ВСЕРОССИЙСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ ИМЕНИ Н.Л. ДУХОВА

На правах рукописи

Чубчев Евгений Дмитриевич

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В ПЛАЗМОННЫХ ЛИНИЯХ ПЕРЕДАЧ

Специальность: 01.04.03 — радиофизика

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор **Виноградов Алексей Петрович**

Москва – 2021

Оглавление

Введение 4

Глава 1 . Актуальность работы 10

1.1. Электрические линии передач 10

1.2. Диэлектрические волноводы 11

1.3. Плазмонные волноводы 17

1.3.1. Поверхностные плазмон-поляритоны 17

1.3.2. Канальные плазмонные волноводы 21

1.3.3. Нагруженный диэлектриком плазмонный волновод 22

1.3.4. Щелевой волновод 24

1.3.5. Гибридный плазмонный волновод 27

1.4. Альтернативные материалы плазмоники 29

1.5. Поверхностные фонон-поляритоны 31

1.6. Компенсация потерь с помощью активных сред 34

1.7. Заключение 40

Глава 2. Распространение поверхностных плазмонов в периодических системах 43

2.1. Влияние конечного размера сфероидов, образующих цепочку, на свойства распространяющихся по ней поверхностных плазмонов 43

2.1.1. Введение 43

2.1.2. Приближение точечных диполей 44

2.1.4. Учёт конечного размера наночастиц 48

2.1.5. Выводы 58

2.2. Распространение поверхностных плазмонов по периодически наноструктурированным поверхностям 58

2.2.1. Введение 58

2.2.2. Метод преобразования координат 59

2.2.3. Затухание поверхностоного плазмон-поляритона при распространении по поверхности с синусоидальным профилем 64

2.2.4. Выводы 65

2.3. Сильно локализованные поверхностные плазмон-поляритоны на наноструктурированной поверхности 66

2.3.1. Введение 66

2.3.2. Наностуктурированная поверхность 70

2.3.3. Анализ дисперсионных кривых ПП 72

2.3.4. Причина возникновения сильно локализованного ПП 77

2.3.5. Выводы 80

Глава 3. Описание динамики четырёхуровневой активной среды в рамках приближения двухуровневой системы 82

3.1. Введение 82

3.2. Уравнения для спазера с четырёхуровневой усиливающей средой 83

3.3. Сведение четырёхуровневой системы к двухуровневой 88

3.4. Сравнение динамики двухуровневого и четырёхуровневого спазера 92

3.5. Заключение 94

Глава 4. Квантовая плазмоника 96

4.1. Усиление поверхностного плазмон-поляритона в системе «металл — усиливающая среда — вакуум» 96

4.2. Субволновая локализация моды диэлектрического волновода с металлическим покрытием 102

4.2.1. Введение 102

4.2.2. Субволновая локализация 105

4.2.3. Компенсация потерь 111

4.2.4. Выводы 113

Заключение 115

Благодарности 117

Список публикаций автора по теме диссертации 118

Список литературы 120

Введение

Актуальность темы исследования

Для развития информационных технологий необходимы вычислительные устройства, имеющие высокую производительность. Высокая производимость достигается путём увеличения либо числа ядер в процессоре, либо тактовой частоты вычислительного устройства. В обоих случаях для функционирования вычислительных устройств необходимо наличие линий передачи информации, имеющих высокую пропускную способность, т.е. позволяющих передавать большое число битов информации в единицу времени. Современные электронные линии передач работают на пределе пропускной способности, которая определяется проводимостью и скин-эффектом [1].

Решением этой проблемы может быть использование оптических волноводов вместо электрических линий передач. Самый распространённый подход к созданию оптических линий передач основан на эффекте полного внутреннего отражения. Этот эффект применяется в диэлектрических волноводах, в частности, в оптических волокнах [2-4]. Поперечный размер таких линий составляет не менее половины длины волны, т.е. порядка микрона. Эта величина многократно превышает характерные размеры электронных элементов (десятки нанометров) [4, 5], что препятствует совмещению электронных и оптических компонентов в одной схеме.

Существенное уменьшение размера моды может быть достигнуто, если дисперсионная кривая выходит далеко за пределы светового конуса, т.е. $k >> k_0$ (k – волновое число моды, $k_0 = \omega / c$). Это условие может быть выполнено при использовании материалов с большой диэлектрической проницаемостью, таких как кремний и германий [4]. Но прозрачных материалов с диэлектрической проницаемостью больше 12 в видимом и ближнем ИК диапазонах не существует [6], а таких значений недостаточно для получения желаемого эффекта [4, 7-10].

Большие значения константы распространения k могут быть получены в плазмонных волноводах [11-23], в составе которых присутствуют металлические элементы. Особенностью плазмонных волноводов является возможность уменьшения поперечного размера их мод до значений, значительно меньших длины волны света в вакууме. Однако из-за сильного поглощения в металле чисто плазмонные волноводы не позволяют получить одновременно большую длину пробега и малую площадь поперечного сечения.

Возможным путём создания линии передач с требуемыми характеристиками является использование гибридных плазмонно-диэлектрических волноводов, что позволяет повысить длину пробега при субволновой площади моды. Этот подход реализован в работе

[24], где получена мода, локализованная на масштабе $\sim \lambda_0 / 30$ в зазоре между цилиндром из GaAs и серебряной подложкой. При этом, однако, элементы волновода (цилиндр из GaAs) имеют размер около 400 нм, что сравнимо с размером кремниевого волновода [25]. Таким образом, создание субволновых линий передач с низкими потерями является актуальной задачей.

Одним из способов увеличения длины пробега плазмонных мод является использование в составе волновода усиливающих сред, таких как квантовые ямы, квантовые точки, молекулы красителей [26-28]. Усиление может обеспечиваться как электрической, так и оптической накачкой. Вынужденное излучение частиц усиливающей среды в плазмонную моду в принципе может компенсировать потери. Плазмонные волноводы с усилением в настоящий момент разрабатываются ведущими мировыми лабораториями [29-33].

Цель диссертационной работы

Целью данной диссертационной работы является теоретическое исследование плазмонных линий передач и возможности компенсации потерь в этих линиях с помощью усиливающих сред.

Задачи, решённые для достижения цели

1. Исследовать распространение поверхностных плазмонов в цепочках сфероидальных наночастиц с учетом мультипольного взаимодействия. Исследовать применимость приближения точечных диполей в этой задаче.
2. Исследовать поверхностные плазмоны, распространяющиеся вдоль гофрированной поверхности алюминия и существующие в УФ-области.
3. Изучить динамику четырёхуровневой системы, взаимодействующей с модой плазмонной наночастицы. Исследовать существование осцилляций Раби в спазере на основе многоуровневого атома.
4. Исследовать оптимальное расположение усиливающей среды в плазмонном волноводе и её геометрические параметры.
5. Исследовать распространение поверхностных плазмонов в гибридных метало-диэлектрических наноструктурах.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования являются поверхностные плазмоны. Предметом исследования является распространение поверхностных плазмонов в плазмонных линиях передач различной топологии и методы компенсации потерь при распространении поверхностных плазмонов.

Методология исследования

Для решения задач уравнения Максвелла решались численно и аналитически. Для моделирования динамики усиливающей среды использовались уравнения Максвелла-Блоха. При численном моделировании плазмонных волноводов применялись расчеты в программной среде COMSOL Multiphysics.

Научная новизна работы

В работе впервые получены следующие результаты:

1. Показано, что длина пробега поверхностных плазмонов в цепочке сфероидальных наночастиц значительно уменьшается при учёте конечного размера сфероидов, соответственно, повсеместно используемое описание плазмонных частиц как точечных диполей содержит серьезную неточность.
2. Впервые показано, что плазмоны на гофрированной поверхности алюминия имеют большую длину пробега (порядка нескольких десятков своих длин волн) и субволновую локализацию в поперечном направлении.
3. Получена система уравнений, описывающая динамику спазера на основе многоуровневого атома в случае сильной связи среда-поле.
4. Предсказано существование оптимальных параметров усиливающего слоя для компенсации потерь поверхностного плазмона, распространяющегося по поверхности между металлом и диэлектриком.
5. Найдены параметры диэлектрического волновода с металлическим покрытием, при которых плазмонная мода имеет субволновую локализацию, и потери могут быть компенсированы усиливающей средой благодаря малой толщине пленки металла.

Практическая значимость

Исследования распространения поверхностных плазмонов по поверхностям с периодическим рельефом представляют интерес для создания плазмонных линий передач малых поперечных размеров.

Результаты исследования применимости приближения двухуровневой среды к описанию четырёхуровневой среды могут быть использованы для уменьшения вычислительной нагрузки при моделировании динамики активных сред.

Расчёт оптимальных параметров усиливающего слоя для компенсации потерь представляет интерес для практической реализации плазмонных линий передач.

Положения, выносимые на защиту

1. Учет конечного размера наночастиц, составляющих периодическую цепочку, приводит к значительному уменьшению длины пробега плазмонов, распространяющихся по ней.
2. На поверхности с периодическим рельефом во второй зоне Бриллюэна существует поверхностный плазмон, имеющий субволновое поперечное сечение, длина пробега которого составляет несколько десятков его длин волн.
3. Описание четырёхуровневой усиливающей среды через эффективную двухуровневую среду в случаях слабой и сильной связи с лазерной модой нуждается в применении различных подходов.
4. Найдена оптимальная толщина слоя усиливающей среды, находящегося на поверхности металла, при которой усиление поверхностного плазмона максимально.
5. По диэлектрическому волноводу субволновых размеров с металлическим покрытием может распространяться плазмонная мода, поперечный размер которой значительно меньше длины волны из-за компенсации дипольных моментов ядра волновода и металлического покрытия.

Достоверность

Представленные в работе результаты являются достоверными, что подтверждается физической обоснованностью используемых теоретических моделей и методов решения поставленных задач.

Апробация диссертации

Основные результаты работы докладывались на International conference Days on Diffraction 2016 (Saint-Petersburg, Russia, 2016, 2018); ежегодной научной конференции ИТПЭ РАН (2017, 2018); Nanophotonics and Micro/Nano Optics International Conference 2019, SPIE Optics+Photonics 2017 (San Diego), на научно-технической конференции ВНИИА (2017, 2018, 2019), а также на Московском электродинамическом семинаре в институте радиотехники и электроники РАН в 2017 и 2019 гг.

Личный вклад автора

Все представленные в работе оригинальные результаты получены лично автором, либо при его определяющем участии. Автор выполнил аналитические и численные расчёты, принимал непосредственное участие в постановке задачи и обсуждении полученных результатов, подготовил статьи к публикации.

Публикации

Основные результаты диссертации изложены в 15 печатных работах, в том числе в 5 статьях в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова, 1 главе в редактируемой книге и 9 публикациях в сборниках трудов и тезисов конференций. Список работ автора приведён в конце диссертации перед списком литературы.

Объём, структура и краткое содержание диссертации

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и библиографии. Общий объем работы составляет 138 страниц, включающие 57 рисунков и 1 таблицу. Библиография включает 263 наименования на 19 страницах.

Во введении обоснована актуальность работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе представлен обзор современного состояния исследований, относящихся к теме диссертации. Обзор затрагивает вопросы распространения оптических сигналов по различным линиям передач и рассматриваются различные способы уменьшения потерь на поглощение.

Вторая глава посвящена исследованию распространения поверхностных плазмонов по периодическим системам, среди которых цепочки наночастиц и наноструктурированные металлические поверхности, и состоит из трёх параграфов. В §2.1 исследуется распространения поверхностных плазмонов по цепочкам сфероидальных наночастиц за пределами дипольного приближения. Показано, что приближение точечных диполей дает сильно завышенную оценку длины пробега. В §2.2 рассматривается влияние шероховатости на длину пробега поверхностных плазмонов. В данном параграфе показано, что наличие шероховатости приводит к уменьшению длины пробега из-за усиления поглощения, связанного с тем, что на шероховатости происходит усиление поля из-за «эффекта светящегося острия». В §2.3 данной главы показано, что по наноструктурированной поверхности может распространяться поверхностный плазмон с субволновым поперечным

размером и длиной пробега, равной нескольким десяткам его длин волн. Особенностью этого поверхностного плазмона является то, что его волновое число соответствует второй зоне Бриллюэна.

Третья глава посвящена описанию динамики спазера на основе многоуровнего атома в рамках приближения эффективной двухуровневой системы. В данной главе показано, что проблемы с описанием ЧУС возникают из-за использования неконтролируемых приближений, таких как феноменологическое описание релаксационных процессов. Описание спазера с четырехуровневой активной средой можно корректно свести к описанию спазера с эффективным ДУС с помощью уравнений Линдблада [34]. Это позволяет избежать нефизических результатов, таких как отрицательные населённости [35, 36]. Показано, что в спазере с четырехуровневой активной средой могут возникать осцилляции Раби при определённых условиях.

Четвёртая глава посвящена исследованию распространения поверхностных плазмонов в системах с усиливающими средами и состоит из двух параграфов. В §4.1 проводится расчёт оптимальных параметров волновода с усиливающей средой. Показано, что мнимая часть константы распространения плазмона, определяющая в зависимости от знака затухание или усиление плазмона, немонотонным образом зависит от толщины усиливающего слоя. Найдена толщина усиливающего слоя, обеспечивающая максимальное усиление при фиксированной накачке. §4.2 посвящен исследованию распространения поверхностных плазмонов вдоль цилиндрического волновода с металлическим покрытием и особенностям локализации моды и компенсации потерь в таком волноводе. Показано, что малый размер моды диэлектрического волновода с металлическим покрытием связан с существованием области значений радиуса, при котором выполняется условие Хашина-Штрихмана [37, 38] для компенсации поперечных дипольных моментов оболочки и ядра.

В Заключении сформулированы основные результаты и выводы работы.

Глава 1 . Актуальность работы

1.1. Электрические линии передач

Высокие темпы развития информационных технологий в значительной степени достигаются миниатюризацией интегральных схем. С развитием нанотехнологий размер и связанное с ним время переключения транзисторов уменьшались, что позволило постепенно достичь более плотной интеграции устройств в интегральной схеме, которые имеют более высокую скорость, большую производительность и меньшую стоимость. Несмотря на возможность миниатюризировать компоненты интегральной схемы, неспособность одновременно уменьшить размер линий передач между этими компонентами стала серьезной проблемой в последние несколько лет. Хотя для цифровой обработки информации требуются быстрые транзисторы для вычислений и хранения информации, эффективное соединение для передачи информации между различными частями интегральной схемы не менее важно. Фактически способность электрических линий передач теперь является главным ограничивающим фактором для роста производительности. В современных интегральных схемах сигналы передаются по двухпроводным линиям передач, характерный вид которых показан на рис. 1. Основной проблемой для электрических линий передач является наличие диссипации, которая приводит к ограничению ширины полосы пропускания. Действительно, линия передач конечной длины ведёт себя как низкочастотный фильтр (рис. 2) с сопротивлением R и ёмкостью C. Низкочастотный фильтр не пропускает сигналы, частота которых больше $1/RC$. Следовательно, сигналы с характерным временем изменения меньше RC не могут передаваться линией передач или могут передаваться с искажениями.

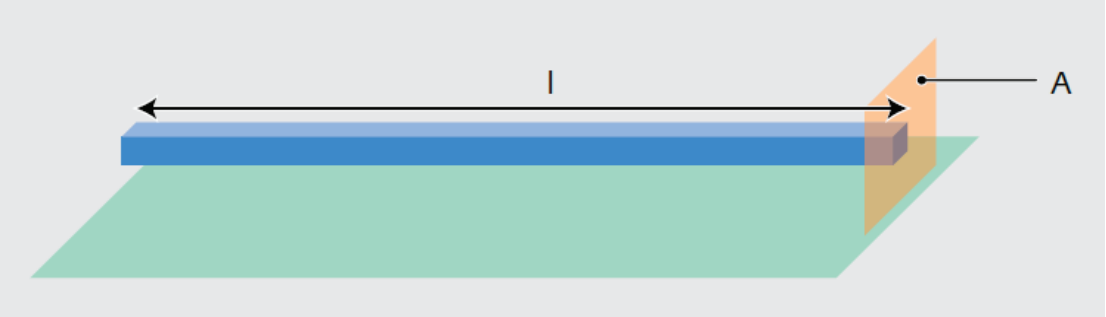

Рис. 1. Схема двухпроводной линии передач

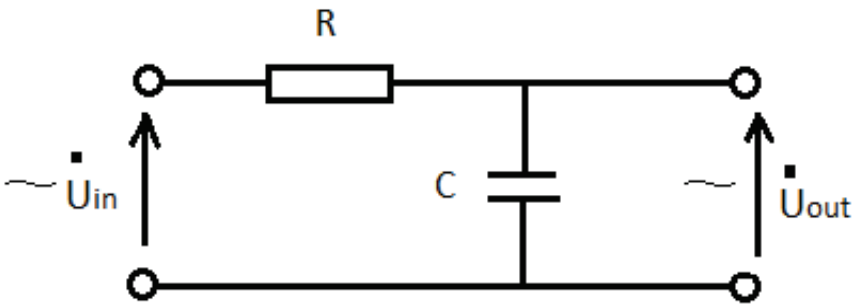

Рис. 2. Низкочастотный *RC*-фильтр

Сопротивление линии зависит от длины линии *l*, поперечных размеров линии *w*,*h* и площади поперечного сечения $A = wh$ по формуле $R = \rho l / A$, а ёмкость $C = \varepsilon_0 \varepsilon w l / h$. В результате значения *RC* зависят от длины линии *l* и площади поперечного сечения линии *A* как $RC \sim l^2 / A$ и, следовательно, не могут изменяться с помощью масштабирования линии [1]. Кроме того, при миниатюризации линии значительную роль начинают играть эффекты рассеяния электронов на линии передач, что приводит к значительному росту сопротивления линии. Следовательно, при миниатюризации *RC* не уменьшается [1]. Характерные значения *RC* при длине линии в 1 мм составляют около 10 нс [39]. Так как максимальная тактовая частота современных процессоров составляет несколько ГГц, то электрические линии передач работают на пределе своих возможностей.

Более того, значительную часть потребляемой мощности в межсоединениях на кристалле составляет тепловыделение. Тепловыделение в линии передач пропорциональны её емкости. Поскольку емкость определяется соотношением сторон межсоединения w / h, то рассеиваемая мощность может оставаться неизменной при меньших размерах линии. Однако для высокой производительности требуется высокая плотность транзисторов на кристалле, что означает, что плотность межсоединений тоже должна быть увеличена. Это приводит к росту тепловыделение энергии на единицу площади при увеличении плотности межсоединений.

1.2. Диэлектрические волноводы

Перспективным путём развития информационных технологий может выступить использование оптических линий передач. Оптические линии передач уже вытеснили электрическую связь во многих приложениях. Впервые использование оптического волокна для передачи сигналов было продемонстрировано в 1966 г. [40]. Через четыре года в компании Corning были созданы волокна с меньшими потерями [41]. В это же время были разработаны первые компактные полупроводниковые лазеры, что привело к увеличению

темпов развития систем оптоволоконной связи. В 1980-х годах впервые была запущена коммерческая система оптоволоконной связи [42]. После этого несколько последующих поколений систем оптической связи постепенно вытеснили электрические линии передач для связи между городами и континентами, а также между серверами.

Успех систем волоконно-оптической связи связан с их способностью передавать большой объем данных на большие расстояния. Способность оптических волокн передавать большие объёмы данных основана на широкой полосе пропускания — вплоть до видимого диапазона. Благодаря частотному мультиплексированию, оптические волокна могут передавать большое число сигналов с несущими частотами, равными по порядку величины 100 ТГц. Передача на большие расстояния достигается за счет низкого поглощения в диэлектриках. Кроме того, оптические линии передач могут передавать короткие фемтосекундные импульсы. Это представляется важным в связи с тем, что в ряде экспериментов были продемонстрированы оптические переключатели [43] и оптические транзисторы [44, 45] со временем переключения вплоть до субпикосекундного.

Благодаря этим особенностям оптических линий передач возник интерес к перспективам их использования в интегральных схемах. Впервые использование оптических линий передач в интегральных схемах было предложено в 1984 г. [46], а первые прототипы микросхем, в которых передача информации осуществлялась с помощью оптических сигналов, были экспериментально продемонстрированы в 2006 г. [47].

В настоящее время в экспериментах с передачей оптических сигналов по интегральным схемам используются кремниевые волноводы (рис. 3). Успех технологии кремниевых волноводов связан с тем, что, во-первых, кремний является широко используемым материалом в оптоэлектронике. Во-вторых, кремниевые волноводы передают сигналы на частотах телекоммуникационного диапазона, т. е. около длины волны $\lambda = 1550$ нм. В-третьих, потери при передаче сигналов из-за поглощения отсутствуют, так как на частотах телекоммуникационного диапазона у кремния нет межзонных переходов. В-четвёртых, кремниевые волноводы имеют достаточно малый размер благодаря большому значению показателя преломления ($n_{\mathrm{Si}} = 3,45$). Из-за большого значения показателя преломления кремниевые волноводы могут иметь поперечные размеры от 400 до 500 нм.

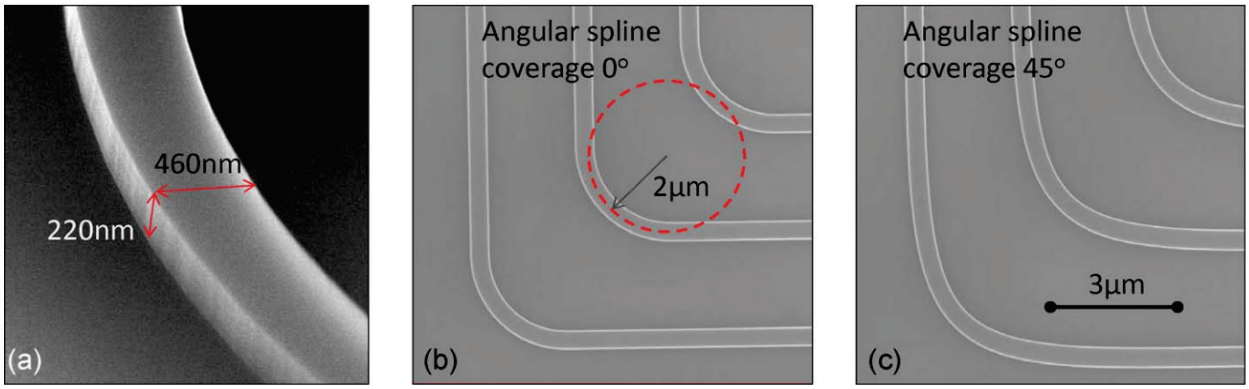

Рис. 3. Кремниевые волноводы

Такие размеры также связаны с тем, что требуется поддержание одномодового режима волновода и минимизация потерь на рассеяние моды на шероховатостях на боковых сторонах волновода [48]. Миниатюризация таких волноводов затруднительна, так как при меньших размерах кремниевых волноводов происходит увеличение размера моды и увеличение потерь на излучение в подложку, на которой расположен волновод.

Существует несколько иных топологий диэлектрических волноводов (рис. 4). Среди них волноводы на основе фотонных кристаллов (рис. 4б), в которых локализация моды достигается благодаря брэгговскому отражению [49]. Особенность фотонно-кристаллических волноводов заключается в том, что моды фотонно-кристаллических волноводов не имеют потерь при резком повороте волновода [50]. Однако размеры одного периода фотонного кристалла должны быть сравнимы с длиной волны в вакууме, что делает их достаточно громоздкими.

