

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**ПРОБЛЕМЫ  
МАШИНОСТРОЕНИЯ  
И НАДЕЖНОСТИ МАШИН**

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

МОСКВА

## НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 539.4

© 2009 г. Завойчинская Э.Б.

### ОБ ОДНОЙ ГИПОТЕЗЕ МИКРОРАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛОВ ПРИ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Построена математическая модель для описания процессов микроразрушения металлов, учитывающая процессы образования и развития субмикроскопических, микроскопических, коротких трещин и макротрещин. Введено понятие приведенной длины трещин. Получены зависимости для кривых усталости, включающие характерные значения приведенных длин трещин.

Оценка срока безопасной эксплуатации конструкций является одной из актуальных проблем химической и атомной промышленности, авиации, нефтегазового комплекса, зданий и сооружений и т.п. Основу такого прогноза составляет методика по описанию зарождения и развития макротрещин в элементах конструкций. Развитие макроразрушений элементов конструкций предопределяется процессом объемного разрушения металла, обусловленного процессами развития субмикроскопических, микроскопических, коротких трещин и макротрещин в зонах концентрации макроупругих деформаций [1, 2]. Процесс образования и слияния субмикроскопических трещин характерной длины  $l_1$ , лежащей в диапазоне  $l_1 \leq 10^{-5}$  мм, микроскопических трещин  $l_2$ , в диапазоне  $l_2 \in (10^{-5}-10^{-3}]$  мм, коротких трещин  $l_3$ , в диапазоне  $l_3 \in (10^{-3}-10^{-1}]$  мм и макротрещин  $l_4$ , в диапазоне  $l_4 \in (10^{-1}-10^0)$  мм приводит к образованию магистральных трещин, разделяющих элемент конструкции на части.

Экспериментально установлено, что размеры субмикроскопических трещин, макротрещин и коротких трещин практически стабильны в процессе нагружения. При этом их количество меняется на несколько десятичных порядков.

Рассмотрим объем твердого тела  $V_c$  ( $V_c = l_4^3$ ) и функцию объемной плотности  $n_i = n_i(\tau)$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , субмикро ( $i = 1$ ), микро ( $i = 2$ ), коротких ( $i = 3$ ) и макротрещин ( $i = 4$ ) на интервале времени  $\tau \in [0, t]$  в виде

$$n_i(\tau) = \lim_{V \rightarrow V_c} \frac{n_i(\tau)}{V}, \quad i = 1, \dots, 4,$$

где  $\square n_i = \square n_i(\tau)$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , – функции количества субмикро, микро, коротких и макротрещин в некотором объеме  $\square V$  твердого тела.

Введем функцию приведенной длины  $l_i^* = l_i^*(\tau)$  субмикро ( $i = 1$ ), микро ( $i = 2$ ), коротких ( $i = 3$ ) и макротрешин ( $i = 4$ ) следующим:  $l_i^*(\tau) = n_i(\tau)l_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$ .

Закономерности изменения во времени приведенной длины  $l_i^* = l_i^*(\tau)$ ,  $i = 1, \dots, 4$  в металле изучают экспериментально, привлекая физические методы исследования микроструктуры элемента, в том числе ультразвуковые, акустические, магнитные, электронные и радиационные методы дефектоскопии [5, 6].

Метод ультразвуковой дефектоскопии основан на измерении ультразвуковым дефектоскопом интенсивности ультразвукового излучения. Диагностику дефектов в конструкции проводят по величине эхо-сигнала. О форме и ориентации дефекта относительно оси звукового поля судят по форме и высоте эхо-сигнала. Этот метод особенно эффективен при проверке различных элементов на расслоение, когда неоднородности характеризуются большой протяженностью в направлении по нормали к звуковому лучу, для получения коррозионной карты повреждений, а также для обнаружения неглубоких произвольно ориентированных трещин у поверхности тела.

