гладкие функции.

Топологическим препятствием к наличию в системе полного набора гладких первых интегралов являются притягивающие или отталкивающие предельные множества. При их обнаружении необходимо забыть о полном наборе даже непрерывных во всем фазовом пространстве автономных первых интегралов.

При исследовании систем с диссипацией если и удается найти полный набор первых интегралов, то среди них обязательно будут первые интегралы, являющиеся трансцендентными (в смысле комплексного анализа) функциями (имеющими существенно особые точки). Поэтому результаты, полученные в данной работе, особенно важны в смысле присутствия в системе именно неконсервативного поля сил.

Данная тематика уже затрагивалась в ряде работ автора. В данной работе показана интегрируемость некоторых классов однородных по части переменных динамических систем произвольного нечетного порядка, в которых выделяется система на касательном расслоении к гладкому многообразию. При этом силовые поля обладают диссипацией разного знака и обобщают ранее рассмотренные.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОПИТКИ ТРЕХМЕРНЫХ КАРКАСОВ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ДВУХФАЗНЫМ СВЯЗУЮЩИМ

Е.Л. Шараборин [1], *А.В. Хохлов* [1,2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Композитные материалы (КМ) широко применяются во всех отраслях промышленности, строительства, медицины, авиаракетной технике благодаря своим высоким удельным механическим и физическим характеристикам. Один из перспективных классов КМ – углерод-углеродные композиционные материалы (УУКМ). Они обладают очень высокой термостойкостью и применяются для изготовления теплозащитных покрытий аппаратов, сопел и внутренних стенок ракетных двигателей, тормозных дисков для самолетов, электродов и других изделий. Объемно-армированные УУКМ, как правило, изготавливаются по многоэтапным технологиям пропитки каркасов из высокомодульных углеродных волокон (уложенных в определенном порядке жгутов-стержней диаметром 0,1–0,8 мм, изготовленных из углеродных нитей) жидким каменноугольным пеком или термореактивной смолой с последующим нагревом до высоких температур с целью карбонизации и графитации. По типу армирования различают однонаправленные, двумерно-армированные и объемно-армированные УУКМ (типов 3-D, 4-DL, N-DL). С увеличением числа направлений укладки волокон, как правило, улучшаются прочностные характеристики. Механические и физические свойства УУКМ существенно зависят от особенностей технологии пропитки и высокотемпературной обработки, от условий (в частности, температуры и давления) проведения карбонизации и графитации. Одна из основных технологий изготовления КМ и изделий из них – жидкое композитное формование (литьевое формование, вакуумная инфузия), пропитка армирующих каркасов смолами. В процессе пропитки вследствие выделения и взаимодействия пузырьков газа и захвата дополнительного газа из-за особенностей геометрии каркаса и течения образуются многочисленные поры. Их наличие, как правило, ухудшает физические и механические характеристики КМ. Эти поры становятся концентраторами напряжений и в конечном итоге могут привести к образованию и росту трещин и разрушению материала.

Для моделирования затекания связующего (вязкой жидкости с пузырьками газа) в каркас и изучения механизмов образования пор в процессе пропитки КМ и способов управления процессом формирования пористости используется модель течения двухфазной вязкой несжимаемой жидкости в пористой среде с учетом эффектов поверхностного натяжения, протекания экзотермической реакции полимеризации смолы и влияния температуры и степени полимеризации на вязкость смолы. Численная реализация осуществлена на базе открытого кода «Basilisk», позволяющего производить параллельные вычисления на адаптивных сетках, основанных на вейвлетном анализе. Адаптивные сетки эффективны в задачах моделирования многофазных течений, которые сопровождаются большими скачками свойств среды (плотность, вязкость) и других физических величин (скорость, давление и т. п.). Необходимо измельчать сетку вблизи поверхностей раздела фаз (жидкость, газ, твердое тело), чтобы получить более точное решение и разрешать микромасштабы, а в области с гладким решением применять более грубую сетку для экономного использования компьютерных ресурсов. Возможности кода «Basilisk» ограничены: моделирование либо только двухфазного течения (жидкость–жидкость), либо однофазного течения с твердыми телами. Был разработан новый модуль для описания каркасов с произвольной геометрией методом погруженных границ (методом пенализации Бринкмана), который позволяет моделировать трехфазные системы

(жидкость–жидкость–твердое тело). Для моделирования течения термореактивной смолы разработан модуль для учета изменения вязкости в зависимости от температуры и степени полимеризации. Получены тестовые результаты расчета многофазного течения сквозь пористую среду.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (тема АААА-А16-116070810022 «Теоретические исследования и методы расчетов в макро-, микро- и наномеханике композитов»).

