

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Тюренкова Вероника Валерьевна

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ДИФФУЗИОННОГО ГОРЕНИЯ
КОНДЕНСИРОВАННЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Специальность 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор
Смирнов Николай Николаевич

Москва – 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.	5
ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ.	17
ГЛАВА 1. ГОРЕНИЕ КАПЛИ ГОРЮЧЕГО В АТМОСФЕРЕ ОКИСЛИТЕЛЯ.	41
1.1. Диффузионное горение капли горючего при протекании одноступенчатой химической реакции с учетом неравновесных эффектов.	42
1.1.1. Постановка задачи.	42
1.1.2. Горение капли н-гептана в атмосфере воздуха.	53
1.1.3. Квазистационарное решение задачи о горении одионочной капли.	57
1.2. Диффузионное горение капли горючего при протекании несколькох реакций.	63
1.2.1. Постановка задачи.	63
1.2.2. Математическая модель горения капли н-гептана в атмосфере воздуха при протекании двух реакций.	69
1.2.3. Расчет горения капли н-гептана в атмосфере воздуха при протекании двух реакций.	73
1.2.4. Квазистационарное решение задачи о горении одионочной капли.	79
1.3. Диффузионное горение капли горючего в низкотемпературном режиме.	82
1.3.1. Постановка задачи.	84
1.3.2. Математическая модель горения капли н-гептана в атмосфере воздуха при протекании двух реакций в равновесном случае.	89
1.3.3. Квазистационарное решение задачи о горении капли н- гептана.	95

1.4. Выводы к первой главе.	100
ГЛАВА 2. ГОРЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ГОРЮЧЕГО МАТЕРИАЛА В ПОТОКЕ ОКИСЛИТЕЛЯ. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛАМЕНИ ПРОТИВ ПОТОКА.	103
2.1. Изучение горения поверхности твердого топлива с зоной химической реакции, стабилизированной в потоке окислителя над слоем горючего, в рамках теории пограничного слоя.	104
2.1.1. Постановка задачи.	104
2.1.2. Первые интегралы системы уравнений пограничного слоя в газе.	109
2.1.3. Автомодельное решение системы уравнений пограничного слоя в газе.	112
2.1.4. Горение твердых топлив при обдувании потоком окислителя.	114
2.1.5. Аналитическое решение для определения скорости выгорания твердого топлива в случае ламинарного режима течения.	117
2.1.6. Аналитическое решение для определения скорости выгорания топлива в случае турбулентного режима течения.	122
2.2. Определение скорости распространения пламени по поверхности горючего материала в рамках теории пограничного слоя.	125
2.2.1. Постановка задачи.	126
2.2.2. Первые интегралы системы уравнений пограничного слоя в газе.	128
2.2.3. Автомодельное решение системы уравнений пограничного слоя в газе.	132
2.2.4. Скорость распространения пламени по поверхности горючего материала.	135

2.3. Горение поверхности термохимически разрушающегося материала в замкнутом канале.	142
2.3.1. Постановка задачи.	142
2.3.2. Первые интегралы системы.	148
2.3.3. Скорость выгорания топлива.	150
2.4. Выводы ко второй главе.	152
ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ ПО ПОВЕРХНОСТИ ГОРЮЧЕГО МАТЕРИАЛА.	154
3.1. Постановка задачи.	155
3.1.1. Определяющая система уравнений.	155
3.1.2. Химическая кинетика.	158
3.1.3. Граничные условия.	161
3.1.4. Состав горючей смеси и элементный состав.	165
3.2. Тепло- и массообмен при турбулентном течении около термохимически разрушающейся стенки.	166
3.3. Верификация численной модели.	168
3.4. Моделирование процессов горения в камере сгорания гибридного ракетного двигателя.	174
3.5. Сравнение численных результатов моделирования камеры сгорания гибридного ракетного двигателя с экспериментальными данными.	179
3.5.1. Скорость выгорания твердого топлива в камере сгорания гибридного двигателя.	186
3.6. Выводы к третьей главе.	190
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.	192
ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ.	194
ЛИТЕРАТУРА.	197

ВВЕДЕНИЕ.

Актуальность.

Диссертация посвящена решению задач диффузионного горения конденсированных материалов. В диссертации представлены аналитические решения для задачи о горении одиночной капли и для задачи о горении поверхности термохимически разрушающегося материала, а также произведено численное моделирование распространения пламени по поверхности горючего материала и процессов горения в камере сгорания гибридного ракетного двигателя.

Актуальность темы диссертации в первую очередь обусловлена необходимостью создания новых схем и типов двигателей. Ввиду того, что ракетные двигатели традиционных типов или турбореактивные двигатели достигли максимума в своем развитии и их дальнейшее усовершенствование не даст большого увеличения эффективности или выигрыша по другим характеристикам, единственный путь по выводу двигателестроения на новый уровень состоит в использовании принципиально иных подходов к конструированию двигателей.

Если говорить о задаче горения одиночной капли, то данная проблема имеет большое практическое значение, в первую очередь, при моделировании и разработке дизельных, ракетных и газотурбинных двигателей, а также других устройств, работающих на жидком топливе (например, котлов и топок). Хотя во всех этих устройствах происходит горение распыленного жидкого топлива, а не сжигание отдельных капель, изучение механизма горения одной капли в атмосфере окислителя является фундаментальным аспектом для понимания процессов, происходящих в перечисленных гетерогенных системах.

Кроме того, процесс горения одиночных капель играет важную роль при изучении двигателей, работа которых основана на детонационном сгорании топлива. Испарение и горение капель является одним из ключевых факторов, влияющих на распространение и формирование устойчивой детонационной волны, и неотделимо от изучения теории детонации.

А при разработке перспективных гибридных твердотопливных двигателей, использующих компоненты топливной смеси в разных агрегатных состояниях, важной и актуальной является задача о распространении пламени по поверхности термохимически разрушающегося материала. Результаты проведенных исследований по данной теме будут полезны при конструировании камеры сгорания гибридного ракетного двигателя и решении вопроса расположения твердого топлива в этой камере.

Степень разработанности темы исследования.

Основой теории распространения пламени считается работа Я.Б. Зельдовича и Д.А. Франк-Каменецкого [Зельдович, 1938]. Полученные результаты в дальнейшем усовершенствовались Н.Н. Семеновым и Я.Б. Зельдовичем [Зельдович, 1944; 1940], а также развивались в работах А.Г. Истратова и В.Б. Либровича [Истратов, 1962], В.Г. Воронкова и Н.Н. Семенова [Воронков, 1939], Д.А. Франк-Каменецкого [Франк-Каменецкий, 1987], Б.В. Новожилова [Новожилов, 1961; 1962], Н.Н. Бахмана [Бахман, 1959], Д. Сполдинга [Сполдинг, 1953; 1950] и др. Кроме этого, определению скорости распространения пламени посвящены работы следующих авторов: Т. Карман [Карман, 1957], С. Боус и Дж. Корнер [Боус, 1949], Е. Адамс [Адамс, 1948], К. Уайлд [Уайлд, 1954], Дж. Хиршфельдер [Хиршфельдер, 1959], Дж. Сендагорт [Сендагорт, 1961], Г. Клейн [Клейн, 1957], В. Джонсон и В. Нахбар [Джонсон, 1962], Г. Розен [Розен, 1960] и Ф. Вильямс [Вильямс, 1971]. Подробное описание результатов, полученных перечисленными авторам, приведено в [Вильямс, 1971]. Перечисленные выше работы основываются на так называемом «тепловом» подходе, но не менее эффективным является «диффузионный» подход, который впервые был описан в работе С.П. Бурке и Т.Е. Шумана [Бурке, 1928]. Большой вклад в развитие теории диффузионного горения внесли работы В.А. Шваба и Я.Б. Зельдовича [Шваб, 1948; Зельдович, 1949], исследования которых были продолжены в [Сполдинг, 1966; Бояршинов, 1981; Волчков, 1982; Бояршинов, 1988; Терехов, 1992].

Существует отдельный блок теоретических и экспериментальных работ, посвященных изучению распространения волны горения навстречу потоку окислителя. Наиболее значимые результаты и теории представлены в работах Дж. ДеРиз и Р. МакКалеви, В. Сирияно, Я. Оки и С. Цуге, А. Фернандес-Пелло и Ф. Вильямс, А. Фрей и Дж. Тьен, Ф. Вильямс, В. Паркер и С. Хирано, И. Вичман и Ф. Вильямс, подробное описание которых приведено в работах И. Вичмана [Вичман, 1992], и С.С. Рыбанина [Рыбанин, 1988; 1980].

Если говорить об аналитических подходах к решению поставленной задачи, то стоит отметить работы [Саттон, 2001; Кустов, 1970; Грейтрикс, 2009; Фантин, 2012; Карабейли, 2002; 2004]. Не менее важными является численное моделирование процессов горения в гибридном двигателе, интерес к которому отмечается у многих авторов [Барато, 2016; Кай, 2017; Тань, 2017; Чиба, 2016; Сан, 2016; Чидамбарам, 2015; Лестрад, 2015; Гариани, 2011]. Работы коллектива авторов [Бианчи, 2013; 2014; 2015] посвящены численному моделированию горения НТРВ в потоке газообразного кислорода. Другой группой ученых [Мэй, 2015; 2016] достигнут большой прогресс в численном моделировании гибридных ракетных двигателей, также использующих в качестве топлива НТРВ.

Если распространение пламени, поддерживаемое газообразным топливом, активно изучалось в течение последних двух столетий, то исследования горения распыленного жидкого топлива уделялось гораздо меньше внимания. Исследованию описанной задачи посвящены ряд обзоров, содержащих основные аспекты развития данного вопроса [Вильямс, 1973; Криер, 1973; Фазт, 1977; Лоу, 1982; Фук, 1958].

Работой, послужившей основой для понимания процесса горения и испарения одиночной капли, чаще всего называют исследования Г. Варшавского [Варшавский, 1945]. Позднее и независимо от Г. Варшавского было рассмотрено диффузионное горение капли и получены аналогичные результаты Д. Сполдингом [Сполдинг, 1953], Г. Годсейвом [Годсейв, 1953], М. Гольдсмитом и С. Пеннером [Гольдсмит, 1954], а также Х. Уайзом и др [Уайз, 1955].

Стоит отметить, что модель горения капли, разработанная Г. Варшавским и предполагающая наличие «пленки» вокруг капли, несет в себе тот же смысл, что и модель Шваба-Зельдовича, говорящая об образовании поверхности диффузионного пламени над поверхностью горючего материала [Шваб, 1948; Зельдович, 1949; Хоттел, 1949]. Ф. Вильямсом [Вильямс, 1971] была сформулирована модель горения одиночной капли, основанная на принципе Шваба-Зельдовича и ставшая основой современного понимания процесса диффузионного горения капель.

Нестационарные эффекты процессов горения и испарения одиночных капель изучались Д. Рознером и В. Чангом [Рознер, 1973], Р. Креспо и А. Линаном [Креспо, 1975], С. Фроловым и др. [Фролов, 2004; 2005; Басевич, 2002], Н. Смирновым [Смирнов, 1997], В. Наягамом [Наягам, 2018]. Также существует ряд аналитических исследований конвективного испарения и горения капель в пограничном слое, описанных в работах следующих авторов: С. Пракаша и В. Сириньяно [Пракаш, 1978], Л. Кришнамурти и Ф. Вильямса [Кришнамурти, 1974], Х. Ву и др. [Ву, 1982], и А. Фернандес-Пелло [Фернандес-Пелло, 1983]. В то время как изучению неравновесного испарения капли посвящен ряд исследований: Н. Фукс [Фукс, 1958; 1934], А. Кульчицкий [Кульчицкий, 1999; 1997], Н. Смирнов, В. Душин и А. Кульчицкий [Душин, 2008], Р. Миллер и др. [Миллер, 1998], горению капли с учетом неравновесных эффектов на поверхности капли такого внимания не уделяется.

Отдельное направление исследований составляют работы, посвященные процессу воспламенения капель [Полимеропулосон, 1969; Лоу, 1975; Фролов 2005; 2004; Ассовский, 1978; 1995; 1997; 1999; 2000]. В большинстве статей, таких как работы К. Полимеропулосона и Р. Пескина [Полимеропулосон, 1969], К. Лоу [Лоу, 1975], Фролова [Фролов 2005; 2004] и др., авторами используется численный анализ для исследования и корректного описания воспламенения капель.

Особого внимания заслуживают недавние работы по горению капли с так называемым «холодным» пламенем, которое возникает после радиационного

затухания горячего видимого пламени [Дитрих, 2014; 2005; Фарук, 2011; 2014; Наягам, 2017; 2012]. Данный эффект был обнаружен для капли н-гептана командой ученых во главе с Д. Дитрихом в ходе экспериментов на МКС [Дитрих, 2014]. Исследованию данного явления посвящены серии работ, выполненные Д. Дитрихом, В. Наягамом, Т. Фаруком, Ф. Драером, В. Каттом, Ф. Вильямсом и другими авторами [Дитрих, 2014; 2005; Фарук, 2011; 2014; Наягам, 2017; 2012; Гринберг, 2016; Гайярд, 2016; Сешадри, 2016; Пачко, 2014; Катт, 2017].

Цели и задачи работы.

Целью диссертационной работы является исследование процессов диффузионного горения конденсированных материалов.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Найти и проанализировать аналитические решения для квазистационарной задачи горения одиночной сферически-симметричной капли жидкого горючего в атмосфере газообразного окислителя с учетом неравновесных фазовых переходов. Оценить время горения капли для равновесного и неравновесного случаев.
2. Провести обобщение метода Шваба-Зельдовича на случай нескольких реакций. Оценить время полного выгорания капли при наличии одной и двух реакций для задачи горения капли н-гептана. Изучить высоко и низкотемпературные режимы горения капли н-гептана.
3. Получить решения задач о диффузионном горении поверхности горючего материала в потоке окислителя, выраженные аналитическими формулами, а также аналитические формулы для определения скорости выгорания поверхности твердого горючего при ламинарном и турбулентном режимах течения с целью использования их для верификации вычислительной модели.
4. Определить скорости распространения пламени на основе концепции термически тонкого слоя.

5. Получить интегральные соотношения для задачи горения в замкнутом канале из термохимически разрушающегося материала, позволяющие определить потоки массы и тепла у стенок.
6. Провести численное трехмерное моделирование процессов, происходящих в камере сгорания гибридного ракетного двигателя. Провести сравнение скорости выгорания, полученной из эксперимента и численного моделирования.

Научная новизна.

В диссертационной работе впервые получены следующие результаты:

1. Построено аналитическое решение для квазистационарной задачи горения одиночной сферически-симметричной капли жидкого горючего в атмосфере газообразного окислителя с учетом неравновесных фазовых переходов. Показано, что наличие неравновесных эффектов существенно замедляет процесс горения капли, и использование равновесной модели для малых капель дает существенную ошибку.
2. Произведено обобщение метода Шваба-Зельдовича на случай нескольких реакций. Показано, что при наличии двух поверхностей пламени время полного выгорания капли больше, чем в случае, когда учитывается только одна брутто-реакция. Возможно возникновение более медленного и низкотемпературного режима горения при радиационном потухании пламени на одной из поверхностей.
3. Получены аналитические формулы для определения скорости выгорания поверхности твердого горючего при ламинарном и турбулентном режимах течения для случая горения в замкнутом канале из термохимически разрушающегося материала, позволяющие определить потоки массы и тепла у стенок.
4. Построено аналитическое решение для скорости распространения пламени против потока на основе концепции термически тонкого слоя.

5. Получены новые результаты трехмерного вычислительного моделирования зажигания и распространения пламени по поверхности горючего материала в спутном потоке окислителя, демонстрирующие сильную неустойчивость процесса в начальный период зажигания, формирование языков пламени, которые с течением времени сливаются и выходят на квазистационарный режим, близкий по характеристикам к режиму диффузионного горения.

Теоретическая и практическая значимость работы.

В первую очередь результаты, полученные в данной диссертации, имеют практическую значимость при создании новых схем и типов двигателей. Так, изучение горения капель, в частности, выводы сделанные о времени жизни капли имеют принципиальное значение при создании камер сгорания, использующих в своей работе распыленное жидкое топливо. Также исследование распространения пламени по поверхности термохимически разрушающегося материала играют важную роль при конструировании камеры сгорания гибридного ракетного двигателя и расположении твердого топлива в этой камере. Полученные результаты позволят повысить эффективность работы существующих двигателей и будут способствовать развитию новых.

Поскольку большая часть диссертации посвящена получению аналитических решений, нельзя не упомянуть об их значении. Полученные аналитические решения незаменимы, во-первых, при постановке экспериментов, когда необходимо определить условия и диапазоны, в которых этот эксперимент будет проходить, а, во-вторых, точные решения могут использоваться не только для верификации численного кода, но и могут быть внедрены в него с целью уменьшения времени, повышения точности и качества расчетов.

Методология и методы исследования.

В диссертационной работе используются аналитические и численные методы исследования.

Положения, выносимые на защиту.

1. Квазистационарная задача горения одиночной сферически-симметричной капли жидкого горючего в атмосфере газообразного окислителя с учетом неравновесных фазовых переходов в предположении о диффузионном режиме горения допускает аналитическое решение. Наличие неравновесных эффектов существенно замедляет процесс горения капли, и использование равновесной модели для малых капель дает существенную ошибку.
2. Полученные с использованием обобщенного метода Шваба-Зельдовича аналитические решения свидетельствуют о возможности существования двух и более поверхностей пламени. Наличие двух поверхностей пламени приводит к увеличению времени полного выгорания капли в сравнении с равновесным случаем и случаем, когда учитывается только одна брутто-реакция. Аналитические исследования допускают возможность существования более медленного и низкотемпературного режима горения капли н-гептана при радиационном потухании пламени на одной из поверхностей. Полученные результаты подтверждены сравнением с экспериментальными данными по горению одиночных капель в невесомости.
3. Аналитическое решение, полученное на основе концепции термически тонкого слоя для определения скорости распространения пламени по поверхности против потока, показывает увеличение скорости распространения пламени при увеличении тепловыделения в диффузионном пламени, концентрации окислителя в набегающем потоке, теплопроводности в конденсированной фазе. Повышение теплоты испарения вызывает уменьшение скорости распространения пламени. Полученные результаты подтверждены сравнением с экспериментальными данными по горению поверхностей в условиях микрогравитации.
4. При численном трехмерном моделировании процессов, происходящих в камере сгорания гибридного двигателя, симметричное решение

неустойчиво, несмотря на симметрию камеры сгорания. Демонстрируя сильную неустойчивость в начальный период зажигания, с течением времени горение выходит на квазистационарный режим, близкий по характеристикам к режиму диффузионного горения. Полученные результаты подтверждены сравнением с экспериментальными данными по установлению режимов горения в модельных гибридных двигателях.

Достоверность результатов.

Обоснованность полученных результатов следует из корректности постановки задачи, использования основных уравнений для многокомпонентной смеси, основных законов сохранения (массы, количества движения и энергии), граничных условий и точности полученных аналитических решений, а также применения апробированных численных методов.

Достоверность результатов подтверждается результатами верификационных расчетов, которые хорошо согласуются с полученными аналитическими и численными решениями. А также валидацией путем сравнения теоретических результатов с экспериментальными данными.

Апробация работы.

Основные результаты докладывались на следующих международных и всероссийских конференциях:

1. Санкт-Петербургский научный форум "Наука и общество. Новые технологии для новой экономики России", г. Санкт-Петербург, Россия, 30 сентября - 4 октября 2013.
2. Ломоносовские чтения - 2014. МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия, 14-23 апреля 2014.
3. IX Всероссийская научно-практическая конференция "Проблемы обеспечения взрывобезопасности и противодействия терроризму", г. Санкт-Петербург, Россия, 22-24 апреля 2014.
4. Международная конференция «Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе», посвященная дню рождения великого русского математика академика П.Л. Чебышёва и приуроченная

- к 20-летию сотрудничества ОАО «Сургутнефтегаз» и компании SAP, г. Сургут, Россия, 14-16 мая 2014.
5. IAA Symposium "Space Flight Safety" (St. Petersburg, 28 July - 1 August 2014), г. Санкт-Петербург, Россия, 28 июля - 1 августа 2014.
 6. X Международная научно-практическая конференция "Технические средства противодействия террористическим и криминальным взрывам" (7-9 октября 2014), Россия, г. Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский университет Государственной противопожарной службы МЧС России, Россия, 7-9 октября 2014.
 7. Second IAA Symposium "Space Flight Safety" (St. Petersburg, 29 June - 3 July 2015), г. Санкт-Петербург, Россия, 29 июня - 3 июля 2015.
 8. IV Минский международный коллоквиум по физике ударных волн, горения и детонации, г. Минск, Беларусь, 9-12 ноября 2015.
 9. XI Всероссийская научно-практическая конференция "Проблемы обеспечения взрывобезопасности и противодействия терроризму", г. Санкт-Петербург, Россия, 12-14 апреля 2016.
 10. Ломоносовские чтения - 2016, МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия, 18-27 апреля 2016.
 11. Международная конференция «Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе», посвященная дню рождения великого русского математика академика П.Л. Чебышева и приуроченная к 20-летию сотрудничества ОАО «Сургутнефтегаз» и компании SAP, г. Сургут, СурГУ, Россия, 17-18 мая 2016.
 12. XVI Международная конференция "Супервычисления и математическое моделирование", г. Саров, Россия, 3-7 октября 2016.
 13. Ломоносовские чтения - 2017, МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия, 17-26 апреля 2017.
 14. 68th International Astronautical Congress 2017, Аделаида, Австралия, 25-29 сентября 2017.

15. Ломоносовские чтения – 2018, МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия, 16-25 апреля 2018.
16. «Информационные технологии на службе оборонно-промышленного комплекса», г. Ялта, Россия, 24-26 апреля 2018.
17. International Conference on Combustion Physics and Chemistry, г. Самара, Россия, 24-28 июля 2018.
18. International Symposium "Space Flight Safety" (St. Petersburg, September 24-27, 2018), г. Санкт-Петербург, Россия, 24-27 сентября 2018.
19. 69th International Astronautical Congress, г. Бремен, Германия, 1-5 октября 2018.
20. XVII Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование», г. Саров, Россия, 15-19 октября 2018.
21. «Ломоносовские чтения - 2019». МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия, 15-25 апреля 2019.
22. 27th International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems (ICDERS), July 28 - August 2, 2019, Beijing, China, г. Пекин, Китай, 28 июля - 2 августа 2019.
23. XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, г. Уфа, Россия, 19-24 августа 2019.

Публикации по теме диссертации.

Основные результаты, представленные в диссертации, изложены в 17 работах, из них 10 ([1-10]) опубликованы в изданиях, индексируемых в базах Web of Science и/или Scopus.

Личный вклад автора.

Результаты, изложенные в диссертационной работе, получены автором лично или в соавторстве при его непосредственном участии. Автором было получено решение всех поставленных задач и проведен анализ полученных решений. Автором была проведена работа по подготовке статей для публикаций в научных журналах и докладов для представления на российских и международных конференциях. Основные идеи и положения работы изложены

в 17 научных работах автора общим объемом 13,59 п.л. Личный вклад автора составляет 8,41 п.л.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, обзора литературы, трех глав, заключения, списка публикаций по теме диссертации и списка литературы. Полный объем диссертации составляет 220 страниц с 49 рисунками и 4 таблицами. Список литературы содержит 275 наименований.

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ.

Распространение пламени по поверхности материалов.

Первыми работами, посвященными изучению распространения пламени, можно считать исследования русского ученого В.А. Михельсона [11], который полагал, что скорость распространения пламени определяется исходя из равенства энергии горючей зоны и энергии необходимой для доведения несгоревших газов до температуры воспламенения. Такой же концепции придерживались А.Л. Ле-Шателье и Ф. Малляр [12], а также их ученики [13-14], которые впервые показали, что скорость распространения пламени пропорциональна квадратному корню из величины скорости реакции и отношению коэффициента теплопроводности к удельной теплоемкости при постоянном давлении.

В работе [15] Н.Н. Семеновым был рассмотрен тепловой баланс при наличии химической реакции, сопровождающейся выделением теплоты, и впервые были получены условия, при которых экзотермическая реакция приводит к воспламенению. Хотя уже давно был известен закон Аррениуса, до работ Н.Н. Семенова задачи распространения пламени решались в предположении о разрывной зависимости скорости реакции от температуры. Проведенные Н.Н. Семеновым исследования оказали основополагающее влияние на развитие современной теории горения и дали толчок для проведения ряда важных исследований.

Развитая под влиянием работ Н.Н. Семенова, теория Д.А. Франк-Каменецкого [16] легла в основу теории распространения пламени, созданной Я.Б. Зельдовичем и Д.А. Франк-Каменецким [17]. В данной работе авторы разбили область пламени на две зоны так, что в первой зоне определяющими являлись процессы тепло- и массообмена, а во второй зоне – химические реакции. Благодаря такому подходу и некоторым дополнительным предположениям, авторам впервые удалось получить аналитическую формулу для скорости распространения пламени, которая отражала бы связь с кинетикой

реакции и коэффициентом температуропроводности (до этого данная скорость считалась константой) [18]:

$$U^2 = a \left(\frac{c_p}{Q} \frac{RT_m^2}{E} \right)^{n+1} K_o e^{-E/RT_m},$$

где T_m – наибольшая (адиабатическая) температура, т.е. температура горения, a – коэффициент температуропроводности смеси, n – порядок реакции (рассматривались реакции 1-го и 2-го порядков). В данной работе были представлены фундаментальные результаты, которые стали основой для дальнейшего развития методов решения задачи о распространении пламени [18].

Полученные результаты в дальнейшем усовершенствовались Н.Н. Семеновым и Я.Б. Зельдовичем [19, 20], а также развивались в работах А.Г. Истратова и В.Б. Либровича [21], В.Г. Воронкова и Н.Н. Семенова [22], Д.А. Франка-Каменецкого [23], Б.В. Новожилова [24, 25], Н.Н. Бахмана [26], С. С. Новикова и Ю.С. Рязанцева [27, 28], А.Д. Марголина [29] и П.Ф. Похила [30].

Также стоит отметить работы Д. Сполдинга, посвященные тепломассопереносу с горением и без него [31, 32]. Д. Сполдинг сделал предположение, что константы скорости химической реакции не будут влиять на горение, пока не будет достигнута критическая скорость массопереноса. Д. Сполдинг вывел эти критические скорости, адаптировав концепции Я.Б. Зельдовича и Д.А. Франка-Каменецкого [17] и Н.Н. Семенова [15]. Этот результат позже был подтвержден экспериментально. Исследования Д. Сполдинга послужили основой для прогнозирования погасания пламени, что внесло большой вклад в инженерное дело данной направленности [33].

Кроме описанных выше подходов к определению скорости распространения пламени существуют и другие модели для определения этой величины. Наиболее известные модели принадлежат следующим авторам: Т. Карман [34], С. Боус и Дж. Корнер [35], Е. Адамс [36], К. Уайлд [37], Дж. Хиршфельдер [38], Дж. Сендагорт [39], Г. Клейн [40], В. Джонсон и В. Нахбар [41], Г. Розен [42] и Ф. Вильямс [43]. Подробное описание результатов, полученных перечисленными авторами, приведено в [43].

Все рассмотренные выше теории о распространении и определении скорости распространения пламени основываются на так называемом «тепловом» подходе, при котором процесс распространения пламени регулируется передачей энергии из зоны реакции к несгоревшей смеси. Не менее эффективным является «диффузионный» подход, при котором механизмом распространения пламени является массоперенос.

Впервые теория «диффузионного пламени» была представлена и, собственно, введен данный термин для пламени, при котором горючий газ и газообразный окислитель встречаются одновременно с возникновением горения, в работе С.П. Бурке и Т.Е. Шумана [44]. Также в этой работе впервые была определена универсальная концентрация, которая приняла следующий вид:

$$Y = Y_1 - \nu \cdot Y_2 ,$$

где Y_1 – концентрация окислителя, Y_2 – концентрация горючего и ν – стехиометрический коэффициент. Благодаря введению данной концентрации исчезло слагаемое, содержащее скорость реакции, что заметно упростило уравнение диффузии.

Невозможно представить развитие данного направления без основополагающих работ В.А. Шваба и Я.Б. Зельдовича [44, 45]. В данных работах рассмотрена простейшая одностадийная необратимая экзотермическая реакция. Считалось, что скорости всех этапов химического превращения достаточно велики, и все эти превращения протекают в одной узкой зоне. Прямое экспериментальное подтверждение справедливости этого представления было получено в работе [46]. Если также числа Льюиса всех химических компонент равны единицы, то можно применить линейное преобразование Шваба-Зельдовича, исключаяющее функции скоростей химических реакций. В этом случае уравнения движения, энергии и диффузии становятся подобными, что существенно упрощает решение задачи [47-51].

При исследовании горения предварительно неперемешанных газов, в случае, когда скорость химической реакции превышает скорость диффузии элементов, эффективным является как раз использование диффузионной модели

горения. Такой тип горения, в частности, возникает при горении поверхности жидкого или твердого горючего. Задача усложняется тем, что образуются динамический и температурный пограничные слои [52-56, 43, 33]. Тогда пограничный слой разделяется фронтом пламени на две зоны: в одной зоне присутствует только окислитель, а в другой – только горючее. Для описания химических взаимодействий в этом случае используют одностадийную глобальную брутто-реакцию.

Для моделирования тепло- и массопереноса в пограничном слое с диффузионным режимом горения одним из самых простых и эффективных подходов является использование асимптотической теории, которая впервые была использована в [50], и получила дальнейшее развитие в [57-60]. В рамках данной теории и с учетом диффузионного режима решение уравнений происходит в двух зонах: от твердой стенки до фронта горения и от фронта до области окислителя. Несмотря на то, что асимптотический подход имеет ряд существенных недостатков, он позволяет понять характер течения и достаточно просто выявить какие параметры оказывают наибольшее влияние на процесс горения.

Как ни странно, новые асимптотические методы и подходы появились при работе над задачами горения. Трудоемкие расчеты химических взаимодействий, требующие больших вычислительных мощностей и времени счета, заставили исследователей искать альтернативные методы решения поставленных задач. «Само основополагающее понятие в теории горения – понятие пламени, распространяющегося с постоянной скоростью, не зависящей от условий поджигания и определяемой только свойствами и состоянием горючей смеси, – представляет собой продукт асимптотического подхода» [с. 4, 61].

В теории диффузионного горения «можно считать в первом приближении, что скорость химической реакции бесконечна, однако для количества сгорающего вещества и для количества тепла, выделяющегося в единицу времени, получаются конечные выражения. При уменьшении скорости реакции

толщина зоны растёт, но лишь до определённого предела, за которым следует срыв, погасание пламени» [с. 5, 61].

Интересно, что для экспериментального изучения диффузионного пламени используют соударение соосных противонаправленных струй окислителя и горючего. Такие опыты впервые провели А. Поттер и Дж. Батлер [62], а позже другие исследователи [63-68]. Полученные экспериментальные результаты продемонстрировали полное соответствие с теорией.

Теоретическое изучение задачи о встречных струях производилось Ф. Фенделлом с применением асимптотических методов [69, 70]. В работе [60] струя окислителя натекает на поверхность твердого или жидкого горючего, которое, в свою очередь, испаряется и смешивается с потоком окислителя, образуя тем самым в зоне смешения диффузионное пламя. На данном примере автором было показано влияние гидродинамических параметров на характер диффузионного горения (в задаче С.П. Бурке и Т.Е. Шумана такого учета не было).

Особого внимания требуют задачи о распространении пламени по поверхности твердого горючего материала при обдуве окислителем. Данный процесс характеризуется различными направлениями распространения пламени (по потоку или против потока) и ориентацией поверхности. Во всех этих случаях пламя, распространяясь по поверхности твердого топлива, нагревает первичное топливо до температуры его пиролиза, в результате чего происходит взаимодействие газифицированного горючего с окислителем [71-74].

Интересно, что характер распространения пламени по поверхности горючего материала в земных условиях и в условиях невесомости отличается. Если при отсутствии гравитации пламя распространяется за счет диффузии тепла и массы или принудительной конвекции, то в земных условиях плавучесть вызывает восходящий поток газа, который расширяет пламя и усиливает горение пиролизованного топлива [75]. Этот плавучий поток влияет на массовый расход кислорода и топлива в месте сгорания, на скорость химической реакции в пламени и скорость теплообмена от пламени к поверхности топлива, что, в свою

очередь, определяет стабильность пламени и его скорость распространения. Поскольку пиролизное топливо и окислитель изначально разделены, пламя в основном относится к диффузионному типу, а его характеристики соответствуют характеристикам диффузионного пламени в пограничном слое [76]. Стоит отметить, что важный с точки зрения пожаробезопасности на борту космической станции режим горения с медленным принудительным потоком (около 10–20 см/с) из-за возникающих эффектов плавучести не может быть в точности воспроизведен на Земле [77].

Для экспериментального моделирования задачи распространения пламени по термохимически разрушающейся поверхности при малых скоростях обдува по потоку течения в земных условиях поверхность горючего материала располагают вертикально. Такая конфигурация позволяет получить химически реагирующий пограничный слой и качественно понять характер протекания процесса. Существует также большое количество теоретических исследований по данной теме, о некоторых из них будет сказано далее.

В ранних теоретических моделях задачи распространения пламени по твердому горючему материалу скорость распространения пламени определяется из решения уравнения энергии для твердой фазы. Причем поток тепла на поверхности топлива определяется из решения задачи о пограничном слое с химическими реакциями в случае ламинарного режима течения для безызлучательного пламени [78, 79] или из эксперимента [80]. Как правило, расчёт скорости распространения пламени происходит на основе продвижения фронта пиролиза в рамках теории пограничного слоя. В этом случае наблюдается увеличение скорости распространения при естественной конвекции [81], и постоянная скорость распространения для форсированного потока [82, 79].

Следуя другому аналитическому подходу к решению поставленной задачи, скорость распространения пламени можно представить как отношение длины нагрева (длины пламени) к времени зажигания [71-74, 83] и получить следующее выражение для этой величины [73]:

$$V_f = l_h \left[\frac{\rho_s c_s \tau (T_p - T_o)}{\dot{q}_{fc}'' + \dot{q}_{fr}'' - \dot{q}_{rs}''} - \frac{Cx}{U_m} t_{chem} \right]^{-1},$$

где l_h – длина прогрева, $\dot{q}_{fc}''$ – конвективный поток тепла на твердую поверхность, $\dot{q}_{fr}''$ – поток от излучения пламени, $\dot{q}_{rs}''$ – поток от повторного излучения от твердого вещества, U_m – скорость потока, t_{chem} – время химических реакций, ρ_s – плотность твердого материала, c_s – удельная теплоемкость, τ – толщина твердого слоя, T_p – температура твердого материала, T_o – начальная температура твердого материала.

Пренебрегая химическими взаимодействиями и предполагая, что поток излучения от пламени уравнивает поверхностное излучение и длина нагрева связана с длиной пиролиза как $l_h \sim Cl_p$ [73, 84], запишем предыдущее уравнение следующим образом:

$$V_f \approx l_p \left[\frac{h(T_f - T_p)}{\rho_s c_s \tau (T_p - T_o)} \right]$$

Продолжая дальнейшие преобразования полученной формулы, можно определить скоростью распространения пламени по поверхности твердого горючего как [85]:

$$V_f \propto P^{1/2} l_p^{1/2} U_f^{1/2} \left[1 + \frac{g^2 l_p^2}{U_f^4} \right]^{1/8} (T_f - T_p)$$

Хотя при выводе этой аналитической формулы сделан ряд значительных упрощений, с помощью нее можно понять существующие проблемы. Первое, на что следует обратить внимание, это то, что на Земле невозможно воспроизвести эксперимент по распространения пламени с принудительным потоком в микрогравитационных низкоскоростных потоках, о чем уже говорилось ранее.

В условиях микрогравитации скорость распространения пламени будет иметь вид

$$V_f \propto P^{1/2} l_p^{1/2} U_f^{1/2} (T_f - T_p).$$

При нормальной гравитации распространяющееся вверх пламя обычно растёт и ускоряется. Произойдет ли это в условиях микрогравитации, когда пламя подвергается только вынужденному конвективному потоку? Для ответа на данный вопрос необходимо проведение экспериментов в условиях невесомости. Одним из вариантов исследования поведения пламени в условиях микрогравитации являются эксперименты в башнях (или шахтах) «Drop tower». Например, таким экспериментам посвящены работы Э. Сона и А. Крикуновой [86-88], в которых исследуется поведение метано-воздушного пламени в условиях нормальной и пониженной гравитации. Авторами было показано, что для случая, когда вектора скорости потока и гравитации противоположно направлены, высота факела пламени, имеющая наибольшее значение в условиях невесомости, с увеличением скорости потока уменьшается до высоты пламени, зафиксированной в земных условиях. А при сонаправленной ориентации векторов скорости и гравитации, наоборот, высота факела пламени горелки меньше, чем в условиях земной гравитации.

Хотя проведение крупномасштабных экспериментов по горению на орбитальных станциях является сложной задачей, эти результаты обеспечивают решающую связь между испытаниями, мелкомасштабными экспериментами по микрогравитации и теорией. Для решения проблем и устранения пробелов в знаниях, описанных выше, и обеспечения достаточного количества экспериментальных данных была разработана серия экспериментов Saffire [89].

Существует также достаточное количество теоретических и экспериментальных работ, посвященных задаче о распространении пламени при обдуве встречным поток окислителя. Наиболее значимые результаты и теории представлены в работах Дж. ДеРиз и Р. МакКалеви, В. Сиринаньо, Я. Оки и С. Цуге, А. Фернандес-Пелло и Ф. Вильямс, А. Фрей и Дж. Тьен, Ф. Вильямс, В. Паркер и С. Хирано, И. Вичман и Ф. Вильямс, подробное описание которых приведено в [90]. Среди работ, посвященных изучению распространения волны горения навстречу потоку окислителя, нельзя не выделить работы С.С. Рыбанина [91, 92].

Не менее важной и актуальной является задача о распространении пламени по поверхности твердого горючего при интенсивном обдуве окислителем. Такой тип горения характерен для гибридных ракетных двигателей. Развитие гибридных двигателей и, соответственно, исследования по данному направлению начались в конце прошлого столетия [93, 94], а первый гибридный ракетный двигатель ГИРД-9 был создан в СССР под руководством С.П. Королева по проекту М.К. Тихонравова [95].

Если говорить, об аналитических подходах к решению поставленной задачи, то существуют как традиционные работы, основанные на аналогии Рейнольдса, равенстве единице чисел Льюиса и Прандтля и бесконечной скорости реакции [96], так и работы, исследующие влияние конечных скоростей химической реакции на характер процесса [97], горение плавящихся гибридных топлив [98, 99], учитывающие шероховатость поверхности топлива, которая при нагреве сохраняет форму [100], вклад радиационной составляющей в баланс энергии на поверхности [101].

Не менее важными является численное моделирование процессов горения в гибридном двигателе, интерес к которому отмечается у многих авторов [102-109]. Как правило при численном моделировании большое внимание уделяется процессам в газовой фазе, в то время как химические превращения имеют простой вид и выражаются законом Аррениуса [110 -112, 91].

Работы коллектива авторов [113-115] посвящены численному моделированию горения НТРВ в потоке газообразного кислорода. В работе [114] авторами исследовано два способа подачи окислителя в камеру сгорания: окислитель поступает равномерно через всю площадь входного отверстия в камеру сгорания и через область значительно меньшую, чем площадь отверстия в камеру сгорания. Показано, что во втором случае из-за образования области рециркуляции наблюдается интенсивное перемешивание паров топлива с окислителем, что приводит к увеличению теплотоков к поверхности твердого топлива, следовательно, более высокой скорости выгорания.

Другой группой ученых [116, 117] достигнут большой прогресс в численном моделировании гибридных ракетных двигателей, использующих в качестве топлива НТРВ. Здесь уже химические взаимодействия описываются 22 реакциями из 12 компонент, проведены двух- и трехмерные расчеты и представлены профили температуры, концентраций компонентов и скорости газового потока. Как и в других работах данной тематики показано образование вихрей в камере сгорания, приводящих к увеличению скорости выгорания твердого горючего в этой зоне.

Нельзя не затронуть тему экспериментальных работ по горению твердых горючих материалов, которая освещена в обзоре [95]. Если говорить о технической составляющей данного вопроса, то принципиальная схема экспериментальной установки описана в [118-125].

Работы [126-130] посвящены экспериментам по горению чистого НТРВ или НТРВ с добавкой порошка алюминия в цилиндрическом канале при радиальной и тангенциальной подачах газообразного кислорода. На сегодняшний день не существует достаточного количества экспериментальных данных по сверхзвуковому обдуву горячей поверхности твердого горючего материала, а большинство экспериментов выполняется при дозвуковом обдуве. Также в подавляющем числе работ результаты получены для стационарного режима, в то время как моделирование нестационарных процессов воспламенения остается актуальным и требующим дальнейших исследований разделом теории горения.

Как отмечено в работе [131], при исследовании горения твердого горючего материала требуется качественное моделирование турбулентных эффектов, поэтому далее рассмотрим эту тему подробнее.

Согласно Дамкелеру [132] при турбулентном горении возможны два случая: в первом случае ширина зоны пламени больше масштаба турбулентности, а во втором – меньше. В последнем случае поверхность пламени искривляется за счет наличия турбулентности, что, согласно принципу Михельсона, ведет к возрастанию скорости.

Одной из идей, использующейся при моделировании горения, является предположение что турбулентное пламя, как и турбулентные потоки без горения, «пятнисто»: то есть фрагменты горячего и холодного газа смешиваются внутри пламени подобно архипелагу в море или озерной системе на суше. Эта концепция, являющаяся развитием идей Дамкелера, была впервые представлена в работе Щелкина [133], а развитие получила в рамках двухжидкостной модели Сполдинга [134].

В работах А.Г. Прудникова отражен статистический подход к теории турбулентного горения [135], а исследователи Б. Карловиц, Д. Деннистон и Ф. Уэллс предложили учитывать турбулентность, генерируемую пламенем [136], существование которой было позже подтверждено в опытах И.Л. Кузнецова, Г.Р. Барановой, Ю.В. Игнатенко и А.М. Трохана [137]. Нельзя не сказать, что турбулизация пламени может возникать не только из-за наличия внешних факторов, но и вследствие внутренней гидродинамической неустойчивости самого фронта пламени, что было теоретически показано Л.Д. Ландау [138].

Предположение о наличии диффузионного пламени, которое изменяет свою форму под влиянием турбулентных потоков, также применяется и при решении задач турбулентного горения. Так как в данном случае наблюдается несовпадение масштабов: малые масштабы при химических процессах и большие, связанные с турбулентностью, то эффективным является использование при моделировании турбулентного горения асимптотических методов [139].

Достаточно простой и эффективной при численных расчетах турбулентного горения является модель диссипации вихря, предложенная Сполдингом [140]. В данном случае скорость образования продуктов реакции определяется скоростью турбулентного смешения.

Кроме того, при решении задач турбулентного горения возникают сложности, связанные с необходимостью учета химических взаимодействий и фазовых переходов. Первые численные подходы к решению таких задачи основывались на алгебраических моделях, в частности, на теории пути смешения

Прандтля [141], а самой востребованной оказалась модель Себиси - Смита [142, 143]. Хотя данные модели в настоящее время практически не используются, т.к. они недостаточно универсальны и тяжело интегрируются в современные коды, данные модели показали свою эффективность и надежность при моделировании турбулентного пограничного слоя [144].

На сегодняшний день наибольшее распространение при численном моделировании течений в пограничных слоях с горением получили дифференциальные модели турбулентности. Чаще всего используются два типа моделей: k - ϵ и k - ω модели [145-148], которые учитывают начальную область ламинарного течения, силы плавучести и турбулентные пульсации. Наиболее эффективными современными моделями из класса k - ϵ и k - ω моделей являются модели Спаларта-Аллмареса SA и Ментера SST [149, 150].

Но в случаях, когда, например, градиент давления становится положительным или сильно отрицательным, или происходит отрыв потока рассмотренные выше модели турбулентности дают существенную ошибку и их использование при численной реализации задачи становится не рациональным. В связи с этим, необходима разработка новых моделей турбулентности. На данный момент перспективными являются модели напряжений Рейнольдса, которые в сравнении с моделями турбулентной вязкости являются более эффективными при расчетах различных течений [151]. Также резко возросшие вычислительные мощности аппаратно-программных комплексов дают возможность проводить прямое численное моделирование течений с химическими реакциями, моделируя турбулентность с помощью метода крупных вихрей. Но такое численное моделирование эффективно только для задач с малыми числами Рейнольдса и простыми кинетическими механизмами [152].

При моделировании турбулентных течений с учетом химических превращений одним из важным вопросов, кроме вопроса о выборе модели турбулентности, является вопрос о выборе механизма химических реакций. На первый взгляд, использование полного кинетического механизма должно

приводить к увеличению точности расчета, но ненадежность кинетического механизма ставит под вопрос эффективность такого подхода и склоняет к использованию диффузионной модели, позволяющей в разы уменьшить время расчета задачи.

В работе [153] проведено сравнение трех вариантов моделирования химических взаимодействий при исследовании химически реагирующего пограничного слоя. Были рассмотрены диффузионная модель (скорость сгорания бесконечна, горение описывается одной глобальной реакцией), модель химического равновесия и кинетическая модель. Авторами было показано, что все три варианта дают близкие результаты при определении коэффициента теплоотдачи и профилей скорости и температуры в пограничном слое, а вот для определения концентраций промежуточных продуктов сгорания необходимо использование кинетической модели.

Если говорить об экспериментальном изучении реагирующих пограничных слоев, то количество работ, посвященных данному вопросу, крайне мало [154-157], в то время как, структура пограничных слоев при отсутствии химических реакций достаточно изучена [49, 158, 159].

В работе [160] показано, что имеющиеся опытные данные измерения характеристик тепло- и массообмена разных авторов имеют сильный разброс. Представленная авторами диффузионная однофронтальная модель имеет большое различие с экспериментальными данными. Требуется создание более эффективных расчетных и экспериментальных моделей.

Горение капель горючего в атмосфере окислителя.

Если распространение пламени, поддерживаемое газообразным топливом, активно изучалось в течение последних двух столетий, то исследованиям горения распыленного жидкого топлива уделялось гораздо меньше внимания. С развитием науки, технологий и техники впрыск распыленного жидкого топлива стал характерен для многих систем: от печей до газовых турбин и ракетных двигателей. Эти два последних применения послужили толчком для более

глубокого изучения процессов, регулирующих горение распыленного жидкого топлива.

Для облегчения впрыска, распределения по объему и перемешивания жидкое топливо подается в камеру сгорания, например, жидкостного ракетного двигателя, через форсунки. Поэтому моделирование процессов, происходящих в камерах сгорания данного типа, требует изучения горения распыленного жидкого топлива, а также химических и физических факторов, влияющих на рассматриваемый процесс. Несмотря на то, что в последнее время уделяется большое внимание изучению данного вопроса, решение задач, связанных с созданием эффективных двигателей, требует новых моделей, методов и подходов. В связи с этим, исследование процесса горения одиночной капли, на котором основывается теория горения распыленного топлива, является важной и актуальной задачей.

Кроме того, изучение горения и испарения одиночных капель имеет большое значение не только при разработке жидкостных ракетных двигателей, но и двигателей, работа которых основана на детонационном сгорании топлива. Еще в 1960-х годах Э. Даборой [161] и К. Рэгландом [162] были проведены исследования двухфазной детонации, и было показано, что скорость распространения детонационной волны в двухфазном распыленном топливе значительно снижается из-за наличия капель жидкости. Также авторами было обнаружено, что использование распыленного жидкого топлива приводит к увеличению ширины зоны химической реакции, увеличению потерь тепла через стенки и, как следствие, уменьшению скорости распространения волны. Согласно работам С. Губина и М. Зихеля [163] основной причиной уменьшения скорости распространения волны является не внешнее рассеивание тепла в зоне реакции, а неполное сгорание топлива. В указанной работе также было отмечено, что при диаметре капли менее 20 мкм скорость волны может достигать теоретического значения скорости Чепмена-Жуге. Однако, Д. Булл [164] обнаружил, что уменьшение скорости двухфазной детонации все еще существует в неограниченном пространстве без влияния рассеяния тепла на

стенку, т.е. потеря тепла через стенку не является единственной причиной уменьшения скорости волны. Таким образом, у исследователей все еще нет достаточного понимания структуры детонационной волны, ее устойчивости, предела детонации и процесса инициирования двухфазной детонации. Данная проблема осложняется необходимостью учитывать размер распыленных капель, равномерность распыления, поле течения и взаимодействие между волной детонации и облаком капель. Классической теории дефлаграции и детонации для предварительно перемешанного топлива недостаточно для описания образования и распространения детонационной волны в двухфазной жидкости.

К. Брофи [165] провел большое количество исследований, посвященных импульсному детонационному двигателю, работающему на топливе JP10, и обнаружили, что диаметр капли, необходимый для инициирования горения в смеси JP10/кислород, составляет менее 10 мкм. Автором было отмечено, что максимальная газификация жидкого топлива позволит избежать снижения скорости детонационной волны. В работах В. Фань [166] было показано, что, с использованием центробежного сопла при температуре впрыска выше 473К можно добиться мгновенного распыления. Таким образом, по сравнению с нормальной температурой впрыска удельный импульс топлива может быть увеличен в 1,2 раза. Опираясь на имеющиеся исследования, можно говорить о том, что устойчивая детонационная волна формируется, когда капли жидкого топлива достаточно малы или находятся в критическом состоянии. Испарение и горение капель является одним из ключевых факторов, влияющих на распространение детонационной волны, и неотделимо от изучения теории двухфазной детонации.

Интересно, что не только капли, но и частицы влияют на развитие процесса детонации. Так в работе Л. И. Седова и др. [167] экспериментально показано, что в определенных условиях наличие инертных частиц способствует развитию устойчивой детонационной волны даже в нестехиометрических средах. А численному моделированию взаимодействия фронта детонации с неоднородностями в виде частиц посвящены работы В. П. Коробейникова, В. В.

Маркова и др. [168, 169], В. А. Левина, В. В. Маркова и др. [159], В. А. Левина и Ю. В. Туника [170-173].

Вернемся к вопросу горения одиночной капли жидкого горючего в атмосфере газообразного окислителя. Такой процесс характеризуется образованием вокруг капли области, насыщенной парами горючего, которые вступают в реакцию с газообразным окислителем. Вблизи капли устанавливается зона горения. В зону горения изнутри диффундируют пары горючего, а снаружи – окислитель. По мере выгорания капли из-за уменьшения поверхности общее испарение уменьшается, зона горения сужается и исчезает при полном выгорании капли (для полностью испаряющихся жидких горючих). Исследованию описанной задачи посвящены ряд обзоров, содержащих основные аспекты развития данного вопроса [174-178].

Первой работой, посвященной испарению капель, является статья Дж. Максвелла [179] о диффузии в плотной ртути в вакууме. Дж. Максвелл рассмотрел случай стационарного испарения сферической капли в предположении о равновесной концентрации пара у ее поверхности и получил следующее выражение для диффузионного потока пара через поверхность капли радиуса r [178]:

$$I = 4\pi r D (Y_w - Y_\infty),$$

где D – коэффициент диффузии пара, Y_w, Y_∞ – концентрации пара на поверхности капли и на бесконечности соответственно. Данные исследования были позже продолжены И. Ленгмюром [180-182] и М. Кнудсеном [183], которые изложили концепцию, описывающую взаимодействие отдельных газообразных молекул с жидкой или твердой поверхностью и выразившуюся в уравнение Герца-Кнудсена (в англоязычной литературе иногда встречается название «уравнение Кнудсена-Ленгмюра»):

$$\frac{1}{A} \frac{dN}{dt} \equiv \varphi = \frac{\delta_p}{\sqrt{2\pi m k_B T}} = \frac{\delta_p N_A}{\sqrt{2\pi M R T}},$$

где A – площадь поверхности, N – количество молекул газа, p – давление, δ – коэффициент аккомодации, M – молярная масса, m – масса испаряющихся молекул, k_B – константа Больцмана, N_A – число Авогадро.

В то же время, вопрос о механизме передачи тепла из зоны горения наружу и к капле не представлялся ученым достаточно ясным, поэтому в 1930-х годах результаты, полученные в теории тепломассопереноса, были применены для объяснения процесса испарения [184]. Позже в 1940-50х годах теория пограничного слоя и теория подобия использовались сначала Н. Фрослингом [185], а затем В. Ранцем и В. Маршалом [186] для описания тепломассопереноса при движении сферической капли в потоке. Теоретические и экспериментальные исследования, проведенные до середины 1950-х годов и посвященные испарению и росту капель в сплошной среде, обобщены и представлены в обзоре Н. Фукса [178]. Предположение о том, что перенос тепла при испарении одиночной капли происходит только за счет теплопроводности послужило основой для понимания данного процесса. Так Г. Варшавский [187] предполагал наличие вокруг капли сферической «пленки», во внутренней части которой находятся продукты горения и пары топлива, а с внешней стороны – продукты горения и окислитель. Для упрощения решения задачи В. Померанцев [188] положил температуру жидкой капли равной температуре кипения. А для того, чтобы показать определяющую роль испарения при горении капли и оценить зависимость данного процесса от тепловых условий Л. Хитрин [189] рассмотрел движущуюся в потоке каплю в предположении, что теплообмен с окружающей средой совершается только благодаря конвекции. В результате чего, выражение для теплового потока приняло следующий вид:

$$q = \alpha(T_e - T_k),$$

где T_e – температура окружающей среды, α – коэффициент теплоотдачи, зависящий от состояния среды и рассчитывающийся по зависимости критерия Nu от числа Re . В соответствии с данной теорией продолжительность выгорания капли, испаряющейся в процессе конвективного нагрева в потоке,

пропорциональна квадрату ее начального радиуса. Модели данного типа в англоязычной литературе часто называются " d^2 -law". Позднее и независимо от Г. Варшавского было рассмотрено диффузионное горение капли и получены аналогичные результаты Д. Сполдингом [190], Г. Годсейвом [191], М. Гольдсмитом и С. Пеннером [192], а также Х. Уайзом и др [193].

Г. Годсейв [191], рассмотрев испарение однокомпонентной стационарной капли со сферической симметрией, предложил следующее выражение для массовой скорости [194]:

$$\dot{m} = \frac{2\pi k d \ln[1 + c_p(T_f - T_w)/(L - R_\alpha)]}{c_p(1 - d/d_f)},$$

где $\dot{m}$ – массовая скорость испарения, k – теплопроводность, d – диаметр капли, c_p – удельная теплоемкость, T_f – температура пламени, T_w – температура на поверхности капли, R_α – энергия излучения на единицу испарившейся массы, d_f – расстояние от центра капли до зоны пламени (находится экспериментально).

Д. Сполдинг [190] предположил, что горение происходит в пограничном слое, окружающем каплю, и что толщина слоя может быть определена по аналогии с коэффициентами тепломассопереноса. Решая уравнения переноса, Д. Сполдинг получил выражения для T_f , d_f и $\dot{m}$, последнее из которых приняло вид

$$\dot{m} = \frac{2\pi k d}{c_p} \ln(1 + B), \text{ где } B = \frac{QY_{\infty}}{L\mu} + c_p \left(\frac{T_\infty - T_s}{L} \right).$$

Используя два предыдущих уравнения, можно определить зависимость диаметра капли от времени:

$$d_o^2 \cdot d^2 = \lambda t, \text{ где } \lambda = -\frac{4\dot{m}}{\pi\rho_l d}.$$

Полученное уравнение корректно описывает горение однотопливных капель при давлении близком к атмосферному, но не совсем подходит для остальных случаев, т.к. изменение в соотношении диаметров пламени и капель,

согласно квазистационарному анализу М. Гольдсмита и С. Пеннера [192], должно быть постоянным. С. Котаке и Т. Окадзаки [195] провели численное моделирование этих эффектов, а Х. Криер и Дж. Вронкевич [196] получили выражение, описывающее зависимость диаметра капли от времени, через d_f / d . Д. Рознер и В. Чанг [197] изучали нестационарные эффекты испарения капель в условиях близких к критическим. Р. Креспо и А. Линан [198] провели асимптотический анализ нестационарных эффектов в газовой фазе.

Нестационарная сферически-симметричная задача горения капли с учетом многокомпонентной диффузии и влияния силы поверхностного натяжения жидкости была рассмотрена С. Фроловым и др. [199-202] численно. При изучении горения одиночной капли С. Фроловым было обнаружено наличие сажевой оболочки в виде шарового слоя, находящегося между поверхностью капли и пламенем. А также было показано, что поверхность пламени, сначала удаляясь от капли, затем меняет направление движения, как бы «схлопываясь» по направлению к ее поверхности [203].

Стоит отметить, что модель горения капли, разработанная Г. Варшавским и предполагающая наличие «пленки» вокруг капли, несет в себе тот же смысл, что и модель Шваба-Зельдовича, говорящая об образовании поверхности диффузионного пламени над поверхностью горючего материала [45-47]. Ф. Вильямсом [43] была сформулирована модель горения одиночной капли, основанная на принципе Шваба-Зельдовича и ставшая основой современного понимания процесса диффузионного горения капель.

Классическая теория горения капель Г. Годсейва [191], предсказывающая, что квадрат диаметра капли линейно уменьшается со временем, широко используется и по сей день, например, для оценки скорости горения в задачах о распыленном топливе. Однако эта теория не учитывает многие эффекты, которые могут стать значимыми при определенных условиях [177]. Например, В. Наягам, Д. Дитрих и Ф. Вильямс [204] утверждают, что, хотя нестационарные эффекты, вызванные нагревом жидкой фазы во время горения капель, были исследованы К. Лоу [205] и К. Лоу и В. Сиринаньо [206], нигде не учитывался

эффект теплового расширения жидкой капли, а плотность жидкой фазы считалась постоянной.

Обычно задачи о горении капли решаются в предположении о равновесном испарении, что является сильным приближением, поскольку в природе фазовый процесс обычно протекает неравновесно. В работах Н. Фукса [178, 207] показано, что при испарении капли влияние неравновесных эффектов в несколько раз больше, чем эффектов, связанных с поверхностным натяжением, электрическим и радиационным влиянием. Также А. Кульчицким [208], А. Кульчицким и Н. Смирновым [209, 210] было получено, что неравновесность процесса испарения необходимо учитывать для капель радиусом 10-100 мкм. Также авторами отмечается [208], что поверхностное натяжение существенно лишь для капель порядка 0.1 мкм. Этот результат подтверждает эксперимент по испарению капли в потоке газа, проведенный Р. Миллером и др. [211]. Представленные в работе Р. Миллера и др. [211] данные говорят о том, что для малых капель, диаметр которых составляет порядка 100 мкм, время полного испарения капли по неравновесной модели может быть больше на 80% времени жизни капли, посчитанной по равновесной модели. Стоит отметить, что учет неравновесных эффектов производился только для задач испарения капель, а исследование горения капель проводилось только в предположении о равновесном фазовом переходе.

Одним из факторов, влияющих на горение капли в естественных условиях, является конвекция. Известно, что конвекция приводит к увеличению скорости испарения, возникновению неоднородного теплового потока по поверхности капли, возникновению пограничного слоя конечной толщины, изменению формы пламени и отрыву пламени. Чаще всего учет конвективных эффектов основывается на предположении подобия моделей твердых сфер и состоит в эмпирической подгонке констант к поправочному коэффициенту в случае покоя [185, 186]. Существует ряд аналитических исследований конвективного испарения и горения капель в пограничном слое. Примерами таких работ являются принудительное конвективное испарение С. Пракаша и В. Сирияню

[212], принудительное конвективное горение Л. Кришнамурти и Ф. Вильямса [213], естественное конвективное горение Х. Ву и др. [214], и смешанная, принудительная и свободно-конвективная газификация, зажигание, устойчивое горение и тушение, описанное А. Фернандес-Пелло [215].

Диффузионный режим горения предполагает превышение скорости химической реакции над скоростью диффузии элементов, однако, в некоторых случаях скорость химической реакции может быть того же порядка, что и скорость диффузии, а это уже требует учета кинетики. Одним из таких примеров является процесс воспламенения капель. Воспламенение характеризуется быстрым переходом от химически контролируемого процесса к устойчивому диффузионному горению и тесно связано с образованием сажи и NO_x [216]. Хотя существует достаточно большое количество работ, посвященных математическим и численным моделям испарения капель, например, цикл работ С. Сажина и др. [217-219], горение капель и, в частности, процесс воспламенения капли топлива все еще плохо изучен. При впрыске в горячую газовую среду капля начинает испаряться, образуя химически реагирующую смесь паров топлива и окислителя. В этом случае требуется детальное изучение как условий, необходимых для возгорания, так и связанных с этим физических и химических процессов. Большинство экспериментальных исследований по воспламенению капель жидкого топлива посвящено измерениям и эмпирическими корреляциями времени задержки воспламенения [216, 220-225].

К. Полимеропулосон и Р. Пескин [226], численно проинтегрировав уравнения баланса для стационарного горения капель жидкого топлива в атмосфере газообразного окислителя, представили описание поведения капель от области, соответствующей кинетическому режиму горения, до области, контролируемой диффузией. Условия воспламенения были определены функцией, зависящей от концентрации кислорода в окружающей среде, для различных скоростей реакций, порядков реакций и стехиометрических соотношений.

К. Лоу [227] рассмотрел квазистационарный случай диффузионного горения капли, используя результаты, полученные Ф. Вильямсом [228] и Дж. Бакмастером и Г. Ладфордом [229] для одностадийной реакции в газовой фазе. К. Лоу построил характеристическую S-образную кривую зажигания-погасания для различных режимов горения и определил критические числа Дамкелера для воспламенения и погасания. Позже К. Лоу [230] применил эти результаты к анализу процесса воспламенения капли, объединив с процессом ее нагрева. Хотя квазистационарный подход эффективен при изучении горения капель, его использование для моделирования воспламенения капли, в силу нестационарности данного процесса, дает ошибку. Также С. Фроловым и др. [201, 231] было проведено моделирование зажигания и горения капель парафиновых углеводородов с использованием полуэмпирического кинетического механизма реакций. И. Ассовским и др. [232-236] был исследован теоретически и экспериментально процесс воспламенения и горения капель, а также оценено влияние на него гравитации. Авторами [232-236] было показано, что при воспламенении и следующим за этим горении большая часть конденсированной фазы может испаряться при температуре капли существенно меньшей, чем температура ее кипения. В большинстве работ [237, 238, 201, 231] авторами используется численный анализ для исследования и корректного описания воспламенения капель.

Отдельного внимания заслуживает тема об экспериментальных исследованиях горения капель. Все существующие эксперименты можно условно разделить на три группы. К первой группе относятся эксперименты со взвешенными каплями, т.е. капля горючего взвешивается на конце кварцевой нити, и отслеживается изменение диаметра капли после воспламенения. В эту группу входят эксперименты, проведенные Г. Годсейвом [191], А. Холлом и Дж. Дидериксеном [239], Н. Голдсмитом и С. Пеннером [240]. Вторая группа – пористая сфера с подачей жидкости внутрь. Сюда относятся эксперименты Д. Сполдинга [190], Г. Худякова [241]. А экспериментальные исследования одиночных капель горючего в свободном полете после воспламенения

составляют третью группу, в которую входят работы Т. Чанга [242], Н. Хоттела и др. [243], А. Нуруззамана и др. [244], Дж. Санджиованни и А. Кестена [245], С. Хэнсона [246], С. Ра и др. [247, 216].

Из трех групп наиболее предпочтительными являются эксперименты с одиночными каплями в свободном полете, т.к. в этом случае отсутствует помехи от нитей, но в тоже время большое влияние оказывает принудительная конвекция. Для достижения условий невесомости при проведении экспериментов существует три возможности: параболические полеты, башни или шахты и космическая станция. Имеющиеся результаты экспериментов, проведенных в параболических полетах, башнях или шахтах, показали, что после некоторого промежутка нестационарного горения уменьшение квадрата диаметра капли со временем происходит по линейному закону [43], что подтверждает правильность теоретических результатов.

Поскольку проведение экспериментов на борту МКС позволяет изучить горение капель в стационарной среде без влияния конвекции, а также выявить особенности горения, которые невозможно зафиксировать в земных условиях, данные экспериментальные результаты имеют большую научную ценность.