Магнитным методом дефектоскопии удается выявить часто встречающиеся поверхностные трещины длиной от  $10^{-2}$  мм и шириной раскрытия от  $10^{-3}$  мм (т.е. короткие трещины и макротрещины), а также подповерхностные нарушения сплошности на глубине до 0,3 мм, по искривлению линий магнитного поля около дефекта из-за местного изменения магнитной проницаемости. Для обнаружения поверхностных трещин применяют также магнитно-порошковый метод, при котором магнитный порошок в виде черных, цветных или флюoresцирующих ферромагнитных частиц размером около 10 мкм, взвешенных в жидкой эмульсии или газовой взвеси, притягивается на поверхность трещины в результате действия больших градиентов магнитного поля в ее зоне, создавая некоторый рисунок.

Электронная дефектоскопия основана на сканировании поверхности разрушения электронным лучом высокой интенсивности и возбуждении электронами этого луча на трещинах вторичных электронов, которые дают изображение трещины. Этот метод, в основном, позволяет измерять поверхностные трещины длиной от 0,1 мм (макротрещины).

В акусто-эмиссионном методе регистрируется излучение упругих волн напряжений развивающимися трещинами вследствие локальной динамической перестройки дислокационной структуры тела. Акустические волны содержат информацию о происходящих физических процессах и распространяются на большие расстояния без значительного затухания. Применение акустической эмиссии позволяет определить инкубационный период развития микротрещин и контролировать процесс кинетики их роста.

Радиационная дефектоскопия обеспечивает фиксацию изображений трещин при просвечивании тела на рентгеновской пленке или на флюoresцирующем экране. Размеры дефектов определяют по распределению интенсивности просвечивания в виде почернений на рентгеновской пленке. При радиометрическом контроле проводят сканирование узким пучком излучения с фиксацией данных в цифровом виде.

С накоплением коротких трещин в наиболее напряженной зоне элемента происходит формирование макротрещины длиной 0,1 ~ 1 мм. Есть основания предполагать, что дальнейший рост таких макротрещин происходит при достижении предельной плотности коротких трещин, обусловленной концентрацией упругих деформаций в окрестности вершины трещины.

Результаты исследований микроструктуры плоских образцов из малоуглеродистой стали ( $\sigma_s = 21$  кгс/мм<sup>2</sup>,  $\sigma_b = 38$  кгс/мм<sup>2</sup>) при симметричном изгибе с амплитудой  $\sigma_a$  методом фрактографии приведены в [2]. Были выявлены четыре стадии процесса усталостного разрушения материала. Первой стадии соответствует инкубационный период развития разрушения, который характеризуется зарождением и слиянием дислокаций, их движением с образованием линий скольжения, объединением этих линий в

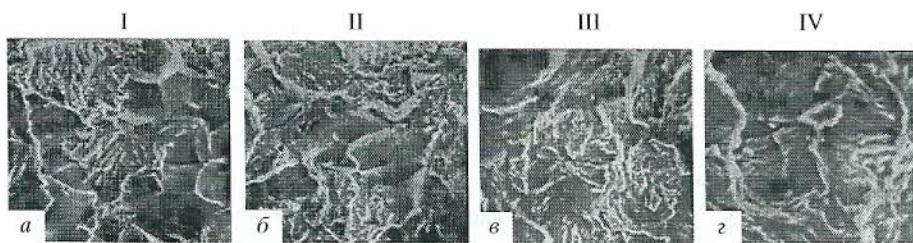


Рис. 1

полосы скольжения, сдвигами материала по ним с образованием субмикроскопических трещин и их развития до значения их приведенной длины  $l_1^p$ , обеспечивающей начало образования микротрещин (рис. 1; рельеф распространения трещин I). На второй стадии происходит увеличение количества зерен, содержащих субмикроскопические трещины, распространение полос скольжения за пределы зерна и переход субмикро в микроскопические трещины с достижением приведенной длины микроскопических трещин характерного значения  $l_2^p$  (рис. 1; II). Третья стадия процесса разрушения характеризуется слиянием микроскопических трещин, появлением коротких трещин, приведенная длина которых при дальнейшем нагружении достигает характерного значения  $l_3^p$  (рис. 1; III). На стадии IV локализация интенсивного развития коротких трещин приводит к появлению макротрещин (рис. 1) и достижения их приведенной длины характерного значения  $l_4^p$ .