НОВАЯ ВЕРСИЯ PMODEL – ГЕНЕРАТОРА SQL-ЗАПРОСОВ, ОСНОВАННОГО НА ОНТОЛОГИЧЕСКОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ СТРУКТУРЫ БАЗЫ ДАННЫХ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ DJANGO ORM

Д.А. Шачнев

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В различных информационно-аналитических системах возникает задача формировать сложные запросы к реляционной системе управления базами данных для агрегации данных, формирования отчетных материалов, получения статистических данных. Для нужд информационно-аналитической системы «ИСТИНА» автором ранее был разработан генератор запросов pmodel, позволяющий автоматизировать формирование запросов на основе требований, формируемых пользователями информационной системы в наглядном виде.

Для формирования запроса генератор использует онтологическое описание структуры реляционной базы данных: дерево типов объектов; способы формирования текстовых описаний объектов; имеющиеся у объектов каждого типа свойства; возможные ограничения, накладываемые на объекты. Помимо этого описания, для формирования запроса необходим определяемый пользователем набор правил, указывающих конкретные типы объектов и ограничения, а также определяемый администратором список выбираемых столбцов, с указанием свойств каждого типа, соответствующих этим столбцам. Помимо обычных запросов для формирования списков, в генераторе реализована возможность для каждого объекта составить запрос, проверяющий его соответствие каждому правилу из набора и вывести список несоответствий в наглядном виде. Код генератора написан на языке Python.

В докладе описана новая версия генератора, разработанная в 2020 г., основным изменением в которой является переход от самостоятельного формирования текста SQL-запроса к использованию для этой цели механизмов, предоставляемых инструментальным средством Django (в первую очередь класса QuerySet). Это позволяет обеспечить совместимость с СУБД всех вендоров, поддерживаемых Django. В качестве примера продемонстрирована работоспособность генератора и прохождение всех автоматизированных тестов с использованием СУБД PostgreSQL. Также положительным последствием перехода на Django QuerySet является повышенная устойчивость к атакам внедрения вредоносного SQL-кода, которая достигается за счет того, что все данные, получаемые от пользователей, передаются в запрос как связанные параметры. В предыдущей версии pmodel из-за технических ограничений большинство параметров, но не все, передавались как связанные. Часть онтологического описания, например названия полей в СУБД, теперь может быть взята непосредственно из моделей Django, что позволяет избавиться от дублирования кода. Кроме того, новая версия генератора имеет возможность вывода данных не в виде таблицы, а в виде списка объектов Python. Такая возможность достигается за счет использования механизмов объектно-реляционного

отображения Django (ORM) и может быть полезна для представления пользователю этих объектов с помощью разметки HTML, заданной в шаблонах.

Генератор pmodel может быть использован в различных типах информационно-аналитических систем, например, в наукометрических системах, платформах электронной коммерции, системах логического разграничения доступа.

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ВЕКТОРНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ТЕКСТОВЫХ ДАННЫХ

А.С. Шундеев

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Сфера приложений интеллектуального анализа текстовых данных включает целый ряд взаимосвязанных задач, для решения которых часто используются общие принципы и подходы. К числу таких задач относятся задача определения смысловой близости слов, задача поиска аналогий, задача классификации текстов.

Одним из популярных и показавших свою практическую эффективность подходов к решению первых двух из числа перечисленных выше задач стало использование так называемых векторных представлений слов (word embeddings). Здесь можно отметить модели Word2Vec и модель GloVe. В рамках этих моделей каждому слову ставится в соответствие вещественный вектор фиксированной размерности. При таком подходе предоставляется возможность сопоставить близким по смыслу словам близкие вектора.

Задача классификации текстов состоит в том, чтобы отнести каждый документ из рассматриваемого набора к определенному классу. Число классов при этом фиксировано. Предположение о том, что в один класс должны попадать тематически близкие документы, позволяет эффективно использовать векторные представления слов для решения этой задачи. Например, текст может быть представлен как последовательность, составленная из векторов, входящих в него слов.