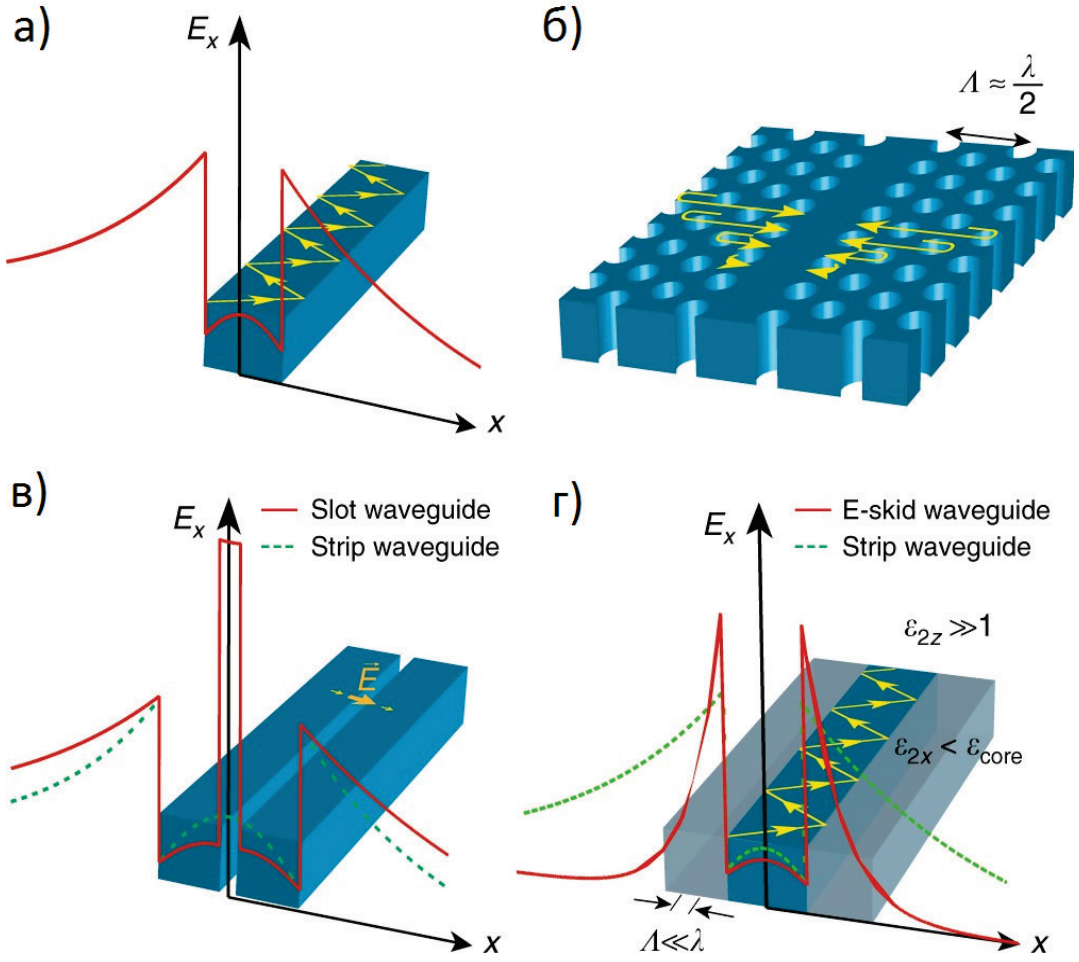

Рис. 4. Существующие топологии диэлектрических волноводов: а) диэлектрический волновод без оболочки; б) диэлектрический волновод с оболочкой из фотонного кристалла; в) щелевой волновод; г) волновод с оболочкой из диэлектрического метаматериала [51]

Другим примером диэлектрического волновода является щелевой волновод (slot waveguide) [10] (рис. 4в), который состоит из двух кремниевых нанонитей. В зазоре между нитями достигается большая интенсивность из-за сохранения нормальной компоненты вектора электромагнитной индукции на поверхности раздела между кремнием и вакуумом или кварцем, расположенном в зазоре. Так как диэлектрическая проницаемость нанонити по порядку величины равна 10, а диэлектрическая проницаемость в зазоре равна 1, то нормальная компонента поля в зазоре превосходит поле в волноводе примерно в 10 раз. Если поперечные размеры щелевого волновода меньше, чем половина длины волны в кремнии, размер моды щелевого волновода принимает большие значения из-за большого размера эванесцентных волн, проникающих за пределы волновода. Минимальный размер моды достигается при поперечных размерах волновода порядка 400 нм, что незначительно отличается от минимального размера обычного кремниевого волновода. Благодаря возможности локализации большой интенсивности в зазоре щелевого волновода, этот

волновод использовался для создания сенсоров [52-54], усиления рамановского излучения [55, 56] и модуляторов [57-60].

В работах [51, 61] уменьшение размера моды кремниевого волновода достигалось с помощью оболочки из диэлектрического метаматериала с сильной анизотропией (рис. 4г). В [51] анизотропная оболочка состояла из нескольких слоёв кремния, пространство между которыми заполнено вакуумом (рис. 5).

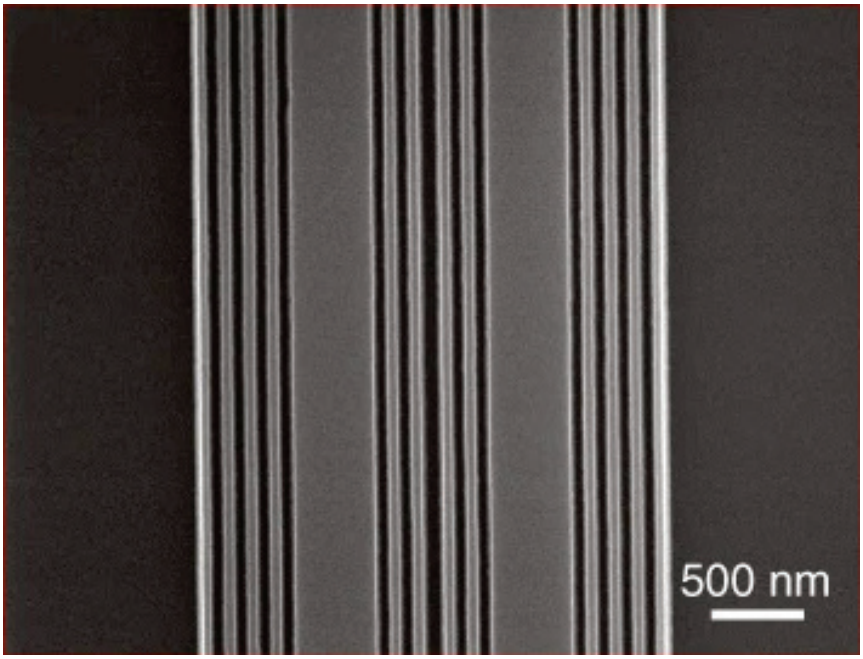

Рис. 5. Изображение двух волноводов с анизотропной оболочкой [51]

Уменьшение размера моды достигалось за счёт меньшей глубины проникновения поля моды кремниевого волновода в анизотропную оболочку по сравнению с глубиной проникновения моды волновода в изотропную среду. Действительно, так как электрическое поле фундаментальной моды кремниевого волновода направлено перпендикулярно боковым поверхностям волновода, то в оболочке возбуждается необыкновенная волна. Поперечная компонента волнового вектора k_{2x} для необыкновенной волны внутри оболочки определяется по формуле:

$$k_{2x} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{2z}}{\varepsilon_{2x}}\left(\varepsilon_{2x}k_0^2 - k_z^2\right)}, \qquad (1.1)$$

где ε_{2x}, ε_{2z} — компоненты тензора диэлектрической проницаемости, k_z — константа распространения моды волновода. При $k_z > \sqrt{\varepsilon_2}k_0$ k_{2x} принимает чисто мнимое значение, и поле в оболочке является эванесцентной волной. Глубина проникновения поля моды в оболочку равна:

$$\delta = 1/\left(2\,\mathrm{Im}\,k_{2x}\right) = 1/\left(2\sqrt{\varepsilon_{2z}/\varepsilon_{2x}\left(k_z^2 - \varepsilon_{2x}k_0^2\right)}\right). \quad (1.2)$$

Из-за анизотропии глубина проникновения поля за пределы волновода в $\sqrt{\varepsilon_{2z}/\varepsilon_{2x}}$ раз меньше, чем глубина затухания δ_0 в изотропном диэлектрике с диэлектрической проницаемостью ε_{2x}:

$$\delta_0 = 1/\left(2\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{2x}k_0^2}\right). \quad (1.3)$$

В статье [51] исследовалось взаимодействие двух кремниевых волноводов, по обеим сторонам которых располагались несколько полосок из кремния толщиной 60 нм с периодом 120 нм (рис. 5). Ряд из тонких полосок из кремния образует среду с анизотропной эффективной диэлектрической проницаемостью. Компоненты тензора эффективной диэлектрической проницаемости ε_{2x}, ε_{2y}, ε_{2z} определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{2x} &= \left(p/\varepsilon_{\mathrm{Si}} + (1-p)/\varepsilon_{\mathrm{vac}}\right)^{-1}, \\ \varepsilon_{2y} &= \varepsilon_{2z} = p\varepsilon_{\mathrm{Si}} + (1-p)\varepsilon_{\mathrm{vac}}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

где $\varepsilon_{\mathrm{Si}} = 12$ — диэлектрическая проницаемость кремния, $\varepsilon_{\mathrm{vac}} = 1$ — диэлектрическая проницаемость вакуума, p — отношение толщины кремниевой полоски к периоду повторения. При $p = 0{,}5$, $\varepsilon_{2x} = 1{,}85$ и $\varepsilon_{2z} = 6{,}5$ и, следовательно, $\delta \approx 0{,}5\delta_0$. Уменьшение размера моды было экспериментально показано в [51]. Использование анизотропной оболочки позволило в 30 раз увеличить длину взаимодействия с соседними волноводами, при которой энергия полностью перетекает из одного волновода в соседний волновод (рис. 6). Кроме того, удалось понизить потери моды в три раза при поворотах волновода за счет меньшего проникновения поля за пределы оболочки.

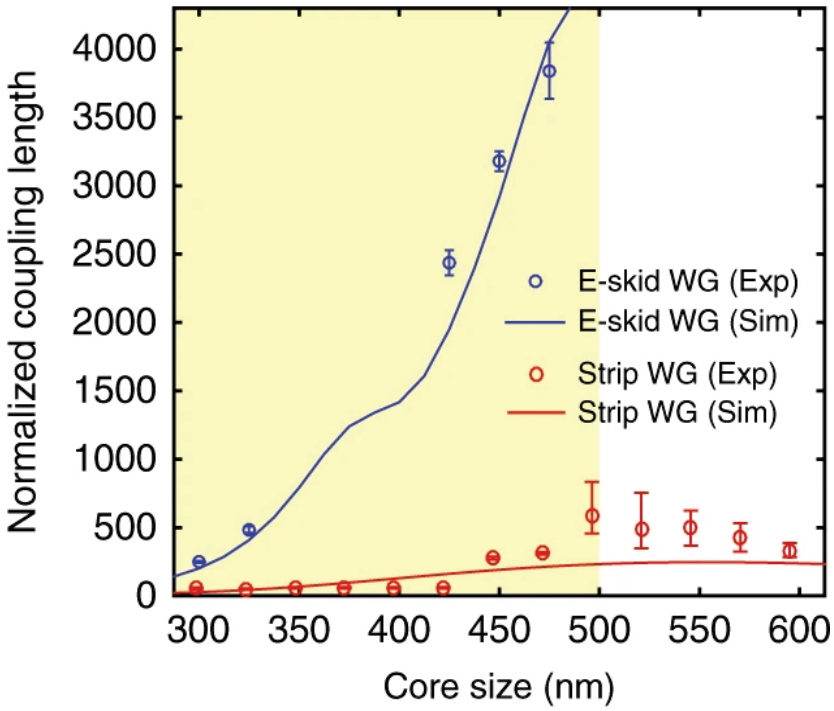

Рис. 6. Длина взаимодействия, нормированная на длину волны, при различных размерах ядра волновода. Синяя кривая соответствует волноводу с анизотропной оболочкой, красная – волноводу без анизотропной оболочки

Несмотря на все вышеперечисленные преимущества диэлектрических волноводов, поперечные размеры кремниевых волноводов не могут иметь размер меньше 500 нм из-за дифракционного предела. По этой причине интеграция кремниевых волноводов с электронными компонентами, размер которых составляет около 100 нм, является затруднительной. Возможным путём решения этой проблемы является применение поверхностных плазмонов.

1.3. Плазмонные волноводы

1.3.1. Поверхностные плазмон-поляритоны

Поверхностные плазмон-поляритоны (ППП) представляют собой поверхностные электромагнитные волны, которые распространяются вдоль границ раздела металла и диэлектрика [62-64]. Характеристики ППП определяются топологией металлической поверхности. ППП известны своей способностью концентрировать электромагнитные поля на масштабе значительно ниже дифракционного предела. Действительно, на плоской поверхности между металлом с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1(\omega)$ и диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_2(\omega)$ закон дисперсии ППП задаётся формулой [62]:

$$k_x = \sqrt{\frac{\varepsilon_1(\omega)\varepsilon_2(\omega)}{\varepsilon_1(\omega)+\varepsilon_2(\omega)}}k_0, \tag{1.5}$$

где k_x — продольное волновое число ППП, $k_0 = \omega / c$ — волновое число света в вакууме. Соответствующая дисперсионная кривая изображена на рис. 7. Масштаб δ, на котором локализована энергия ППП в диэлектрике, определяется значением поперечного волнового числа k_z, которое связано с продольным волновым числом по формуле:

$$\delta = \frac{1}{2\,\mathrm{Im}\,k_z} = \frac{1}{2\sqrt{k_x^2 - k_0^2}}. \tag{1.6}$$

Из этой формулы следует, что масштаб локализации достигается при больших значениях продольной константы распространения. При отсутствии потерь $\varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2(\omega)$ являются действительными числами разных знаков, и если $\varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2(\omega)$ близки по абсолютной величине, то волновое число k_x неограниченно возрастает, что приводит к субволновой локализации.

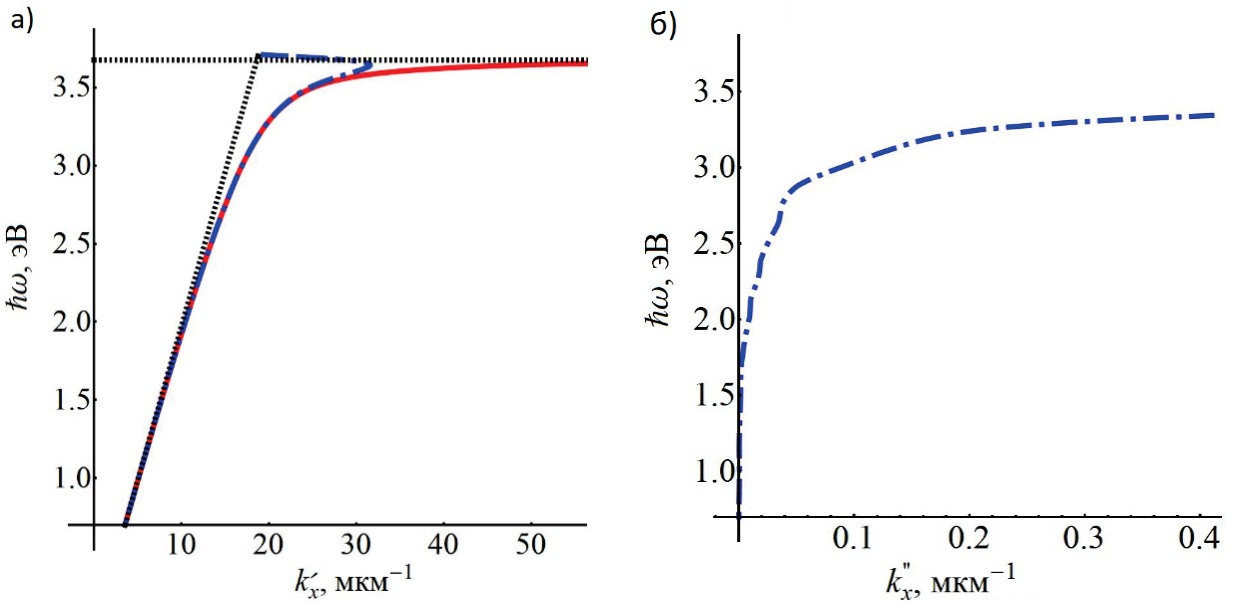

Рис. 7. а) Дисперсионная кривая ППП на плоской поверхности без потерь (красная сплошная кривая) и с потерями (синяя штрихпунктирная кривая). б) Зависимость длины пробега от частоты. На рисунке пунктирная наклонная линия соответствует световому конусу вакуума, а горизонтальная соответствует частоте, при которой $\varepsilon_1'(\omega) = \varepsilon_2'(\omega)$

Однако из-за поглощения в металле максимальное значение волнового числа равно $1,31k_0$ для значений диэлектрической проницаемости серебра из [65] и $1,1k_0$ в случае золота из [65]. Соответствующие масштабы локализации равны $0,2\lambda_0$ и $0,36\lambda_0$ для серебра и

золота соответственно. Длина пробега ППП при таких масштабах локализации приближённо равна $0,2\lambda_0$ и $0,36\lambda_0$ для серебра и золота, то есть незначительно отличается от масштаба локализации. Кроме того, длина пробега ППП при максимальном значении продольной константы распространения составляет меньше 1 мкм. При продольном волновом числе, близком к волновому числу в вакууме, длина пробега возрастает до нескольких десятков микрон. Однако масштаб локализации ППП увеличивается и превосходит дифракционный предел.

ППП, распространяющиеся по плёнкам толщиной порядка скин-слоя, значительно отличаются от ППП, распространяющихся вдоль поверхности раздела между металлом и диэлектриком [66]. На тонких плёнках существуют плазмонные моды с различным распределением поля. Если с обеих сторон плёнка граничит с одинаковыми диэлектриками, то вдоль плёнки могут распространяться две моды, у которых распределение магнитного поля является симметричным и антисимметричным (рис. 8).

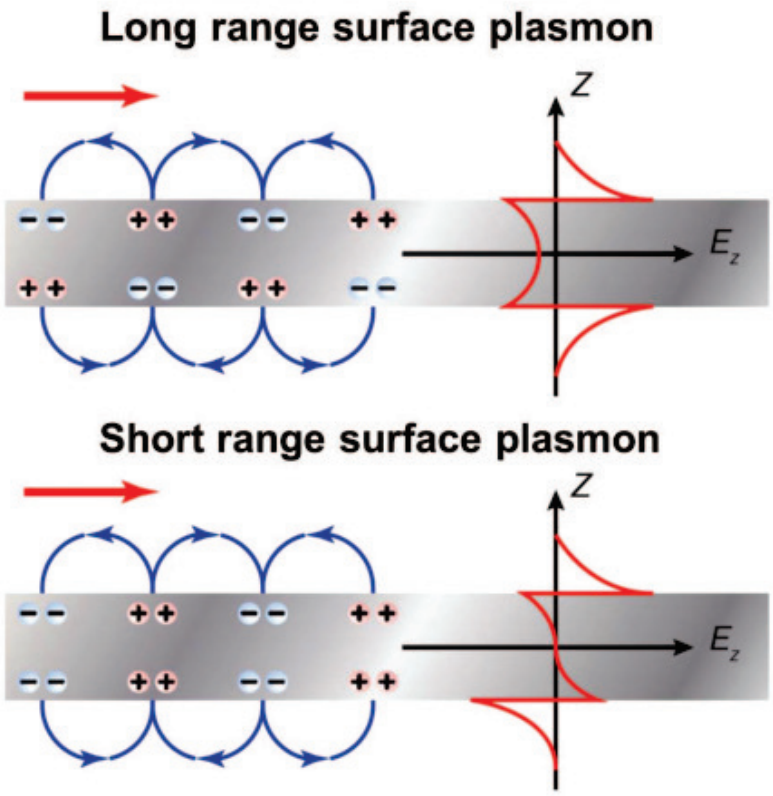

Рис. 8. Распределение магнитного поля в симметричной (long range surface plasmon) и антисимметричной (short range surface plasmon) модах ППП на тонкой плёнке [67]

Симметричная мода ППП может распространяться на большие расстояния, вплоть до нескольких миллиметров [68]. Из-за большой длины пробега ППП на тонких плёнках

называются длиннопробежными плазмонами (long-range surface plasmons). Эти ППП имеют симметричное распределение магнитного поля (рис. 8). Однако масштаб локализации этих ППП составляет около 100 мкм, что значительно больше дифракционного предела, из-за того что их константа распространения близка к световому конусу (рис. 9).

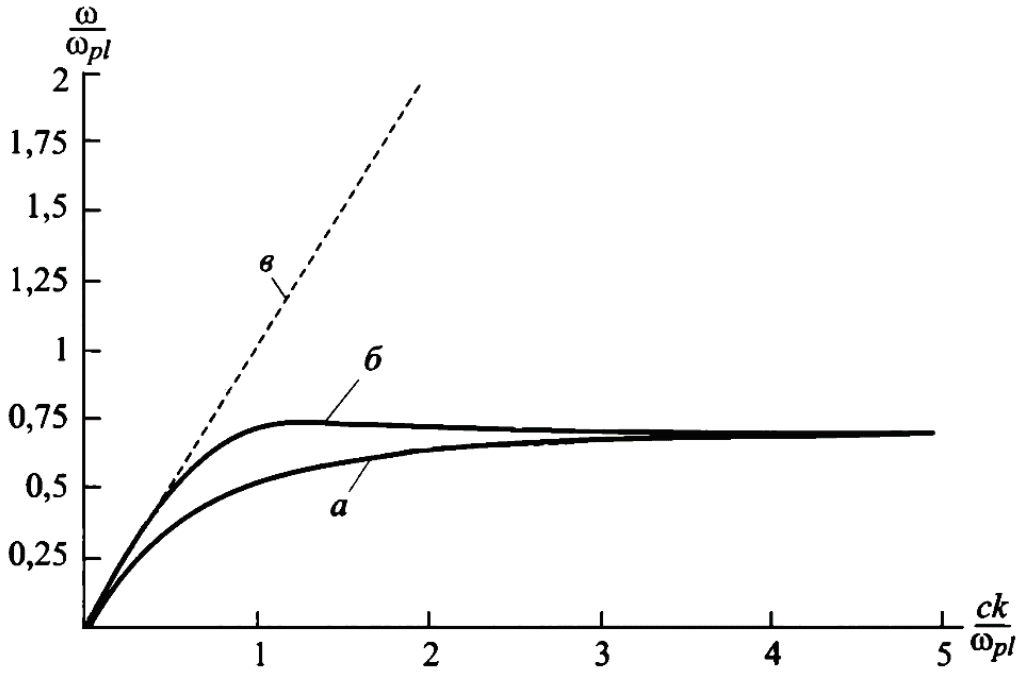

Рис. 9. Дисперсионные кривые ППП на тонких плёнках при отсутствии потерь: *а* — короткопробежный ППП, *б* — длиннопробежный ППП, *в* — световой конус диэлектрика [69]

Константа распространения ППП с антисимметричным распределением магнитного поля превосходит константу распространения длиннопробежных плазмонов, что означает их большую локализацию. Однако они распространяются на меньшие расстояния. По этой причине ППП с антисимметричным распределением поля называются короткобежными ППП (short-range surface plasmons).

Таким образом, как видно из вышеприведённых примеров, существует взаимосвязь между длиной пробега и размером локализации ППП, т. е. чем меньше масштаб локализации ППП, тем меньше длина пробега и, наоборот, чем больше длина пробега, тем больше масштаб локализации. Из-за этого не удаётся получить одновременно и большую длину пробега, и малый масштаб моды. Причиной этого является то, что при большом масштабе локализации ППП энергия, поглощаемая металлом, мала по сравнению со всей энергией, переносимой ППП. Чтобы решить эту проблему, был предложен ряд конфигураций плазмонных волноводов, которые за счёт различных эффектов позволяют улучшить характеристики плазмонных мод.

1.3.2. Канальные плазмонные волноводы

Одним из часто исследуемых видов волноводов являются канальные волноводы. В этих волноводах рельеф металлической поверхности используется для локализации полей ППП. Канальные плазмонные волноводы представляют собой канавку в металлической плёнке (рис. 10). Существование электромагнитных волн, распространяющихся в металлических канавках, впервые было доказано Новиковым и Марадудиным в [70]. В таком волноводе субволновая локализация энергии моды реализуется благодаря локализации электрического поля в области с минимальным радиусом кривизны. Размер моды такого волновода равен по порядку величины радиусу кривизны.