С 2009 года на борту Международной Космической Станции проводится серия экспериментов FLEX (Flame Extinguishment Experiment) по горению одиночных капель в невесомости [248]. Целью данных экспериментов является изучение процессов горения в микрогравитации и исследование радиационного и диффузионного погасания капель. Обычно считается, что диффузионное пламя может угасать либо диффузионным, либо радиационным способом. Первый случай характеризуется медленным поступлением горючего в область пламени, в результате чего термоконвективные эффекты приводят к остыванию зоны горения и прекращению химической реакции, а второй чрезмерными потерями тепла в результате радиации из зоны горения.

В ходе экспериментов командой ученых во главе с Д. Дитрихом [248] было обнаружено, что капля н-гептана ведет себя необычным образом: после радиационного затухания горячего видимого пламени, радиус капли продолжает

уменьшаться, т.е. капля продолжает гореть. Такое горение капли называют горением с «холодным» пламенем или «холодным» горением [248-255]. «Холодное» пламя не фиксируется приборами наблюдения, использованными в экспериментах FLEX. Исследованию данного явления посвящены серии работ, выполненные Д. Дитрихом, В. Наягамом, Т. Фаруком, Ф. Драером [248-255, 257], а также С. Фроловым [256].

В работах Т. Фарука [257], В. Наягама [258] и В. Катта [259] показано, что существует два основных режима горения капли н-гептана: высоко- и низкотемпературный режимы. После высокотемпературного горения с видимым пламенем происходит переход к низкотемпературной стадии, на которой продолжается горение и испарение без видимого пламени. Низкотемпературное горение одиночной капли до проведения экспериментов FLEX не исследовалось.

Интересно, что экспериментальные результаты, полученные в рамках FLEX, показывают, что квадрат диаметра капли фактически увеличивается после воспламенения и становится линейно убывающей функцией времени только позже, непосредственно перед потуханием горячего пламени. По мнению В. Наягама, Д. Дитриха и Ф. Вильямса [204] для того, чтобы выявить данный эффект при теоретических исследованиях, необходимо учитывать тепловое расширение капли. Такого же мнения придерживаются С. Фролов и др. [199, 200], говоря о том, что на стадии прогрева капли зависимость квадрата диаметра капли от времени становится нелинейной.

ГЛАВА 1. ГОРЕНИЕ КАПЛИ ГОРЮЧЕГО В АТМОСФЕРЕ ОКИСЛИТЕЛЯ.^a

Задача о горении капли имеет большое практическое значение, в первую очередь, при моделировании и разработке дизельных, ракетных и газотурбинных двигателей, а также других устройств, работающие на жидком топливе (например, котлов и топок). Хотя во всех этих устройствах происходит горение распыленного жидкого топлива, а не сжигание отдельных капель, изучение механизма горения одной капли в атмосфере окислителя является фундаментальным аспектом для понимания процессов, происходящих в перечисленных гетерогенных системах.

Как для задач испарения, так и для задачи горения капли могут быть получены аналитические решения. Эти решения позволяют исследовать влияние размера капли и условий окружающей среды на скорость газификации (массовую скорость горения) и срок жизни капли, которые важны при разработке и эксплуатации практических устройств.

Как показывают эксперименты, горение одиночной капли в атмосфере окислителя обычно происходит в диффузионном режиме, т.е. все химические реакции протекают в узкой зоне, которую можно считать поверхностью диффузионного пламени.

Кроме того, при решении задач о горении капли чаще всего используется предположение о равновесном фазовом переходе. На поверхности фазового перехода часть молекул, соударяясь с поверхностью, удерживается на поверхности, т.е. конденсируется, а часть молекул покидает поверхность конденсированной фазы и переходит в газ, т.е. испаряется или сублимируется.

^a При подготовке данной главы диссертации использовались следующие публикации автора, в которых, согласно «Положению о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова», отражены основные результаты, положения и выводы исследования: Tyurenkova V. V. Non-equilibrium diffusion combustion of a fuel droplet // *Acta Astronautica*. — 2012. — Vol. 75. — P. 78–84; Tyurenkova V. V., Smirnov N. N., Guendugov V. M. Analytical solution for a single droplet diffusion combustion problem accounting for several chain reaction stages // *Acta Astronautica*. — 2013. — Vol. 83. — P. 208–215; Тюренкова В. В., Смирнов Н. Н. Горение капли жидкого горючего при неравновесном испарении с поверхности // *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*. — 2014. — № 4. — С. 38–42; Гендугов В. М., Смирнов Н. Н., Тюренкова В. В. Решение задачи диффузионного горения капли с учетом протекания нескольких независимых реакций // *Физика горения и взрыва*. — 2014. — № 6. — С. 31–40; Tyurenkova V. V. Two regimes of a single n-heptane droplet combustion // *Acta Astronautica*. — 2019. — Vol. 163, no. A. — P. 25–32.

Если скорости испарения и конденсации равны, то такой фазовый переход называют равновесным, в ином случае – неравновесным. Предположение о фазовом равновесии оказывается сильной идеализацией, т.к. чаще всего скорости испарения и конденсации различаются.

Данная глава посвящена точным решениям задачи горения и испарения капли горючего в атмосфере газообразного окислителя с учетом неравновесных фазовых переходов. Рассмотрены случаи наличия как одной, так и нескольких независимых брутто-реакций, описывающих химическое взаимодействие окислителя с горючим.

Изучено горение капли горючего в высоко- и низкотемпературных режимах с использованием аналитического подхода. Отдельно рассмотрено горение с «холодным» пламенем, т.е. продолжающийся после радиационного погасания «горячего» пламени процесс горения без наличия видимой поверхности пламени. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментами FLEX по горению одиночных капель в невесомости.

1.1. Диффузионное горение капли горючего при протекании одноступенчатой химической реакции с учетом неравновесных эффектов.

1.1.1. Постановка задачи.

Будем рассматривать сферически симметричную задачу горения одиночной равномерно прогретой капли постоянного радиуса в системе координат, начало которой совпадает с центром симметрии [260], область $x > x_w$ соответствует смеси газов, $0 < x < x_w$ - жидкости, а $x = x_w$ и $x = x_*$ - поверхности капли и пламени соответственно (Рис. 1.1).

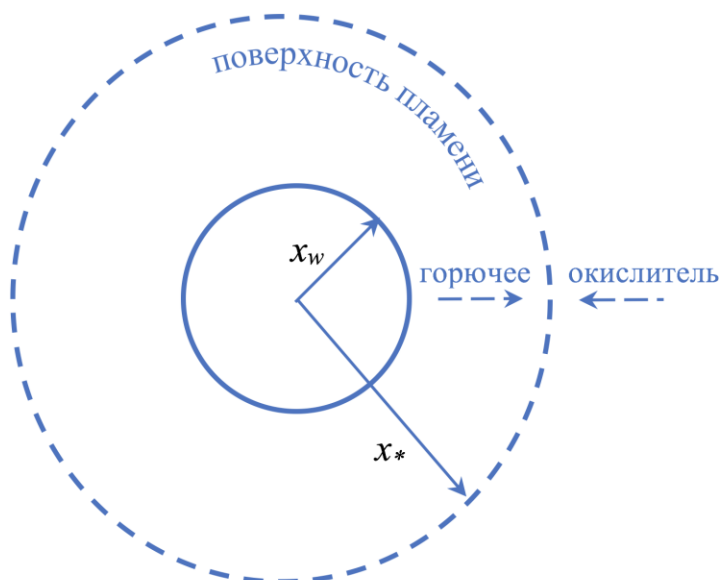


Рис. 1.1. Схематическое изображение постановки задачи.

Сначала, для простоты изложения, определим некоторые параметры, которые будут использоваться далее:

m_i - молярная масса i -го компонента,

ρ_i - плотность i -го компонента,

$\rho = \sum_{i=1}^N \rho_i$ - плотность смеси,

$Y_i = \frac{\rho_i}{\rho}$ - массовая концентрация i -го компонента,

v - скорость смеси,

$p = \sum_{i=1}^N p_i$ - давление смеси,

T - температура смеси,

$\dot{M}_i$ - массовая скорость рождения i -го компонента,

h_i^o - удельная энтальпия образования i -го компонента,

$h = \sum_{i=1}^N Y_i h_i$ - удельная энтальпия всей смеси, где $h_i = c_{pi} T + h_i^o$,

$h_{Li} = (h_i)_g - (h_i)_l$ - удельная теплота фазового перехода i -го компонента,

$\hat{c}_p$ - удельная теплоемкость смеси при постоянном давлении,

c_{pi} - удельная теплоемкость i -го компонент при постоянном давлении,

ω - средняя скорость брутто-реакции,

ν'_i, ν''_i - стехиометрический коэффициент i -го компонента в реакции до и после соответственно,

$$\Delta H = \frac{\sum_{i=1}^N m_i h_i^o (\nu'_i - \nu''_i)}{m_N (\nu'_N - \nu''_N)} - \text{удельная теплота сгорания горючего},$$

$$\Phi_i = \frac{m_i (\nu''_i - \nu'_i)}{m_1 (\nu''_1 - \nu'_1)} - \text{стехиометрическое отношение},$$

μ - коэффициент динамической вязкости,

λ - коэффициент теплопроводности,

R - универсальная газовая постоянная,

D - коэффициент диффузии,

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} - \text{коэффициент Пуассона (показатель адиабаты)}.$$

Индексы:

g - газ,

l - жидкость,

w - поверхность фазового перехода,

e - бесконечность,

$*$ - поверхность пламени.

Будем рассматривать случай, когда химические превращения при горении протекают только в газе, а на поверхности раздела фаз имеет место фазовый переход, и отсутствуют гетерогенные реакции.

При решении задачи будем предполагать, что реагенты при химических превращениях в зоне реакции связаны соотношениями $\sum_{i=1}^N m_i \nu'_i = \sum_{i=1}^N m_i \nu''_i$, причем $i = 1$ – окислитель, $i = N$ – горючее, $i = 2$ – инертный компонент, $i = 3, \dots, N - 1$ – продукты реакции.

Т.к. при диффузионном горении химические реакции протекают на поверхности пламени, удельную теплоемкость для всей смеси можно определять как для механической смеси по следующей формуле:

$$\hat{c}_p = \sum_{i=1}^N c_{pi} Y_i$$

Если химические превращения связаны одним брутто-уравнением, то выполняется следующее условие

$$\frac{\dot{M}_i}{m_i(v_i'' - v_i')} = \omega$$

Будем считать удельную теплоемкость при постоянном давлении (c_{pi}), коэффициенты теплопроводности (λ) и динамическую вязкость (μ) постоянными.

Будем предполагать, что процесс горения капли протекает в квазистационарном режиме, т.е. размеры капли с течением времени уменьшаются значительно медленнее, чем устанавливается газодинамическая картина течения в окрестности капли. Данное предположение подтверждается тем, что скорость уменьшения диаметра капли в $\frac{\rho_g}{\rho_l} \sim 10^{-3}$ раз меньше скорости

оттока газов от поверхности. В рамках этого предположения скорость выгорания определяется в каждый момент времени из стационарного решения.

При наличии массовых сил (сил тяжести) могут возникнуть термогравитационные конвективные течения в окрестности капли (радиуса x_w), являющиеся существенным эффектом при

$Mar = t_{evap}/t_{conv} = \frac{\sqrt{gx_w^3} h_L}{D \hat{c}_{pe} (T_e - T_w + Y_{le} \Phi_N \Delta H)} > 1$. Тогда для капель с радиусом

$x_w^{3/2} < \frac{D \hat{c}_{pe} (T_e - T_w + Y_{le} \Phi_N \Delta H)}{\sqrt{g} h_L}$ влиянием термогравитационных конвективных

течений в окрестности капли можно пренебречь ($Mar < 1$) [210].

Еще одно предположение, которое мы используем, состоит в пренебрежении радиационным переносом энергии. При расчете прогрева и испарения капли радиационный поток, идущий от излучения пламени, намного меньше, чем конвективный поток, идущий на прогрев капли. А при моделировании потухания пламени радиационный поток, наоборот, превосходит конвективный поток от поверхности пламени. Таким образом, радиационные потоки оказываются существенными при расчете потухания пламени, а при изучении прогрева и испарения капель ими можно пренебречь.

Система уравнений для описания стационарной задачи будет иметь следующий вид [43, 56]:

$$\frac{d}{dx}(\rho v x^2) = 0 \quad (1.1a)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho v^2 x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \mu \frac{dv}{dx}) - x^2 \frac{dp}{dx} \quad (1.1б)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho Y_i v x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \rho D_i \frac{dY_i}{dx}) + \dot{M}_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (1.1в)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho h v x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \lambda \frac{dT}{dx}) + \frac{d}{dx}(x^2 \mu v \frac{dv}{dx}) + \frac{d}{dx}(x^2 \rho D_i \sum_{i=1}^N h_i \frac{dY_i}{dx}) \quad (1.1г)$$

$$p = \rho R T \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{m_i} \quad (1.1e)$$

Граничные условия на поверхности раздела фаз $x = x_w$:

$$(\rho v)_g = (\rho v)_l = \dot{m}$$

$$(\rho v)_g Y_{gi} - (\rho D_i)_g \frac{\partial Y_i}{\partial x} \Big|_{x \rightarrow x_w^+} = (\rho v)_l Y_{li} - (\rho D_i)_l \frac{\partial Y_i}{\partial x} \Big|_{x \rightarrow x_w^-} = \dot{m}_i, \quad i = 1, \dots, N$$

$$\sum_{i=1}^N h_{Li} \dot{m}_i = \lambda_g \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x \rightarrow x_w^+} - \lambda_l \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x \rightarrow x_w^-}$$

В широком классе задач, связанных с горением, многие факторы, учитываемые в уравнениях системы (1.1), оказываются несущественными. Далее будет изложен метод Шваба-Зельдовича [43, 56, 210] решения основной системы уравнений, который сводится к упрощению системы (1.1) за счет отбрасывания

малосущественных эффектов, получению первых интегралов и, тем самым, понижению порядка системы. Главной отличительной чертой этого метода является его простота и применимость для решения многих важных задач диффузионного и поверхностного горения материалов.

Будем предполагать, что скорости движения газа, вызванные наличием горения, незначительны ($M^2 = v^2 / (\gamma \frac{p}{\rho}) \ll 1$), эффектами связанными с трением и относительными изменениями давления можно пренебречь. Тогда вместо уравнения количества движения (1.1б) будем применять условие гомобаричности ($\frac{dp}{dx} = 0$) [43].

При выводе уравнений эффектами, связанными с влиянием термодиффузии, диффузионных градиентов давления, объемной вязкости, пренебрежем; коэффициенты бинарной диффузии для различных компонент равны ($D_{ij} = D_{kl} = D$); число Льюиса равно единице $Le = \frac{\lambda}{\rho D \hat{c}_p} = 1$; топливо однокомпонентно ($Y_{INw} = 1$).

Умножим уравнение (1.1в) на h_i^0 , просуммируем по i и вычтем из уравнения (1.1г). С учетом сделанных предположений и произведенного преобразования система (1.1) и граничные условия будут иметь следующий вид:

Для газовой фазы ($x > x_w$)

$$\frac{d}{dx}(\rho v x^2) = 0 \quad (1.2a)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho Y_i v x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \rho D \frac{dY_i}{dx}) + \dot{M}_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (1.2б)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho v \hat{c}_p T x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \frac{\lambda}{\hat{c}_p} \frac{d\hat{c}_p T}{dx}) - \sum_{i=1}^N \dot{M}_i h_i^0 \quad (1.2в)$$

$$p = \rho R T \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{m_i} = const \quad (1.2г)$$

Граничные условия на поверхности раздела фаз ($x = x_w$):

$$(\rho v)_w = \dot{m} \quad (1.3a)$$

$$\dot{m}Y_{iw} = (\rho D \frac{dY_i}{dx})_w, \quad i=1, \dots, N-1 \quad (1.3б)$$

$$\dot{m}(Y_{Nw} - 1) = (\rho D \frac{dY_N}{dx})_w \quad (1.3в)$$

$$h_L \dot{m} = (\lambda \frac{dT}{dx})_w \quad (1.3г)$$

где $\dot{m}$ - массовая скорость испарения жидкости.

Граничные условия на бесконечности записываются следующим образом:

$$T = T_e, Y_1 = Y_{1e}, Y_{2e} = 1 - Y_{1e}, Y_{ie} = 0, i = 3, \dots, N$$

Для описания неравновесного испарения на поверхности фазового перехода будем использовать уравнение Герца-Кнудсена [210, 56]:

$$\dot{m} = \delta_i \sqrt{\frac{m_i}{2\pi RT}} (p_i^*(T_w) - p_i) \quad (1.4)$$

Величина δ_i называется коэффициентом аккомодации молекул i -го компонента и определяет вероятность того, что соударяющаяся молекула останется на поверхности.

Интегрируя уравнение (1.2a) с учетом граничного условия (1.3a), получим следующее выражение, верное в пределах газовой фазы: $\rho v = \dot{m} \frac{x_w^2}{x^2}$.

Введя молярную концентрацию i -го компонента X_i , перепишем уравнение (1.4) в следующем виде:

$$p_e X_i = p_i^*(T_w) - \Delta p_i \quad (1.5)$$

причем $\Delta p_i = \frac{1}{\delta_i} \sqrt{\frac{2\pi RT}{m_i}} \dot{m}$ в неравновесном случае и $\Delta p_i = 0$ в

равновесном, и где p_e - полное давление на бесконечности, p_i - парциальное давление i -го компонента в газовой смеси у поверхности раздела фаз, p_i^* - равновесное давление паров у поверхности фазового перехода при температуре

T_w , определяемое из уравнения Клапейрона - Клазиуса $\frac{p_o}{p_i^*} = \exp \frac{h_{Li} m_i}{R} \left(\frac{1}{T_w} - \frac{1}{T_o} \right)$,

где p_o - парциальное давление паров при температуре T_o .

Учитывая, что для химической реакции имеет место соотношение $\dot{M}_i = \omega m_i (v_i'' - v_i')$, разделим обе части уравнения (1.2б) на $m_i (v_i'' - v_i')$ и получим

$$\frac{d}{dx}(\rho \alpha_i v x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \rho D \frac{d\alpha_i}{dx}) + \omega, \quad i = 1, \dots, N, \quad (1.6)$$

$$\text{где } \alpha_i = \frac{Y_i}{m_i (v_i'' - v_i')}.$$

К подобному виду можно привести и уравнение (1.2в). Для этого разделим правую и левую часть уравнения (1.2в) на $\sum_{i=1}^N m_i (v_i' - v_i'') h_i^0$:

$$\frac{d}{dx}(\rho \alpha_T v x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \rho D \frac{d\alpha_T}{dx}) + \omega, \quad (1.7)$$

$$\text{где } \alpha_T = \frac{\hat{c}_p T}{m_N (v_N'' - v_N') \Delta H}.$$

Уравнения (1.6) и (1.7) представляют собой записанные по Швабу-Зельдовичу уравнение сохранения энергии и уравнение неразрывности компонентов.

Вводя новые переменные β_i , преобразуем уравнения (1.2б)-(1.2в), к следующему виду [56]:

$$\frac{d \rho x^2 v \beta_i}{dx} = \frac{d}{dx} \frac{\lambda x^2}{\hat{c}_p} \frac{d \beta_i}{dx}, \quad i = 2, \dots, N, T, \quad (1.8)$$

$$\text{где } \beta_i = \alpha_i - \alpha_1, i = 2, \dots, N, \quad \beta_T = \alpha_T - \alpha_1.$$

Таким образом система (1.2) сводится к следующей системе уравнений

$$\frac{d}{dx}(\rho v x^2) = 0 \quad (1.9a)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho \alpha_1 v x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \rho D \frac{d\alpha_1}{dx}) + \omega, \quad (1.9б)$$

$$\frac{d\rho x^2 \nu \beta_i}{dx} = \frac{d}{dx} \frac{\lambda x^2}{\hat{c}_p} \frac{d\beta_i}{dx}, \quad i = 2, \dots, N, T \quad (1.9\text{в})$$

$$p = \rho RT \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{m_i} = \text{const} \quad (1.9\text{г})$$

Граничные условия системы (1.9) состоят из условий на поверхности фазового перехода $\beta_i = \beta_{iw}$ и на бесконечности во внешнем потоке $\beta_i = \beta_{ie}$.

Используя новые переменные $\check{\beta}_i = \frac{\beta_i - \beta_{iw}}{\beta_{ie} - \beta_{iw}}$, запишем граничные условия в

следующем виде:

$$\check{\beta}_{iw} = 0, \quad \check{\beta}_{ie} = 1. \quad (1.10)$$

Таким образом, получаем подобие граничных условий. В этом случае, система допускает первые интегралы

$$\check{\beta}_i = \check{\beta}_j, \quad i \neq j. \quad (1.11)$$

Если мы нашли решение $\check{\beta}$ одного из уравнений системы (1.9в) с граничными условиями (1.11), то решения остальных уравнений системы (1.9в) определяются из первых интегралов по следующей формуле:

$$\beta_i = (\beta_{ie} - \beta_{iw})\check{\beta} + \beta_{iw}.$$

Т.е. решение системы (1.9) сводится к решению одного из уравнений (1.9в) и решению уравнения (1.9б).

В большинстве случаев, воспользовавшись предположением о диффузионном режиме горения, т.е. о том, что химические реакции происходят на поверхности пламени, поэтому вне поверхности пламени отсутствует горючее, а внутри поверхности – окислитель, уравнение (1.9б) можно заменить условием равенства нулю концентраций окислителя и горючего по разные стороны пламени:

$$Y_N = 0 \text{ при } x > x_* \text{ и } Y_1 = 0 \text{ при } x_w \leq x \leq x_*.$$

Введя безразмерные переменные $z = \frac{x}{x_w}$, $Pe = \frac{\dot{m}x_w}{\rho D}$, а также используя

предыдущее равенство, приведем систему (1.8) к виду:

$$\frac{d\beta_i}{dz} = \frac{d}{dz} \frac{z^2}{Pe} \frac{d\beta_i}{dz} \quad (1.12)$$

А используя новую переменную $\xi(z) = \int_z^\infty \frac{Pe}{z^2} dz$, преобразуем уравнения (1.12):

$$\frac{d\beta_i}{d\xi} = -\frac{d^2\beta_i}{d\xi^2} \quad (1.13)$$

Решение уравнения (1.13) будет иметь следующий вид:

$$\beta_i = A_i + B_i e^{-\xi}. \quad (1.14)$$

Тогда из граничных условий (1.3а)-(1.3г) для функции β_i имеем

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\beta_i}{d\xi} \right)_w &= -\frac{Y_{iw}}{m_i(\nu_i'' - \nu_i')}, \\ \left(\frac{d\beta_N}{d\xi} \right)_w &= \frac{1 - Y_{Nw}}{m_N(\nu_N'' - \nu_N')}, \\ \left(\frac{d\beta_T}{d\xi} \right)_w &= -\frac{h_L}{\Delta H m_N(\nu_N' - \nu_N'')} \end{aligned} \quad (1.15)$$

Уравнения (1.14) и (1.15) позволяют найти выражения для ξ_w, Y_{Nw}, Y_{iw} :

$$\begin{aligned} \xi_w &= \ln\left(1 + \frac{1}{h_L}(\hat{c}_{pe}T_e - \hat{c}_{pw}T_w + Y_{1e}\Phi_N\Delta H)\right), \\ Y_{Nw} &= 1 - (1 + Y_{1e}\Phi_N)e^{-\xi_w}, \\ Y_{iw} &= (Y_{ie} - Y_{1e}\Phi_i)e^{-\xi_w} \end{aligned} \quad (1.16)$$

Используя (1.16), выразим T_w через ξ_w :

$$T_w = \frac{\hat{c}_{pe}T_e + Y_{1e}\Phi_N\Delta H - (e^{\xi_w} - 1)h_L}{\hat{c}_{pw}} \quad (1.17)$$

Теперь преобразуем (1.5):

$$X_N = X_N^* - \varsigma_N,$$

$$\text{где } \varsigma_N = \frac{\Delta p_N}{p_e} = Pe \cdot I_N \cdot \sqrt{\frac{T_w \Gamma_{ew} \hat{c}_{pw} m_w}{T_e \hat{c}_{pe} m_N}}, \quad I_N = \frac{\lambda}{\rho c_p \delta_N x_w} \sqrt{\frac{2\pi}{R_e T_e}}, \quad Pe = \frac{\dot{m} x_w}{\rho D}.$$

Далее получим уравнение для определения ξ_w или числа Пекле Pe_e :

$$Y_{Nw} \frac{m_w}{m_N} = X_N^*(T_w) - Pe \cdot I_N \cdot \sqrt{\frac{T_w \Gamma_{ew} \hat{c}_{pw} m_w}{T_e \hat{c}_{pe} m_N}}, \quad (1.18)$$

где $X_N^*(T_w) = \frac{p_N^*}{p_e} = \frac{p_o}{p_e} \exp \left[\frac{h_L m_N}{R} \left(\frac{1}{T_o} - \frac{1}{T_w} \right) \right]$, $m_w = \left(\sum_{i=1}^N \frac{Y_{iw}}{m_i} \right)^{-1}$, $\Gamma_{ew} = \frac{\gamma_e(\gamma_w - 1)}{\gamma_w(\gamma_e - 1)}$

и Y_{Nw}, Y_{iw} и T_w определяются соотношениями (1.16) и (1.17).

Для определения положения поверхности пламени воспользуемся предположением о диффузионном режиме горения: при $x > x_*$ отсутствует горючее ($Y_N = 0$), а при $x_w \leq x \leq x_*$ – окислитель ($Y_1 = 0$). Вспомним определение β_N :

$$\beta_N = \frac{Y_N}{m_N(\nu_N'' - \nu_N')} - \frac{Y_1}{m_1(\nu_1'' - \nu_1')}$$

и заметим, что β_N меняет знак, т.е. на поверхности пламени $\beta_N(\xi_*) = 0$.

Т.к. исходя из соотношений (1.14), (1.15) и определения β_N , решение для данной функции имеет вид $\beta_N = \frac{1 - (1 + Y_{1e} \Phi_N) e^{-\xi}}{m_N(\nu_N'' - \nu_N')}$, то на поверхности пламени справедливо следующее равенство:

$$e^{\xi_*} = 1 + Y_{1e} \Phi_N \quad (1.19)$$

Тогда формула для определения координаты x_* запишется следующим образом:

$$\frac{x_*}{x_w} = \frac{\xi_w}{\ln(1 + Y_{1e} \Phi_N)}$$

Распределения концентраций и температуры в газе, окружающем горящую каплю, выразятся следующими формулами:

$$Y_1(x) = \begin{cases} 0, & x_w \leq x \leq x_* \\ -\Phi_N^{-1} + \Phi_N^{-1}(1 + Y_{1e} \Phi_N) \cdot (e^{\xi_w})^{-\frac{x_w}{x}}, & x \geq x_* \end{cases},$$

$$Y_2 = Y_{2e} (e^{\xi_w})^{-\frac{x_w}{x}}$$

$$\frac{d}{dx}(\rho v \hat{c}_p T x^2) = \frac{d}{dx} \left(x^2 \frac{\lambda}{\hat{c}_p} \frac{d\hat{c}_p T}{dx} \right) - \sum_{i=1}^N \dot{M}_i h_i^0, \quad (1.20)$$

$$Y_i = Y_1(x) \Phi_i - Y_{1e} \Phi_i(e^{\xi_w})^{-\frac{x_w}{x}}, i = 3, \dots, N-1,$$

$$T(x) = \begin{cases} \frac{1}{\hat{c}_p} \left(\hat{c}_{pw} T_w - h_L + h_L \cdot (e^{\xi_w})^{1-\frac{x_w}{x}} \right), & x_w \leq x \leq x_* \\ \frac{1}{\hat{c}_p} \left(\hat{c}_{pw} T_w - h_L + \Delta H + (h_L + \hat{c}_{pe} T_e - \hat{c}_{pw} T_w - \Delta H) \cdot (e^{\xi_w})^{-\frac{x_w}{x}} \right), & x \geq x_* \end{cases}$$

1.1.2. Горение капли н-гептана в атмосфере воздуха.

Рассмотрим горение капли н-гептана в атмосфере воздуха при следующих характерных параметрах, указанных ниже и в Таблице 1 [261]:

$$T_e = 300K, p_e = 1bar, \frac{p_0}{p_e} = 1, Y_{1e} = 0.21, h_L = 366 \text{ кДж/кг}, \Delta H = 44919 \text{ кДж/кг}.$$

Температура равновесного испарения для н-гептана $T_{ucn} = 373K$ при давлении $1bar$, а критическая температура $T_{kp} = 540K$ [261].

Запишем химическую брутто-реакцию, соответствующую рассматриваемому процессу:

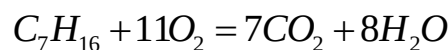


Таблица 1. Характерные параметры для задачи горения капли н-гептана в атмосфере воздуха.

№	Название	Химическая формула	Удельная теплоемкость c_p (Дж/(кг·К))	Молярная масса m_i (г/моль)	$\nu_i'' - \nu_i'$	Φ_i
5	н-гептан	C_7H_{16}	2052	100	-1	0.28
1	кислород	O_2	913	32	-11	1
2	азот	N_2	1051	28	0	0
3	вода	H_2O	2020	18	8	-0.4
4	углекислый газ	CO_2	837	44	7	-0.8

На основании полученных решений (1.18) и (1.20) для горения капли н-гептана построим графики распределения концентраций (Рис. 1.2) и температуры (Рис. 1.3) при $I_N = 100$.

Из Рис. 1.2. и Рис. 1.3. видно, что в неравновесном и равновесном случаях профили температуры и концентраций имеют существенные различия около поверхности пламени, однако в обоих случаях максимальные значения температуры, концентрации воды и углекислого газа достигаются на поверхности диффузионного пламени. Также поверхность диффузионного пламени в неравновесном случае находится ближе к поверхности капли, чем в равновесном случае.

Приведенный на Рис. 1.4. результат сравнения равновесного и неравновесного чисел Pe в обоих случаях показывает, что при $I_N < 10$ разница между равновесным и неравновесным решением не превышает 4%, для $I_N = 100$ расхождение увеличивается до 10%, а для $I_N > 1000$ - превышает 30%. Таким образом, для определения скорости диффузионного горения малых капель необходимо использовать неравновесную модель испарения.

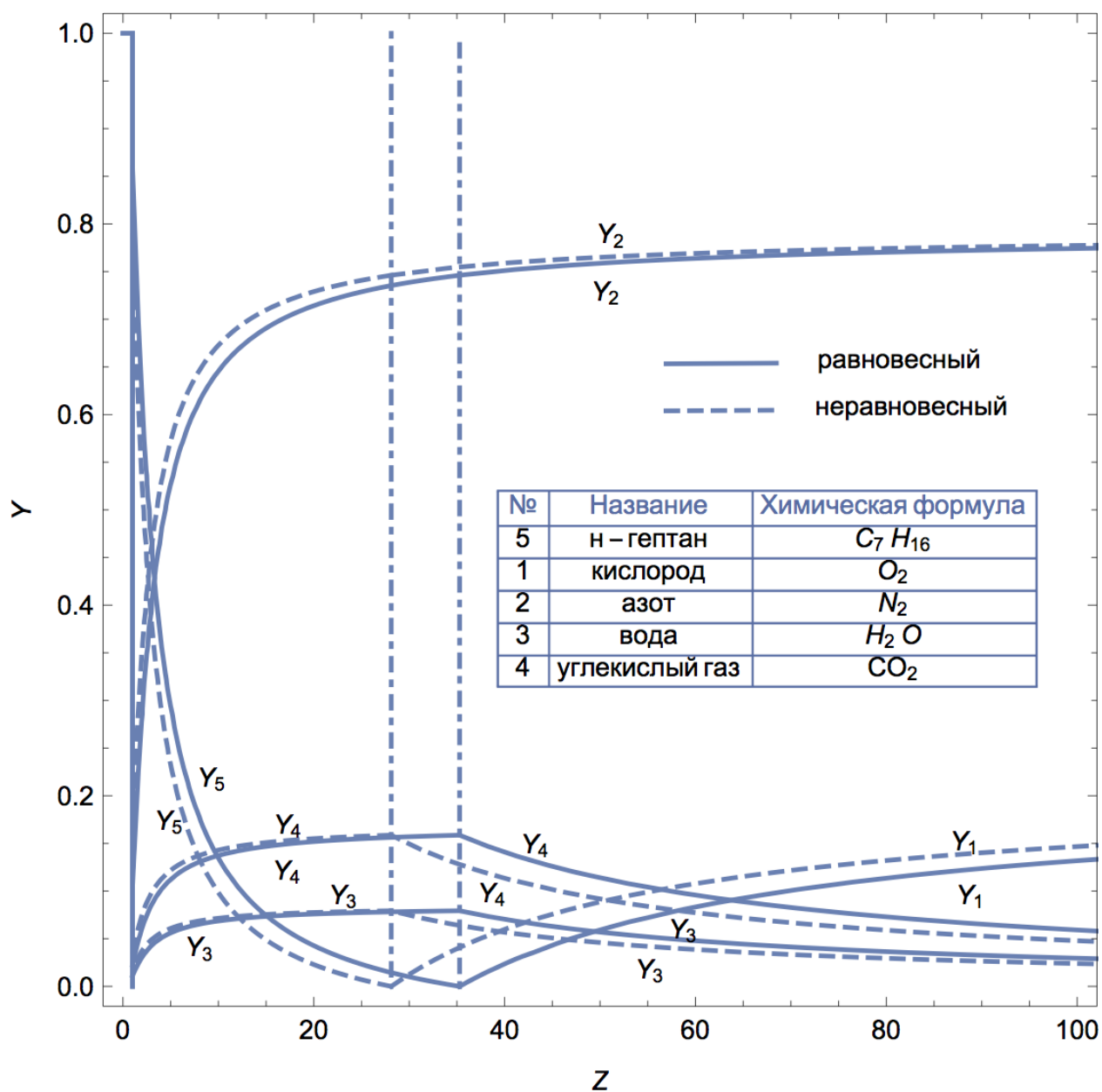


Рис. 1.2. Распределение концентраций в задаче горения капли н-гептана для равновесного (сплошные кривые) и неравновесного (пунктирные кривые) случаев.

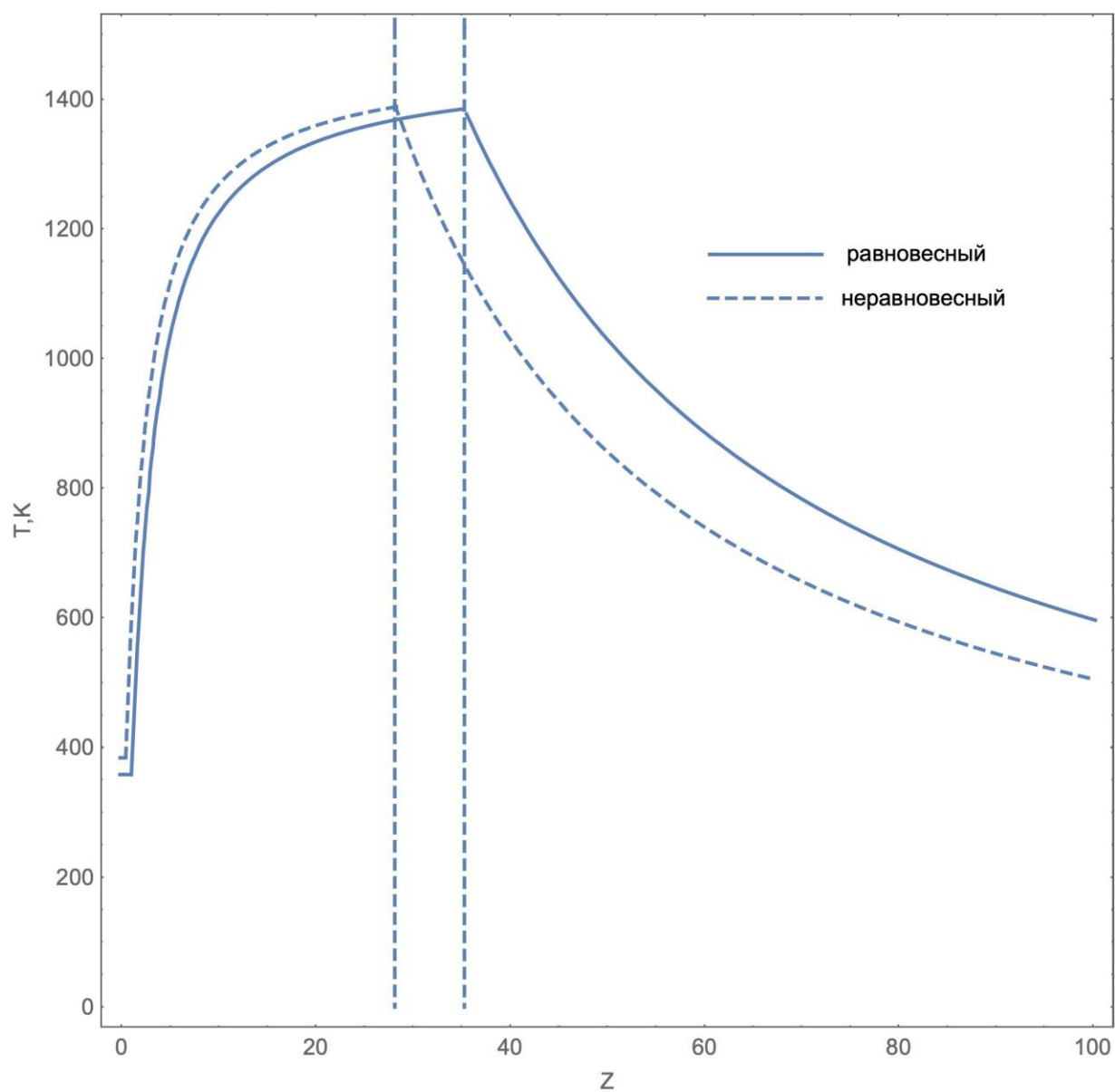


Рис. 1.3. Распределение температуры в задаче горения капли н-гептана для равновесного (сплошная кривая) и неравновесного (пунктирная кривая) случаев.

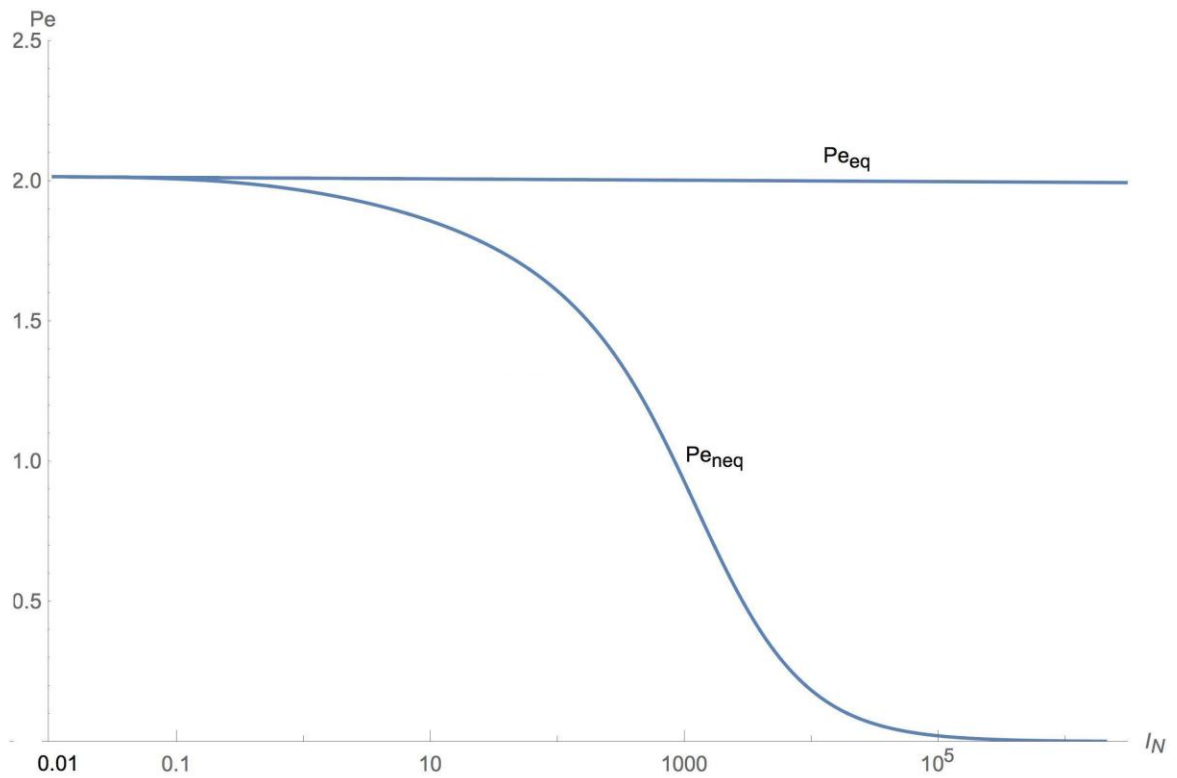


Рис. 1.4. Зависимость Pe от безразмерного параметра I_N в неравновесном и равновесном случаях для задачи горения капли н-гептана.

1.1.3. Квазистационарное решение задачи о горении одиночной капли.

Так как процесс горения в данной задаче протекает в квазистационарном режиме, то скорость выгорания определяется в каждый момент времени из стационарного решения (1.18). При этом скорость выгорания капли может быть определена из уравнения:

$$\frac{dx_w}{dt} = -\frac{\dot{m}}{\rho_{NI}} \quad (1.21)$$

Введем безразмерные переменные $r = \frac{x_w}{x_{wo}}$, $\tau = \frac{t}{t_o}$. Тогда уравнение (1.21)

примет вид

$$\frac{dr}{d\tau} = -\frac{\dot{m}t_o}{\rho_{NI}x_{wo}} = -\frac{Pe}{r} \frac{\rho D t_o}{\rho_{NI}x_{wo}^2} \quad (1.22)$$

где x_{w0} - начальный радиус, t_0 - характерное время сгорания капли при равновесном режиме испарения. Граничные условия $r = 0$, $\tau = 1$.

Проинтегрировав уравнение (1.22) с использованием граничных условий, описанных выше, получим следующее соотношение для равновесного режима:

$$t_0 = \frac{\rho_{NI} x_{w0}^2}{2\rho D Pe_{eq}}$$

И, подставив выражение для t_0 в (1.22), получим:

$$2r \frac{dr}{d\tau} = -\frac{Pe}{Pe_{eq}}, \quad r(0) = 1 \quad (1.23)$$

Для равновесной модели решение уравнения (1.23) имеет вид $r = \sqrt{1 - \tau}$, а для неравновесной решение может быть получено численным интегрированием (1.23) совместно с (1.18). Результаты решения представлены на Рис. 1.5, откуда видно, что для рассматриваемого примера учет неравновесных эффектов существенно замедляет процесс горения капли, так что время ее полного выгорания значительно возрастает.

На Рис. 1.6 изображен график зависимости безразмерного потока массы через единицу поверхности капли $M = \frac{\dot{m}(x_w)x_{w0}}{\rho D} = \frac{Pe(r(\tau))}{r(\tau)}$ от безразмерного времени τ . Из графика видно, что при уменьшении радиуса капли поток массы увеличивается. В отличие от равновесного случая, когда поток массы неограниченно увеличивается до бесконечности, в неравновесном случае поток массы достигает своего максимального значения при приближении радиуса капли к нулю.

Рис. 1.7 иллюстрирует зависимость числа Пекле от безразмерного времени для равновесной и неравновесной моделей. Как видно из рисунка, в неравновесном случае число Пекле убывает до нуля, тем самым, увеличивая время жизни капли.

Безразмерный поток массы через всю поверхность капли, как функция от безразмерного времени, $M_w = 4\pi x_w \frac{\dot{m}(x_w)x_w}{\rho D} = 4\pi Pe(r(\tau)) \cdot r(\tau)$ также построен

на Рис. 1.8. для равновесного и неравновесного случаев. Полный поток массы уменьшается со временем при уменьшении радиуса капли. Однако, при равновесных условиях поток массы в начале больше, чем при неравновесных, что дает уменьшение времени жизни капли. Таким образом, в некоторый момент времени поток массы в неравновесном случае больше, чем в равновесном, так как капля, подвергаясь неравновесному испарению, имеет в рассматриваемый момент времени больший радиус.

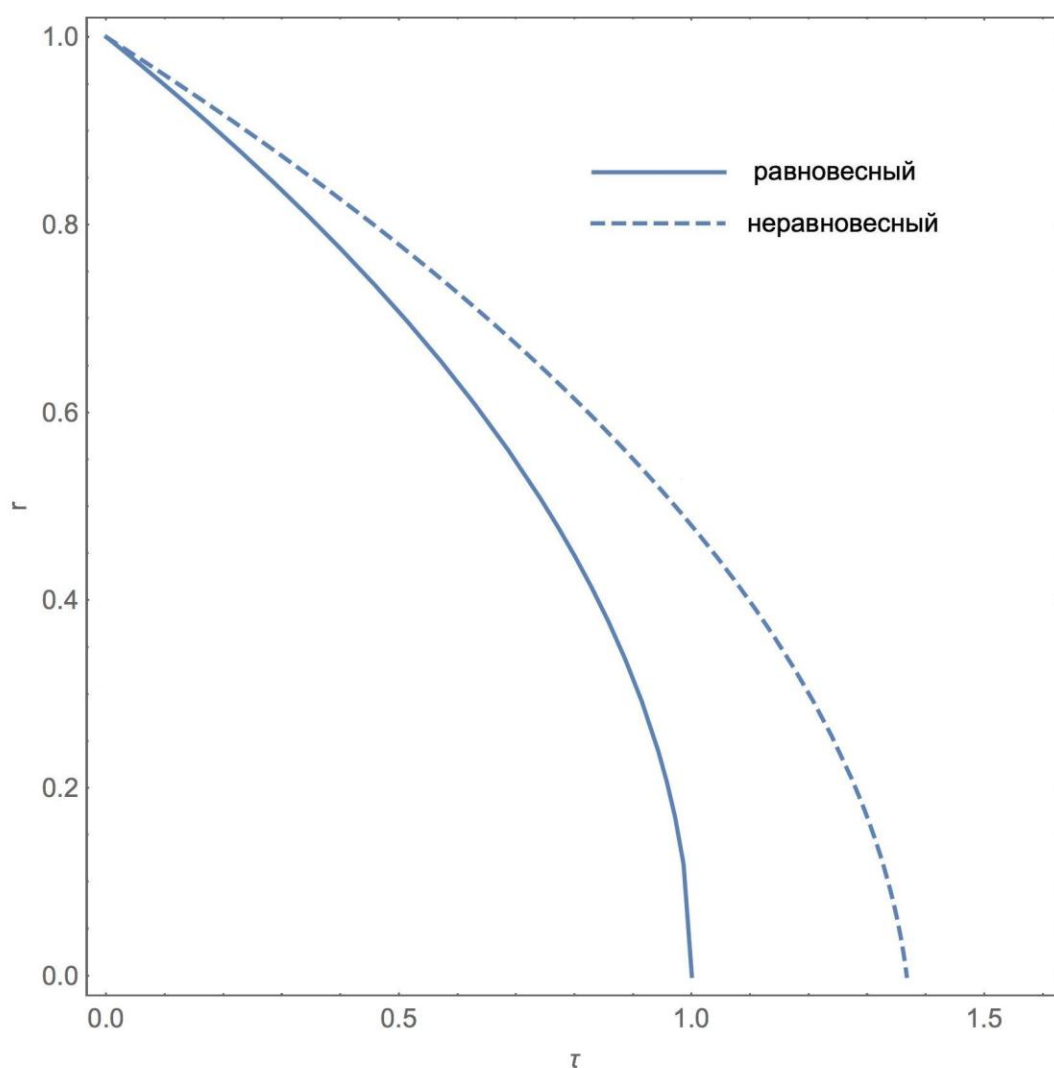


Рис. 1.5. Зависимость безразмерного радиуса капли от времени для равновесного (сплошная кривая) и неравновесного (пунктирная кривая) случаев в задаче горения капли н-гептана.

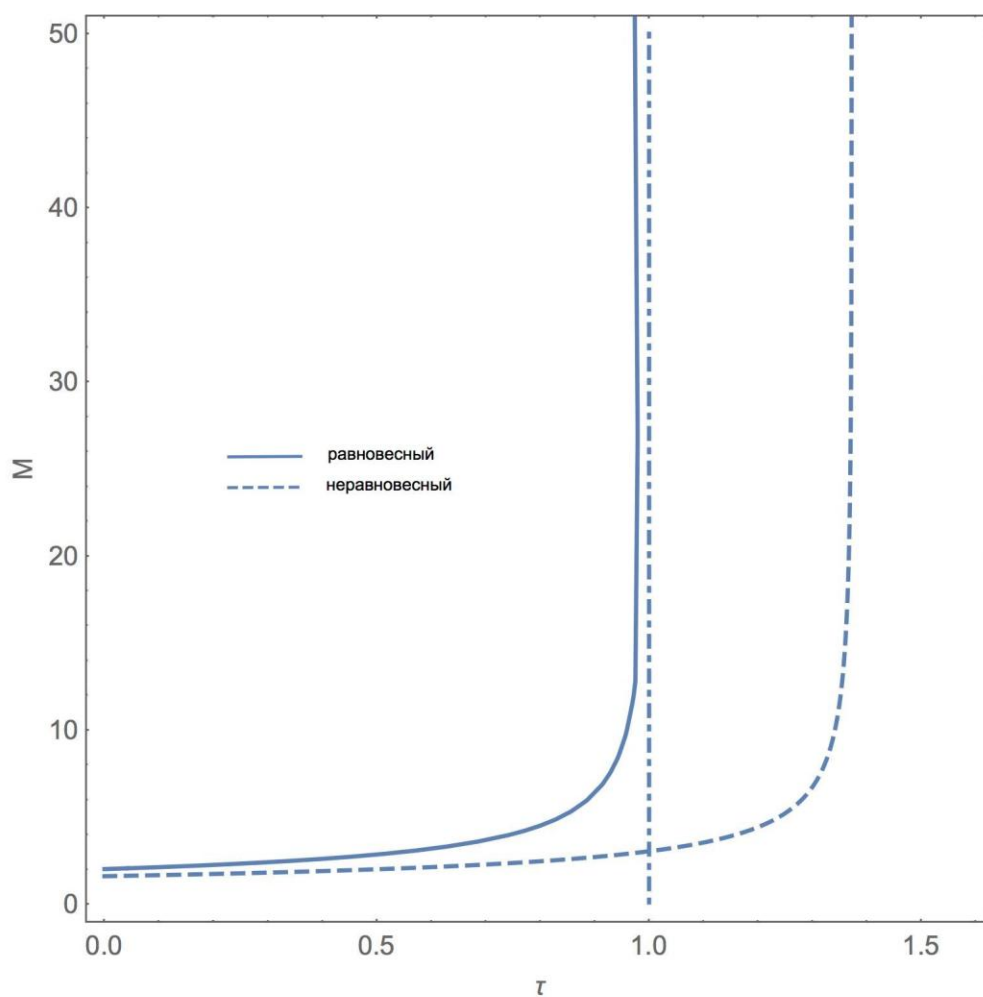


Рис. 1.6. Зависимости безразмерного потока массы через единицу поверхности капли от безразмерного времени для равновесного (сплошная кривая) и неравновесного (пунктирная кривая) случаев в задаче горения капли н-гептана.

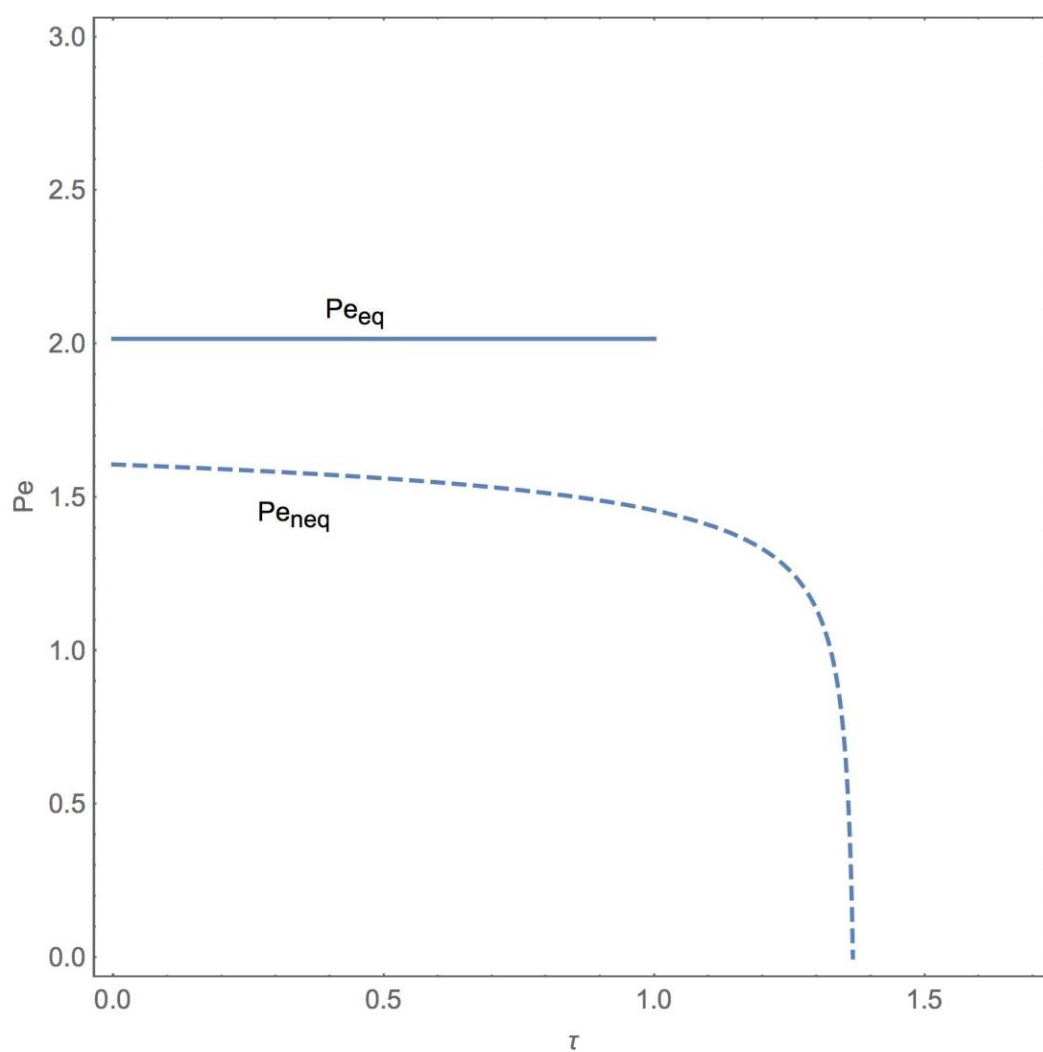


Рис. 1.7. Зависимость Pe от безразмерного времени для равновесного (сплошная кривая) и неравновесного (пунктирная кривая) случаев в задаче горения капли н-гептана.

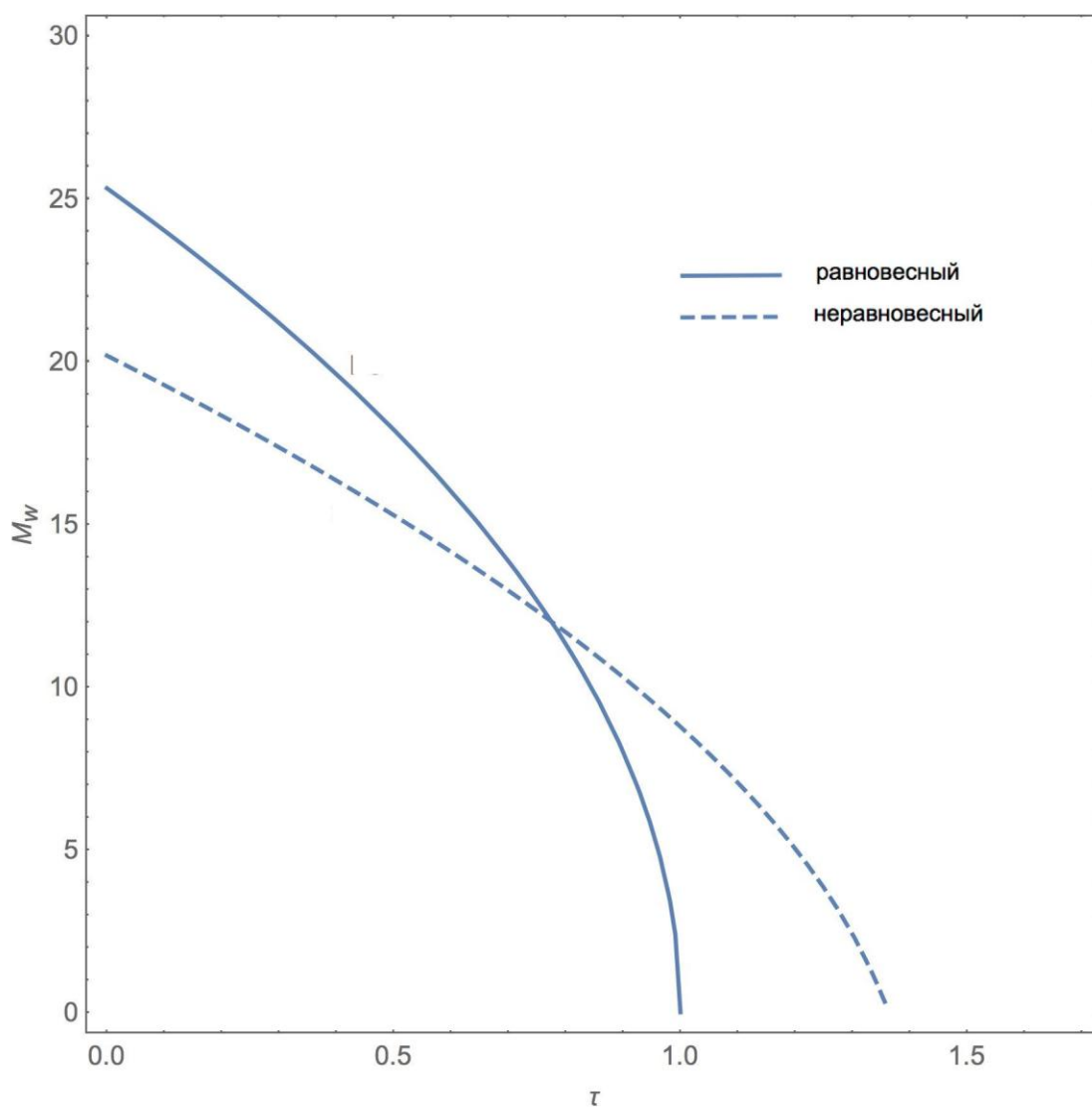


Рис. 1.8. Зависимость безразмерного потока массы через всю поверхность капли от безразмерного времени для равновесного (сплошная кривая) и неравновесного (пунктирная кривая) случаев в задаче горения капли н-гептана.

1.2. Диффузионное горение капли горючего при протекании нескольких реакций.

В предыдущем параграфе при решении задачи о диффузионном горении капли было сделано предположение о том, что химические взаимодействия описываются одной брутто-реакцией, которая локализуется на поверхности пламени. В данном параграфе будет рассмотрен случай, когда процесс химического реагирования описывается несколькими реакциями, протекающими каждая на своей поверхности пламени.

1.2.1. Постановка задачи.

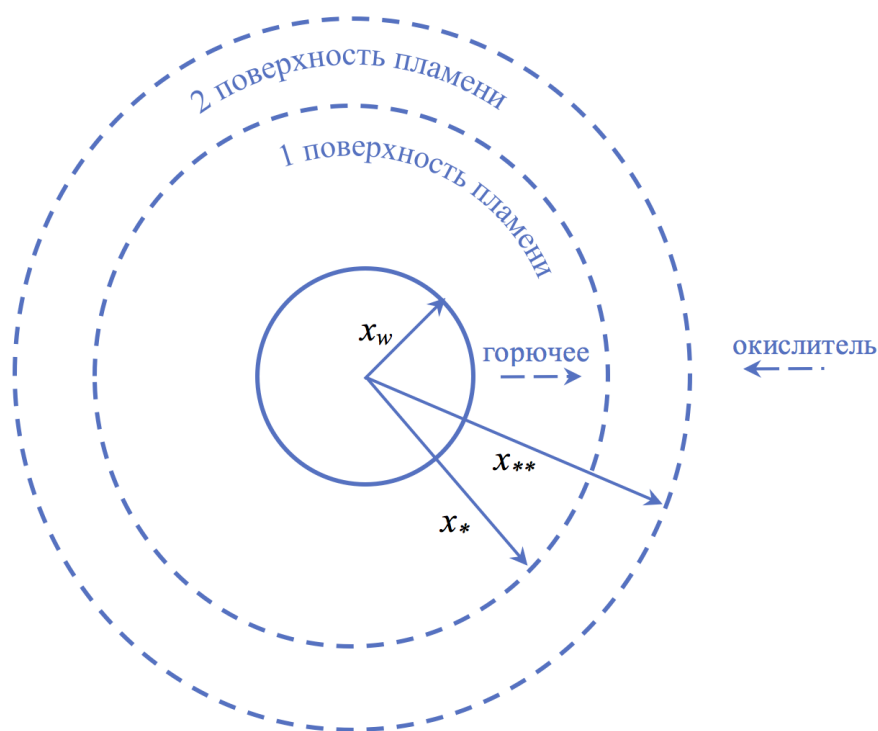


Рис. 1.9. Схематическое изображение постановки задачи.

Также как и в предыдущем параграфе, при выводе уравнений эффектами, связанными с влиянием массовых сил, термодиффузией, диффузионными градиентами давления, объемной вязкостью, пренебрежем. Будем предполагать, что зона реакции, окружающая каплю, имеет сферическую форму, температура внутри капли постоянна (капля равномерно прогрета), и имеет место квазистационарное состояние процесса, т.е. размеры капли с течением времени

медленно уменьшаются и скорость выгорания определяется в каждый момент времени из стационарных законов сохранения. Режим горения диффузионный, т.е. все химические реакции происходят на поверхности пламени.

Пусть область $x > x_w$ соответствует смеси газов, $0 < x < x_w$ – жидкости, $x = x_w$ – поверхность капли.

Тогда система уравнений для решения данной задачи при принятых предположениях имеет следующий вид [56]:

$$\frac{d}{dx}(\rho v x^2) = 0 \quad (1.24a)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho Y_i v x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \rho D \frac{dY_i}{dx}) + \dot{M}_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (1.24б)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho v h x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \rho D \frac{dh}{dx}) \quad (1.24в)$$

$$p = \rho R T \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{m_i} = const \quad (1.24г)$$

Граничные условия на поверхности раздела фаз:

$$(\rho v)_w = \dot{m} \quad (1.25a)$$

$$\dot{m} Y_{iw} = (\rho D \frac{dY_i}{dx})_w, \quad i = 1, \dots, N-1 \quad (1.25б)$$

$$\dot{m}(Y_{Nw} - 1) = (\rho D \frac{dY_N}{dx})_w \quad (1.25в)$$

$$h_L \dot{m} = (\lambda \frac{dT}{dx})_w \quad (1.25г)$$

где $\dot{m}$ – массовая скорость испарения жидкости.