Недостатком такого подхода является то обстоятельство, что разным текстам могут соответствовать вектора разной размерности. Модели векторного представления текстов Doc2Vec позволяют обойти подобное ограничение. Оказывается возможным одновременно построить векторные представления одной фиксированной размерности как для текстов, так и для слов, встречающихся в этих текстах. В результате предоставляется возможность определять смысловую близость и аналогии не только между словами, но и между текстами, а также между текстами и наборами ключевых слов. Подобные векторные представления текстов и слов будем называть согласованными.

Основной задачей исследования, результаты которого представлены в настоящем докладе, является выработка подхода к созданию векторных представлений текстов, согласованных с заданным векторным представлением слов. Предполагается, что изначально у рассматриваемого векторного представления слов не было согласованного с ним векторного представления текстов. Побочным результатом решения этой задачи оказалась возможность существенно снижать размер исходных векторных представлений без потери их качества. В данном случае качество оценивается с точки зрения возможности эффективного использования векторного представления для решения задачи классификации текстов.

РАЗРАБОТКА УЧЕБНОГО TCP-СЕРВЕРА

А.С. Шундеев

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Разработка TCP-сервисов является распространенным и рутинным явлением на современном этапе развития информационных технологий. Тем не менее единого универсального решения приемлемого для всех ситуаций, возникающих на практике, не существует. Ситуация, связанная с преподаванием учебных дисциплин, в рамках которых на практических занятиях предполагается разработка учебных и в то же время содержательных TCP-сервисов, является непростой задачей.

Это следует из того, что соответствующая учебная область носит принципиально междисциплинарный характер. Она представляет собой пересечение нескольких учебных курсов, которые могут в своем развернутом виде иметь годичную продолжительность. К ним относится изучение компьютерных сетей и устройства современных операционных систем. Следует отметить, что эти предметы, с одной стороны, являются необходимым образовательным фундаментом, а с другой стороны, их изучение может и не включать отработку содержательных приемов программирования на сопутствующих практических занятиях.

Если учебный курс все же включает в себя проведение практических занятий по программированию, то важно избежать двух крайностей. Первая крайность связана с педантичным изложением всех доступных сервисов операционной системы и возможных архитектурных решений, которые могут использоваться при создании сетевого приложения. Существенный недостаток этого подхода состоит в том, что используемые при этом иллюстрирующие примеры, как правило, являются малосодержательными. Обычно, это примитивные эхо-сервисы. Вторая крайность заключается в использовании высокоуровневых технологий промежуточного слоя (RPC, CORBA), которые, с одной стороны, позволяют быстро начать программировать содержательные сетевые приложения, а с другой стороны, полностью скрывают их внутренне устройство и связь с системными сервисами.

Избежать в процессе преподавания этих двух крайностей представляется важной и актуальной задачей. Один из возможных подходов к ее решению будет представлен в докладе.

ТУРБУЛЕНТНЫЕ СКЛОНОВЫЕ ПОТОКИ ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

М.Э. Эглит [1], *А.Е. Якубенко* [2], *Т.А. Якубенко* [2]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

Рассматриваются природные потоки на склонах гор. Движущийся материал во многих природных потоках может моделироваться как неньютоновская жидкость, эффективная вязкость которой меняется при изменении скорости деформирования. При моделировании плотных снежных лавин, а также потоков мокрого песка используются модели так называемых дилатантных жидкостей, вязкость которых возрастает с увеличением скорости деформаций. Существуют потоки, например глинистые сели с

концентрацией глины порядка 10–15 %, в которых эффективная вязкость убывает с увеличением скорости деформаций. Такие жидкости называются псевдопластическими.

В работе с использованием модели турбулентности Лущика–Павельева–Якубенко численно изучается вид профилей осредненной по Рейнольдсу скорости, а также турбулентного сдвигового напряжения и энергии турбулентных пульсаций в нестационарных псевдопластических склоновых потоках.

АЭРОДИНАМИКА ТЕЛА, ДВИЖУЩЕГОСЯ СО СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ В КАНАЛЕ С РАЗРЕЖЕННЫМ ВОЗДУХОМ

А.Р. Юлдашева [1,2], *В.В. Косьянчук* [2], *А.Н. Якунчиков* [1,2], *Н.М. Дорофеев* [1]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе проведено численное исследование задачи об около- и сверхзвуковом движении тела в трубе с разреженным газом в плоской постановке методом прямого статистического моделирования Монте-Карло (DSMC). Картины обтекания при различных безразмерных числах Маха, Кнудсена, а также отношениях размеров тела к диаметру трубы сравнивались с результатами классической задачи об обтекании цилиндра сверхзвуковым потоком газа. Показаны характерные отличия картин обтекания в двух этих задач, а также разница в зависимости коэффициента сопротивления от числа Маха и числа Кнудсена.