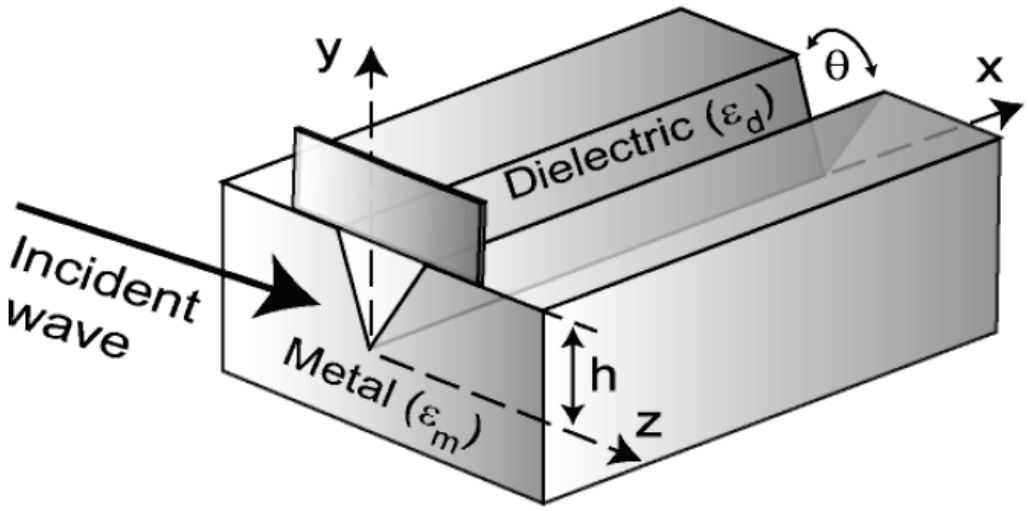

Рис. 10. Схема канального плазмонного волновода [71]

Канальные плазмонные волноводы имеют несколько важных свойств, которые выделяют их среди других металлических волноводных наноструктур: (1) сильная субволновая локализация ПП (чем меньше угол канавки или чем меньше ширина зазора, тем сильнее локализация мод волновода) [72-75]; (2) меньшая чувствительность к структурным дефектам (поскольку поле плазмона в значительной степени окружено металлической средой, а вытекание моды не возникает из-за того факта, что свет не распространяется в металле) [72, 76]; (3) возможность создания таких нанооптических устройств, как интерферометры, разветвители и др. [72, 77-79]; (4) одномодовый режим [74, 80]; (5) отсутствие потерь при поворотах волновода [76, 81]. Однако длина пробега ППП в канальных волноводах составляет от 15 до 30 мкм (рис. 11), что недостаточно для использования таких волноводов для передачи сигналов внутри чипа. Канальные волноводы могут быть использованы для фокусировки энергии в области размером всего несколько нанометров [82-86]. Эта особенность канальных волноводов представляет

интерес для развития ближнепольной оптической микроскопии и спектроскопии с субволновым разрешением, новых нанодатчиков и методов измерения.

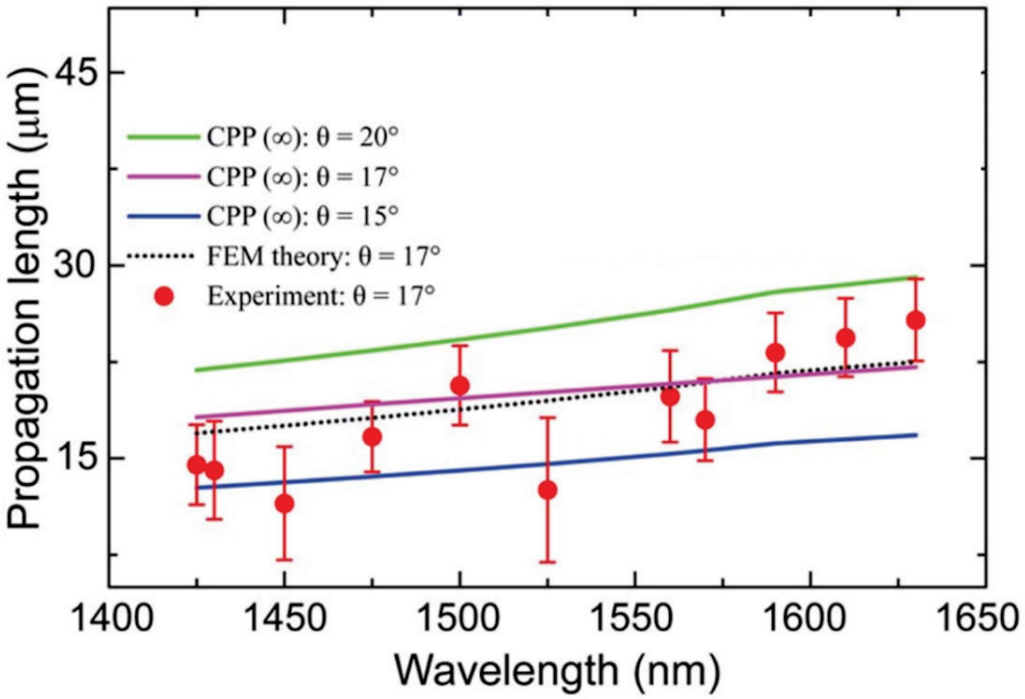

Рис. 11. Зависимость длина пробега поверхностного плазмона вдоль канала, вырезанного в золотой плёнке от длины волны для разных углов в основании канала при глубине канала 1,7 мкм [87]

1.3.3. Нагруженный диэлектриком плазмонный волновод

Нагруженный диэлектриком плазмонный волновод (dielectric loaded plasmonic waveguide) [16, 88-92] представляет собой металлическую плёнку, на которой расположен брусок из диэлектрика (рис. 12). В экспериментах используется брусок как из полимеров, так и из материалов с большим показателем преломления, таких как кремний. Из-за большего значения показателя преломления диэлектрика, мода этого волновода является более локализованной по сравнению с плазмонами, распространяющимся по металлической плёнке.

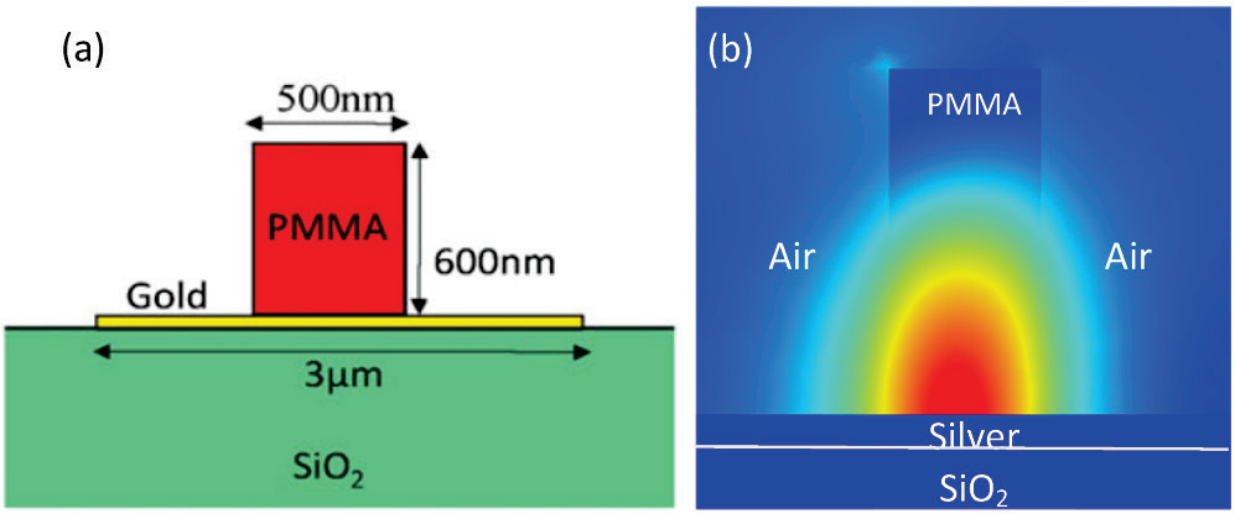

Рис. 12. Схема нагруженного диэлектриком плазмонного волновода и распределение интенсивности его фундаментальной моды [92]

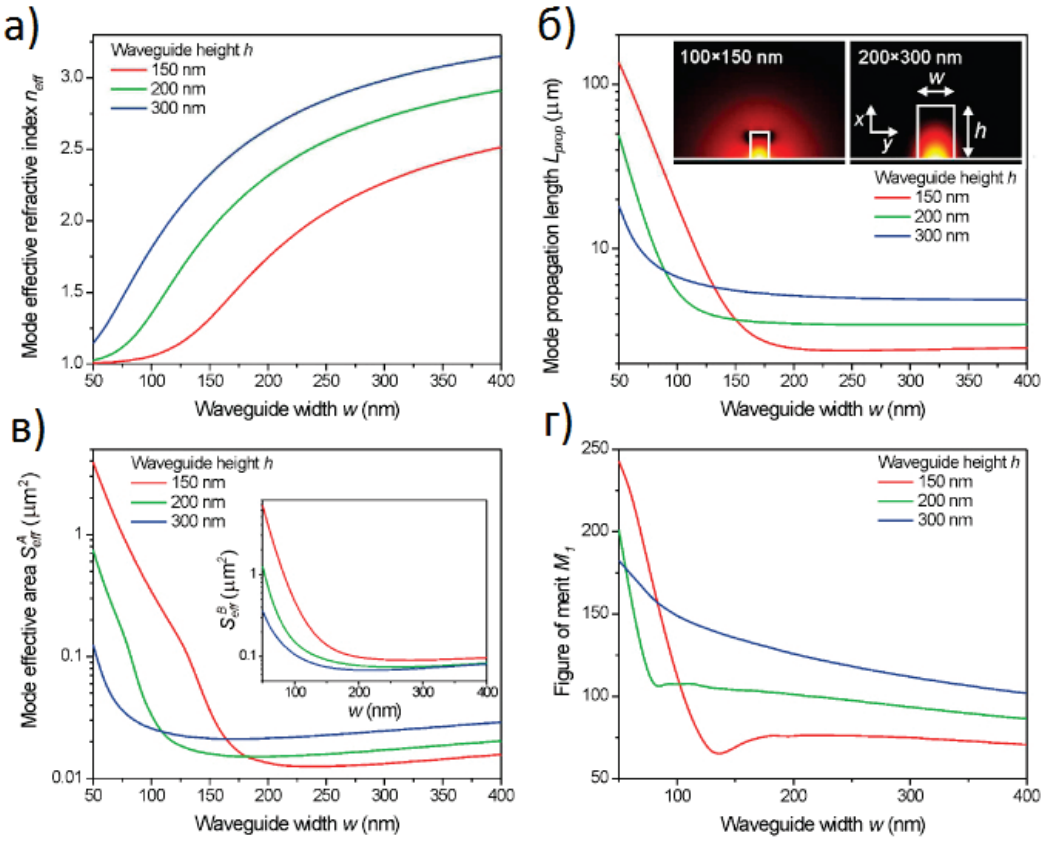

Рис. 13. а) эффективный показатель преломления n_{eff}; б) длина пробега L_{prop}; в) размер моды; г) figure of merit $M = 2\sqrt{\pi} L_{prop} / \sqrt{S_{eff}}$ для TM_{00} моды нагруженного диэлектриком волновода с ядром из кремния на длине волны 1,55 мкм [93]

Особенностью такого волновода является существование моды TM_{00} при любом размере ядра волновода. Однако длина пробега такой моды не превышает 20 мкм при

размере моды, характерном для размера кремниевого волновода (рис. 13). При размере моды около 100 нм длина пробега падает до значений меньше 10 мкм, что недостаточно для передачи информации внутри чипа.

1.3.4. Щелевой волновод

Как указывалось выше, на микроволновых частотах, при которых металлы имеют большую проводимость и не обладают плазмонным откликом, сигналы передаются с помощью двухпроводных линий передач. Двухпроводные линии передач при любых параметрах линии поддерживают распространение субволновой моды, имеющей поперечную электромагнитную поляризацию, при которой продольные компоненты электрического и магнитного полей равны нулю. Несмотря на то, что константа распространения этих мод близка к световому конусу окружающей среды, поперечный размер мод значительно меньше длины волны света в вакууме и сопоставим с размерами самой линии [94]. Однако в оптическом диапазоне частот металлы имеют плазмонный отклик [95]. Следовательно, свойства оптических мод плазмонных двухпроводных волноводов существенно отличаются от их аналогов на микроволновых частотах, где металлы ведут себя почти так же, как идеальные электрические проводники [94]. В [76, 81, 96-99] были предложены несколько разных плазмонных двухпроводниковых волноводов. В [100, 101] проводились экспериментальные исследования таких структур.

Среди всех плазмонных двухпроводниковых волноводов значительное внимание привлёк плазмонный волновод, представляющий собой щель в тонкой металлической плёнке [76, 99, 101, 102]. Геометрия такого плазмонного щелевого волновода показана на рис. 14. Плазмонная мода щелевого волновода локализована в щели и распространяется вдоль неё.

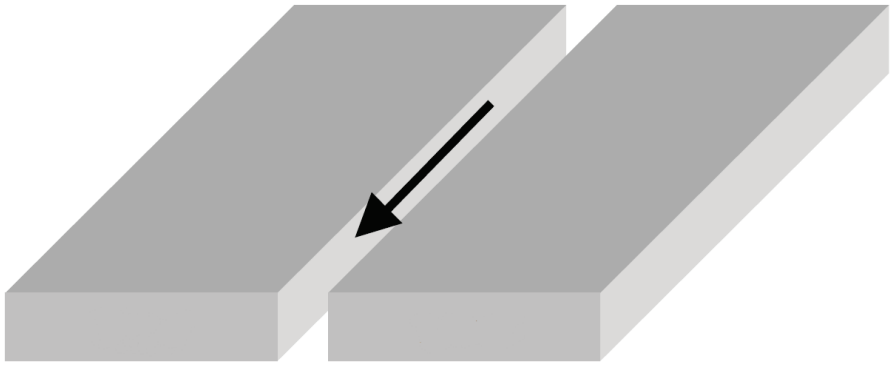

Рис. 14. Схема щелевого волновода [71]

Плазмонный щелевой волновод является одномодовым в широком диапазоне частот. В отличие от диэлектрического щелевого волновода, рассмотренного выше, мода плазмонного волновода существует при любых размерах щели и толщины плёнок. Поперечный размер этой моды определяется размерами щели и толщиной плёнки и может быть меньше длины волны, даже если константа распространения моды близка к волновому числу света в окружающей среде. Субволновой поперечный размер моды достигается благодаря тому, что в инфракрасном диапазоне диэлектрическая проницаемость наиболее часто используемых в плазмонике металлов — таких как серебро и золото — принимает значения порядка 100 по абсолютной величине. Если диэлектрическая проницаемость диэлектрика в щели порядка 1, то из-за разницы между диэлектрическими проницаемостями металла и диэлектрика внутри щели компонента поля, направленная перпендикулярно к поверхности металла, будет значительно превосходить поле в металле в отношении, равном модулю отношения диэлектрических проницаемостей металла и диэлектрика.

Так как поле моды в металле значительно меньше поля внутри щели, то такая мода имеет длину пробега, равную 15 мкм при телекоммуникационной длине волны (рис. 15) и при размерах щели 50 нм. При более низких частотах длина пробега моды щелевого волновода возрастает, так как из-за больших значений диэлектрической проницаемости металла при низких частотах возрастает доля энергии моды внутри щели. При низких частотах плазмонный щелевой волновод фактически ведёт себя как двухпроводная линия.

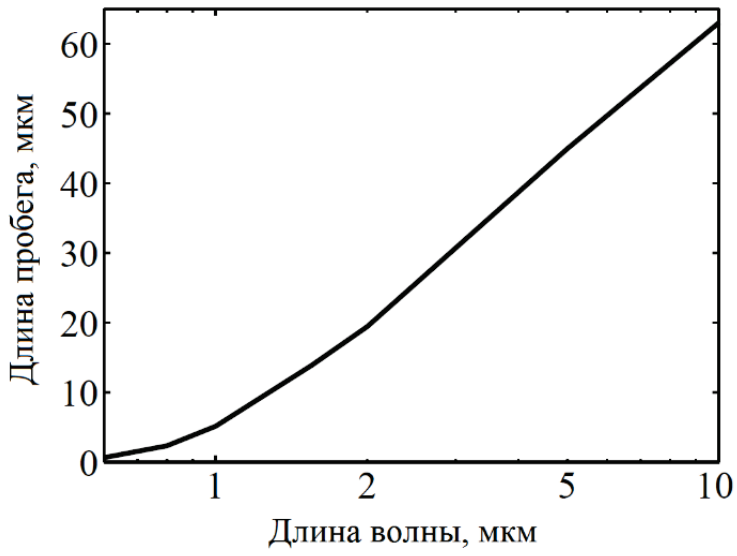

Рис. 15. Длина пробега моды щелевого волновода. Высота и ширина зазора равны 50 нм [71]

При увеличении толщины плёнки при постоянной ширине щели длина пробега выходит на константу (рис. 16а) из-за того, что при достаточно большой ширине мода щели превращается в моду диэлектрической плёнки, расположенной внутри зазора. При увеличении ширины щели длина пробега возрастает до 30 мкм при ширине 400 нм (рис. 16б), что сравнимо с размерами кремниевого волновода. Однако увеличение ширины зазора приводит к уменьшению константы распространения, что может привести к излучению моды в подложку (рис. 16в). Таким образом, длина пробега ППП в щелевом волноводе не превосходит нескольких десятков микрометров.

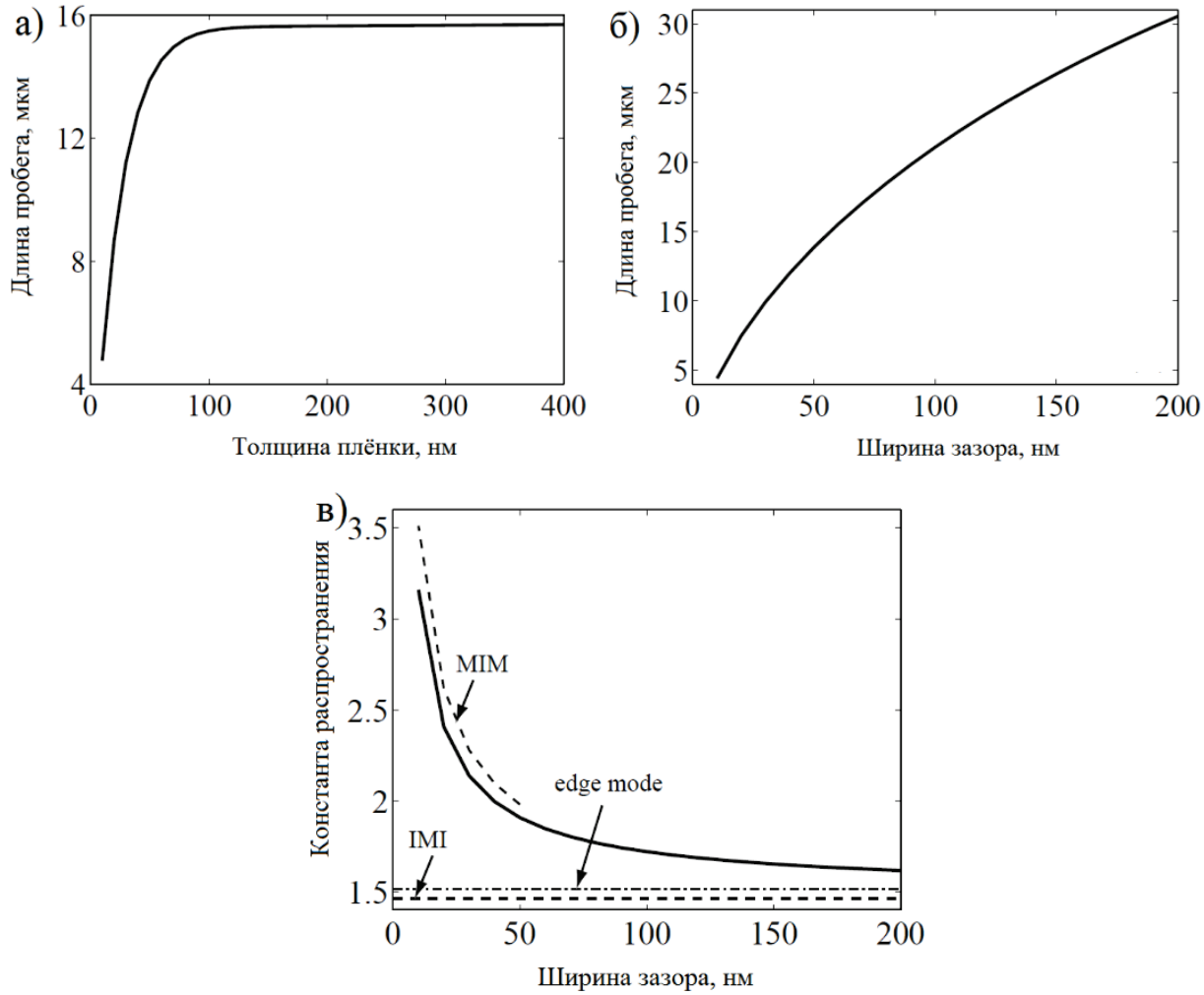

Рис. 16. Зависимости длины пробега от: а) толщины плёнки; б) ширины зазора; в) константы распространения от ширины зазора на телекоммуникационной длине волны

Особенности щелевых волноводов представляют интерес для других приложений. Концентрация большой интенсивности полей внутри щели приводит к росту фактора Парселла [103], который определяет взаимодействие моды волновода с квантовыми излучателями, расположенными внутри щели или вблизи неё, что представляет интерес для создания сенсоров [104-106]. Помимо этого, из-за высокой интенсивности поля внутри

щели константа распространения определяется свойствами материала, который заполняет щель. Это делает возможным управление константой распространения с помощью электрооптических материалов, что представляет интерес для создания модуляторов на основе щелевых волноводов [107, 108] и усиления нелинейных эффектов [109, 110].

1.3.5. Гибридный плазмонный волновод

Комбинацией щелевого волновода и нагруженного диэлектриком волновода является гибридный волновод, впервые исследованный в статье [24]. Гибридный плазмонный волновод представляет собой металлическую плёнку, покрытую диэлектриком с малым показателем преломления и диэлектрического волновода из диэлектрика с большим показателем преломления (рис. 17). Этот волновод работает при частотах инфракрасного диапазона. Так же как и в щелевом волноводе, поле моды локализовано в зазоре между диэлектрическим волноводом и металлической плёнкой. Мода гибридного волновода является суперпозицией поверхностного плазмон-поляритона, распространяющегося по металлической поверхности, и волноводной моды ядра.

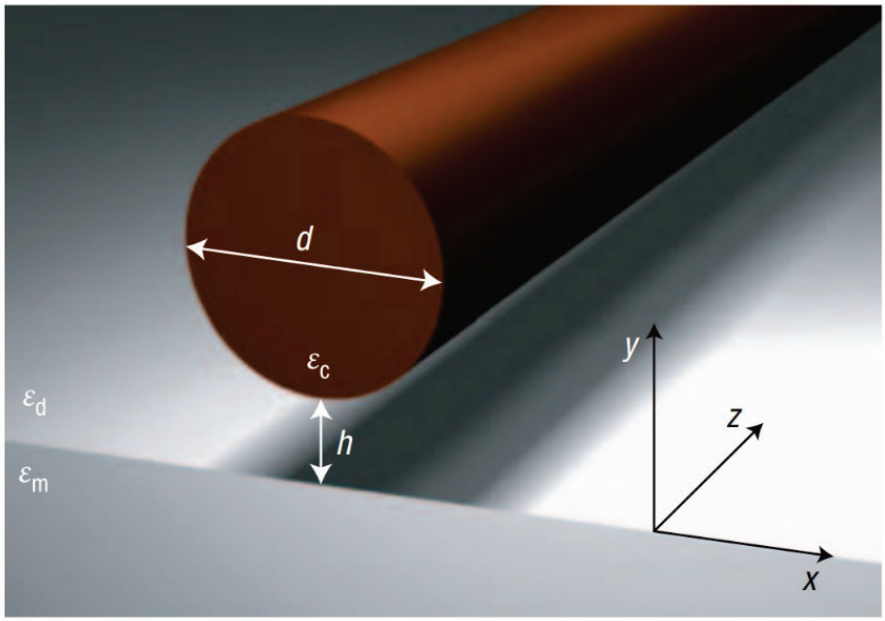

Рис. 17. Схема гибридного плазмонного волновода. Диэлектрическая ядро диаметра *d* сделано из GaAs ($\varepsilon_c = 12,25$). Размер зазора между серебром и диэлектрическим ядром равен *h*. Окружающее пространство заполнено кварцем с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_d = 2,25$. Диэлектрическая проницаемость серебра $\varepsilon_m = -129 + 3,3i$

Соотношение между вкладом поверхностного плазмона и вкладом диэлектрического ядра определяется диаметром ядра (рис. 18). Если диаметр ядра больше или равен половине длины волны света в материале, из которого сделано ядро, то

превалирует вклад волноводной моды ядра, т. е. существенная часть энергии моды волновода локализована внутри ядра. При самых больших значениях показателя преломления, возможных при телекомовской длине волны, диаметр волновода составляет около 300 нм. Если диаметр волновода меньше длины волны, то значительная часть поля моды локализована вблизи поверхности металла. В результате размер моды является субволновым из-за локализации поля в зазоре между металлом и диэлектрическим ядром.

