

## **Отзыв официального оппонента**

на диссертацию Дружкова Константина Павловича «Законы сохранения и точные решения уравнений мелкой воды над неровным дном», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы»

Диссертационная работа К.П. Дружкова посвящена исследованию ряда свойств систем уравнений одномерной и двумерной мелкой воды над неровным дном и построению точных решений одномерной системы уравнений мелкой воды над наклонным дном. **Актуальность** выбранной темы исследований обусловлена важностью изучения свойств рассматриваемой математической модели.

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы из 94 наименований. Общий объем диссертации составляет 124 страницы.

Во **введении** приводится постановка проблемы, обосновывается актуальность темы диссертационного исследования, дан обзор литературы, сформулированы цели и задачи исследования, приведены основные положения, выносимые на защиту и указаны их научная новизна, теоретическая и практическая значимость.

**Глава 1** посвящена исследованию вопроса о возможности линеаризации одномерной системы уравнений мелкой воды над неровным дном с помощью обратимых преобразований. Для каждого профиля дна решается задача о существовании точечного преобразования, связывающего исходную нелинейную систему уравнений с какой-нибудь линейной системой. Решение этой задачи для каждого профиля дна получено с помощью классификации точечных симметрий, допускаемых исходной системой уравнений при соответствующем профиле дна.

В **главе 2** рассматривается задача классификации гидродинамических законов сохранения одномерной системы уравнений мелкой воды в зависимости

от профиля дна. Законы сохранения ищутся в виде дивергентных форм, тождественно равных нулю на решениях исходной системы уравнений. Для каждого профиля дна задача классификации гидродинамических законов сохранения решается с помощью прямого метода.

**В главе 3** рассматривается новый класс точных решений одномерной системы уравнений мелкой воды над наклонным дном. Для линеаризованной одномерной системы уравнений мелкой воды над наклонным дном получено трёхпараметрическое семейство точных решений. Данные решения линеаризованной системы уравнений определяют решения исходной нелинейной системы в параметрической форме. Связь между решениями линеаризованной системы уравнений и решениями исходной системы даётся с помощью точечного преобразования, сводящего одну из этих систем к другой. Для двухпараметрического семейства решений линеаризованной системы уравнений исследуется вопрос об области параметров, при которых соответствующие решения определяют решения исходной системы уравнений, регулярные по пространству и по времени. Приводятся графики профилей свободной поверхности для одного из полученных решений исходной нелинейной системы уравнений в некоторые моменты времени. Рассматриваются некоторые свойства полученных решений.

**Глава 4** посвящена классификациям законов сохранения первого порядка и контактных симметрий одномерного уравнения мелкой воды в лагранжевых переменных в зависимости от профиля дна. С помощью результатов классификации контактных симметрий для каждого профиля дна делается вывод о возможности/невозможности сведения исходного уравнения к линейному уравнению с помощью контактных преобразований.

**Глава 5** посвящена исследованию вопроса о возможности линеаризации двумерной системы уравнений мелкой воды над неровным дном с помощью точечных преобразований. Для каждого профиля дна решается задача о существовании преобразования, позволяющего свести исходную нелинейную систему уравнений к какой-нибудь линейной системе. Решение этой задачи для каждого профиля дна даётся на основании классификации точечных симмет-

рий, допускаемых исходной системой уравнений при соответствующем профиле дна.

В главе 6 рассматривается задача классификации гидродинамических законов сохранения двумерной системы уравнений мелкой воды в зависимости от профиля дна. Законы сохранения ищутся с помощью прямого метода построения законов сохранения.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Специального упоминания заслуживают следующие результаты, полученные в диссертации:

1. исследовано двухпараметрическое семейство точных решений одномерной системы уравнений мелкой воды над наклонным дном, описывающее набег и отражение от берега без обрушения волны в форме сглаженной “ступеньки”; показано, что построенные решения регулярны по пространству и по времени; выписаны условия отражения волны от берега; получены эффект усиления и заплеска.
2. построены все гидродинамические законы сохранения одномерной и двумерной систем уравнений мелкой воды при различных профилях дна.

Диссертацию отличает внутренняя цельность и логическое единство глав.

**Достоверность** результатов работы следует из строгого применения математических методов. Результаты многократно докладывались на международных и российских конференциях и научных семинарах.

**Научная значимость** состоит в том, что результаты классификаций симметрий и законов сохранения одномерной и двумерной систем уравнений мелкой воды над неровным дном могут быть использованы для построения инвариантных решений, построения инвариантных и консервативных разностных схем.

Все результаты диссертации являются новыми и представляют интерес для приложений. Работа выполнена на высоком научном уровне.

Основные результаты диссертации опубликованы в 14 научных работах, из них 9 индексированы в базах данных WoS или Scopus и входят в список рекомендуемых изданий ВАК РФ.

Название диссертации соответствует её содержанию и заявленной специальности 01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы». Автореферат соответствует содержанию диссертации и достаточно полно её отражает.

Диссертация К.П. Дружкова «Законы сохранения и точные решения уравнений мелкой воды над неровным дном» является законченной научно-квалификационной работой.

Имеются следующие замечания:

1. В пятой главе показано, что двумерная система уравнений мелкой воды ни при каком профиле дна не может быть сведена к линейной системе с помощью точечных преобразований. При этом по крайней мере в случае наклонного профиля дна данная система уравнений содержит класс решений, удовлетворяющих одномерной системе уравнений мелкой воды над наклонным профилем дна, которая сводится к линейной системе с помощью точечного преобразования. На мой взгляд, требуется уточнение, что в диссертационной работе понимается под линеаризуемостью с помощью точечных преобразований. Вопрос о возможности линеаризации систем уравнений на классах решений также представляет интерес.
2. В работе отсутствует обсуждение того, как именно для полученных в третьей главе точных решений линейной задачи ставились граничные условия при отражении набегающей волны от берега.

Указанные замечания не снижают положительной оценки работы в целом.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертация К.П. Дружкова «Законы сохранения и точные решения уравнений мелкой воды над неровным дном» отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к кандидатским диссертациям, а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова».

пеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова», а ее автор, Дружков Константин Павлович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы».

Доктор физико-математических наук по специальности  
01.02.05 – механика жидкости газа и плазмы,  
профессор кафедры газовой и волнной динамики,  
заведующий лабораторией волновых процессов  
механико-математического факультета МГУ  
имени М.В. Ломоносова



Н.Н. Смирнов

12 марта 2021 г.

Телефон: +7 (495) 939-11-90 (рабочий)

E-mail: ebifsun1@mech.math.msu.su

Почтовый адрес: 119991, г. Москва,

Ленинские горы, д. 1, ГЗ МГУ,  
механико-математический факультет

Подпись профессора Николая Николаевича Смирнова удостоверяю:

специальность  
кафедра

по

наимен.

с д