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова и вычислительных ресурсов МСЦ РАН при финансовой поддержке. РФФИ (проект № 18-31-20025).

ЧИСЛЕННАЯ ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КЕРНА, ВКЛЮЧАЮЩЕГО НЕСКОЛЬКО ГОРНЫХ ПОРОД, НА СТРУКТУРИРОВАННЫХ ГЕКСАЭДРАЛЬНЫХ СЕТКАХ

М.Я. Яковлев [1,2], *И.Д. Быстров* [2]

[1]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва; [2]ООО «Фидесис», Москва

В работе решается задача численной оценки эффективных механических свойств керна – образца горной породы, полученного из глубины земли при помощи специального вида бурения. Подобный образец может состоять из нескольких материалов с различными упругими свойствами, а также иметь сложную геометрию. Эффективные свойства керна оцениваются численно, с помощью программного модуля Fidesys Composite отечественного прочностного программного пакета «Фидесис». Для проведения моделирования керна в CAE Fidesys в рамках исследования был разработан прототип программного модуля, который на основе цифровой модели керна (в виде бинарного файла, полученного в результате компьютерной томографии) строит структурированную гексаэдральную конечно-элементную сетку, в которой каждый элемент соответствует вокселю исходной модели.

В процессе построения сетки программный модуль осуществляет считывание данных об исследуемом образце горных пород из бинарного файла и запись полученных

данных в трехмерный вектор (что позволяет добиться значительной оптимизации расхода оперативной памяти). На основании данных, записанных в векторе, осуществляется непосредственное построение сетки, при этом за счет некоторых особенностей разработанного алгоритма (одновременное хранение в элементах массива данных о пустоте/непустоте вокселя и наличии/отсутствии вершин с соответствующими координатами, построение сетки осуществляется за не более чем 6 обходов вектора) удается добиться линейности алгоритма по времени и значительной оптимизации оперативной памяти. Построенная сетка записывается в файл формата FC (Fidesys Case), что позволяет далее провести на ней расчет эффективных свойств (тензора упругости, модуля Юнга, коэффициента Пуассона).

После проведения этих операций с помощью CAE-системы Fidesys для полученного FC-файла решается задача оценки эффективных механических свойств керна. Задача решается численно, путем расчета на представительном объеме керна. Примененные методы позволяют рассматривать задачу для достаточно больших неоднородных кернов, обладающих сложной геометрической структурой.

В рамках работы была проведена оценка эффективных свойств керна из песчаника (один минерал) и керна из оолитового известняка (три минерала). Эффективные механические свойства оцениваются в виде закона Гука (численно определяются модуль Юнга и коэффициент Пуассона).

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-71-10008).

К ВАЛИДАЦИИ УНИВЕРСАЛЬНОЙ CAE-СИСТЕМЫ «FIDESYS» НА ПРОЧНОСТНЫХ РАСЧЕТАХ ИЗДЕЛИЙ АДДИТИВНОГО ПРОИЗВОДСТВА НА ПРИМЕРЕ ПОЛИМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ ЭЛАП

М.Я. Яковлев [1,2], *В.В. Козлов* [1,2], *В.Е. Рубцов* [3], *К.С. Осипович* [3]

[1]МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]ООО «Фидесис», Москва;
[3]ФГБУН Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

ЭЛАП (электронно-лучевое аддитивное производство) – технология 3D-печати, основанная на применении сфокусированного электронного пучка в условиях вакуума и металлического филамента (проволоки или прутка) в качестве сырьевого материала. ЭЛАП позволяет изготавливать крупногабаритные металлические детали сложной формы, в том числе полиметаллические.

Доклад посвящен применению отечественной CAE-системы Fidesys для прочностных расчетов полиметаллических изделий, изготовленных при помощи ЭЛАП. В работе проводится сравнение результатов численных расчетов при помощи CAE Fidesys, выполненных в МГУ имени М.В. Ломоносова, и результатов натурных экспериментов, проведенных в ИФПМ СО РАН. Эксперимент по одноосному растяжению полиметаллической «лопатки» позволил провести валидацию численного решения статической краевой задачи теории упругости. Сравнение с экспериментом показало качественное совпадение результатов. Эксперимент по тепловому расширению полиметаллического стержня позволил провести валидацию численного решения задачи упругости с учетом теплового расширения. Сравнение численных результатов с экспериментом показало количественное совпадение результатов: при больших величинах нагрева погрешность составляет менее 5 %.