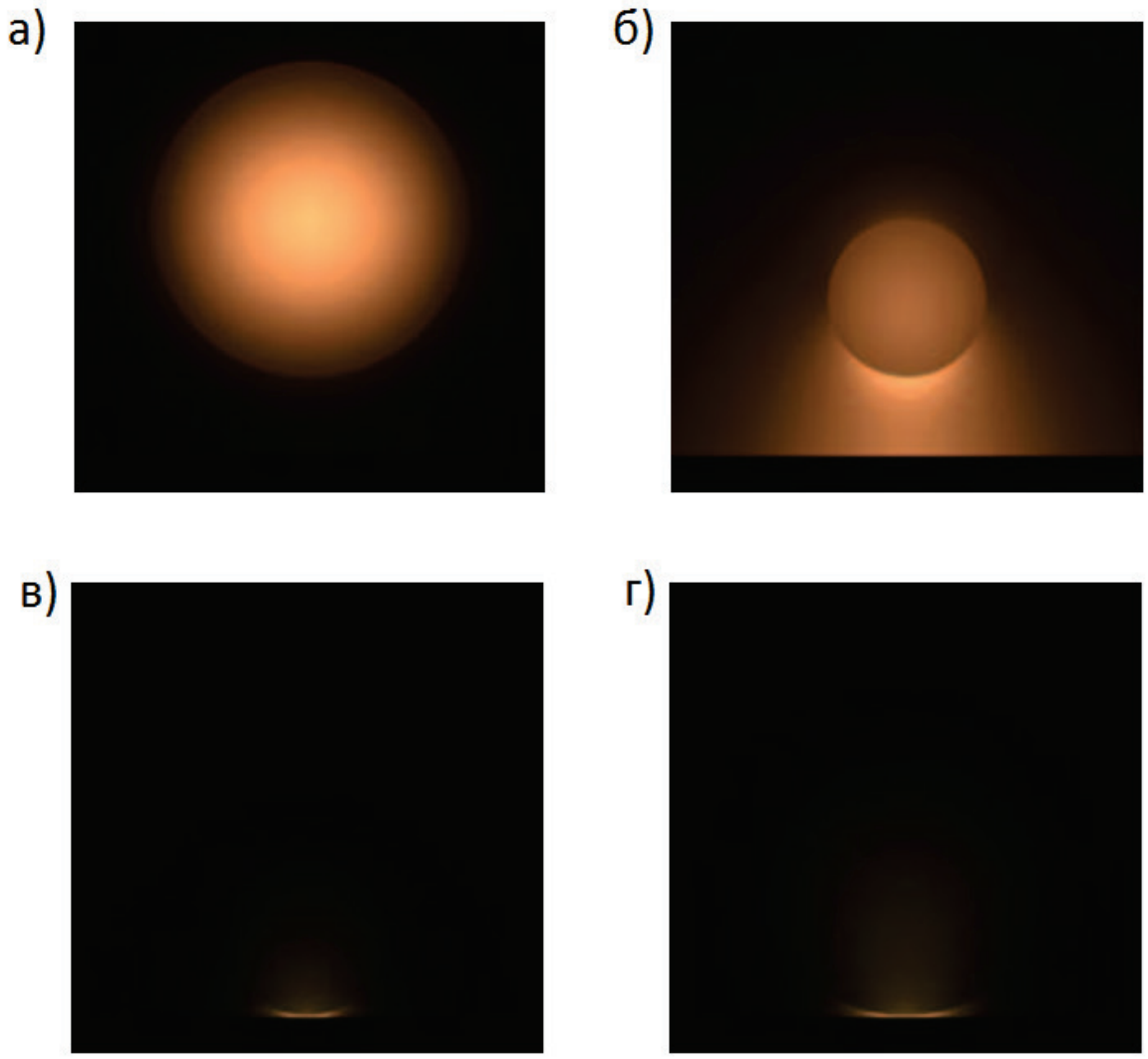

Рис. 18. Распределение поля в гибридном плазмоном волноводе при различных значениях диаметра диэлектрического ядра d и размера зазора между металлом и диэлектрическим ядром h: а) $d = 400$ нм, $h = 100$ нм; б) $d = 200$ нм, $h = 100$ нм; в) $d = 200$ нм, $h = 2$ нм; г) $d = 400$ нм, $h = 2$ нм. Диэлектрическая проницаемость диэлектрического ядра равна 12,25. Половина длины волны в материале равна 221 нм

Однако из-за локализации поля вблизи металла возрастают потери, что приводит к уменьшению длины пробега (рис. 19). Следовательно, как и у других плазмонных

волноводов, у гибридного волновода тоже существует взаимозависимость между длиной пробега и локализацией поля. Однако соотношение между ними для гибридного волновода наилучшее из-за гибридного характера моды, которая является суперпозицией поверхностного плазмона металлической плёнки и моды диэлектрического ядра, и зазора, в котором из-за сильного различия между диэлектрическими проницаемостями локализуется высокая интенсивность поля.

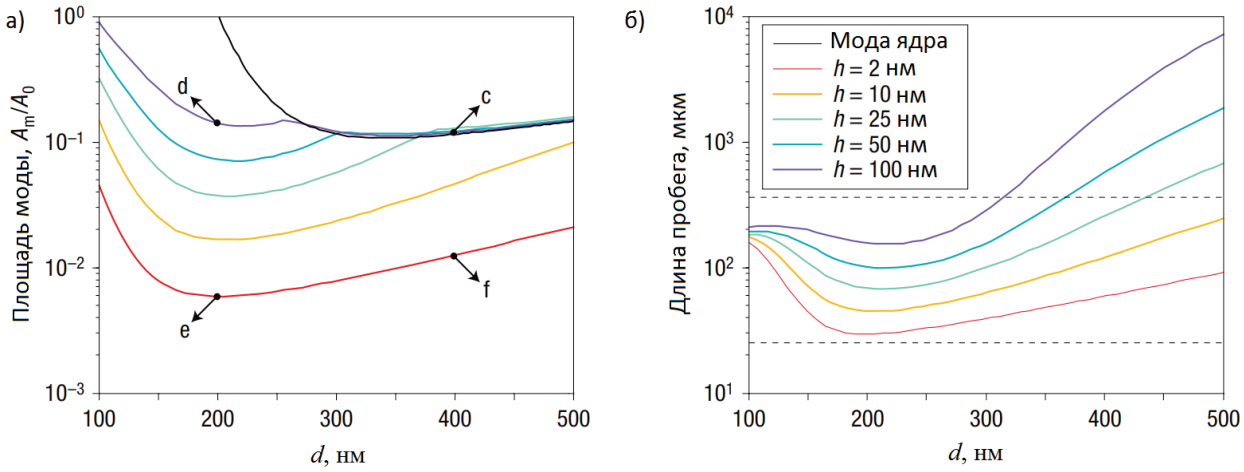

Рис. 19. а) Площадь моды. б) длина пробега моды гибридного волновода [24]

Из вышеприведённого обзора следует, что зависимость длины пробега от размера моды является общей чертой для всех плазмонных волноводов. Причиной этой зависимости является то, что при уменьшении размера моды уменьшается доля поля в окружающем диэлектрике и растёт доля поля в металле, что приводит к более интенсивным омическим потерям. В результате ППП не имеют достаточной длины пробега, которая достаточна для использования при передаче сигналов и создания оптических межсоединений.

1.4. Альтернативные материалы плазмоники

Улучшение характеристик металла возможно благодаря созданию монокристаллических гладких металлических плёнок. Благодаря монокристаллической структуре отсутствует рассеяние электронов на границах доменов, что приводит к существенному понижению потерь на поглощение. Большое число работ было посвящено улучшению технологии изготовления серебряных и золотых плёнок, позволяющих понизить поглощение [111-114]. Однако наименьшие на сегодняшний день потери в серебряных плёнках, которые были достигнуты в [112], незначительно превосходят результат, полученный в 70-х годах прошлого века [65].

Многие работы были посвящены поиску альтернативных плазмонных материалов, которые имели бы большую совместимость с индустриальными процессами по сравнению

с серебром и золотом, а также большую устойчивость к высоким температурам и меньшее поглощение. Среди этих материалов были проводящие оксиды, допированные полупроводники, нитриды TiN и ZrN, двумерные материалы, такие как графен, чёрный фосфор и многие другие.

Для характеристики локализации и длины пробега ППП, который распространяется в диэлектрической плёнке, ограниченной с двух сторон металлом, в работе [115] использовалась figure of merit (FOM), которая определяется по формуле:

$$\mathrm{FOM} = \frac{L_p}{L_m}, \tag{1.7}$$

где L_p — длина пробега ППП, L_m — масштаб локализации ППП. В отличие от ППП, распространяющегося по поверхности металла, мода зазора в металле может быть локализована при низких частотах, при которых диэлектрическая проницаемость металла ε принимает значения $\mathrm{Re}\,\varepsilon << -1$. Как показано в [115], при $\mathrm{Re}\,\varepsilon << -1$ FOM описывается формулой:

$$\mathrm{FOM} = \frac{\left|\mathrm{Re}\,\varepsilon\right|^{3/2}}{\mathrm{Im}\,\varepsilon}. \tag{1.8}$$

Для ППП, распространяющегося по поверхности металла с диэлектрической проницаемостью, которая описывается моделью Друде, FOM принимает вид в пределе низких частот ($\mathrm{Re}\,\varepsilon << -1$):

$$\mathrm{FOM} \approx \omega_p / \gamma, \tag{1.9}$$

где ω_p — плазменная частота, γ — скорость затухания. В таблице 1 приведены значения ω_p / γ для различных материалов.

Как показано в таблице 1, наибольшее отношение ω_p / γ у серебра, золота и алюминия, следовательно, эти металлы являются более перспективными материалами для создания линий передач, чем вышеперечисленные альтернативные материалы.

Таблица 1. Значения плазменной частоты, скорости релаксации и их отношение для различных материалов.

Материал	ω_p, эВ	γ, эВ	ω_p / γ
Серебро	9.2	0.02	460
Золото	8.9	0.07	127
Алюминий	12.7	0.13	98
SnO2:In	1.74	0.045	40

ZnO:Al	1.78	0.15	12
TiN	8	0.188	45
InGaAs	0.8	0.014	57

Однако альтернативные материалы представляют интерес для других приложений плазмоники или проявляют плазмонные свойства при условиях, при которых их не проявляют серебро, золото и алюминий. Например, проводящие оксиды используются для создания электрооптических модуляторов из-за быстрого электрооптического отклика [116, 117]. Кроме того, в области частот, в которых действительная часть диэлектрической проницаемости близка к 0, наблюдается сильная нелинейность [118], которая использовалась для создания оптических переключателей [119, 120]. Допированные полупроводники, такие как InGaAs или допированный кремний, позволяют получить ППП в дальнем ИК-диапазоне [121, 122]. Нитриды TiN и ZrN имеют устойчивость к высоким температурам, более совместимы с существующими технологическими процессами, чем серебро и золото, имеют поглощение, сравнимое с золотом при частотах на границе между видимым и ближним ИК-диапазоном. Из-за устойчивости к высоким температурам TiN и ZrN используются в экспериментах с горячими электронами, получаемыми из плазмонных наночастиц [123, 124].

1.5. Поверхностные фонон-поляритоны

В среднем инфракрасном диапазоне существуют поверхностные фонон-поляритоны (ПФП) [125] – поверхностные волны, которые возникают в результате взаимодействия электромагнитных волн и оптических фононов полярных диэлектриков. Особенностью ПФП являются значительно более низкие потери на поглощение. Причиной низких потерь является отсутствие электрон-фононного рассеяния, которое является основным источником поглощения в металле. В случае ПФП основным источником потерь является фонон-фононное рассеяние.

Эти поверхностные волны наблюдались в экспериментах с такими материалами, как гексагональный BN [126, 127], SiC [128, 129], GaAs [130, 131], InP [132], CaF_2 [133]. ПФП существуют в частотном диапазоне между частотами продольного и поперечного фононного резонансов. В этом диапазоне частот диэлектрическая проницаемость вышеперечисленных материалов описывается формулой:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty \left(1 + \frac{\omega_{LO}^2 - \omega_{TO}^2}{\omega_{TO}^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}\right), \tag{1.10}$$

где ω_{TO} — частота поперечного фононного резонанса, ω_{LO} — частота продольного фононного резонанса, γ — скорость релаксации фононов. В диапазоне частот между ω_{TO} и ω_{LO} диэлектрическая проницаемость имеет отрицательную действительную часть, которая приводит к существованию поверхностных волн (рис. 20). По этой причине ПФП аналогичны ППП в математическом описании. Скорость релаксации γ в полярных диэлектриках определяется только временем релаксации фононов, которое составляет от 1 до 10 пс, в отличие от металлов, в которых время релаксации электронов составляет от 10 до 100 фс. Более высокое значение времени релаксации приводит к меньшим значениям мнимой части диэлектрической проницаемости и, следовательно, меньшему поглощению.

Из-за меньших потерь локализованные фононные резонансы, которые в смысле математического описания аналогичны локализованным плазмонным резонансам, имеют значительно более высокую добротность. В работах [134] было показано, что локализованные фононные резонансы имеют добротность порядка 300. Это значение значительно превосходит добротность плазмонных резонансов, типичные значения которых меняются в диапазоне от 20 до 40 для наночастиц из золота или серебра и порядка 10 для проводящих оксидов [135, 136].

Однако в случае распространяющихся ПФП длина пробега такая же, как у ППП. Несмотря на более низкие потери, низкое значение длины пробега поверхностных фонон-поляритонов связано с низкой групповой скоростью, что вызвано дисперсией диэлектрической проницаемости полярного диэлектрика в области существования ПФП. В диапазоне частот, в котором распространяются ПФП, действительная часть диэлектрической проницаемости меняется от 0 до -10^4. Ширина этого диапазона составляет несколько микрометров. Быстрое изменение действительной части диэлектрической проницаемости приводит к низкому значению групповой скорости ПФП по сравнению с групповой скоростью ППП.

Низкая групповая скорость приводит к тому, что FOM для ПФП принимает такие же значения, как и FOM для ППП. Действительно, на рис. 21 показаны значения FOM для ПФП и ППП на различных материалах. FOM для ПФП рассчитывается по формуле:

$$\mathrm{FOM} \approx \frac{\sqrt{\varepsilon_\infty}\left(\omega_{LO}^2-\omega^2\right)^{3/2}\left(\omega^2-\omega_{TO}^2\right)^{1/2}}{\gamma\omega\left(\omega_{LO}^2-\omega_{TO}^2\right)}, \qquad (1.11)$$

в которой учтена частотная зависимость диэлектрической проницаемости из-за узости спектрального диапазона, при котором существуют ПФП. Максимальные значения FOM

для ПФП достигаются для 4H-SiC и равны 200, что не превосходит FOM для ППП на серебре (500) и алюминии (400). Таким образом, несмотря на более низкие потери, характеристики распространяющихся ПФП не превосходят характеристики ППП из-за низкой групповой скорости ПФП.

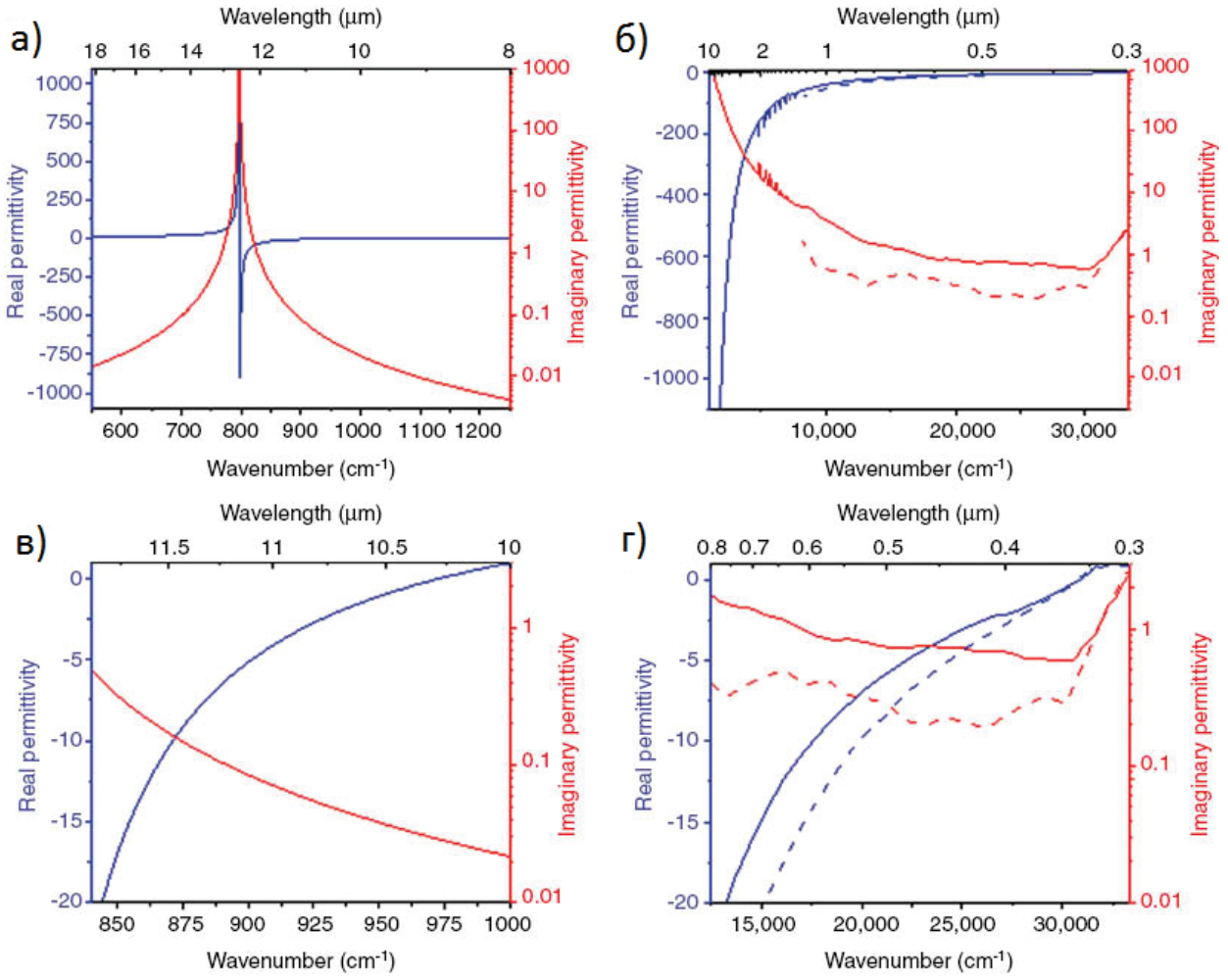

Рис. 20. а) Действительная (синяя) и мнимая (красная) части диэлектрической проницаемости SiC [137]. б) Действительная (синие) и мнимая (красные) части диэлектрической проницаемости Ag из [95] (сплошные) и [65] (штриховые). На в) и г) показаны зависимости действительной и мнимой частей SiC (в) и Ag (г) в диапазоне частот, в котором $-20 < \mathrm{Re}\,\varepsilon < 0$ [125]

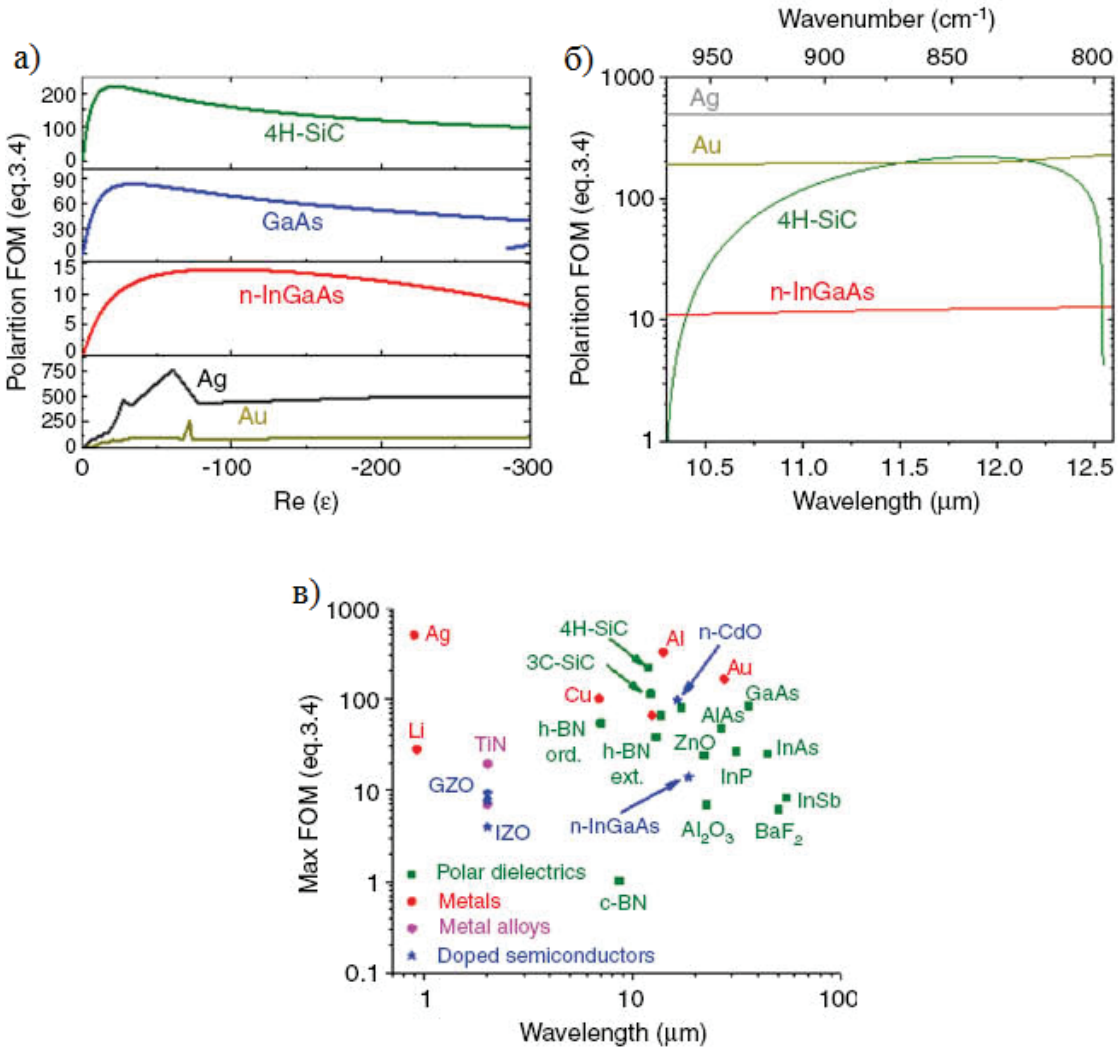

Рис. 21. а) Значения FOM для ППП и поверхностных фонон-поляритонов для различных материалов. б) Значения FOM в частотном диапазоне существования поверхностных фонон-поляритонов для различных материалов. в) Максимальное значение FOM для различных материалов

1.6. Компенсация потерь с помощью активных сред

Решением проблемы поглощения в плазмонных материалах может быть компенсация потерь с помощью активных сред — сред, которые могут быть приведены в инвертированное состояние [138]. При взаимодействии поля ППП с активными средами происходит вынужденное излучение в плазмонную моду, которое компенсирует потери ППП на поглощение металлом. Компенсация потерь может реализовываться с помощью переходов Шоттки [139, 140], квантовых ям [141], квантовых точек [142] и молекул красителей [143-145].