Предположим, что химические взаимодействия описываются с помощью K брутто-реакций, тогда скорость образования i -го компонента при химических реакциях примет следующий вид

$$\dot{M}_i = \sum_{j=1}^K \omega_{ij},$$

где ω_{ij} – массовая скорость рождения i -го компонента в j -ой реакции, причем связь между ω_{ij} определяется следующими соотношениями:

$$\frac{\omega_{ij}}{m_i(v''_{ij} - v'_{ij})} = \frac{\omega_{kj}}{m_i(v''_{kj} - v'_{kj})} = \omega_j, \quad j=1, \dots, K, \quad i=1, \dots, N$$

А выражение для массовых скоростей образования компонентов $\dot{M}_i$ можно записать как:

$$\dot{M}_i = \sum_{j=1}^K m_i(v''_{ij} - v'_{ij})\omega_j, \quad i=1, \dots, N \quad (1.26)$$

Пусть $\|m_i(v''_{ij} - v'_{ij})\| = \|M_{ij}\|$, $\det \|M_{ij}\| = U \neq 0$, а A_{ij} – алгебраическое дополнение к элементу матрицы M_{ij} . Из первых K уравнений системы (1.26) выразим независимые величины

$$\omega_j = \frac{1}{U} \sum_{n=1}^K \dot{M}_n A_{nj} \quad (1.27)$$

Подставив (1.27) в оставшиеся уравнения (1.26), получим следующее выражение для массовых скоростей образования компонентов:

$$\dot{M}_i = \sum_{j=1}^K \sum_{n=1}^K M_{ij} \dot{M}_n \frac{A_{nj}}{U}, \quad i = K+1, \dots, N \quad (1.27a)$$

Для каждого j , пробегающего значения от 1 до K , умножим уравнение (1.27) на A_{nj} и просуммируем по i . После этого, каждую из полученных K сумм умножим на $m_i(v''_{ij} - v'_{ij})/U$, $i = K+1, \dots, N$ и сложим по $j = 1, \dots, K$. В результате придем к следующей системе уравнений:

$$\frac{d}{dx}(\rho v x^2 \alpha_i) = \frac{d}{dx}(\rho D x^2 \frac{d\alpha_i}{dx}) + \sum_{j=1}^K \sum_{n=1}^K M_{ij} \dot{M}_n \frac{A_{nj}}{U}, \quad i = K+1, \dots, N \quad (1.28)$$

где $\alpha_i = \sum_{n=1}^K \Phi_{in} Y_n$, $\Phi_{in} = \sum_{j=1}^K m_i(v''_{ij} - v'_{ij}) A_{nj} / U$ – стехиометрическое отношение для i -го и n -го компонентов.

Вычитая уравнение (1.28) из (1.24б), получим соотношение для β_i :

$$\frac{d}{dx}(\rho v x^2 \beta_i) = \frac{d}{dx}(\rho D x^2 \frac{d\beta_i}{dx}), \quad i = K+1, \dots, N \quad (1.29)$$

$$\beta_i = Y_i - \alpha_i$$

Для каждого $i = 1, \dots, N$ умножим уравнение (1.24б) на h_i^0 и просуммируем по $i = 1, \dots, N$. Вычтем полученную сумму из (1.24б) и с учетом (1.27а) преобразуем уравнение энергии к виду

$$\frac{d}{dx}(\rho v x^2 \hat{c}_p T) = \frac{d}{dx}(\rho D x^2 \frac{d\hat{c}_p T}{dx}) - \sum_{n=1}^K \Delta H_n \omega_n \quad (1.30)$$

где $\Delta H_n = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K h_i^0 m_i (\nu_{ij}'' - \nu_{ij}') A_{nj} / U$ - суммарное энергосодержание в сложной

реакции в единицу массы n -ого компонента. Теперь проведем некоторые манипуляции с уравнением (1.24б): умножим на A_{ij} , просуммируем по i , а

полученные суммы умножим на $\sum_{i=1}^N h_i^0 m_i (\nu_{ij}'' - \nu_{ij}') / U$ и сложим по j , сложим

почленно с (1.30). В итоге, уравнение энергии принимает вид (1.29), где β определяется следующим соотношением

$$\beta_H = \hat{c}_p T + \sum_{n=1}^K \Delta H_n Y_n$$

Таким образом, система (1.24) сводится к следующей системе

$$\frac{d}{dx}(\rho v x^2) = 0 \quad (1.31a)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho Y_i v x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \rho D \frac{dY_i}{dx}) + \dot{M}_i, \quad i = 1, \dots, K \quad (1.31б)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho v x^2 \beta_i) = \frac{d}{dx}(\rho D x^2 \frac{d\beta_i}{dx}), \quad i = K+1, \dots, N, H \quad (1.31в)$$

$$p = \rho R T \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{m_i} = \text{const}, \quad (1.31г)$$

$$\text{где } \beta_i = Y_i - \alpha_i, \quad \beta_H = \hat{c}_p T + \sum_{n=1}^K \Delta H_n Y_n.$$

Для описания неравновесного испарения на поверхности фазового перехода будем использовать уравнение Герца-Кнудсена [210, 56]:

$$\dot{m} = \delta_i \sqrt{\frac{m_i}{2\pi RT}} (p_i^*(T_w) - p_i) \quad (1.32)$$

которое, введя молярную концентрацию i -го компонента X_i , перепишем в следующем виде:

$$p_e X_i = p_i^*(T_w) - \Delta p_i \quad (1.33)$$

причем $\Delta p_i = \frac{1}{\delta_i} \sqrt{\frac{2\pi RT}{m_i}} \dot{m}$ в неравновесном случае и $\Delta p_i = 0$ в равновесном, и где δ_i коэффициент аккомодации, p_e - полное давление на бесконечности, p_i - парциальное давление i -го компонента в газовой смеси у поверхности раздела фаз, p_i^* - равновесное давление паров у поверхности фазового перехода при температуре T_w , определяемое из уравнения Клапейрона - Клазиуса $\frac{p_o}{p_i^*} = \exp \frac{h_{Li} m_i}{R} \left(\frac{1}{T_w} - \frac{1}{T_o} \right)$, где p_o - парциальное давление паров при температуре T_o .

Граничные условия на бесконечности записываются следующим образом:

$$T = T_e, Y_1 = Y_{1e}, Y_{ie} = 1 - Y_{1e}, Y_{ie} = 0, i = 2, \dots, N, i \neq I$$

Интегрируя уравнение (1.24а) с учетом граничного условия (1.25а), получим следующее выражение, верное в пределах газовой фазы: $\rho v = \dot{m} \frac{x_w^2}{x^2}$.

Введя безразмерные переменные $z = \frac{x}{x_w}$, $Pe = \frac{\dot{m} x_w}{\rho D}$, а также используя предыдущее равенство, приведем систему (1.31) к виду:

$$\frac{d\beta_i}{dz} = \frac{d}{dz} \frac{z^2}{Pe} \frac{d\beta_i}{dz} \quad (1.34)$$

А используя новую переменную $\xi(z) = \int_z^\infty \frac{Pe}{z^2} dz$, преобразуем уравнения (1.34):

$$\frac{d\beta_i}{d\xi} = -\frac{d^2\beta_i}{d\xi^2} \quad (1.35)$$

Решение уравнения (1.35) будет иметь следующий вид:

$$\beta_i = A_i + B_i e^{-\xi}, \quad (1.36)$$

тогда из граничных условий (1.25а)-(1.25г) для функции β_i имеем

$$\left(\frac{d\beta_i}{d\xi} \right)_w = -Y_{iw} + \sum_{n=1}^K \Phi_{in} Y_{nw} \quad (1.37a)$$

$$\left(\frac{d\beta_N}{d\xi} \right)_w = 1 - Y_{Nw} + \sum_{n=1}^K \Phi_{Nn} Y_{nw} \quad (1.37б)$$

$$\left(\frac{d\beta_H}{d\xi} \right)_w = -h_L - \sum_{i=1}^K \Delta H_n Y_{nw} \quad (1.37в)$$

Уравнения (1.36) и (1.37) позволяют найти выражения для ξ_w , Y_{Nw} , Y_{iw} :

$$\xi_w = \ln(\hat{c}_{pe} T_e - \hat{c}_{pw} T_w + h_L + \sum_{n=1}^K \Delta H_n Y_{ne}) - \ln(h_L + \sum_{n=1}^K \Delta H_n Y_{nw}) \quad (1.38a)$$

$$Y_{Nw} = 1 + \sum_{n=1}^K \Phi_{Nn} Y_{nw} - (1 + \sum_{n=1}^K \Phi_{Nn} Y_{ne}) e^{-\xi_w} \quad (1.38б)$$

$$Y_{iw} = (Y_{ie} - \sum_{i=1}^K \Phi_{in} Y_{ne}) e^{-\xi_w} + \sum_{n=1}^K \Phi_{in} Y_{nw} \quad (1.38в)$$

Используя (1.38), выразим T_w через ξ_w :

$$T_w = \frac{\hat{c}_{pe} T_e + \sum_{n=1}^K \Delta H_n Y_{ne} + h_L - e^{\xi_w} (\sum_{n=1}^K \Delta H_n Y_{nw} + h_L)}{\hat{c}_{pw}} \quad (1.39)$$

Теперь преобразуем (1.32):

$$X_N = X_N^* - \varsigma_N, \text{ где } \varsigma_N = \frac{\Delta p_N}{p_e} = Pe \cdot I_N \cdot \sqrt{\frac{T_w \Gamma_{ew} \hat{c}_{pw} m_w}{T_e \hat{c}_{pe} m_N}}, \quad I_N = \frac{\lambda}{\rho c_p \delta_N x_w} \sqrt{\frac{2\pi}{R_e T_e}}$$

Далее получим уравнение для определения ξ_w или числа Пекле Pe :

$$Y_{Nw} \frac{m_w}{m_N} = X_N^*(T_w) - Pe \cdot I_N \cdot \sqrt{\frac{T_w \Gamma_{ew} \hat{c}_{pw} m_w}{T_e \hat{c}_{pe} m_N}}, \quad (1.40)$$

$$\text{где } X_N^*(T_w) = \frac{p_N^*}{p_e} = \frac{p_o}{p_e} \exp \left[\frac{h_L m_N}{R} \left(\frac{1}{T_o} - \frac{1}{T_w} \right) \right], \quad m_w = \left(\sum_{i=1}^N \frac{Y_{iw}}{m_i} \right)^{-1}, \quad \Gamma_{ew} = \frac{\gamma_e(\gamma_w - 1)}{\gamma_w(\gamma_e - 1)}.$$

Если концентрации всех независимых компонент у поверхности раздела фаз равны нулю

$$Y_{iw} = 0, i = 1, \dots, K,$$

то полученные формулы совпадают с соответствующими формулами для одной реакции, описанными в §1.1. Главы 1.

1.2.2. Математическая модель горения капли н-гептана в атмосфере воздуха при протекании двух реакций.

В качестве примера рассмотрим горение углеводорода (н-гептана) в атмосфере воздуха. Расчет произведем для модельного случая, когда присутствуют две поверхности пламени ($K=2$), на которых локализованы химические превращения, связанные следующими брутто- соотношениями:

На первой поверхности пламени $2C_7H_{16} + 15O_2 = 14CO + 16H_2O$,

На второй поверхности пламени $2CO + O_2 = 2CO_2$.

Пусть $x = x_*$ и $x = x_{**}$ - первая и вторая поверхность пламени соответственно.

Для решения задачи проведем обобщение метода Шваба-Зельдовича следующим образом:

$$Y_N = 0 \text{ при } x \geq x_*; \quad Y_1 = 0 \text{ при } x \leq x_*; \quad Y_2 = 0 \text{ при } x \geq x_{**}.$$

Пусть индекс $i=1$ соответствует O_2 , которого нет внутри первой поверхности пламени, индекс $i=2$ - CO , который отсутствует вне второй поверхности.

Используя уравнения (1.36) и (1.37б) определим вид функции β_N для $K=2$:

$$\beta_N = 1 - (1 + \Phi_{N1} Y_{1e}) e^{-\xi} \quad (1.41)$$

Т.к. на первой поверхности пламени концентрации горючего и окислителя равны нулю ($Y_{N^*} = 0, Y_{1^*} = 0$), функция β_N примет вид

$$\beta_N(\xi^*) = -Y_{2^*}\Phi_{N^{**}} \quad (1.42)$$

Тогда из (1.41) и (1.42) следует, что

$$e^{-\xi^*} = \frac{1 + Y_{2^*}\Phi_{N2}}{1 + \Phi_{N1}Y_{1e}}. \quad (1.42a)$$

Используя предыдущее соотношение (1.42a) и выражение для ξ_w (1.38a), получим соотношение для определения положения первой поверхности пламени ($x = x_*$)

$$Z_* = \frac{x_*}{x_w} = \frac{\ln(\hat{c}_{pe}T_e - \hat{c}_{pw}T_w + h_L + \Delta H_1Y_{1e}) - \ln(h_L + \Delta H_2Y_{2w})}{\ln(Y_{1e}\Phi_{N1} + 1) - \ln(Y_{2^*}\Phi_{N2} + 1)}$$

На второй поверхности пламени $Y_{N^{**}} = 0, Y_{2^{**}} = 0$, поэтому функция β_N будет выглядеть следующим образом

$$\beta_N(\xi^{**}) = -Y_{1^{**}}\Phi_{N^*} \quad (1.43)$$

Тогда из (1.41) и (1.43) получим, что

$$e^{-\xi^{**}} = \frac{1 + Y_{1^{**}}\Phi_{N1}}{1 + \Phi_{N1}Y_{1e}} \quad (1.43a)$$

А из уравнений (1.38a) и (1.43a), получим соотношение для определения положения второй поверхности пламени ($x = x_{**}$)

$$Z_{**} = \frac{x_{**}}{x_w} = \frac{\ln(\hat{c}_{pe}T_e - \hat{c}_{pw}T_w + h_L + \Delta H_1Y_{1e}) - \ln(h_L + \Delta H_2Y_{2w})}{\ln(Y_{1e}\Phi_{N1} + 1) - \ln(Y_{1^{**}}\Phi_{N1} + 1)}.$$

Первая и вторая поверхность пламени расположены соответственно ниже и выше поверхности пламени для одной брутто-реакции.

Так как вне поверхности пламени химические реакции отсутствуют, то Y_1, Y_2 удовлетворяют следующим соотношениям:

$$Y_1 = \begin{cases} 0, & x_w \leq x \leq x_* \\ \Phi_{i1} Y_{1**} \frac{e^{-\xi} - e^{-\xi_*}}{e^{-\xi_{**}} - e^{-\xi_*}}, & x_* \leq x \leq x_{**} \\ (Y_{1e} - Y_{1**}) \frac{e^{-\xi} - e^{-\xi_{**}}}{1 - e^{-\xi_{**}}} + Y_{1**}, & x \leq x_{**} \end{cases} \quad (1.44)$$

$$Y_2 = \begin{cases} (Y_{2*} - Y_{2w}) \frac{e^{-\xi} - e^{-\xi_w}}{e^{-\xi_*} - e^{-\xi_w}} + Y_{2w}, & x_w \leq x \leq x_* \\ -Y_{2*} \frac{e^{-\xi} - e^{-\xi_*}}{e^{-\xi_{**}} - e^{-\xi_*}} + Y_{2*}, & x_* \leq x \leq x_{**} \\ 0, & x \leq x_{**} \end{cases} \quad (1.45)$$

Концентрации остальных компонент определяются по формуле

$$Y_i = \beta_i + Y_1 \Phi_{N1} + Y_2 \Phi_{N2} \quad (1.46)$$

Подставляя выражения для β_i , полученные из совместного решения (1.36), (1.37) и определения β_i , а также используя (1.44), (1.45) и (1.46), получим распределения концентраций и температуры в газе, окружающем горящую каплю:

$$Y_i = \begin{cases} (Y_{ie} - \Phi_{i1} Y_{1e}) e^{-\xi} + \Phi_{i2} \left((Y_{2*} - Y_{2w}) \frac{e^{-\xi} - e^{-\xi_w}}{e^{-\xi_*} - e^{-\xi_w}} + Y_{2w} \right), & x_w \leq x \leq x_* \\ (Y_{ie} - \Phi_{i1} Y_{1e}) e^{-\xi} + \Phi_{i1} Y_{1**} \frac{e^{-\xi} - e^{-\xi_*}}{e^{-\xi_{**}} - e^{-\xi_*}} + \\ + \Phi_{i2} \left(-Y_{2*} \frac{e^{-\xi} - e^{-\xi_*}}{e^{-\xi_{**}} - e^{-\xi_*}} + Y_{2*} \right), & x_* \leq x \leq x_{**} \\ (Y_{ie} - \Phi_{i1} Y_{1e}) e^{-\xi} + \Phi_{i1} \left((Y_{1e} - Y_{1**}) \frac{e^{-\xi} - e^{-\xi_{**}}}{1 - e^{-\xi_{**}}} + Y_{1**} \right), & x \leq x_{**} \end{cases} \quad (1.47)$$

$$Y_N = \begin{cases} (-1 - \Phi_{N1} Y_{1e}) e^{-\xi} + \Phi_{N2} \left((Y_{2*} - Y_{2w}) \frac{e^{-\xi} - e^{-\xi_w}}{e^{-\xi_*} - e^{-\xi_w}} + Y_{2w} \right), & x_w \leq x \leq x_* \\ 0, & x \geq x_* \end{cases} \quad (1.48)$$

$$T = \frac{1}{\hat{c}_p} (\beta_H - \Delta H_1 Y_1 - \Delta H_2 Y_2) \quad (1.49)$$

Значение концентраций независимых компонент на поверхностях пламени Y_{1**}, Y_{2*} не могут быть найдены из решения чисто гидродинамической задачи, но их можно определить исходя из кинетики реакции следующим образом.

Запишем условие сохранение потока массы кислорода (O_2) через первую поверхность пламени и потока массы угарного газа (CO) через вторую поверхность пламени.

$$\omega_* m_1(v''_{1*} - v'_{1*}) = -\rho D \frac{dY_1}{dx} \Big|_{x \rightarrow x_*^+} \quad (1.50)$$

$$\omega_{**} m_2(v''_{2**} - v'_{2**}) = \rho D \frac{dY_2}{dx} \Big|_{x \rightarrow x_{**}^-} \quad (1.51)$$

где ω_*, ω_{**} - скорости химической реакции на первой и второй поверхности пламени соответственно.

Определим скорости химических реакций

$$\omega_* = \int_{x_* - \delta}^{x_* + \delta} A_* \exp\left(-\frac{T_{a*}}{T_*}\right) dx, A_* = 10^8, T_{a*} = 25270 \quad (1.52)$$

$$\omega_{**} = \int_{x_{**} - \delta}^{x_{**} + \delta} A_{**} \exp\left(-\frac{T_{a**}}{T_{**}}\right) dx, A_{**} = 5.89 \times 10^6, T_{a**} = 2000 \quad (1.53)$$

где $[x_* - \delta, x_* + \delta]$ и $[x_{**} - \delta, x_{**} + \delta]$ - узкая реакционная зона, окружающая поверхность пламени, T_*, T_{**} - температуры на первой и второй поверхности пламени соответственно, полученные из (1.49).

Подставляя (1.52), (1.53) в (1.50), (1.51), а также используя (1.44), (1.45), получим систему уравнений для определения Y_{1**}, Y_{2*} .

А зная Y_{1**}, Y_{2*} , значение концентрации Y_{2w} можно найти из следующего соотношения:

$$\frac{m_N(v''_{N*} - v'_{N*})}{m_1(v''_{1*} - v'_{1*})} \cdot \frac{dY_1}{dx} \Big|_{x \rightarrow x_*^+} = - \frac{dY_N}{dx} \Big|_{x \rightarrow x_*^-}$$

1.2.3. Расчет горения капли н-гептана в атмосфере воздуха при протекании двух реакций.

На основании формул (1.37) - (1.39), а также используя Таблицу 2, построим графики зависимости Y_i от z (Рис. 1.10) и T от z (Рис. 1.11) при $I_N = 100$ и следующих значениях параметров:

$$p_e = 1 \text{ bar}, T_e = 300 \text{ K}, Y_{1e} = 0.21, Y_{1**} = 0.15, Y_{2*} = 0.115$$

Таблица 2. Характерные параметры для задачи горения капли н-гептана в атмосфере воздуха.

№	Название	Химическая формула	Молярная масса m_i (г/моль)	$(\nu''_{i*} - \nu'_{i*})$	$(\nu''_{i**} - \nu'_{i**})$
6	н-гептан	C_7H_{16}	100	-2	0
1	кислород	O_2	32	-15	-7
2	угарный газ	CO	28	14	-14
3	вода	H_2O	18	16	0
4	углекислый газ	CO_2	44	0	14
5	азот	N_2	28	0	0

Из Рис. 1.10 видно, что концентрация углекислого газа имеет наибольшее значение на второй поверхности пламени, а угарного газа и воды - на первой поверхности пламени. Данный результат объясняется тем, что рассматриваемые компоненты образуются на указанных поверхностях пламени.

Температура смеси достигает максимального значения на первой поверхности пламени (Рис. 1.11) и убывает по мере приближения ко второй. Однако на второй поверхности присутствует излом профиля температуры и градиент температуры становится больше, что свидетельствует о возрастании теплового потока после прохождения второй поверхности пламени. Это возрастание обусловлено дополнительным энерговыделением на второй поверхности. Из Рис. 1.10 и Рис. 1.11 видно, что учет неравновесных эффектов

при фазовом переходе на поверхности капли приводит к приближению соответствующих поверхностей пламени к капле.

На Рис. 1.12 и Рис. 1.13 приведены для сравнения распределения концентраций и температуры при протекании одной и двух реакций в равновесном случае. Видно, что первая и вторая поверхности пламени расположены соответственно ниже и выше поверхности пламени для одной брутто-реакции. Хорошо заметно различие профилей концентрации углекислого газа. Максимальная концентрация углекислого газа при протекании двух реакций намного меньше, чем в случае с одной поверхностью пламени, а для воды, наоборот, больше. Стоит отметить, что распределение углекислого газа между поверхностями пламени более равномерно при расчете по двухреакционной модели.

На Рис. 1.14 представлен график зависимости Pe от I_N для случая одной и двух брутто-реакций с учетом неравновесных эффектов на поверхности фазового перехода. Отметим, что зависимость $Pe(I_N)$ при одной брутто-реакции совпадает с зависимостью $Pe(I_N)$ в случае двух брутто-реакций при $Y_{2w} = 0$. А так как при заданных значениях параметров $Y_{2w} = 0.019$, то равновесные значения чисел Пекле Pe_{eq} (при $I_N = 0$) в первом и втором случае близки по значению.

Рис. 1.15 иллюстрирует зависимость Pe от I_N при двух независимых реакциях в неравновесном и равновесном случаях. Результат сравнения равновесного и неравновесного чисел Pe в обоих случаях показывает, что при $I_N < 10$ разница между равновесным и неравновесным решением не превышает 4%, для $I_N = 100$ расхождение увеличивается до 10%, а для $I_N > 1000$ - превышает 30%. Таким образом, для определения скорости диффузионного горения малых капель необходимо использовать неравновесную модель испарения.

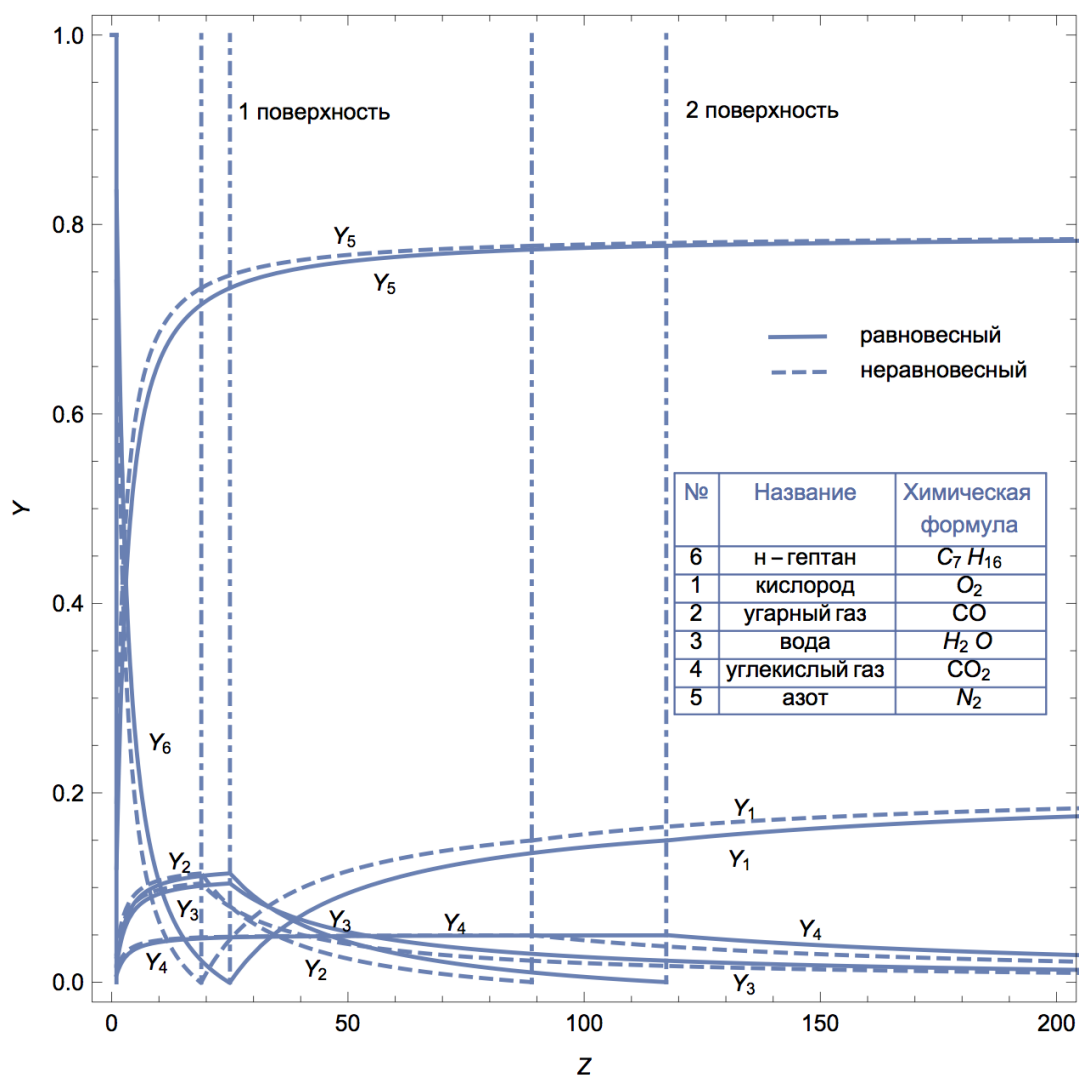


Рис. 1.10. Распределение концентраций для задачи горения капли н-гептана при протекании двух независимых брутто-реакций в равновесном (сплошная кривая) и неравновесном (пунктирная кривая) случаях.

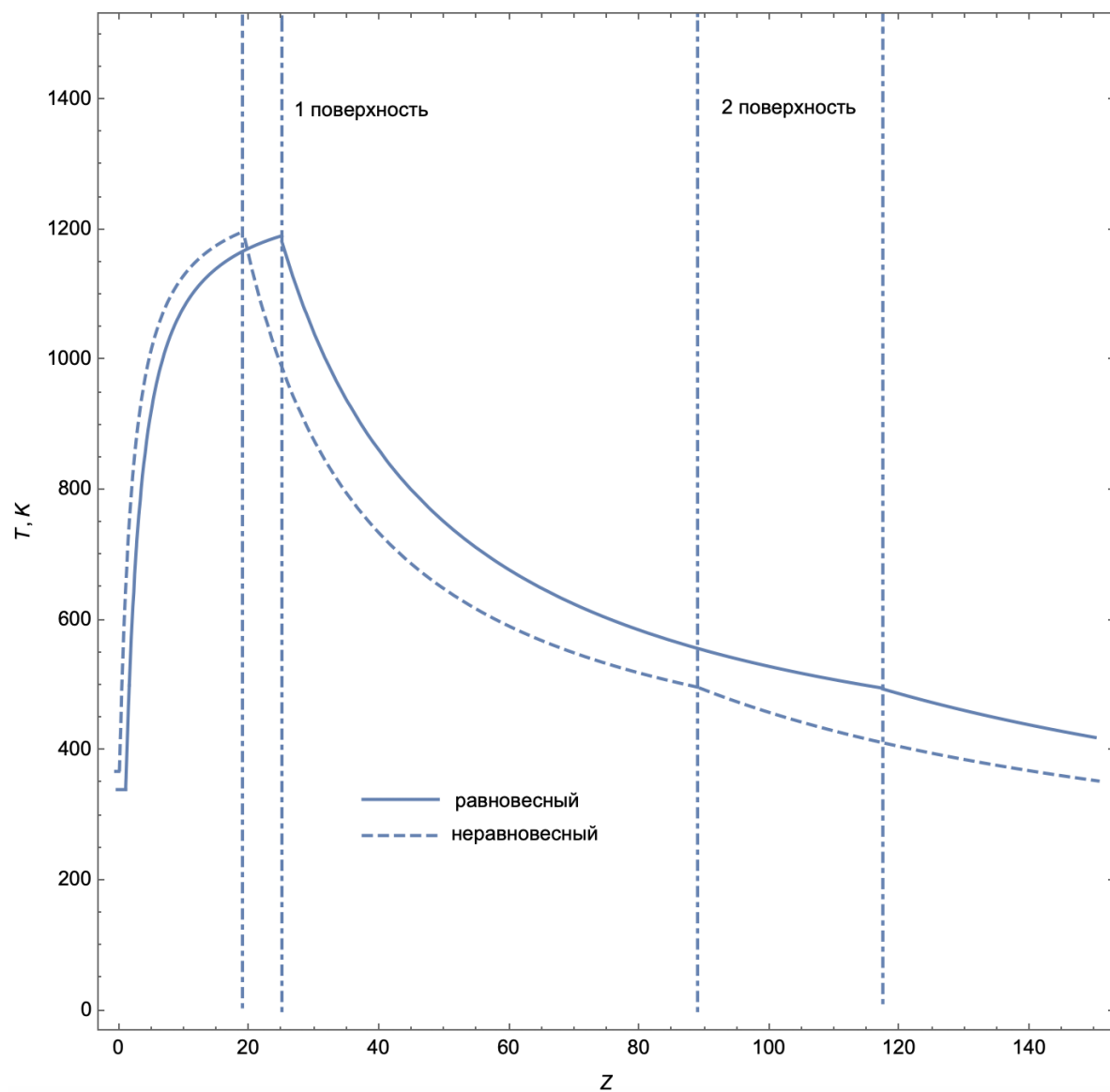


Рис. 1.11. Распределение температуры для задачи горения капли н-гептана при протекании двух независимых брутто-реакций в равновесном (сплошная кривая) и неравновесном (пунктирная кривая) случаях.

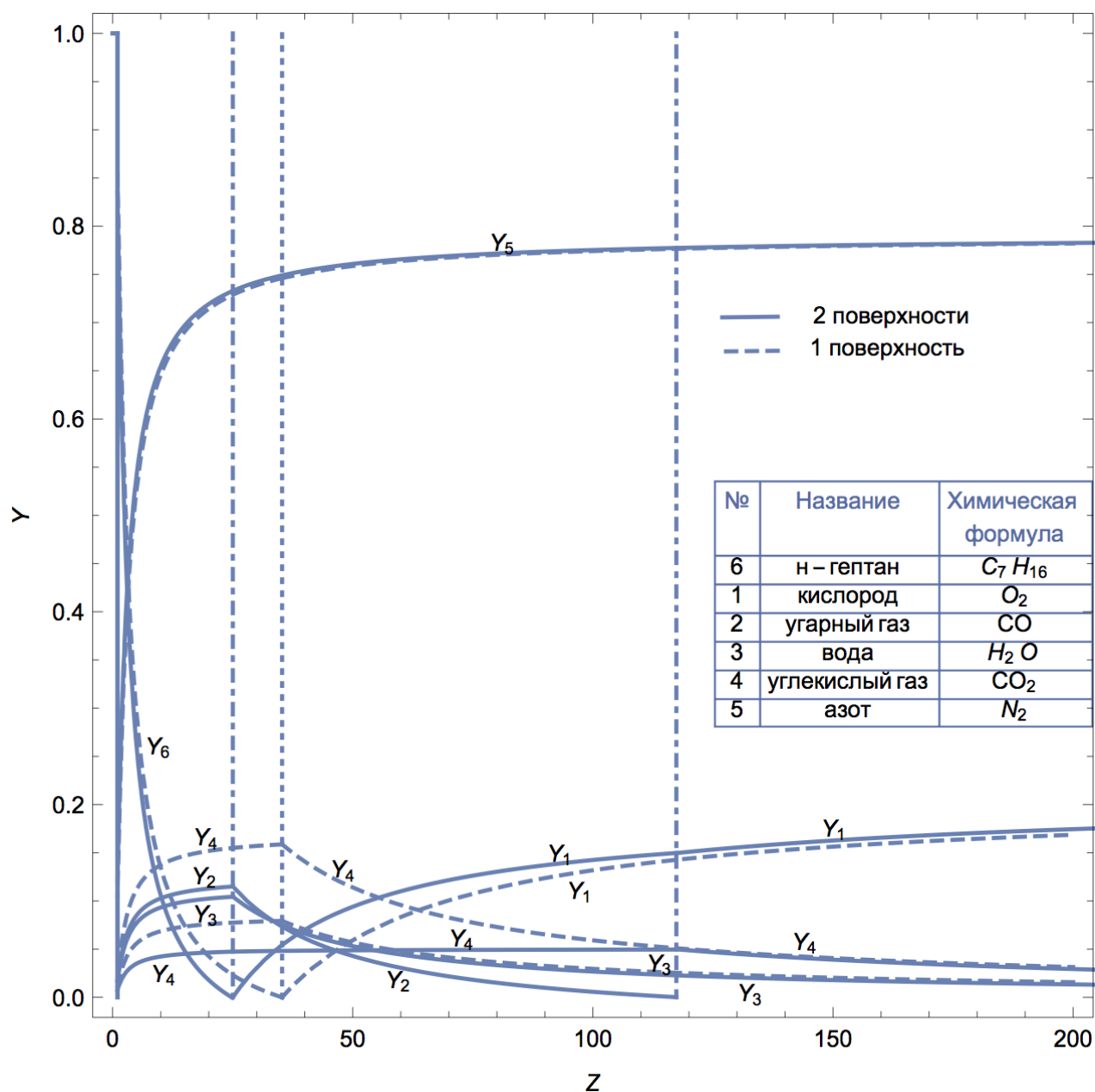


Рис. 1.12. Распределение концентраций для задачи горения капли н-гептана при протекании одной (пунктирная кривая) и двух (сплошная кривая) независимых брутто-реакций в равновесном случае.

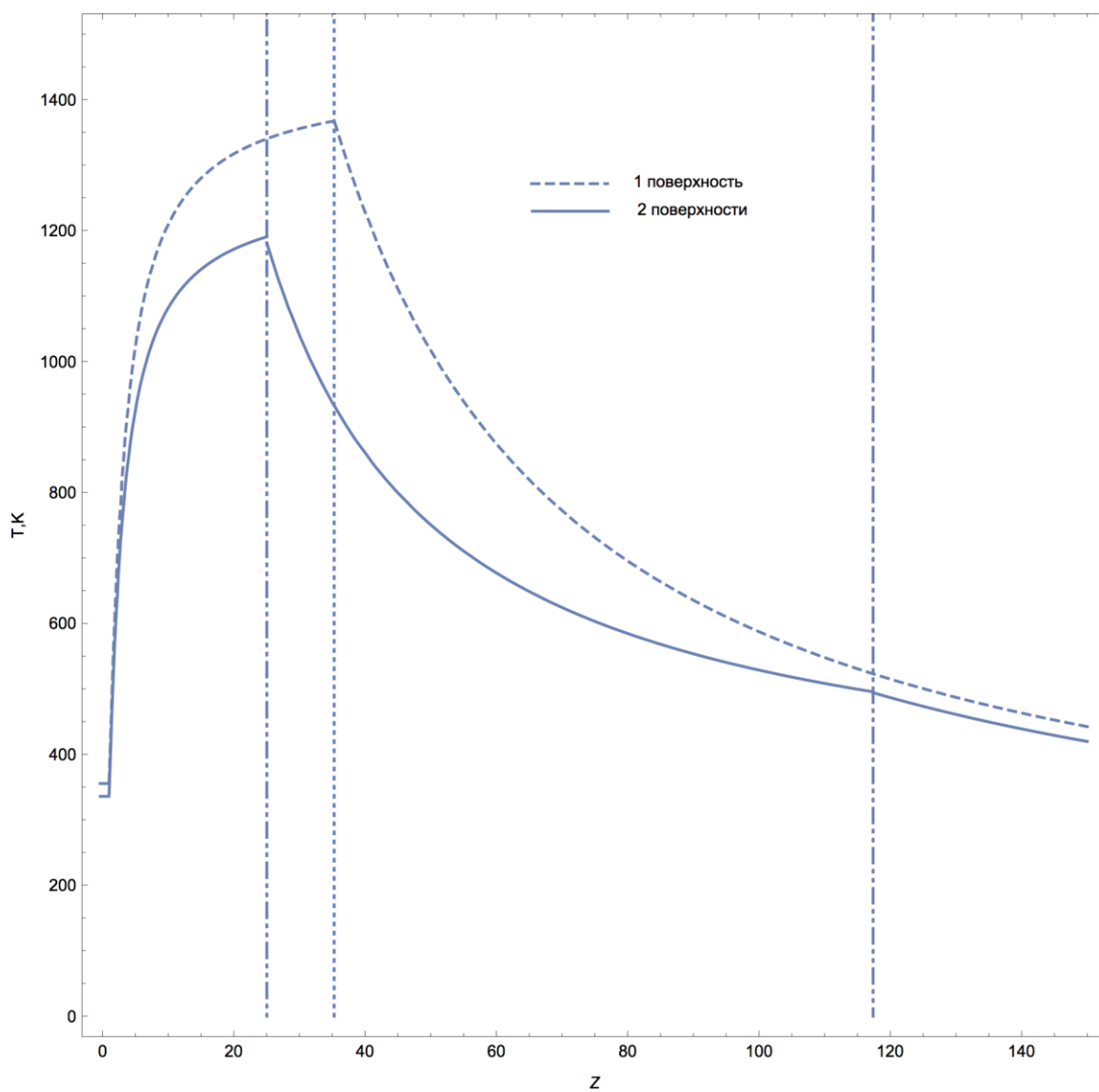


Рис. 1.13. Распределение температуры для задачи горения капли н-гептана при протекании одной (пунктирная кривая) и двух (сплошная кривая) независимых брутто-реакций в равновесном случае.

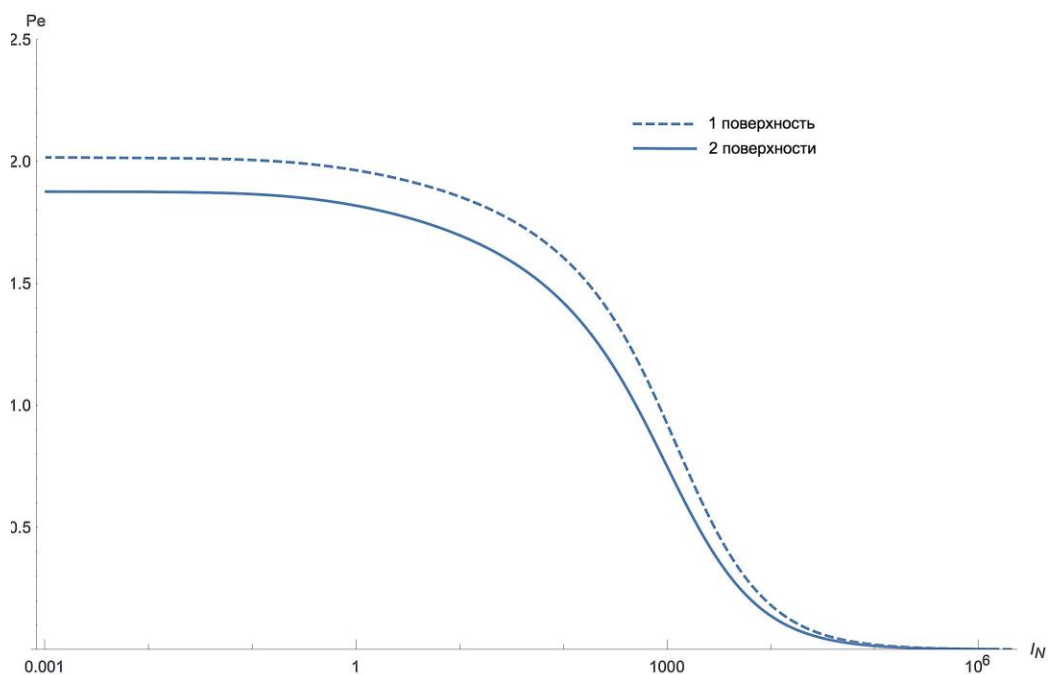


Рис. 1.14. Зависимость Pe от I_N для случая одной (пунктирная кривая) и двух (сплошная кривая) брутто-реакций в задаче горения капли н-гептана.

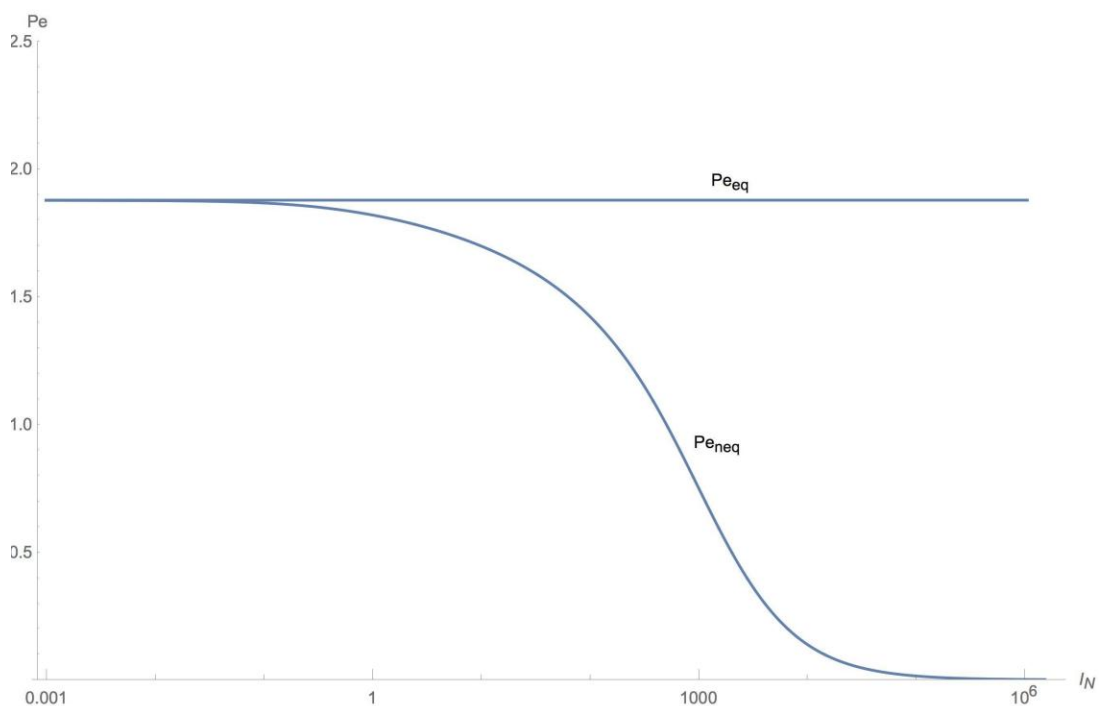


Рис. 1.15. Зависимость Pe от I_N при двух брутто-реакциях для неравновесного и равновесного случаев в задаче горения капли н-гептана.

1.2.4. Квазистационарное решение задачи о горении одиночной капли.

Так как процесс горения в данной задаче протекает в квазистационарном режиме, то скорость выгорания определяется в каждый момент времени из стационарного решения (1.40). При этом скорость выгорания капли может быть определена из уравнения:

$$\frac{dx_w}{dt} = -\frac{\dot{m}}{\rho_{NI}} \quad (1.54)$$

Введем безразмерные переменные $r = \frac{x_w}{x_{wo}}$, $\tau = \frac{t}{t_o}$. Тогда уравнение (1.54)

примет вид

$$\frac{dr}{d\tau} = -\frac{\dot{m}t_o}{\rho_{NI}x_{wo}} = -\frac{Pe}{r} \frac{\rho D t_o}{\rho_{NI}x_{wo}^2} \quad (1.55)$$

где x_{wo} - начальный радиус, t_o - характерное время сгорания капли при равновесном режиме испарения. Граничные условия $r = 0$, $\tau = 1$.

Проинтегрировав уравнение (1.55) с использованием граничных условий, описанных выше, получим следующее соотношение для равновесного режима:

$$t_o = \frac{\rho_{NI}x_{wo}^2}{2\rho D Pe_{eq}}$$

И, подставив выражение для t_o в (1.50), получим:

$$2r \frac{dr}{d\tau} = -\frac{Pe}{Pe_{eq}}, \quad r(0) = 1 \quad (1.56)$$

Для равновесной модели испарения решение уравнения (1.56) имеет вид $r = \sqrt{1-\tau}$, а для неравновесной модели решение может быть получено численным интегрированием (1.56) совместно с (1.40). Результаты решения представлены на Рис. 1.16, откуда видно, что для рассматриваемого примера учет неравновесных эффектов существенно замедляет процесс горения капли. Также можно сделать вывод, что при наличии двух поверхностей пламени время полного выгорания капли больше, чем в случае, когда протекает только одна брутто-реакция.

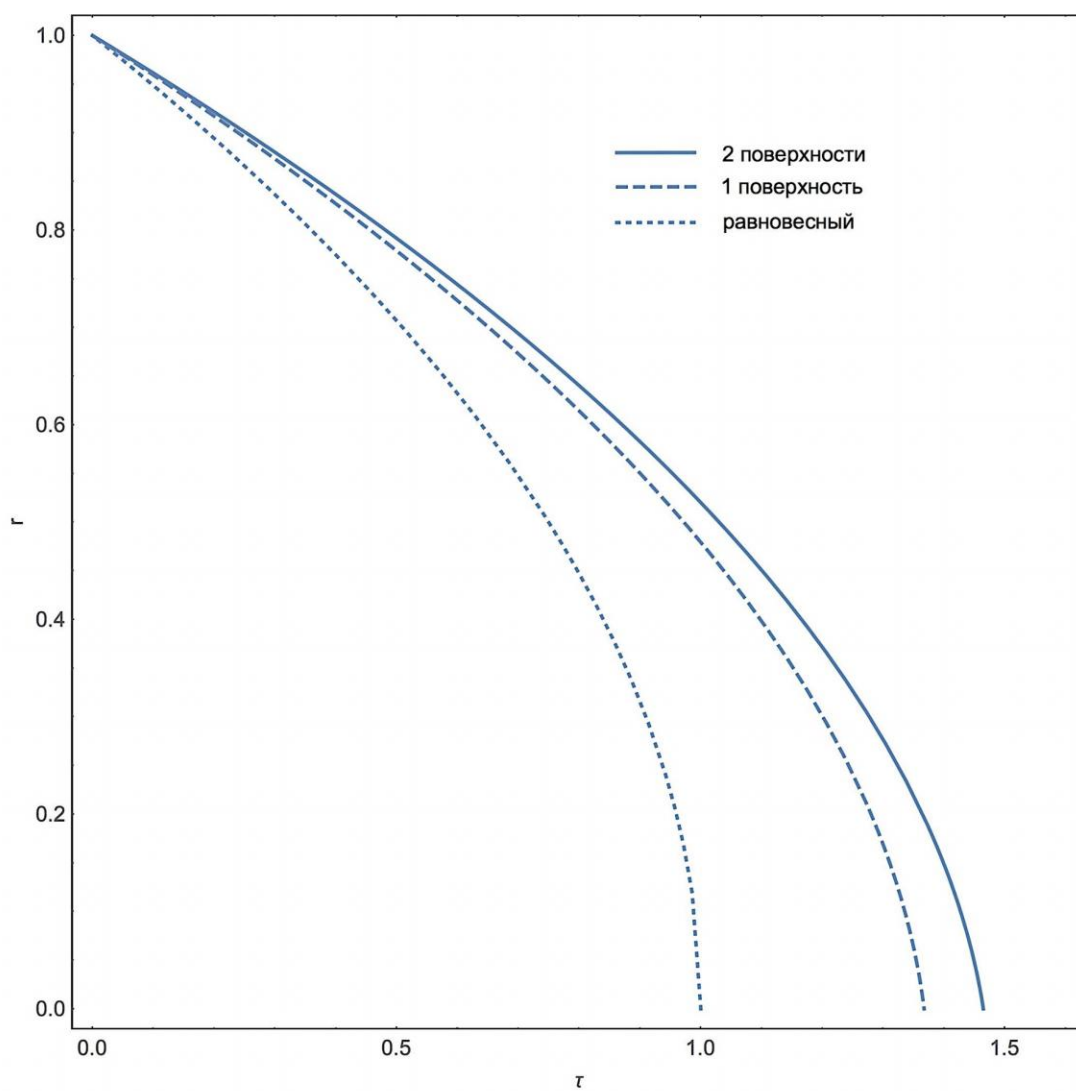


Рис. 1.16. Зависимость безразмерного радиуса капли от времени для задачи горения капли н-гептана в неравновесном случае при протекании одной (пунктирная линия) и двух (сплошная линия) реакций и в равновесном случае.

1.3. Диффузионное горение капли горючего в низкотемпературном режиме.

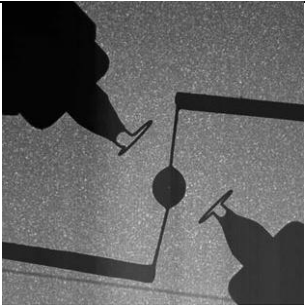
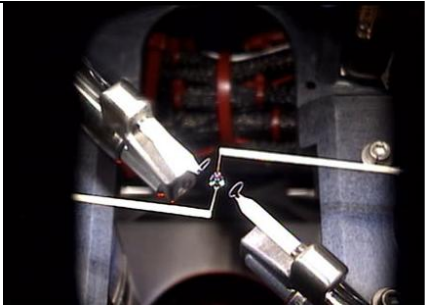
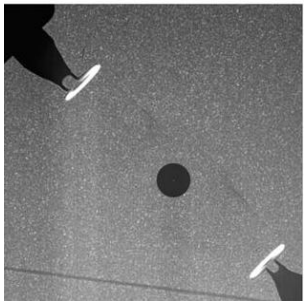
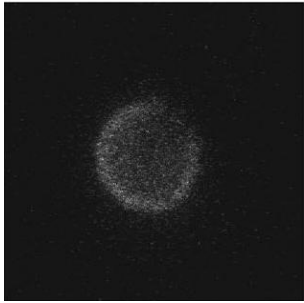
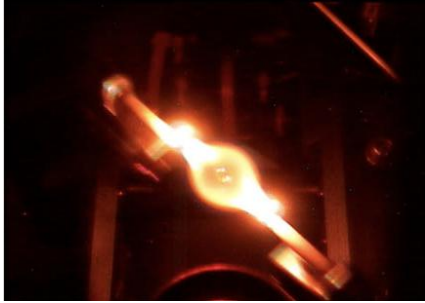
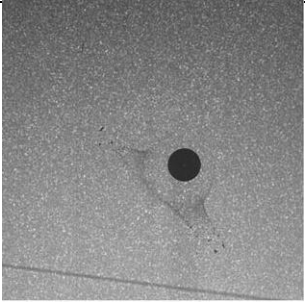
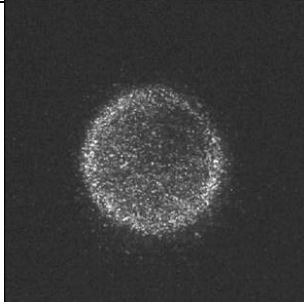
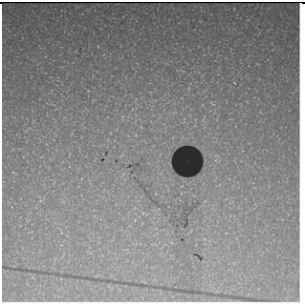
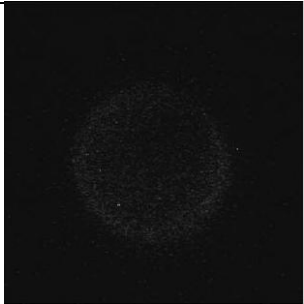
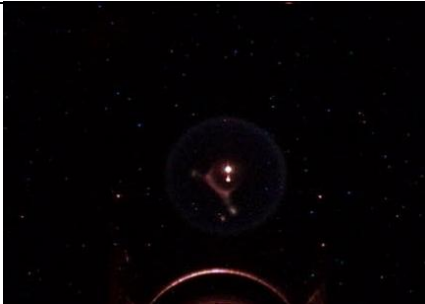
С 2009 года на борту Международной Космической Станции проводится серия экспериментов FLEX по горению одиночных капель в невесомости [248]. Целью данных экспериментов является изучение процессов горения в микрогравитации и исследование радиационного и диффузионного погасания капель.

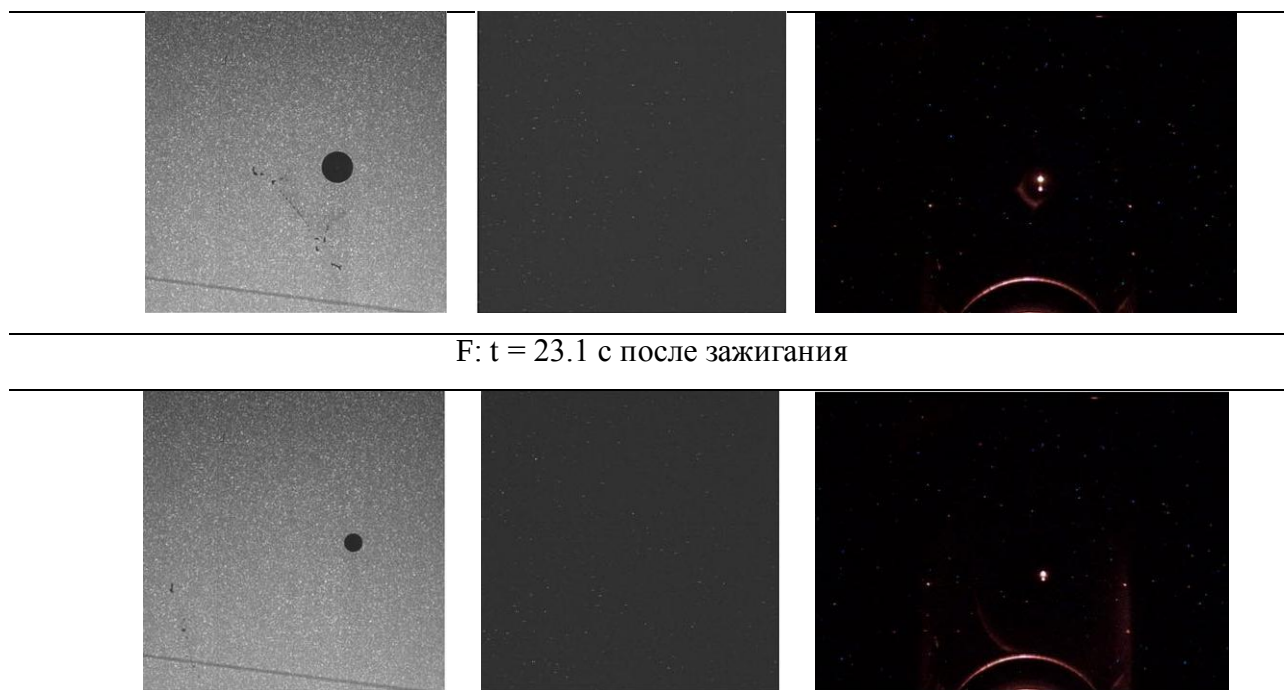
Обычно считается, что диффузионное пламя может угасать либо диффузионным, либо радиационным способом. Первый случай характеризуется медленным поступлением горючего в область пламени, в результате чего термоконвективные эффекты приводят к остыванию зоны горения и прекращению химической реакции, а второй чрезмерными потерями тепла в результате радиации из зоны горения.

В ходе экспериментов было обнаружено, что капля н-гептана ведет себя необычным образом (Рис. 1.17): после радиационного затухания горячего видимого пламени, радиус капли продолжает уменьшаться, т.е. капля продолжает гореть. Такое горение капли называют горением с «холодным» пламенем или «холодным» горением [248-259]. «Холодное» пламя не фиксируется приборами наблюдения, использованными в экспериментах FLEX.

В работах [257-259] показано, что существует два основных режима горения капли н-гептана: высоко- и низкотемпературный режимы. После высокотемпературного горения с видимым пламенем происходит переход к низкотемпературной стадии, на которой продолжается горение и испарение без видимого пламени. Низкотемпературное горение одиночной капли до проведения экспериментов FLEX не исследовалось.

В данном параграфе будет проведено исследование «холодного» горения капли н-гептана с использованием аналитического подхода.

HiBMS камера	LLUV камера	Цветная камера
Ширина области		
30 мм	40 мм	80 мм
А: $t = 0.10$ с до зажигания		
		
В: $t = 0.12$ с после зажигания		
		
С: $t = 2.3$ с после зажигания		
		
D: $t = 4.0$ с после зажигания. Прямо перед исчезновением видимого пламени		
		
Е: $t = 5.1$ с после зажигания. Сразу после исчезновения видимого пламени		



F: $t = 23.1$ с после зажигания

Рис. 1.17. Изображения в последовательные моменты времени, полученные в рамках эксперимента FLEX [248], с помощью трех различных камер.

1.3.1. Постановка задачи.

Также как и в предыдущем параграфе, при выводе уравнений эффектами, связанными с влиянием массовых сил, термодиффузией, диффузионными градиентами давления, объемной вязкостью, пренебрежем. Будем предполагать, что зона реакции, окружающая каплю, имеет сферическую форму, температура внутри капли постоянна (капля равномерно прогрета), и имеет место квазистационарное состояние процесса, т.е. размеры капли с течением времени медленно уменьшаются и скорость выгорания определяется в каждый момент времени из стационарных законов сохранения.

Пусть область $x > x_w$ соответствует смеси газов, $0 < x < x_w$ – жидкости, $x = x_w$ – поверхность капли.

Режим горения диффузионный, т.е. все химические реакции происходят на поверхности пламени. Исходя из данного предположения, окислитель ($i = 1$) не может присутствовать вблизи поверхности капли, а пары горючего ($i = N$) не могут выходить за поверхность пламени не вступив при этом в реакцию. Это значит, что на поверхности капли $Y_{1w} = 0$, а в газе – $Y_{Ne} = 0$.

Предполагается, что топливо однокомпонентно ($Y_{Nlw}=1$) и гетерогенные реакции отсутствуют. Здесь, также как и в предыдущем параграфе, будет рассмотрен случай, когда химическое взаимодействие моделируется с помощью K реакций.

Тогда система уравнений для решения данной задачи при принятых предположениях имеет следующий вид [262]:

$$\frac{d}{dx}(\rho v x^2) = 0 \quad (1.57a)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho Y_i v x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \rho D \frac{dY_i}{dx}) + \dot{M}_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (1.57б)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho v h x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \rho D \frac{dh}{dx}) \quad (1.57в)$$

$$p = \rho R T \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{m_i} = const \quad (1.57г)$$

Граничные условия на поверхности раздела фаз:

$$(\rho v)_w = \dot{m} \quad (1.58a)$$

$$\dot{m} Y_{iw} = (\rho D \frac{dY_i}{dx})_w, \quad i = 1, \dots, N-1 \quad (1.58б)$$

$$\dot{m}(Y_{Nw} - 1) = (\rho D \frac{dY_N}{dx})_w \quad (1.58в)$$

$$h_L \dot{m} = (\lambda \frac{dT}{dx})_w - (\lambda \frac{dT}{dx})_{lw} \quad (1.58г)$$

где $\dot{m}$ - массовая скорость испарения жидкости.

Тепловой поток $q_s = (\lambda \frac{\partial T}{\partial x})_{lw}$ определяется из решения следующей задачи:

- определяющее уравнение: $\rho \hat{c}_p \frac{dT}{dt} + \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} + 2\lambda x \frac{dT}{dx} = \lambda \frac{d}{dx} \left(x^2 \frac{dT}{dx} \right),$
- условие на поверхности капли (подвижная граница): $x = x_w - \int_0^t v_w dt$ и

$$T = T_w,$$

- начальные условия: $T = T_0$ и $0 < x < x_w$,
- граничные условия ($x = 0$): $\frac{dT}{dx} = 0$.

Для получения аналитического решения будем использовать приближенное решение для теплового потока q_s :

$$q_s = \frac{\dot{m}\hat{c}_{pw}(T_w - T_0)}{\sqrt{\theta}}, \text{ где } \theta = \frac{t}{t_x}, \quad t_x - \text{характерное время установления}$$

стационарного профиля прогрева со стороны подвижной границы в задаче Стефана.

Тогда при малых θ поток тепла, направленный на прогрев капли q_s , значительный, для $\theta \sim 1$ приближенное решение q_s совпадает со стационарным решением задачи Стефана $q_s = \dot{m}\hat{c}_{pw}(T_w - T_0)$ и для $\theta \gg 1$ капля прогревается практически равномерно и $q_s \rightarrow 0$.

Граничные условия на бесконечности имеют следующий вид:

$$T = T_e, Y_1 = Y_{1e}, Y_{ie} = 1 - Y_{1e}, Y_{ie} = 0, i = 2, \dots, N, i \neq I$$

где $i = 1$ – окислитель; $i = N$ – горючее; остальные компоненты представляют собой промежуточные реагенты, продукты реакции и инертные компоненты.

Скорость образования i -го компонента при химических реакциях имеет следующий вид

$$\dot{M}_i = \sum_{j=1}^K \omega_{ij},$$

где ω_{ij} – массовая скорость рождения i -го компонента в j -ой реакции, причем связь между ω_{ij} определяется следующими соотношениями:

$$\frac{\omega_{ij}}{m_i(\nu''_{ij} - \nu'_{ij})} = \frac{\omega_{kj}}{m_k(\nu''_{kj} - \nu'_{kj})} = \omega_j, \quad j = 1, \dots, K, \quad i = 1, \dots, N$$

Выражение для массовых скоростей образования компонентов $\dot{M}_i$ можно записать как:

$$\dot{M}_i = \sum_{j=1}^K m_i (\nu_{ij}'' - \nu_{ij}') \omega_j, \quad i = 1, \dots, N \quad (1.59)$$

Пусть $\|m_i(\nu_{ij}'' - \nu_{ij}')\| = \|M_{ij}\|$, $\det\|M_{ij}\| = U \neq 0$, а A_{ij} - алгебраическое дополнение к элементу матрицы M_{ij} . Из первых K уравнений системы (1.59) выразим независимые величины

$$\omega_j = \frac{1}{U} \sum_{n=1}^K \dot{M}_n A_{nj} \quad (1.60)$$

После преобразований система уравнений (1.57) примет следующий вид:

$$\frac{d}{dx}(\rho v x^2) = 0 \quad (1.61a)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho Y_i v x^2) = \frac{d}{dx}(x^2 \rho D \frac{dY_i}{dx}) + \dot{M}_i, \quad i = 1, \dots, K \quad (1.61б)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho v x^2 \beta_i) = \frac{d}{dx}(\rho D x^2 \frac{d\beta_i}{dx}), \quad i = K+1, \dots, N, H \quad (1.61в)$$

$$p = \rho R T \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{m_i} = \text{const}, \quad (1.61г)$$

$$\text{где } \beta_i = Y_i - \alpha_i, \quad \beta_H = \hat{c}_p T + \sum_{n=1}^K \Delta H_n Y_n.$$

где $\Delta H_n = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K h_i^0 m_i (\nu_{ij}'' - \nu_{ij}') A_{nj} / U$ - суммарное энергосодержание в сложной

реакции в единицу массы n -го компонента, $\alpha_i = \sum_{n=1}^K \Phi_{in} Y_n$ и

$\Phi_{in} = \sum_{j=1}^K m_i (\nu_{ij}'' - \nu_{ij}') A_{nj} / U$ - стехиометрическое отношение для i -го и n -го

компонентов.

Из $N+1$ уравнения полученной системы только K уравнений, по числу независимых брутто-реакций, являются неоднородными, т.к. содержат источниковые члены. Остальные же уравнения решаются аналитически.

Интегрируя уравнение (1.57a) с учетом граничного условия (1.58a), получим следующее выражение, верное в пределах газовой фазы: $\rho v = \dot{m} \frac{x_w^2}{x^2}$.