В докладе приведены сравнительные таблицы результатов, фотографии натурных экспериментов и распределения полей деформаций и напряжений, полученных численно.

Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № 14.610.21.0013, уникальный идентификатор проекта ID RFMEFI61017X0013).

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЗБУЖДЕНИЯ И РЕЛАКСАЦИИ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В МОЛЕКУЛАХ АЗОТА И КИСЛОРОДА НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ТРАЕКТОРНЫХ МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

А.Н. Якунчиков [1,2], *В.В. Косьянчук* [2], *А.Р. Юлдашева* [1,2], *Н.М. Дорофеев* [1]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

На основе траекторных молекулярно-динамических расчетов (и предшествующих им квантово-механических расчетов потенциалов взаимодействия) предложена модель возбуждения и релаксации вращательных степеней свободы в двухатомных газах. Важная особенность предложенной модели состоит в том, что для расчета параметров молекул после столкновения не используются значения макропараметров в данной точке пространства, а расчет опирается исключительно на молекулярные параметры сталкивающейся пары. Это позволяет назвать данную модель «микроскопической».

Авторами подготовлена и протестирована программная (C++) реализация микроскопической модели столкновений для азота, которую можно использовать в расчетах методами прямого статистического моделирования (DSMC) и событийного молекулярно-динамического моделирования (EDMD). Несмотря на то, что с алгоритмической точки зрения существенных усложнений нет, вычислительные затраты при использовании новой модели возрастают. Это происходит из-за увеличения эффективного размера частицы и приводит к заметному увеличению количества обрабатываемых столкновений. В ближайшем будущем авторы планируют опубликовать аналогичные модели столкновений для (1) молекул кислорода и (2) кислорода с азотом, что позволит проводить моделирование течений воздушной смеси в различных задачах вакуумной техники.

Полученная модель протестирована на задаче об истечении азота в вакуум через звуковое сопло, которая решалась методом EDMD в трехмерной постановке при различных числах Кнудсена. На срезе сопла задавались критические параметры, а в резервуаре, в который происходит истечение, поддерживалось остаточное давление. Получены зависимости всех термодинамических параметров в области истечения. Получено хорошее согласие зависимости температуры вращательных степеней свободы от координаты на оси струи с имеющимися экспериментальными данными.

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова и вычислительных ресурсов МСЦ РАН при поддержке. РФФИ (проект № 18-31-20025).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТЕЧЕНИЯ ДВУХАТОМНОГО ГАЗА В ВАКУУМ МЕТОДАМИ СОБЫТИЙНОГО МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКОГО (EDMD) И ПРЯМОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ (DSMC)

А.Н. Якунчиков [1,2], *В.В. Косьянчук* [2], *А.Р. Юлдашева* [1,2], *Н.М. Дорофеев* [1]

[1]Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
[2]Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе исследована задача об истечении азота в вакуум через звуковое сопло, которая решалась двумя методами – методом событийного молекулярно-динамического моделирования (EDMD) и прямого статистического моделирования (DSMC). На срезе сопла задавались критические параметры, рассчитанные по параметрам торможения в нагнетающем резервуаре. В резервуаре, в который происходит истечение, задавалось остаточное давление и температура, равная температуре торможения. Расчеты проведены для нескольких чисел Кнудсена и при значениях других параметров близких к условиям экспериментов, имеющихся в литературе. Получены зависимости всех термодинамических параметров в области истечения, а также плотности вероятности для энергии поступательных и вращательных степеней свободы в различных точках. Получено хорошее согласие зависимости температуры вращательных степеней свободы от координаты на оси струи с имеющимися экспериментальными данными.

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова и вычислительных ресурсов МСЦ РАН при поддержке. РФФИ (проект № 18-31-20025).