На рис. 2 представлена экспериментальная зависимость относительной амплитуды напряжений  $\sigma_a/\sigma_b$  от числа циклов  $n$  достижения характерных значений приведенных длин трещин. Сплошными кружочками представлены результаты экспериментов, в которых приведенная длина  $l_1^*$  субмикроскопических трещин достигла значения  $l_1^* = l_1^p$  в момент времени  $t_1$  – начало образования микроскопических трещин (стадия I; рис. 1), сплошными квадратиками – приведенная длина микроскопических трещин равна  $l_2^* = l_2^p$ , что обеспечивает начало образования коротких трещин в момент времени  $t_2$  (стадия II; рис. 1), полыми квадратиками – приведенная длина коротких трещин равна  $l_3^* = l_3^p$  в момент  $t_3$  – начало образования макротрещин (стадия III; рис. 1). Полыми кружочками представлены экспериментальные данные зависимости  $\sigma_a/\sigma_b$  от числа циклов  $N$ , при которой приведенная длина  $l_4^* = l_4^p$  обеспечивает диагностику трещин ультразвуковыми методами в момент времени  $t_4$  (стадия IV; рис. 1).

Приведенные длины имеют большое рассеяние значений даже при условии испытания идентичных образцов, изготовленных из материала одной плавки при одинаковой механической обработке и высокой точности задаваемых нагрузок. Причинами такого рассеяния являются различия в микроструктуре, случайное распределение размеров отдельных зерен материала и направлений их кристаллографических плоскостей, наличие случайных включений и дефектов кристаллической решетки (вакансий, дилокаций), различия поверхностных слоев и т.п. Разрушения конструктивных элементов обусловлены стохастическими процессами развития во времени приведенных длин  $l_i^* = l_i^*(\tau)$  субмикро ( $i = 1$ ), микро ( $i = 2$ ), коротких ( $i = 3$ ) и макротрещин ( $i = 4$ ). Вследствие этого все соотношения, приведенные далее, относятся к соотношениям

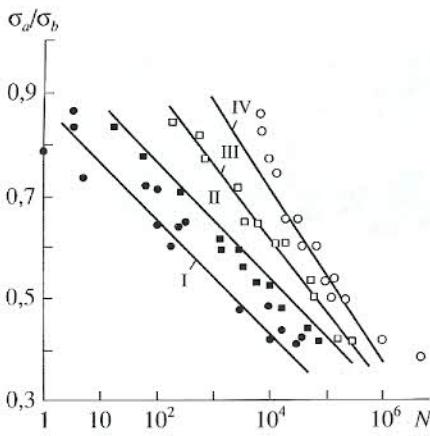


Рис. 2

для математических ожиданий случайных процессов приведенных длин трещин.

Рассмотрим нагружение на интервале времени  $\tau \in [0, t]$  вида

$$\sigma = \sigma_a \sin \omega t, \quad (1)$$

где  $\sigma_a$  – амплитуда напряжений,  $\omega$  – частота изменения напряжений.

Согласно постулату макроскопической определимости А.А. Ильюшина процесс объемного разрушения металлов на интервале времени  $\tau \in [0, t]$  функционально определяется процессом нагружения с учетом начального распределения структурных дефектов металла.