Введя безразмерные переменные $z = \frac{x}{x_w}$, $Pe = \frac{\dot{m} x_w}{\rho D}$, а также используя предыдущее равенство, приведем систему (1.61) к виду:

$$\frac{d\beta_i}{dz} = \frac{d}{dz} \frac{z^2}{Pe} \frac{d\beta_i}{dz} \quad (1.62)$$

А используя новую переменную $\xi(z) = \int_z^\infty \frac{Pe}{z^2} dz$, преобразуем уравнения (1.62):

$$\frac{d\beta_i}{d\xi} = -\frac{d^2\beta_i}{d\xi^2} \quad (1.63)$$

Решение уравнения (1.63) будет иметь следующий вид:

$$\beta_i = A_i + B_i e^{-\xi} \quad (1.64)$$

тогда из граничных условий (1.58a)-(1.58г) для функции β_i имеем

$$\left(\frac{d\beta_i}{d\xi} \right)_w = -Y_{iw} + \sum_{n=1}^K \Phi_{in} Y_{nw} \quad (1.65a)$$

$$\left(\frac{d\beta_N}{d\xi} \right)_w = 1 - Y_{Nw} + \sum_{n=1}^K \Phi_{Nn} Y_{nw} \quad (1.65б)$$

$$\left(\frac{d\beta_H}{d\xi} \right)_w = -\left(h_L + \frac{\hat{c}_{pw}(T_w - T_0)}{\sqrt{\theta}} \right) - \sum_{i=1}^K \Delta H_n Y_{nw} \quad (1.65в)$$

Уравнения (1.64) и (1.65) позволяют найти выражения для ξ_w , Y_{Nw} , Y_{iw} :

$$\begin{aligned} \xi_w = & \ln(\hat{c}_{pe} T_e - \hat{c}_{pw} T_w + h_L + \frac{\hat{c}_{pw}(T_w - T_0)}{\sqrt{\theta}} + \sum_{n=1}^K \Delta H_n Y_{ne}) - \\ & - \ln(h_L + \frac{\hat{c}_{pw}(T_w - T_0)}{\sqrt{\theta}} + \sum_{n=1}^K \Delta H_n Y_{nw}) \end{aligned} \quad (1.66a)$$

$$Y_{Nw} = 1 + \sum_{n=1}^K \Phi_{Nn} Y_{nw} - (1 + \sum_{n=1}^K \Phi_{Nn} Y_{ne}) e^{-\xi_w} \quad (1.66б)$$

$$Y_{iw} = (Y_{ie} - \sum_{i=1}^K \Phi_{in} Y_{ne}) e^{-\xi_w} + \sum_{n=1}^K \Phi_{in} Y_{nw} \quad (1.66b)$$

Используя (1.66), найдем выражение для T_w :

$$T_w = \frac{\hat{c}_{pe} T_e + \sum_{n=1}^K \Delta H_n Y_{ne} + h_L - \frac{\hat{c}_{pw} T_0}{\sqrt{\theta}} - e^{\xi_w} \left(\sum_{n=1}^K \Delta H_n Y_{nw} + h_L - \frac{\hat{c}_{pw} T_0}{\sqrt{\theta}} \right)}{\hat{c}_{pw} \left(1 + \frac{e^{\xi_w} - 1}{\sqrt{\theta}} \right)} \quad (1.67)$$

Определим температуру на поверхности капли T_w как температуру испарения топлива при давлении p_{Nw} , которое равняется парциальному давлению паров горючего:

$$p_{Nw} = Y_{Nw} p_e \frac{m_w}{m_N} \quad (1.68)$$

Молекулярная масса смеси m_w определяется следующим уравнением:

$$\frac{1}{m_w} = \sum_{i=1}^N \frac{Y_{iw}}{m_i}.$$

Давление p_{Nw} может быть определено из уравнения Клапейрона - Клазиуса

$$\frac{p_e}{p_{Nw}} = \left(\frac{T_{ke}}{T_w} \right)^{\Delta c_p m_N / R} \exp \left[\frac{\Delta c_p m_N T_{kp}}{R} \left(\frac{1}{T_{ke}} - \frac{1}{T_w} \right) \right] \quad (1.69)$$

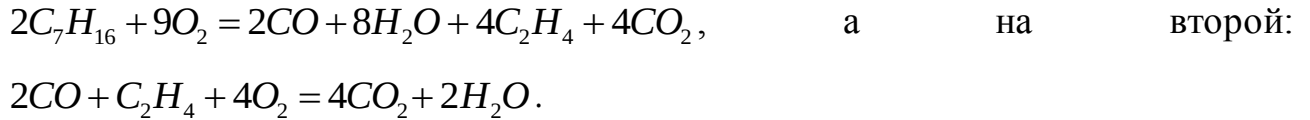
где T_{ke} - температура фазового перехода при давлении p_e , T_{kp} - критическая температура.

Соотношения (1.66), (1.68) и (1.69) составляют замкнутую систему уравнений для определения p_{Nw} , Y_{Nw} и T_w .

1.3.2. Математическая модель горения капли н-гептана в атмосфере воздуха при протекании двух реакций в равновесном случае.

Рассмотрим горение капли н-гептана (C_7H_{16}) в атмосфере воздуха. Предположим, что существуют две поверхности пламени ($K=2$). На первой

поверхности пламени происходит реакция взаимодействия н-гептана с воздухом



Пусть $x = x_*$ и $x = x_{**}$ - первая и вторая поверхность пламени соответственно.

Для решения задачи используем обобщение метода Шваба-Зельдовича, проведенное в § 1.2 Главы 1:

$$Y_N = 0 \text{ при } x \geq x_*; Y_1 = 0 \text{ при } x \leq x_*; Y_2 = 0 \text{ при } x \geq x_{**}.$$

Пусть индекс $i=1$ соответствует O_2 , которого нет внутри первой поверхности пламени, индекс $i=2$ - CO , который отсутствует вне второй поверхности.

Используя уравнения (1.64) и (1.65б) определим вид функции β_N для $K=2$:

$$\beta_N = 1 - (1 + \Phi_{N1} Y_{1e}) e^{-\xi} \quad (1.70)$$

Т.к. на первой поверхности пламени концентрации горючего и окислителя равны нулю ($Y_{N*} = 0, Y_{1*} = 0$), функция β_N примет вид

$$\beta_N(\xi_*) = -Y_{2*} \Phi_{N**} \quad (1.71)$$

Тогда из (1.70) и (1.71) следует, что

$$e^{-\xi_*} = \frac{1 + Y_{2*} \Phi_{N2}}{1 + \Phi_{N1} Y_{1e}} \quad (1.72)$$

Используя предыдущее соотношение (1.72) и выражение для ξ_w (1.66а), получим соотношение для определения положения первой поверхности пламени ($x = x_*$)

$$z_* = \frac{x_*}{x_w} = \frac{\ln(\hat{c}_{pe} T_e - \hat{c}_{pw} T_w + h_L + \frac{\hat{c}_{pw}(T_w - T_0)}{\sqrt{\theta}} + \Delta H_1 Y_{1e})}{\ln(Y_{1e} \Phi_{N1} + 1) - \ln(Y_{2*} \Phi_{N2} + 1)} - \frac{\ln(h_L + \frac{\hat{c}_{pw}(T_w - T_0)}{\sqrt{\theta}} + \Delta H_2 Y_{2w})}{\ln(Y_{1e} \Phi_{N1} + 1) - \ln(Y_{2*} \Phi_{N2} + 1)} \quad (1.73)$$

На второй поверхности пламени $Y_{N^{**}}=0, Y_{2^{**}}=0$, поэтому функция β_N будет выглядеть следующим образом

$$\beta_N(\xi_{**}) = -Y_{1^{**}}\Phi_{N^*} \quad (1.74)$$

Тогда из (1.71) и (1.74) следует, что

$$e^{-\xi_{**}} = \frac{1 + Y_{1^{**}}\Phi_{N1}}{1 + \Phi_{N1}Y_{1e}} \quad (1.75)$$

А из (1.66a) и (1.75) получим соотношение для определения второй поверхности пламени ($x = x_{**}$)

$$Z_{**} = \frac{x_{**}}{x_w} = \frac{\ln(\hat{c}_{pe}T_e - \hat{c}_{pw}T_w + h_L + \frac{\hat{c}_{pw}(T_w - T_0)}{\sqrt{\theta}} + \Delta H_1 Y_{1e})}{\ln(Y_{1e}\Phi_{N1} + 1) - \ln(Y_{1^{**}}\Phi_{N1} + 1)} - \frac{\ln(h_L + \frac{\hat{c}_{pw}(T_w - T_0)}{\sqrt{\theta}} + \Delta H_2 Y_{2w})}{\ln(Y_{1e}\Phi_{N1} + 1) - \ln(Y_{1^{**}}\Phi_{N1} + 1)} \quad (1.76)$$

Первая и вторая поверхность пламени расположены соответственно ниже и выше поверхности пламени для одной брутто-реакции.

Так как вне поверхности пламени химические реакции отсутствуют, то Y_1, Y_2 удовлетворяют следующим соотношениям:

$$Y_1 = \begin{cases} 0, & x_w \leq x \leq x_* \\ \Phi_{i1}Y_{1^{**}} \frac{e^{-\xi} - e^{-\xi_*}}{e^{-\xi_{**}} - e^{-\xi_*}}, & x_* \leq x \leq x_{**} \\ (Y_{1e} - Y_{1^{**}}) \frac{e^{-\xi} - e^{-\xi_{**}}}{1 - e^{-\xi_{**}}} + Y_{1^{**}}, & x \leq x_{**} \end{cases} \quad (1.77)$$

$$Y_2 = \begin{cases} (Y_{2*} - Y_{2w}) \frac{e^{-\xi} - e^{-\xi_w}}{e^{-\xi_*} - e^{-\xi_w}} + Y_{2w}, & x_w \leq x \leq x_* \\ -Y_{2*} \frac{e^{-\xi} - e^{-\xi_*}}{e^{-\xi_{**}} - e^{-\xi_*}} + Y_{2*}, & x_* \leq x \leq x_{**} \\ 0, & x \leq x_{**} \end{cases} \quad (1.78)$$

Концентрации остальных компонент и температура смеси определяются по следующим формулам:

$$Y_i = \beta_i + Y_1 \Phi_{N1} + Y_2 \Phi_{N2}, \quad T = \frac{1}{\hat{c}_p} (\beta_H - \Delta H_1 Y_1 - \Delta H_2 Y_2) \quad (1.79)$$

Теплофизические свойства компонент, использованные при расчетах, взяты из [261]. Начальные условия следующие:

$$p_e = 1 \text{ bar}, T_e = 300 \text{ K}, Y_{1e} = 0.21, Y_{1**} = 0.05, Y_{2*} = 0.01$$

Теплота парообразования предполагается постоянной и равной среднему значению $h_L = 340 \text{ кДж/кг}$. Характерные параметры для химической реакции указаны в Таблице 3.

Таблица 3. Характерные параметры для задачи горения капли н-гептана в атмосфере воздуха.

№	Название	Химическая формула	Молярная масса m_i (г/моль)	$(\nu''_{i*} - \nu'_{i*})$	$(\nu''_{i**} - \nu'_{i**})$
7	н-гептан	C_7H_{16}	100	-2	0
1	кислород	O_2	32	-9	-4
2	угарный газ	CO	28	2	-2
3	вода	H_2O	18	8	2
4	углекислый газ	CO_2	44	4	4
5	этилен	C_2H_4	28	4	-1
6	азот	N_2	28	0	0

Для проведения оценочных расчетов примем параметр θ равным 0.01. Используя уравнения (1.77) - (1.78), начальные и граничные условия, получим распределения концентраций (Рис. 1.18) и температуры (Рис. 1.19) вокруг капли.

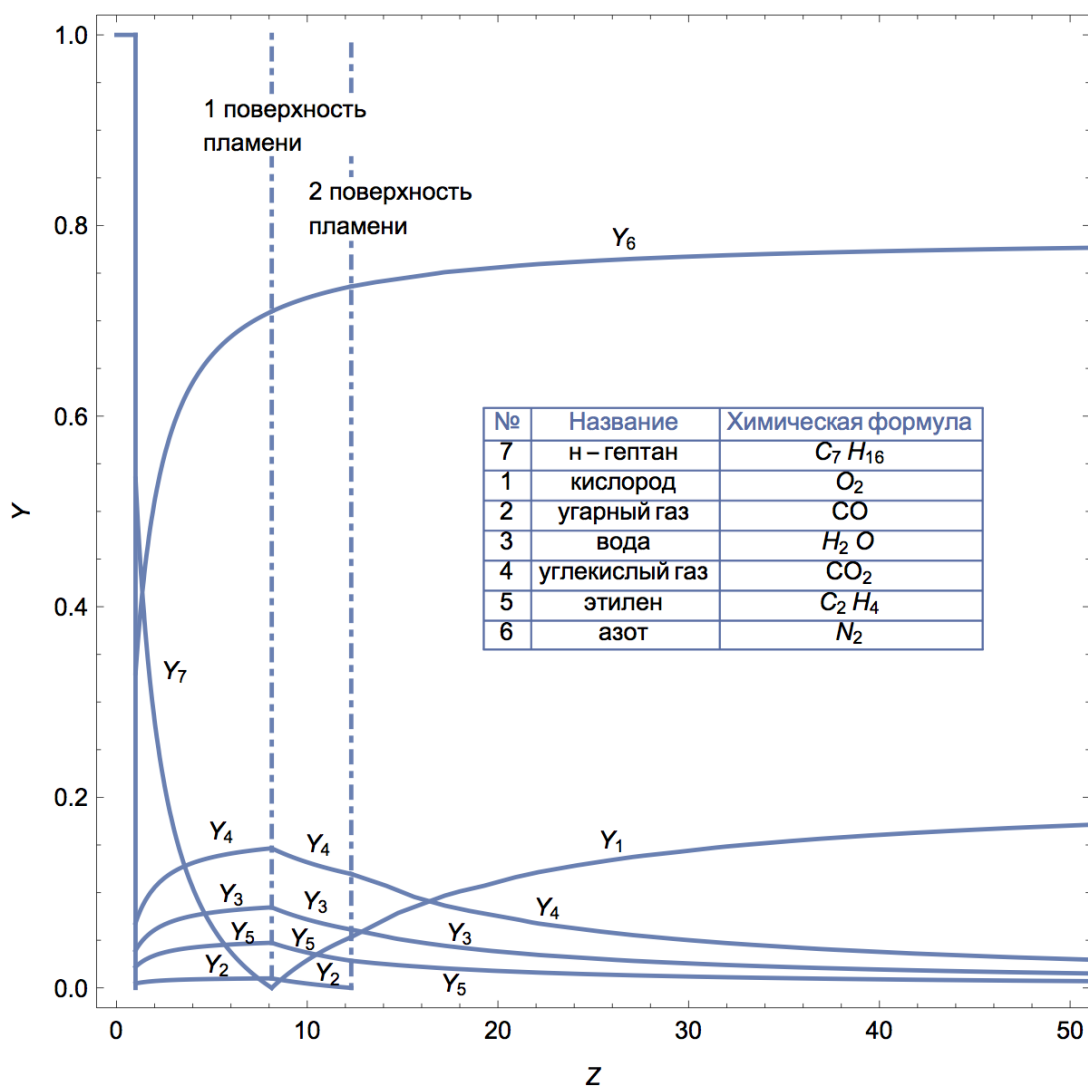


Рис. 1.18. Распределение концентраций для задачи горения капли н-гептана при протекании двух независимых брутто-реакций.

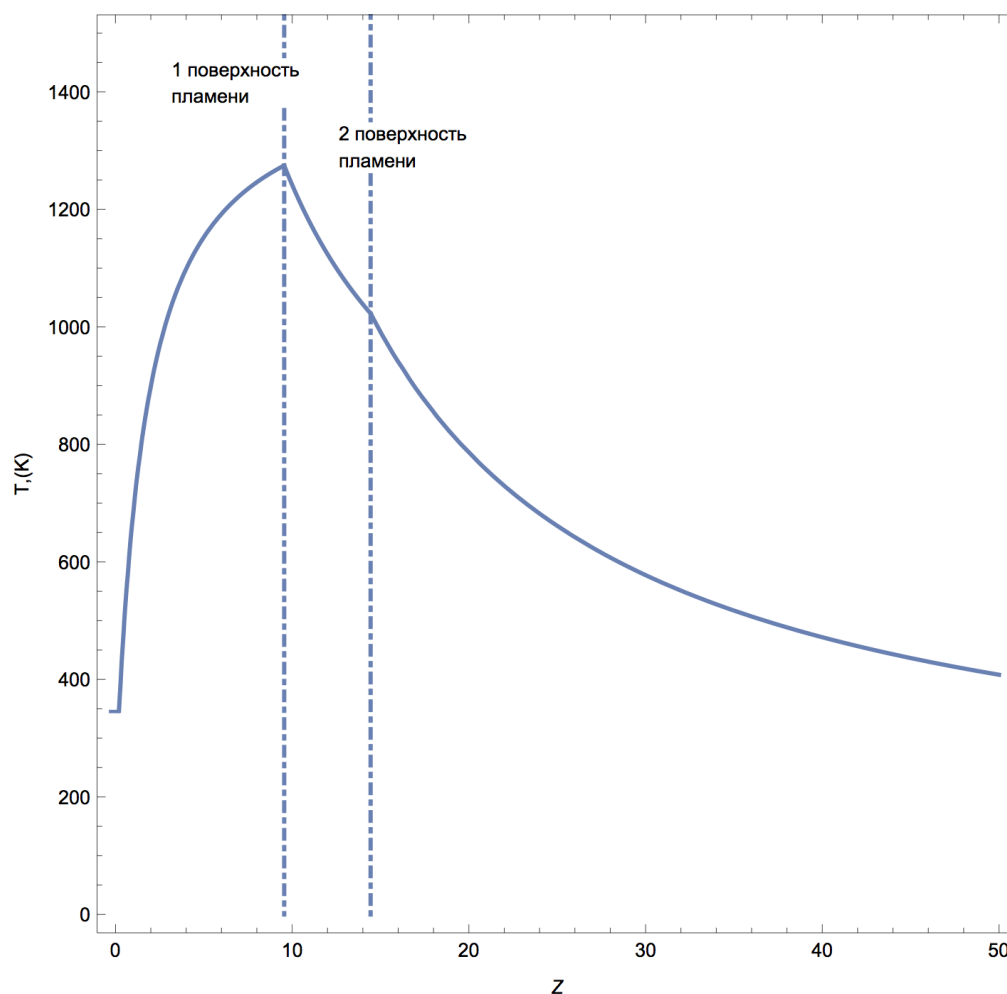


Рис. 1.19. Распределение температуры для задачи горения капли н-гептана при протекании двух независимых брутто-реакций.

На Рис. 1.18. видно, что концентрации угарного газа ($i = 2$), воды ($i = 3$), углекислого газа ($i = 4$) и этилена ($i = 5$) достигают максимального значения на первой поверхности пламени. Кроме того, концентрация угарного газа не поднимается выше 0.01. Основной рост температуры происходит на первой поверхности пламени (Рис. 1.19). Пик температуры, равный примерно 1200 К, достигается на первой поверхности, а на второй поверхности пламени значение температуры составляет примерно 1000 К.

Данный случай соответствует высокотемпературному режиму горения и качественно согласуется с численными расчетами, приведенными в работе [257]. Низкотемпературный режим имеет сильно нестационарную структуру, и распределение концентраций и температуры не может быть описано с помощью

стационарного решения. Но, несмотря на это, эволюции диаметра и пламени капли могут быть получены из квазистационарного решения.

1.3.3. Квазистационарное решение задачи о горении капли н-гептана.

Скорость выгорания капли в каждый момент времени определяется на основе полученного стационарного решения.

Изменение радиуса капли определяется следующей формулой:

$$\frac{dx_w}{dt} = -\frac{\dot{m}}{\rho_{NI}} \quad (1.80)$$

Введя безразмерные параметры $r = \frac{x_w}{x_{wo}}, \tau = \frac{t}{t_o}$, преобразуем уравнение (1.80) к следующему виду:

$$\frac{dr}{d\tau} = -\frac{\dot{m}t_o}{\rho_{NI}x_{wo}} = -\frac{Pe}{r} \frac{\rho D t_o}{\rho_{NI}x_{wo}^2} \quad (1.81)$$

где x_{wo} - начальный радиус капли, t_o - характерное время выгорания капли.

Граничное условие записывается следующим образом:

$$r = 0 \quad \tau = 1 \quad (1.82)$$

Проинтегрировав уравнения (1.81) с учетом (1.82), получим следующее выражение для характерного времени выгорания капли:

$$t_o = \frac{\rho_{NI}x_{wo}^2}{2\rho DPe}$$

Используя полученное выражение для t_o , преобразуем уравнение (1.81):

$$2r \frac{dr}{d\tau} = -1, \quad r(0) = 1 \quad (1.83)$$

Решение уравнения (1.83) имеет следующий вид:

$$r = \sqrt{1 - \tau} \quad (1.84)$$

Поведение первой и второй поверхностей пламени можно описать следующими аналитическими формулами:

$$z_*^{qs} = \frac{x_*^{qs}}{x_w} = \left(1 - (z_* - 1) \frac{\kappa \sqrt{\tau}}{1 + \kappa \sqrt{\tau}} \right) \text{ или}$$

$$x_*^{qs} = x_{wo} \sqrt{1-\tau} \left(1 - (z_* - 1) \frac{\kappa \sqrt{\tau}}{1 + \kappa \sqrt{\tau}} \right) \text{ для первой поверхности пламени, (1.85)}$$

$$z_{**}^{qs} = \frac{x_{**}^{qs}}{x_w} = \left(1 - (z_{**} - 1) \frac{\kappa \sqrt{\tau}}{1 + \kappa \sqrt{\tau}} \right) \text{ или}$$

$$x_{**}^{qs} = x_{wo} \sqrt{1-\tau} \left(1 - (z_{**} - 1) \frac{\kappa \sqrt{\tau}}{1 + \kappa \sqrt{\tau}} \right) \text{ для второй поверхности пламени, (1.86)}$$

где z_* , z_{**} определяются формулами (1.73) и (1.76), κ - коэффициент согласования.

Аналитические формулы были получены на основе решения плоской одномерной нестационарной задачи о распространении пламени в диффузионном режиме [56]. Так при $\tau = 0$, $x_*^{qs} = x_{wo}$, $x_{**}^{qs} = x_{wo}$, при $\tau \ll 1$ изменение радиуса пламени пропорционально $\sqrt{\tau}$, как показано в [56], и при $\tau \rightarrow \infty$, $\left(1 - (z_* - 1) \frac{\kappa \sqrt{\tau}}{1 + \kappa \sqrt{\tau}} \right) \rightarrow z_*$ и $\left(1 - (z_{**} - 1) \frac{\kappa \sqrt{\tau}}{1 + \kappa \sqrt{\tau}} \right) \rightarrow z_{**}$.

Согласно исследованиям, проведенным в [257-259], первая зона соответствует высокотемпературному режиму горения, а во второй зоне происходят низкотемпературные реакции. Для решения данной задачи мы предполагаем, что существуют две поверхности пламени, но первая поверхность пламени может быть зафиксирована приборами наблюдения, а вторая поверхность пламени невидима. Также в первой зоне протекают две реакции, во второй зоне химическая реакция н-гептана с кислородом прекращается, в то время как вторая реакция $2CO + C_2H_4 + 4O_2 = 4CO_2 + 2H_2O$ продолжается.

Поскольку первая реакция ($2C_7H_{16} + 9O_2 = 2CO + 8H_2O + 4C_2H_4 + 4CO_2$) происходит на первой поверхности пламени, а вторая реакция соответствует второй поверхности пламени, это означает, что в высокотемпературной зоне существуют две поверхности пламени, но вторая поверхность пламени невидима; в низкотемпературной зоне присутствует только вторая невидимая поверхность пламени. Данное предположение объясняет наличие

радиационного угасания пламени и продолжающегося горения капли с «холодным» пламенем в экспериментах FLEX-500 [248].

В первой и второй зонах радиус капли уменьшается в соответствии с уравнением (1.84), но в первой зоне характерное время выгорания капли (t_0) определяется решением системы уравнений (1.66), (1.68), (1.69), а во второй зоне значение t_0 определяется из решения той же системы, но без учета выделения энергии от первой реакции, поскольку в данной области не существует первой поверхности пламени.

На Рис. 1.20. показано сравнение аналитического решения для эволюции капли н-гептана с данными эксперимента FLEX-500 [248]. Начальный диаметр капли составляет 3.6 мм, условия окружающей среды $Y_{O_2} = 0.211$, $Y_{N_2} = 0.789$, $p_e = 1 \text{ bar}$, $T_e = 297.99 \text{ K}$. Чтобы найти характерное время t_0 , необходимое для решения задачи, продолжим аналитическое решение до пересечения с осью $x_w = 0$ (пунктирная линия на Рис. 1.20). Таким образом, в первой зоне решение описывается уравнением (1.84) при $t_0 = 28.5 \text{ c}$, во второй зоне при $t_0 = 32.4 \text{ c}$.

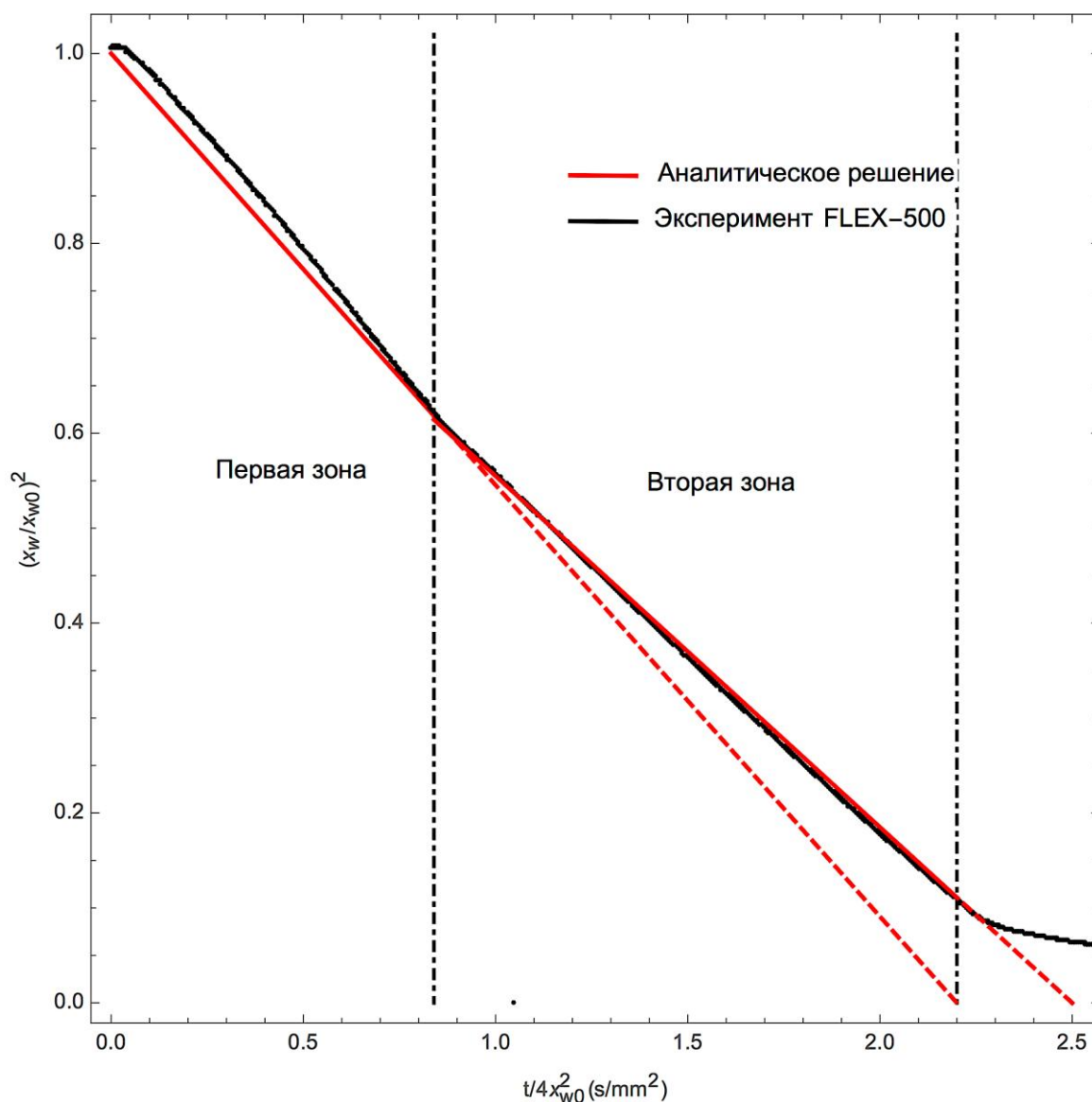


Рис. 1.20. Сравнение аналитического решения для изменения радиуса капли н-гептана начального диаметра 3.6 мм с данными эксперимента FLEX-500.

Расположение первой и второй поверхности пламени задается уравнениями (1.85), (1.86) для высоко- и низкотемпературных зон. На Рис. 1.21 представлено сравнение аналитического решения, описывающего изменения радиуса пламени капли н-гептана, и экспериментальных данных, полученных в рамках FLEX-500 [248]. Экспериментальные измерения представлены для LLUV камеры и цветной камеры. Первая и вторая поверхности пламени определяются уравнениями (1.85), (1.86) при $\kappa=13$ и характерном времени $t_0=28.5\text{с}$. В высокотемпературной зоне существуют две поверхности пламени, но первая

поверхность пламени видима, а вторая поверхность пламени невидима. Во второй зоне присутствует одна химическая брутто-реакция и соответствующая ей невидимая поверхность пламени.

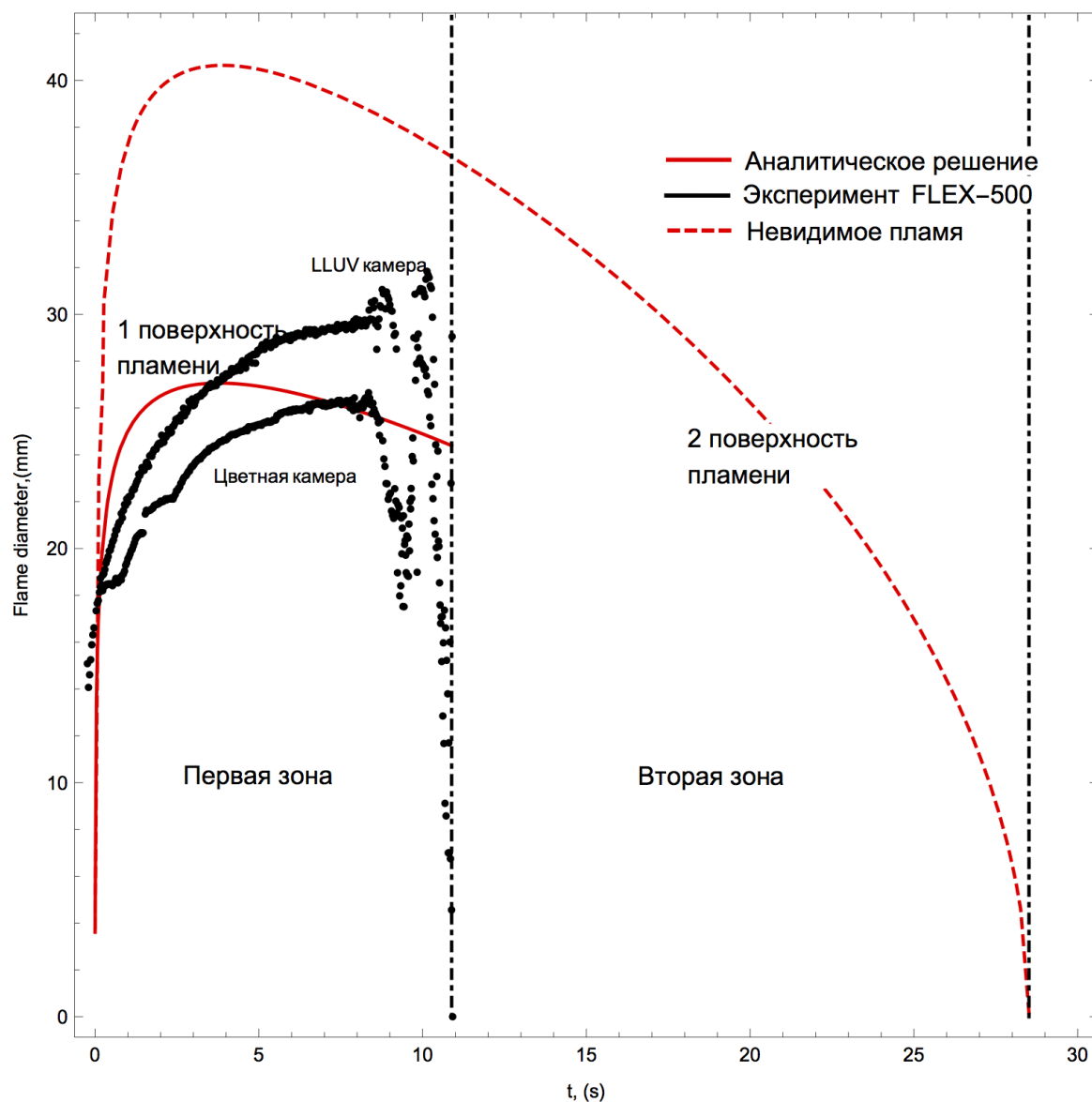


Рис. 1.21. Сравнение аналитического решения для изменения радиуса пламени капли н-гептана начального диаметра 3.6 мм с данными эксперимента FLEX-500.

1.4. Выводы к первой главе.

1. Безразмерный параметр, характеризующий отклонения системы от равновесия, имеет вид

$$I_N = \frac{\lambda}{\rho c_p \delta_N x_w} \sqrt{\frac{2\pi}{R_e T_e}}$$

и возрастает при уменьшении радиуса капли, коэффициента аккомодации и температуры, а также при возрастании коэффициентов диффузии.

2. Полученные аналитические решения позволяют определить различие скорости выгорания при расчетах по равновесной и неравновесной моделям. Это отличие возрастает при увеличении параметра I_N , характеризующего степень отклонения от равновесия.
3. Полученные теоретические и численные результаты показывают, что для малых капель (т.е. при $I_N > 10$), использование равновесной модели дает существенную ошибку. Поэтому для получения достоверной информации при исследовании горения и испарения малых капель необходимо использовать неравновесную модель.
4. Безразмерный поток массы через единицу поверхности капли увеличивается с уменьшением радиуса капли в процессе горения. Использование равновесной модели дает неограниченное увеличение потока массы до бесконечности, что не имеет физического смысла, в то время как, в неравновесном случае поток массы достигает своего максимального значения при приближении радиуса капли к нулю.
5. Разработано обобщение метода Шваба-Зельдовича на случай нескольких реакций. Полученные результаты показывают, что предложенное обобщение метода Шваба-Зельдовича для нескольких реакций эффективно при решении задач горения капли. Результаты расчетов позволяют сделать вывод, что построенная модель химических превращений, содержащая две независимые реакции, хорошо применима для описания горения капли горючего (углеводорода), поскольку, будучи

относительно простой, позволяет более точно найти распределение концентраций и температур в окрестности капли.

6. Исследования показали, что наличие неравновесных эффектов существенно замедляет процесс горения капли. При наличии двух поверхностей пламени время полного выгорания капли больше, чем в случае, когда учитывается только одна брутто-реакция. При учете двух поверхностей пламени, одна из них располагается внутри, а другая вне зоны микропламени, рассчитанной с применением одной брутто-реакции.
7. Проведенные аналитические исследования, а также имеющиеся экспериментальные данные, свидетельствуют о существовании двух основных режимов горения капель *n*-гептана: высокотемпературном и низкотемпературном. Аналитическое решение показывает, что существуют две поверхности пламени, причем первая поверхность пламени может быть зафиксирована измерительными приборами, а вторая поверхность пламени невидима.
8. В высокотемпературном режиме горения распределение концентраций и температуры моделировалось с использованием полученного приближенного решения для теплового потока $q_s = \frac{\dot{m}\hat{c}_{pw}(T_w - T_0)}{\sqrt{\theta}}$, расходуемого на нагревание капель. Это решение качественно согласуется с численными расчетами, представленными в других исследованиях. Низкотемпературный режим имеет сильно нестационарную структуру, и распределение концентраций и температуры не может быть описано стационарным решением. Но эволюция диаметра капель и пламени могут быть представлены квазистационарным решением.
9. Для описания поведения первой и второй поверхностей пламени были получены аппроксимационные аналитические формулы:

$$x_*^{qs} = x_{wo} \sqrt{1-\tau} \left(1 - (z_* - 1) \frac{\kappa \sqrt{\tau}}{1 + \kappa \sqrt{\tau}} \right) - \text{ для первой поверхности пламени,}$$

$$x_{**}^{qs} = x_{wo} \sqrt{1-\tau} \left(1 - (z_{**} - 1) \frac{\kappa \sqrt{\tau}}{1 + \kappa \sqrt{\tau}} \right) - \text{ для второй поверхности пламени.}$$

10. В первой и второй зонах радиус капли уменьшается как $r = \sqrt{1-\tau}$, но характерное время t_0 определяется для высоко- и низкотемпературного режима по-разному.

11. Аналитические решения демонстрируют качественное и количественное согласование с экспериментальными и численными результатами, а также позволяют объяснить процесс «холодного» горения капли углеводорода (н-гептана).

ГЛАВА 2. ГОРЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ГОРЮЧЕГО МАТЕРИАЛА В ПОТОКЕ ОКИСЛИТЕЛЯ. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛАМЕНИ ПРОТИВ ПОТОКА.^b

Несмотря на то, что изучению распространения пламени по поверхности горючего материала посвящено много работ, данная тема не теряет своей актуальности и по сей день. Появление новых огнеупорных материалов и покрытий, создание новых видов топлив, а также выявление ранее неизвестных особенностей распространения пламени в условиях микрогравитации требуют дальнейших исследований.

При нагревании термохимически разрушающегося материала происходит выделение паров, которые вступают в химическую реакцию с окислителем из потока. Ввиду образования динамического и температурного пограничного слоя, численное моделирование данного процесса осложняется необходимостью совместного решения динамической, тепловой и диффузионной задач с учетом химической кинетики, теплофизических свойств компонент, диффузии и других факторов. Поэтому для верификации полученных результатов требуется получение аналитических решений или экспериментальных данных.

В рассматриваемых задачах большую роль играет скорость химической реакции, которая определяется установлением кинетического или диффузионного режимов горения. В случае, если скорость протекания химической реакции много больше скорости диффузии реагирующего компонента к зоне реакции, то процесс горения лимитируется скоростью диффузии. А если определяющим фактором является скорость химической реакции, то процесс протекает в кинетическом режиме.

^b При подготовке данной главы диссертации использовались следующие публикации автора, в которых, согласно «Положению о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова», отражены основные результаты, положения и выводы исследования: Smirnov N. N., Tyurenkova V. V., Smirnova M. N. Laminar diffusion flame propagation over thermally destructing material // *Acta Astronautica*. — 2015. — Vol. 109. — P. 217–224; Tyurenkova V. V., Smirnova M. N. Material combustion in oxidant flows: Self-similar solutions // *Acta Astronautica*. — 2016. — Vol. 120. — P. 129–137; Betelin V. B., Kushnirenko A. G., Smirnov N. N., Nikitin V.F., Tyurenkova V.V., Stamov L.I. Numerical investigations of hybrid rocket engines // *Acta Astronautica*. — 2018. — Vol. 144. — P. 363–370.

В данной главе рассматривается горение поверхности твердого топлива с зоной химической реакции, стабилизированной в потоке окислителя над слоем горючего. Для данной задачи получены аналитические формулы для определения скорости выгорания твердого топлива в случае ламинарного и турбулентного режимов течения. В задаче о горении поверхности горючего материала получены зависимости скорости распространения пламени от определяющих параметров задачи. Исследовано горение термохимически разрушающихся стенок замкнутого канала при обдувании потоком окислителя и выведены интегральные соотношения для определения потоков массы и тепла.

2.1. Изучение горения поверхности твердого топлива с зоной химической реакции, стабилизированной в потоке окислителя над слоем горючего, в рамках теории пограничного слоя.

2.1.1. Постановка задачи.

В данном разделе рассмотрим горение поверхности твердого горючего материала в потоке окислителя [56]. В этом случае вблизи поверхности термохимически разрушаемого материала возникает химически реагирующий пограничный слой, в котором может установиться или ламинарный, или турбулентный режимы течения, но чаще всего возникает комбинированный пограничный слой, характеризующийся переходом ламинарного течения в турбулентное.

Отметим, что повышение температуры газа в пограничном слое в результате химических реакций приводит к газификации горючего, пары которого вступают в реакцию с окислителем. Таким образом, вблизи поверхности раздела фаз образуется температурный пограничный слой.

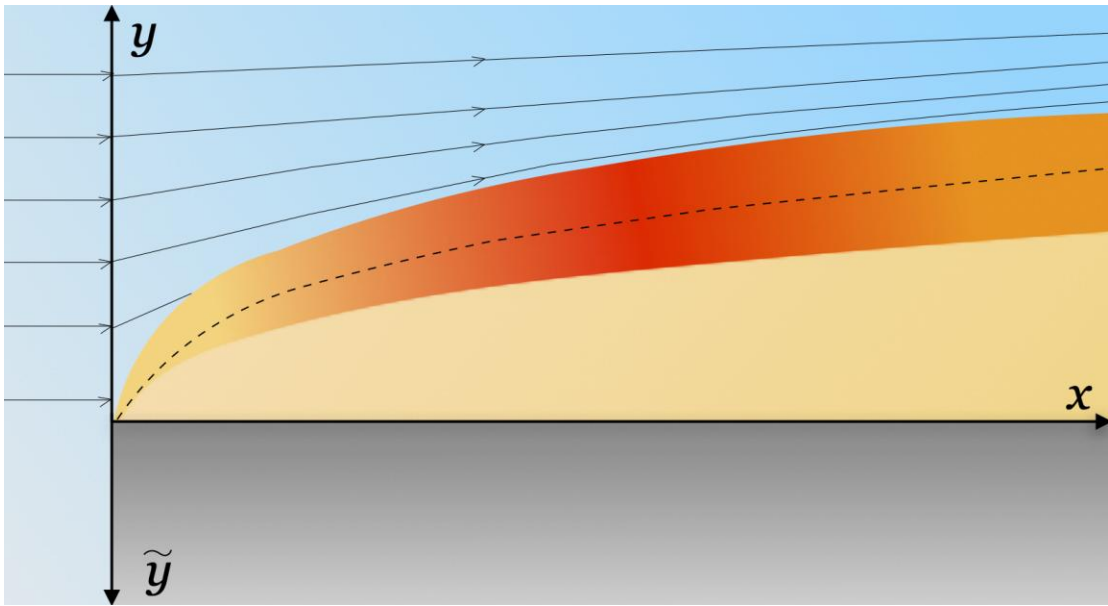


Рис. 2.1. Схематичное изображение постановки задачи о горении поверхности топлива в потоке окислителя.

Будем решать данную задачу в предположении о диффузионном режиме горения, т.е. будет предполагать, что химическая реакция локализована на поверхности пламени, а в остальной области потока реализуется течение чисто механической смеси газов. В этом случае, средняя теплоемкость смеси может быть приближенно определена следующим образом

$$\hat{c}_p = \sum_{i=1}^N c_{pi} Y_i \quad (2.1)$$

Для получения простой системы определяющих уравнений отбросим малосущественные эффекты. При решении задачи эффектами, связанными с влиянием массовых сил, термодиффузии, диффузионных градиентов давления, объемной вязкости, пренебрежем. Также будем предполагать, что конденсированная фаза несжимаема, а коэффициенты бинарной диффузии для различных компонентов одинаковы ($D_{ij} = D_{kl} = D$). Удельные теплоемкости при постоянном давлении будем считать постоянными $c_{pi} = const$. Для смеси совершенных газов числа Прандтля и Шмидта определим, как [56]:

$$Pr = \frac{\mu \hat{c}_p}{\hat{\lambda}}; Sc = \frac{\mu}{\rho D}, \text{ где } \hat{\lambda} = \sum_{i=1}^N \lambda_i.$$

При решении задачи будем предполагать, что компоненты, участвующие в химических реакциях, связаны следующими стехиометрическими соотношениями

$$\sum_{i=1}^N m_i v_i' = \sum_{i=1}^N m_i v_i'' \quad (2.2)$$

где v_i' , v_i'' - стехиометрические коэффициенты i -го компонента до и после реакции и m_i - молярная масса i -го компонента. Будем предполагать, что $i = 1$ соответствует окислителю, $i = N$ - горючему, $i = 2$ - инертному компоненту, а $i = 3, \dots, N-1$ - продуктам реакции.

Массовая скорость образования i -ого компонента при химических реакциях задается следующим соотношением

$$\dot{M}_i = \omega m_i (v_i'' - v_i').$$

Введем прямоугольные системы координат (x, y) и $(\tilde{x}, \tilde{y})$ так, чтобы ось x совпадала с поверхностью раздела фаз и была ориентирована по направлению потока окислителя, а ось y и $\tilde{y}$ направлены в сторону от поверхности раздела соответственно в газ и твердое горючее (Рис. 2.1). Начало координат совпадает с началом пограничного слоя. Если пламя стабилизировано над слоем горючего, то система координат не движется.

Стоит отметить, что при испарении происходит выгорание поверхности твердого топлива со скоростью v_f . Поскольку данная скорость в $\frac{v_f}{v_w} = \frac{\rho_w}{\rho_f} \sim 10^{-3}$ раз меньше скорости вертикального движения газа v_w около поверхности раздела, то при выводе уравнений пограничного слоя в газа скоростью v_f можно пренебречь.

Система уравнений пограничного слоя в газе с химическими реакциями для плоской двумерной стационарной задачи имеет следующий вид [56]:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (2.3a)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.3б)$$

$$\rho u \frac{\partial Y_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial Y_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\mu}{Sc} \frac{\partial Y_i}{\partial y} + \dot{M}_i, \quad i=1, \dots, N \quad (2.3в)$$

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial H}{\partial y} \quad (2.3г)$$

$$p_e = \rho RT \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{m_i} = const \quad (2.3д)$$

$$\text{где } H = \sum_{i=1}^N Y_i h_i + \frac{u^2}{2} = \sum_{i=1}^N Y_i (c_{pi} T + h_i^o) + \frac{u^2}{2} \quad - \text{ полная удельная энтальпия}$$

смеси.

Для дальнейшего упрощения системы уравнений (2.3) воспользуемся предположением, верным для большого класса задач, о равенстве чисел Прандтля и Шмидта единице $Pr = Sc = 1$.

Теперь рассмотрим уравнение пограничного слоя в твердом топливе. Поскольку в твердом топливе присутствует только температурный пограничный слой, процессы, происходящие в нем, описываются одним уравнением энергии:

$$u_w \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} + \tilde{v}_f \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = \frac{\lambda_f}{\rho_f c_f} \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2},$$

где $u_w = const$ – скоростью движения поверхности пламени вдоль оси x , $\tilde{v}_f = \tilde{v}_f(x)$ – скорость выгорания топлива, вызванная испарением, теплоемкости c_f , вязкости μ_f и теплопроводности λ_f постоянны.

Если зона химической реакции стабилизирована в потоке окислителя над слоем топлива, то $u_w = 0$ и уравнение энергии примет вид

$$\tilde{v}_f \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = \frac{\lambda_f}{\rho_f c_f} \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} \quad (2.4)$$

Запишем граничные условия для систем (2.3) и (2.4), которые состоят из следующих соотношений [56]:

на внешней границе пограничного слоя в газе ($y \rightarrow +\infty$):

$$T = T_e, p = p_e, u = u_e, Y_1 = Y_{1e}, Y_{1e} + Y_{2e} = 1;$$

на внешней границе пограничного слоя в топливе ($\tilde{y} \rightarrow +\infty$):

$$\tilde{T} = T_\infty, \tilde{u} = 0;$$

на поверхность раздела фаз $y = 0$, которая является частным случаем поверхности разрыва:

условие сохранения полного потока массы

$$(\rho v)_w = -(\rho \tilde{v})_{fw} \quad (2.5)$$

условие прилипания

$$u = \tilde{u} = u_w \quad (2.6)$$

условие непрерывности касательных напряжений

$$\tau = -\tau_{fw}, \quad \left(\tau = -\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.7)$$

уравнение изменения потока массы i -го компонента при отсутствие гетерогенных реакций

$$(\rho v)_w (Y_{iw} - Y_{iwf}) - (\rho D)_w \left(\frac{\partial Y_i}{\partial y} \right)_w = 0 \quad (2.8)$$

уравнение сохранения потока энергии при условии, что горючее однокомпонентное ($Y_{Nfw} = 1$), гетерогенные реакции отсутствуют и отброшены малые члены порядка $(v_w^2 / 2)$ и меньше:

$$\lambda_f \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)_{fw} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w + (\rho v)_w h_L \quad (2.9)$$

Температура на поверхности раздела T_w неизвестна и определяется в процессе решения с использованием следующего соотношения:

$$p_{Nw} = Y_{Nw} p_e \frac{m_w}{m_N}, \quad (2.10)$$

где m_w – молекулярная масса смеси, причем $\frac{1}{m_w} = \sum_{i=1}^N \frac{Y_{iw}}{m_i}$, а для определения значения давление p_{NW} может быть использовано условие равновесного испарения Клапейрона - Клазиуса

$$\frac{p_e}{p_{NW}} = \left(\frac{T_{ke}}{T_w} \right)^{\Delta c_p m_N / R} \exp \left[\frac{\Delta c_p m_N T_{kp}}{R} \left(\frac{1}{T_{ke}} - \frac{1}{T_w} \right) \right] \quad (2.11)$$

где T_{ke} – температура фазового перехода при давлении p_e , T_{kp} – критическая температура.

2.1.2. Первые интегралы системы уравнений пограничного слоя в газе.

Хотя систему (2.3) можно решать, предполагая $\hat{c}_{pi} = const$, данное приближение не всегда дает корректный результат, поэтому, учитывая уравнение (2.1), получим из системы (2.3) уравнение для определения $\hat{c}_p$ в пограничном слое [56]:

$$\rho u \frac{\partial \hat{c}_p}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \hat{c}_p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \hat{c}_p}{\partial y} + \omega \Delta \hat{c}_p m_1 (v_1'' - v_1'), \quad (2.12)$$

$$\text{где } \Delta \hat{c}_p = \frac{\sum_{i=1}^N c_{pi} m_i (v_i'' - v_i')}{m_1 (v_1'' - v_1')} - \text{удельное изменение теплоемкости при}$$

химической реакции.

Теперь рассмотрим уравнение (2.3в). Заметим, что разделив данное уравнение на $m_i (v_i'' - v_i')$ при $i=1, \dots, N$, а уравнение (2.12) на $\Delta \hat{c}_p m_1 (v_1'' - v_1')$, получим

$$\rho u \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} + \omega, \quad i=1, \dots, N$$

$$\rho u \frac{\partial c_p^*}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_p^*}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial c_p^*}{\partial y} + \omega,$$

$$\text{где } \alpha_i = \frac{Y_i}{m_i(v_i'' - v_i')} ; c_p^* = \frac{\hat{c}_p}{\sum_{i=1}^N c_{pi} m_i(v_i'' - v_i')}.$$

После этого сделаем следующее: умножим каждое из уравнений (2.3в) на h_i^o и просуммируем полученные уравнения по i от 1 до N :

$$\rho u \frac{\partial \sum_{i=1}^N Y_i h_i^o}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \sum_{i=1}^N Y_i h_i^o}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \sum_{i=1}^N Y_i h_i^o}{\partial y} + \sum_{i=1}^N \dot{M}_i h_i^o \quad (2.13)$$

Результат вычитания уравнения (2.13) из уравнения (2.3г) разделим на $\sum_{i=1}^N m_i h_i^o (v_i' - v_i'')$. Тогда уравнения (2.13) будет иметь вид

$$\rho u \frac{\partial \alpha_H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \alpha_H}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \alpha_H}{\partial y} + \omega,$$

$$\text{где } \alpha_H = \frac{\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2}}{\sum_{i=1}^N m_i h_i^o (v_i' - v_i'')}.$$

Тогда исходная система (2.3) запишется следующим образом:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (2.14a)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.14б)$$

$$\rho u \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \varphi_i}{\partial y}, \quad i = 2, \dots, N, H, c \quad (2.14в)$$

$$\rho u \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} + \omega \quad (2.14г)$$

$$p_e = \rho R T \sum_{i=1}^N \alpha_i (v_i'' - v_i') = \text{const} \quad (2.14д)$$

где

$$\varphi_i = \alpha_i - \alpha_1, i = 2, \dots, N ; \varphi_H = \alpha_H - \alpha_1, \varphi_c = c_p^* - \alpha_1 \quad (2.15)$$

Система уравнений (2.14) в случае покоящегося пламени над слоем топлива допускает решение в виде интегралов:

$$\varphi_i = \frac{\varphi_{ie} - \varphi_{iw}}{u_e} u + \varphi_{iw}, \quad i = 2, \dots, N, H, c \quad (2.16)$$

где индекс «e» соответствует внешней границе пограничного слоя, а индекс «w» – границе раздела фаз.

Воспользуемся интегралами (2.16) и получим соотношения для температуры и концентраций на поверхности фазового перехода. Продифференцируем по y на границе раздела фаз соотношение (2.16):

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)_w = \frac{\varphi_{ie} - \varphi_{iw}}{u_e} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (2.17)$$

В правой части уравнения (2.17) подставим вместо φ_{ie} и φ_{iw} их значения по определению (2.15) и получим следующие соотношения:

$$\left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial y} \right)_w = \frac{Y_{ie} - Y_{iw} - \Phi_i Y_{1e}}{m_i (\nu_i'' - \nu_i')} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (2.18a)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi_H}{\partial y} \right)_w = \frac{\hat{c}_{pe} T_e - \hat{c}_{pw} T_w + \frac{u_e^2}{2} + Y_{1e} \Phi_N \Delta H}{u_e \sum_{i=1}^N h_i^0 m_i (\nu_i' - \nu_i'')} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (2.18б)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi_c}{\partial y} \right)_w = \frac{\hat{c}_{pe} - \hat{c}_{pw} - Y_{1e} \Delta \hat{c}_p}{u_e \sum_{i=1}^N m_i c_{pi} (\nu_i'' - \nu_i')} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (2.18в)$$

где

$$\Phi_i = \frac{m_i (\nu_i'' - \nu_i')}{m_1 (\nu_1'' - \nu_1')}, \quad i = 3, \dots, N \quad (\Phi_2 = 0) - \text{стехиометрическое соотношение,}$$

$$\Delta H = \frac{\sum_{i=1}^N m_i h_i^0 (\nu_i' - \nu_i'')}{m_N (\nu_N' - \nu_N'')} - \text{удельная теплота сгорания горючего.}$$

Теперь распишем левые части уравнения (2.18), используя определения для φ_i и граничные условия:

$$\left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial y} \right)_w = \frac{1}{m_i (\nu_i'' - \nu_i')} \left[\left(\frac{\partial Y_i}{\partial y} \right)_w - \Phi_i \left(\frac{\partial Y_1}{\partial y} \right)_w \right], \quad i = 2, \dots, N \quad (2.19a)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi_H}{\partial y}\right)_w = \frac{T_w \left(\frac{\partial \hat{c}_p}{\partial y}\right)_w + \hat{c}_{pw} \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w + \left(\frac{\partial Y_1}{\partial y}\right)_w}{m_N (\nu_N'' - \nu_N') \Delta H} + \frac{\left(\frac{\partial Y_1}{\partial y}\right)_w}{m_1 (\nu_1' - \nu_1'')} \quad (2.19б)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi_c}{\partial y}\right)_w = \frac{\left(\frac{\partial \hat{c}_p}{\partial y}\right)_w}{m_1 (\nu_1'' - \nu_1') \Delta \hat{c}_p} - \frac{\left(\frac{\partial Y_1}{\partial y}\right)_w}{m_1 (\nu_1'' - \nu_1')} \quad (2.19в)$$

Подставим вместо левых частей в уравнения (2.18) полученные выражения (2.19) и, используя условия на границе раздела, получим следующие соотношения для температуры и концентраций на поверхности фазового перехода:

$$Y_{iw} = \frac{Y_{ie} - Y_{1e} \Phi_i}{1 + B}, i = 2, \dots, N - 1 \quad (2.20а)$$

$$Y_{Nw} = \frac{B - Y_{1e} \Phi_N}{1 + B} \quad (2.20б)$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w = \frac{\tau_w}{u_e} \left(\hat{c}_{pe} (T_e - T_w) + \frac{u_e^2}{2} + (\Phi_N \Delta H + \Delta \hat{c}_p T_w) Y_{1e} \right) \quad (2.20в)$$

где

$$\tau_w = - \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)_w - \text{напряжение трения на стенке,}$$

$$B = - \frac{(\rho \nu)_w u_e}{\tau_w} - \text{безразмерный параметр массообмена.}$$

Чтобы определить зависимость параметра массообмена B от температуры на поверхности раздела фаз T_w , необходимо подставить полученные выше формулы для определения концентраций на границе раздела фаз (2.20а) и (2.20б) в уравнение (2.10).

2.1.3. Автомоделное решение системы уравнений пограничного слоя в газе.

В данном параграфе рассмотрим ламинарный пограничный слой и найдем автомоделное решение системы уравнений для рассматриваемой задачи.

Поскольку в предыдущем параграфе мы показали, что у системы (2.14) есть первые интегралы, то решение $N+1$ уравнения (2.14в) теперь определяются из решения интегралов (2.16), и нам остается рассмотреть только оставшиеся три уравнения (2.14а), (2.14б) и (2.14г).

Введем новые независимы переменные

$$z = \int_0^y \rho dy; \quad \zeta = \rho \mu x$$

и зависимую переменную

$$w = \frac{1}{\rho \mu} \left(\rho v + u \frac{\partial z}{\partial x} \right),$$

приведем уравнения 2.14 (а), 2.14 (б) и 2.14 (г) к виду

$$\frac{\partial u}{\partial \zeta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (2.21a)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial \zeta} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (2.21б)$$

$$u \frac{\partial Y_1}{\partial \zeta} + w \frac{\partial Y_1}{\partial z} = \frac{\partial^2 Y_1}{\partial z^2} + \frac{m_1(v_1'' - v_1')\omega}{\rho \mu} \quad (2.21в)$$

Заметим, что уравнения (2.21а) и (2.21б) и граничные условия допускают введение автомодельных переменных. Если горение происходит в диффузионном режиме, т.е. все химические реакции локализованы на поверхности пламени, с одной стороны от которой отсутствует горючее, а с другой – окислитель, дифференциальное уравнения (2.21в) для концентрации окислителя можно не решать, а воспользоваться следующими условиями

$$Y_1 = 0 \text{ при } \xi \leq \xi_*, \quad Y_N = 0 \text{ при } \xi \geq \xi_*.$$

Таким образом, при условиях, описанных выше, задача допускает автомодельное решение.

Продолжая производить преобразования, введем функцию тока Ψ

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial z}; \quad w = -\frac{\partial \Psi}{\partial \zeta},$$

и новые автомодельные переменные

$$\eta = z \sqrt{\frac{u_e}{2\zeta}}; \Psi = \sqrt{2\zeta u_e} g(\eta). \quad (2.22)$$

Теперь уравнение (2.21а) выполняется автоматически, а уравнение (2.21б) преобразуется к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$g'''(\eta) + g''(\eta)g(\eta) = 0. \quad (2.23)$$

Используя определение функции $g(\eta)$, получим следующие соотношения для поперечного профиля скорости в пограничном слое

$$\frac{u}{u_e} = \frac{dg(\eta)}{d\eta} = g'(\eta).$$

В новых переменных граничные условия системы (2.3) преобразуются к краевым условиям для дифференциального уравнения (2.23):

$$g'(0) = 0, \quad g'(\infty) = 1, \quad g(0) = -Bg''(0). \quad (2.24)$$

Тогда трение на поверхности τ_w и расход массы $(\rho v)_w$ определяются следующими соотношениями

$$\tau_w = -\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right)_w = -\left(\rho \mu \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}\right)_w = -\rho \mu \cdot u_e \sqrt{\frac{u_e}{2\zeta}} g''(0) \quad (2.25)$$

$$(\rho v)_w = -\frac{B \cdot \tau_w}{u_e} = -\rho \mu \sqrt{\frac{u_e}{2\zeta}} g(0). \quad (2.26)$$

2.1.4. Горение твердых топлив при обдувании потоком окислителя.

В случае, когда зона химической реакции стабилизирована в потоке окислителя над слоем топлива, система уравнений в слое горючего представлена одним уравнением энергии (2.4), а система уравнений в газе (2.3) сводится к интегрированию одного обыкновенного дифференциального уравнения (2.23) с граничными условиями (2.24). Уравнение (2.4) можно решить аналитически и, таким образом, упростить задачу.

Проинтегрировав уравнение (2.4) с учетом граничных условий, получим выражение для потока тепла в слое горючего:

$$q_s = - \left(\lambda \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)_{f_w} = (\rho \tilde{v})_f c_f (T_\infty - T_w) = (\rho v)_w c_f (T_w - T_\infty) \quad (2.27)$$

Используя граничное условие (2.9), а также выражения для потока тепла в слое горючего (2.27) и потока тепла в газе (2.20в), получим следующее соотношение на границе:

$$B \left[c_f (T_w - T_\infty) + h_L \right] = \hat{c}_{pe} (T_e - T_w) + \frac{u_e^2}{2} + Y_{1e} (\Phi_N \Delta H + \Delta \hat{c}_p T_w). \quad (2.28)$$

Используя первые интегралы (2.20а) и (2.20б), а также уравнение (2.10) получим выражение для определения безразмерного параметра массообмена B :

$$B = Y_{1e} \Phi_N + \sum_{i=2}^{N-1} \frac{m_N}{m_i} (Y_{ie} - Y_{1e} \Phi_i) \left(\frac{p_e}{p_{Nw}} - 1 \right)^{-1} \quad (2.29)$$

Заметим, что в соотношении (2.29) для параметра массообмена B есть неизвестное давление p_{Nw} , которое определяется из (2.11). Поэтому значение параметра массообмена B находится из соотношений (2.28), (2.29) и (2.11), которые составляют замкнутую систему уравнений для B, T_w, p_{Nw} .

На Рис. 2.2 можно видеть решение уравнения Блазиуса (2.23) при разных значениях параметра массообмена B . Из Рис. 2.2 видно, что при увеличении параметра массообмена профиль скорости в пограничном слое меняет свою кривизну, и вторая производная функции $g(\eta)$ на границе раздела фаз уменьшается, что говорит об уменьшении касательных напряжений на поверхности.

На Рис. 2.3 изображена зависимость функции $g'(\eta) = u/u_e$ от параметра массообмена B . Из представленного графика можно видеть, что при увеличении скорости вдува происходит увеличение расстояния между пограничным слоем и стенкой.