Одним из способов получения инверсии населённостей усиливающей среды является оптическая накачка. Оптическая накачка использовалась в работе [146], в которой

исследовалась компенсация потерь в нагруженном диэлектриком волноводе (рис. 22), представляющем собой диэлектрическое ядро из PMMA на золотой плёнке. Размеры диэлектрического ядра были 600 на 400 нм^2. Так как мода распространяется на телекомовской длине волны, то размер ядра сравним с дифракционным пределом. В диэлектрическое ядро были помещены квантовые точки из PbS, излучающие на телекомовской длине волны $\lambda = 1550$ нм. Для возбуждения квантовых точек использовалась оптическая накачка на длине волны $\lambda_{pump} = 534$ нм.

На рис. 23 показана зависимость длины пробега моды от интенсивности накачки. При использовании квантовых точек удалось повысить длину пробега основной моды волновода с 13,6 мкм до 17 мкм, т. е. на 27%.

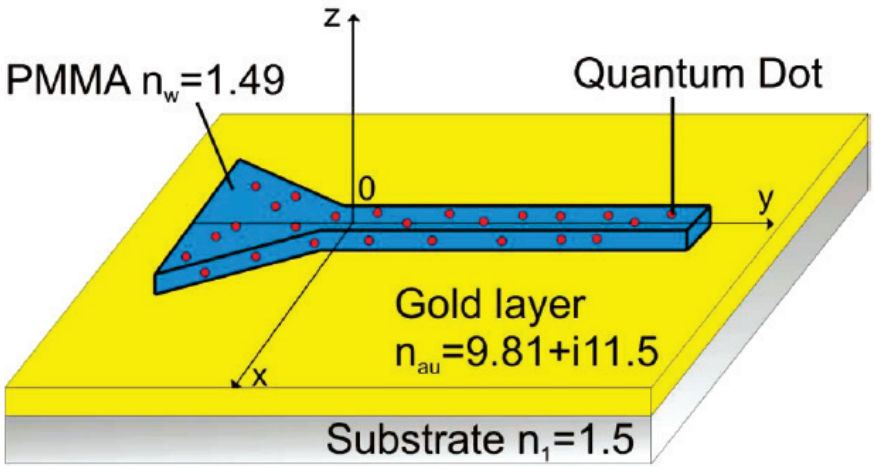

Рис. 22 . Схема нагруженного диэлектриком волновода из эксперимента [146]

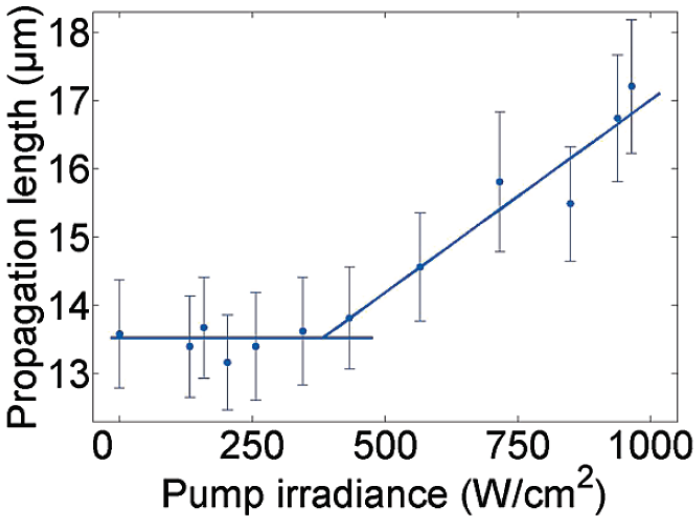

Рис. 23. Зависимость длины пробега от интенсивности накачки

В работе [147] тот же коллектив авторов провёл аналогичный эксперимент с квантовыми точками из CdSe/ZnSe. В этом эксперименте вместо золота использовалось

серебро, в котором поглощение существенно меньше. Им удалось получить аналогичное увеличение длины пробега за счёт частичной компенсации потерь. Как и в [146], размер волновода не был значительно меньше дифракционного предела. Получение меньшего размера ППП в нагруженном диэлектриком волноводе возможно в диапазоне частот, при котором действительная часть диэлектрической проницаемости металла ε'_m принимает значения, равные по абсолютной величине диэлектрической проницаемости диэлектрического ядра ε'_d, т. е. $\varepsilon'_m \sim -\varepsilon'_d$. Действительно, как показано ранее, ППП на одиночной металлической поверхности, при $\varepsilon'_m = -\varepsilon'_d$ дисперсионная кривая ППП отклоняется от светового конуса прилегающего диэлектрика, что приводит к существенному уменьшению глубины проникновения поля ППП в диэлектрик. Такой режим распространения ППП был рассмотрен в работе [148]. В этой статье исследовалось распространение ППП в нагруженном диэлектриком волноводе с диэлектрическим ядром из PMMA на серебряной плёнке при частотах около 450 нм, при которых выполняется условие $\varepsilon'_m \approx -\varepsilon'_d$. Ширина диэлектрического ядра составляла 20 нм, высота 20 нм. В таком волноводе 95% интенсивности моды было локализовано внутри диэлектрического ядра. Однако коэффициент усиления (англ. material gain), требуемый для компенсации потерь, составляет $4{,}56 \cdot 10^4$ см$^{-1}$, и он труднодостижим экспериментально.

Компенсация потерь и лазерная генерация с оптической накачкой также рассматривалась для случая гибридных волноводов. Впервые лазер на основе гибридного волновода был продемонстрирован в работе [149]. Лазер, исследованный в этой работе, изображен на рис. 24. Он состоит из цилиндрической нанонити из CdS, прослойки из Mg_2O и серебряной плёнки. Нанонить накачивалась с помощью импульсов длительностью 100 фс на длине волны 405 нм второй гармоники титан-сапфирового лазера. Торцы нанонити играли роль зеркал. Порог генерации достигался при мощности порядка нескольких десятков МВт/см^2, что делает затруднительным использование такого лазера в интегральных схемах.

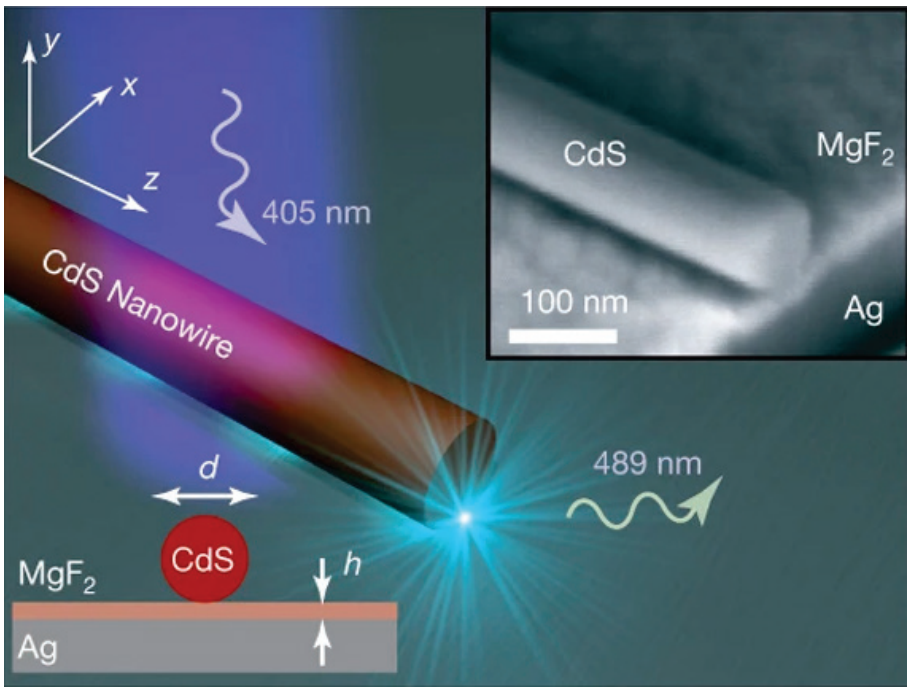

Рис. 24. Схема лазера на основе гибридного волновода и его изображение в электронном микроскопе [149]

В эксперименте [150] исследовался аналогичный лазер, который состоял из нанонити GaN/InGaN, прослойки из кварца и серебряной плёнки толщиной 20 нм (рис. 25). В отличие от лазера в [149], порог генерации этого лазера равен 10 кВт/см^2 благодаря большому коэффициенту усиления, который достигается в нанонитях GaN/InGaN, а также значительно меньшим потерям в металле из-за монокристалличности плёнки и низких температур 8К и 78 К (рис. 26). Тем не менее 10 кВт/см^2 — это всё ещё большая интенсивность, которая недостижима при использовании лазеров, которые могут быть установлены в интегральных схемах.

Таким образом, оптическая накачка позволяет получить компенсацию потерь и лазерную генерацию. Однако оптическая накачка имеет ряд недостатков, среди которых большое энергопотребление и большие размеры лазеров.

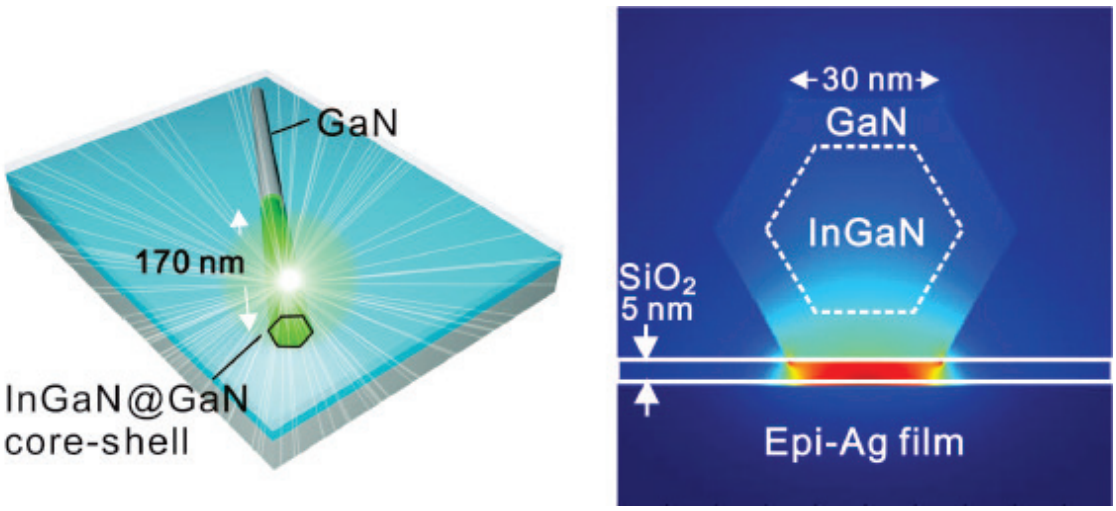

Рис. 25. Схема лазера на основе гибридного волновода и распределение плотности энергии моды лазера

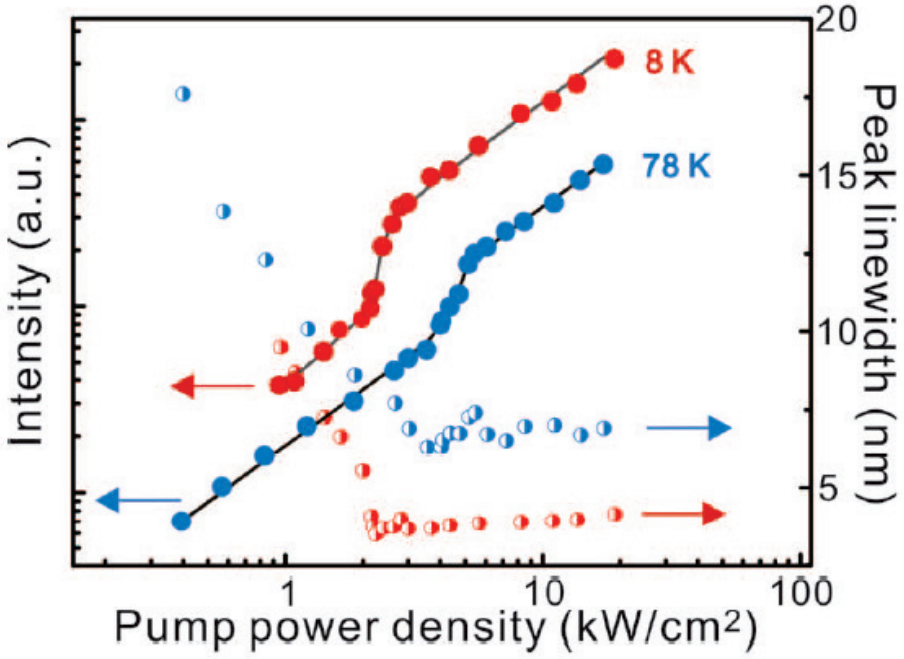

Рис. 26. Зависимость интенсивности излучения на длине волны 510 нм и ширины спектральной линии от интенсивности накачки при температурах 8 K (красные точки) и 78 K (синие точки)

Другим видом накачки является электрическая накачка. Электрическая накачка является более предпочтительной, чем оптическая, так как электрическая может быть установлена на интегральных схемах. Однако, как и в случае оптической накачки, компенсация потерь является затруднительной. В работе [151] Майер показал, что для компенсации потерь ППП, который распространяется по плёнке из полупроводника, расположенного между двумя толстыми слоями золота, требуется коэффициент усиления,

равный 1625 и 4830 $см^{-1}$ при толщине плёнки 500 и 50 нм соответственно. Такие значения теоретически достижимы при использовании квантовых ям [141]. В работе [152] исследовалась компенсация потерь в аналогичном волноводе с помощью электрической накачки. Авторы этой статьи показали, что для полной компенсации потерь необходима очень высокая плотность тока порядка 10^5 $А/см^2$. Экспериментально полная компенсация потерь и лазерная генерация ППП с электрической накачкой были продемонстрированы в работе [153]. В данной работе рассматривался резонатор, который представлял собой несколько брусков прямоугольной формы из InGaAs из InP, расположенных друг над другом и покрытых SiN по сторонам и толстым слоем золота сверху (рис. 27). Слой золота позволяет получить субволновой поперечный размер моды по горизонтали. Из-за отражения на торцах резонатор представляет собой резонатор Фабри-Перо. Лазер излучал

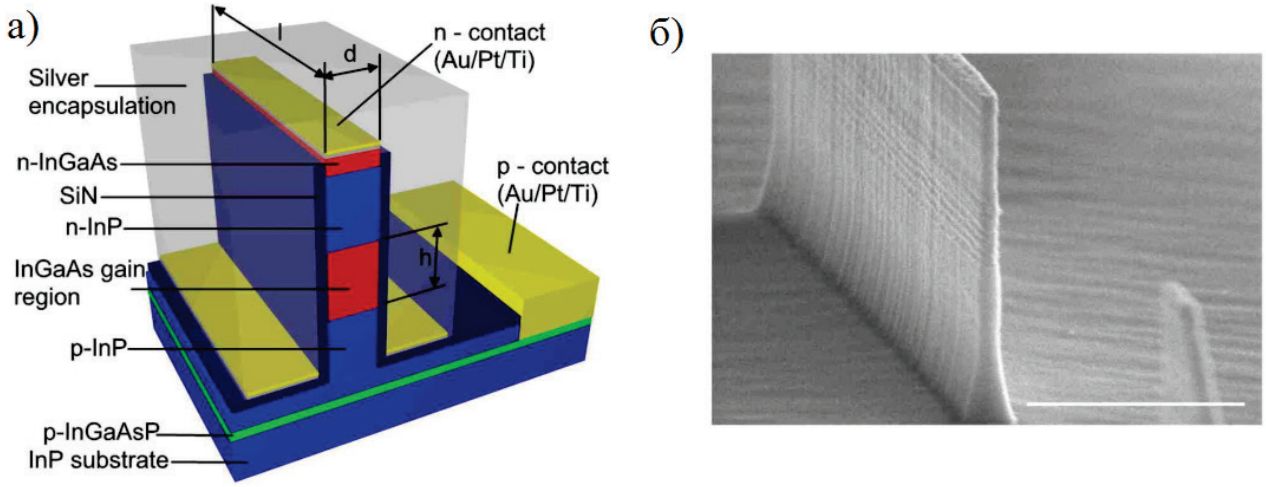

Рис. 27. а) Схема резонатора плазмонного лазера. б) Изображение полупроводникового ядра резонатора, полученное с помощью электронного микроскопа. Полоса соответствует масштабу в 1 микрон [153]

на длине волны 1500 нм. При комнатной температуре лазерная генерация достигалась при толщине резонатора 310 нм, что составляет около половины длины волны в InP. При субволновой толщине лазерная генерация достигалась только при температуре около 10°К.

Большое количество исследований было посвящено компенсации потерь в гибридном волноводе и лазерной генерации в лазерах на их основе [154-159]. Компенсация потерь с помощью электрической накачки в гибридном плазмонном волноводе была предложена в теоретической работе [154] с помощью перехода Шоттки – перехода между металлом и полупроводником. Схема гибридного волновода с компенсацией потерь с помощью перехода Шоттки изображёна на рис. 28.

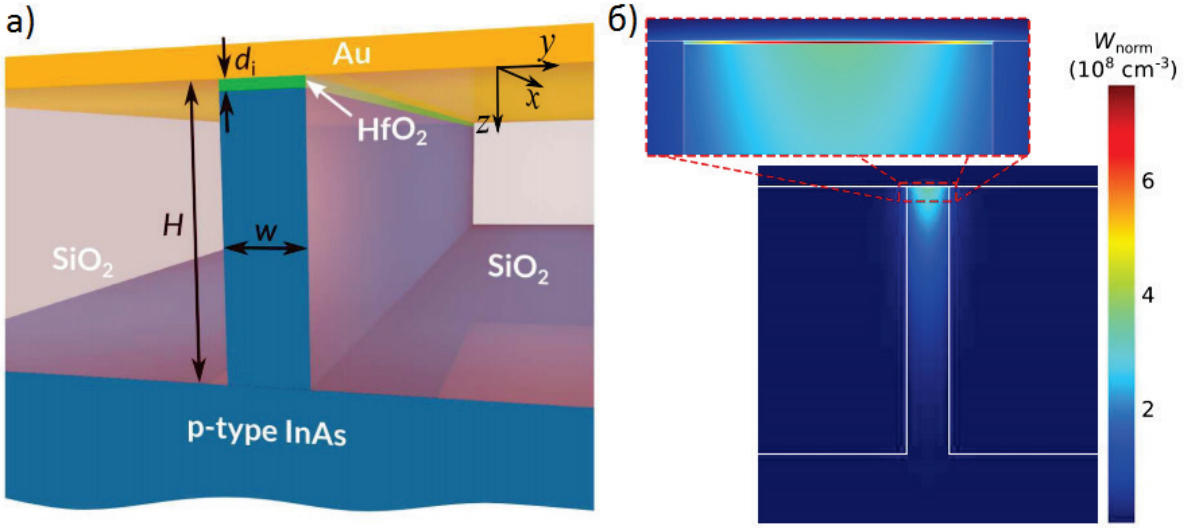

Рис. 28. а) Схема гибридного волновода с электрической накачкой из работы [155]. w — ширина волновода, H — высота, d_i — толщина диэлектрика с малым показателем преломления. б) Распределение плотности энергии основной моды волновода при длине волны $\lambda = 3,22$ мкм, $H = 2,5$ мкм, $w = 400$ нм, $d_i = 3$ нм и при значениях диэлектрической проницаемости: $\varepsilon_{\text{InAs}} = 12,38$, $\varepsilon_{\text{HfO}_2} = 3,84$, $\varepsilon_{\text{Au}} = -545 + 45i$

В [155] было предсказано, что компенсация в гибридном волноводе может быть достигнута при плотности тока порядка 2,6 кА/см^2, при использовании золота и 0,8 кА/см^2, при использовании меди, что значительно меньше плотности тока, требуемой для компенсации в щелевом волноводе. Однако толщина гибридного волновода равна 400 нм, которая по порядку величины равна половине длины волны в InAs при $\lambda = 3,22$ мкм. В этом случае поперечный размер сравним с размерами кремниевых волноводов.

Таким образом, компенсация потерь с помощью активных сред является затруднительной из-за больших потерь на поглощение. В случае оптической накачки требуются достаточно большие мощности внешнего излучения и импульсный режим работы лазера. Кроме того, требуемые лазеры имеют большие габариты и высокое энергопотребление. При использовании электрической накачки требуются достаточно интенсивные токи накачки. Существенной компенсации потерь можно добиться при увеличении размеров волноводов до размеров порядка дифракционного предела.

1.7. Заключение

В современных вычислительных устройствах используются медные линии передач, пропускная способность которых ограничена конечной проводимостью металла при высоких частотах. Двухпроводные линии не могут пропускать сигналы с несущей частотой

$1/(RC)$, где R и C — сопротивление и ёмкость двухпроводной линии. Характерные значения частоты $1/(RC)$ составляют несколько гигагерц, что близко к значениям тактовой частоты современных процессоров. Таким образом, передача сигналов с большей тактовой частотой является невозможной, что делает необходимым создание линий передач, основанных на других физических принципах.

Возможным путём является использование оптических волноводов. Диэлектрические волноводы основаны на эффекте полного внутреннего отражения. Однако предельный размер локализации поля в них ограничен дифракционным пределом. Минимальный размер моды достигается в волноводах из кремния и составляет около 500 нм.

Другим решением является использование поверхностных плазмон-поляритонов. В отличие от диэлектрических волноводов, у поверхностных плазмон-поляритонов отсутствуют ограничения на поперечный размер. Однако существенным препятствием для практического использования поверхностных плазмонов являются высокие потери на поглощение в металле, что выражается в малой длине пробега. Для увеличения длины пробега были предложены различные конфигурации плазмонных волноводов. Однако существенное увеличение достигается только тогда, когда поперечный размер самого волновода сравним с дифракционным пределом.

Большое количество работ было посвящено поиску альтернативных материалов, имеющих более низкое поглощение. Среди них были проводящие оксиды, нитриды и допированные полупроводники. Однако поглощение в этих материалах не превосходило поглощение в серебре и золоте, которые чаще всего используются в экспериментах по плазмонике.

Более низкие потери по сравнению с поверхностными плазмонами имеют поверхностные фонон-поляритоны. Они распространяются по поверхности полярных диэлектриков в диапазоне частот, расположенном между частотами продольных и поперечных фононных резонансов. В этих материалах поглощение связано с фонон-фононным рассеянием, характерные времена которого значительно меньше электрон-фононного, наблюдаемого в металлах. Однако несмотря на низкое поглощение, потери поверхностных фонон-поляритонов сравнимы с потерями поверхностных плазмон-поляритонов из-за низкой групповой скорости.

Одним из путей уменьшения потерь является компенсация потерь с помощью усиливающих сред. Однако полной компенсации потерь трудно достичь из-за больших потерь на поглощение. При использовании электрической накачки для компенсации

необходима плотность тока порядка 10^5 А/см^2. Чтобы получить компенсацию потерь при использовании оптической накачки, необходим импульсный режим работы лазера, с помощью которого реализуется накачка. Помимо этого, размеры лазера несовместимы с размерами интегральных схем.

Таким образом, из-за вышеперечисленных проблем плазмонных линий передач необходимы иные конфигурации плазмонных волноводов, моды которых имеют значительно большую длину пробега или потери которых можно легко скомпенсировать с помощью усиливающих сред.