Отсюда предположим, что для нагружения (1) приведенные длины  $l_i^* = l_i^*(\tau)$  субмикро (i = 1), микро (i = 2), коротких (i = 3) и макротрещин (i = 4) удовлетворяют соотношениям

$$\begin{aligned} l_1^* &= L_1 \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1,s}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1,s}, \omega)} \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{\lg n}{\lg N_p(\sigma_a, \omega)} \right), \\ l_2^* &= L_2 \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}, \omega)} \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{\lg n - \lg n_1}{\lg N_p(\sigma_a, \omega) - \lg n_1} \right), \\ l_3^* &= L_3 \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}^*} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}^*, \omega)} \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{\lg n - \lg n_2}{\lg N_p(\sigma_a, \omega) - \lg n_2} \right), \\ l_4^* &= L_4 \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}^{**}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}^{**}, \omega)} \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{\lg n - \lg n_3}{\lg N_p(\sigma_a, \omega) - \lg n_3} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $0 \leq \sin(y) \leq 1$ ,  $y = \frac{\pi}{2}(\lg n - \lg n_i)(\lg N_p(\sigma_a, \omega) - \lg n_i)^{-1}$ ,  $i = 0, \dots, 3$ ,  $n_0 = 1$ ;  $\tau_i = 2\pi n_i / \omega$ ,

$i = 1, \dots, 3$ ;  $n_1, n_2, n_3$  – соответственно числа циклов от начала нагружения до момента  $t_1$  образования микроскопических трещин, коротких трещин в момент времени  $t_2$  и от начала нагружения до момента времени  $t_3$ , т.е. начала образования макротрещин;  $N_p = N_p(\sigma_a, \omega)$  – кривая усталостной прочности металла по окончательному разрушению образца (образованию магистральной трещины или разделении образца на части) при нагружении (1), представлена в полулогарифмических или логарифмических координатах (стадия IV на рис. 1); константа материала  $\sigma_{-1,s}$ ,  $\sigma_{-1}$ ,  $\sigma_{-1}^*$ ,  $\sigma_{-1}^{**}$  – соответственно циклический предел текучести при  $N_p(\sigma_{-1,s}, \omega) = 5 \cdot 10^7$ , предел выносливости при  $N_p(\sigma_{-1}, \omega) = 5 \cdot 10^6$ , предел усталости при  $N_p(\sigma_{-1}^*, \omega) = 5 \cdot 10^5$  и предел усталости при  $N_p(\sigma_{-1}^{**}, \omega) = 5 \cdot 10^4$ ; константы материала  $L_1, L_2, L_3, L_4$  – соответственно значения предельных приведенных длин для нагружений с амплитудой  $\sigma_a = \sigma_{-1,s}$ ,  $\sigma_a = \sigma_{-1}$ ,  $\sigma_a = \sigma_{-1}^*$ ,  $\sigma_a = \sigma_{-1}^{**}$ .

Физические закономерности процессов рождения субмикроскопических, микроскопических, коротких трещин и макротрещин в металлах под действием симметричного одномерного нагружения приводят к выполнению следующих равенств для нахожде-

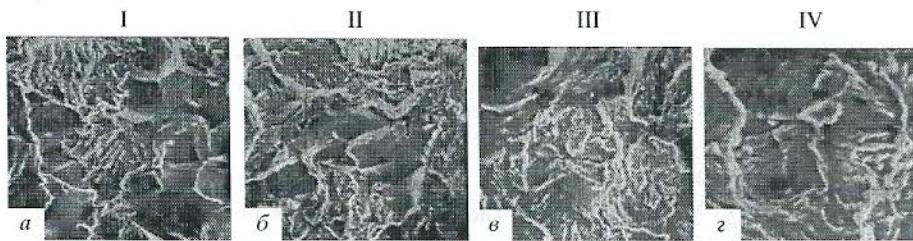


Рис. 1

полосы скольжения, сдвигами материала по ним с образованием субмикроскопических трещин и их развития до значения их приведенной длины  $l_1^p$ , обеспечивающей начало образования микротрещин (рис. 1; рельеф распространения трещин I). На второй стадии происходит увеличение количества зерен, содержащих субмикроскопические трещины, распространение полос скольжения за пределы зерна и переход субмикро в микроскопические трещины с достижением приведенной длины микроскопических трещин характерного значения  $l_2^p$  (рис. 1; II). Третья стадия процесса разрушения характеризуется слиянием микроскопических трещин, появлением коротких трещин, приведенная длина которых при дальнейшем нагружении достигает характерного значения  $l_3^p$  (рис. 1; III). На стадии IV локализация интенсивного развития коротких трещин приводит к появлению макротрещин (рис. 1) и достижения их приведенной длины характерного значения  $l_4^p$ .