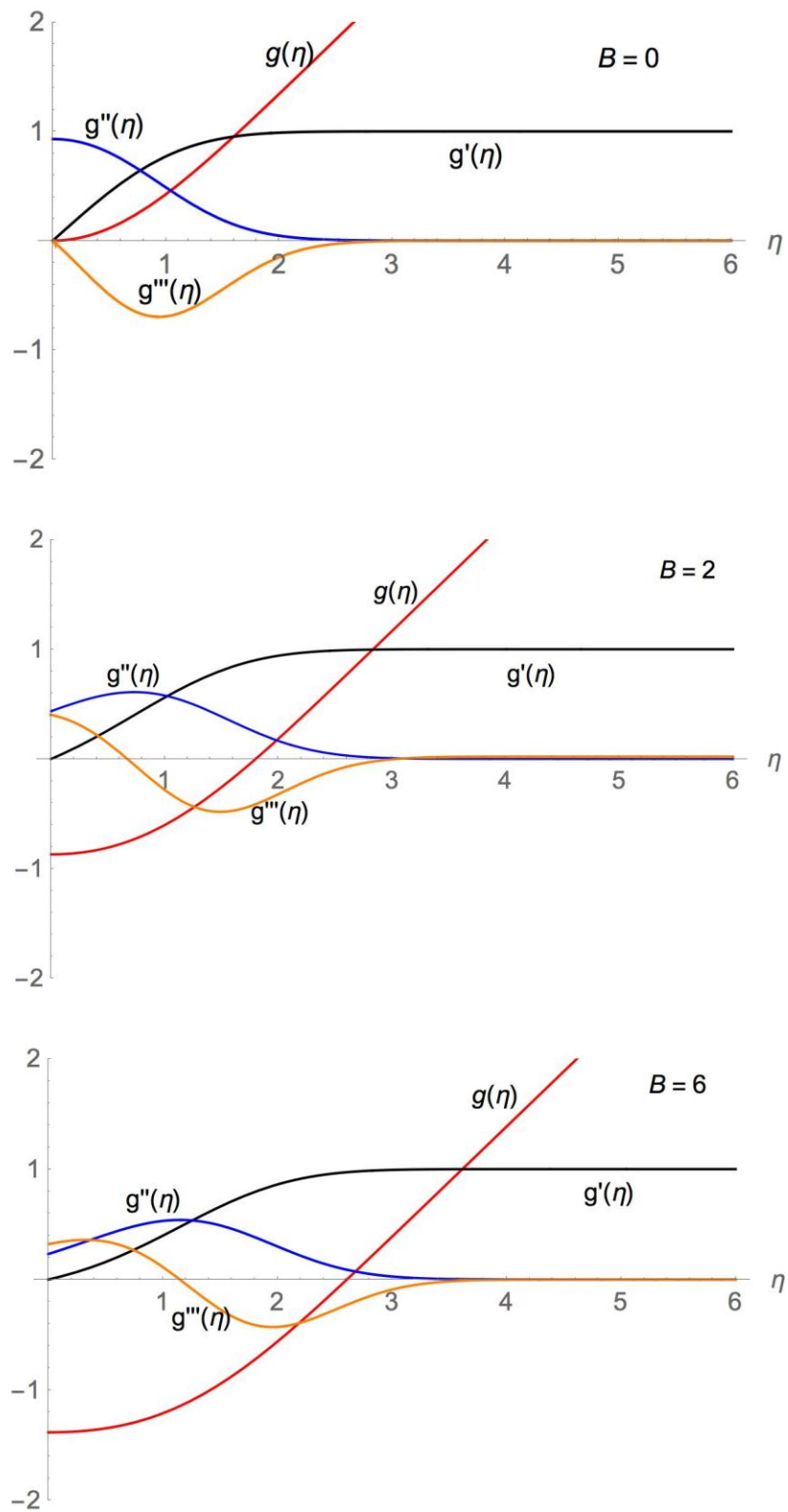


Рис. 2.2. Решение для задачи Блазиуса пограничного слоя для разных значений параметра массообмена B .

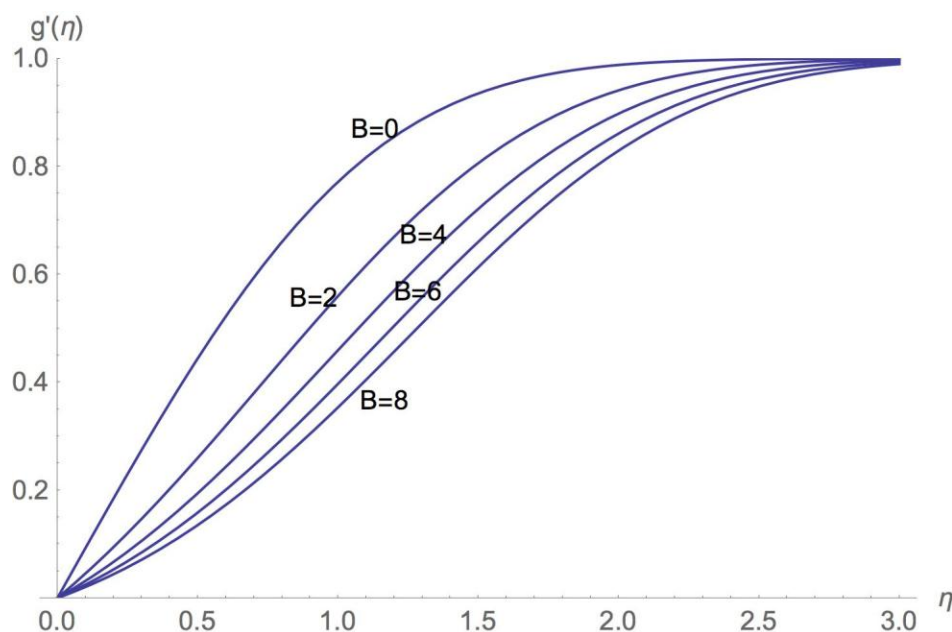


Рис. 2.3. Зависимость функции $g'(\eta)$ от величины параметра массообмена B .

2.1.5. Аналитическое решение для определения скорости выгорания твердого топлива в случае ламинарного режима течения.

В большинстве случаев скорость выгорания полагается постоянной вне зависимости от остальных параметров [264] или определяется для каждой скорости вдува по эмпирическому закону $\dot{r} = A \cdot G_{ox}^n$, где A – постоянный параметр, G_{ox} – поток массы окислителя [264, 265]. Также для определения данной скорости не редко используется закон Аррениуса $\dot{r} = A \exp(-E_a / RT_w)$, A, E_a, R – константы, T_w – температура на поверхности раздела фаз [91, 106, 109, 112]. В данном параграфе, следуя изложенной в § 2.1.1-2.1.4 теории, получим аналитическое решение для определения скорости выгорания горючего, зависящее от продольной координаты.

Используя уравнение (2.26) и граничное условие (2.5), запишем выражение для определения скорости выгорания горючего $\tilde{v}_f$ в случае стационарного диффузионного пламени

$$(\rho \tilde{v})_f = -(\rho v)_w = \rho \mu \sqrt{\frac{u_e}{2\zeta}} g(0) = \sqrt{\frac{u_e \rho \mu}{2}} \frac{g(0)}{\sqrt{x}} \quad (2.30)$$

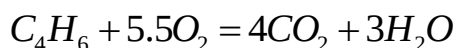
Из формулы (2.30) нетрудно видеть, что скорость выгорания поверхности топлива максимальна в носике пламени и уменьшается к концу.

В качестве примера, рассмотрим горение твердого топлива НТРВ (hydroxyl-terminated polybutadiene) в потоке окислителя. Характерные значения параметров для данного топлива использовались следующие [266]:

$$m_{\text{НТРВ}} = 136.752 \text{ г/моль}, \rho = 916 \text{ кг/м}^3, c_p = 1623 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К},$$

$$h_{\text{НТРВ}} = -51.88 \text{ кДж/моль}, h_L = 430 \text{ кал/г}.$$

Как показывают эксперименты, основным компонентом, выделяющимся при нагревании твердого горючего НТРВ, является 1,3-бутадиен [267]. Тогда, учитывая предположение о газофазном режиме горения, взаимодействие НТРВ с кислородом может быть описано следующей реакцией



На Рис. 2.4 изображен профиль скорости выгорания поверхности материала при различных скоростях вдува. Из графика видно, что скорость выгорания максимальна около кончика пламени и уменьшается с увеличением расстояния от него, что вызвано затруднением доступа окислителя к поверхности ввиду накопления сносимых потоков продуктов реакции. Также, к возрастанию скорости выгорания приводит увеличение скорости внешнего потока газов (Рис. 2.4) и повышение концентрации окислителя во внешнем потоке (Рис. 2.5).

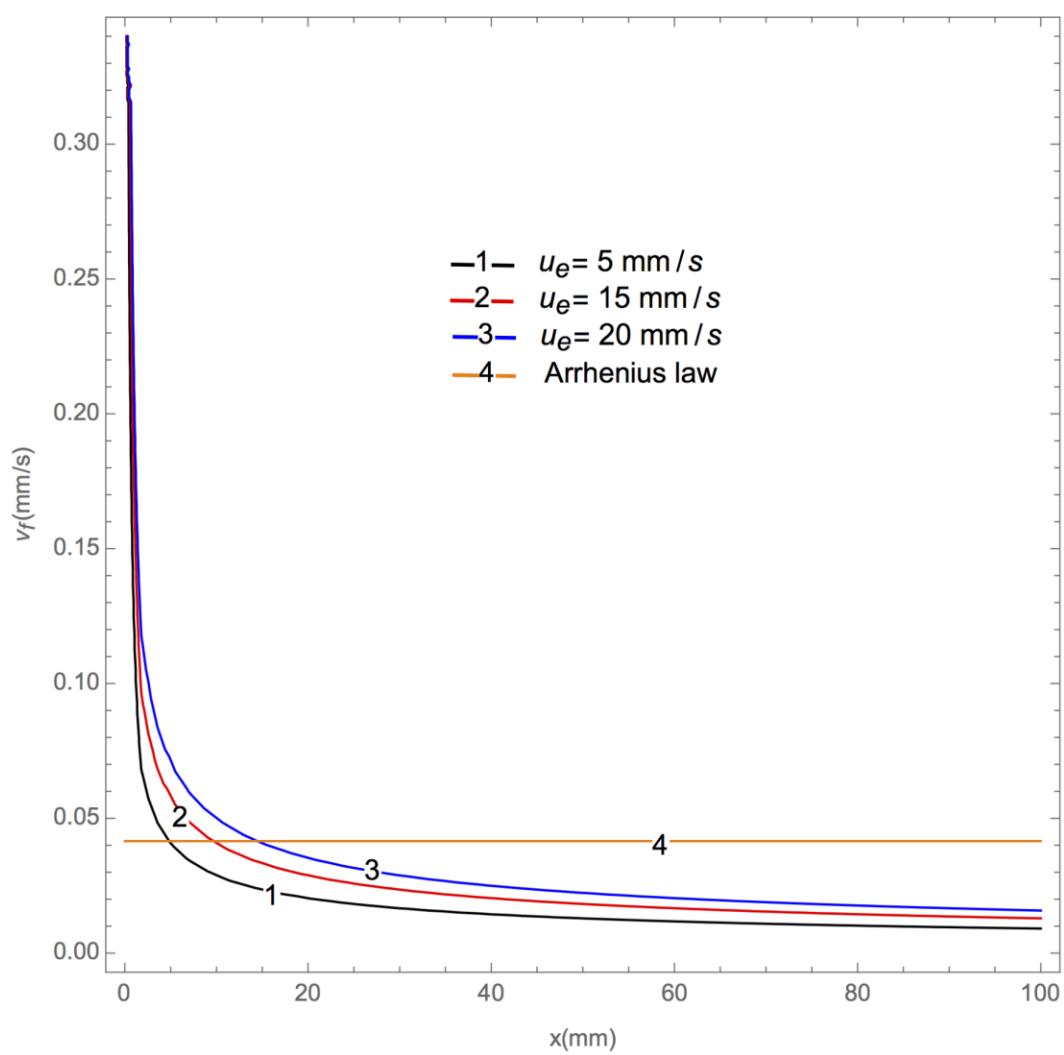


Рис. 2.4. Профиль скорости выгорания поверхности материала при различных скоростях вдува ($Y_{1e} = 0.3$).

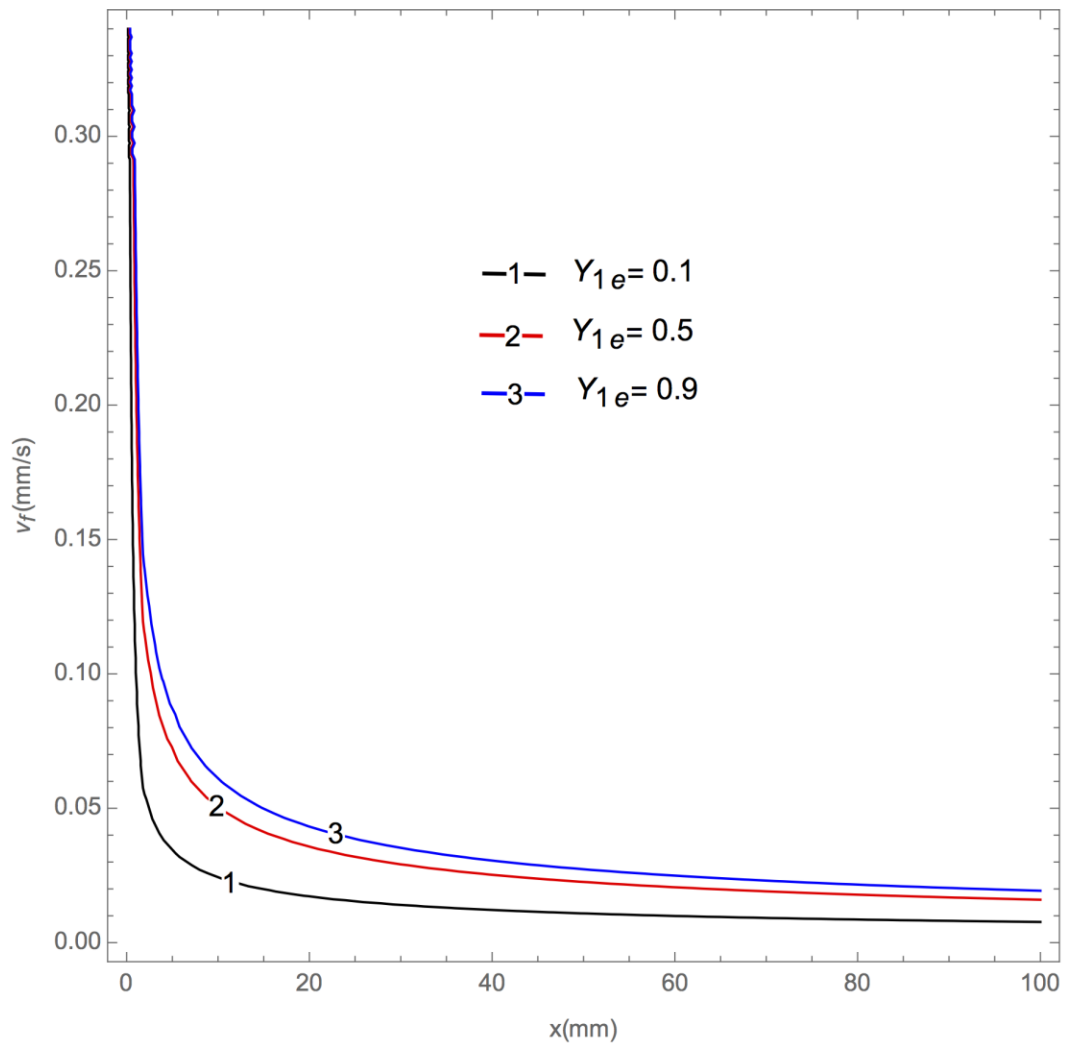


Рис. 2.5. Профиль скорости выгорания поверхности материала при различных концентрациях окислителя ($u_e = 10$ м/с).

Как было упомянуто выше, во многих работах скорость выгорания горючего определяется по закону Аррениуса. Например, в [112] используется закон Аррениуса $\dot{r} = A \exp(-E_a / RT_w)$ со следующими значениями параметров A, E_a для топлива НТРВ:

$$\begin{cases} A = 0.01104, & E_a = 20523.8, & T_w \geq 722K \\ A = 3.96480, & E_a = 55803, & T_w \leq 722K \end{cases} \quad (2.31)$$

На Рис. 2.4 представлены профили скорости выгорания поверхности материала, построенные на основе выведенной формулы (2.30) и закона Аррениуса (2.31). Как видно из Рис. 2.4, скорость выгорания, определяемая по закону Аррениуса, не отображает действительный характер распределения

скорости выгорания и подходит скорее для описания процессов, в которых определяющее влияние оказывает химическая кинетика. При горении поверхности твердого топлива кинетический режим горения реализуется только на некотором расстоянии от носика пограничного слоя, пока потоки диффузии еще достаточны велики. С увеличением расстояния от носика пламени скорость химической реакции сначала становится сравнимой со скоростью диффузии, а после устанавливается диффузионный режим горения.

В рамках построенной теории определим на каком расстоянии от начала пограничного слоя скорость реакции, определяемая кинетикой, становится сравнимой со скоростью газодинамического процесса диффузии реагентов к зоне реакции. Заметим, что граница $y_\delta(x)$, определяемая расстоянием от поверхности горючего, на котором может происходить полное сгорание паров горючего в кинетическом режиме, не должна находиться ниже поверхности пламени. Зададим данное расстояние $y_\delta(x)$ как функцию от координаты x

следующим образом: $y_\delta(x) = \tilde{v}_f(x) / \omega$, а соотношением $y^*(x) = \frac{\eta}{\rho_f} \sqrt{\frac{\rho \mu x}{u_e}}$

определим положение поверхности пламени $y^*(x)$. Как видно из графика Рис. 2.6, данные функции пересекаются в точке (x_b, y_b) . Учитывая, что скорость выгорания, используемая в соотношении для $y_\delta(x)$, вычисляется в предположении о диффузионном горении, можно сделать вывод, о том, что при $x \leq x_b$ диффузионная модель не работает, и данная область соответствует кинетическому режиму горения.

Следовательно, при $x \geq x_b$ реализуется диффузионный режим горения, а при $x \leq x_b$ кинетический. Тогда решение для скорости выгорания поверхности горючего определяется следующим способом:

$$\tilde{v}_f = \begin{cases} \frac{1}{\rho_f} \sqrt{\frac{u_e \rho \mu}{2}} \frac{g(0)}{\sqrt{x}}, & x \geq x_b \\ y_\delta(x_b) \cdot \omega, & x \leq x_b \end{cases} \quad (2.31)$$

Следуя формуле (2.31), а также найдя координаты точки пересечения (x_b, y_b) при скорости вдува $u_e = 10$ м/с и концентрации окислителя во внешнем потоке $Y_{1e} = 0.3$, получим значение x_b равное 0.14 мм, а $\tilde{v}_f(x_b) = 0.34$ мм/с (Рис. 2.6).

Таким образом, в данном случае влияние начального участка на распределение параметров незначительно, т.е. им можно пренебречь и считать режим горения диффузионным.

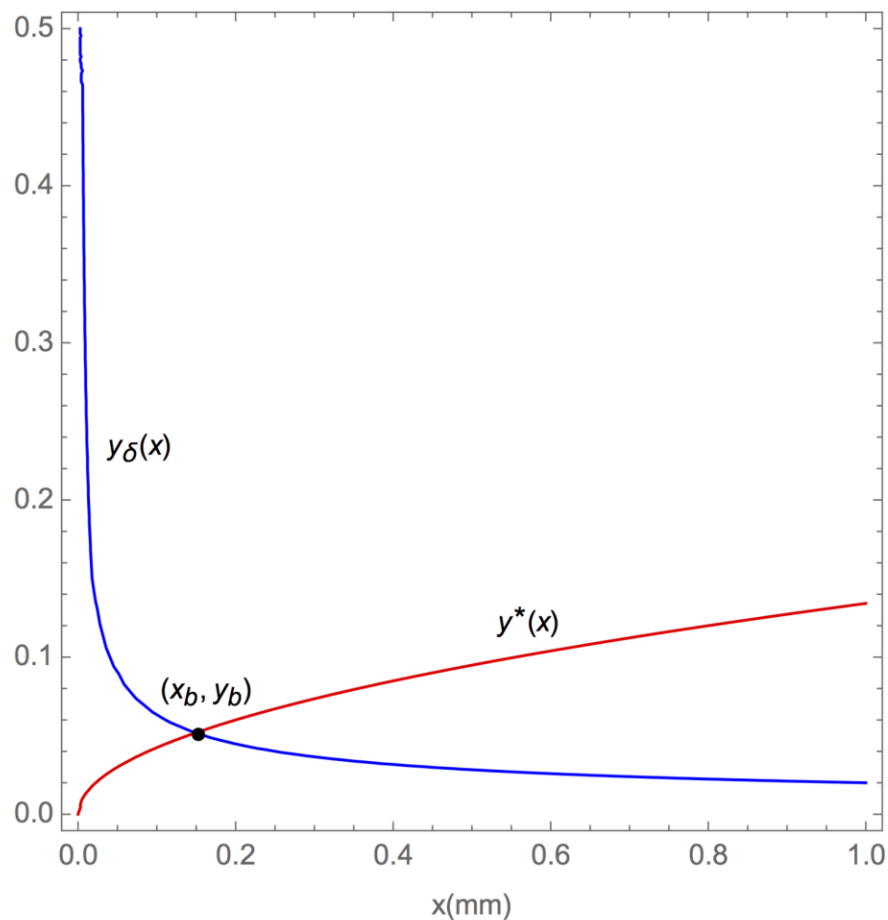


Рис. 2.6. Положение поверхности пламени $y^*(x)$ и границы $y_\delta(x)$.

2.1.6. Аналитическое решение для определения скорости выгорания топлива в случае турбулентного режима течения.

Все рассуждения, представленные в предыдущих параграфах, были сделаны в предположении о ламинарном режиме течения в пограничном слое.

Но в зависимости от числа Рейнольдса $Re = \frac{\rho u_e x}{\mu}$ может также возникает комбинированный пограничный слой, характеризующийся переходом ламинарного течения в турбулентное, или чисто турбулентное течение.

Для того, чтобы найти аналитическое выражение для скорости выгорания топлива при турбулентном режиме течения, определим напряжение трения на поверхности при отсутствии массоподачи ($B = 0$) в пограничный слой следующим образом [268]:

$$\tau_{wo} = 0.0296 \cdot \rho u_e^2 \cdot Re^{-1/5} \quad (2.32)$$

А связь между величинами τ_w и τ_{wo} можно определить для малых значений B следующим образом [269]

$$\frac{\tau_w}{\tau_{wo}} = \frac{\ln(1+B)}{B}. \quad (2.33)$$

Тогда скорость выгорания топлива для турбулентного режима течения имеет следующий вид

$$(\rho \tilde{v})_f = \frac{B}{u_e} \tau_w = 0.0296 \cdot \rho u_e \ln(1+B) \cdot Re^{-1/5}. \quad (2.34)$$

Так как пограничный слой вблизи начала координат $(0, x_L)$ остается ламинарным и становится турбулентным только на некотором расстоянии x_T от начала пограничного слоя, то скорость выгорания топлива до x_L будет определяться по формуле (2.31), а после x_T по формуле (2.34), а область $x_L \leq x \leq x_T$ является переходной областью между ламинарным и турбулентным режимами течения.

Из Рис. 2.7 видно, что на участке $x < x_L$ происходит уменьшение скорости выгорания, затем в области $x_L \leq x \leq x_T$ скорость возрастает и далее медленно убывает. Такое увеличение скорости объясняется возникновением турбулентности в пограничном слое. Скорость выгорания в турбулентном случае, также, как и в ламинарном, растет с увеличением скорости и плотности внешнего потока.

К увеличению скорости выгорания также приводит увеличение концентрации окислителя в набегающем потоке (Рис. 2.8). Чем меньше концентрация окислителя, тем меньшее влияние оказывает на скорость выгорания топлива турбулизация потока, и тем ближе решение для турбулентного режима к решению для ламинарного случая.

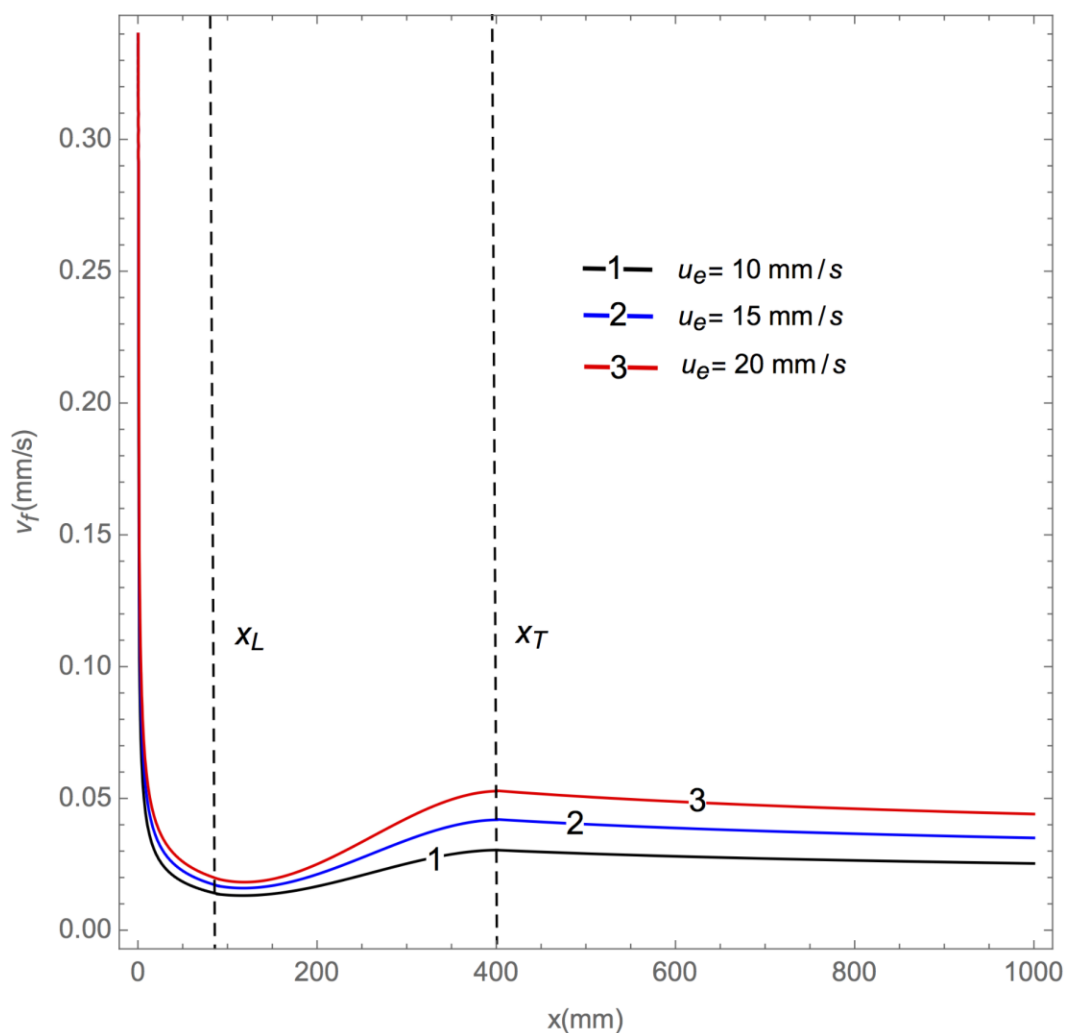


Рис. 2.7. Профиль скорости выгорания поверхности горючего при турбулентном режиме течения для разных скоростей вдува ($Y_{le} = 0.3$).

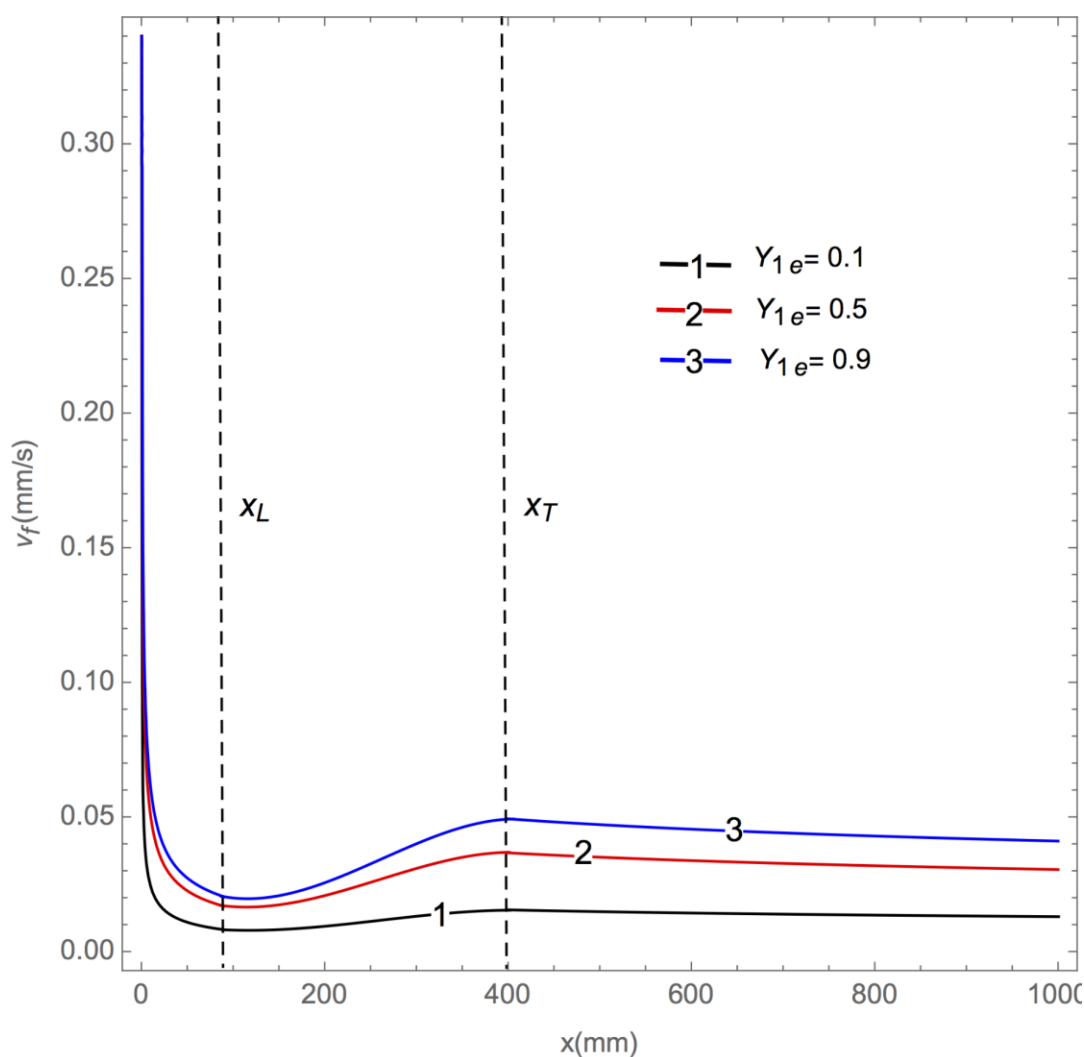


Рис. 2.8. Профиль скорости выгорания поверхности горючего при турбулентном режиме течения для разных концентраций окислителя в потоке ($u_e = 10$ м/с).

2.2. Распространение пламени по поверхности горючего материала в рамках теории пограничного слоя.

Также, как и в § 2.1, в данном параграфе исследуется горение плоской поверхности топлива в потоке окислителя при отсутствии продольного градиента давления. Задача решается в рамках предположений теории пограничного слоя. А также в предположении о наличии диффузионного пламени. Кроме того, учитывается динамика потока в рамках теории пограничного слоя и динамика прогрева топлива при движении от кончика пламени.

2.2.1. Постановка задачи.

Будем предполагать, что компоненты, участвующие в химических реакциях, связаны следующими стехиометрическими соотношениями

$$\sum_{i=1}^N m_i v'_i = \sum_{i=1}^N m_i v''_i \quad (2.35)$$

где v'_i, v''_i - стехиометрические коэффициенты i -го компонента до и после реакции и m_i - молярная масса i -го компонента ($i=1$ - окислитель, $i=N$ - горючее, $i=2$ - инертный компонент, $i=3, \dots, N-1$ - продукты реакции).

Среднюю теплоемкость смеси $\hat{c}_p$ определим следующим образом

$$\hat{c}_p = \sum_{i=1}^N c_{pi} Y_i \quad (2.36)$$

Введем прямоугольные системы координат (x, y) и $(\tilde{x}, \tilde{y})$ так, чтобы ось x совпадала с поверхностью раздела фаз и была ориентирована по направлению потока окислителя, а ось y и $\tilde{y}$ направлены в сторону от поверхности раздела соответственно в газ и твердое горючее. Начало координат совпадает с началом пограничного слоя.

При выводе уравнений эффектами, связанными с влиянием массовых сил, термодиффузией, диффузионными градиентами давления, объемной вязкостью, пренебрежем, коэффициенты бинарной диффузии для различных компонентов будем считать одинаковыми ($D_{ij} = D_{kl} = D$).

Тогда система уравнений пограничного слоя в газе, в предположении равенства чисел Прандтля и Шмита единице, имеет следующий вид [56]:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (2.37a)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.37б)$$

$$\rho u \frac{\partial Y_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial Y_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial Y_i}{\partial y} + \dot{M}_i, \quad i=1, \dots, N \quad (2.37в)$$

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial H}{\partial y} \quad (2.37\Gamma)$$

$$p_e = \rho R T \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{m_i} = const \quad (2.37\Delta)$$

где $H = \sum_{i=1}^N Y_i h_i + \frac{u^2}{2} = \sum_{i=1}^N Y_i (c_{pi} T + h_i^o) + \frac{u^2}{2}$ – полная удельная энтальпия

смеси.

Уравнения пограничного слоя в твердом топливе сводится к одному уравнению энергии:

$$u_w \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} + \tilde{v}_f \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = \frac{\lambda_f}{\rho_f c_f} \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2}, \quad (2.38)$$

где $u_w = const$ – скоростью движения поверхности пламени вдоль оси x , а $\tilde{v}_f = \tilde{v}_f(x)$ – скорость выгорания топлива, вызванная испарением, теплоемкости c_f , вязкости μ_f и теплопроводности λ_f постоянны.

Запишем граничные условия для систем (2.37) и (2.38), которые состоят из следующих соотношений [56]:

на внешней границе пограничного слоя в газе ($y \rightarrow +\infty$):

$$T = T_e, p = p_e, u = u_e, Y_1 = Y_{1e}, Y_{1e} + Y_{2e} = 1;$$

на внешней границе пограничного слоя в топливе ($\tilde{y} \rightarrow +\infty$):

$$\tilde{T} = T_\infty, \tilde{u} = 0;$$

на поверхность раздела фаз $y = 0$, которая является частным случаем поверхности разрыва:

условие сохранения полного потока массы

$$(\rho v)_w = -(\rho \tilde{v})_{fw} \quad (2.39)$$

условие прилипания

$$u = \tilde{u} = u_w \quad (2.40)$$

условие непрерывности касательных напряжений

$$\tau = -\tau_{fw}, \quad \left(\tau = -\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.41)$$

уравнение изменения потока массы i -го компонента при отсутствие гетерогенных реакций

$$(\rho v)_w (Y_{iw} - Y_{iwf}) - (\rho D)_w \left(\frac{\partial Y_i}{\partial y} \right)_w = 0 \quad (2.42)$$

уравнение сохранения потока энергии при условии, что горючее однокомпонентное ($Y_{Nfw} = 1$), гетерогенные реакции отсутствуют и отброшены малые члены порядка $(v_w^2 / 2)$ и меньше:

$$\lambda_f \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)_{fw} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w + (\rho v)_w h_L \quad (2.43)$$

Температура на поверхности раздела T_w неизвестна и определяется в процессе решения с использованием следующего соотношения:

$$p_{Nw} = Y_{Nw} p_e \frac{m_w}{m_N}, \quad (2.44)$$

где m_w – молекулярная масса смеси, причем $\frac{1}{m_w} = \sum_{i=1}^N \frac{Y_{iw}}{m_i}$, а для определения

значение давление p_{Nw} может быть использовано условие равновесного испарения Клапейрона - Клазиуса

$$\frac{p_e}{p_{Nw}} = \left(\frac{T_{ke}}{T_w} \right)^{\Delta c_p m_N / R} \exp \left[\frac{\Delta c_p m_N T_{kp}}{R} \left(\frac{1}{T_{ke}} - \frac{1}{T_w} \right) \right] \quad (2.45)$$

где T_{ke} – температура фазового перехода при давлении p_e , T_{kp} – критическая температура.

2.2.2. Первые интегралы системы уравнений пограничного слоя в газе.

Уравнение для определения $\hat{c}_p$ в пограничном слое примет следующий вид [56]:

$$\rho u \frac{\partial \hat{c}_p}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \hat{c}_p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \hat{c}_p}{\partial y} + \omega \Delta \hat{c}_p m_1 (v_1'' - v_1'), \quad (2.46)$$

где $\Delta \hat{c}_p = \frac{\sum_{i=1}^N c_{pi} m_i (v_i'' - v_i')}{m_1 (v_1'' - v_1')}$ – удельное изменение теплоемкости при химической реакции.

Преобразуем уравнения (2.37в) и (2.46), разделив первое на $m_i (v_i'' - v_i')$ при $i = 1, \dots, N$, а второе на $\Delta \hat{c}_p m_1 (v_1'' - v_1')$ соответственно, и получим:

$$\rho u \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} + \omega, \quad i = 1, \dots, N$$

$$\rho u \frac{\partial c_p^*}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_p^*}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial c_p^*}{\partial y} + \omega,$$

$$\text{где } \alpha_i = \frac{Y_i}{m_i (v_i'' - v_i')} ; \quad c_p^* = \frac{\hat{c}_p}{\sum_{i=1}^N c_{pi} m_i (v_i'' - v_i')}.$$

После этого сделаем следующее: умножим каждое из уравнений (2.37в) на h_i^o и просуммируем полученные уравнения по i от 1 до N :

$$\rho u \frac{\partial \sum_{i=1}^N Y_i h_i^o}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \sum_{i=1}^N Y_i h_i^o}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \sum_{i=1}^N Y_i h_i^o}{\partial y} + \sum_{i=1}^N \dot{M}_i h_i^o \quad (2.47)$$

Результат вычитания уравнения (2.47) из уравнения (2.37г) разделим на $\sum_{i=1}^N m_i h_i^o (v_i' - v_i'')$. Тогда уравнения (2.13) будет иметь вид

$$\rho u \frac{\partial \alpha_H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \alpha_H}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \alpha_H}{\partial y} + \omega,$$

$$\text{где } \alpha_H = \frac{\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2}}{\sum_{i=1}^N m_i h_i^o (v_i' - v_i'')}.$$

Тогда исходная система (2.37) запишется следующим образом:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (2.48a)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.48б)$$

$$\rho u \frac{\partial \beta_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \beta_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \beta_i}{\partial y}, \quad i = 2, \dots, N, H, c \quad (2.48в)$$

$$\rho u \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} + \omega \quad (2.48г)$$

$$p_e = \rho RT \sum_{i=1}^N \alpha_i (v_i'' - v_i') = \text{const} \quad (2.48д)$$

где

$$\beta_i = \alpha_i - \alpha_1, i = 2, \dots, N; \beta_H = \alpha_H - \alpha_1, \beta_c = c_p^* - \alpha_1 \quad (2.49)$$

Заметим, что полученная выше система уравнений (2.48) допускает решение в виде интегралов:

$$\beta_i = (\beta_{ie} - \beta_{iw}) \frac{u - u_w}{u_e - u_w} + \beta_{iw}, \quad i = 2, \dots, N, H, c \quad (2.50)$$

где индекс «e» соответствует внешней границе пограничного слоя, а индекс «w» – границе раздела фаз.

Воспользуемся интегралами (2.50) и получим соотношения для температуры и концентраций на поверхности фазового перехода. Продифференцируем по y на границе раздела фаз соотношение (2.50):

$$\left(\frac{\partial \beta}{\partial y} \right)_w = \frac{\beta_{ie} - \beta_{iw}}{u_e - u_w} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (2.51)$$

В правой части уравнения (2.51) подставим вместо β_{ie} и β_{iw} их значения по определению (2.49) и получим следующие соотношения:

$$\left(\frac{\partial \beta_i}{\partial y} \right)_w = \frac{Y_{ie} - Y_{iw} - \Phi_i Y_{1e}}{m_i (v_i'' - v_i') (u_e - u_w)} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (2.52a)$$

$$\left(\frac{\partial \beta_H}{\partial y} \right)_w = \frac{\hat{c}_{pe} T_e - \hat{c}_{pw} T_w + \frac{u_e^2 - u_w^2}{2} + Y_{1e} \Phi_N \Delta H}{(u_e - u_w) \sum_{i=1}^N h_i^0 m_i (v_i' - v_i'')} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (2.52б)$$

$$\left(\frac{\partial \beta_c}{\partial y}\right)_w = \frac{\hat{c}_{pe} - \hat{c}_{pw} - Y_{1e} \Delta \hat{c}_p}{(u_e - u_w) \sum_{i=1}^N m_i c_{pi} (\nu_i'' - \nu_i')} \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_w \quad (2.52b)$$

где

$\Phi_i = \frac{m_i (\nu_i'' - \nu_i')}{m_1 (\nu_1'' - \nu_1')}$, $i = 3, \dots, N$ ($\Phi_2 = 0$) – стехиометрическое соотношение,

$$\Delta H = \frac{\sum_{i=1}^N m_i h_i^0 (\nu_i' - \nu_i'')}{m_N (\nu_N' - \nu_N'')} - \text{удельная теплота сгорания горючего.}$$

Теперь распишем левые части уравнения (2.52), используя определения для φ_i и граничные условия:

$$\left(\frac{\partial \beta_i}{\partial y}\right)_w = \frac{1}{m_i (\nu_i'' - \nu_i')} \left[\left(\frac{\partial Y_i}{\partial y}\right)_w - \Phi_i \left(\frac{\partial Y_1}{\partial y}\right)_w \right], i = 2, \dots, N \quad (2.53a)$$

$$\left(\frac{\partial \beta_H}{\partial y}\right)_w = \frac{T_w \left(\frac{\partial \hat{c}_p}{\partial y}\right)_w + \hat{c}_{pw} \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w + u_w \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_w + \left(\frac{\partial Y_1}{\partial y}\right)_w}{m_N (\nu_N'' - \nu_N') \Delta H} + \frac{\left(\frac{\partial Y_1}{\partial y}\right)_w}{m_1 (\nu_1' - \nu_1'')} \quad (2.53б)$$

$$\left(\frac{\partial \beta_c}{\partial y}\right)_w = \frac{\left(\frac{\partial \hat{c}_p}{\partial y}\right)_w}{m_1 (\nu_1'' - \nu_1') \Delta \hat{c}_p} - \frac{\left(\frac{\partial Y_1}{\partial y}\right)_w}{m_1 (\nu_1'' - \nu_1')} \quad (2.53в)$$

Подставим вместо левых частей в уравнения (2.53) полученные выражения (2.54) и, используя условия на границе раздела, получим следующие соотношения для температуры и концентраций на поверхности фазового перехода:

$$Y_{iw} = \frac{Y_{ie} - Y_{1e} \Phi_i}{1 + B}, i = 2, \dots, N - 1 \quad (2.54a)$$

$$Y_{Nw} = \frac{B - Y_{1e} \Phi_N}{1 + B} \quad (2.54б)$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w = \frac{\tau_w}{u_e - u_w} \left(\hat{c}_{pe} (T_e - T_w) + \frac{(u_e - u_w)^2}{2} + (\Phi_N \Delta H + \Delta \hat{c}_p T_w) Y_{1e} \right) \quad (2.54в)$$

где

$$\tau_w = -\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right)_w - \text{напряжение трения на стенке,}$$

$$B = \frac{(\rho v)_w (u_w - u_e)}{\tau_w} - \text{безразмерный параметр массообмена.}$$

Чтобы определить зависимость параметра массообмена B от температуры на поверхности раздела фаз T_w , необходимо подставить полученные выше формулы для определения концентраций на границе раздела фаз (2.54а) и (2.54б) в уравнение (2.44).

2.2.3. Автомодельное решение системы уравнений пограничного слоя в газе.

Введя новые независимы

$$z = \int_0^y \rho dy, \zeta = \rho \mu x$$

и зависимые переменные

$$w = \frac{1}{\rho \mu} \left(\rho v + u \frac{\partial z}{\partial x} \right),$$

аналогично §2.1, приведем систему (2.37) к виду (2.21).

Заметим, что уравнения (2.21а) и (2.21б) и граничные условия допускают введение автомодельных переменных. Если горение происходит в диффузионном режиме, т.е. все химические реакции локализованы на поверхности пламени, с одной стороны от которой отсутствует горючее, а с другой – окислитель, дифференциальные уравнения (2.21в) для концентрации окислителя можно не решать, а воспользоваться следующими условиями

$$Y_1 = 0 \text{ при } \xi \leq \xi_*, Y_N = 0 \text{ при } \xi \geq \xi_*.$$

Таким образом, при условиях, описанных выше, задача допускает автомодельное решение.

Продолжая производить преобразования, введем функцию тока Ψ

$$u = u_w + \frac{\partial \Psi}{\partial z}; w = -\frac{\partial \Psi}{\partial \zeta},$$

и новые автомодельные переменные

$$\eta = z \sqrt{\frac{|u_e - u_w|}{2\zeta}}; \quad \Psi = \sqrt{2\zeta |u_e - u_w|} g(\eta) \text{sign}(u_e - u_w).$$

Теперь уравнение (2.21a) выполняется автоматически, а уравнение (2.21б) преобразуется к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$g'''(\eta) \text{sign}(u_e - u_w) + g''(\eta) \left[g(\eta) + \eta \frac{u_w}{u_e - u_w} \right] = 0. \quad (2.55)$$

Используя соотношение $\frac{u - u_w}{u_e - u_w} = \frac{dg(\eta)}{d\eta} = g'(\eta)$, получим следующие краевые условия для уравнения (2.55):

$$g'(0) = 0, \quad g'(\infty) = 1, \quad g(0) = -\text{sign}(u_e - u_w) B g''(0)$$

Тогда трение на поверхности τ_w и расход массы $(\rho v)_w$ определяются следующими соотношениями

$$\tau_w = - \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)_w = - \left(\rho \mu \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right)_w = \rho \mu \cdot (u_w - u_e) \sqrt{\frac{|u_e - u_w|}{2\zeta}} g''(0) \quad (2.56)$$

$$(\rho v)_w = \frac{B \cdot \tau_w}{(u_w - u_e)} = \rho \mu \cdot \text{sign}(u_w - u_e) \sqrt{\frac{|u_e - u_w|}{2\zeta}} g(0) \quad (2.57)$$

Перепишем уравнение энергии (2.38) следующим образом

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} + \frac{(\rho \tilde{v})_f}{\rho_f u_w} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = \frac{\lambda_f}{\rho_f c_f u_w} \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} \quad (2.58)$$

Заметим, что при горении твердого топлива $\text{sign}(u_e - u_w) = 1$. Тогда, используя уравнение (2.57), получим следующую формулу для определения массовой скорости выгорания поверхности топлива:

$$(\rho v)_w = -(\rho \tilde{v})_f = - \sqrt{\frac{|u_w - u_e| \rho \mu}{2}} \frac{g(0)}{\sqrt{x}} = - \sqrt{\frac{|u_w - u_e| \rho \lambda \text{Pr}}{2 \hat{c}_p}} \frac{g(0)}{\sqrt{x}} \quad (2.59)$$

Используя новую автомодельную переменную $\xi = \frac{\tilde{y}}{\sqrt{x}}$ и обозначения

$a^2 = \frac{\lambda_f}{\rho_f c_f u_w}$ и $k = \frac{1}{\rho_f u_w} \sqrt{\frac{|u_w - u_e| \rho \mu}{2}}$, преобразуем уравнение (2.58):

$$a^2 \Theta''(\xi) + \left[\frac{1}{2} \xi - kg(0) \right] \Theta'(\xi) = 0, \quad \Theta = \frac{T}{T_\infty} \quad (2.60)$$

Решение уравнения (2.60) может быть представлено в следующем виде

$$\Theta(0) - \Theta(\xi) = G \exp\left(\frac{k^2 g^2(0)}{a^2}\right)^{\frac{\xi}{2a}} \int_{\frac{kg(0)}{a}}^{\frac{\xi}{2a} - \frac{kg(0)}{a}} \exp(-q^2) dq,$$

причем константа интегрирования G находится из соотношения

$$G = - \frac{d\Theta}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = - \frac{1}{T_\infty} \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)_{fw} \sqrt{x}.$$

Запишем уравнения для определения температуры в слое топлива

$$\frac{T_w - T(\xi)}{T_\infty} = Ge^{\frac{k^2 g^2(0)}{a^2}} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\xi}{2a} - \frac{kg(0)}{a}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{kg(0)}{a}\right) \right]. \quad (2.61)$$

А G найдем, используя выражение для потока тепла $-q_s$ в слой топлива:

$$\begin{aligned} -q_s = \left(\lambda \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)_{fw} = - \frac{(\rho v)_w}{B} \left[\hat{c}_{pe}(T_e - T_w) + \frac{(u_e - u_w)^2}{2} + \right. \\ \left. + (\Phi_N \Delta H + \Delta \hat{c}_p T_w) Y_{1e} - B h_L \right] \end{aligned} \quad (2.62)$$

Откуда

$$G = - \frac{kg(0) \rho_f u_w}{\lambda_f T_\infty B} \left[\hat{c}_{pe}(T_e - T_w) + \frac{(u_e - u_w)^2}{2} + (\Phi_N \Delta H + \Delta \hat{c}_p T_w) Y_{1e} - B h_L \right]. \quad (2.63)$$

Запишем соотношение (2.61) при $\xi \rightarrow \infty$:

$$T_w - T_\infty = G \frac{\sqrt{\pi}}{2} T_\infty \exp\left[\frac{k^2 g^2(0)}{a^2}\right] \operatorname{erfc}\left[\frac{kg(0)}{a}\right] \quad (2.64)$$

где $\operatorname{erfc}\xi = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi \exp(-\xi^2) d\xi$.

Безразмерный параметра массообмена B определяется также, как и в §2.1, следующей формулой:

$$B = Y_{1e} \Phi_N + \sum_{i=2}^{N-1} \frac{m_N}{m_i} (Y_{ie} - Y_{1e} \Phi_i) \left(\frac{p_e}{p_{NW}} - 1 \right)^{-1}. \quad (2.65)$$

Граничные условия в данной задаче примут вид

$$g'(0) = 0, \quad g''(\infty) = 1, \quad g(0) = -Bg''(0), \quad (2.66)$$

а уравнение (2.55) примет вид

$$g'''(\eta) + g''(\eta) \left(g(\eta) + \eta \frac{u_w}{u_e - u_w} \right) = 0. \quad (2.67)$$

Таким образом, для решения задачи необходимо решить одно дифференциальное уравнение (2.67) с граничными условиями (2.66). При этом параметр массообмена B находится из уравнений (2.64), (2.65), (2.63) и (2.45). Т.к. в уравнение (2.64) входит величина $g(0)$, параметр B нельзя найти независимо, как это было сделано в § 2.1.

2.2.4. Скорость распространения пламени по поверхности горючего материала.

Причиной распространения горения для большинства типов реакций является передача тепла от горячих продуктов горения к несгоревшей смеси. Такой вид распространения пламени называют тепловым. При этом происходит и диффузия реагентов, но она является сопутствующим фактором. Для реакций, при которых скорость реакции возрастает с увеличением концентрации образующего при реакции продукта, диффузия активного продукта может стать определяющим фактором и быть причиной распространения пламени независимо от передачи тепла. Полная теория распространения пламени должна учитывать как перенос тепла, так и диффузию. Определяющая роль того или иного фактора при распространении пламени обуславливается спецификой механизма химической реакции.

Скорости распространения фронта пламени относительно несгоревшего газа может быть определена в результате решения дифференциального уравнения (2.67) с граничными условиями (2.66) и с учетом уравнений (2.64), (2.65), (2.63) и (2.45). Исследуемое дифференциальное уравнение с нетривиальными краевыми условиями требует достаточно трудоемкого численного решения. Поэтому оказывается целесообразным использовать приближенные методы, с тем чтобы обнаружить общие закономерности, связанные с распространением фронта горения, и получить зависимости скорости распространения пламени от определяющих параметров задачи в явном виде.

Скорость распространения пламени по тонкому слою будем определять на основе теплопритоков в слой от диффузионного пламени, теплоотвода энергии в окружающую среду и потока тепла, идущего на прогрев слоя перед пламенем до температуры фазового перехода. Предполагая слой топлива термически тонким, а процесс стационарным, определим скорость распространения пламени следующим уравнением:

$$\rho_f u_w c_f \frac{dT}{dx} = \frac{d}{dx} \lambda_f \frac{dT}{dx} + \frac{q_s}{\varepsilon} - \frac{K_{emis}(T_w)}{\varepsilon}, \quad (2.68)$$

где $K_{emis}(T_w)$ - потери тепла с единицы площади слоя топлива, ε - средняя толщина прогретого слоя топлива.

Чтобы определить скорость распространения пламени на поверхности топлива разобьем область течения на три зоны. Первая зона до кончика пламени – это зона предварительного нагрева поверхности до температуры испарения ($-\infty < x < 0$). В этой зоне химические реакции отсутствуют, а теплообмен с окружающей средой в сравнении с изменением теплового потока вдоль слоя пренебрежимо мал.

Вторая зона ($0 < x < L$) характеризуется существенным теплообменом с внешним потоком, поскольку происходит прогрев пограничного слоя за счет энергии выделенной при диффузионном горении. Тепловой поток уменьшается с увеличением расстояния от кончика пламени, согласно формулам (2.59) и

(2.62), как функция $1/\sqrt{x}$. Таким образом, сумма третьего и четвертого членов в уравнении (2.68) рано или поздно станет отрицательной при увеличении расстояния от кончика пламени. Далее выделение энергии не будет оказывать влияния на распространение пламени. И такая зона, где можно пренебречь энерговыделением, будет третьей ($L < x < +\infty$).

Принимая во внимание особенности выделенных зон, преобразуем уравнение (2.68) следующим образом:

$$\lambda_f \frac{d^2 T}{dx^2} - \rho_f u_w c_f \frac{dT}{dx} + \sigma = 0, \quad (2.69)$$

где

$$\sigma = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{q_s}{\varepsilon} - \frac{K_{emis}(T_w)}{\varepsilon}, & 0 < x < L \\ 0, & x \geq L \end{cases}$$

Граничные условия для уравнения (2.69) следующие:

$$1) \ x \rightarrow -\infty: T = T_\infty, \frac{dT}{dx} = 0.$$

$$2) \ x \rightarrow +\infty: \frac{dT}{dx} = 0.$$

В реальной ситуации характеристическая длина L определяется количеством топлива или окислителя. При наличии тепловых потерь характерный масштаб L может быть определен как расстояние от кончика пламени (начало координат), при котором энергия, полученная от пламени, становится меньше, чем потери энергии

$$\frac{q_s}{\varepsilon} - \frac{K_{emis}(T_w)}{\varepsilon} = 0. \quad (2.70)$$

Заметим, что исходя из определений для потока тепла $-q_s = \left(\lambda \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)_{fw}$ и

константы интегрирования $G = -\frac{1}{T_\infty} \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)_{fw} \sqrt{x}$, можно определить связь между

указанными величинами следующим образом:

$$q_s = \frac{\lambda_f G T_\infty}{\sqrt{x}}.$$

Тогда равенство (2.70) примет вид

$$\frac{\lambda_f G T_\infty}{\sqrt{L}} = K_{emis}(T_w),$$

а характеристическая длина L выразится следующим образом

$$L = \left(\frac{\lambda_f G T_\infty}{K_{emis}(T_w)} \right)^2 \quad (2.71)$$

Формулы (2.70) и (2.71) остаются в силе до тех пор, пока потери энергии не становятся существенными.

Проинтегрируем уравнение (2.69) в первой зоне ($-\infty < x < 0$):

$$\lambda_f \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = \rho_f u_w c_f (T_w - T_\infty) \quad (2.72)$$

Проинтегрируем уравнения (2.69) во второй ($0 < x < L$) и третьей ($L < x < +\infty$) зонах с учетом граничных условий:

$$\lambda_f \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = \int_0^L \left(\frac{q_s}{\varepsilon} - \frac{K_{emis}(T_w)}{\varepsilon} \right) dx - \rho_f u_w c_f (T_{+\infty} - T_w) \quad (2.73)$$

Подставим уравнение (2.72) в (2.73) и получим:

$$\rho_f u_w c_f (T_w - T_\infty) + \rho_f u_w c_f (T_{+\infty} - T_w) = \int_0^L \left(\frac{q_s}{\varepsilon} - \frac{K_{emis}(T_w)}{\varepsilon} \right) dx \quad (2.74)$$

Второй член в левой части уравнения (2.74) мал в сравнении с первым, так как колебания температуры слоя топлива в зоне горения малы по сравнению с

разностью температур между холодной зоной и зоной горения $\left| \frac{T_{+\infty} - T_w}{T_w - T_\infty} \right| \ll 1$.

Таким образом, вторым членом в левой части уравнении (2.74) можно пренебречь. Тогда проинтегрировав уравнение (2.74) с учетом (2.71) получим:

$$\rho_f u_w c_f \varepsilon (T_w - T_\infty) = 2\lambda_f G T_\infty \sqrt{L} - K_{emis}(T_w)L = \frac{(\lambda_f G T_\infty)^2}{K_{emis}(T_w)} \quad (2.75)$$

Введя новые обозначения

$$G_1 = \frac{\lambda_f T_\infty}{k \rho_f u_w} G = -\frac{g(0)}{B} \left[\hat{c}_{pe}(T_e - T_w) + \frac{(u_e - u_w)^2}{2} + Y_{1e} Q_{pw} - B h_L \right], \quad (2.76)$$

получим из формулы (2.75) уравнение для определения скорости распространения пламени:

$$\rho_f u_w c_f \varepsilon (T_w - T_\infty) = \frac{(k \rho_f u_w G_1)^2}{K_{emis}(T_w)} = \frac{\lambda U_e \rho \text{Pr} G_1^2}{2 K_{emis}(T_w) \hat{c}_p}, \quad (2.77)$$

где $U_e = u_e - u_w$.

Или подставляя (2.76) в (2.77):

$$\rho_f u_w = \left(\frac{\lambda U_e \rho \text{Pr}}{2 K_{emis}(T_w) c_f \varepsilon (T_w - T_\infty) \hat{c}_p} \right) \left(\frac{|g(0)|}{B} (\hat{c}_{pe}(T_e - T_w) + \frac{U_e^2}{2} + Y_{1e} Q_{pw} - B h_L) \right)^2 \quad (2.78)$$

В случае, когда тепловые потери относительно небольшие, т.е.

$$\left| \frac{K_{emis}(T_w)L}{\rho u_w c_f \varepsilon (T_w - T_\infty)} \right| \ll 1 \text{ и характеристическая длина } L_* \text{ определяется количеством}$$

топлива или окислителя, формула (2.78) примет вид:

$$\rho_f u_w = \left(\frac{2\lambda U_e \rho \text{Pr} L_*}{c_f^2 \varepsilon^2 (T_w - T_\infty)^2 \hat{c}_p} \right)^{1/2} \left(\frac{|g(0)|}{B} (\hat{c}_{pe}(T_e - T_w) + \frac{U_e^2}{2} + Y_{1e} Q_{pw} - B h_L) \right) \quad (2.79)$$

Заметим, что толщина прогретого слоя топлива ε зависит от $q_s = \frac{\lambda_f G T_\infty}{\sqrt{\chi}}$

следующим образом:

$$Q = \int_L^0 q_s dx = \rho_f L \cdot \varepsilon \cdot c_f \cdot T_w,$$

где Q - общий тепловой поток.

На Рис. 2.9 представлена зависимость скорости распространения пламени против потока от скорости потока, полученная по формуле (2.79), и данные, полученные в ходе эксперимента BASS по горению поверхности материала SIBLE в невесомости [77]. Из Рис. 2.9 видно, что сначала скорость распространения пламени возрастает с увеличением скорости потока, а затем при дальнейшем увеличении скорости потока скорость распространения пламени падает. Получено качественное и количественное согласование расчетных и экспериментальных данных. Таким образом, аналитическое решение (2.79) позволяет в рамках сделанных предположений оценить характер распространения пламени против потока.

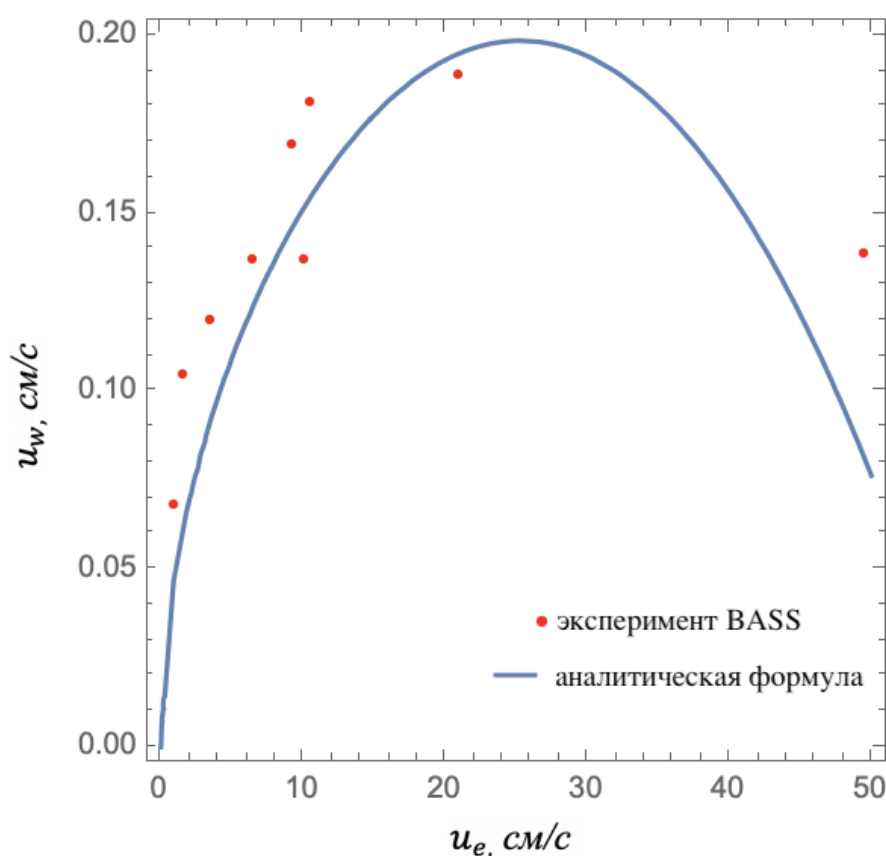


Рис. 2.9. Сравнение аналитического решения для скорости распространения пламени против потока от скорости потока с результатами эксперимента BASS.

Полученные формулы (2.78) и (2.79) показывают, что увеличение тепловыделения в диффузионном пламени приводит к увеличению скорости

распространения пламени. Эта зависимость является или линейной, или квадратичной в зависимости от способа определения характеристической длины.

Увеличение концентрации в набегающем потоке приводит к увеличению скорости распространения волны. Зависимость, как и в предыдущем случае, квадратичная или линейная.

Увеличение удельной теплоты испарения приводит к уменьшению скорости распространения пламени. Зависимость явно определяется формулами (2.78) и (2.79).

Увеличение параметра массообмена B приводит к уменьшению скорости распространения пламени. Зависимость определяется также формулами (2.78) и (2.79), но является более сложной, чем в предыдущих случаях.

Зависимость скорости пламени от коэффициента теплопроводности топлива неявная, т.к. коэффициент массообмена B и характерные значения $g(0)$, $g''(0)$ неявно зависят от коэффициента теплопроводности λ_f .

Увеличение теплоемкости и толщины слоя топлива приводит к уменьшению скорости распространения пламени. Увеличение теплоемкости газовой фазы также приводит к уменьшению скорости распространения пламени. Зависимость обратностепенная (степень 1 или 1/2).

Увеличение теплопроводности в газовой фазе приводит к увеличению скорости распространения пламени. Зависимость является линейной или степенной со степенью 1/2.

Для случая, когда скорость распространения пламени определяется количеством горючего и окислителя, скорость пламени медленно возрастает с увеличением диффузии и характерной длины пламени над поверхностью. Зависимость степенная (степень 1/2).

Для случая, когда характерная длина пламени определяется теплотерями, увеличение теплотерей из слоя топлива приводит к уменьшению скорости пламени. Зависимость обратно пропорциональная.

2.3. Горение поверхности термохимически разрушающегося материала в замкнутом канале.

При изучении процессов распространения пламени по поверхности твердого топлива нельзя не рассмотреть задачу о горении в симметричном канале, которое возникает, к примеру, в камере сгорания гибридного двигателя. Так как в данном случае размеры канала небольшие и поверхности пламени могут соприкасаться, сливаясь в единый фронт горения, решение задачи в предположении пограничного слоя, как это было сделано в § 2.1 и § 2.2, не может быть получено.

В тоже время, при численном расчете решение представленной задачи, в частности, определение потоков массы и тепла у термохимически разрушающейся стенки зависит от разрешения численной сетки и имеющихся вычислительных мощностей. В связи с этим, в данном параграфе представлены интегральные соотношения для задачи горения в канале, учитывающие наиболее существенные факторы и позволяющие получить простые формулы для проведения расчетов.

2.3.1. Постановка задачи.