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Ф.А. Абдухакимов 19
Л.В. Авданина 182
В.С. Агабабян 141
Ю.В. Акимов 20
А.И. Агеев 19
А.А. Аксёнов 21
А.В. Аксёнов 22
А.В. Акулич 22
М. Аллахвердиев 91
Д.Б. Алексашов 32,103
А.И. Алексюк 23
Д.А. Андреев 118
А.И. Андреева 24
П.Р. Андронов 24
С.И. Арафайлов 25
Н.Б. Артамонова 26,27
А.А. Артёмов 27
А.М. Арутюнян 193
Е.А. Архангельский 28
Е.С. Асмолов 29
А.А. Афанасьев 24,30
С.А. Афонин 115
Н.Е. Афонина 136
Н.Р. Ахмедова 75
В.К. Ахметов 31
М.Э. Ахметов 91
Д.Е. Балахонов 92
Д.А. Балашов 32
И.И. Балюкин 32
С.Н. Баранников 101
Ю.Г. Басалов 140,141
И.А. Беклемишев 33
П.А. Белов 62,146,147
А.Н. Белоглазкин 34
Т.А. Белякова 69
А.А. Бобылёв 35
А.Н. Богданов 36,198
В.Н. Богданов 136
А.В. Бойко 28,37
С.А. Борщевецкий 37
М.Д. Брагин 38
Г.Л. Бровко 39
И.Г. Брыкина 38,40
А.А. Брыков 101
И.А. Брюханов 41,46,85
В.М. Буданов 41
А.М. Булкин 93
Д.М. Бухаринская 42
Н.Г. Быкова 20,116,133
И.Д. Быстров 210
Ю.Г. Вайсман 43
В.В. Вакулюк 43,44
К.В. Ванчурин 45
В.А. Васенин 45
А.И. Васильев 46
Я.А. Вахтерова 194
В.В. Веденеев 19,47
Е.А. Веденеева 30,48
А.В. Вершинин 49,50
И.И. Вигдорович 50
Ю.А. Виноградов 112,138,176
О.И. Виноградова 29
В.В. Водянова 51
Е.М. Вожегов 52
К.Л. Войцицкая 53
М.А. Волков 53
В.К. Воробьев 139
В.С. Вязьмин 54
А.Я. Гаврилова 146
В.Г. Гагарин 174
А.В. Галатенко 27
А.А. Галяев 55
Л.Р. Гареев 47
У.С. Гафуров 56
П.Ю. Георгиевский 56,58
Г.Я. Герасимов 59,60
А.П. Глинов 61
Е.А. Годенко 62,104
Ю.А. Голикова 93
А.П. Головин 61
Н.Я. Головина 62
А.П. Голуб 28,37,63
Ю.Ф. Голубев 64,65
И.В. Голубкина 66
А.Н. Голубятников 67,68
И.А. Гончаров 69
В.И. Горбачёв 70,71
А.Н. Гордеев 185
Н.В. Горохова 72
В.Д. Горячев 72
И.Г. Горячева 73,74
К.С. Горячих 94
И.С. Григорьев 75,76,94
А.В. Грицков 194
С.В. Гувернюк 77,151
С.А. Давыдов 78
А.Е. Дашевский 170
В.В. Дежкина 137