На рис. 2 представлена экспериментальная зависимость относительной амплитуды напряжений  $\sigma_a/\sigma_b$  от числа циклов  $n$  достижения характерных значений приведенных длин трещин. Сплошными кружочками представлены результаты экспериментов, в которых приведенная длина  $l_1^*$  субмикроскопических трещин достигла значения  $l_1^* = l_1^p$  в момент времени  $t_1$  – начало образования микроскопических трещин (стадия I; рис. 1), сплошными квадратиками – приведенная длина микроскопических трещин равна  $l_2^* = l_2^p$ , что обеспечивает начало образования коротких трещин в момент времени  $t_2$  (стадия II; рис. 1), полыми квадратиками – приведенная длина коротких трещин равна  $l_3^* = l_3^p$  в момент  $t_3$  – начало образования макротрещин (стадия III; рис. 1). Пустыми кружочками представлены экспериментальные данные зависимости  $\sigma_a/\sigma_b$  от числа циклов  $N$ , при которой приведенная длина  $l_4^* = l_4^p$  обеспечивает диагностику трещин ультразвуковыми методами в момент времени  $t_4$  (стадия IV; рис. 1).

Приведенные длины имеют большое рассеяние значений даже при условии испытания идентичных образцов, изготовленных из материала одной плавки при одинаковой механической обработке и высокой точности задаваемых нагрузок. Причинами такого рассеяния являются различия в микроструктуре, случайное распределение размеров отдельных зерен материала и направлений их кристаллографических плоскостей, наличие случайных включений и дефектов кристаллической решетки (вакансий, дислокаций), различия поверхностных слоев и т.п. Разрушения конструктивных элементов обусловлены стохастическими процессами развития во времени приведенных длин  $l_i^* = l_i^*(\tau)$  субмикро ( $i = 1$ ), микро ( $i = 2$ ), коротких ( $i = 3$ ) и макротрещин ( $i = 4$ ). Вследствие этого все соотношения, приведенные далее, относятся к соотношениям

ния безразмерных приведенных длин субмикро, микро, коротких и макротрецнин и чисел циклов  $n_1, n_2, n_3$ :

$$\begin{aligned}
 \hat{l}_1^* &= \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1,s}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1,s}, \omega)} \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{\lg n}{\lg N_p(\sigma_a, \omega)} \right), \\
 \hat{l}_2^* &= \left( \left( \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1,s}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1,s}, \omega)} - \hat{l}_1^p \right) \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}, \omega)} \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{\lg n - \lg n_1}{\lg N_p(\sigma_a, \omega) - \lg n_1} \right), \\
 \hat{l}_3^* &= \left\{ \left( \left( \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1,s}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1,s}, \omega)} - \hat{l}_1^p \right) \left( \frac{\sigma_{-1}^*}{\sigma_{-1}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}, \omega)} - \hat{l}_2^p \right\} \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}^*} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}^*, \omega)} \times \\
 &\quad \times \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{\lg n - \lg n_2}{\lg N_p(\sigma_a, \omega) - \lg n_2} \right), \\
 \hat{l}_4^* &= \left\{ \left[ \left( \left( \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1,s}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1,s}, \omega)} - \hat{l}_1^p \right) \left( \frac{\sigma_{-1}^*}{\sigma_{-1}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}, \omega)} - \hat{l}_2^p \right] \left( \frac{\sigma_{-1}^{**}}{\sigma_{-1}^*} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}^*, \omega)} - \hat{l}_3^p \right\} \times \quad (3) \\
 &\quad \times \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}^{**}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}^{**}, \omega)} \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{\lg n - \lg n_3}{\lg N_p(\sigma_a, \omega) - \lg n_3} \right); \\
 \lg n_1 &= \frac{2 \lg N_p(\sigma_a, \omega)}{\pi} \arcsin \left( \hat{l}_1^p \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1,s}} \right)^{-\lg N_p(\sigma_{-1,s}, \omega)} \right), \\
 \lg n_2 &= \lg n_1 + \frac{2(\lg N_p(\sigma_a, \omega) - \lg n_1)}{\pi} \arcsin \left( \hat{l}_2^p \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} \right)^{-\lg N_p(\sigma_{-1}, \omega)} \right), \\
 \lg n_3 &= \lg n_2 + \frac{2(\lg N_p(\sigma_a, \omega) - \lg n_2)}{\pi} \arcsin \left( \hat{l}_3^p \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}^*} \right)^{-\lg N_p(\sigma_{-1}^*, \omega)} \right).
 \end{aligned}$$