Будем предполагать, что компоненты, участвующие в химических реакциях, связаны следующими стехиометрическими соотношениями

$$\sum_{i=1}^N m_i \nu'_i = \sum_{i=1}^N m_i \nu''_i \quad (2.80)$$

где ν'_i, ν''_i - стехиометрические коэффициенты i -го компонента до и после реакции и m_i - молярная масса i -го компонента.

Определим среднюю теплоемкость смеси $\hat{c}_p$ следующим образом:

$$\hat{c}_p = \sum_{i=1}^N c_{pi} Y_i \quad (2.81)$$

Введем прямоугольные системы координат (x, y) и $(\tilde{x}, \tilde{y})$ так, чтобы ось x совпадала с поверхностью раздела фаз и была ориентирована по направлению

потока окислителя, а ось y и $\tilde{y}$ направлены в сторону от поверхности раздела соответственно в газ и твердое горючее.

При выводе уравнений эффектами, связанными с влиянием массовых сил, термодиффузией, диффузионными градиентами давления, объемной вязкостью, пренебрежем, коэффициенты бинарной диффузии для различных компонентов будем считать одинаковыми ($D_{ij} = D_{kl} = D$).

Система уравнений для нестационарного течения смеси газов с химическими реакциями в тензорном представлении имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho_k \mathbf{u} - (\rho D)_{\text{eff}} \nabla \frac{\rho_k}{\rho} \right) = \dot{M}_k, \quad (2.82a)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u} - \boldsymbol{\tau}) + \nabla p = 0, \boldsymbol{\tau} = -\frac{2}{3} \rho K \mathbf{I} + \mu_{\text{eff}} \left(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{I} \right) \quad (2.82б)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho E \mathbf{u} + p \mathbf{u} - (\lambda/c_p)_{\text{eff}} \nabla h - \mu_{\text{eff}} \nabla K - \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u} \right) = 0 \quad (2.82в)$$

$$p = RT \sum_{k=1}^N \frac{\rho_k}{m_k} \quad (2.82г)$$

где $\rho = \sum_{k=1}^N \rho_k$ – плотность смеси, $\mathbf{u} = (u, v, w)$ – скорость, p – давление, K – кинетическая энергия турбулентных пульсаций, m_k – молярная масса k -го компонента.

Полная энергия смеси E учитывает кинетическую энергию турбулентных пульсаций K и выглядит следующим образом:

$$E = \sum_{k=1}^N Y_k e_k(T) + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} + K,$$

где $Y_k = \frac{\rho_k}{\rho}$ – массовая концентрация k -го компонента ($k=1$ соответствует окислителю, $k=N$ – горючему, остальные компоненты представляют собой промежуточные реагенты, продукты реакции и инертные компоненты), $e_k(T)$ – внутренняя энергия k -го компонента.

Энтальпия единицы массы смеси совершенных газов h выражается следующим образом:

$$h = \sum_{k=1}^N Y_k e_k(T) + \frac{p}{\rho}.$$

Заметим, что

$$h = \sum_{k=1}^N Y_k e_k(T) + \frac{p}{\rho} = \sum_{k=1}^N Y_k h_k = \hat{c}_p T + \sum_{k=1}^N Y_k h_k^0.$$

Эффективные коэффициенты переноса μ_{eff} , $(\rho D)_{eff}$, $(\lambda/c_p)_{eff}$ в уравнениях системы (2.82) выражаются через турбулентную вязкость μ_T и через молекулярную вязкость смеси μ следующим образом:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_T, (\rho D)_{eff} = \frac{\mu}{Sc} + \frac{\mu_T}{Sc_T}, (\lambda/c_p)_{eff} = \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_T}{Pr_T}.$$

Будем предполагать, что топливо газифицировано, между парами топлива и окислителем протекают химические реакции, топливо однокомпонентное ($Y_{Nfw}=1$) и гетерогенные реакции отсутствуют.

Режим горения диффузионный, т.е. все химические реакции протекают на поверхности пламени. Исходя из данного предположения, окислитель ($i=1$) не может присутствовать вблизи поверхности твердого топлива, а пары горючего ($i=N$) не могут выходить за поверхность пламени не вступив при этом в реакцию. Это значит, что у поверхности горючего ($y=0$) – $Y_{1w}=0$, а в газе ($y \rightarrow +\infty$) – $Y_{Ne}=0$.

Граничные условия системы уравнений (2.82) представлены тремя группами условий.

1) Условия в газе вдали от поверхности (на оси симметрии канала):

$$T = T_e, p = p_e, u = u_e, Y = Y_{1e}, Y_{2e} = 1 - Y_{1e}, Y_{ke} = 0, k = 3, \dots, N$$

2) Условия глубоко в топливе (за пределами фронта тепловой волны):

$$\tilde{T} = T_\infty, \tilde{u} = u_w$$

3) Балансовые соотношения на поверхности раздела фаз [56]:

3.1) условие сохранения полного потока массы

$$(\rho v)_w = -(\rho \tilde{v})_{fw} \quad (2.83a)$$

3.2) условие прилипания

$$\tilde{u} = u = u_w \quad (2.83б)$$

3.3) условие непрерывности касательных напряжений

$$\tau_w = -\tilde{\tau}_{fw}, \left(\tau = -\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.83в)$$

3.4) уравнение изменения потока массы i -го компонента при отсутствии гетерогенных реакций

$$(\rho v)_w Y_{iw} - (\rho D)_w \left(\frac{\partial Y_i}{\partial x} \right)_w = 0, i = 1, \dots, N-1 \quad (2.83г)$$

$$(\rho v)_w (Y_{Nw} - 1) - (\rho D)_w \left(\frac{\partial Y_N}{\partial x} \right)_w = 0 \quad (2.83д)$$

3.5) уравнение сохранения потока энергии

$$\lambda_f \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)_{fw} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w + (\rho v)_w h_L \quad (2.83е)$$

Температура на поверхности раздела T_w неизвестна и определяется в процессе решения с использованием следующего соотношения:

$$p_{Nw} = Y_{Nw} p_e \frac{m_w}{m_N}, \quad (2.84)$$

где m_w – молекулярная масса смеси, причем $\frac{1}{m_w} = \sum_{i=1}^N \frac{Y_{iw}}{m_i}$, а для определения

значение давление p_{Nw} может быть использовано условие равновесного испарения Клапейрона - Клазиуса

$$\frac{p_e}{p_{Nw}} = \left(\frac{T_{ke}}{T_w} \right)^{\Delta c_p m_N / R} \exp \left[\frac{\Delta c_p m_N T_{kp}}{R} \left(\frac{1}{T_{ke}} - \frac{1}{T_w} \right) \right] \quad (2.85)$$

где T_{ke} – температура фазового перехода при давлении p_e , T_{kp} – критическая температура. Заметим, что скорость u_w также неизвестна и определяются в процессе решения.

Пренебрегая градиентами давления и считая $K=0$, $Sc=1$ и $Pr=1$, запишем систему (2.82) для двумерного случая:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (2.86a)$$

$$\frac{\partial \rho Y_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho Y_k u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho Y_k v) = \frac{\partial}{\partial x}(\rho D)_{eff} \frac{\partial Y_k}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}(\rho D)_{eff} \frac{\partial Y_k}{\partial y} + \dot{M}_k \quad (2.86б)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u u}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \mu_{eff} \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.86в)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho v u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \mu_{eff} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \mu_{eff} \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (2.86г)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\rho E + p)u - (\lambda/c_p)_{eff} \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\rho E + p)v - (\lambda/c_p)_{eff} \frac{\partial h}{\partial y} \right] = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{eff} \left(u \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + v \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_{eff} \left(v \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + u \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (2.86д)$$

$$p = RT \sum_{k=1}^N \frac{\rho_k}{m_k} \quad (2.86е)$$

Так как в камере сгорания гибридного двигателя продольная составляющая скорости намного больше, чем вертикальная, можно предположить, что $\frac{\partial v}{\partial x} \ll \frac{\partial u}{\partial y}$ и $\frac{\partial v}{\partial y} \ll \frac{\partial u}{\partial x}$. Тогда система (2.86) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (2.87a)$$

$$\frac{\partial \rho Y_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho Y_k u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho Y_k v) = \frac{\partial}{\partial x}(\rho D)_{eff} \frac{\partial Y_k}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}(\rho D)_{eff} \frac{\partial Y_k}{\partial y} + \dot{M}_k \quad (2.87б)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u u}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \tilde{\mu}_{eff} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.87в)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho v u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{\mu}_{eff} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.87\Gamma)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho(\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2} + \sum_{k=1}^N Y_k h_k^0)}{\partial t} + \frac{\partial \rho u(\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2} + \sum_{k=1}^N Y_k h_k^0)}{\partial x} + \\ & + \frac{\partial \rho v(\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2} + \sum_{k=1}^N Y_k h_k^0)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[(\lambda/c_p)_{eff} \frac{\partial(\hat{c}_p T + \sum_{k=1}^N Y_k h_k^0)}{\partial x} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\lambda/c_p)_{eff} \frac{\partial(\hat{c}_p T + \sum_{k=1}^N Y_k h_k^0)}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \tilde{\mu}_{eff} \frac{\partial u^2/2}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu_{eff} \frac{\partial u^2/2}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.87\Delta)$$

$$p = RT \sum_{k=1}^N \frac{\rho_k}{m_k} \quad (2.87\epsilon)$$

Умножим уравнение (2.87б) на h_k^0 , просуммируем по $k=1, \dots, N$ и вычтем из уравнения (2.87д):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho(\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2})}{\partial t} + \frac{\partial \rho u(\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2})}{\partial x} + \frac{\partial \rho v(\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2})}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[(\lambda/c_p)_{eff} \frac{\partial \hat{c}_p T}{\partial x} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\lambda/c_p)_{eff} \frac{\partial \hat{c}_p T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \tilde{\mu}_{eff} \frac{\partial u^2/2}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu_{eff} \frac{\partial u^2/2}{\partial y} - \sum_{k=1}^N h_k^0 \dot{M}_k \end{aligned}$$

Предполагая $\tilde{\mu}_{eff} \approx \mu_{eff}$, запишем систему (2.87) следующим образом:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (2.88a)$$

$$\frac{\partial \rho Y_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho Y_k u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho Y_k v) = \frac{\partial}{\partial x} (\rho D)_{eff} \frac{\partial Y_k}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (\rho D)_{eff} \frac{\partial Y_k}{\partial y} + \dot{M}_k \quad (2.88б)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u u}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.88в)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho(\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2})}{\partial t} + \frac{\partial \rho u(\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2})}{\partial x} + \frac{\partial \rho v(\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2})}{\partial y} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{eff} \frac{\partial(\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2})}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_{eff} \frac{\partial(\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2})}{\partial y} \right] - \sum_{k=1}^N h_k^0 \dot{M}_k \end{aligned} \quad (2.88\Gamma)$$

$$p = RT \sum_{k=1}^N \frac{\rho_k}{m_k} \quad (2.88\Delta)$$

Введя новую функцию χ_i , трансформируем предыдущую систему уравнений (2.88) к виду:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (2.89a)$$

$$\frac{\partial \rho Y_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho Y_1 u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho Y_1 v) = \frac{\partial}{\partial x} \mu_{eff} \frac{\partial Y_1}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu_{eff} \frac{\partial Y_1}{\partial y} + \dot{M}_1 \quad (2.89б)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u u}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.89в)$$

$$\frac{\partial \rho \chi_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \chi_i u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \chi_i v) = \frac{\partial}{\partial x} \mu_{eff} \frac{\partial \chi_i}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu_{eff} \frac{\partial \chi_i}{\partial y}, \quad i = 2, \dots, N, T, c \quad (2.89\Gamma)$$

$$p = RT \sum_{k=1}^N \frac{\rho_k}{m_k} \quad (2.89\Delta)$$

где

$$\chi_i = \frac{Y_i}{m_i(v_i'' - v_i')} - \frac{Y_1}{m_1(v_1'' - v_1')}, \quad i = 2, \dots, N \quad (2.90)$$

$$\chi_T = \frac{\hat{c}_p T + \frac{u^2}{2}}{m_N(v_N' - v_N'') \Delta H} - \frac{Y_1}{m_1(v_1'' - v_1')}, \quad \Delta H = \frac{\sum_{i=1}^N m_i h_i^0 (v_i' - v_i'')}{m_N(v_N' - v_N'')} \quad (2.91)$$

$$\chi_C = \frac{\hat{c}_p}{m_1(v_1'' - v_1') \Delta \hat{c}_p} - \frac{Y_1}{m_1(v_1'' - v_1')}, \quad \Delta \hat{c}_p = \frac{\sum_{i=1}^N m_i c_{pi} (v_i'' - v_i')}{m_1(v_1'' - v_1')} \quad (2.92)$$

2.3.2. Первые интегралы системы.

Система (2.89) допускает первые интегралы

$$\chi_i = \frac{\chi_{ie} - \chi_{iw}}{u_e - u_w} u - \frac{\chi_{ie} u_w - \chi_{iw} u_e}{u_e - u_w}, \quad i = 2, \dots, N, T, c \quad (2.93)$$

Продифференцируем соотношение (2.93) по координате y на поверхности фазового перехода:

$$\left(\frac{\partial \chi_i}{\partial y} \right)_w = \frac{\chi_{ie} - \chi_{iw}}{u_e - u_w} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (2.94)$$

Определим χ_{ie} и χ_{iw} из (2.90) - (2.92) и подставим эти значения в правую часть уравнения (2.94):

$$\left(\frac{\partial \chi_i}{\partial y} \right)_w = \frac{Y_{ie} - Y_{iw} - \Phi_i Y_{1e}}{m_i (\nu_i'' - \nu_i') (u_e - u_w)} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (2.95a)$$

$$\left(\frac{\partial \chi_T}{\partial y} \right)_w = \frac{\hat{c}_{pe} T_e - \hat{c}_{pw} T_w + \frac{u_e^2 - u_w^2}{2} + Y_{1e} \Phi_N \Delta H}{(u_e - u_w) \sum_{i=1}^N h_i^0 m_i (\nu_i' - \nu_i'')} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (2.95б)$$

$$\left(\frac{\partial \chi_c}{\partial y} \right)_w = \frac{\hat{c}_{pe} - \hat{c}_{pw} - Y_{1e} \Delta \hat{c}_p}{(u_e - u_w) \sum_{i=1}^N m_i c_{pi} (\nu_i'' - \nu_i')} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (2.95в)$$

Дифференцируя (2.90) - (2.92) по y , запишем левые части уравнения (2.94) следующим образом:

$$\left(\frac{\partial \chi_i}{\partial y} \right)_w = \frac{1}{m_i (\nu_i'' - \nu_i')} \left[\left(\frac{\partial Y_i}{\partial y} \right)_w - \Phi_i \left(\frac{\partial Y_1}{\partial y} \right)_w \right], \quad i = 2, \dots, N \quad (2.96a)$$

$$\left(\frac{\partial \chi_T}{\partial y} \right)_w = \frac{T_w \left(\frac{\partial \hat{c}_p}{\partial y} \right)_w + \hat{c}_{pw} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w + u_w \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w + \left(\frac{\partial Y_1}{\partial y} \right)_w}{m_N (\nu_N'' - \nu_N') \Delta H} + \frac{\left(\frac{\partial Y_1}{\partial y} \right)_w}{m_1 (\nu_1'' - \nu_1')} \quad (2.96б)$$

$$\left(\frac{\partial \chi_c}{\partial y} \right)_w = \frac{\left(\frac{\partial \hat{c}_p}{\partial y} \right)_w}{m_1 (\nu_1'' - \nu_1') \Delta \hat{c}_p} - \frac{\left(\frac{\partial Y_1}{\partial y} \right)_w}{m_1 (\nu_1'' - \nu_1')} \quad (2.96в)$$

Подставляя уравнения (2.96) в (2.95) и используя граничные условия, получим следующие выражения:

$$Y_{iw} = \frac{Y_{ie} - Y_{1e} \Phi_i}{1 + B}, i = 2, \dots, N - 1 \quad (2.97a)$$

$$Y_{Nw} = \frac{B - Y_{1e} \Phi_N}{1 + B} \quad (2.97b)$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w = \frac{\tau_w}{u_e - u_w} \left(\hat{c}_{pe} (T_e - T_w) + \frac{(u_e - u_w)^2}{2} + (\Phi_N \Delta H + \Delta \hat{c}_p T_w) Y_{1e} \right) \quad (2.97b)$$

где

$$\tau_w = - \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)_w - \text{напряжение трения на стенке,}$$

$$B = \frac{(\rho v)_w (u_w - u_e)}{\tau_w} - \text{безразмерный параметр массообмена.}$$

2.3.3. Скорость выгорания топлива.

В случае диффузионного режима горения, когда зона химической реакции стабилизирована в потоке окислителя над слоем топлива ($u_w = 0$), система уравнений в слое горючего представлена одним уравнением энергии:

$$(\rho \tilde{v})_f c_f \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = \lambda_f \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} \quad (2.98)$$

Проинтегрировав уравнение (2.98) с учетом граничных условий, получим выражение для потока тепла в слое горючего:

$$q_s = - \left(\lambda \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)_{fw} = (\rho \tilde{v})_f c_f (T_\infty - T_w) = (\rho v)_w c_f (T_w - T_\infty) \quad (2.99)$$

Используя граничное условие (2.83e), а также выражения для потока тепла в слое горючего (2.99) и потока тепла в газе (2.97b), получим следующее соотношение на границе:

$$B \left[c_f (T_w - T_\infty) + h_L \right] = \hat{c}_{pe} (T_e - T_w) + \frac{u_e^2}{2} + Y_{1e} (\Phi_N \Delta H + \Delta \hat{c}_p T_w) \quad (2.100)$$

Используя первые интегралы (2.97а) и (2.97б), а также уравнение (2.84) получим выражение для определения безразмерного параметра массообмена B :

$$B = Y_{1e} \Phi_N + \sum_{i=2}^{N-1} \frac{m_N}{m_i} (Y_{ie} - Y_{1e} \Phi_i) \left(\frac{p_e}{p_{Nw}} - 1 \right)^{-1} \quad (2.101)$$

Заметим, что в соотношении (2.101) для параметра массообмена B есть неизвестное давление p_{Nw} , которое определяется из (2.85). Поэтому значение параметра массообмена B находится из соотношений (2.100), (2.101) и (2.85), которые составляют замкнутую систему уравнений для B, T_w, p_{Nw} .

Для того, чтобы найти аналитическое выражение для скорости выгорания топлива при турбулентном режиме течения, определим напряжение трения на поверхности при отсутствии массоподачи ($B = 0$) следующим образом [268]:

$$\tau_{wo} = 0.0296 \cdot \rho u_e^2 \cdot \text{Re}^{-1/5}, \quad (2.102)$$

А связь между величины τ_w и τ_{wo} можно определить для малых значений B следующим образом [269]

$$\frac{\tau_w}{\tau_{wo}} = \frac{\ln(1+B)}{B}. \quad (2.103)$$

Тогда скорость выгорания топлива для турбулентного режима течения имеет следующий вид:

$$(\rho \tilde{v})_f = \frac{B}{u_e} \tau_w = 0.0296 \cdot \rho u_e \ln(1+B) \cdot \text{Re}^{-1/5}. \quad (2.104)$$

2.4. Выводы ко второй главе.

1. Получено автомодельное решение задачи о диффузионном горении поверхности горючего материала в потоке окислителя в рамках теории пограничного слоя.
2. Получены аналитические формулы для определения скорости выгорания поверхности твердого горючего при ламинарном и турбулентном режимах течения для случая, когда поверхность диффузионного пламени стабилизирована над слоем горючего у его кромки. Показано, что скорость выгорания поверхности топлива максимальна около кончика пламени и уменьшается с увеличением расстояния от него.
3. Получено, что скорость выгорания растет с увеличением скорости и плотности внешнего потока. К увеличению скорости выгорания приводит также повышение концентрации окислителя во внешнем потоке.
4. Определена область влияния кинетики реакции на распределение параметров. Показано, что кинетика реакции оказывает определяющее влияние на скорость горения на некотором расстоянии от носика пламени. Однако, влияние начального участка на распределение параметров в пограничном слое незначительно и им можно пренебречь.
5. Произведено сравнение результатов, полученных с помощью выведенной аналитической формулы для скорости выгорания, с формулами, используемыми другими авторами. Показано, что для данной задачи скорость выгорания, определяемая по закону Аррениуса, не отображает действительный характер распределения скорости выгорания и подходит скорее для описания процессов, в которых определяющее влияние оказывает химическая кинетика. В случае диффузионного режима горения необходимо использовать полученные формулы.
6. Температура и профиль скорости распространения пламени против потока над горючим веществом определяются в рамках теории пограничного слоя в предположении о диффузионном горении топлива в газофазном режиме.

Определение скорости распространения пламени разработано на основе концепции термически тонкого слоя.

7. Полученные решения показывают, что при увеличении испарения в пограничном слое профиль скорости изменяет свою кривизну. Увеличение параметра массообмена приводит к уменьшению градиента тангенциальной скорости.
8. Увеличение тепловыделения в диффузионном пламени, концентрации окислителя в набегающем потоке, теплопроводности в газовой фазе приводит к увеличению скорости распространения пламени. Повышение теплоты испарения вызывает уменьшение скорости распространения пламени. Зависимости получаются явно.
9. Увеличение теплоемкости топлива, теплоемкости газа и толщины слоя топлива приводит к уменьшению скорости распространения пламени. Зависимость степенная.
10. Увеличение параметра массообмена приводит к уменьшению скорости распространения пламени. Зависимость является довольно сложной, но может быть выведена из полученных решений. Зависимость скорости распространения пламени от коэффициента теплопроводности топлива не явная. Параметр массообмена и другие характерные значения зависят неявно от коэффициента теплопроводности.
11. Для задачи горения в замкнутом канале из термохимически разрушающегося материала получены интегральные соотношения, позволяющие определить потоки массы и тепла у стенок.

ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ ПО ПОВЕРХНОСТИ ГОРЮЧЕГО МАТЕРИАЛА.^с

Одним из важных практических приложений задачи о горении поверхности термохимически разрушающегося материала является моделирование процессов, происходящих в камере сгорания гибридного двигателя. Благодаря сочетанию преимуществ жидкостных и твердотопливных двигателей, гибридные двигатели являются одними из самых перспективных типов двигателей. Они безопаснее, чем твердотопливные, поскольку позволяют хранить компоненты топлива отдельно друг от друга, при этом окислителем может быть даже атмосферный кислород. По сравнению с жидкостными двигателями гибридные имеют более простую конструкцию и более просты в обслуживании.

В случае распространения пламени в замкнутой области, где нельзя пренебрегать влиянием соседних стенок, например, в гибридных двигателях, необходимо провести трехмерное численное моделирование. Это позволит выявить нестационарный и асимметричный характер процесса. Не стоит забывать, что результаты численных расчетов нуждаются в проверке и, в случае необходимости, доработке. Для этого могут быть использованы соответствующие аналитические решения, полученные в рамках приближения пограничного слоя и предположения о диффузионном характере горения и описанные в Главе 2.

В данной главе представлены результаты численного моделирования распространения пламени по поверхности горючего материала. Разработана математическая модель с учетом особенностей диффузионного горения топлива

^с При подготовке данной главы диссертации использовались следующие публикации автора, в которых, согласно «Положению о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова», отражены основные результаты, положения и выводы исследования: Betelin V. B., Kushnirenko A. G., Smirnov N. N., Nikitin V.F., Tyurenkova V.V., Stamov L.I. Numerical investigations of hybrid rocket engines // Acta Astronautica. — 2018. — Vol. 144. — P. 363–370; Tyurenkova V. V., Stamov L. I. Flame propagation in weightlessness above the burning surface of material // Acta Astronautica. — 2019. — Vol. 159. — P. 342–348; Kushnirenko A. G., Stamov L. I., Tyurenkova V. V., Smirnova M.N., Mikhhalchenko E.V. Three-dimensional numerical modeling of a rocket engine with solid fuel // Acta Astronautica. - 2021. - Vol. 181. - P. 544-551.

в потоке окислителя. Выполнено трехмерное численное моделирование нестационарных процессов в химически реагирующей газовой смеси над термохимически разрушающейся поверхностью. Проведена верификация численной схемы с использованием аналитического решения, полученного в предыдущей главе. Также проведено сравнение результатов численного моделирования с имеющимися в литературе экспериментальными данными. В качестве примера рассмотрены процессы, происходящие в камере сгорания гибридного двигателя.

3.1. Постановка задачи.

3.1.1. Определяющая система уравнений.

Система определяющих уравнений для расчета многокомпонентной газовой динамики с химическими превращениями совпадает с системой (2.82) и имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho_k u_j - (\rho D)_{eff} \frac{\partial Y_k}{\partial x_j} \right) = \dot{M}_k, \quad k=1, \dots, N \quad (3.1a)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = 0, \quad (3.1б)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} ((\rho E + p) u_j) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\lambda/c_p)_{eff} \frac{\partial h}{\partial x_j} + \mu_{eff} \frac{\partial K}{\partial x_j} + u_i \tau_{ij} \right) = 0, \quad (3.1в)$$

$$\tilde{p} = RT \sum_{k=1}^N \frac{\rho_k}{m_k}, \quad (3.1г)$$

где $\rho = \sum_{k=1}^N \rho_k$ – плотность смеси, $Y_k = \frac{\rho_k}{\rho}$ – массовая концентрация k -го компонента, u_i – компоненты скорости, p – давление, K – кинетическая энергия турбулентных пульсаций, m_k – молярная масса k -го компонента, $\dot{M}_k$ – массовая скорость рождения k -го компонента, τ_{ij} – компоненты тензора вязких напряжений, индексы i и j пробегают значения 1, 2 и 3.

Эффективные коэффициенты переноса μ_{eff} , $(\rho D)_{eff}$, $(\lambda/c_p)_{eff}$ в уравнениях системы (3.1) выражаются через турбулентную вязкость μ_T и через молекулярную вязкость смеси μ следующим образом:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_T, (\rho D)_{eff} = \frac{\mu}{Sc} + \frac{\mu_T}{Sc_T}, (\lambda/c_p)_{eff} = \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_T}{Pr_T}.$$

Полная энергия смеси E учитывает кинетическую энергию турбулентных пульсаций K и выглядит следующим образом:

$$E = \sum_{k=1}^N Y_k e_k(T) + \frac{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}{2} + K,$$

где $e_k(T)$ – внутренняя энергия k -го компонента.

Энтальпия единицы массы смеси совершенных газов h выражается следующим образом:

$$h = \sum_{k=1}^N Y_k e_k(T) + \frac{\tilde{p}}{\rho}.$$

Заметим, что

$$h = \sum_{k=1}^N Y_k e_k(T) + \frac{\tilde{p}}{\rho} = \sum_{k=1}^N Y_k h_k = \hat{c}_p T + \sum_{k=1}^N Y_k h_k^0.$$

Давление смеси p , определенное как шаровая часть тензора напряжений получается из термодинамического давления $\tilde{p}$ добавкой, возникающей от воздействия хаотических пульсаций скорости:

$$p = \tilde{p} + \frac{2}{3} \rho K, \quad (3.2)$$

что чаще всего является малой поправкой, исключая области особенно интенсивной турбулентности.

В теории горения при сравнительно больших временах релаксации внутренних степеней свободы коэффициент объёмной вязкости $\varsigma = \lambda + \frac{2}{3} \mu$ оказывается пренебрежимо малой величиной, т.е. $\varsigma = 0$, а $\lambda = -\frac{2}{3} \mu$. В этом случае компоненты тензора вязких напряжений будут иметь следующий вид:

$$\tau_{ij} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_s}{\partial x_s} \delta_{ij} \right), \quad (3.3)$$

где δ_{ij} – коэффициент Кронекера.

Для моделирования турбулентности используется ка-омега модель Уилкокса [270], которая состоит из двух уравнений баланса.

Баланс турбулентной энергии K имеет следующий вид

$$\frac{\partial \rho K}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho K u_j) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \sigma^* \mu_T \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right) = \tau_{ij}^{turb} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho K \hat{\omega}, \quad (3.4)$$

Баланс параметра диссипации $\hat{\omega}$ записывается как

$$\frac{\partial \rho \hat{\omega}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \hat{\omega} u_j) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \sigma \mu_T \right) \frac{\partial \hat{\omega}}{\partial x_j} \right) = \alpha \frac{\hat{\omega}}{K} \tau_{ij}^{turb} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \rho \hat{\omega}^2. \quad (3.5)$$

Турбулентная вязкость μ_T определяется через параметры турбулентности следующим образом:

$$\mu_T = \rho \frac{K}{\hat{\omega}} \quad (3.4)$$

Тогда, исходя из уравнения (3.3), турбулентная часть тензора вязких напряжений τ_{ij}^{turb} будет иметь следующий вид:

$$\tau_{ij}^{turb} = \rho \frac{K}{\hat{\omega}} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_s}{\partial x_s} \delta_{i,j} \right). \quad (3.5)$$

Параметры модели Уилкокса $\alpha, \sigma, \sigma^*, \beta, \beta^*$ задаются как:

$$\sigma = \sigma^* = \frac{1}{2}, \quad \alpha = \frac{5}{9}, \quad \beta = \frac{3}{40}, \quad \beta^* = \frac{9}{100}. \quad (3.6)$$

Молекулярная вязкость μ , учет которой весьма важен для постановки граничных условий для турбулентных параметров и для определения трения на твердой границе, рассчитывается на основе молекулярной вязкости компонент μ_k следующим образом:

$$\mu = \sum_{k=1}^N \frac{\frac{Y_k}{m_k} \mu_k}{\sum_{j=1}^m \phi_{kj} \frac{Y_j}{m_j}}, \quad (3.7)$$

По определению коэффициенты смешения $\phi_{kk}=1$, прочие же значения являются табличными данными. Часто используются следующее представления коэффициентов смешения [271]:

$$\phi_{kj} = \frac{1}{4} \left[1 + \left(\frac{\mu_k}{\mu_j} \right)^{1/2} \left(\frac{m_j}{m_k} \right)^{1/4} \right]^2 \left(\frac{2m_j}{m_k + m_j} \right)^{1/2}, \quad (3.8)$$

где m_k – молярная масса k -го компонента.

3.1.2. Химическая кинетика.

Элементарные химические реакции в газовой смеси имеют вид:

$$\sum_{k=1}^N \nu'_{jk} A_k (+M) \Leftrightarrow \sum_{k=1}^N \nu''_{jk} A_k (+M), \quad j=1, \dots, l, \quad (3.9)$$

где ν'_{jk} , ν''_{jk} – стехиометрические коэффициенты для реакции j , A_k – символ компонента, а "(+M)" в формуле означает возможность влияния молекулы, не участвующей в данной реакции, – «третьего тела». Скорость образования компонента в химических взаимодействиях определяется следующим образом:

$$\dot{M}_k = \sum_{j=1}^l m_k (\nu''_{kj} - \nu'_{kj}) \omega_j, \quad k=1, \dots, N, \quad (3.10)$$

Скорость j -ой реакции ω_j определяется как

$$\omega_j = M_j \left[k_{Fj}(M_j, T) \prod_s X_s^{\alpha_{js}} - k_{Bj}(M_j, T) \prod_s X_s^{\beta_{js}} \right], \quad (3.11)$$

где $X_s = \frac{\rho_s}{m_s}$ – молярная плотность s -го компонента, M_j – коэффициент влияния «третьих» (не изменяемых) компонент в реакции j , который равен 1 при отсутствии такого влияния, k_{Fj} – коэффициент скорости прямой реакции, k_{Bj}

– коэффициент скорости обратной реакции, α_{js} – степени компонент в прямой реакции, β_{js} – степени компонент в обратной реакции.

Если в реакции участвует «третье тело», то коэффициент M_j рассчитывается по формуле:

$$M_j = \sum_{k=1}^N \gamma_{jk} X_k,$$

где γ_{jk} – коэффициенты Шаперона, т.е. коэффициенты влияния компонента k («третьего тела») в j -ой реакции.

Для элементарных реакций степени компонент в прямой и обратной реакции в выражении (3.11) совпадают со стехиометрическими коэффициентами, а для брутто-реакций значения данных коэффициентов могут не совпадать и быть дробными.

Отношение $K_{Cj}(T) = k_{Fj}/k_{Bj}$ называется константой равновесия j -ой реакции. Когда прямая и обратная реакции находятся в равновесии, т.е. $\omega_j = 0$, то константа равновесия принимает следующий вид:

$$K_{Cj}(T) = \prod_s X_s^{\nu'_{js}} / \prod_s X_s^{\nu''_{js}} \quad (3.12)$$

Введя, например, парциальные давления $p_i = X_i RT$, перепишем условие равновесия (3.12) следующим образом:

$$\prod_s p_s^{\nu'_{js} - \nu''_{js}} = K_{Cj}(RT)^{\sum_{s=1}^N \nu'_{js} - \nu''_{js}} \equiv K_{pj}(T) \quad (3.13)$$

Коэффициенты скорости прямой реакции k_{Fj} определяются по расширенной формуле Аррениуса:

$$k_{Fj}(T) = A_j T^{B_j} \exp\left(-\frac{E_{Aj}}{RT}\right), \quad (3.14)$$

где коэффициенты A_j и B_j и энергия активации E_{Aj} задаются для каждой конкретной задачи.

Для того, чтобы найти коэффициенты скорости обратной реакции определим константу равновесия. Сначала приведем соотношение для расчета стандартной константы равновесия $K_{pj}^0(T)$ для j -ой реакции на основе энергии Гельмгольца [272]:

$$RT \ln K_{pj}^0(T) = \Delta_r S(T) \cdot T - \Delta_r E(T), \quad (3.15)$$

где

$$\Delta_r S(T) = \sum_{k=1}^N (\nu_{kj}'' - \nu_{kj}') S_k(T),$$

$\Delta_r E(T) = \sum_{k=1}^N (\nu_{kj}'' - \nu_{kj}') E_k(T) = \sum_{k=1}^N (\nu_{kj}'' - \nu_{kj}') (H_k(T) - RT)$, $S_k(T)$ – энтропия единицы моля при нормальном давлении p_{ref} , $E_k(T)$ – внутренняя энергия единицы моля компонента k , $H_k(T)$ – энтальпия единицы моля компонента k .

Стандартная константа равновесия $K_{pj}^0(T)$ для j -ой реакции связана с безразмерными парциальными давлениями p_i/p_{ref} участвующих в реакции компонентов следующим образом

$$K_{pj}^0(T) = \prod_k \left(\frac{p_k}{p_{ref}} \right)^{\nu_{kj}'' - \nu_{kj}'}$$

Перейдем от давления к молярным концентрациям и определим константу равновесия как

$$\begin{aligned} K_{Cj}^0(T) &= K_p(RT)^{-\sum_{k=1}^N \nu_{kj}'' - \nu_{kj}'} = \prod_k p_k^{\nu_{kj}'' - \nu_{kj}'} (RT)^{-\sum_{k=1}^N \nu_{kj}'' - \nu_{kj}'} = \\ &= \prod_k \left(\frac{p_k}{p_{ref}} \right)^{\nu_{kj}'' - \nu_{kj}'} \left(\frac{p_{ref}}{RT} \right)^{\sum_{k=1}^N \nu_{kj}'' - \nu_{kj}'} = K_{pj}^0 \left(\frac{p_{ref}}{RT} \right)^{\sum_{k=1}^N \nu_{kj}'' - \nu_{kj}'} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Введя безразмерную энтальпию $\hat{H}_k(T) = \frac{H_k(T)}{RT}$ и энтропию $\hat{S}_k(T) = \frac{S_k(T)}{R}$

компонента k , запишем соотношение для определения коэффициента скорости обратной реакции следующим образом

$$k_{Bj} = k_{Fj} \exp \left(\sum_{k=1}^N (\nu''_{kj} - \nu'_{kj}) (\hat{H}_k(T) - \hat{S}_k(T) - 1) \right) \left(\frac{RT}{p_{ref}} \right)^{\sum_{k=1}^N (\nu''_{kj} - \nu'_{kj})}. \quad (3.17)$$

3.1.3. Граничные условия.

В данной задаче рассматриваются граничные условия двух видов: адиабатическая некаталитическая стенка и стенка из термохимически разрушающегося материала.

В первом случае (адиабатическая некаталитическая стенка) выполняются следующие граничные условия на стенке:

условие прилипания

$$u_j = 0, j = 1, 2, 3$$

условие сохранения потока энергии

$$\lambda^+ \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)^+ = -\lambda^- \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)^-$$

Индексами «+» и «-» будем отмечать значение параметров по разные стороны поверхности раздела «w», n – нормаль к стенке.

Для стенки из термохимически разрушающегося материала граничные условия имеют следующий вид:

условие сохранение полного потока массы (u_n – нормальная составляющая скорости)

$$\rho^+ u_n^+ = \rho^- u_n^- = (\rho u_n)_w$$

условие прилипания (непрерывность касательной составляющей скорости u_σ)

$$u_\sigma = 0$$

условие непрерывности касательных напряжений

$$\tau_{n\sigma}^+ = \tau_{n\sigma}^-$$

уравнение изменения потока массы i -го компонента при отсутствие гетерогенных реакций

$$(\rho u_n)_w (Y_i^+ - Y_i^-) - \left[(\rho D)^+ \left(\frac{\partial Y_i}{\partial n} \right)^+ - (\rho D)^- \left(\frac{\partial Y_i}{\partial n} \right)^- \right] = 0$$

уравнение сохранения потока энергии при условии, что горючее однокомпонентное ($Y_{Nfw} = 1$), гетерогенные реакции отсутствуют и отброшены малые члены порядка ($v_w^2 / 2$) и меньше:

$$\lambda^+ \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)^+ = -\lambda^- \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)^- + (\rho u_n)_w h_L$$

Ввиду того, что около стенки возникает пограничный слой и, как следствие, встает проблема численного расчета градиента скорости в данной области, пристеночная зона требует отдельного рассмотрения. Моделирование пограничного слоя требует применения мелкой сетки вблизи поверхности твердого топлива, но, чтобы добиться приемлемой точности при сравнительно грубой сетке, в ячейках около поверхности горючего материала предполагается наличие логарифмического профиля у безразмерной скорости. Данный способ может быть использован для вычисления поверхностного трения и зависящего от него потока массы через поверхность раздела фаз.

Введем локальную систему координат у стенки: ось x направим вдоль касательной скорости, ось y – от стенки внутрь рабочей области по нормали.

Компоненту скорости вдоль x обозначим u_x , $u^+ = \frac{u_x}{u_T}$ – безразмерную скорость,

а безразмерное расстояние до стенки – $y^+ = \frac{yu_T}{\nu}$, где $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ – кинематическая

вязкость, а $u_T \equiv \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ – скорость трения.

На примере выбранной ка-омега модели построим совместимые с моделью граничные условия для турбулентных параметров [273, 274]. Будем считать, что в пристеночной зоне можно пренебречь инерциальными членами уравнений, а также вторыми производными от параметров по направлениям вдоль стенки по сравнению с производными по направлению по нормали к стенке.

Тогда уравнения (3.16) в окрестности стенки примет вид:

$$\frac{\partial}{\partial y}(\mu + \mu_T) \frac{\partial u_x}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\rho}{2} \frac{\partial u_x^2}{\partial x}, \quad (3.14)$$

А уравнения (3.4) - (3.5), моделирующие турбулентность, преобразуются следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu + \sigma^* \rho \frac{K}{\hat{\omega}} \right) \frac{\partial K}{\partial y} + \rho \frac{K}{\hat{\omega}} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} \right)^2 - \rho \beta^* K \hat{\omega} = 0, \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu + \sigma \rho \frac{K}{\hat{\omega}} \right) \frac{\partial \hat{\omega}}{\partial y} + \alpha \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} \right)^2 - \rho \beta \hat{\omega}^2 = 0. \quad (3.16)$$

Будем предполагать, что в правой части уравнения (3.14) продольный градиент давления и инерционные члены компенсируют друг друга. В этом случае после интегрирования (3.14) примет следующий вид:

$$(\mu + \mu_T) \frac{\partial u_x}{\partial y} = \rho u_T^2, \quad (3.17)$$

Подстановка (3.17) в (3.15) и (3.16) приводит к замкнутой системе уравнений относительно турбулентных параметров, и, пренебрегая температурными эффектами, получим:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\nu + \sigma^* \frac{K}{\hat{\omega}} \right) \frac{\partial K}{\partial y} + \frac{K}{\hat{\omega}} \left(\frac{u_T^2}{\nu + K / \hat{\omega}} \right)^2 - \beta^* K \hat{\omega} = 0, \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\nu + \sigma \frac{K}{\hat{\omega}} \right) \frac{\partial \hat{\omega}}{\partial y} + \alpha \left(\frac{u_T^2}{\nu + K / \hat{\omega}} \right)^2 - \beta \hat{\omega}^2 = 0. \quad (3.19)$$

Разобьём пристеночный слой на две зоны, в примыкающей к стенке «вязкой» части подслоя $y < y_v$ распределение скорости может быть получено прямо из обычной формулы для вязкого трения и будет равняться $u^+ = y^+$.

Считая, что производство турбулентности мало по сравнению с диссипацией, т.к. в окрестности стенки турбулентная вязкость $\mu_T = \rho \frac{K}{\hat{\omega}}$ стремится к нулю по определению, преобразуем систему (3.18)–(3.19) к следующему виду:

$$\nu \frac{\partial^2 K_v}{\partial y^2} - \beta^* K_v \omega_v = 0, \quad \nu \frac{\partial^2 \omega_v}{\partial y^2} - \beta \omega_v^2 = 0; \quad y < y_v. \quad (3.20)$$

В результате решения уравнений (3.20) получим в «вязком» подслое:

$$\omega_v = \frac{6\nu}{\beta y^2}, \quad K_v = Ay^\delta, \quad \delta^2 - \delta - \frac{6\beta^*}{\beta} = 0, \quad (3.21)$$

где $\delta \approx 3.23$, а A – неизвестная константа. Решение (3.21) имеет место при малости производства турбулентности по сравнению с диссипацией, и при малости турбулентной вязкости по сравнению с молекулярной, то есть при

$$K_v \ll \omega_v \nu, \quad \frac{u_T^2}{\sqrt{\beta^*}} \ll \nu \omega_v. \quad (3.22)$$

Вид зависимостей (3.21) показывает, что при достаточно малом значении y условия (3.22) должны выполняться.

Второй «логарифмический» подслой характеризуется тем, что в нем турбулентная вязкость преобладает над молекулярной, и распределение скорости в турбулентном потоке, текущем вдоль стенки, имеет логарифмический профиль

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad (3.23)$$

или

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln Ey^+, \quad (3.23a)$$

где κ , B и E – константы.

В логарифмическом подслое в уравнении (3.18) производство турбулентности сопоставимо с диссипацией и для уравнения (3.19) в логарифмическом слое все три члена имеют одинаковый порядок. Это совместимо с зависимостями:

$$K_{\log} = \frac{u_T^2}{\beta^{*1/2}}, \quad \omega_{\log} = \frac{\sigma^{1/2} K_{\log}^{1/2}}{\sqrt{\beta - \alpha \beta^*} y}. \quad (3.24)$$

В согласии с гипотезой Неймана в логарифмическом слое имеем:

$$v_T = \kappa u_T y \Rightarrow \omega_{\log} = \frac{K_{\log}^{1/2}}{\beta^{*1/4} \kappa y}, \quad (3.25)$$

откуда наведенное моделью ка-омега значение константы Кармана равно $\kappa = 0.4182$.

Использование зависимости (3.24) в качестве условий Дирихле для K годится лишь в ограниченном количестве случаев, и совершенно неудовлетворительно для застойных зон у стенки, где турбулентность согласно (3.24) равна нулю, а на опыте – может быть максимальна. В этом смысле зависимость (3.24) для $\hat{\omega}$ более универсальна, поскольку не использует u_T для связи между K и $\hat{\omega}$.

3.1.4. Состав горючей смеси и элементный состав.

В рассматриваемой задаче горючая смесь состоит из следующих компонент с соответствующей нумерацией: $k=1 - C_4H_6$, $2 - H_2O$, $3 - CO_2$, $4 - H$, $5 - O$, $6 - OH$, $7 - CO$, $8 - O_2$, $9 - H_2$, $10 - N_2$.

Кинетический механизм включает в себя два вида элементарных реакций: обменные реакции первого рода $A + B \leftrightarrow C + D$ и реакции рекомбинации (второго рода) $A + B + M \leftrightarrow C + M$.

Все реакции обратимые, так что рекомбинация может быть записана и в обратную сторону, став диссоциацией. Символ "M" в формуле реакции означает учет влияния «третьих», не изменяемых в реакции, компонент.

В качестве топлива в данной главе рассматривается НТРВ (hydroxyl-terminated polybutadiene), который обычно используется в гибридных двигателях.

Как показывают экспериментальные данные, основным продуктом пиролиза НТРВ является 1,3-бутадиен – C_4H_6 [267]. Кинетический механизм горения НТРВ, состоящий из 11 обратимых реакций, приведен в Таблице 4.

Таблица 4. Кинетический механизм горения топлива.

№	Реакция
---	---------

1.	$C_4H_6 + 2O_2 \leftrightarrow 4CO + 6H$
2.	$CO + 0.5O_2 \leftrightarrow CO_2$
3.	$CO + H_2O \leftrightarrow CO_2 + H_2$
4.	$H + O_2 \leftrightarrow OH + O$
5.	$O + H_2 \leftrightarrow OH + H$
6.	$OH + H \leftrightarrow H_2O + H$
7.	$2OH \leftrightarrow H_2O + O$
8.	$2H + M_1 \leftrightarrow H_2 + M_1$
9.	$2O + M_1 \leftrightarrow O_2 + M_1$
10.	$H + OH + M_1 \leftrightarrow H_2O + M_1$
11.	$O + H + M_2 \leftrightarrow OH + M_2$

Кинетический механизм, представленный в Таблице 4, обладает еще одним свойством, упрощающим расчеты: влияние «третьего тела» в реакциях рекомбинации определяется одними и теми же коэффициентами Шаперона почти для всех реакций, т.е. $\gamma_{jk} = \gamma_k$. В кинетическом механизме в таких реакциях стоит символ «+M₁» или «+M₂». Таким образом для реакций с «+M₁» $\gamma_2 = 6.5$, $\gamma_8 = 0.4$ и $\gamma_{10} = 0.4$, а с «+M₂» $\gamma_9 = 2.5$. Для прочих компонент коэффициенты полагаются равными единице.

3.2. Тепло- и массообмен при турбулентном течении около термохимически разрушающейся стенки.

Так как в результате горения происходит постоянный приток тепла от газовой фазы, горючее прогревается и вблизи стенки наряду с газовым пограничным слоем образуется температурный пограничный слой, который требует отдельного рассмотрения.

При описании турбулентного теплообмена чаще всего используют метод аналогии Рейнольдса. В таком случае безразмерная температура T^+ , определяемая через поток тепла как $T^+ = \frac{\rho c_p (T_w - T_f) u_T}{q_w}$, по аналогии с выражением (3.23) примет вид

$$T^+ = \frac{1}{\kappa_T} \ln y^+ + B_T, \quad (3.26)$$

где κ_T и B_T тепловые аналоги κ и B из соотношения (3.23).

Соотношение (3.26) для определения температуры стенки обычно не используется, и вместо этого температура выражается через безразмерную скорость u^+ , определяемую соотношением (3.23), следующим образом [274]

$$T^+ = \text{Pr}_T(u^+ + \text{Pr}_f), \quad (3.27)$$

где $\text{Pr}_f = (B_T/\text{Pr}_T - B)$ – функциональное число Прандтля и $\text{Pr}_T = \kappa/\kappa_T$ – турбулентное число Прандтля. Константа Pr_f определяется экспериментально и, согласно [275], может быть определена как

$$\text{Pr}_f = 9.24 \left(\left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^{3/4} - \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^{1/4} \right) \quad (3.28)$$

Используя соотношения (3.27) и (3.28), получим выражение для потока тепла q_w :

$$q_w = \frac{\rho c_p (T_w - T) u_T}{\text{Pr}_T (u^+ + \text{Pr}_f (\text{Pr}/\text{Pr}_T))} \quad (3.29)$$

При численном расчете потока тепла обычно используется следующая формула:

$$q_w = \frac{\rho c_p (T_w - T) u_T}{\text{Pr}_T (\max(u^+, u_x/u_T) + \text{Pr}_f (\text{Pr}/\text{Pr}_T))} \quad (3.30)$$

А поток массы с учетом наличия фазовых переходов может быть записан в следующем виде:

$$(\rho v)_w = \frac{q_w}{c_f (T_w - T_f) + h_L}, \quad (3.31)$$

где T_f – температура топлива, h_L – удельная теплота фазового перехода, c_f – теплоемкость топлива.

Описанный подход основывается на аналогии Рейнольдса, т.е. по аналогии со скоростью предполагается наличие логарифмического профиля y

безразмерной температуры. Такое решение корректно моделирует процессы, происходящие в окрестности адиабатической некаталитической стенки, но для стенки из термохимически разрушающегося материала данный подход будет давать ошибку, поскольку температурный профиль в этом случае будет отличаться от логарифмического.

В случае наличия химических реакций эффективным является определение теплового потока и потока массы исходя из интегральных соотношений, выведенных в Главе 2, § 2.3. Таким образом, выражение для теплового потока, основанного на аналитическом решении для турбулентного режима, будет иметь вид:

$$q_w = -\frac{\tau_w}{u_e} \left[c_{pe}(T_e - T_w) + \frac{u_e^2}{2} + Y_{1e}(\Phi_N \Delta H + \Delta C_p T_w) \right], \quad (3.32)$$

где u_e , T_e , Y_{1e} , c_{pe} - скорость, температура, концентрация окислителя и теплоемкость в газе вдали от поверхности, Φ_N - стехиометрическое соотношение.

Напряжение трения на стенке τ_w определяется из совместного решения следующих уравнений

$$(\rho v)_w \equiv -\frac{B}{u_e} \tau_w = -0.0296 \cdot \rho u_e \ln(1+B) \cdot \text{Re}^{-1/5}, \quad \text{Re} = \frac{\rho u_e x}{\mu},$$

$$B = \frac{c_{pe}(T_e - T_w) + \frac{u_e^2}{2} + Y_{1e}(\Phi_N \Delta H + \Delta C_p T_w)}{c_f(T_w - T_f) + h_L}.$$

А поток массы задается также выражением (3.31) и в данном случае примет вид:

$$(\rho v)_w = -\frac{\tau_w}{u_e} \frac{c_{pe}(T_e - T_w) + \frac{u_e^2}{2} + Y_{1e}(\Phi_N \Delta H + \Delta C_p T_w)}{c_f(T_w - T_f) + h_L} \quad (3.33)$$

3.3. Верификация численной модели.

В данном параграфе представлены результаты численного моделирования

трехмерного течения смеси газов с химическими реакциями над плоской поверхностью горючего материала (Рис. 3.1 и Рис. 3.2). Для создания вычислительной модели, которая с приемлемой точностью моделировала бы изучаемые в данной главе процессы, при численном моделировании были реализованы два способа определения потока тепла и массы, описанные в параграфе § 3.2. Также для верификации указанных моделей было проведено сравнение численных результатов с аналитическим решением, полученным в рамках приближения пограничного слоя в Главе 2, § 2.1.6.

Газодинамический блок основан на методе MUSCL интерполяции потоков на грань и методе AUSMP для компрессионных членов. Продвижение на второй порядок точности осуществлялось с помощью метода Мак-Кормака. Решение жесткой системы кинетических уравнений осуществлялось с помощью полунявного метода Новикова 4-го порядка точности из семейства методов Розенброка с двукратным вычислением правой части системы и однократным вычислением якобиана.

Расчеты производились с использованием блочной равномерной кубической сетки, обеспечивающей наилучший порядок аппроксимации и возможность дальнейшего использования технологии параллельного программирования MPI для систем с распределенной памятью. Текущий алгоритм в рамках работы на системе с общей памятью распараллелена с помощью технологии OpenMP. Основные данные привязаны к центрам ячеек сетки.

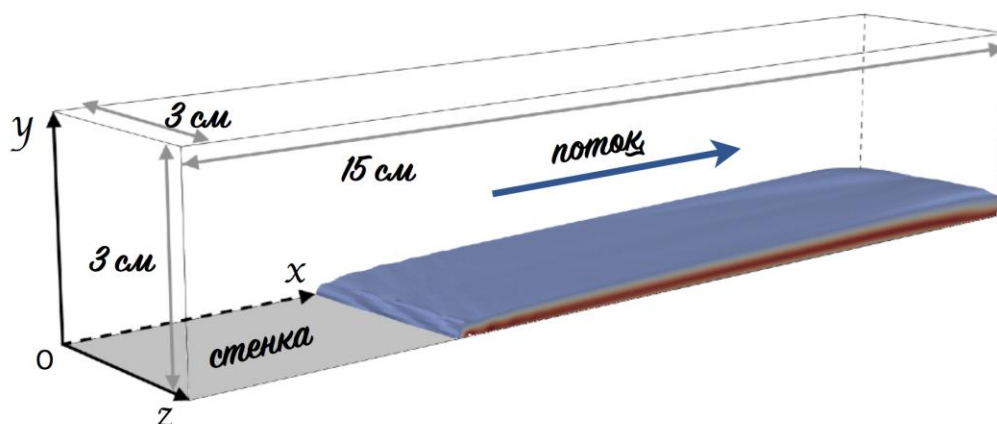


Рис. 3.1. Трехмерное схематическое изображение задачи распространения

пламени по плоской поверхности горючего материала.

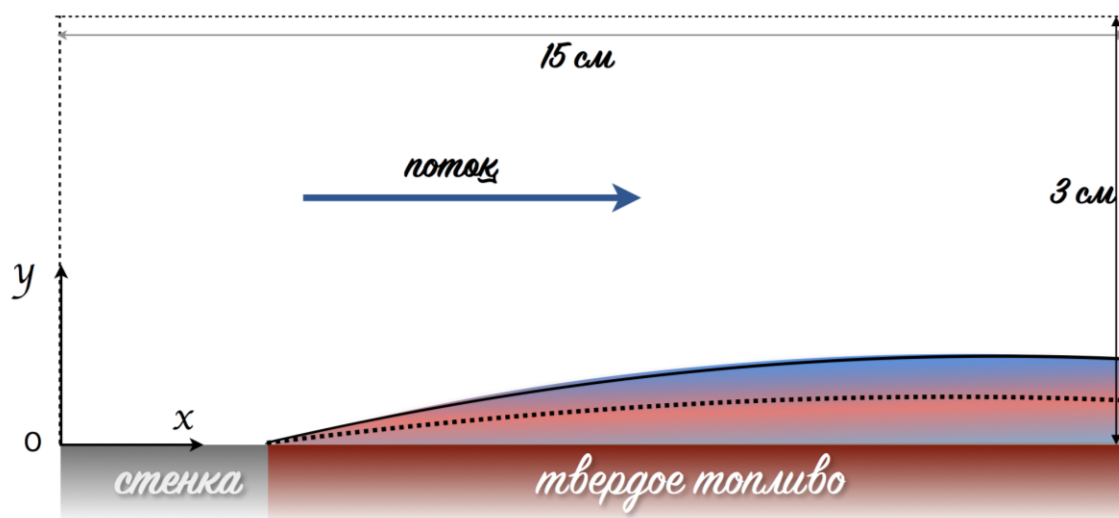


Рис. 3.2. Двумерное схематическое изображение задачи распространения пламени по плоской поверхности горючего материала.

Расчетная область, изображенная на Рис. 3.1, представляет собой параллелепипед размера $15 \times 3 \times 3$ см. Поверхность твердого топлива совпадает с плоскостью $z=0$. Другие боковые поверхности представляют собой свободные границы. С левой стороны на рассматриваемую область набегают сверхзвуковой поток воздуха. Параметры потока на входе следующие: температура 1156 K , скорость 1067 м/с и давление $7,4\text{ бар}$. В начальный момент времени область заполнена воздухом при температуре 1000 K и давлении 1 бар .

Хотя рассматриваемая расчетная область обладает симметрией, задача решается в трехмерной постановке. Данный подход позволяет выявить нестационарные асимметричные эффекты, которые не проявляются при моделировании задачи в одномерной или двумерной постановках, а также проследить характер распространения пламени до его стабилизации.

Как было заявлено в начале параграфа, рассматриваются две численные модели, по-разному реализующие расчет потоков массы и тепла. В первом случае, назовем его «Схема_R», при численном моделировании определение потоков массы и тепла происходит на основе аналогии Рейнольдса и, соответственно, для теплового потока используется формула (3.30), а для потока

массы – (3.31). Во втором случае, назовем его «Схема_И», тепловой поток и поток массы определяются исходя из интегральных соотношений, выведенных в Главе 2, § 2.3. Т.е. поток тепла и массы задаются соотношениями (3.32) и (3.33) соответственно.

Для того, чтобы определить корректность представленных численных схем, а также выявить какой из подходов предпочтительней использовать для дальнейшего вычислительного моделирования подобных задач, проведено сравнение скорости выгорания горючего, рассчитанной по моделям «Схема_Р» и «Схема_И», с аналитическим решением, полученным в рамках приближения пограничного слоя в Главе 2, § 2.1.6. и имеющим следующий вид:

$$u_f = \frac{1}{\rho_f} 0.0296 \cdot \rho u_e \ln(1 + B) \cdot \text{Re}^{-1/5}, \quad (3.34)$$

где $\text{Re} = \frac{\rho u_e \tilde{x}}{\mu}$, $\tilde{x} = x - x_0$, x_0 – координата, соответствующая началу

твёрдого топлива. На Рис. 3.3 показано распределение скорости выгорания u_f вдоль координаты x в случае стационарного режима горения для численных моделей «Схема_Р» и «Схема_И» и аналитического решения (3.34). Необходимо отметить, что при заданной скорости набегающего потока происходит сдвиг пламени, поэтому у кривых, построенных по «Схема_Р» и «Схема_И», присутствует второй пик, расположение которого соответствует положению носика пламени, а аналитическое решение данный момент не улавливает.

Также из представленного графика видно, что кривые имеют существенное различие только в том месте, где начинается горючий материал (на Рис. 3.3 «Схема_И» имеет первый пик), а после второго пика, расположение которого соответствуют положению носика пламени, различие между тремя графиками можно считать несущественным.

Такое поведение скорости выгорания вполне объяснимо. Во-первых, интегральные формулы, которые лежат в основе решения «Схема_И», выведены с использованием соотношения (2.104), которое также, как и аналитическое решение, имеет особенность в нуле. Во-вторых, интегральные соотношения

были получены в предположении о диффузионном режиме горения, а, как показано в Главе 2, § 2.1, область вблизи кончика пламени соответствует кинетическому режиму, и, соответственно, требует отдельного решения, например, с использованием закона Аррениуса, в этой зоне.

Таким образом, при диффузионном режиме горения «Схема_Р», как было показано в § 3.2, предназначенная для моделирования газодинамики без учета химических реакций, имеет хорошее совпадение с аналитическим решением и может быть использована для описания рассматриваемой и подобных задач, хотя «Схема_И» показала при сравнении лучшее совпадение с аналитическим решением. Ввиду описанных выше причин, «Схема_И» построена также, как и аналитическое решение, в предположении о бесконечной скорости химической реакции, что является допущением и в натурных экспериментах не наблюдается. Поэтому при корректности обеих схем, предпочтение отдается схеме «Схема_Р», которая и будет использована в дальнейших численных расчетах.

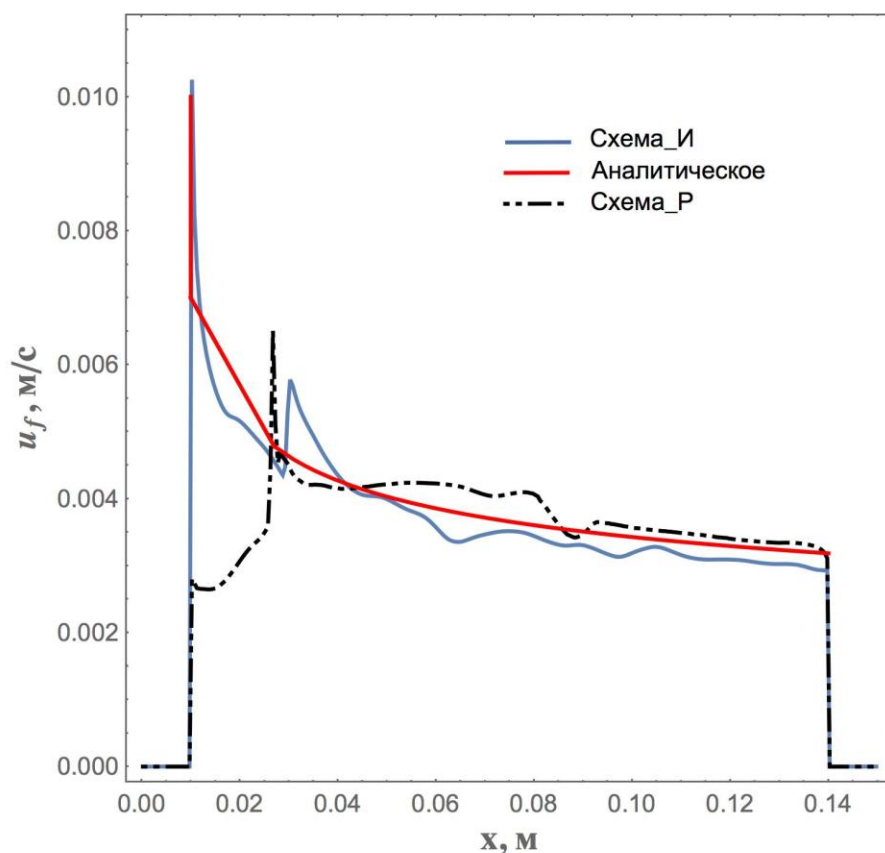


Рис. 3.3. Сравнение аналитического и численных решений для скорости выгорания топлива в зависимости от координаты x для установившегося режима.

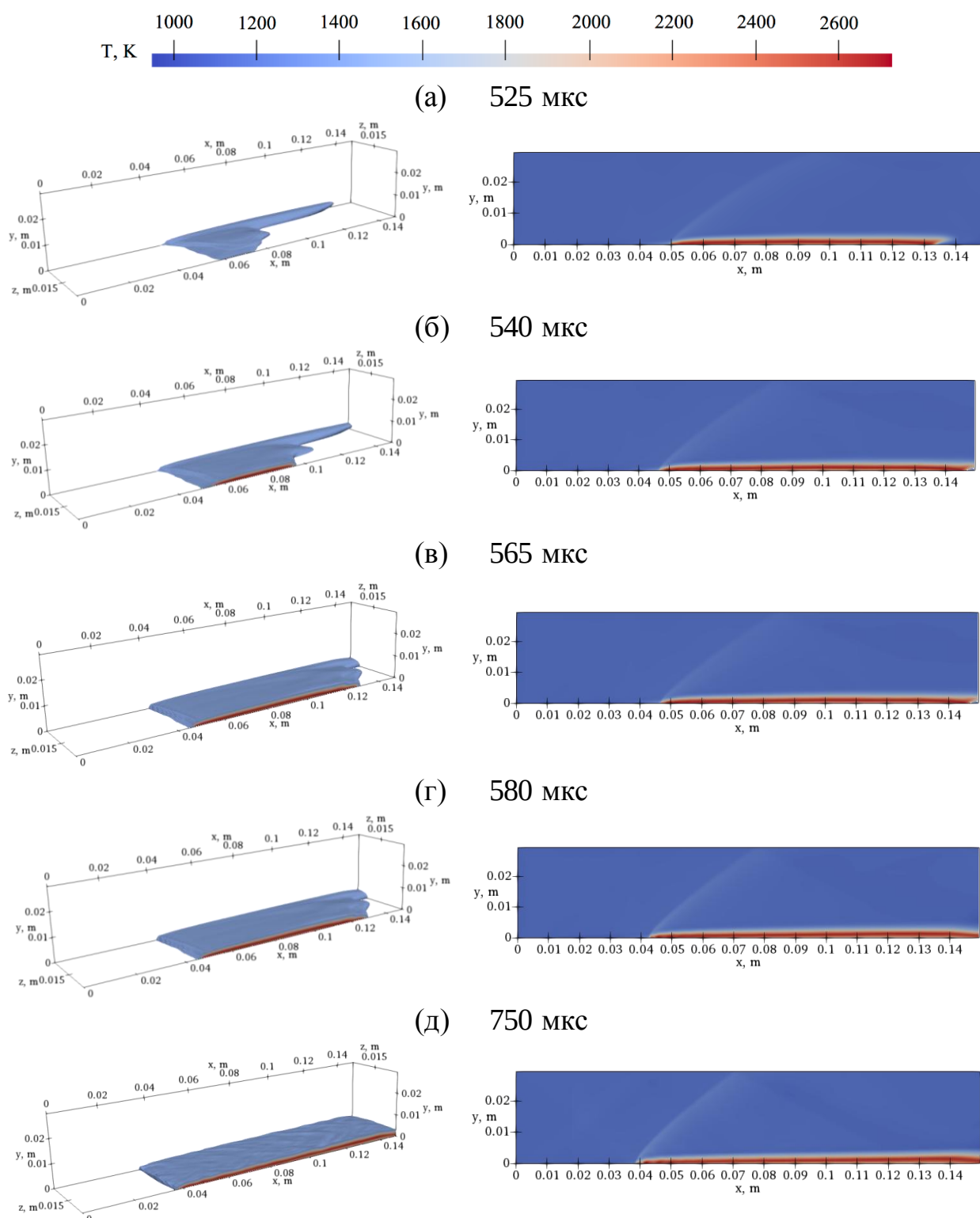


Рис. 3.4. Временная эволюция температуры газа для задачи распространения пламени по плоской поверхности в трехмерной области (слева) и в плоскости $z = 0.015$ (справа).