Глава 2 . Распространение поверхностных плазмонов в периодических системах

В данной главе исследуются особенности распространения поверхностных плазмонов в периодических системах. В первом параграфе рассматривается расчёт свойств плазмонов, распространяющихся по периодическим цепочкам наночастиц без использования приближения точечных диполей. Показано, что применение приближения точечных диполей даёт существенно завышенную оценку длины пробега. Во втором параграфе исследуется распространение поверхностных плазмонов по периодическим наноструктурированным поверхностям. Показано, что на металлических поверхностях с периодическим профилем поверхности длина пробега поверхностных плазмонов значительно меньше по сравнению с длиной пробега на ровной поверхности. Понижение длины пробега связано с «эффекта светящегося острия», которое приводит к более интенсивному поглощению на неровностях поверхности. Показано, что на поверхности с периодическим профилем рельефа распространяется поверхностный плазмон с волновым числом, значение которого соответствует второй зоне Бриллюэна.

2.1. Влияние конечного размера сфероидов, образующих цепочку, на свойства распространяющихся по ней поверхностных плазмонов

2.1.1. Введение

При исследовании наноструктурированных поверхностей неровности часто рассматриваются как точечные диполи. Такой подход используется при исследовании распространения поверхностных псевдоплазмонов (spoof surface plasmon) [160] или распространения поверхностных плазмонов по цепочкам наночастиц. Недавно появился цикл теоретических работ [161-165], в которых была рассмотрена периодическая цепочка сфероидов. В данных работах высказано предположение, что при нанометровых размерах сфероидов возможна ситуация, когда поперечная локализация сигнала по порядку величины совпадает с расстоянием между сфероидами, т.е. может составлять десятки нанометров. При этом длина пробега оказывается макроскопической величиной.

Однако в указанных работах использовалось приближение точечных диполей. Такое приближение часто используется при расчетах свойств композитных материалов с включениями [166-168] или цепочек наночастиц [161-163, 165, 169, 170]. Это связано с тем, что обычно включения имеют сферическую форму, а поле сферических включений в однородном внешнем электрическом поле является дипольным. Кроме того, поле диполя убывает медленнее по сравнению с мультиполями более высоких порядков [171], поэтому

их вкладом, как правило, можно пренебречь из-за большого расстояния между наночастицами.

В данном параграфе рассматривается распространение плазмонов по цепочке частиц, расположенных на расстояниях, соизмеримых с их размером. Отметим, что даже в дипольном приближении поля сфероида и точечного диполя с тем же дипольным моментом совпадают только асимптотически на больших расстояниях. Учет размера включений приводит к тому, что даже в однородном внешнем поле ближнее поле включения может значительно отличаться от поля дипольного точечного диполя. В данном параграфе исследовано распространение плазмонов по цепочке сплюснутых сфероидов и показано, что учет конечного размера сфероидов приводит к значительному уменьшению длины пробега плазмона по цепочке из сфероидов по сравнению с предсказаниями теории точечных мультиполей. Это связано с тем, что поле точечного диполя на расстояниях, сравнимых с размером сфероида, с той же поляризуемостью в несколько раз превосходит поле сфероида конечного размера. Сравнение результатов расчета длины пробега плазмонов, полученных в работах [161, 162], где наночастицы рассматриваются как точечные диполи, и результатов квазистатических расчетов для сфероидов конечного размера показывают, что длина пробега плазмона оказывается существенно меньше предсказанной в модели точечных диполей. Следуя работам [161-163, 165, 169, 170], мы также ограничимся учетом только дипольных моментов.

2.1.2. Приближение точечных диполей

Рассмотрим систему, изображенную на рис. 29. Расстояние между сфероидами равно *d*, длины малой и большой полуосей равны *a* и *b* соответственно. Предполагается, что размеры наночастиц много меньше длины волны света в вакууме.

Сначала получим закон дисперсии для мод, распространяющихся по цепочке сплюснутых сфероидов, выстроенных вдоль оси симметрии. Если рассматривать сфероид как точечный диполь, то компонента дипольного момент *j*-й наночастицы d_j определяется по формуле

$$d_j = \alpha \sum_{l \neq j} G\left(x_j, x_l\right) d_l \,, \tag{2.1}$$

где α — поляризуемость наночастицы, соответствующая направлению диполя, а $G\left(x_j, x_l\right)$ — элемент диадной функции Грина.

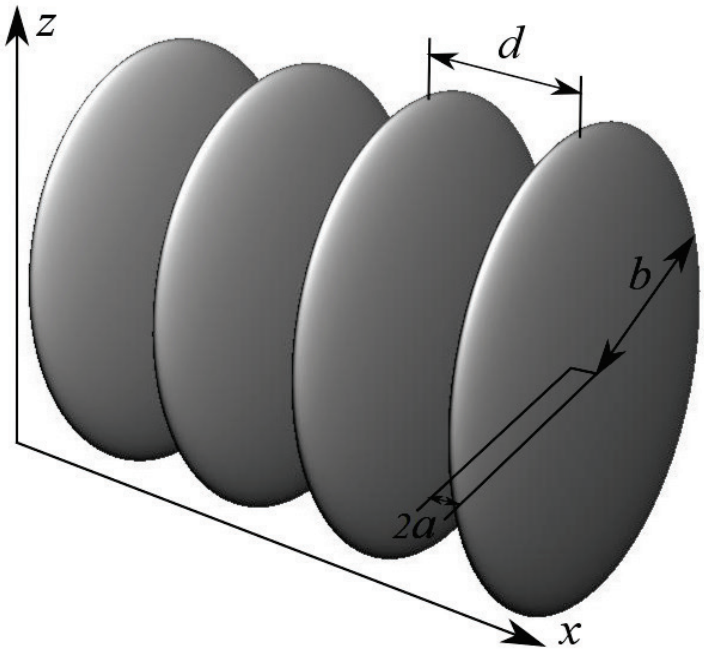

Рис. 29. Исследуемая система

В случае если наведённый дипольный момент наночастицы направлен перпендикулярно оси цепочки, то $G\left(x_j, x_l\right)$ равен

$$G\left(x_j, x_l\right) = \left(\frac{k_0^2}{|j-l|d} + \frac{ik_0}{|j-l|^2 d^2} - \frac{1}{|j-l|^3 d^3} \right) \exp\left[i|j-l|k_0 d \right]. \qquad (2.2)$$

В случае продольной поляризации, когда дипольный момент наночастиц направлен параллельно оси цепочки, $G\left(x_j, x_l\right)$ равен

$$G\left(x_j, x_l\right) = 2\left(-\frac{ik_0}{|j-l|^2 d^2} + \frac{1}{|j-l|^3 d^3} \right) \exp\left[i|j-l|k_0 d \right], \qquad (2.3)$$

где $k_0 = \omega / c$ — волновое число света в вакууме (c — скорость света).

Поляризуемость наночастицы α определяется по формуле [172]

$$\alpha_{\perp,\parallel}^{-1} = \left(\alpha_{\perp,\parallel}^{\text{стат}} \right)^{-1} - 2ik_0^3 / 3, \qquad (2.4)$$

где $\perp$ и $\parallel$ означают соответственно перпендикулярное и параллельное направление оси симметрии сфероида, $\alpha_{\perp,\parallel}^{\text{стат}}$ — квазистатическая поляризуемость наночастицы, определяемая по формулам

$$\alpha_{\parallel}^{\text{стат}}(\omega)=\frac{\varepsilon(\omega)-1}{1+L_{\parallel}\left(\varepsilon(\omega)-1\right)}\frac{ab^2}{3},$$
$$\alpha_{\perp}^{\text{стат}}(\omega)=\frac{\varepsilon(\omega)-1}{1+L_{\perp}\left(\varepsilon(\omega)-1\right)}\frac{ab^2}{3}, \tag{2.5}$$

где $L_{\parallel}$ и $L_{\perp}$ — факторы деполяризации при внешнем поле, направленном вдоль цепочки и поперёк [7].

Так как цепочка является периодической, то, согласно теореме Блоха, все дипольные моменты связаны через выражение

$$d_j = d_l \exp\left[i\left(j-l\right)k_x d\right], \tag{2.6}$$

где k_x — константа распространения. Длина волны поверхностного плазмона $\lambda_{\text{ПП}}$ и длина пробега $l_{\text{ПП}}$ выражаются через k_x следующим образом:

$$\lambda_{\text{ПП}} = 2\pi / \operatorname{Re} k_x,$$
$$l_{\text{ПП}} = 1 / \operatorname{Im} k_x. \tag{2.7}$$

Подставив выражение (2.6) в (2.1) и исключив амплитуду дипольного момента, получим следующий закон дисперсии:

$$\alpha_{\parallel,\perp}(\omega) - S_{\parallel,\perp}(k_x, k_0) = 0, \tag{2.8}$$

где $S_{\perp,\parallel}(k_x)$ — это сумма полей, действующих на произвольный диполь со стороны всех остальных диполей. В случае поперечной поляризации $S_{\perp}(k_x)$ принимает вид

$$S_{\perp}(k_x) = 2\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{k_0^2}{nd}+\frac{ik_0}{(nd)^2}-\frac{1}{(nd)^3}\right]\exp\left(ink_0 d\right)\cos\left(nk_x d\right), \tag{2.9}$$

а в случае продольной поляризации $S_{\parallel}(k_x)$ определяется по формуле

$$S_{\parallel}(k_x) = 4\sum_{n=1}^{+\infty}\left[-\frac{ik_0}{(nd)^2}+\frac{1}{(nd)^3}\right]\exp\left(ink_0 d\right)\cos\left(nk_x d\right). \tag{2.10}$$

Чтобы получить квазистатическое выражение для закона дисперсии, достаточно подставить в формулы (2.9) и (2.10) $k_0 = 0$. Учитывая взаимодействия с двумя ближайшими соседями, можно получить простое аналитическое выражение для закона

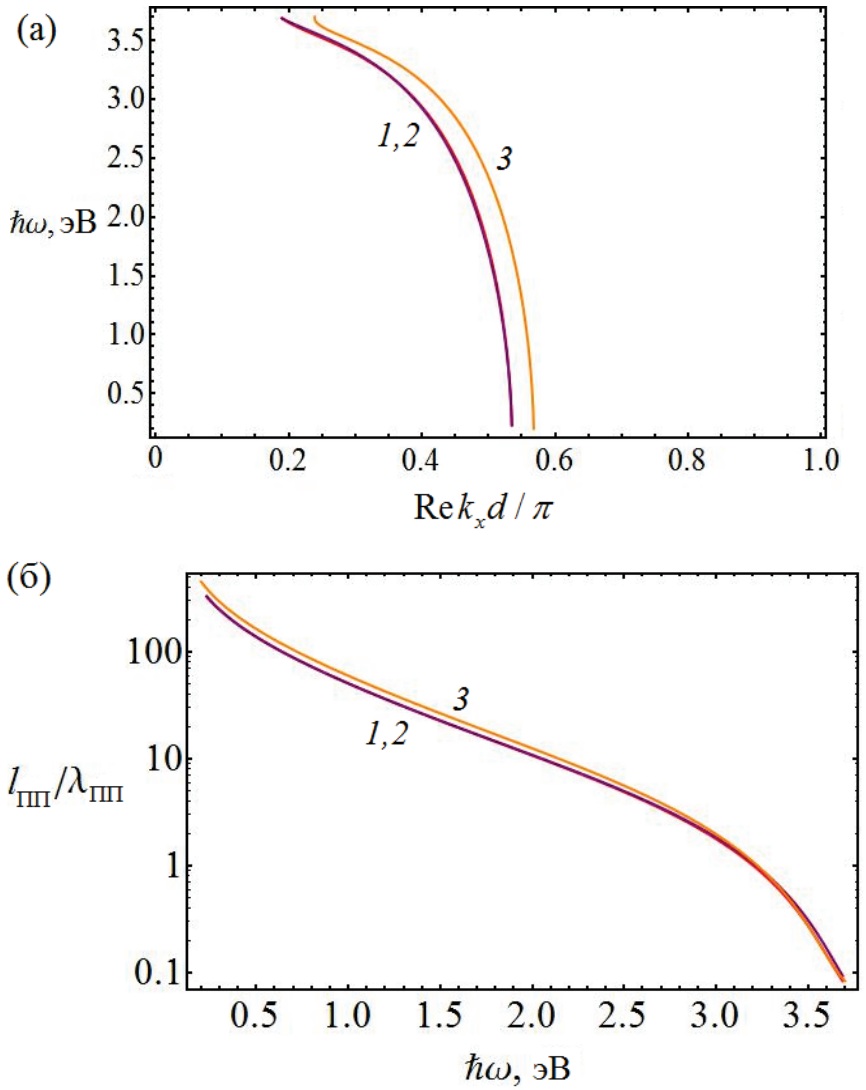

Рис. 30. Дисперсионные кривые (а) и зависимости длины пробега поперечно поляризованной моды от частоты (б) для цепочки точечных диполей, рассчитанные в различных приближениях. Кривая 1 рассчитана по формуле (2.8) с учётом запаздывания и взаимодействия со всеми наночастицами цепочки, кривая 2 — по формуле (2.8) в квазистатическом приближении при $k_0 = 0$, кривая *3* — по формуле (2.11) в квазистатическом приближении и с учётом взаимодействия только с ближайшими соседями. Параметры цепочки: $a = 6,25$ нм, $a/b = 0,15$, расстояние между сфероидами $d = 4a = 0,6b = 25$ нм. Для расчётов длины пробега использовалась зависимость диэлектрической проницаемости от частоты из [173]

дисперсии в случае поперечной поляризации

$$k_x(\omega) = \frac{1}{d}\arccos\left[-\frac{d^3}{2\alpha_{\perp}^{\text{стат}}}\right] \tag{2.11}$$

и в случае продольной поляризации —

$$k_x(\omega) = \frac{1}{d}\arccos\left[\frac{d^3}{4\alpha_{\square}^{\text{стат}}}\right]. \tag{2.12}$$

Далее рассматриваем только поперечно поляризованную моду, так как в статье [161] было показано, что для поперечно-поляризованной моды достигается достаточно большая длина пробега, равная 15 мкм при расстоянии между наночастицами, равном 25 нм.

На рис. 30 представлены дисперсионные кривые и зависимости длины пробега поперечно поляризованной моды от частоты, рассчитанные с учетом запаздывания и в квазистатическом приближении. Параметры цепочки: $a = 6,25$ нм, $a/b = 0,15$, расстояние между сфероидами $d = 4a = 0,6b = 25$ нм. Для расчетов длины пробега использовалась зависимость диэлектрической проницаемости от частоты из [173]. Кривые *1* и *2* практически совпадают, так как k_x находится далеко от светового конуса и края первой зоны Бриллюэна, поэтому мы можем использовать квазистатическое приближение. Кривая *3* получена при учёте взаимодействия только между ближайшими соседями. Из рис. 30 видно, что она качественно совпадает как с кривой *1*, полученной с учётом запаздывания при взаимодействии со всеми наночастицами цепочки, так и с кривой *2,* полученной в квазистатическом при учёте взаимодействия со всеми частицами. Поэтому ниже для простоты вычислений мы будем рассчитывать дисперсию с учётом взаимодействия только с ближайшими соседями.

2.1.4. Учёт конечного размера наночастиц

Как показано в [171], поле эллипсоида конечного размера совпадает с полем точечного диполя при достаточно больших расстояниях. Однако при расстояниях, сравнимых с размерами наночастицы, поле может значительно различаться. Действительно, отклик сфероида на внешнее поле определяется собственными модами $\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{внеш}}$ и $\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}}$, которые являются решениями задачи

$$\begin{gathered}\Delta\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{внеш}}=0,\\ \Delta\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}}=0,\\ \tilde{\varphi}_{nm}^{\text{внеш}}\Big|_S=\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}}\Big|_S,\\ \varepsilon_{nm}\frac{\partial\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{внеш}}}{\partial n}\Big|_S=\frac{\partial\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}}}{\partial n}\Big|_S,\end{gathered}\tag{2.13}$$

где S — поверхность сфероида, ε_{nm} — собственная диэлектрическая проницаемость. Данная задача решена аналитически с помощью сплюснутых сфероидальных координат (рис. 31) [174]

$$\begin{gathered}x=f\xi\eta,\\ y=f\sqrt{\xi^2+1}\sqrt{1-\eta^2}\cos\psi,\\ z=f\sqrt{\xi^2+1}\sqrt{1-\eta^2}\sin\psi,\end{gathered}\tag{2.14}$$

где f — расстояние между фокусами наносфероида. Координата ξ меняется в пределах от 0 до $+\infty$ и описывает семейство сфероидов с различным отношением полуосей и расстоянием f между фокусами

$$\frac{x^2+y^2}{f^2\left(\xi^2+1\right)}+\frac{z^2}{f^2\xi^2}=1.\tag{2.15}$$

Поверхность одиночного сфероида в такой системе задается координатой $\xi_0=a/\sqrt{b^2-a^2}$. В сфероидальной системе координат производная по нормали к поверхности сфероида имеет вид $\frac{\partial}{\partial n}=\frac{1}{h_\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}$, где h_ξ — коэффициент Ламэ координаты ξ. Координата η меняется в пределах от -1 до 1 и описывает семейство однополостных гиперболоидов

$$\frac{x^2+y^2}{f^2\left(1-\eta^2\right)}-\frac{z^2}{f^2\eta^2}=1.\tag{2.16}$$

Положительные значения η соответствуют части двухполостного гиперболоида, расположенного в области $z>0$, а отрицательные — в области $z<0$. Координата ψ является азимутальным углом в плоскости YZ.

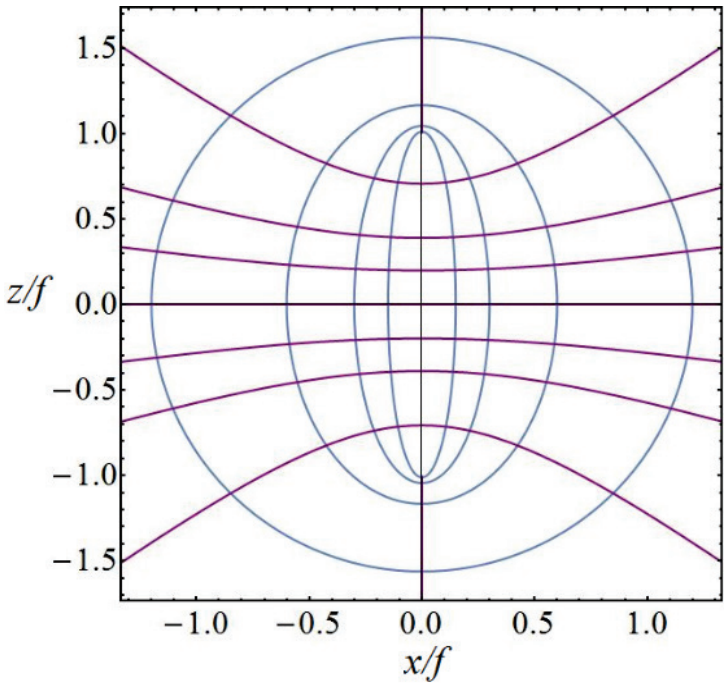

Рис. 31. Сфероидальная система координат.

Аналитические выражения для мод $\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{внеш}}, \tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}}$ и ε_{nm} имеют вид [175]

$$\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}} = Q_m^{(|m|)}(i\xi_0)P_n^{(|m|)}(i\xi)P_n^{(|m|)}(\eta)\exp(im\psi), \quad 0 < \xi < \xi_0, \tag{2.17}$$

$$\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{внеш}} = P_n^{(|m|)}(i\xi_0)Q_n^{(|m|)}(i\xi)P_n^{(|m|)}(\eta)\exp(im\psi), \quad \xi > \xi_0, \tag{2.18}$$

$$\varepsilon_{nm} = \frac{P_n^{(|m|)}(i\xi_0)}{\left(P_n^{(|m|)}(i\xi_0)\right)'}\frac{\left(Q_n^{(|m|)}(i\xi_0)\right)'}{Q_n^{(|m|)}(i\xi_0)}. \tag{2.19}$$

Моды с индексом $n = 1$ возбуждаются под действием постоянного поля и соответствуют наведению дипольного момента у наночастицы. Если индекс $m = 0$, то моде соответствует дипольный момент вдоль оси симметрии сфероида, т.е. вдоль оси x. Если $m = 1$, то у сфероида есть дипольный момент вдоль оси y или z. Моды с $n > 1$ соответствуют мультиполям более высокого порядка.

Чтобы доказать, что дипольный момент у наносфероида есть только тогда, когда возбуждены моды с $n = 1$, предположим, что возбуждена мода с произвольными значениями n и m. В этом случае потенциал поля внутри наночастицы равен $\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}}$, снаружи – $\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{внеш}}$, которые описываются формулами (2.17) и (2.18) соответственно.

В декартовых координатах i-я компонента дипольного момента может быть рассчитана по формуле

$$d_i = \int_V dVP_i = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \int_V dVE_i^{\text{внеш}} , \tag{2.20}$$

где V — объем наночастицы, P_i — компонента вектора поляризации, ε — диэлектрическая проницаемость, $E_i^{(in)} = -\nabla_i \tilde{\varphi}_{nm}$ — поле внутри наносфероида. Выражение (2.20) можно привести к следующему виду:

$$d_i = -\frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \int_V dV \left(\nabla x_i, \nabla \tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}} \right), \tag{2.21}$$

где x_i — декартова координата. Используя выражение $div\left(x_i \nabla \tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}} \right) = x_i \Delta \tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}} + \left(\nabla x_i, \nabla \tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}} \right)$ и теорему Гаусса, получаем следующее выражение:

$$d_i = -\frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \int_S dS x_i \frac{\partial \tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}}}{\partial n}, \tag{2.22}$$

где S — поверхность наносферода. В сфероидальных координатах производная по нормали к поверхности наносфероида и элемент площади поверхности сфероида имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n} &= \frac{1}{h_\xi} \frac{\partial}{\partial \xi}, \\ dS &= h_\eta h_\psi d\eta d\psi, \end{aligned} \tag{2.23}$$

где h_ξ, h_η, h_ψ — коэффициенты Ламе сфероидальных координат, которые определяются по формулам

$$\begin{aligned} h_\xi &= f \sqrt{\frac{\xi^2 - \eta^2}{\xi^2 + 1}}, \\ h_\eta &= f \sqrt{\frac{\xi^2 - \eta^2}{1 - \eta^2}}, \\ h_\psi &= f \sqrt{\left(\xi^2 + 1 \right)\left(1 - \eta^2 \right)}. \end{aligned} \tag{2.24}$$

Подставляя формулы (2.23), (2.24) и выражения (2.17) для $\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}}$ в (2.22), получаем следующее выражение для d_i:

$$d_i = -\frac{\varepsilon - 1}{4\pi} Q_n^{(m)}\left(i\xi_0 \right) \int_{-1}^{1} d\eta \int_0^{2\pi} d\psi x_i P_n^{(|m|)\prime}\left(i\xi_0 \right) P_n^{(|m|)}\left(\eta \right) \exp\left[im\psi \right], \tag{2.25}$$

Декартовы координаты x_i связаны с сфероидальными по следующим формулам:

$$x = fP_1(\xi)P_1(\eta)$$
$$y = fP_1^{(1)}(\xi)P_1^{(1)}(\eta)\cos\psi, \qquad (2.26)$$
$$z = fP_1^{(1)}(\xi)P_1^{(1)}(\eta)\sin\psi.$$

Из ортогональности функций Лежандра следует, что $d_i \neq 0$ тогда и только тогда, когда $n=1$. Если $m = 0$, то $d_y = d_z = 0$. Если $m = 1$, то $d_x = 0$, $d_y \neq 0$ и $d_z \neq 0$. Таким образом, только при возбуждении мод наносфероида с $n = 1$ у наночастицы возникает дипольный момент.