В процессе нагружения идет непрерывное образование субмикроскопических трещин (вследствие скопления дефектов и дислокаций) и накопления их высоких концентраций, что ведет к их слиянию с началом развития микротрецнин в момент времени  $t_1$ . Рост микротрецнин определяется дальнейшим ростом субмикротрецнин и при достижении определенной относительной плотности микротрецнин в момент времени  $t_2$  начинается процесс развития коротких трещин, рост которых обусловлен дальнейшим развитием микротрецнин. Начиная с  $\tau = t_3$ , развиваются макротрецнини, рост которых приводит к образованию одной или нескольких магистральных трещин. При этом введенные безразмерные приведенные длины родившихся субмикроскопических трещин  $\hat{l}_1^*$ , микроскопических  $\hat{l}_2^*$ , коротких  $\hat{l}_3^*$  и макротрецнин  $\hat{l}_4^*$  монотонно увеличиваются в процессе нагружения от его начала до рассматриваемого момента времени  $\tau = 2\pi n/\omega$ , не учитывая их уменьшение из-за использования части каждого вида трещин для образования ближайшей трещины другого вида.

Современными методами диагностики можно измерить фактические значения безразмерных приведенных длин макротрецнин  $\hat{l}_4^r$  в расчетном объеме  $V_c$  и построить кривую усталости металла на макротрецнинам  $n = N(\sigma_a, \hat{l}_4^r)$ .

Выразим из уравнения (3) кривую усталостной прочности металла по макротреци-  
нам  $N = N(\sigma_a, \hat{l}_4^r)$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \lg N(\sigma_a, \hat{l}_4^r) &= \lg n_3(\sigma_a) + [\lg N_p(\sigma_a, \omega) - \lg n_3(\sigma_a)] \frac{2}{\pi} \times \\ &\times \arcsin \left\{ \hat{l}_4^r / \left( \left[ \left[ \left( \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1,s}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1,s}, \omega)} - \hat{l}_1^p \right) \left( \frac{\sigma_{-1}^*}{\sigma_{-1}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}, \omega)} - \hat{l}_2^p \right] \left( \frac{\sigma_{-1}^{**}}{\sigma_{-1}^*} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}^*, \omega)} - \hat{l}_3^p \right] \times \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}^{**}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}^{**}, \omega)} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Соотношение (4) связывает кривую усталостной прочности по макротрецинам  $N = N(\sigma_a, \hat{l}_4^r)$  и кривую усталости металла по окончательному разрушению образца  $N_p = N_p(\sigma_a, \omega)$  в таком виде:

$$\frac{\lg N(\sigma_a, \hat{l}_4^r)}{\lg N_p(\sigma_a, \omega)} = \frac{2}{\pi} \{ [(a + b - ab)(1 - c) + c](1 - d) + d \}, \quad (5)$$