На Рис. 3.4 изображены результаты трехмерного численного моделирования для распределения температуры газа в рассматриваемой

расчетной области. Для визуализации неравномерности процесса распространения пламени в левой части Рис. 3 изображена эволюция температуры газа со значениями выше 1400 К, в правой части представлены распределения температуры газа в разрезе $z = 0.015$ для некоторых моментов времени. Из Рис. 3.4 видно образование «пальцев» пламени разной длины: в то время как один из «пальцев» пламени вытягивается вперед и достигает конца области, другие «пальцы» не отходят далеко от основного фронта. Со временем фронт пламени становится устойчивым. Таким образом, при моделировании нестационарных состояний не следует сильно полагаться на симметрию, так как до момента установления процесс распространения пламени является существенно несимметричным. После стабилизации зона горения занимает только область вблизи поверхности топлива, что характерно для диффузионного режима горения (Рис. 3.4). Также обдувание поверхности сверхзвуковым потоком характеризуется образованием ударной волны вблизи носика пламени.

3.4. Моделирование процессов горения в камере сгорания гибридного ракетного двигателя.

Данный параграф посвящен трехмерному численному моделированию течения в камере сгорания гибридного ракетного двигателя.

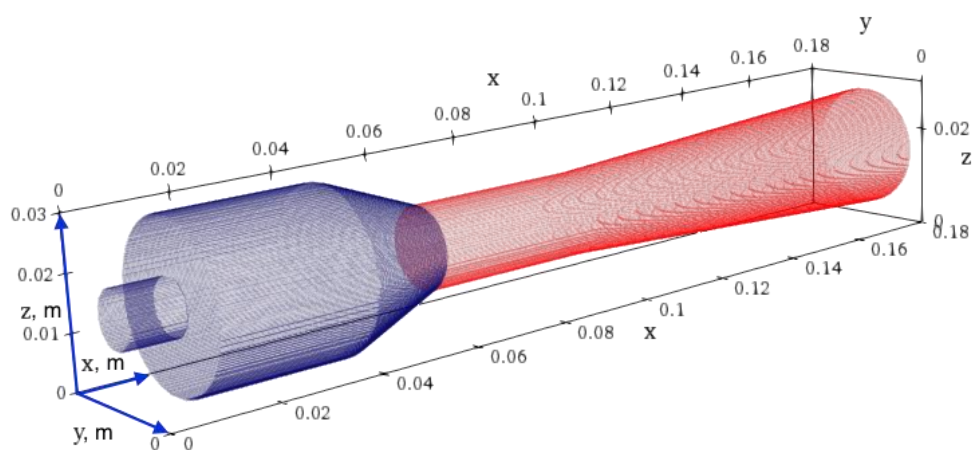


Рис. 3.5. Схема расчетной области в трехмерной постановке.

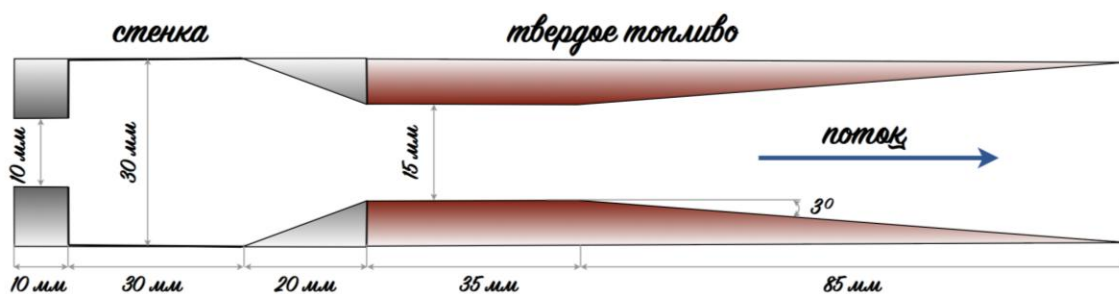


Рис. 3.6. Схематическое изображение расчетной области. Сечение вдоль оси x .

Трех- и двухмерные схемы рассматриваемой камеры сгорания представлены на Рис. 3.5 и Рис. 3.6 соответственно. С левой стороны в камеру вдувается поток воздуха ($Y_{O_2} : Y_{N_2} = 1 : 3.76$) со сверхзвуковой скоростью. На входе взяты следующие параметры потока: температура 1156 K , массовый расход 0.184 кг/с , число Маха 1.6 . На выходе с правой стороны камеры использовались свободные граничные условия. В начальный момент камера заполнена воздухом при температуре 300 K и давлении 1 бар .

Вычислительное моделирование течения в камере сгорания было проведено с использованием «Схемы_Р» и «Схемы_И». График распределения потока массы в зависимости от координаты x для обеих схем представлен на Рис. 3.7. В отличие от задачи, рассмотренной в предыдущем параграфе, в данном случае положение носика пламени совпадает с началом поверхности твердого топлива, поэтому на Рис. 3.7 наблюдается только один пик, соответствующий началу твердотопливной части камеры сгорания. Хотя обе схемы незначительно отличаются друг от друга, за исключением области первого пика, также, как в § 3.3 и ввиду тех же причин, для дальнейшего моделирования будет использоваться «Схема_Р».

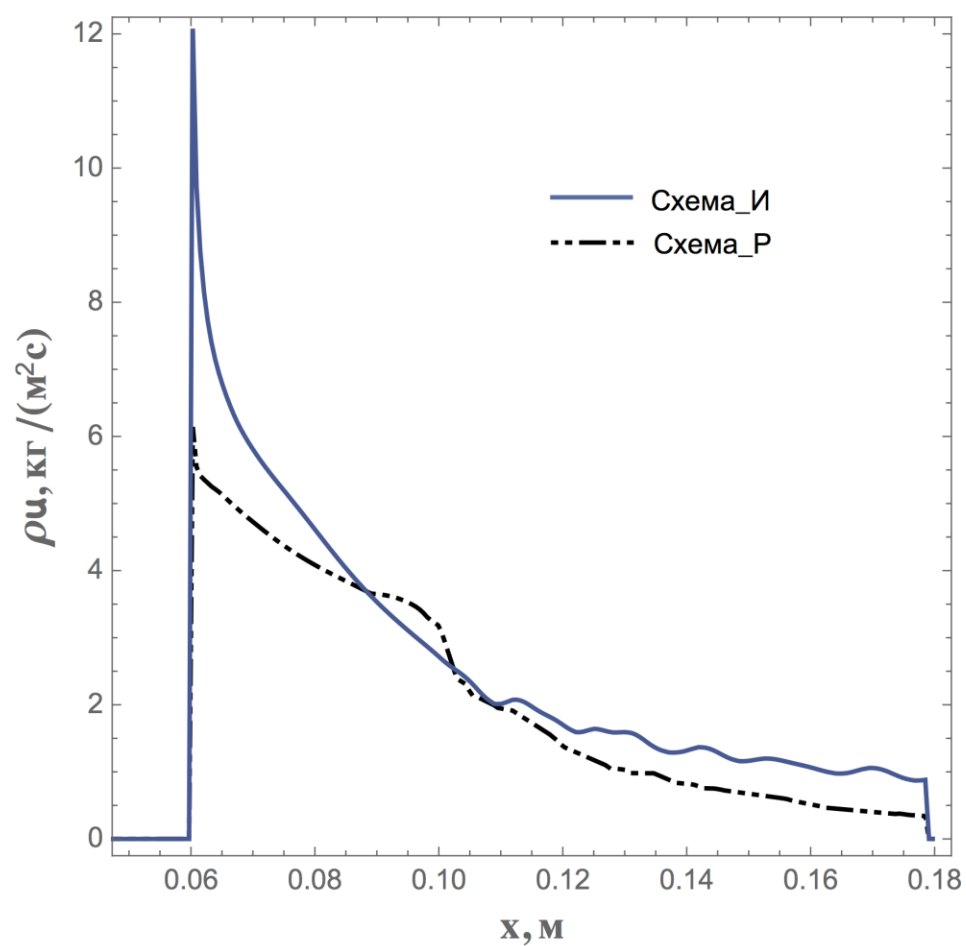
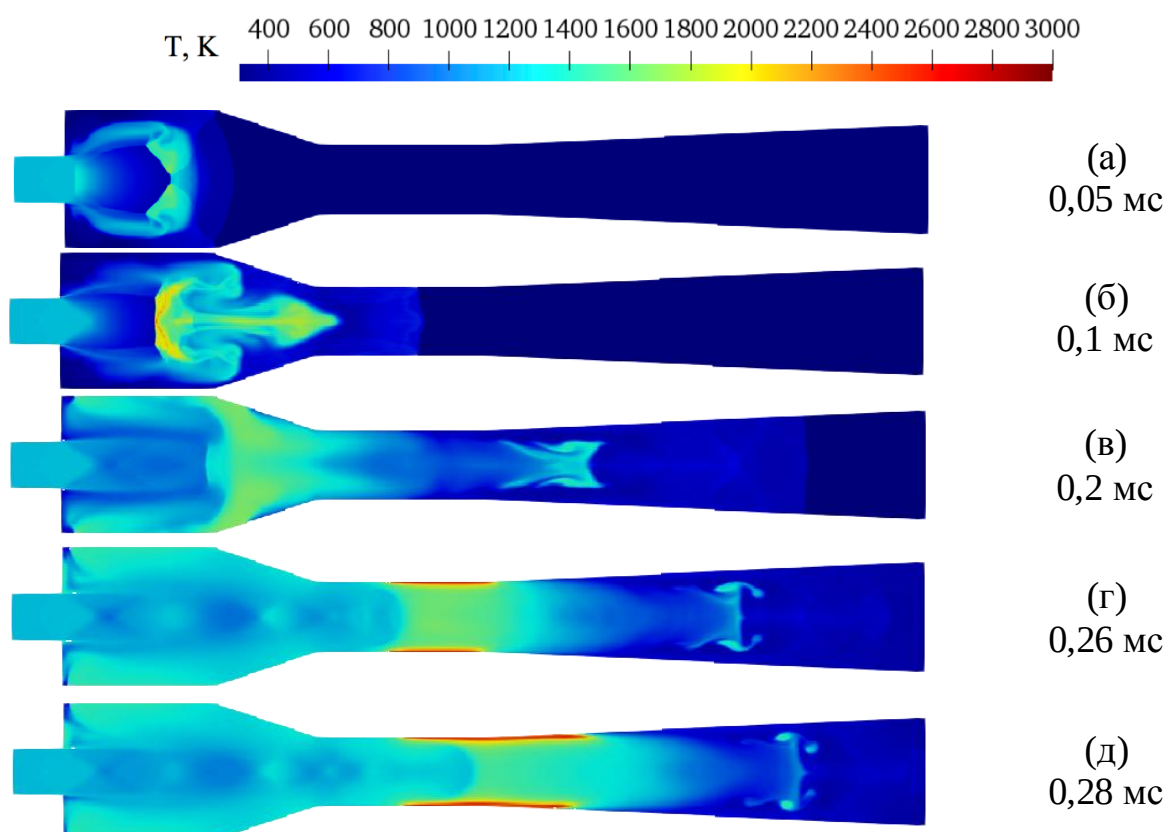


Рис. 3.7. Распределения потока массы в зависимости от координаты x .



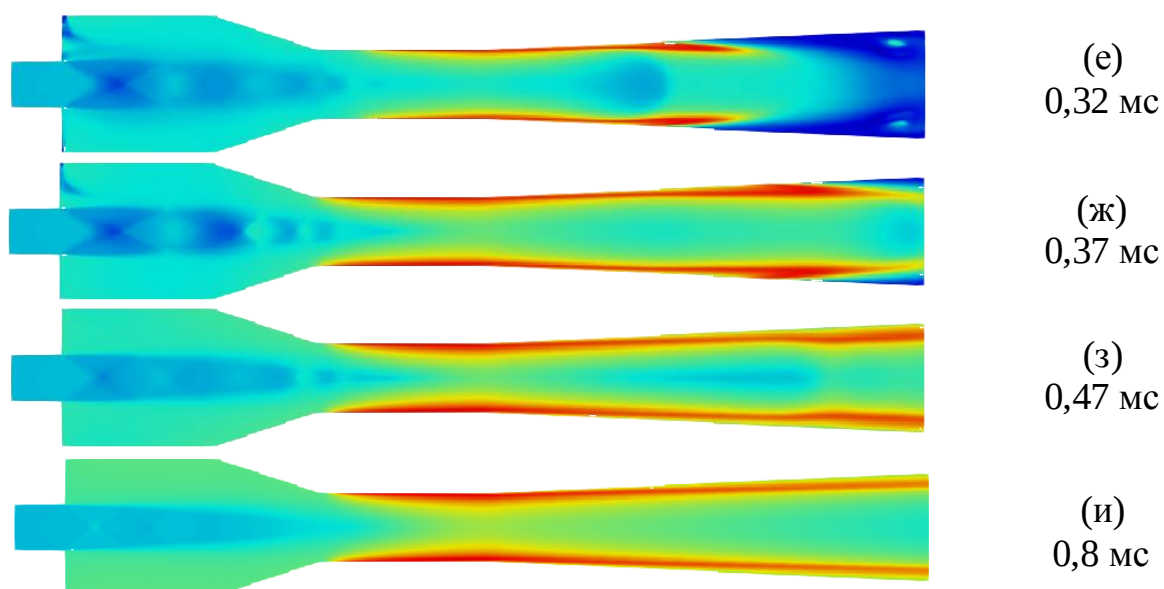


Рис. 3.8. Распределение температуры внутри камеры сгорания в различные моменты времени.

На Рис. 3.8 представлено распределение температуры газа в камере сгорания гибридного ракетного двигателя. При запуске двигателя нагретая сверхзвуковая струя проникает в камеру, провоцируя образование ударной волны, которая при отражении от стенок образует в левой секции камеры «бочкообразную» структуру ударных волн (Рис. 3.8 (г)-(и)). Из Рис. 3.8 (г) видно, что из-за высокой скорости вдува воспламенение поверхности твердого топлива происходит не у начала твердотопливной секции, а в середине центральной части камеры сгорания. Также на Рис. 3.8 (з) можно заметить образование «бочкообразной» структуры ударной волны не только на входе в камеру, но и в расширяющемся потоке сопла. Рис. 3.8. (г)-(д) демонстрируют асимметричность распространения пламени по поверхности горючего материала в камере сгорания. Это свидетельствует о том, что при моделировании нестационарных течений не следует сильно полагаться на симметрию задачи.

С течением времени происходит стабилизация потока, зона горения охватывает всю поверхность горючего материала и смещается ближе к термохимически разрушающимся стенкам, что характерно для диффузионного режима, установившегося в камере сгорания (Рис. 3.8 (ж)-(и)).

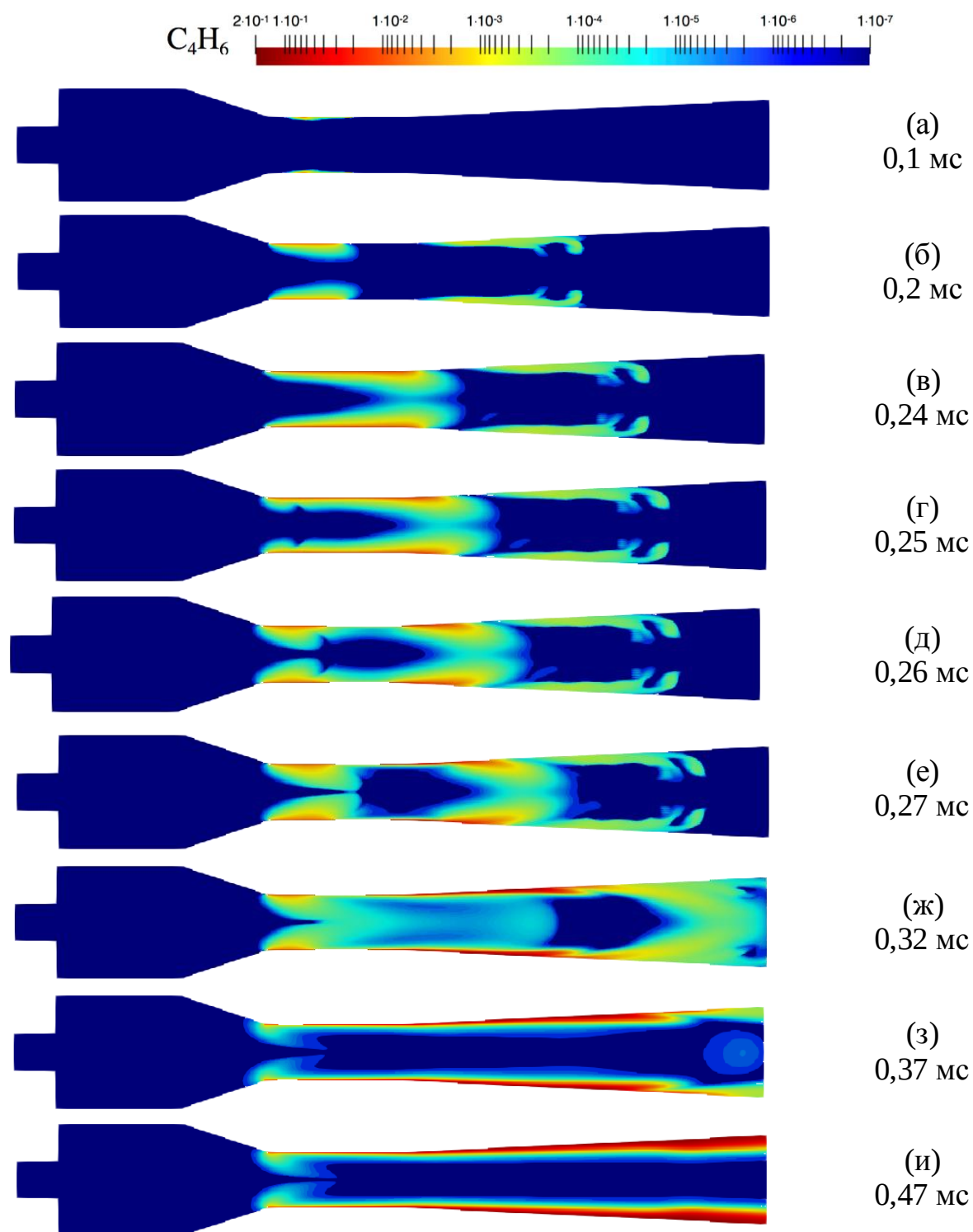


Рис. 3.9. Молярная доля C_4H_6 в камере сгорания для различных моментов времени.

На Рис. 3.9 представлена молярная доля C_4H_6 в камере сгорания в последовательные моменты времени. Рис. 3.9 (б) соответствует началу нагрева и газификации твердого топлива. Рис. 3.9 (д) иллюстрирует воспламенение топлива в момент времени равный 0,26 мс, при этом происходит реакция паров

горючего с воздухом (Рис. 3.8 (г)), и, как следствие, уменьшение молярной доли 1,3-бутадиена в центральной части камеры сгорания.

На Рис. 3.9 (г)-(ж) можно наблюдать образование вихреобразных структур и их выдувание потоком воздуха. Видно, что на переходной стадии, когда сверхзвуковой режим еще не установлен, пары топлива занимают почти всю твердотопливную секцию камеры сгорания (Рис. 3.9 (е)-(ж)). Затем центральная часть камеры освобождается от паров топлива (Рис. 3.9 (з)), и, наконец, пары топлива локализуются вблизи поверхности твердого топлива ниже зоны диффузионного пламени (Рис. 3.9 (и)).

3.5. Сравнение численных результатов моделирования камеры сгорания гибридного ракетного двигателя с экспериментальными данными.

В данном параграфе проведем сравнение результатов численного моделирования камеры сгорания гибридного ракетного двигателя по модели «Схема_Р» с имеющимися в литературе экспериментальными данными. Для этого рассмотрим схему камеры сгорания (Рис. 3.10), соответствующую экспериментальной установке из работы [106]. Через отверстие слева в камеру сгорания вдувается кислород при следующих условиях: температура 1400 К, массовый расход 0.15 кг/с, число Маха 1. На выходе с правой стороны камеры использовались свободные граничные условия. В начальный момент камера заполнена воздухом при температуре 1298 К и давлении 1 бар.

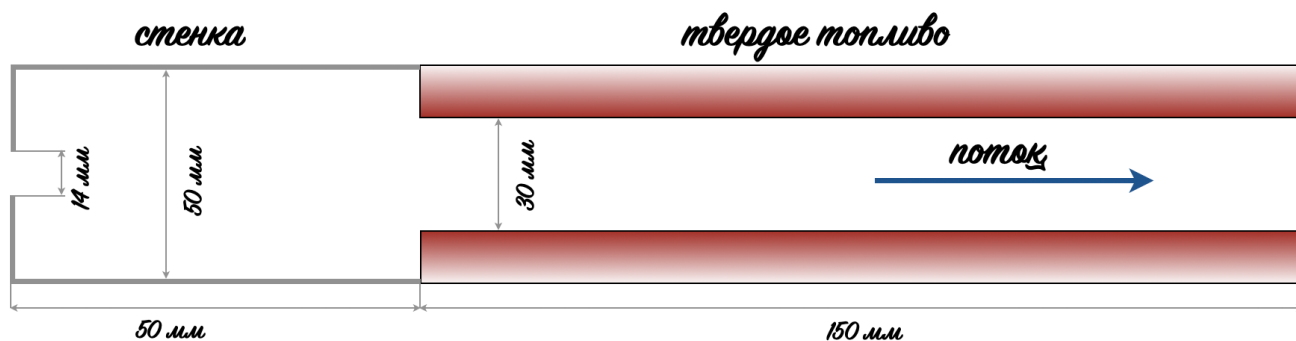
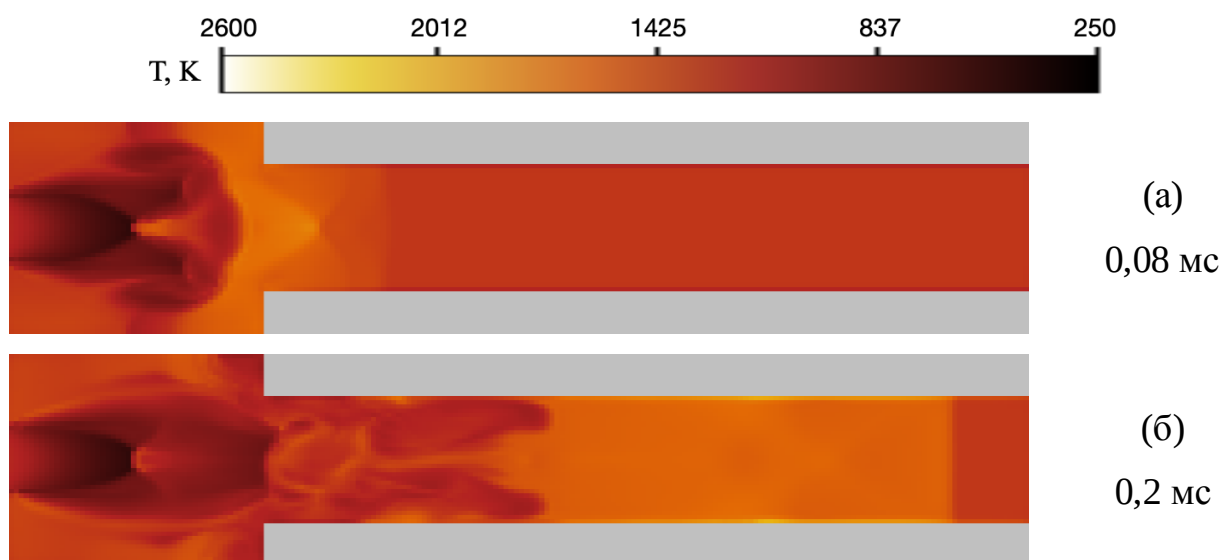


Рис. 3.10. Схематическое изображение расчетной области. Сечение вдоль оси x

На Рис. 3.11 изображено распределение температуры в камере сгорания в различные моменты времени. Рис. 3.11(а) соответствует началу процесса – поступлению кислорода в камеру сгорания и, как следствие, образованию ударных волн, отражающихся от стенок камеры. На Рис. 3.11(б)-(г) видна активная турбулизация потока, образование вихрей, а также отмечается сильная несимметричность процесса. Поэтому для получения достоверных результатов необходимо проводить трехмерные численные расчеты для всей рабочей области несмотря на то, что камера сгорания имеет симметрию. На Рис. 3.11(в) и (г) наблюдается очаговое воспламенение твердого топлива в различных местах камеры. Отчетливо заметны области, содержащие продукты реакции и захваченные турбулентным потоком, на Рис. 3.11 (в) - (г). Из-за срыва пламени, такие локальные воспламенения не приводят к воспламенению всей поверхности твердого топлива. Только после 1 мс от начала процесса устанавливается стабильное горение всей поверхности топлива (Рис. 3.11 (д)). Также на Рис. 3.11 (д) и (е) видно движение носика пламени, который сначала находится на некотором расстоянии от начала твердого топлива (Рис. 3.11 (д)), а затем пламя распространяется по всей поверхности горючего (Рис. 3.11 (е) и (ж)). Рис. 3.11 (ж) соответствует стабилизированному процессу с малой турбулизацией потока. Так как пламя занимает область около стенки, процесс горения можно считать диффузионными.



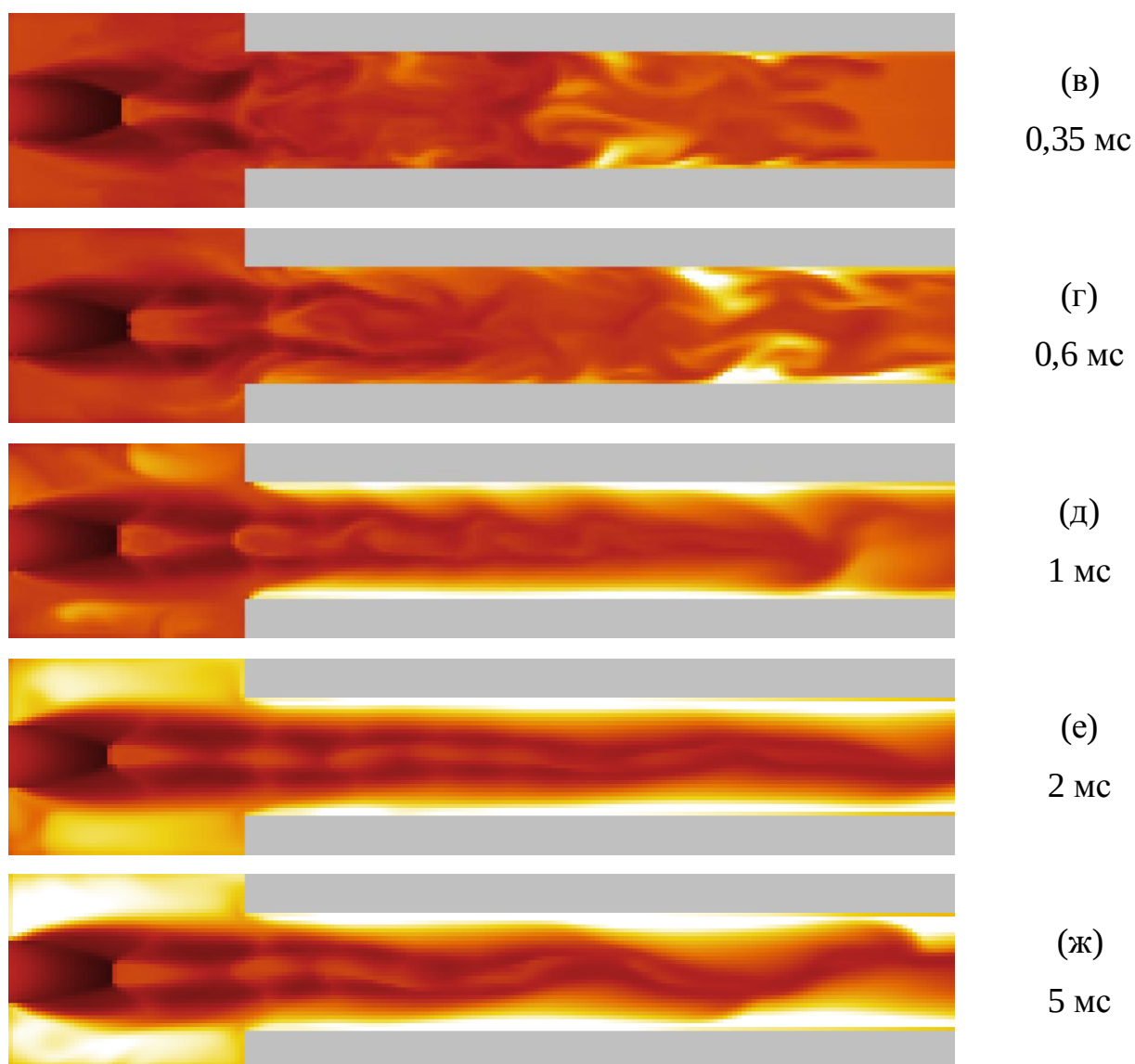


Рис. 3.11. Распределение температуры внутри камеры сгорания в различные моменты времени.

На Рис. 3.12 представлено распределение давления в камере сгорания в различные моменты времени, которые соответствуют моментам времени, выбранным для графиков температуры (Рис.3.11). На Рис. 3.12 (а) и (б) видно образование ударных волн, отражающихся от стенок, в начале (Рис. 3.12 (а)) и ближе к концу камеры (Рис. 3.12 (б)). Рис. 3.12 (б)-(г) демонстрируют сильную несимметричность процесса, выражающуюся в чередовании областей высокого и низкого давления. Если на Рис. 3.12 (д)-(е) наблюдается процесс стабилизации потока, то Рис. 3.12 (ж) соответствуют стабилизированного процессу с малой

турбулизацией потока. Также «бочкообразная» структура ударных волн на входе в камеру и диск Маха проиллюстрированы на Рис. 3.12 (д) - (е).

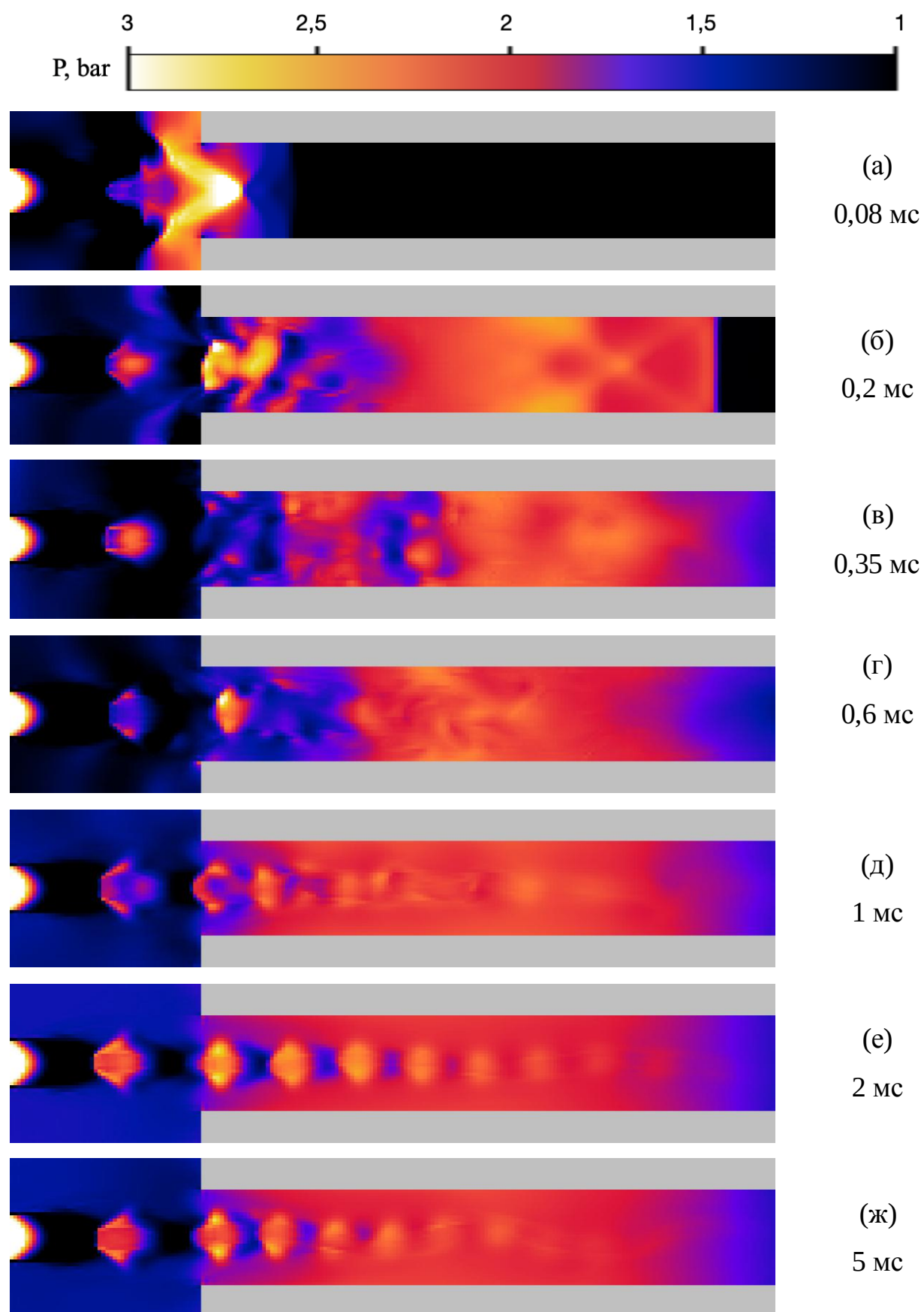
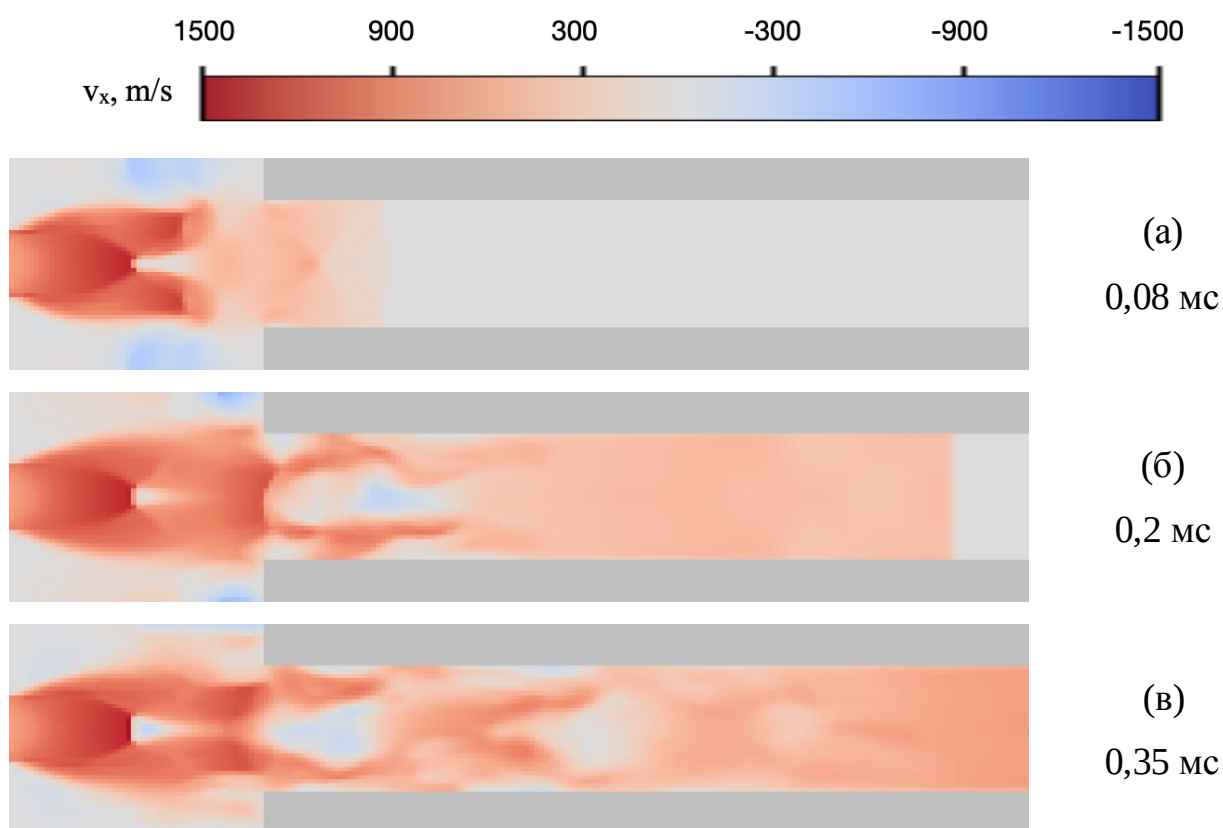


Рис. 3.12. Распределение давления внутри камеры сгорания в различные моменты времени.

На Рис. 3.13 и Рис. 3.14 изображены продольная и поперечная составляющие скорости в последовательные моменты времени. Представленные графики иллюстрируют асимметричный характер процесса, стабилизация которого начинается после 1 мс от начала вдува окислителя в камеру сгорания и достигает стабильного состояния с малыми осцилляциями при 5 мс. На Рис. 3.13 (а) в части камеры сгорания, не содержащей твердого топлива, можно видеть области, в которых скорость имеет направление противоположное направлению вдуваемого потока. В таких зонах образуются вихри. На Рис. 3.13 (б)-(г) также видно образование вихрей на оси симметрии камеры сгорания. Со временем вихри не исчезают, но скорость в них заметно уменьшается (Рис. 3.13(д)-(ж) и Рис. 3.14(д)-(ж)). Рис. 3.14 (в)-(д) демонстрирует хаотичное распределение областей, скорость в которых имеет противоположное значение. После 2 мс скорость потока снижается, а сам поток становится структурированным.



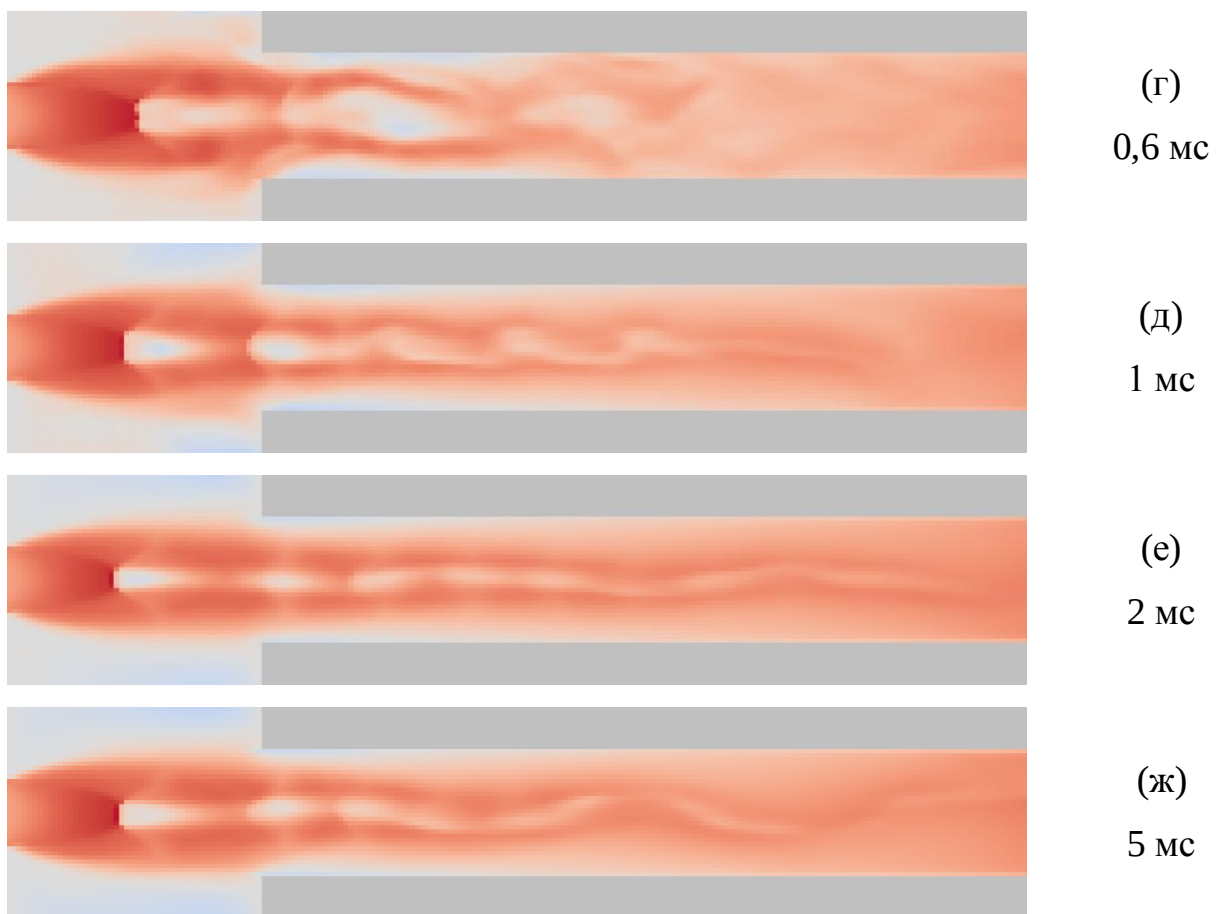
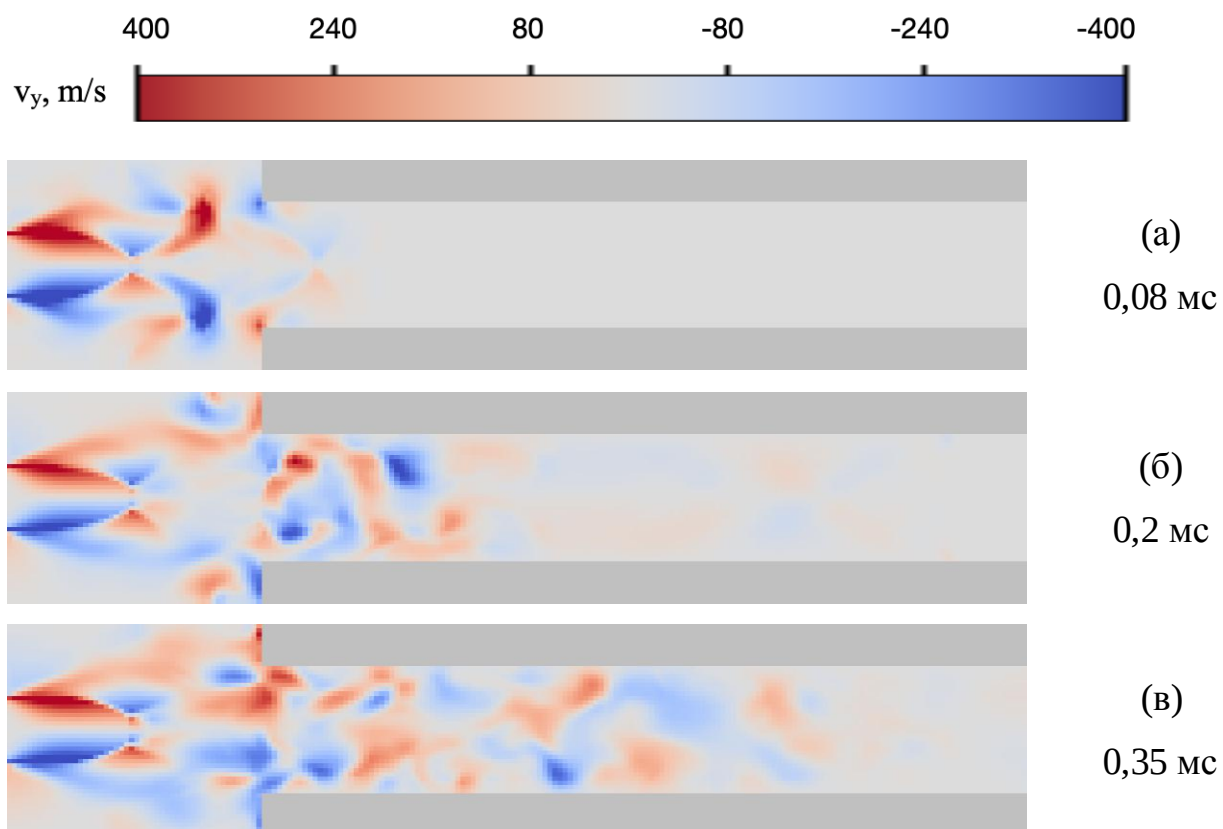


Рис. 3.13. Распределение продольной составляющей скорости в различные моменты времени.



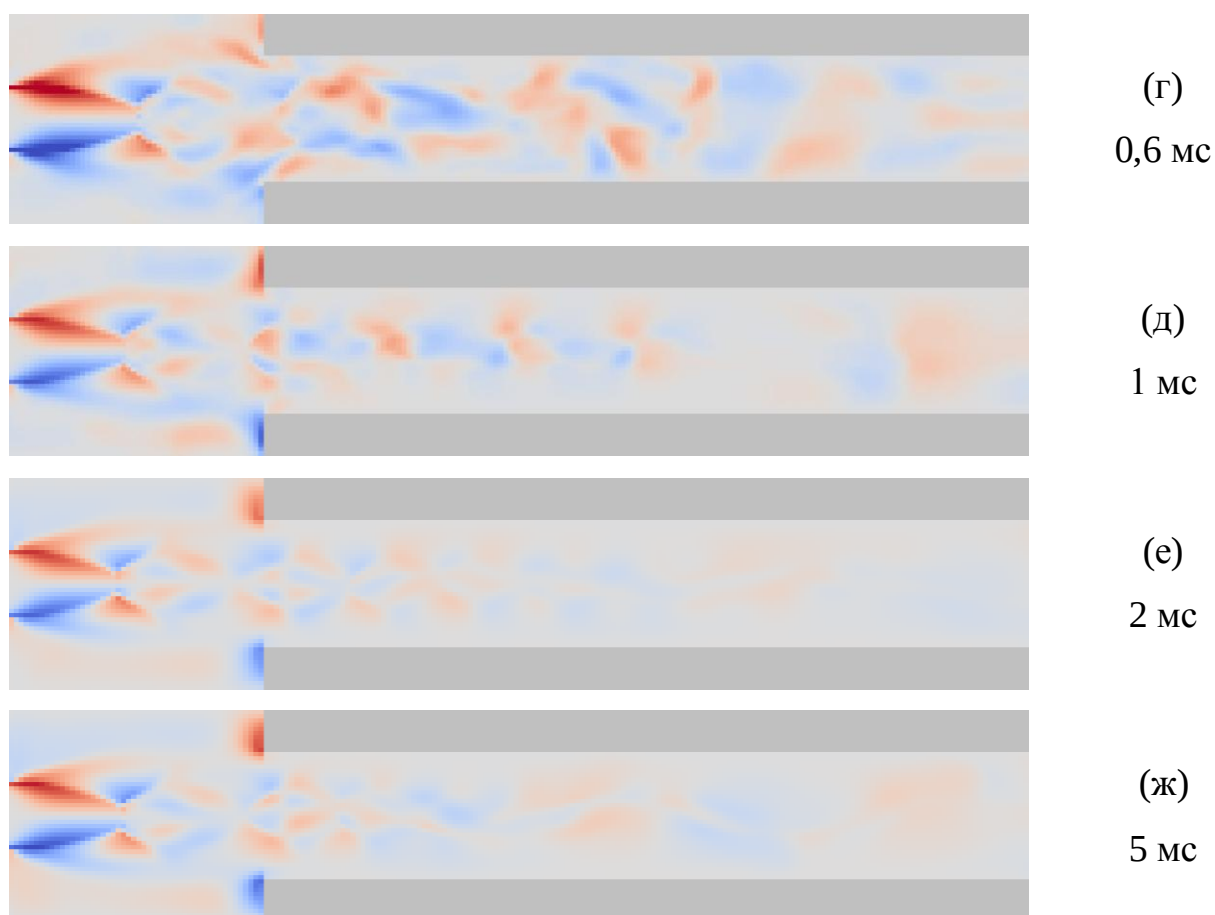


Рис. 3.14. Распределение поперечной составляющей скорости в различные моменты времени.

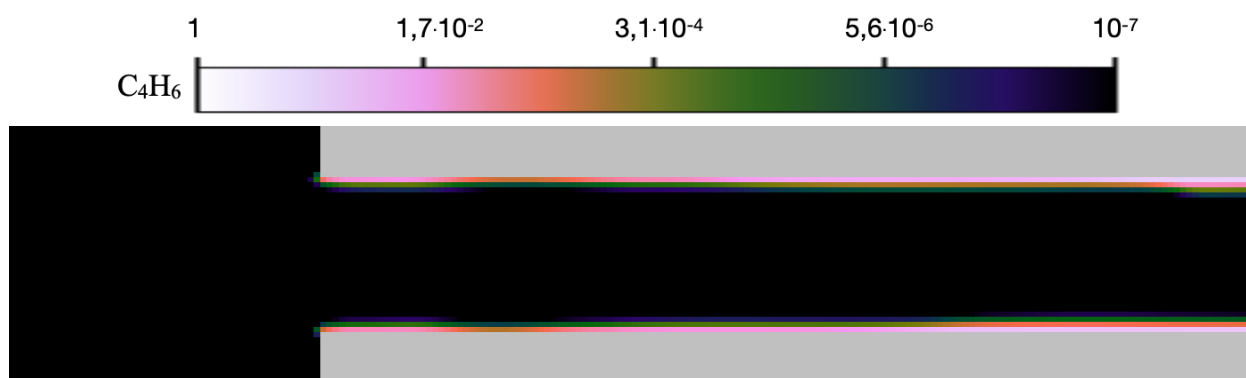


Рис. 3.15. Молярная доля паров топлива (C_4H_6) в камере через 5 мс после начала процесса.

На Рис. 3.15 можно видеть распределение паров твёрдого топлива в камере сгорания. Такая картина характерна для всех моментов времени. Пары топлива находятся только около поверхности твердого топлива, что свидетельствует о том, что горючее полностью реагирует с окислителем. Такой процесс характерен для диффузионного горения.

3.5.1. Скорость выгорания твердого топлива в камере сгорания гибридного двигателя.

Рассмотрим более подробно кинетический механизм, состоящий из 11 реакций (Таблица 4), для данной задачи и исследуем как изменение коэффициентов в формуле Аррениуса для определяющей реакции (первой в Таблице 4) влияет на скорость выгорания. Поскольку именно первая реакции взаимодействия 1,3-бутадиена с окислителем запускает процесс горения, на ней мы и остановимся. Напомним, что коэффициент скорости реакции в расширенной формуле Аррениуса имеет следующий вид:

$$k = A \cdot T^B \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad B = -0,54,$$
$$[k] = \frac{\text{м}^6}{\text{с} \cdot \text{моль}^3}, \quad [E] = \frac{\text{кДж}}{\text{моль}}, \quad [A] = \frac{\text{м}^6}{\text{с} \cdot \text{моль}^3 \cdot \text{К}^{-0.54}}.$$

Исследуем как влияет изменение предэкспоненциального множителя A первой реакции кинетического механизма на скорость выгорания. Как видно из Рис. 3.16 чем больше A , тем больше скорость выгорания. Если три кривые, изображенные на Рис. 3.16, расположены близко друг к другу, то кривая, соответствующая $A=4,6 \cdot 10^5$, находится ниже всех. Такое расположение четвертой кривой указывает на то, что носик пламени располагается на некотором расстоянии от начала поверхности топлива, т.е. горит не вся поверхность твердого топлива.

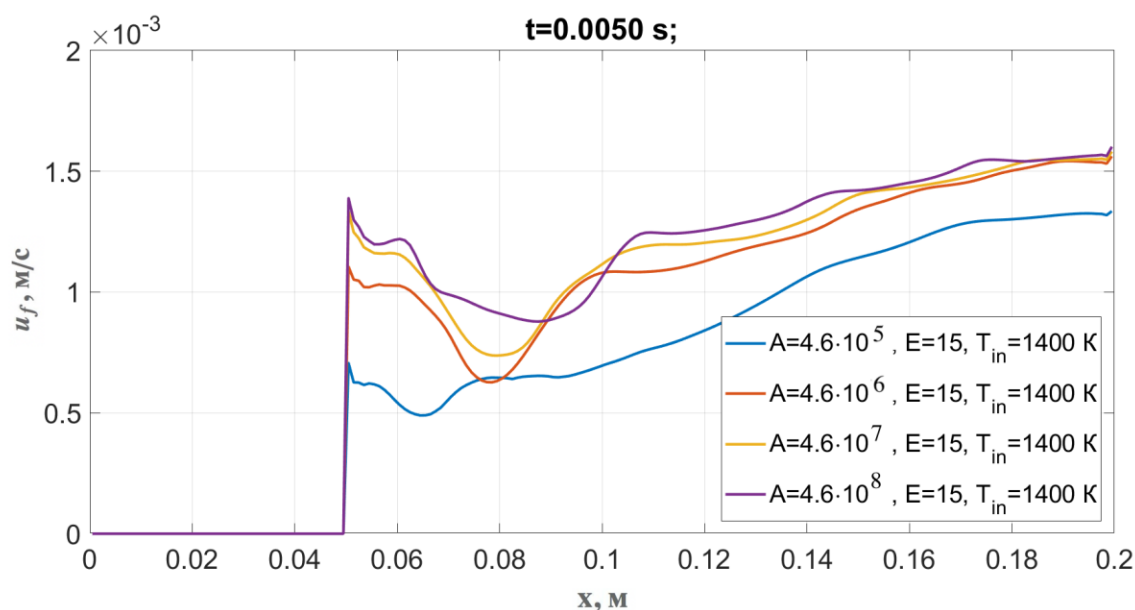


Рис. 3.16. Зависимость скорости выгорания от расстояния для различных значений предэкспоненциального множителя A для реакции взаимодействия 1,3-бутадиена с кислородом.

Рис. 3.17 демонстрирует влияние изменения энергии активации E первой реакции кинетического механизма на скорость выгорания. Графики построены в момент времени 5 мс, когда горение в камере стабилизировалось. Из Рис. 3.17 видно, что изменение энергии активации не оказывает влияния на скорость выгорания. Все представленные на рисунке кривые практически совпадают.

Также, отметим, что на Рис. 3.16 и Рис. 3.17 можно выделить зоны ламинарного и турбулентного режимов течений в пограничном слое. Кроме того, возникает переходная область между ламинарным и турбулентным режимами течения. Так зона от 5 см (начало твердого топлива) до 8 см, в которой скорость выгорания уменьшается, соответствует ламинарному режиму, а зона от 8 см и до 20 см (конец камер сгорания), в которой скорость выгорания возрастает, соответствует переходной области.

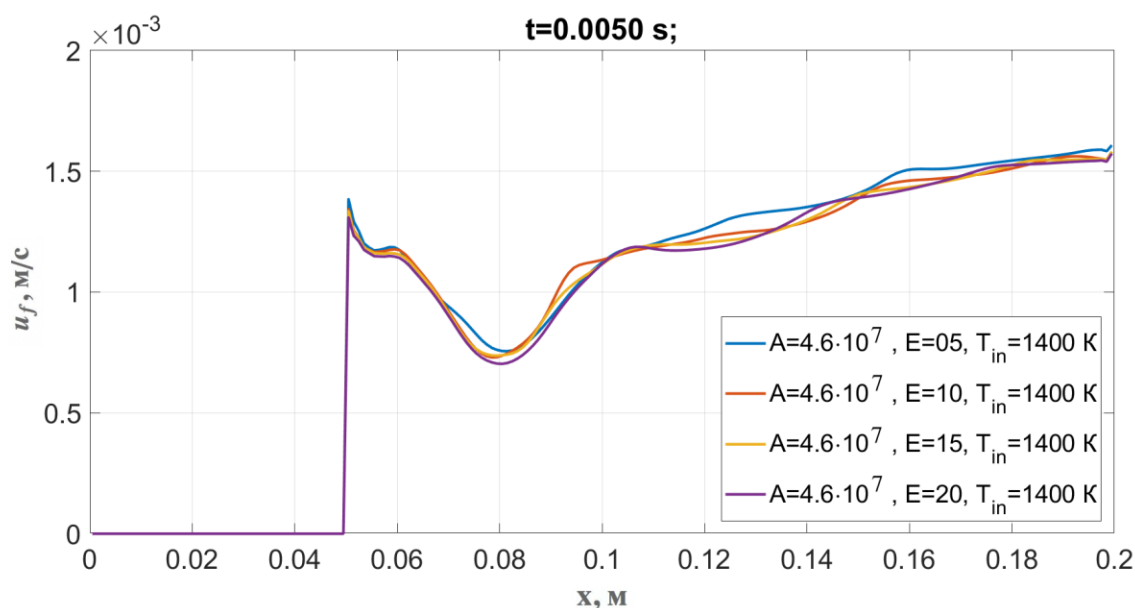


Рис. 3.17. Зависимость скорости выгорания от расстояния для различных значений энергии активации E для реакции взаимодействия 1,3-бутадиена с кислородом.

На Рис. 3.18 изображена скорость выгорания в различные моменты времени. Видно, что процесс горения начинает стабилизироваться после 1 мс, а уже после 1,5 мс кривые практически совпадают. Также можно заметить, что у кривых, соответствующих моментам времени после 1,5 мс, значения пиков скорости выгорания практически совпадают. Это является следствием того, что до 1,5 мс носик пламени располагается на некотором расстоянии от начала поверхности топлива, а после 1,5 мс горит уже вся поверхность пламени.

Таким образом, кинетика реакции оказывает большое влияние на инициирование горения на поверхности твердого топлива и положение носика пламени относительно горючей поверхности, и почти не влияет на уже установившийся процесс. В таком случае, можно утверждать, что процесс горения в камере сгорания происходит преимущественно в диффузионном режиме.

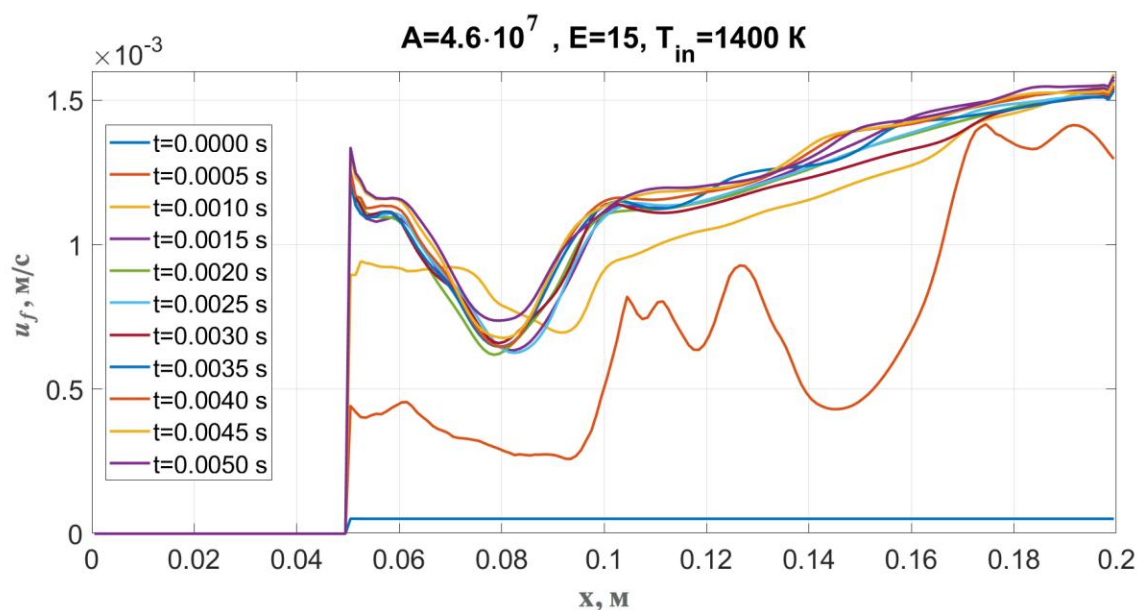


Рис. 3.18. Скорость выгорания в зависимости от расстояния для последовательных моментов времени.

На Рис. 3.19 проведено сравнение скорости выгорания, полученной из эксперимента и численного моделирования. Описание эксперимента и его результаты представлены в работе [106]. В целом, получено удовлетворительное соответствие между экспериментальными данными и численными результатами.

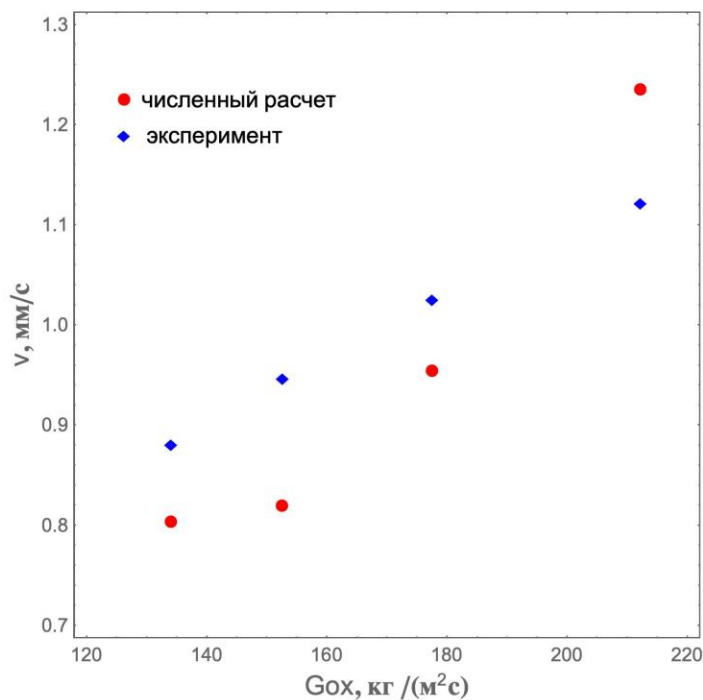


Рис. 3.19. Скорость выгорания, полученная в результате эксперимента и численного моделирования.

3.6. Выводы к третьей главе.

1. Для создания эффективной численной модели рассмотрено два способа определения теплоотвода и приведено сравнение с аналитическим решением, полученным в рамках приближения пограничного слоя. Показано, что в начале зоны горения решения не совпадают из-за установления кинетического режима вблизи кончика пламени, дальнейшее совпадение указывает на правильность численной модели и целесообразность использования полученной схемы.
2. Решение задачи в трехмерной постановке позволило выявить нестационарные асимметричные эффекты, которые не проявляются при одномерном или двумерном моделировании. Так, при распространении пламени по поверхности твердого горючего образуются «пальцы» пламени разной длины. Со временем фронт пламени становится устойчивым.
3. Для исследования процессов, происходящих в камере сгорания гибридного двигателя, использовалась верифицированная численная модель. В ходе решения наблюдалась асимметрия распространения пламени. Это свидетельствует о том, что при моделировании нестационарных состояний не следует сильно полагаться на симметрию. Полученные результаты демонстрируют стабилизацию потока и локализацию зоны горения вблизи стенок, что характерно для диффузионного пламени, установившегося в камере сгорания.
4. Показано, что сверхзвуковой режим не устанавливается до тех пор, пока пары топлива не займут всю область камеры, а воспламенение топлива характеризуется уменьшением молярной доли 1,3-бутадиена на поверхности конденсированного топлива в центральной секции камеры сгорания.
5. При трехмерном численном моделировании экспериментальной камеры сгорания наблюдается активная турбулизация потока, образование вихрей, а также отмечается сильная несимметричность процесса. Если на графиках распределения температуры асимметричность процесса характеризуется

наличием областей, содержащих горячие продукты реакции и захваченные турбулентным потоком области высокой температуры, то на графиках давления появляются чередующиеся области высокого и низкого давления.