А.А. Дёмин 78
М.В. Джалалова 79
Г.В. Долголева 80
В.А. Дорджиева 44
Н.М. Дорофеев 123,210,212,213
М.З. Досаев 80,81,113
Ю.А. Дроздова 81
К.П. Дружков 22
Ду Икунь 82
В.Р. Душин 43,82
Я.А. Дынников 83
Г.Я. Дынникова 24,83
П.А. Дьяков 84
Л.А. Егорова 40
В.А. Емельянов 85
В.А. Ерошин 28,37
Д.М. Жексембин 95
Д.Ю. Жиленко 86,127
А.И. Жуков 203
Т.А. Журавская 87
А.П. Забеднов 87
И.Е. Забелинский 20,116,133
Э.Б. Завойчинская 88
Ю.С. Зайко 47
М.А. Занчурин 89
М.П. Заплетин 51,91–97
П.П. Захаров 42
Н.А. Зверев 98
А.В. Звягин 22,99
А.Г. Здитовец 138,176
А.В. Земсков 56,78,98
А.А. Зобова 100
М.А. Зубин 77,100
А.Ф. Зубков 63,77,101
О.О. Иванов 67,102
М.А. Изофатова 104
В.В. Измоденов 32,62,103,104,121
А.Т. Ильичев 131
Е.А. Ильюшина 104
А.В. Инюхин 105,122
Ю.С. Казаков 106
В.И. Калёнова 106
А.И. Каменских 114
В.П. Карликов 107
В.М. Кийко 108
Н.С. Кириллова 109
М.Н. Кирсанов 109
А.Б. Киселёв 110,111
Н.А. Киселёв 112,138,176
Ф.Б. Киселёв 33,45,53
П.Д. Клементьев 26
Л.А. Климина 113
С.Д. Ковалевская 67
В.К. Ковальков 114
А.С. Козицын 115
В.В. Козлов 211
М.В. Козлов 26
П.В. Козлов 20,61,116,133
Е.В. Колдоба 117,118
Е.И. Коленкина (Скрылёва) 43,119, 170
А.Ф. Колесников 185
Д.А. Коновалов 138
Е.А. Коровайцева 120
В.М. Коровин 121
С.Д. Корольков 121
А.А. Коршунов 89
В.В. Корянов 64
Е. Косова 122
В.В. Косьянчук 123,210,212,213
Л.А. Костырева 122
В.Д. Котёлкин 124
Г.Ю. Котова 125
М.Н. Кравченко 52,72
К.В. Краснобаев 125
Б.И. Краснопольский 126
О.Э. Кривоносова 86,127
М.А. Кривчиков 127
В.Е. Крошилин 128
А.А. Крупнов 129,130,186
П.А. Кручинин 53
Н.А. Кубасова 164,201
Ел.Л. Кузнецова 193
Е.О. Кузнецова 96
А.С. Кулешов 131
А.Г. Куликовский 131
Е.О. Курденкова 49
А.Л. Кусов 133
А.Г. Кушниренко 110
Э.К. Лавровский 131,132
Н.С. Ларин 141
В.Ю. Левашов 20,116,133,134
В.А. Левин 56,87,135,136
В.Ан. Левин 137,138
Д.Ю. Левицкий 195
А.И. Леонтьев 138
Н.Е. Леонтьев 109
Ли Кайжуй 139
С.А. Логвенков 139
Д.П. Логинов 111
А.М. Локощенко 140,141
Н.А. Локтева 37,142,144,145
Б.Я. Локшин 113
А.А. Лужин 99

Е.В. Ломакин 146
С.А. Лурье 62,146,147
В.Г. Лущик 148
Д.Б. Любошиц 68
В.О. Майоров 149
М.С. Макарова 148
М.Н. Макеева 119
В.А. Максименко 150,151
А.Н. Максимов 58
Ф.А. Максимов 100,151
Т.В. Малахова 83
А.А. Малашин 84
И.С. Мануйлович 135
В.В. Марков 135
С.А. Маслов 153
А.А. Мастерова 63
М.И. Мартиросов 154
Е.Д. Мартынова 152
П.К. Махмудов 80
А.Л. Медведский 154
Е.В. Мелкумова 64,65
Д.И. Меркулов 78
А.Р. Мещерякова 73
Н. Минаев 146
М.А. Минченков 51
Я.Э. Миньков 100
Е.Ю. Михайлова 187
Е.В. Михальченко 155
А.А. Мовчан 155
Е.И. Могилевский 156,157
И.Н. Моисеева 158
А.А. Монахов 159
В.М. Морозов 106,160
П.А. Моссаковский 122,160
А.В. Муравлёв 161
Л.В. Муравлёва 162
А.Р. Мустаев 163
А.Н. Мухин 136
С.Р. Набиев 164
Н.С. Нагибин 142
В.В. Назаров 164
В.А. Налётова 78
В.Л. Натяганов 165
Нгуен Ван Лам 166
Нгуен Зыонг Фунг 144
Д.В. Немтинова 138
В.В. Нередов 44
А.Т. Нечаев 107
Т.В. Низкая 29
М.У. Никабадзе 167
В.Ф. Никитин 43,82,119,155, 168–171
Н.В. Никитин 171
Н.В. Овчинникова 171,203
Д.А. Ожерелков 147
А.С. Оконечников 172
Ю.М. Окунев 173
А.Ш. Осепян 173
К.С. Осипович 211
А.Н. Осипцов 19,66
Н.А. Остапенко 100,163
С.А. Очеретяный 177
Н.В. Павленко 174
И.Л. Панкратьева 175
П.П. Пастушков 174
Д.А. Пелевина 78
Д.А. Пестов 22,139,168
П.В. Пиманчев 203
М.Ю. Погосбекян 129,130,186
Ю.Ю. Подладчиков 118,180
А.Б. Подопросветова 102
В.А. Полянский 175
Н.В. Попеленская 171
С.С. Попович 112,176
О.Г. Привалова 173
В.В. Прокофьев 177,178
А.И. Проскуряков 76
В.А. Прошкин 178
Ю.Ю. Пузина 134
С.Г. Пшеничнов 179
М.Г. Рак 160
В.А. Ратайчук 180
А.И. Решмин 47
В.А. Роганов 181
А.В. Романов 181
А.А. Рубан 71
Б.П. Рыбакин 72
В.Е. Рубцов 211
Д.Д. Рухович 182
М.Ю. Рязанцева 154
А.Б. Сагдатов 97
Т.В. Сальникова 182
А.С. Самохин 94,182–184
М.А. Самохина 55,94,184
В.А. Самсонов 37,80,81,173
А.Н. Сахаров 199
В.И. Сахаров 185
Д.Д. Сбродов 104
В.Г. Севастьянов 185
Ю.Д. Селюцкий 63,113
К.М. Сергеенко 126
А.Л. Сергиевская 186
Ф.А. Сёмин 173
А.О. Сердюк 196