где под величинами  $a, b, c, d$  понимаются выражения через константы и функции ма-  
териала

$$\begin{aligned} a &= \arcsin \hat{l}_1^p \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1,s}} \right)^{-\lg N_p(\sigma_{-1,s}, \omega)}, \quad b = \arcsin \hat{l}_2^p \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} \right)^{-\lg N_p(\sigma_{-1}, \omega)}, \\ c &= \arcsin \hat{l}_3^p \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}^*} \right)^{-\lg N_p(\sigma_{-1}^*, \omega)}; \\ d &= \arcsin \left\{ \hat{l}_4^r / \left( \left[ \left[ \left( \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1,s}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1,s}, \omega)} - \hat{l}_1^p \right) \left( \frac{\sigma_{-1}^*}{\sigma_{-1}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}, \omega)} - \hat{l}_2^p \right] \left( \frac{\sigma_{-1}^{**}}{\sigma_{-1}^*} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}^*, \omega)} - \hat{l}_3^p \right] \times \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}^{**}} \right)^{\lg N_p(\sigma_{-1}^{**}, \omega)} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Далее рассмотрим более общий вид одномерного нагружения в виде конечного ря-  
да Фурье по времени  $\tau \in [0, t]$

$$\sigma = \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin(\omega_i \tau + \phi_i), \quad (6)$$

где  $\sigma_{a,i}$ ,  $i = 1, \dots, I$  – спектр амплитуд напряжений;  $\omega_i$ ,  $i = 1, \dots, I$  – спектр частот изме-  
нения напряжений;  $\phi_i$ ,  $i = 1, \dots, I$  – спектр фаз между амплитудами напряжений.

Согласно подходу [4] повреждение металла  $D$  определяется достижением максимума нормы линейного интегрального оператора  $J = J(\tau)$  по нагружению  $\sigma = \sigma(\tau)$  и опи-  
сывается соотношением  $D = \max \{J(\tau): [0 \leq \tau \leq t]\}$ , где  $J(\tau) = J(\sigma(\tau))_{\tau=0}^{\tau=t}$ . При этом для  
пластичных материалов при нагружении (6) повреждение записывается в виде [4]

$$D = \left[ \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin \left( \frac{\pi}{2} + \phi_i \right) \right]^2 / \left[ \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin \left( \frac{\pi}{2} + \phi_i \right) \sigma_{-1}(N_i, \omega_i) \right], \quad (7)$$

а для хрупких материалов

$$D = \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_i\right) / \sigma_{-1}(N_p, \omega_i). \quad (8)$$

В выражения (7) и (8) входят функции  $\sigma_{-1} = \sigma_{-1}(N_p, \omega_p)$  – кривые усталостной прочности металла при симметричном одномерном нагружении с частотой  $\omega_i$  и числом циклов до окончательного разрушения металла  $N_i$ ,  $2\pi N_i = \omega_i t$ .

Предположим, что выражения (2) справедливы для процессов (6), но при этом вместо отношений  $\sigma_a/\sigma_{-1,s}$ ,  $\sigma_a/\sigma_{-1}$ ,  $\sigma_a/\sigma_{-1}^*$ ,  $\sigma_a/\sigma_{-1}^{**}$  рассматриваются отношения  $\sigma_{a,eq}/\tilde{\sigma}_{-1,s}$ ,  $\sigma_{a,eq}/\tilde{\sigma}_{-1}$ ,  $\sigma_{a,eq}/\tilde{\sigma}_{-1}^*$ ,  $\sigma_{a,eq}/\tilde{\sigma}_{-1}^{**}$ .

Отсюда выражения (4) для приведенных длин трещин в хрупких материалах предлагаются записать так

$$\begin{aligned} l_1^* &= L_1 \left( \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_i\right) / \sigma_{-1,s}(N_p, \omega_i) \right)^{7\lg 5} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\lg n}{\lg N_p(\sigma_{a,eq}, \omega)}\right), \\ l_2^* &= L_2 \left( \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_i\right) / \sigma_{-1}(N_p, \omega_i) \right)^{6\lg 5} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\lg n - \lg n_1}{\lg N_p(\sigma_{a,eq}, \omega) - \lg n_1}\right), \\ l_3^* &= L_3 \left( \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_i\right) / \sigma_{-1}^*(N_p, \omega_i) \right)^{5\lg 5} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\lg n - \lg n_2}{\lg N_p(\sigma_{a,eq}, \omega) - \lg n_2}\right), \\ l_4^* &= L_4 \left( \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_i\right) / \sigma_{-1}^{**}(N_p, \omega_i) \right)^{4\lg 5} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\lg n - \lg n_3}{\lg N_p(\sigma_{a,eq}, \omega) - \lg n_3}\right). \end{aligned}$$