Если сфероид помещен в однородное поле $E_{0,z}$, направленное вдоль оси z, то потенциал поля, рассеянного на сфероиде, описывается функцией

$$\varphi^{\text{сф}} = A\left(\varphi_{1,1}^{\text{внеш}} - \varphi_{1,-1}^{\text{внеш}}\right)/(2i) = AP_1^{(1)}(i\xi_0)Q_1^{(1)}(i\xi)P_1^{(1)}(\eta)\sin\psi, \qquad (2.27)$$

где A — коэффициент, соответствующий величине дипольного момента. Подставляя в $\varphi^{\text{сф}}$ выражение для координаты $z = f\sqrt{\xi^2+1}P_1^{(1)}(\eta)\sin\psi$, получим следующее выражение для потенциала поля сфероида

$$\varphi^{\text{сф}} = AP_1^{(1)}(i\xi_0)\frac{Q_1^{(1)}\left(i\xi(x,y,z)\right)}{\sqrt{\xi(x,y,z)^2+1}}z. \qquad (2.28)$$

z-компонента электрического поля $E_z^{\text{сф}}$ на оси цепочки $y = z = 0$ определяется по формуле

$$E_z^{\text{сф}} = -\left.\frac{\partial\varphi^{\text{внеш}}}{\partial z}\right|_{z=0} = -A\frac{Q_1^{(1)}(i\xi)}{f\sqrt{\xi^2+1}}. \qquad (2.29)$$

При $y = z = 0$ и $x > 0$, согласно (2.14), $\eta = 1$ и $\xi = x/f$. Чтобы определить, как связаны дипольный момент наночастицы и коэффициент A, рассмотрим выражение (2.29) в пределе больших расстояний ($\xi \to +\infty$). При $\xi \to +\infty$ $Q_1^{(1)}(i\xi) \approx 2/3\xi^{-2}$ и, следовательно, поле одиночного сфероида на бесконечности описывается следующей формулой:

$$E_z^{\text{сф}} \approx -A\frac{2f^2}{3x^3}. \qquad (2.30)$$

Поле точечного диполя $E_z^{\text{дип}}$ имеет вид

$$E_z^{\text{дип}} = -\alpha_\perp E_{0,z}/x^3, \qquad (2.31)$$

где $\alpha_\perp$ — поляризуемость сфероида вдоль оси *z*, которая описывается формулой (2.5). При $x \to \infty$ $E_z^{\text{сф}}$ должно совпадать с $E_z^{\text{дип}}$. Сравнивая (2.30) и (2.31), получаем, что $A = 3\alpha_\perp E_{0,z} / \left(2f^2\right)$. На рис. 32 показано поле точечного диполя и поля сфероида, имеющего такой же дипольный момент, при более близких расстояниях. Пунктирной линией отмечено расстояние между наночастицами, использовавшееся в расчетах рис. 30. Напряженность поля точечного диполя примерно в пять раз больше поля сфероида при рассматриваемом расстоянии $d = 4a = 0,6b$. Следовательно, поле, действующее на сфероид со стороны соседних наночастиц будет на порядок меньше.

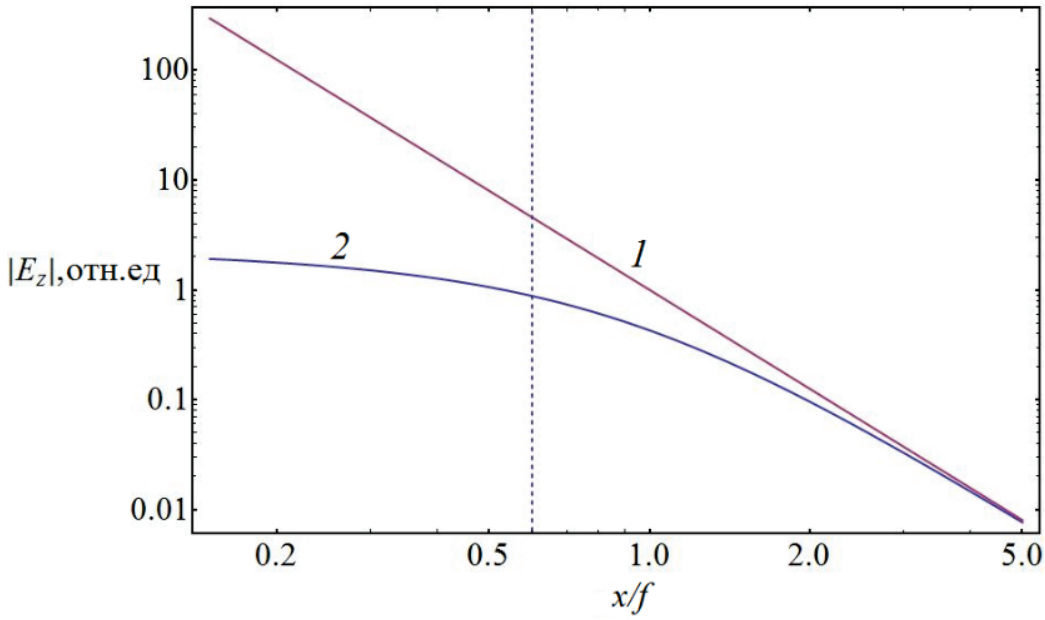

Рис. 32. Напряженность поля точечного диполя (кривая *1*) и сплюснутого сфероида (кривая *2*) с одинаковым дипольным моментом. Вертикальная прямая соответствует расстоянию $d = 0,6b$ между центрами сфероида.

Теперь рассчитаем длину пробега моды цепочки сфероидов конечного размера. Потенциал поля моды φ является решением уравнения Лапласа

$$\Delta\varphi_j^{\text{вн}} = 0,\ \Delta\varphi^{\text{внеш}} = 0, \tag{2.32}$$

где $\varphi_j^{\text{вн}}$ — потенциалы внутри *j*-го сфероида, $\varphi^{\text{внеш}}$ — потенциал в вакууме, связанные через граничные условия:

$$\left.\varphi_j^{\text{вн}}\right|_{S_j} = \left.\varphi^{\text{внеш}}\right|_{S_j},$$
$$\left.\varepsilon\frac{\partial\varphi_j^{\text{вн}}}{\partial n}\right|_{S_j} = \left.\frac{\partial\varphi^{\text{внеш}}}{\partial n}\right|_{S_j}, \tag{2.33}$$

где S_j — поверхность j-го сфероида, $\partial/\partial n$ — нормаль к поверхности S_j, ε — диэлектрическая проницаемость сфероидов. Из-за периодичности цепочки $\varphi^{\text{внеш}}$ и $\varphi_j^{\text{вн}}$ удовлетворяют теореме Блоха

$$\begin{aligned}\varphi^{\text{внеш}}(x+d) &= \exp\left(ik_x d\right)\varphi^{\text{внеш}}(x),\\ \varphi_j^{\text{вн}}(x+d) &= \exp\left(ik_x d\right)\varphi_{j+1}^{\text{вн}}(x),\end{aligned} \tag{2.34}$$

где k_x — константа распространения. Для выполнения теоремы Блоха находим решение в виде [176]

$$\varphi^{\text{внеш}}\left(\vec{r}\right) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty}\exp\left(ik_x jd\right)\sum_{n,m}C_{nm}^{\text{внеш}}\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{внеш}}\left(\vec{r}-\vec{r}_j\right), \tag{2.35}$$

$$\varphi_j^{\text{вн}}\left(\vec{r}\right) = \exp\left(ik_x jd\right)\sum_{n,m}C_{nm}^{\text{вн}}\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}}\left(\vec{r}-\vec{r}_j\right), \tag{2.36}$$

где $\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{внеш}}$ и $\tilde{\varphi}_{nm}^{\text{вн}}$ — потенциал собственной моды одиночного сфероида внутри и вне сфероида, $C_{nm}^{\text{внеш}}$ и $C_{nm}^{\text{вн}}$ — коэффициенты разложения потенциала внутри и вне сфероидов соответственно, $\vec{r}_j$ — радиус-вектор центра j-го сфероида.

Подставляя выражения (2.17) и (2.18) для мод одиночного сфероида в выражения (2.35) и (2.36), получаем следующие выражения для потенциалов $\varphi^{\text{внеш}}$ и $\varphi^{\text{вн}}$:

$$\begin{aligned}\varphi^{\text{внеш}}\left(\vec{r}\right) &= \sum_{j=-\infty}^{+\infty}\exp\left(ik_x jd\right)\sum_{n}\sum_{m=-n}^{n}C_{nm}^{\text{внеш}}P_n^{(|m|)}\left(i\xi_0\right)Q_n^{(|m|)}\left(i\tilde{\xi}_j\right)P_n^{(|m|)}\left(\tilde{\eta}_j\right)\exp\left(im\psi\right),\\ \varphi_j^{\text{вн}}\left(\vec{r}\right) &= \exp\left(ik_x jd\right)\sum_{n}\sum_{m=-n}^{n}C_{nm}^{\text{вн}}P_n^{(|m|)}\left(i\xi_0\right)Q_n^{(|m|)}\left(i\tilde{\xi}_j\right)P_n^{(|m|)}\left(\tilde{\eta}_j\right)\exp\left(im\psi\right),\end{aligned} \tag{2.37}$$

где $\tilde{\xi}_j$ и $\tilde{\eta}_j$ — сфероидальные координаты, рассчитанные относительно центра j-го сфероида, которые связаны с координатами сфероида с $j = 0$ по следующим формулам:

$$\tilde{\xi}_j = \left[\left(\xi^2 - \eta^2 - 2\xi\eta\left(jd/f\right) + \left(jd/f\right)^2 + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \left\{ \left(\xi^2 - \eta^2 - 2\xi\eta\left(jd/f\right) + \left(jd/f\right)^2 \right)^2 + 4\left(\xi\eta - \left(jd/f\right)\right)^2 \right\}^{1/2} \right) / 2 \right]^{1/2},$$
$$\tilde{\eta}_j = \left[\left(\left\{ \left(\xi^2 - \eta^2 - 2\xi\eta\left(jd/f\right) + \left(jd/f\right)^2 \right)^2 + 4\left(\xi\eta - \left(jd/f\right)\right)^2 \right\}^{1/2} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \xi^2 + \eta^2 + 2\xi\eta\left(jd/f\right) - \left(jd/f\right)^2 \right) / 2 \right]^{1/2}, \qquad (2.38)$$

где f — фокальное расстояние сфероида.

Чтобы получить закон дисперсии мод цепочки, подставим выражения (2.37) в граничные условия (2.33) для сфероида j = 0. Умножая на $P_l^{(m')}(\eta)\exp\left(-im'\psi\right)/(2\pi)$ и интегрируя по η от -1 до 1 и по ψ от 0 до 2π, получаем следующие уравнения:

$$C_{lm'}^{\text{вн}} Q_l^{(|m'|)}\left(i\xi_0\right) P_l^{(|m'|)}\left(i\xi_0\right) = C_{lm'}^{\text{внеш}} Q_l^{(|m'|)}\left(i\xi_0\right) P_l^{(|m'|)}\left(i\xi_0\right) +$$
$$+ \sum_{\substack{j=-\infty \\ j\neq 0}}^{+\infty} \exp\left(ik_x jd\right) \sum_n C_{nm'}^{\text{внеш}} P_n^{(|m'|)}\left(i\xi_0\right) a_{nlm'}^{(j)},$$
$$\varepsilon C_{lm'}^{\text{вн}} Q_l^{(|m'|)}\left(i\xi_0\right) \left.\frac{dP_l^{(|m'|)}\left(i\xi\right)}{d\xi}\right|_{\xi=\xi_0} = C_{lm'}^{\text{внеш}} P_l^{(|m'|)}\left(i\xi_0\right) \left.\frac{dQ_l^{(|m'|)}\left(i\xi\right)}{d\xi}\right|_{\xi=\xi_0} + \qquad (2.39)$$
$$+ \sum_{\substack{j=-\infty \\ j\neq 0}}^{+\infty} \exp\left(ik_x jd\right) \sum_n C_{nm'}^{\text{внеш}} P_n^{(|m'|)}\left(i\xi_0\right) b_{nlm'}^{(j)},$$

где

$$a_{nlm'}^{(j)} = \int_{-1}^{1} d\eta \left(Q_n^{(|m'|)}\left(i\tilde{\xi}_j\right) P_n^{(|m'|)}\left(\tilde{\eta}_j\right) \right)\Big|_{\xi=\xi_0} P_l^{(|m'|)}(\eta) \Big/ \int_{-1}^{1} d\eta \left(P_l^{(|m'|)}(\eta) \right)^2,$$
$$b_{nlm'}^{(j)} = \int_{-1}^{1} d\eta \frac{\partial}{\partial\xi} \left(Q_n^{(|m'|)}\left(i\tilde{\xi}_j\right) P_n^{(|m'|)}\left(\tilde{\eta}_j\right) \right)\Big|_{\xi=\xi_0} P_l^{(|m'|)}(\eta) \Big/ \int_{-1}^{1} d\eta \left(P_l^{(|m'|)}(\eta) \right)^2. \qquad (2.40)$$

Коэффициенты $a_{nlm'}^{(j)}$ и $b_{nlm'}^{(j)}$ описывают взаимодействие нулевого сфероида с j-м сфероидом и связаны через соотношение

$$b_{nlm'}^{(j)} = \frac{1}{P_l^{(|m'|)}\left(i\xi_0\right)} \frac{d}{d\xi} P_n^{(|m'|)}\left(i\xi\right)\Big|_{\xi=\xi_0} a_{nlm'}^{(j)}, \qquad (2.41)$$

вывод которого дан в статье [177].

Следует отметить, что в системе уравнений (2.39) нет коэффициентов $C_{nm}^{\text{вн,внеш}}$ с индексом $m \neq m'$. Следовательно, система уравнений (2.39) распадается на независимые

системы уравнений для каждого значения m. Индекс m является орбитальным угловым моментом, который характеризует форму волнового фронта моды [178-181].

Рассмотрим случай $m'=1$, так как нас интересует мода, в которой дипольный момент направлен перпендикулярно к оси цепочки. Выбор этого значения связан с тем, что при $m'=1$ в ряде (2.37) присутствует мода $\tilde{\varphi}_{1,1}$, соответствующая дипольному моменту, направленному перпендикулярно оси цепочки. Введем обозначения: $C_n^{\text{внеш,вн}}=C_{n,1}^{\text{внеш,вн}}$, $a_{nl}^{(j)}=a_{nl,1}^{(j)}$, $b_{nl}^{(j)}=b_{nl,1}^{(j)}$, где j — номер сфероида.

Исключая $C_l^{\text{вн}}$ из уравнений (2.39) и предполагая, что только первые N_1 коэффициентов $C_n^{\text{внеш}}\neq 0$, получим замкнутую систему уравнений относительно коэффициентов $C_n^{\text{внеш}}$. Используя соотношение (2.41) и учитывая взаимодействие только с N_2 ближайшими наночастицами, получим следующую систему уравнений:

$$\sum_{n=1}^{N_1}\left[\delta_{nl}+\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon-\varepsilon_{l,1}}\sum_{\substack{j=-N_2\\ j\neq 0}}^{+N_2}\exp\left(ik_x jd\right)\frac{P_n^{(1)}(i\xi_0)}{P_l^{(1)}(i\xi_0)}\frac{a_{nl}^{(j)}}{Q_l^{(1)}(i\xi_0)}\right]C_n^{\text{внеш}}=0,\ l=\overline{1,N_1}. \tag{2.42}$$

Чтобы проанализировать влияние мультиполей на дисперсию поперечно поляризованной моды, сначала рассмотрим случай отсутствия поглощения ($\operatorname{Im}\varepsilon=0$). Пренебрежение поглощением необходимо для того, чтобы ряд (2.37) сходился при суммировании по j из-за того, что при наличии поглощения означает $\operatorname{Im}k_x\neq 0$, и ряд (2.37) расходится. Численно определяя значения $k_x\left(\omega\right)$, при которых определитель системы (2.42) равен 0, получим зависимость константы распространения $k_x\left(\omega\right)$ и коэффициенты разложения $C_l^{\text{внеш}}$. Как показывает численный расчет, коэффициент $C_1^{\text{внеш}}$ на порядок больше всех остальных коэффициентов, поэтому можно значительно упростить уравнения (2.42) и получить аналитическое выражение для закона дисперсии, пренебрегая коэффициентами $C_l^{\text{внеш}}$ с $l>1$ и учитывая взаимодействие только с ближайшими наночастицами. В этом случае выражение для закона дисперсии имеет следующий вид:

$$k_x=\frac{1}{d}\arccos\left[\frac{\varepsilon_{1,1}-\varepsilon\left(\omega\right)}{2\left(\varepsilon\left(\omega\right)-1\right)}\frac{Q_1^{(1)}\left(i\xi_0\right)}{a_{1,1}^{(1)}}\right]. \tag{2.43}$$

Далее формулу (2.43) будем использовать для расчета дисперсии моды с учетом поглощения.

На рис. 33 изображена зависимость длины пробега, рассчитанной по формуле (2.43) , в сравнении с зависимостями длины пробега, рассчитанными в приближении точечных диполей. Для расчетов длины пробега использовали зависимость диэлектрической проницаемости от частоты из работы [173]. Предполагалось, что длина малой полуоси сфероидов $a = 6,25$ нм, аспектное отношение $a/b = 0,15$, расстояние между центрами сфероидов — $d = 4a = 25$ нм.

Значения длины пробега, рассчитанные с помощью приближения точечных диполей, превосходят на несколько порядков значения длины пробега, рассчитанные с учетом конечного размера сфероида.

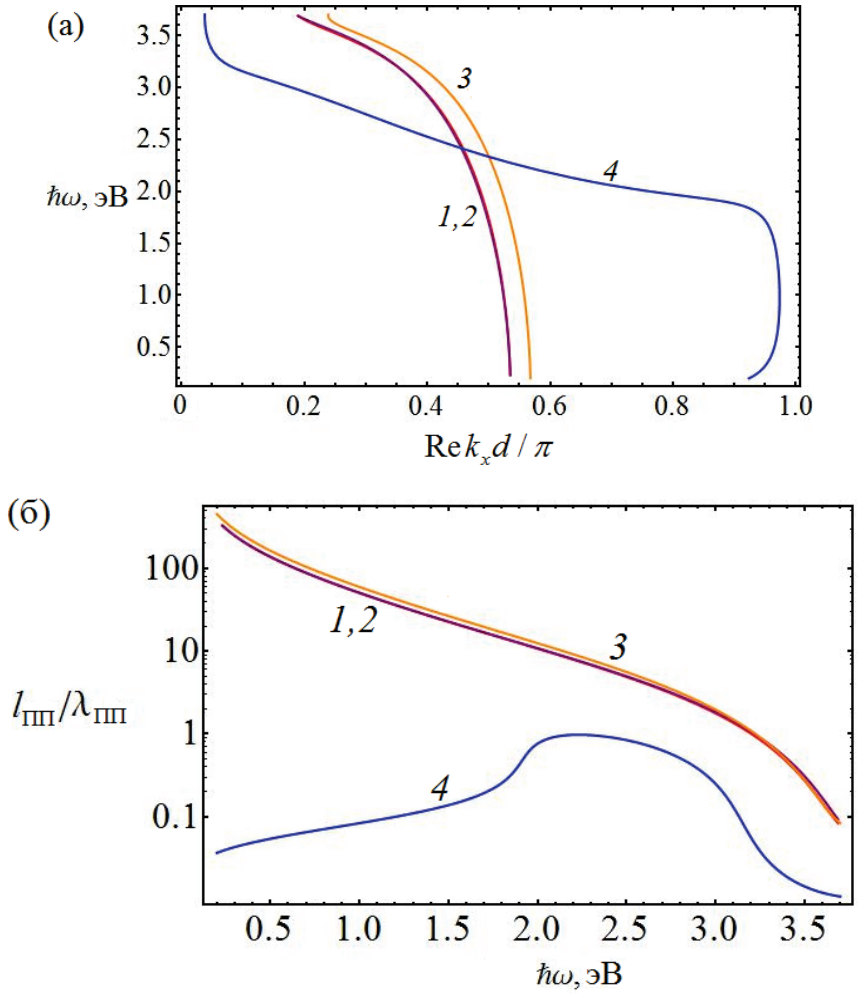

Рис. 33. Дисперсионные кривые (а) и зависимости длины пробега поперечно поляризованной моды от частоты (б). Кривая 1 рассчитана по формуле (2.8) с учётом запаздывания и взаимодействия со всеми наночастицами цепочки [161], кривая *2* — по формуле из [161] при $k_0 = 0$, кривая *3* — по формуле (2.11), кривая *4* — по формуле (2.43). Параметры цепочки: $a = 6.25$ нм, $a/b = 0,15$, расстояние между сфероидами $d = 4a = 0,6b = 25$ нм.

Чтобы объяснить значительное различие длин пробега, подставим в формулу (2.43) выражение (2.5) для поляризуемости $\alpha_\perp$:

$$k_x(\omega) = \frac{1}{d}\arccos\left[-\frac{d^3}{2\alpha_\perp \beta}\right], \tag{2.44}$$

где $\beta = ab^2 Q_1^{(1)}(i\xi_0)/\left(3d^3 a_{1,1}^{(1)}\right)$ — численный параметр, определяющий эффективную поляризуемость $\beta\alpha_\perp$. При $a/b = 0{,}15$ и $d = 4a = 0{,}6b$ параметр $\beta \approx 0{,}1$, т.е. эффективная поляризуемость $\beta|\alpha_\perp| < |\alpha_\perp|$. Как показал расчет, уменьшение эффективной поляризуемости приводит к уменьшению длины пробега в случае сфероидов конечного размера.

2.1.5. Выводы

Показано, что учет конечных размеров наночастиц приводит к значительному уменьшению длины пробега по сравнению с длиной пробега, которое дает использование приближения точечных диполей. Это связано с тем, что эффективная поляризуемость сфероида при малых расстояниях значительно меньше поляризуемости сфероида при расстояниях, значительно превосходящих его размер.

2.2. Распространение поверхностных плазмонов по периодически наноструктурированным поверхностям

2.2.1. Введение

Как указывалось ранее, значительным препятствием для практического применения плазмонов являются высокие потери при распространении и, следовательно, малые значения длины пробега поверхностных плазмон-поляритонов [182]. Одной из причин высоких потерь при распространении являются потери на поглощение в металле. Кроме того, другими источниками потерь является рассеяние на поверхностной шероховатости и дефектах кристаллической решётки [183-186].

Данный раздел посвящён исследованию влияния поверхностной шероховатости на распространение поверхностных плазмон-поляритонов. Для качественной оценки потерь мы рассмотрим металлическую поверхность с детерминированной шероховатостью. Для этого мы воспользуемся методом преобразования координат, описанном в статье [187]. В рамках этого метода используется координаты, в которых поверхность раздела между металлом и диэлектриком имеет вид плоскости. Показано, что при распространении по

шероховатой поверхности длина пробега ПП значительно уменьшается из-за усиления полей вблизи областей с малым радиусом кривизны.

2.2.2. Метод преобразования координат

Исследуется распространение поверхностного плазмон поляритона по металлической поверхности с периодическим профилем поверхности (рис.34). Предполагается, что верхнее полупространство заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε_d и металлом с диэлектрической проницаемостью ε_m. В общем случае, поверхность раздела может быть задана параметрически уравнениями

$$\begin{aligned} x &= t + f\left(t\right), \\ z &= s(t) \end{aligned} \tag{2.45}$$

где t — параметр, принимающий значения от -∞ до ∞, $f\left(t\right)$, $s\left(t\right)$ — периодические функции с периодом a. При таком описании рельефа возможно исследование поверхностей, рельеф которых имеет с которых не может быть задан однозначной функцией. Если $f(t) = 0$ при любом t, то, можно считать, что рельеф поверхности определён через уравнение $z = s(x)$.

Для определения дисперсионного соотношения и распределения поля будут решаться уравнения Максвелла

$$\begin{aligned} rot\mathbf{E} &= ik_0\mathbf{H}, \\ rot\mathbf{H} &= -ik_0\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}. \end{aligned} \tag{2.46}$$

с граничными условиями на поля на поверхности металла

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_t^{(1)}\Big|_{z=s(x)} &= \mathbf{H}_t^{(2)}\Big|_{z=s(x)}, \\ \mathbf{E}_t^{(1)}\Big|_{z=s(x)} &= \mathbf{E}_t^{(2)}\Big|_{z=s(x)}. \end{aligned} \tag{2.47}$$

где $H_t^{(i)}, E_t^{(i)}$ — тангенциальные компоненты магнитного и электрического полей в среде с диэлектрической проницаемостью ε_i.