Д.О. Сердюк 145,196
Е.П. Симоненко 185
М.М. Симоненко 21
Н.П. Симоненко 185
А.А. Синявин 77
Г.М. Сисоев 186
Ю.Д. Скобенникова 165
П.Д. Скопинцев 145
Н.Н. Смирнов 82,139
М.Н. Смирнова 168,169
С.М. Смирнова 110
С.Д. Соколов 88
П.В. Соломонов 108
Л.И. Стамов 72,110,155
Э.И. Старовойтов 194,195
И.Ф. Старцев 71
А.Б. Сурукпаев 97
О.Г. Сутырин 187
Д.А. Сыроватский 83
Р.Р. Тагирова 125
П.С.Танасевич 50
Д.В. Тарлаковский 99,106,166, 187,192
Д.П. Телицын 108
В.В. Терауд 141,188
Н.В. Ткаченко 114
С.Л. Толоконников 107,150,151
В.В. Трифонов 47
З.Г. Тунгускова 189
Ю.В. Туник 20,60,189
В.В. Турчков 147
В.А. Турков 78
В.В. Тюренкова 22,82,169
А.Н. Тятюшкин 190
Д.В. Украинский 68
И.С. Уткин 191
Г.М. Файкин 99
Фам Дык Тхонг 192
Р.Р. Фахретдинова 119
Г.В. Федотенков 172,187,193–196
Е.С. Феоктистова 172
Е.В. Филатов 197
Ю.Г. Филиппов 155
Я.Ю. Филиппов 197
В.П. Фокеев 58,198
Л.В. Фомин 140,141,198
А.М. Формальский 53,113
Э.Т. Хабибулин 199
Д.Е. Хазов 200
К.А. Хвостунков 87,108,122
А.Н. Хмелевский 136
А.В. Хомченко 154
А.В. Хохлов 200,206
А.К. Цатурян 173,201
А.В. Чаплыгин 185
М.И. Чернов 155
А.А. Чернова 202
В.Г. Чикаренко 178
П.В. Чистяков 160,199,203
А.П. Чугайнова 131
А.Ю. Чулюнин 24,77,126,204
А.С. Чура 178
Е.С. Шалимова 113
А.А. Шамина 22,99,170
М.В. Шамолин 205
Е.Л. Шараборин 206
В.А. Шаргатов 131
О.А. Шарова 78
Д.А. Шачнев 115,207
С.В. Шешенин 26,27,82
А.С. Шишаева 21
В.Я. Шкадов 23,31,34
А.А. Штейн 158
А.С. Шундеев 208,209
О.П. Щендригина 122,160
М.Э. Эглит 81,209
Е.Н. Юдина 139
А.Р. Юлдашева 123,210,212,213
Д.С. Юров 114
Е.Д. Явтушенко 45
А.Ю. Якимов 197
А.А. Яковенко 74
Е.А. Яковлев 177
М.Я. Яковлев 49,50,137,138, 180,210,211
А.Е. Якубенко 81,209
Т.А. Якубенко 209
А.Н. Якунчиков 123,210,212,213
А.К. Ястребов 149

Научное издание

ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ
Научная конференция
Секция механики
Тезисы докладов

МГУ имени М.В. Ломоносова
Октябрь 2020 г.

Компьютерная верстка *Т.А. Якубенко*

Электронное издание
Формат 60×90 1/8
Изд. № 11409

Издательство Московского университета
119191, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1 стр. 15
(ул. Академика Хохлова, д. 11)