Аналогично имеем выражения для приведенных длин трещин в пластичных материалах

$$\begin{aligned} l_1^* &= L_1 \left( \left( \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_i\right) \right)^2 / \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_i\right) / \sigma_{-1,s}(N_p, \omega_i) \right)^{7\lg 5} \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\lg n}{\lg N_p(\sigma_{a,eq}, \omega)}\right), \\ l_2^* &= L_2 \left( \left( \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_i\right) \right)^2 / \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_i\right) / \sigma_{-1}(N_p, \omega_i) \right)^{6\lg 5} \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\lg n - \lg n_1}{\lg N_p(\sigma_{a,eq}, \omega) - \lg n_1}\right), \\ l_3^* &= L_3 \left( \left( \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_i\right) \right)^2 / \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_i\right) / \sigma_{-1}^*(N_p, \omega_i) \right)^{5\lg 5} \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\lg n - \lg n_2}{\lg N_p(\sigma_{a,eq}, \omega) - \lg n_2}\right), \end{aligned}$$

$$I_4^* = L_4 \left( \left( \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_i\right) \right)^2 / \sum_{i=1}^I \sigma_{a,i} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_i\right) / \sigma_{-1}^{**}(N_p, \omega_i) \right)^{4 \lg 5} \times \\ \times \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\lg n - \lg n_3}{\lg N_p(\sigma_{a,eq}, \omega) - \lg n_3}\right).$$

Построения (4), (5), справедливые для одночастотных нагрузений, справедливы и для полигармонических нагрузений.

Безопасная эксплуатация машин и сооружений включает прогноз сроков безаварийной службы их узлов и деталей. Представленная теория микроразрушения металлов позволяет устанавливать предельные временные диапазоны накопления субмикроскопических, микроскопических, коротких и макроскопических трещин в составляющих частях машин и сооружений под действием механического эксплуатационного нагружения.

При проектировании паровых и газовых турбин необходимость прогнозирования сроков предельных разрушений лопаток при ползучести в условиях высоких температур вызвана требованием повышения мощности турбин и надежности их работы, что обуславливает оценку сроков и объема замены лопаток. Теория микроразрушения металлов впервые позволяет выполнить такой прогноз на уровне микромеханики разрушения лопаток. При проектировании магистральных трубопроводов необходимо оценивать сроки безопасной эксплуатации конструкций с дефектами механического технологического и эксплуатационного происхождения. Теория микроразрушения металлов впервые позволяет провести оценку сроков безопасной эксплуатации трубопровода по четырем видам микро разрушений с целью определения сроков капитального ремонта его участков.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zavoitchinskaya E. About an approach to an estimation of time of short crack origin at quasiperiodic complex loading. Physical aspects of fracture, Cargese (Corsica). NATO Science Congress, 5–17 June, 2000. France, NATO Advanced Study Institute.
2. Завойчинская Э.Б. Об одном подходе к описанию микроразрушения твердых тел // Упругость и неупругость. М.: Ленанд, 2006. С. 321–331.
3. Завойчинский Б.И. Долговечность магистральных и технологических трубопроводов. Теория, методы расчета, проектирование. М.: Недра, 1992. 271 с.
4. Завойчинская Э.Б., Кийко И.А. Введение в теорию процессов разрушения твердых тел. М.: Изд-во МГУ, 2004. 168 с.
5. Рекомендации по оценке безопасности и долговечности газопроводов при проектировании. М.: ООО ИРЦ Газпром, 2002. 160 с.
6. Zavoichinskaya E.B., Zavoichinskii B.I. Estimation of structure durability using the state diagnostic and safety requirements // Engineering & Automation problems. 2006. V. 5. P. 1. P. 70–77.

Москва

Поступила в редакцию 18.VI.2008