6. Графики продольной и поперечной составляющей скорости также демонстрируют наличие областей, скорости в которых имеют противоположные значения или скорость имеет направление противоположное направлению вдуваемого потока. В последнем случае в таких зонах образуются вихри. Со временем вихри не исчезают, но скорость в них заметно уменьшается.
7. Пары топлива находятся только около поверхности твердого топлива, что свидетельствует о том, что горючее полностью реагирует с окислителем. Такой процесс характерен для диффузионного горения.
8. Более подробно рассмотрен кинетический механизм, состоящий из 11 реакций и исследовано влияние изменения коэффициентов в формуле Аррениуса для определяющей реакции на скорость выгорания. Показано, что увеличение предэкспоненциального множителя приводит к увеличению скорости регрессии. Энергия активации существенно не влияет на скорость выгорания.
9. Показано, что кинетика реакции оказывает большое влияние на инициирование горения на поверхности твердого топлива и положение носика пламени относительно горючей поверхности, и почти не влияет на уже установившийся процесс. В таком случае, можно утверждать, что процесс горения в камере сгорания происходит преимущественно в диффузионном режиме.
10. Проведено сравнение скорости выгорания, полученной из эксперимента и численного моделирования. В целом, получено удовлетворительное соответствие между экспериментальными данными и численными результатами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Диссертация посвящена решению задач диффузионного горения конденсированных материалов. В диссертации представлены аналитические решения для задачи о горении одиночной капли и для задачи о горении поверхности термохимически разрушающегося материала, а также произведено численное моделирование распространения пламени по поверхности горючего материала и процессов горения в камере сгорания гибридного ракетного двигателя.

В диссертации были получены следующие важные результаты:

- Получено аналитическое решение для квазистационарной задачи горения одиночной сферически-симметричной капли жидкого горючего в атмосфере газообразного окислителя с учетом неравновесных фазовых переходов. Определен безразмерный параметр, характеризующий отклонения системы от равновесия. Показано, что наличие неравновесных эффектов существенно замедляет процесс горения капли, и использование равновесной модели для малых капель дает существенную ошибку.
- Разработано обобщение метода Шваба-Зельдовича на случай нескольких реакций. Получено аналитическое решение для квазистационарной задачи горения одиночной сферически-симметричной капли жидкого горючего в атмосфере газообразного окислителя при наличии двух поверхностей пламени. Показано, что при наличии двух поверхностей пламени время полного выгорания капли больше, чем в случае, когда учитывается только одна брутто-реакция.
- Полученные аналитические решения применены для задачи горения одиночной капли *n*-гептана. Показано, что существуют две поверхности пламени, причем первая поверхность пламени может быть зафиксирована измерительными приборами, а вторая поверхность пламени характеризуется существенно меньшим свечением. Аналитические исследования свидетельствуют о возможности существования более медленного и низкотемпературного режима горения капли при радиационном потухании

пламени на одной из поверхностей. Полученные результаты подтверждены сравнением с экспериментальными данными по горению одиночных капель в невесомости.

– Получены аналитические формулы для определения скорости выгорания поверхности твердого горючего при ламинарном и турбулентном режимах течения для случая горения в замкнутом канале из термохимически разрушающегося материала, позволяющие определить потоки массы и тепла у стенок.

– Разработан метод определения скорости распространения пламени по поверхности против потока на основе концепции термически тонкого слоя. Показано, что увеличение тепловыделения в диффузионном пламени, концентрации окислителя в набегающем потоке, теплопроводности в газовой фазе приводит к увеличению скорости распространения пламени. Повышение теплоты испарения вызывает уменьшение скорости распространения пламени. Полученные результаты подтверждены сравнением с экспериментальными данными по горению поверхностей в условиях микрогравитации.

– При численном трехмерном моделировании процессов, происходящих в камере сгорания гибридного двигателя, показано, что несмотря на симметрию камеры сгорания, симметричное решение неустойчиво. Получена сильная неустойчивость потока в начальный период зажигания, формирование языков пламени.

– При численном моделировании процессов, происходящих в камере сгорания гибридного двигателя показано, что с течением времени отдельные языки пламени сливаются, и горение выходит на квазистационарный режим, близкий по характеристикам к режиму диффузионного горения. Происходят стабилизация потока и локализация зоны горения вблизи стенок, что характерно для диффузионного пламени, установившегося в камере сгорания. Полученные результаты подтверждены сравнением с экспериментальными данными по установлению режимов горения в модельных гибридных двигателях.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ.

Статьи в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus.

1. Kushnirenko A. G., Stamov L. I., Tyurenkova V. V., Smirnova M.N., Mikhachenko E.V. Three-dimensional numerical modeling of a rocket engine with solid fuel // *Acta Astronautica*. - 2021. - Vol. 181. - P. 544-551.
2. Tyurenkova V. V., Stamov L. I. Flame propagation in weightlessness above the burning surface of material // *Acta Astronautica*. — 2019. — Vol. 159. — P. 342–348.
3. Tyurenkova V. V. Two regimes of a single n-heptane droplet combustion // *Acta Astronautica*. — 2019. — Vol. 163, no. A. — P. 25–32.
4. Betelin V. B., Kushnirenko A. G., Smirnov N. N., Nikitin V.F., Tyurenkova V.V., Stamov L.I. Numerical investigations of hybrid rocket engines // *Acta Astronautica*. — 2018. — Vol. 144. — P. 363–370.
5. Tyurenkova V. V., Smirnova M. N. Material combustion in oxidant flows: Self-similar solutions // *Acta Astronautica*. — 2016. — Vol. 120. — P. 129–137.
6. Smirnov N. N., Tyurenkova V. V., Smirnova M. N. Laminar diffusion flame propagation over thermally destructing material // *Acta Astronautica*. — 2015. — Vol. 109. — P. 217–224.
7. Тюренова В. В., Смирнов Н. Н. Горение капли жидкого горючего при неравновесном испарении с поверхности // *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*. — 2014. — № 4. — С. 38–42. (Перевод: Tyurenkova V. V., Smirnov N. N. Combustion of a liquid fuel droplet in the process of non-equilibrium surface evaporation // *Moscow University Mechanics Bulletin*. — 2014. — Vol. 69, no. 4. — P. 83–88.)
8. Гендугов В. М., Смирнов Н. Н., Тюренова В. В. Решение задачи диффузионного горения капли с учетом протекания нескольких независимых реакций // *Физика горения и взрыва*. — 2014. — № 6. — С. 31–40. (Перевод: Guendugov V. M., Smirnov N. N., Tyurenkova V. V. Solving the problem of diffusion combustion of a droplet with allowance for several

independent reactions // Combustion, Explosion, and Shock Waves. — 2013. — Vol. 49, no. 6. — P. 648–656.)

9. Tyurenkova V. V., Smirnov N. N., Guendugov V. M. Analytical solution for a single droplet diffusion combustion problem accounting for several chain reaction stages // Acta Astronautica. — 2013. — Vol. 83. — P. 208–215.
10. Tyurenkova V. V. Non-equilibrium diffusion combustion of a fuel droplet // Acta Astronautica. — 2012. — Vol. 75. — P. 78–84.

Другие научные труды.

1. Tyurenkova V., Stamov L. Flame spreading in an oxidant flow above burning surface of material // Proceedings of the 27th International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems, 8th July - 2nd August 2019, Beijing, China. — 2019. — Paper 167.
2. Тюренкова В. В. Диффузионное горение одиночных капель с учетом неравновесных эффектов // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Сборник трудов в 4 томах. — Т. 2 серия Механика жидкости и газа. — РИЦ БашГУ Уфа, Республика Башкортостан, Россия Уфа, Республика Башкортостан, Россия, 2019. — С. 898–900.
3. Тюренкова В. В., Стамов Л. И. Распространение пламени по поверхности материала в потоке окислителя // Международная конференция Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе, посвящённая дню рождения великого русского математика академика П.Л. Чебышёва: Труды конференции. / (Обнинск, 14–19 мая; Сургут, 23 мая 2019 г.) / Под ред. В. Б. Бетелин. — Издательство ООО Порто-принт Самара, 2019. — С. 145–146.
4. Tyurenkova V. V., Stamov L. I. Flame propagation in weightlessness above the burning surface of material // Proceedings of 69th International Astronautical Congress, Bremen, Germany, 1-5 October 2018. — Germany, Bremen, 2018.

5. Smirnov N. N., Tyurenkova V. V., Smirnova M. N. Laminar diffusion flame propagation over thermally destructing material // Proceedings of 68th International Astronautical Congress, Adelaide, Australia, 25-29 September 2017. — 2017. — P. 1–9.
6. Тюренкова В. В. Роль неравновесных эффектов при решении задач диффузионного горения // Сборник докладов. IV Минский международный colloquium по физике ударных волн, горения и детонации. — Т. 9. — Минск, 2015. — С. 204–210.
7. Тюренкова В. В. Аналитическое решение задачи диффузионного горения капли с учетом протекания нескольких независимых реакций // Труды Девятой Всероссийской научно-практической конференции Проблемы обеспечения взрывобезопасности и противодействия терроризму. — апрель 2014 г. — Любавич, Санкт-Петербург, 2014. — С. 68–76.

ЛИТЕРАТУРА.

- [1] Tyurenkova V. V. Non-equilibrium diffusion combustion of a fuel droplet // *Acta Astronautica*. — 2012. — Vol. 75. — P. 78–84.
- [2] Tyurenkova V. V., Smirnov N. N., Guendugov V. M. Analytical solution for a single droplet diffusion combustion problem accounting for several chain reaction stages // *Acta Astronautica*. — 2013. — Vol. 83. — P. 208–215.
- [3] Тюренкова В. В., Смирнов Н. Н. Горение капли жидкого горючего при неравновесном испарении с поверхности // *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*. — 2014. — № 4. — С. 38–42. (Перевод: Tyurenkova V. V., Smirnov N. N. Combustion of a liquid fuel droplet in the process of non-equilibrium surface evaporation // *Moscow University Mechanics Bulletin*. — 2014. — Vol. 69, no. 4. — P. 83–88.)
- [4] Гендугов В. М., Смирнов Н. Н., Тюренкова В. В. Решение задачи диффузионного горения капли с учетом протекания нескольких независимых реакций // *Физика горения и взрыва*. — 2014. — № 6. — С. 31–40. (Перевод: Guendugov V. M., Smirnov N. N., Tyurenkova V. V. Solving the problem of diffusion combustion of a droplet with allowance for several independent reactions // *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. — 2013. — Vol. 49, no. 6. — P. 648–656.)
- [5] Tyurenkova V. V. Two regimes of a single n-heptane droplet combustion // *Acta Astronautica*. — 2019. — Vol. 163, no. A. — P. 25–32.
- [6] Smirnov N. N., Tyurenkova V. V., Smirnova M. N. Laminar diffusion flame propagation over thermally destructing material // *Acta Astronautica*. — 2015. — Vol. 109. — P. 217–224.
- [7] Tyurenkova V. V., Smirnova M. N. Material combustion in oxidant flows: Self-similar solutions // *Acta Astronautica*. — 2016. — Vol. 120. — P. 129–137.
- [8] Betelin V. B., Kushnirenko A. G., Smirnov N. N., Nikitin V.F., Tyurenkova V.V., Stamov L.I. Numerical investigations of hybrid rocket engines // *Acta Astronautica*. — 2018. — Vol. 144. — P. 363–370.
- [9] Tyurenkova V. V., Stamov L. I. Flame propagation in weightlessness above the burning surface of material // *Acta Astronautica*. — 2019. — Vol. 159. — P. 342–348.

- [10] Kushnirenko A. G., Stamov L. I., Tyurenkova V. V., Smirnova M.N., Mikhhalchenko E.V. Three-dimensional numerical modeling of a rocket engine with solid fuel // *Acta Astronautica*. - 2021. - Vol. 181. - P. 544-551.
- [11] Михельсон В. А. О нормальной скорости воспламенения гремучих газовых смесей // *Учен. зап. Моск. ун-та Отд. физ.-матем.* –1893. –№ 10. – С. 1-92.
- [12] Mallard E., Le Chatelier H. L. Combustion des mélanges gazeux explosifs // *Ann. Mines*. – 1883. –№ 4. – P. 274-295.
- [13] Taffanel I. Sur la combustion des melanges gazeux et les vitesses de reaction // *Compt. rend.* – 1913. – V. 157. – № 17. – P. 714–717.
- [14] Daniell P. J. The Theory of Flame Motion // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*. – 1930. – V. 126. – № 802. – P. 393-405.
- [15] Семенов Н.Н. К теории процессов горения. Сообщение 1 // *Журнал Русск. физ.-хим. о-ва*. – 1928. – Т. 60. – № 3. – С. 247-250.
- [16] Франк-Каменецкий Д.А. Распределение температур в реакционном сосуде и стационарная теория теплового взрыва // *Журнал физической химии*. — 1939. — Т. 13. — № 6. — С. 738-755.
- [17] Зельдович Я.Ю., Франц-Каменецкий Д.А. Теория теплового распространения пламени // *Журнал физической химии*. – 1938. – Т. 12. – №. 1. – С. 100-105.
- [18] Мержанов А.Г. От элементарного теплового баланса к сложной компьютерной диагностике // *Природа*. – 1996. – №3-4. – С.30-42.
- [19] Зельдович Я. Б. Теория горения и детонации газов. – М.: Изд-во АН СССР, 1944. – 72 с.
- [20] Зельдович Я. Б., Семенов Н. Н. Кинетика химических реакций в пламени. I, II // *ЖЭТФ*. – 1940. – Т. 10. – №. 9/10. – С. 1116—1136.
- [21] Истратов А. Г., Либрович В. Б. Расчет скорости нормального распространения пламени в смесях водорода с хлором // *Докл. АН СССР*. – 1962. – Т. 143. – № 6. – С. 1380–1383.

- [22] Воронков В.Г., Семенов Н.Н. Распространение холодного пламени в горючих смесях, содержащих 0,03% сероуглерода // Журн. физ. химии. – 1939. – Т. 13. – № 12. – С. 1695-1727.
- [23] Франк-Каменецкий Д. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. – М: Наука, 1987. – 490 с.
- [24] Новожилов Б. В. Скорость распространения фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Докл. АН СССР. – 1961. – Т. 141. – № 1. – С. 151–153.
- [25] Новожилов Б.В. Скорость горения модельного смесового пороха в диффузионной области // ЖФХ. – 1962. – Т. 36. – № 11. – С. 2508–2512.
- [26] Бахман Н.Н. Предельные случаи горения смесевых систем // Докл. АН СССР. – 1959. – Т. 129. – С. 1079.
- [27] Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. К теории горения конденсированных систем // Докл. АН СССР. – 1964. – Т. 157. – № 6. – С. 1448–1450.
- [28] Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. К теории устойчивости горения порохов // Прикладная механика и техническая физика. – 1965. – Т. 1. – С. 57-61.
- [29] Марголин А. Д. О ведущей стадии горения // Докл. АН СССР. – 1961. – Т. 141. – № 5. – С. 1131–1134.
- [30] Марголин А. Д., Похил П. Ф. Влияние давления на скорость процессов в реакционном слое конденсированной фазы горящего пороха // Докл. АН СССР. – 1963. – Т. 150. – № 6. – С. 1304–1306.
- [31] Spalding D. B. The Combustion of Liquid Fuels // Symposium (International) on Combustion. – 1953. – P. 847–864.
- [32] Spalding D.B. Combustion of liquid fuel in a gas stream // Fuel. – 1950. – V. 29. – P. 2-7.
- [33] Сполдинг Д. Основы теории горения. – Л.: Госэнергоиздат, 1959. – 320 с.
- [34] Karman Th. Structure and propagation of laminar flames // Symposium (International) on Combustion. – 1957. – P. 1–11.

- [35] Boys S. F., Corner J. The Structure of the Reaction Zone in a Flame // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 1949. – № 197. – P. 90-106.
- [36] Adams E.N. Rept. CF-957 University of Wisconsin Naval Research Laboratory. –1948.
- [37] Wilde K.A. Improved approximate solutions of flame equations for flames governed by simple chemical reactions // J.Chem. Phys. –1954. – № 22. – P. 1788-1788.
- [38] Hirschfelder J.O. Theory of Flames Produced by Unimolecular Reactions. II. Ignition Temperature and Other Types of Approximations // Phys. Fluids. – 1959. – V. 2. – № 5. – P. 565-574.
- [39] Sendagorta J.M. Propagation velocity and structure of single step reaction flames // Combustion and Flame. – 1961. – P. 305-313.
- [40] Klein G. A contribution to flame theory // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. – 1957. – V. 249. – P. 389–415.
- [41] Johnson W. E., Nachbar W. Deflagration limits in the steady linear burning of a monopropellant with application to ammonium perchlorate // Symposium (International) on Combustion. – 1961. – V. 8. – № 1. – P. 678-689.
- [42] Rosen G. Generalization of the Laminar Flame Action Principle for Arrhenius-Type Rate Functions // J. Chem. Phys. – 1960. – V. 32. – № 1. – P. 311-312.
- [43] Вильямс Ф. А. Теория горения. – М.: Наука, 1971. – 616 с.
- [44] Burke S. P., Schuman T. E. Diffusion flames // Intern. Eng. Chem. – 1928. – V. 20. – № 10. – P. 998–1004.
- [45] Шваб В.А. Связь между температурными и скоростными полями газового факела. — В кн.: Исследование процессов горения натурального топлива/Под ред. Г. Ф. Кнорре. М.: Госэнергоиздат. – 1948. – С. 231—248.
- [46] Зельдович Я. Б. К теории горения неперемешанных газов// Журн. техн. физики. –1949. – Т. 19. – № 10. – С. 1199–1210.

- [47] Hottel H. C, Hawthorne W. R. — In: 3rd Symp. Combust. Baltimore: Williams and Wilkins, 1949, P. 254. Рус. пер.: Диффузия в пламени в ламинарном потоке. М.: ИЛ. — 1953. — № 1. — С. 124-145.
- [48] Лиз Л. Конвективный теплообмен при наличии подвода вещества и химических реакций. — В кн.: Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций. М., Изд-во иностр. лит. — 1962. — С. 13-69.
- [49] Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. — М.: Энергия, 1972. — 341 с.
- [50] Сполдинг Д. Б., Ауслендер Д. М., Сандерем Т. Р. Расчет тепло- и массообмена в турбулентном пограничном слое на плоской пластине при больших числах М как при наличии, так и отсутствии химических реакций. — М., 1966. — (Препринт/ БНИ ЦАГИ; № 180-66).
- [51] Волчков Э. П. Пристенные газовые завесы. — Новосибирск: Наука, 1983. — 239 с.
- [52] Сергеев Г. Т. Основы тепломассообмена в реагирующих средах. — Минск: Наука и техника, 1977. — 231 с.
- [53] Кузнецов В. Р., Сабельников В. А. Турбулентность и горение. — М.: Наука, 1986. — 290 с.
- [54] Лапин Ю. В., Стрелец М. Х. Внутренние течения газовых смесей. — М.: Наука, 1989. — 358 с.
- [55] Крюков В.Г., Наумов В.И., Демин А.В., Абдуллин А.Л., Тринос Т.В. Горение и течение в агрегатах энергоустановок: моделирование, энергетика, экология. — М.: Янус-К, 1997. — 304 с.
- [56] Смирнов Н. Н., Зверев И.Н. Гетерогенное горение. — М.: Изд-во МГУ, 1992. — 446 с.
- [57] Бояршинов Б. Ф., Волчков Э. П., Терехов В. И., Шутов С. А. Турбулентный пограничный слой со вдувом реагирующих веществ // Физика горения взрыва. — 1981. — Т. 17. — № 6. — С. 21–28.
- [58] Волчков Э. П., Терехов В. И. Турбулентный тепломассоперенос в пограничном слое при наличии химических реакций — В сб.: Процессы переноса

в высокотемпературных и химически реагирующих потоках. Новосибирск: ИТ СО АН СССР. – 1982. – С. 13-39.

[59] Бояршинов Б. Ф. Тепло- и массоперенос в пограничном слое при испарении и горении этанола: Дис. ... канд. техн. наук. – Новосибирск, 1988. – 172 с.

[60] Terekhov V. I. Heat and mass transfer on permeable surface involving phase transition and chemical reactions // Heat Transfer Res. – 1992. – V. 24. – № 2. – P. 139-171.

[61] Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. – М.: Наука, 1980. – 478 с.

[62] Potter A.E., Butler J.N. A novel combustion measurement based on the extinguishment of diffusion flame // ARS Journal. – 1959. – V. 29. – № 1. – P. 54-56.

[63] Potter A.E., Heimeel S., Butler J. N. Apparent flame strength // Symposium (International) on Combustion. – 1962. – P. 1027-1034.

[64] Anagnostou E., Potter A.E. Flame strength of propane-oxygen flame at flow pressures in turbulent flow // Symposium (International) on Combustion. – 1963. – P.1-6.

[65] Pandya T. P., Weinberg F. J. The Structure of Flat Counter flow Diffusion Flames // Proceedings of the Royal Society London, Series A: Mathematical and Physical Sciences. – 1964. – V. 279. – № 1379. – P. 544-561.

[66] Tsuji H., Yamaoka I. The structure of counter-flow diffusion flames in the forward stagnation region of a porous cylinder // Symposium (International) on Combustion. – 1969. – P. 174-176.

[67] Otsuka Y., Niioka T. The one-dimensional diffusion flame in a two-dimensional counter-flow burner // Combust. And Flame. – 1973. – V. 21. – № 2. – P. 163-176.

[68] Pandya T.P., Srivastava N. K. Structure of counterflow diffusion flame of ethan // Combust. Sci. Techn. – 1975. – V. 11. – № 516. – P. 165-181.

[69] Fendell F.E. Ignition and extinction of diffusion flames // Intern. J. Eng. Sci. – 1974. – V. 12. – № 6. – P. 507-518.

[70] Bush W.B., Fendell F.E. Diffusion-flame for a two-step chain reaction // J. Fluid Mech. – 1974. – V. 64. – № 4. – P. 701-725.

- [71] Williams F.A. Mechanisms of fire spread // Symp. (Int.) Combust. – 1977. – V. 16. – № 1. – P. 1281–1294.
- [72] Quintiere J. A simplified theory for generalizing results from a radiant panel rate of spread apparatus // J. Fire Mater. – 1981. – V. 5. – № 2. – P. 52–60.
- [73] Fernandez-Pello A.C. The Solid Phase. In: Combustion Fundamentals of Fire, Ed. G. Cox, Academic Press, New York. – 1995. – P. 31–100.
- [74] Delichatsios M.A. Creeping flame spread. Energy balance and application to practical materials // Symp. (Int.) Combust. – 1996. – P. 1495–1503.
- [75] Goens D.W. Fire whirls // NOAA, 1978 Technical Memorandum NWS WR-129.
- [76] Pagni P.J. Diffusion flame analyses // Fire Saf. J. – 1981. – V. 3. – № 4. – P. 273–285.
- [77] Urban D., Ferkul P., Olson S., Ruff G.A., Easton J., T'ien J.S., Liao Ya.T., Li Ch., Fernandez-Pello C., Torero J.L., Legros G., Eigenbrod Ch., Smirnov N., Fujita O., Rouvreau S., Toth B., Jomaas G. Flame spread: Effects of microgravity and scale // Combustion and Flame. – 2019. – V. 199. – P. 168–182.
- [78] Fernandez-Pello A.C. Flame spread in a forward forced flow // Combustion and Flame. – 1979. – V. 36. – P. 63–78.
- [79] Fernandez-Pello A.C., Mao C.-P. A unified analysis of concurrent modes of flame spread // Combust. Sci. Technol. – 1981. – № 26. – P. 147–155.
- [80] Gollner M.J., Miller C.H., Tang W., Singh A.V. The effect of flow and geometry on concurrent flame spread // Fire Saf. J. – 2017. – № 91. – P. 68–78.
- [81] Fernandez-Pello A.C. A theoretical model for the upward laminar spread of flames over vertical fuel surfaces // Combust. Flame. – 1978. – V. 31. – P. 35–148.
- [82] Loh H.T., Fernandez-Pello A.C. Flow assisted flame spread over thermally thin fuels // Fire Saf. Sci. – 1986. – V. 1. – P. 65–74.
- [83] Quintiere J. Fundamentals of fire phenomena. – N.Y.: John Wiley, 2006. – 439 p.
- [84] Delichatsios M.A. Flame heights of turbulent wall fire with significant flame radiation // Combust. Sci. Tech. – 1984. – V. 34. – P. 195–214.

- [85] Thomsen M., Fernandez-Pello C., Ruff G.A., Urban D.L. On simulating concurrent flame spread in reduced gravity by reducing ambient pressure // *Proc. Combust. Inst.* – 2019 – V. 37. – № 3. – P. 3793-3800.
- [86] Krikunova A.I., Klinkov K.V., Eigenbrod C., Son E.E. Effect of gravity on premixed methane-air flames // *Applied Physics.* — 2017.
- [87] Krikunova A.I. Son E.E., Saveliev A.S. Premixed conical flame stabilization // *Journal of Physics: Conference Series.* — 2016. — Vol. 774. –№. 1. — P. 012087.
- [88] Krikunova A.I. Klinkov K.V. Son E.E. Eigenbrod C. Premixed flame instability under reduced and normal gravity // *11th International Conference on Two-Phase Systems for Space and Ground Applications.* — 2016.
- [89] Jomaas G., Torero J.L., Eigenbrod C., Niehaus J., Olson S.L., Ferkul P.V., Legros G., Fernandez-Pello A.C., Cowlard A.J., Rouvreau S., Smirnov N., Fujita O., T'ien J.S., Ruff G.A., Urban D.L. Fire safety in space –beyond flammability testing of small sample // *Acta Astronautica.* –2015. – V. 109. – P. 208–216.
- [90] Wichman I.S. Theory of opposed-flow flame spread // *Prog Energy Combust Sci.* – 1992. – V. 18. – P. 553-593.
- [91] Rybanin S. S., Sobolev S. L. Combustion wave propagation on a combustible material surface in a heterogeneous reaction // *Combustion, Explosion and Shock Waves.* – 1988. – V. 24. – № 4. – P. 416-424.
- [92] Рыбанин С.С., Соболев С.Л. Скорость и пределы горения термически тонкого слоя конденсированного вещества при теплообмене с инертной средой // *Физика горения и взрыва.* – 1989. – Т. 25. – № 5. – С. 8-15.
- [93] Chiaverini M.J., Kuo K.K., Peretz A., Hartinget G.C. Regression-rate and heat-transfer correlations for hybrid rocket combustion // *Journal of Propulsion and Power.* – 2001. –Vol. 17. – № 1. – P. 99-110.
- [94] Марксмен Г., Вулдридж К., Маззи Р. Основы теории горения в пограничном слое твердого горючего гибридного топлива // *Гетерогенное горение.* — М.: Мир, 1967. — С. 313–345.
- [95] Архипов В. А., Зарко В. Е., Жарова И. К., Жуков А. С., Козлов Е. А., Аксененко Д. Д., Курбатов А. В. Горение твердых топлив при обдуве

высокоскоростным газовым потоком // Физика горения и взрыва. – 2016. – Т. 52. – № 5. – С. 3-22.

[96] Sutton G. P., Biblarz O. Rocket Propulsion Elements. – New York: Wiley & Sons, 2001. – 751 с.

[97] Кустов Ю. А., Рыбанин С. С. О влиянии химической кинетики на скорость горения пластины топлива в турбулентном потоке окислителя // Физика горения и взрыва. — 1970. — Т. 6, № 1. — С. 54–64.

[98] Karabeyoglu A., Ziliac G., Cantwell B. J. Combustion of liquefying hybrid propellants: Part 1. General theory // J. Propul. Power. — 2002. — V. 18. – № 3. – P. 610-620.

[99] Karabeyoglu A., Altman D., Cantwell B. J. Scale-up tests of high regression rate paraffinbased hybrid rocket fuels // J. Propul. Power. — 2004. — V. 20. – № 6. — P. 1037–1045.

[100] Greatrix D. R. Regression rate estimation for standard-flow hybrid rocket engines // Aerospace Sci. Technol. — 2009. — V. 13. — P. 358–363.

[101] Fanton L., Paravan C., DeLuca L. T. Testing and modeling fuel regression rate in a miniature hybrid burner // Intern. J. Aerospace Eng.— 2012. — V. 15. — ID 673838 2012.

[102] Barato F., Bellomo N., Pavarin D. Integrated approach for hybrid rocket technology development//Acta Astronautica. – 2016. – V. 128. – P. 257-261.

[103] Cai G., Li Ch., Zhao Sh., Tian H. Transient analysis on ignition process of catalytic hybrid rocket motor// Aerospace Science and Technology. – 2017. – V. 67. – P. 366-377.

[104] Tian H., Yu R., Zhu H., Wu J., Cai G. Three-dimensional numerical and experimental studies on transient ignition of hybrid rocket motor//Acta Astronautica. – 2017. – V. 140. – P. 247-254.

[105] Chiba K., Yoda H., Kanazaki M., Shimada T. Extinction–reignition superiority in a single-stage sounding hybrid rocket// Aerospace Science and Technology. – 2016. – V. 58. – P. 437-444.

- [106] Sun X., Tian H., Li Yu., Yu N., Cai G. Regression rate behaviors of HTPB-based propellant combinations for hybrid rocket motor // *Acta Astronautica*. – 2016. – V. 119. – P. 137-146.
- [107] Chidambaram P.A., Kumar. A. A numerical investigation of oxidizer mixed hybrid rocket motors// *Aerospace Science and Technology*. – 2015. – V. 45. – P. 10-16.
- [108] Lestrade J.-Y., Anthoine J., Lavergne G. Liquefying fuel regression rate modeling in hybrid propulsion// *Aerospace Science and Technology*. – 2015. – V. 42. – P. 80-87.
- [109] Gariani G., Maggi F., Galfetti L. Numerical simulation of HTPB combustion in a 2D hybrid slab combustor// *Acta Astronautica*. – 2011. – V. 69. – P. 289–296.
- [110] Antoniou A., Akyuzlu K. M. A physics based comprehensive mathematical model to predict motor performance in hybrid rocket propulsion systems // *AIAA*. – 2005. – Paper No. 2005-3541.
- [111] Serin N., Gogus Y. A. A fast computer code for hybrid motor design, Eulec, and results obtained for HTPB/O₂ combination // *AIAA*. – 2003. – Paper No 2003-4747.
- [112] Sun X., Tian H., Yu N., Cai G. Regression rate and combustion performance investigation of aluminum metallized HTPB/98HP hybrid rocket motor with numerical simulation // *Aerospace Science and Technology*. – 2015. – V. 42. – P. 287–296.
- [113] Bianchi D., Urbano A., Betti B., Nasuti F. CFD analysis of hybrid rocket flowfields including fuel pyrolysis and nozzle erosion // *AIAA*. – 2013. – Paper No. 2013-3637.
- [114] Bianchi D., Betti B., Nasuti F. and Carmicino C. Simulation of gaseous oxygen/hydroxyl-terminated polybutadiene hybrid rocket flowfields and comparison with experiments // *J. Propul. Power*. –2015. – V. 31. – № 3. – P. 919-929.
- [115] Bianchi D., Betti B., Nasuti F., Carmicino C., Russo Sorge A. Numerical modeling of GOx/HTPB hybrid rocket flowfields and comparison with experiments // *AIAA*. – 2014. – Paper No. 2014-3545.
- [116] May S., Bozic O. Numerical Simulation of the Flow and Combustion inside the Reaction Chamber of the AHRES Hybrid Rocket Engine. – In: *New Results in*

Numerical and Experimental Fluid Mechanics X Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. Springer. – 2016. – P.801-810.

[117] May S., Bozic O. CFD Simulation of chemical non-equilibrium reacting flow within AHRES hybrid rocket engine // Ibid. — FP EUCASS-215.

[118] Александров В. Н., Быцкевич В.М., Верховоломов В. К. и др. Интегральные прямоточные воздушно-реактивные двигатели на твердых топливах (Основы теории и расчета) — М.: Академкнига, 2006. – 343 с.

[119] А. М. Губертов, В. В. Миронов, Р. Г. Голлендер и др. Процессы в гибридных ракетных двигателях — М.: Наука, 2008. – 404 с.

[120] Netzer D. W. Modeling solid-fuel ramjet combustion// J. Spacecraft and Rockets. — 1977. — V. 14. – № 12. – P. 762–766.

[121] Netzer D. W. Model application to solid-fuel ramjet combustion // J. Spacecraft and Rockets. — 1978. — V. 15. – № 5. – P. 263–264.

[122] Stevenson C. A., Netzer D. W. Primitive variable model application to solid-fuel ramjet combustion // J. Spacecraft and Rockets. — 1981. — V. 28. – № 1. – P. 89-94.

[123] Schulte G. Fuel regression and flame stabilization studies of solid-fuel ramjets // J. Propul. Power. — 1986. — V. 2. – № 4. – P. 301-304.

[124] Schulte G., Pein R., Hohl A. Temperature and concentration measurements in a solid-fuel ramjet combustion chamber // J. Propul. — 1987. — V. 3. – № 2. – P. 114-120.

[125] Korting P., Schoyer H., Timnat Y. Advanced hybrid rocket motor experiments // Acta Astronaut. — 1987. — V. 15, N 2. — P. 97–104.

[126] Carmicino C., Russo S. A. Performance comparison between two different injector configurations in a hybrid rocket // Aerospace Sci. Technol. — 2007. — № 11. — P. 61–67.

[127] DeLuca L.T., Galfetti L., Maggi F., Colombo G., Merotto L., Boiocchi M., Paravan C., Reina A., Tadini P., Fanton L. Characterization of HTPB-based solid fuel formulations: performance, mechanical properties, and pollution // Acta Astronaut. — 2013. — V. 92. — P. 150–162.

- [128] Tadini P., Paravan C., DeLuca L. T. Ballistic characterization of metallized HTPB-based fuels with swirling oxidizer in lab-scale hybrid burner // Proc. 9th Intern. Conf. on High Energy Materials (HEMs-2013), Sagamihara, Japan. — 2013. — P. 1–9.
- [129] Evans, B., Favorito, N.A., Boyer, E., and Kuo, K.K. Characterization of Solid Fuel Mass-Burning Enhancement Utilizing an X-Ray Translucent Hybrid Rocket Motor // International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion. 2008. — V.6. — №. 6. — P. 713-732.
- [130] Paravan C., Reina A., Sossi A., et al. Time-resolved regression rate of innovative hybrid solid fuel formulations // Prog. Propul. Phys. — 2013. — N 4. — P. 75–98.
- [131] Gascoin N., Gillard P. Preliminary pyrolysis and combustion study for the hybrid propulsion // AIAA. — 2010. — Paper No. 2010-6871.
- [132] Damkohler G. Der Einfluss der Turbulenz auf die Flammengeschwindigkeit in Gasgemischen // Z. Electrochem. Angew. P. — 1940. — V. 46. — № 11. — P. 601–626.
- [133] Щелкин К. И. О сгорании в турбулентном потоке // Журн. техн. физики. — 1943. — Т. 13. — С. 520–530.
- [134] Сполдинг Д. В. Применение двухжидкостной модели турбулентности к проблемам горения // Аэрокосм. техника. — 1987. — № 2. — С. 31–42.
- [135] Прудников А. Г., Волынский М. С., Сагалович В. Н. Процессы смесеобразования и горения в воздушно-реактивных двигателях. - Москва: Машиностроение, 1971. - 355 с.
- [136] Karlovitz B., Denniston D.W.Jr., Wells F.E. Investigation of Turbulent Flames. // J. Chem. Phys. — 1951. — Vol.19. — №.5. — P.541-547.
- [137] Кузнецов И. Л., Баранова Г. Р., Игнатенко Ю. В., Трохан А. М. Влияние горения на уровень турбулентности // Физика горения и взрыва. — 1966. — Т.3. — С. 132-133.
- [138] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. Гидродинамика и теория упругости. — М.: ОГИЗ. ГИТТЛ, 1944. — 624 с.
- [139] Вильямс Ф. А. Асимптотические методы в теории турбулентного горения // Аэрокосм. техника. — 1989. — № 2. — С. 19–30.

- [140] Spalding D.B. Mixing and chemical reaction in steady confined turbulent flames. // Proc. Combust. Inst. – 1971. – №13. – P. 649–657.
- [141] Kikkawa S. and Yoshikawa K. Theoretical investigation of laminar boundary layer with combustion over a flat plate // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1973. – № 16. – P. 1215–1229.
- [142] Себиси Т., Брэдшоу П. Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы. – М.: Мир, 1987. – 592 с
- [143] Cebeci T., Shao J. P., Kafyeke F., Laurendeau E. Computational fluid dynamics for engineers. – California: Horizons Publishing Inc., 2005. – 396 с.
- [144] Yam C., Dwyer H. An investigation of the influence of blowing and combustion in turbulent boundary layer // AIAA Paper. – 1987. – № 226. – P. 1–8.
- [145] Локтионова И. В. Моделирование турбулентного горения у поверхности: диссертация ... кандидата физико-математических наук: 01.04.14. - Алма-Ата, 1986. - 154 с.
- [146] Перепечко Л. Н. Моделирование процессов тепломассопереноса в пограничном слое с фазовыми и химическими превращениями: диссертация ... кандидата физико-математических наук: 01.04.14. - Новосибирск, 1998. - 91 с.
- [147] Стамов Л. И., Тюренкова В. В. Моделирование отражения и фокусировки ударных волн в конической полости в химически реагирующем газе // Математическое моделирование. — 2018. — Т. 30, № 3. — С. 3–18.
- [148] Betelin V. B., Nikitin V. F., Smirnov N. N., Smirnova M. N., Stamov L. I., V. Tyurenkova. Using gpus for solving problems of combustion and physicochemical transformations // Mathematical Models and Computer Simulations. – 2017. – V. 9. – № 6. – P. 727–741.
- [149] Menter F. R. Zonal Two Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows/ F. R. Menter // AIAA Paper. — 1993. — Paper № 93-2906.
- [150] Spalart P., Allmaras S. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // AIAA. – 1992. – Paper № 92-0439.

- [151] Merci B., Dick E., Vierendeels J., Roekaerts D., Peeters T.W.J. Application of a New Cubic Turbulence Model to Piloted and Bluff-Body Diffusion flames // *Combust. Flame*. – 2001. – № 126. – P. 1533-1556.
- [152] Hilbert H., Trevelin D. Autoignition of turbulent non-premixed flames investigated using direct numerical simulation // *Combust. Flame*. – 2002. – V. 128. – № 1–2. – P. 22–37.
- [153] Волчков Э.П., Дворников Н.А., Перепечко Л.Н. Сравнение различных методов моделирования турбулентного горения в пограничном слое // *Физика горения и взрыва*. – 1996. – Т.32. – №4. – С. 37-42.
- [154] Батиевский В. Л., Сергеев Г. Т. Исследование процесса горения углеводородов в пограничном слое на проницаемой поверхности // *Физика горения и взрыва*. – 1978. – Т. 14. – № 4. – С. 13–23.
- [155] Kulgein N. Transport processes in a Combustible turbulent boundary layer // *J. Fluid Mech*. – 1962. – V. 12. – № 3. – P. 417–437.
- [156] Paul P. J., Mukunda H. S., Jain V. K. Regression rates in a boundary layer combustion // 19th Symp. (Intern.) on Combustion. The Combustion Inst. – 1982. – P. 717–729.
- [157] Marxman G., Gilbert M. Turbulent Boundary layer combustion in the hybrid rocket // 9th Symp. (Intern.) on Combustion. – 1963. – P. 317–383.
- [158] Ерошенко В.М., Зайчик Л.И. Гидродинамика и тепломассообмен на проницаемых поверхностях. – М: Наука, 1984. – 274 с.
- [159] Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Изд-во иностр. лит., 1956. – 528 с.
- [160] Бояршинов Б. Ф., Волчков Э. П., Терехов В. И. Тепло- и массообмен в пограничном слое с испарением и горением этанола // *Физика горения и взрыва*. – 1994. – Т. 30. – № 1. – С. 8-15.
- [161] Dabora E.K., Ragland K.W., Nicholls J. A. Drop-size effects in spray detonations // Symposium (International) on Combustion. – 1969. – V. 12. – № 1. – P. 19-26.
- [162] Ragland K.W. Observed Structure of Spray Detonations // *Physics of Fluids*. – 1968. – V. 11. – № 11. – P. 2377-2388.

- [163] Gubin S.A., Sichel M. Calculation of the Detonation Velocity of a Mixture of Liquid Fuel Droplets and a Gaseous Oxidizer // *Combustion Science and Technology*. – 2007. – V. 17. – № 3-4. – P. 109-117.
- [164] Bull D.C., McLeod M.A., Mizner G.A. Detonation of unconfined fuel aerosols. – In: Bowen J.R., Manson N., Oppenheim A.K., Soloukhin R.I. (eds.) *Gasdynamics of Detonations and Explosions*, Prog. Astronaut. Aeronaut. AIAA, New York. – 1981. – P. 48–60.
- [165] Brophy C., Sinibaldi J., Damphousse P. Initiator performance for liquid-fueled pulse detonation engines // *AIAA*. – 2002. – P. 2002–0472.
- [166] Song H., Fan W., Fan Z., et al. Experimental study on transcritical spray of liquid aviation kerosene // *Atomization and Sprays*. – 2013. – V. 23. – № 7. – P. 605-621.
- [167] Седов Л. И., Коробейников В. П., Шамшев К. Н., Куликов В. Н., Лapidус А. М., Марков В. В., Тиванов Г. Г. Влияние инертных частиц на развитие детонации // *Докл. АН СССР*. – 1990. – Т. 315. – № 5. – С. 1071–1072
- [168] Коробейников В. П., Марков В. В., Сизых Г. Б. Численное решение двумерных нестационарных задач о движении горючей пылегазовой смеси // *Докл. АН СССР*. – 1991. – Т. 316. – № 5. – С. 1077–1081.
- [169] Коробейников В. П., Марков В.В., Семёнов И.В., Уткин П.С., Ахмедьянов И.Ф. Численное моделирование быстропротекающих нелинейных волновых процессов в газовых и пылегазовых смесях // *Современные проблемы механики сплошной среды, Сборник избранных трудов Всероссийской конференции памяти академика Л. И. Седова* / ред. Г. Г. Черный, А. А. Бармин, В. В. Марков, М.: Торус Пресс, 2009. – С. 311–329.
- [170] Левин В. А., Марков В. В., Осинкин С. Ф. Некоторые вопросы инициирования и распространения детонационных волн в газовых средах // *Избранные проблемы современной механики*, т. 1 / ред. В. А. Садовничий, М.: Изд-во Моск. ун-та, 2011. – С. 384–390.
- [171] Левин В. А., Туник Ю. В. Горение угольной пыли в кислороде с примесью газообразного углеводородного топлива // *Докл. АН СССР*. – 1984. – Т. 276. – № 4. – С. 834–839.

- [172] Левин В.А., Туник Ю.В. Иницирование детонационного горения угольной пыли в метановоздушной смеси // Физика горения и взрыва. – 1987. – Т. 3. – С. 3-8.
- [173] Levin V.A., Tunik Yu.V. Initiation of detonation combustion for coal dust in a methane-air mixture // Combustion, Explosion, and Shock Waves. – 1987. – V. 23. – № 1. – P. 1-6.
- [174] Williams A. Combustion of Droplets in Liquid Fuels: A Review // Combust. Flame. – 1973. – V. 21. – P. 1-31.
- [175] Krier H., Foo C.L. A Review and Detailed Derivation of Basic Relations Describing the Burning of Droplets // Combust. Oxid. Rev. – 1973. – V. 6. – P. 111-143.
- [176] Faeth G.M. Current Status of Droplet and Liquid Combustion // Prog Energy Combust. Sci. – 1977. – V. 3. – P. 191-224.
- [177] Law C.K. Recent Advances in Droplet Vaporization and Combustion // Prog. Energy Combust Sci. – 1982. – V. 8. – P. 171-201.
- [178] Фукс Н.А. Испарение и рост капель в газообразной среде. - Москва: Изд-во Акад. наук СССР, 1958. – 91 с.
- [179] Maxwell J. C. Diffusion // Encyclopedia Britanica, 9th Ed. – 1878. – Vol. 7. – P. 214
- [180] Langmuir I. The Vapor Pressure of Metallic Tungsten // Phys. Rev. – 1913. – V. 2. – № 5. – P. 329-342.
- [181] Langmuir I. The Evaporation, Condensation, and Reflection of Molecules and the Mechanism of Adsorption // Phys. Rev. – 1916. – V.8. – № 2. – P. 149-176.
- [182] Langmuir I. Vapor Pressures, Evaporation, Condensation, and Adsorption // Am. Chem. Soc. – 1932. – V. 54. – № 7. – P. 2798-2831.
- [183] Knudsen, M. Die maximale Verdampfungsgeschwindigkeit des Quecksilbers // Ann. Phys. – 1915. – V. 352. – P. 697-708.
- [184] Schmidt E. Verdunstung and Whrmefibergang // Gesundheits Ingenier. – 1929. – V. 52. – P. 525.

- [185] Frossling N. Uber die Verdunstung fallender Torpfen// Gedands Beitrge Geophys. – 1938. – V. 52. – P. 170.
- [186] Ranz W.E., Marshall, W.R. Evaporation from Drops // Chem. Eng. Prog. – 1952. – V. 48. – № 3. – P. 141-146.
- [187] Варшавский Г.А. Горение капли жидкого топлива. М: Изд. и тип. Изд-ва бюро новой техники НКАП, 1945. - 17 с.
- [188] Померанцев В.В., Арефьев К.М., Ахмедов Д.Б. и др. Основы практической теории горения / Под ред. В. В. Померанцева. - Ленинград: Энергия. Ленингр. отд-ние, 1973. - 263 с.
- [189] Хитрин Л.Н. Физика горения и взрыва. М.: Изд-во МГУ, 1957. – 442 с.
- [190] Spalding D.B. The Combustion of Liquid Fuels // 4th Symp. (Int.) Combust. – 1953. – P. 847-864.
- [191] Godsave G.A.E. Studies of the Combustion of Drops in a Fuel Spray--The Burning of Single Drops of Fuel. // 4th Symp. (Int.) Combust. – 1953. – P. 818-830.
- [192] Goldsmith M., Penner, S.S. On the Burning of Single Drops of Fuel in an Oxidizing Atmosphere // Jet Propul. – 1954. – V. 24. – P. 245-251.
- [193] Wise H., Lorell J., Wood B.J. The Effects of Chemical and Physical Parameters on the Burning Rate of a Liquid Droplet // 5th Symp. (Int.) Combust. – 1955. – P. 132-141.
- [194] Sang-Chun Rah Combustion of liquid fuels and pollutant formation: A review Part I. Liquid fuel combustion process // Korean Journal of Chemical Engineering. – 1984. – V. 1. – № 2. – P. 89-97.
- [195] Kotake S, Okazaki T Evaporation and combustion of a fuel droplet // Int J Heat Mass Transfer. – 1969. – V. 12. – P. 595–609.
- [196] Krier H., Wronkiewicz J.A. Combustion of Single Drops of Fuel // Combust. Flame. – 1972. – V. 18. – P. 159-166.
- [197] Rosner D.E., Chang W.S. Transient Evaporation and Combustion of a Fuel Droplet Near Its Critical Temperature // Combust. Sci. Tech. – 1973. – V. 7. – P. 145-158.

- [198] Crespo R., Linan A. Unsteady Effects in Droplet Evaporation and Combustion // Combust. Sci. Tech. – 1975. – V. 11. – P. 9-18.
- [199] Фролов С. М., Посвянский В. С., Басевич В. Я., Беляев А.А., Сметанюк В. А., Марков В. В., Семенов И. В. Испарение и горение капли углеводородного топлива. II. Неэмпирическая модель испарения капли с учетом многокомпонентной диффузии // Химическая физика. – 2004. – Т. 23. – №4. – С. 75-83.
- [200] Басевич В. Я., Беляев А. А., Евлампиев А. В., Посвянский В. С., Фролов С. М. Испарение и горение капли углеводородного топлива. I. Неэмпирическая модель испарения однокомпонентной капли // Химическая физика. – 2002. – Т. 21. – №3. – С. 58-67.
- [201] Frolov S. M., Basevich V.Ya., Belyaev A.A., Posvyanskii V.S., Smetanyuk V. A. Modeling of drop evaporation and combustion with regard for spray effects. – In: Combustion and Pollution: Environmental Effect. Eds. G.D. Roy, S. M. Frolov, A. M. Starik. Moscow: Torus Press. – 2005.
- [202] Фролов С. М., Басевич В. Я., Посвянский В. С., Сметанюк В. А. Испарение и горение капли углеводородного топлива. IV. Испарение капли с учетом коллективных эффектов // Химическая физика. – 2004. – Т. 23. – №7. – С. 49-58.
- [203] Smirnov N.N., Nikitin V.F., Baskakov V.V. Unsteady-state combustion of fuel droplets in weightlessness // Proceedings of the joint Xth European and VIth Russian Symposium on Physical Sciences in microgravity. – 1997. – V. 1. – P. 409-416.
- [204] Nayagam V., Dietrich D. L., Williams F. Unsteady droplet combustion with fuel thermal expansion // Combustion and Flame. – 2018. – V. 195. – P. 216- 219.
- [205] Law C.K. Unsteady droplet combustion with droplet heating // Combust. Flame. – 1976. – V. 26. – P. 17–22.
- [206] Law C.K., Sirignano W.A. Unsteady droplet combustion with droplet heating –II: Conduction limit // Combust. Flame. – 1977. – V. 28. – P. 175–186.
- [207] Фукс Н.А. О скорости испарения капли в атмосфере газа // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1934. – Т.4. – № 7. – С. 747-759.

- [208] Кульчицкий А. В. Математическое моделирование процессов испарения в многокомпонентных средах: диссертация ... кандидата физико-математических наук: 01.02.05. - Москва, 1999. - 168 с.
- [209] Smirnov N.N., Kulchitsky A.V. Unsteady state evaporation in weightlessness // *Acta Astronautica* – 1997. – V. 39. – № 8. – P. 561-568.
- [210] Dushin V.R., Kulchitskiy A.V., Nerchenko V.A., Nikitin V.F., Osadchaya E.S., Phylippov Yu.G., Smirnov N.N. Mathematical simulation for non-equilibrium droplet evaporation// *Acta Astronautica*. – 2008. – V. 63. – № 11–12. – P. 1360-1371.
- [211] Miller R.S., Harstad K., Bellan J. Evaluation of equilibrium and non-equilibrium models for many-droplet gas-liquid flow simulations // *International Journal of Multiphase Flow*. – 1998. – V. 24. – № 6. – P. 1025-1055.
- [212] Prakash S., Sirignano W.A. Liquid Fuel Droplet Heating with Internal Circulation // *Int. J. Heat Mass Transfer*. – 1978. – V. 21. – P. 885-895.
- [213] Krishnamurthy L., Williams F.A. A Flame Sheet in the Stagnation-Point Boundary Layer of a Condensed Fuel // *Acta. Astro.* – 1974. – V. 1. – P. 711-736.
- [214] Wu X., Law C.K., Fernandez-Pello A.C. A Unified Criterion for the Convective Extinction of Fuel Particles // *Combust. Flame*. – 1982. – V. 44. – P. 113-124.
- [215] Fernandez-Pello A.C., Law C.K. On the Mixed-Convective Flame Structure in the Stagnation Point of a Fuel Particle // *19th Symp. (Int.) Combust.* – 1983. – P. 1037-1044.
- [216] Rah S.-C., Timothy L.D., Beer J.M., Sarofim A.F. Soot Formation During the Combustion of Coal and Fuel Oils // *The 2nd State-of-the-Art Research Seminar in Environmental Engineering and Pollution Control*, United States Env. Protect. Agency, Research Triangle Park, NC. – 1982.
- [217] Sazhin S.S. Advanced models of fuel droplet heating and evaporation // *Progress in Energy and Combustion Science*. – 2006. – Vol. 32. – № 2. – P. 162-214.
- [218] Sazhin S.S., Rybdylova O., Pannal A.S., Somavarapu S., Zaripov S.K. A new model for a drying droplet// *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2018. – V. 122. – P. 451-458.

- [219] Sazhin S.S., Qubeissi M.Al., Kolodnytska R., Elwardany A.E., Nasiri R., Heikal M.R. Modelling of biodiesel fuel droplet heating and evaporation // *Fuel*. – 2014. – V. 115. – P. 559-572.
- [220] Mullins B.P. Combustion in Vitiated Atmospheres III. Effect of Oxygen Concentration on Ignition Induction Period // *Fuel*. – 1953. – V. 32. – P. 205-207.
- [221] Nishiwaki N. Kinetics of Liquid Combustion Processes: Evaporation and Ignition Lag of Fuel Droplets // 5th Symp. (Int.) Combust. – 1955. – P. 148-158.
- [222] Masdin E.G., Thring M.W. Combustion of Single Droplets of Liquid Fuel // *J. Inst. Fuel*. – 1962. – V. 35. – P. 251-260.
- [223] El-Wakil M.M., Abdou M.I. The Self- Ignition of Fuel Drops in Heated Air Streams I, II, III // *Fuel*. – 1966. – V. 45. – P. 117.
- [224] Faeth G.M., Olson D.R. The Ignition of Hydrocarbon Fuel Droplets in Air // *SAE Trans*. – 1968. – V. 77. – P. 1793-1802.
- [225] Saitoh T., Ishiguro S., Niioka T. An Experimental Study of Droplet Ignition Characteristics Near the Ignitable Limit // *Combust. Flame*. – 1982. – V. 48. – P. 27-32.
- [226] Polymeropoulos C.E., Peskin R.L. Ignition and Extinction of Liquid Fuel Drops- Numerical Computations // *Combust. Flame*. – 1969. – V. 13. – P. 166-172.
- [227] Law C.K. Asymptotic Theory for Ignition and Extinction in Droplet Burning // *Combust. Flame*. – 1975. – V. 24. – P. 89-98.
- [228] Williams F.A. Theory of Combustion in Laminar Flows // *Annual Rev. Fluid Mech*. – 1971. – V. 3. – P. 171-188.
- [229] Buckmaster J.D., Ludford G.S.S. Theory of Laminar Flames. England: Cambridge University Press, 1982. – 266 p.
- [230] Law C.K. Theory of Thermal Ignition of Fuel Droplet Burning // *Combust. Flame*. – 1978. – V. 31. – P. 285-196.
- [231] Frolov S. M. Ignition and Combustion of Hydrocarbon Fuel Drops. In: Progress in Combustion and Detonation. Ed. by A. Borisov, S. Frolov, A. Kuhl. Moscow: Torus Press. – 2004. – P. 170-172.

- [232] Ассовский И.Г., Истратов А.Г., Лейпунский О.И. О самовоспламенении конденсированного топлива // Доклады Академии наук СССР. – 1978. – Т. 239. – № 3. – С. 625.
- [233] Ассовский И.Г., Кудрявцев О.А. Метод определения скорости воспламенения поверхности канала в топливе // Химическая физика. – 1995. – Т. 14. – № 7. – С. 122.
- [234] Assovskii I.G., Kolesnikov-Svinarev V.I., Kuznetsov G.P., Yoo K. Critical conditions for single droplets ignition and combustion // International Journal of Fluid Mechanics Research. – 1997. – Т. 24. – № 1-3. – С. 307-313.
- [235] Ассовский И.Г., Жигалина О.М., Киселев Н.А., Кузнецов Г.П., Колесников-Свинарев В.И. О влиянии гравитации на горение капли алюминия // Доклады Академии наук. – 1999. – Т. 367. – № 2. – С. 175.
- [236] Assovskiy I.G., Zhigalina O.M., Kuzhnetsov G.P., Kolesnikov-Svinarev V.I. Aluminum droplet combustion in normal and low-gravity environment // Energetic Materials. – 2000. – Т. 8. – № 3. – С. 117-118.
- [237] Bloshenki V.N., Merzhanov A.G., Pergudov N.I., Khaikin B.I. Formation of an Unstead- State Diffusion Combustion Front with the Ignition of a Drop of Liquid Feul // Combust. Expl. Shock Waves. – 1973. – V. 9. – P. 178-185.
- [238] Niioka T., Ishiguro S., Saitoh T. A Numerical Approach to Fuel Droplet Ignition // Nat. Aerospace Lab., TR-628T, Tokyo, Japan. – 1980.
- [239] Hall A. R., Diederichsen J. An experimental study of the burning of single drops of fuel in air at pressure up to twenty atmospheres // 4th. Symp. (Intern.) on Combustion. – 1953. – P. 837.
- [240] Goldsmith N., Penner S.S. On the Burning of Single Drops of Fuel in an Oxidizing Atmosphere // Jet Propulsion. – 1954. – V. 24. – P. 245-251.
- [241] Худяков Г.Н. О теплообмене в газовзвеси // Изв. АН СССР. ОН. – 1953. – №2. – С. 265 - 277.
- [242] Chang, T.Y. Combustion of Heavy Fuel Oil // Sc. D. Thesis, Mass. Inst. Tech., Cambridge, MA. – 1941.

- [243] Hottel H.C., Willaims G.C., Simpson H.C. Combustion of Droplets of Heavy Liquid Fuels// 5th Symp. (Int.) Combust. – 1955. – P. 101-129.
- [244] Nuruzzaman A.S.M., Hedley A.B., Beer J.M. Combustion of Monosized Droplet Stream in Stationary Self-Supporting Flames// 13th Symp. (Int.) Combust. – 1971. – P. 787-799.
- [245] Sangiovanni J.J., Kesten A.S. Effect of Droplet Interaction on Ignition in Monodispersed Droplet Streams // 16th Symp. (Int.) Combust. – 1977. – P. 577-592.
- [246] Hanson S.P. The Evolution of Fuel Nitrogen During the Vaporization of Heavy Fuel Oil Droplet Arrays // Sc. D. Thesis, Mass. Inst. Tech., Cambridge, MA. – 1982.
- [247] Rah S.-C. Ignition and Combustion of Liquid Fuel Droplets; Impact on Pollutant Formation // Sc. D. Thesis, Mass. Inst. Tech., Cambridge, MA. – 1984.
- [248] Dietrich D.L., Nayagam V., Hicks M.C., Ferkul P.V., Dryer F.L., Farouk T.I., Shaw B.D., Suh H.K., Choi M.Y., Liu Y.C., Avedisian C.T., Williams F.A., Droplet Combustion Experiments Aboard the International Space Station // Microgravity Sci. Technol. – 2014. – V. 26. – № 2. – P. 65-76.
- [249] Farouk T., Dryer F.L. Microgravity droplet combustion: effect of tethering fiber on burning rate and flame structure // Combust. Theor. Model. – 2011. – V. 15. – № 4. – P. 487–515.
- [250] Dietrich D. L., Struk P. M., Ikegami M., Xu G. Single droplet combustion of decane in microgravity: experiments and numerical modelling // Combust. Theor. Model. – 2005. – V. 9. – № 4. – P. 569-585.
- [251] Nayagam V., Dietrich D. L., F. A. Williams, A Burke–Schumann analysis of diffusion-flame structures supported by a burning droplet // Combust. Theor. Model. – 2017. – V. 21. – № 4. – P. 646-657.
- [252] Greenberg J. B., Katoshevski D. Polydisperse spray diffusion flames in oscillating flow // Combust. Theor. Model. – 2016. – V. 20. – № 2. – P. 349-372.
- [253] Gaillard P., Giovangigli V., Matuszewski L. A diffuse interface Lox/hydrogen transcritical flame model // Combust. Theor. Model. – 2016. – V. 20. – № 3. – P. 486-520.
- [254] Seshadri K., Peters N., Williams F. A., Nayagam V., Paczko G. Asymptotic

analysis of quasi-steady n-heptane droplet combustion supported by cool-flame chemistry // *Combust. Theor. Model.* – 2016. – V. 20. – № 6. – P. 1118-1130.

[255] Paczko G., Peters N., Seshadri K., Williams F. A. The role of cool-flame chemistry in quasi-steady combustion and extinction of n-heptane droplets // *Combust. Theor. Model.* – 2014. – V. 18. – № 4-5. – P. 515-531.

[256] Фролов С. М., Басевич В. Я., Медведев С. Н. Моделирование низкотемпературного окисления и горения капель // *Доклады Академии Наук.* – 2016. – Т. 470. – № 4. – С. 427–430.

[257] Farouk T.I., Dryer F.L. Isolated n-heptane droplet combustion in microgravity: “Cool Flames” – Two-stage combustion // *Combust. Flame.* – 2014. – V. 161. – P. 565–581.

[258] Nayagam V., Dietrich D. L., Ferkul P. V., Hicks M. C., Williams F. A. Can cool flames support quasi-steady alkane droplet burning? // *Combust. Flame.* – 2012. – V. 159. – P. 3583–3588.

[259] Katta V.R., Roquemore W.M. Formation of a cool diffusion flame and its characteristics // *Proc. Combust. Inst.* – 2017. – V. 36. – P. 1369–1379.

[260] Smirnov N.N., Pushkin V.N., Dushin V.R., Kulchitskiy A.V. Microgravity Investigation of laminar flame propagation in monodisperse gas-droplet mixtures // *Acta Astronautica.* – 2007. – V. 61. – P. 626-636.

[261] Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Изд-во «Наука», 1972. – 720 с.

[262] Tyurenkova V.V., Smirnov N.N., Guendugov V.M. Analytical solution for a single droplet diffusion combustion problem accounting for several chain reaction stages // *Acta Astronaut.* – 2013. – V. 83. – P. 208-215.

[263] Смирнов Н.Н. Химические реакции и тепломассоперенос в многокомпонентном газе над слоем жидкого горючего // *Вестник Московского университета, Сер. 1, Математика, механика.* – 1986. – №2. – С. 46-55.

[264] Ben-Yakar A., Natan B., Gany A. Investigation of a solid fuel scramjet combustor // *J. Propuls. Power.* – 1998. – V. 14. – № 4. – P. 447–455.

[265] Xinyan Pei, Lingyun Hou. Numerical investigation on cavity structure of solid-

- fuel scramjet combustor // *Acta Astronautica*. – 2014. – V. 105. – P. 463–475.
- [266] Kuo K.K., Acharya R. Applications of turbulent and multi-phase combustion. – Hoboken: Wiley, 2012. – 576 p.
- [267] Chiaverini M.J., Harting G.C., Lu Y.L., Kuo K.K., Peretz A. Pyrolysis behavior of hybrid rocket solid fuels under rapid heating conditions // *J. Propuls. Power*. – 1999. – V. 15. – № 6. – P. 888–895.
- [268] Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Из-во «Наука», 1974. – 711 с.
- [269] Дорренс У.Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа. – М.: Мир, 1966. – 439 с.
- [270] Wilcox D.C. Re-assessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models // *AIAA Journal*. – 1988. – V. 26. – № 11. – P. 1299-1310.
- [271] Svehla R.A. Transport coefficients for the NASA Lewis chemical equilibrium program // *NASA Technical Memorandum TM-4647*. – 1995.
- [272] Гурвич Л.В. и др. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочное издание. – М.: Наука, 1978. – 496 с.
- [273] Kalitzin G., Medic G., Iaccarino G., Durbin P. Near-wall behaviour of RANS turbulence models and implications for wall functions // *Journal of Computational Physics*. – 2005. – V. 204. – P. 265–291.
- [274] Bredberg J., Peng S.-H., Davidson L. On the wall boundary conditions for computing turbulent heat transfer with $k-\omega$ models // *Proceedings of the ASME Heat Transfer Division*. – 2000. – V. 5. – P. 243–250.
- [275] Jayatilleke C. L. V The influence of Prandtl Number and Surface Roughness on the Resistance of the Laminar Sublayer to Momentum and Heat Transfer // *Prog. Heat Mass Transfer*. – 1969. – V. 1. – P. 193-329.