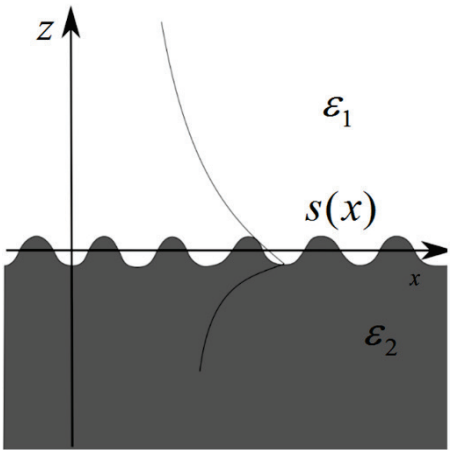

Рис.34. Исследуемая система.

Для решения этих уравнений будет использоваться метод преобразования координат [187]. Суть метода заключается в использовании криволинейных координат, которые повторяют профиль поверхности решётки, т.е. одна из координат описывает поверхность параллельную поверхности решётки. Новые координаты *v*, *u* и *w* определяются по формулам (2.48)

$$\begin{aligned} v &= t, \\ u &= y, \\ w &= z - s(t). \end{aligned} \tag{2.48}$$

В таких координатах поверхность решётки описывается уравнением $w = 0$. В этой системе координат мы будем использовать базис векторов $\mathbf{e}_i = \partial x^k / \partial q^i \tilde{\mathbf{e}}_k$, где x^k — декартовы координаты $\left(x^1 = x,\ x^2 = y,\ x^3 = z\right)$, q^i — координаты (2.48) $\left(q^1 = v,\ q^2 = u,\ q^3 = w\right)$, $\tilde{\mathbf{e}}_k$ — орты декартовой системы координат $\left(\tilde{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{i}, \tilde{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{j}, \tilde{\mathbf{e}}_3 = \mathbf{k}\right)$. В системе координат (2.48) векторы $\mathbf{e}_i$ имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= g_v \mathbf{i} + s_v \mathbf{k}, \\ \mathbf{e}_2 &= \mathbf{j}, \\ \mathbf{e}_3 &= \mathbf{k}, \end{aligned} \tag{2.49}$$

Скалярное произведение векторов $\mathbf{e}_i$ на произвольный вектор **A** будем обозначать как A_i. Так как орты $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ направлены по касательной к поверхности металла, то граничные условия (2.47) сводятся к непрерывности компонент E_1 и H_2 на поверхности металла.

Для решения уравнений (2.46) нам понадобится выражение для ротора в новой системе координат. Как показано в [174], ротор векторного поля в новой системе координат имеет вид

$$rot\mathbf{A} = \frac{1}{\sqrt{g}}\begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial v} & \dfrac{\partial}{\partial u} & \dfrac{\partial}{\partial w} \\ A_1 & A_2 & A_3 \end{vmatrix}, \tag{2.50}$$

где $g = \det g_{ij}$ — определитель ковариантного метрического тензора, компоненты которого определяются по формуле $g_{ij} = \left(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j\right)$.

Так как мы рассматриваем одномерную шероховатость, то можно исследовать поля с *p*- и *s*-поляризацией по отдельности и, следовательно, уменьшить число неизвестных компонент поля. Так как поверхностный плазмон-поляритон является *p*-поляризованной волной, то у магнитного поля плазмона только компонентам H_2 будет отлична от нуля, а у электрического – только E_1 и E_3. Подставляя выражение (2.50) в уравнения (2.46), получим следующие уравнения

$$\begin{gathered} -\frac{\partial H_2}{\partial w} g_{11} + \frac{\partial H_2}{\partial v} g_{13} = -ik_0 \varepsilon(\mathbf{r}) \sqrt{g} E_1, \\ -\frac{\partial H_2}{\partial w} g_{31} + \frac{\partial H_2}{\partial v} g_{33} = -ik_0 \varepsilon(\mathbf{r}) \sqrt{g} E_3, \\ g_{22}\left(\frac{\partial E_1}{\partial w} - \frac{\partial E_3}{\partial v}\right) = ik_0 \sqrt{g} H_2, \end{gathered} \tag{2.51}$$

где

$$\begin{gathered} g_{11} = \left(1 + f'(v)\right)^2 + s'(v)^2, \\ g_{13} = s'(v), \\ g_{22} = g_{33} = 1, \\ g = \left(1 + f'(v)\right)^2. \end{gathered} \tag{2.52}$$

Исключая из уравнений (2.51) E_3, получим систему уравнений для тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей

$$\begin{gathered} \frac{\partial H_{2,j}}{\partial w} = C_1(v) \frac{\partial H_{2,j}}{\partial v} + ik_0 \varepsilon_j C_2(v) E_{1,j}, \\ \frac{\partial E_{1,j}}{\partial w} = -\frac{1}{ik_0 \varepsilon_j}\left[\frac{\partial}{\partial v}\left(C_2(v)\frac{\partial H_{2,j}}{\partial v}\right) - \varepsilon_j k_0^2 C_3(v) H_{2,j}\right] + \frac{\partial}{\partial v}\left(C_1(v) E_{1,j}\right), \end{gathered} \tag{2.53}$$

где $C_1(v) = \dfrac{s'(v)}{\left(1 + f'(v)\right)^2 + s'^2(v)}$, $C_2(v) = \dfrac{1 + f'(v)}{\left(1 + f'(v)\right)^2 + s'^2(v)}$, $C_3\left(v\right) = 1 + f'\left(v\right)$ и индекс j является номером среды.

Граничные условия для тангенциальных компонент полей имеют вид

$$\begin{aligned} H_{2,1}\big|_{w=0} &= H_{2,2}\big|_{w=0}, \\ E_{1,1}\big|_{w=0} &= E_{1,1}\big|_{w=0}. \end{aligned} \tag{2.54}$$

Для решения системы уравнений (2.53), воспользуемся теоремой Флоке-Блоха. По теореме Блоха E_1 и H_2 можно разложить в ряд Фурье

$$\begin{aligned} E_{1,j}(v,w) &= e^{ik_x v}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} E_{1,j}^{(n)}(w)e^{igmv}, \\ H_{2,j}(v,w) &= e^{ik_x v}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} H_{2,j}^{(n)}(w)e^{igmv}, \end{aligned} \tag{2.55}$$

где $E_{1,j}^{(n)}$, $H_{2,j}^{(n)}$ — фурье-гармоники электрического и магнитного полей, $g = 2\pi / a$ — вектор обратной решётки. Подставив разложение (2.55) в уравнения (2.53), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_{2,j}^{(n)}}{\partial w} &= i\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\left(C_1^{(n-m)}k_m H_2^{(m)} + k_0\varepsilon_j C_2^{(n-m)}E_1^{(m)}\right), \\ \frac{\partial E_{1,j}^{(n)}}{\partial w} &= i\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\left(k_0 C_3^{(n-m)} - \frac{k_n k_m}{\varepsilon_j k_0}C_2^{(n-m)}\right)H_{2,j}^{(m)} + ik_n\sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_1^{(n-m)}E_{1,j}^{(m)}, \end{aligned} \tag{2.56}$$

где $C_{1,2,3}^{(n)} = \frac{1}{a}\int_{-a/2}^{a/2} dv C_{1,2,3}(v)e^{-ingv}$, $g = 2\pi / a$, $k_n = k_x + gn$. Предполагая, что амплитуды фурье-гармоник, чей номер n находится вне интервала от -N до N, равны 0, получаем замкнутую систему дифференциальных уравнений относительно 4N+2 переменных.

Уравнения (2.56) можно привести к виду

$$\frac{d\xi_j}{dw} = iT_j\xi_j, \tag{2.57}$$

где T_j — матрица с коэффициентами из уравнений (2.56) размером $(4N+2)\times(4N+2)$, $\xi_j = \left\{..., \mathrm{H}_{2,j}^{(n)}, E_{2,j}^{(n)}, ...\right\}$ — столбец с амплитудами фурье-гармоник $H_{2,j}$ и $E_{1,j}$. Граничные условия в таком преставлении имеют вид

$$\xi_1\big|_{w=0} = \xi_2\big|_{w=0}. \tag{2.58}$$

Решением уравнения (2.57) является выражение (2.59)

$$\xi_j(w) = \sum_l B_l^{(j)}a_l^{(j)}e^{i\lambda_l^{(j)}w} \tag{2.59}$$

где $B_l^{(j)}$ — коэффициенты, определяемые из граничных условий, $a_l^{(j)}$ — собственный вектор матрицы T_j, соответствующий собственному значению $\lambda_l^{(j)}$. В силу того, что на бесконечности поле поверхностного плазмон-поляритона должно стремиться к 0, то в (2.59) могут войти только составляющие с определёнными собственными значениями $\lambda_l^{(j)}$. В случае вакуума убывание при отдалении от поверхности достигается при $\mathrm{Im}\,\lambda_l^{(1)} > 0$, а в случае металла $\mathrm{Im}\,\lambda_l^{(2)} < 0$. Так как уравнения (2.53) описывает распространение как сходящихся, так и расходящихся волн, то верно следующее утверждение: если некоторое *a* является собственным значением матрицы T_j, то *-a* тоже является собственным значением T_j. Таким образом, в (2.59) входит сумма из *2N+1* слагаемых.

Следует отметить, что представление решения в виде (2.59) не является приближением Релея [188, 189], так как в случае приближения Релея собственные значения $\lambda_l^{(j)}$ заданы заранее и равны $\lambda_l^{(j)} = \sqrt{\varepsilon_j k_0^2 - k_l^2}$. В случае выражения (2.59) $\lambda_l^{(j)}$ в общем случае отличны от $\sqrt{\varepsilon_j k_0^2 - k_l^2}$. Благодаря этому решение (2.59) сходится при отношениях амплитуды решётки к периоду больше чем 0,14, которое является предельным для приближения Релея.

Чтобы определить дисперсионное уравнение для поверхностного плазмон-поляритона, необходимо подставить выражение (2.59) в граничные условия (2.58). Для этого представим выражение (2.59) в следующем виде

$$\xi_j(0) = M_j B_j, \tag{2.60}$$

где M_j — матрица размером $(4N+2)\times(2N+1)$, столбцами которой являются векторы $a_l^{(j)}$, B_j — столбец из коэффициентов $C_l^{(j)}$. Подставляя (2.60) в граничные условия (2.58), получаем систему линейных уравнений

$$M_1 B_1 - M_2 B_2 = 0, \tag{2.61}$$

в которой неизвестными являются векторы B_1 и B_2. Условием существования нетривиального решения, является равенство нулю детерминанта матрицы, состоящей из M_1 и $-M_2$. Значение k_x при котором детерминант такой матрицы обращается в нуль, является константой распространения поверхностного плазмон-поляритона. Мнимая часть k_x обратно пропорциональна длине распространения. Определив k_x и соответствующие B_1

и B_2, можно определить распределение поля поверхностного плазмон-поляритона, используя формулы (2.59) и (2.55).

Для расчётов с помощью метода преобразования координат была написана программа на языке Wolfram Mathematica. Все расчёты в этой программе происходят при учёте фурье-гармоник с номером от -20 до 20. Учёт гармоник с этими номерами позволяет получить сходящиеся результаты для профилей поверхности, у которых период рельефа по порядку величины равен максимальному отклонению рельефа от плоскости. Собственные векторы $a_l^{(j)}$, из которых состоят матрицы M_1 и M_2 в уравнении (2.61), могут быть рассчитаны с помощью встроенных функций Wolfram Mathematica. Поиск k_x, соответствующего ПП, выполнялся путём минимизации абсолютного значения детерминанта системы уравнений (2.61) с помощью метода Нелдера-Мида, также известного как симплекс-метод [190]. Получив k_x, при котором определитель системы (2.61) равен нулю, получаем векторы B_1 и B_2. Подставив B_1 и B_2 в выражение (2.59) получаем зависимость фурье-гармоник тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей $E_1^{(n)}$ и $H_2^{(n)}$ от координаты w. Выполнив обратное фурье-преобразование, получим координатную зависимость тангенциальных составляющих $E_1(x,w)$ и $H_2(x,w)$. Подставив $H_2(x,w)$ во второе уравнение из системы уравнений (2.51), получим зависимость $E_3(x,w)$ от координат.

2.2.3. Затухание поверхностоного плазмон-поляритона при распространении по поверхности с синусоидальным профилем

Рассмотрим распространение поверхностного плазмон-поляритона по поверхности с профилем $s(x) = \xi_0 \cos\left[2\pi x / a\right]$. Зависимость длины распространения по поверхности с профилем $s(x)$ от частоты при различных значениях периода и амплитуды шероховатости приведена на рис. 35. При расчётах предполагалось, что нижнее полупространство было заполнено серебром, диэлектрическая проницаемость которого зависит от частоты согласно [65], а верхнее – вакуумом.

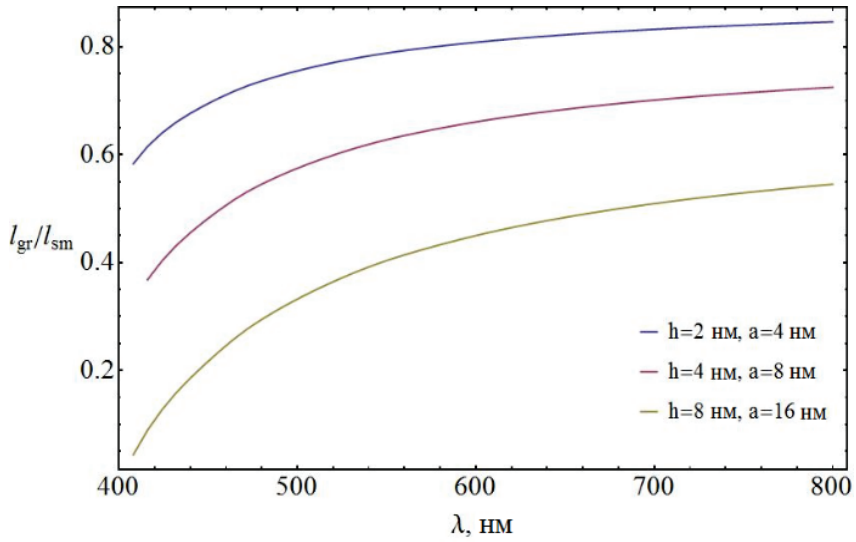

Рис. 35. Отношение длины распространения по шероховатой поверхности с профилем $s(x) = \xi_0 \cos\left(2\pi x / a\right)$ к длине распространения по гладкой поверхности в зависимости от длины волны при различных параметрах шероховатости.

Чтобы определить причину этого эффекта, рассмотрим распределение плотности энергии электромагнитного поля $w = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\left(\varepsilon\omega\right)}{d\omega}\left|\mathbf{E}\right|^2 + \left|\mathbf{H}\right|^2\right)$.

Распределение плотности энергии электромагнитного поля изображено на рис. 36. Вблизи областей с максимальной кривизной, т.е. вблизи пиков и углублений, наблюдается максимум плотности энергии электромагнитного поля. Шероховатости приводят к перераспределению электромагнитного поля, при котором максимальная мощность концентрируется вблизи пиков и углублений. Данный эффект называется эффектом светящегося острия [14], который приводит к более интенсивному возбуждению токов в металле и, следовательно, к более интенсивному поглощению и к уменьшению длины распространения.

2.2.4. Выводы

Показано, что при распространении по шероховатой поверхности длина пробега ПП значительно уменьшается. Причиной этого является усиленное поглощение, возникающее из-за эффекта светящегося острия. Эффект светящегося острия заключается в том, что электрический заряд концентрируется в областях с максимальной кривизной, что приводит к усилению электрического поля и, следовательно, более интенсивному поглощению.

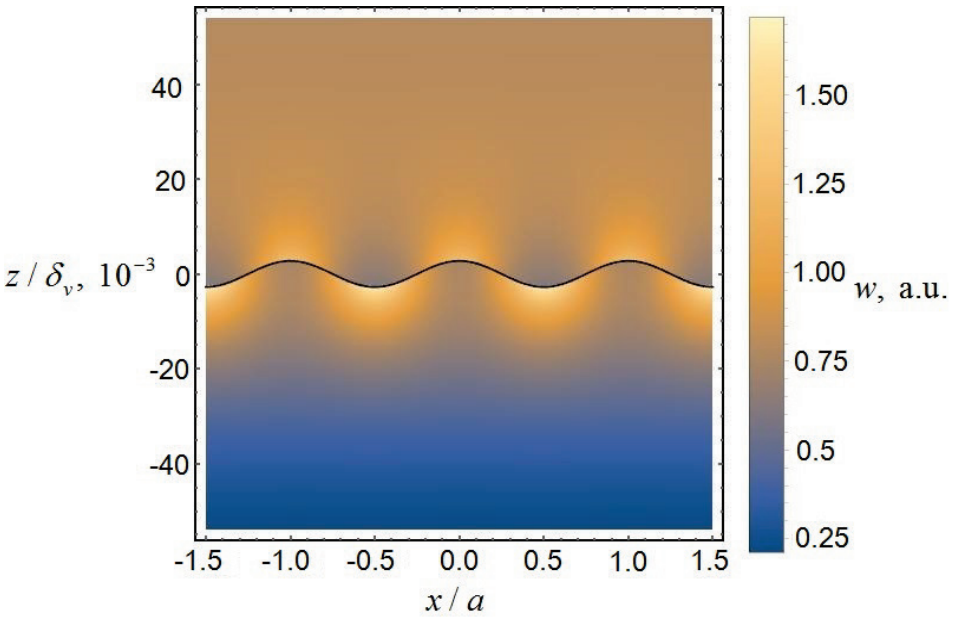

Рис. 36. Распределение плотности энергии w поверхностного плазмон-поляритона вблизи поверхности. Параметры шероховатости: $h = 2$ нм, $a = 16$ нм. Частота поверхностного плазмон-поляритона соответствует длине волны 600 нм. δ_v – масштаб локализации поля ПП в вакууме.

2.3. Сильно локализованные поверхностные плазмон-поляритоны на наноструктурированной поверхности

2.3.1. Введение

Для увеличения быстродействия вычислительных устройств необходим переход от электронных и оптоэлектронных приборов к полностью оптическим устройствам. В то же время, из-за конечности скорости света тактовая частота имеет верхний предел c/L, где L — размер прибора. При оптических частотах сигналы передаются с помощью диэлектрического волокна. Однако характерный поперечный размер волокна на несколько порядков больше элементной базы полупроводниковой электроники, что накладывает ограничения на степень интеграции. Чтобы создать волноводную структуру, совместимую с элементами полупроводниковых схем, следует использовать ППП.

Поверхностные плазмоны представляют собой поверхностные электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль поверхности раздела металла и диэлектрика. Длина волны ПП $\lambda_{SPP} = 2\pi / \mathrm{Re}\, k_{SPP}$ меньше длины волны света в прилегающем диэлектрике $\lambda_0 / \sqrt{\varepsilon_d}$, где ε_d — диэлектрическая проницаемость. Следовательно, ПП локализован на масштабе $\delta = \lambda_0 \lambda_{SPP} \left(2\pi(\lambda_0^2 - \varepsilon_d \lambda_{SPP}^2)^{1/2}\right)^{-1}$. При отсутствии потерь длина пробега ПП

$l_{pr} = 1/\left(2\,\mathrm{Im}\,k_{SPP}\right)$ будет неограниченна, а длина волны ПП λ_{SPP} и масштаб локализации δ будут стремиться к нулю, если диэлектрическая проницаемость металла $\varepsilon_m(\omega)$ стремится к $-\varepsilon_d$. Это свойство сулит их применение для миниатюризации различных оптических устройств [22, 191-193].

Серьёзным препятствием для использования ПП в реальных приложениях являются омические потери в металле. Кроме ограничения предельной длины пробега l_{pr}, потери приводят к тому, что существует минимальная длина волны ПП λ_{SPP}^{cutoff}. Ограничение на длину волны приводит к ограничению на масштаб локализации. Значения l_{pr}, λ_{SPP}^{cutoff} и δ в значительной степени определяются геометрией волноводной структуры.

В случае распространения ПП вдоль поверхности раздела между двумя полупространствами, заполненными металлом и вакуумом, волновое число определяется по формуле

$$k_{SPP} = k_0\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_d/(\varepsilon_m+\varepsilon_d)}, \tag{2.62}$$

где k_0 — волновое число света в вакууме [14]. При низких частотах ($\left|\varepsilon_m(\omega)\right| \sim 1$) длина волны ПП примерно равна длине волны света в прилегающем диэлектрике, а масштаб локализации значительно превосходит λ_{SPP}. В поглощающей среде λ_{SPP} уменьшается при увеличении частоты и достигает минимального значения λ_{SPP}^{cutoff} (рис. 37а, кривая 1). Следовательно, достигается минимальный масштаб локализации $\delta_{\min}$. Минимальные длины волн для золота и серебра составляют $\lambda_{SPP}^{cutoff} \approx 0,78\lambda_0$ и $\lambda_{SPP}^{cutoff} \approx 0,91\lambda_0$ соответственно, а минимальный масштаб локализации составляет $0,2\lambda_0$ и $0,36\lambda_0$ соответственно. К сожалению, при минимальной локализации $\delta = \delta_{\min}$ ПП не может распространяться, так как $l_{pr}^{cutoff} < \lambda_{SPP}^{cutoff}$.

Длину пробега можно значительно увеличить, переходя к тонким плёнкам металла. Соответствующее дисперсионное соотношение для длиннопробежных ПП имеет вид

$$\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_d} = i\frac{\sqrt{\varepsilon_m k_0^2 - k_{SPP}^2}}{\sqrt{\varepsilon_d k_0^2 - k_{SPP}^2}}\tan\left(\sqrt{\varepsilon_m k_0^2 - k_{SPP}^2}\,\frac{h}{2}\right), \tag{2.63}$$

где h — толщина металлической плёнки (рис. 37, кривая 2). Согласно (2.63), дисперсионная кривая длиннопробежного ПП близка к световому конусу. Таким образом, длина волны ПП λ_{SPP} близка к λ_0, а масштаб локализации стремится к бесконечности. В точке A_2 на рис.

37а кривая 2 пересекает световой конус. Подобная волноводная структура не имеет каких-либо преимуществ по сравнению с диэлектрическим волноводом.

Переход к цепочкам наночастиц, расположенных на расстоянии *a* друг от друга [18, 194-200], позволяет получить коротковолновые ($\lambda_{SPP} \sim \pi / a$), сильно локализованные в поперечном направлении распространяющиеся плазмоны. Если дипольные моменты наночастиц направлены параллельно оси цепочки, то в квазистатическом приближении и приближении ближайших соседей, диперсионное соотношение имеет вид

$$k_{SPP} = \frac{1}{a}\arccos\left[\frac{a^3}{4\alpha(\omega)}\right], \tag{2.64}$$

где $\alpha(\omega) = [\varepsilon_m(\omega) - \varepsilon_d]/[\varepsilon_m(\omega) + 2\varepsilon_d]r^3$ — поляризуемость металлической наносферы радиуса *r* [201]. Минимальная длина волны в такой системе составляет примерно равна периоду цепочки Но из-за близости частоты плазмона к частоте плазмонного резонанса потери велики [202] и длина пробега плазмона немногим превышает длину пробега самого коротковолнового ПП, бегущего по плоскости, и составляет несколько λ_{SPP} (рис. 37, кривая 3). Несморя на более низкие потери в частотном диапазоне вдали от плазменной частоты, значительно улучшить длину пробега при сильной локализации не удаётся. Это было показано для цепочек вытянутых наночастиц [161, 162] (рис. 37, кривая 1). В данной работе показано, что в цепочках сфероидов с периодом 20 нм и отношением длин осей 0.15, длина распространения составляет около $700\lambda_{SPP}$. Однако в разделе 2.1 было показано, что дипольное приближение, использовавшееся в [161, 162], даёт сильно завышенные результаты. Таким образом, в видимом диапазоне даже лучшие плазмонные материалы, такие как серебро и золото, не позволяют получить сильную локализацию.

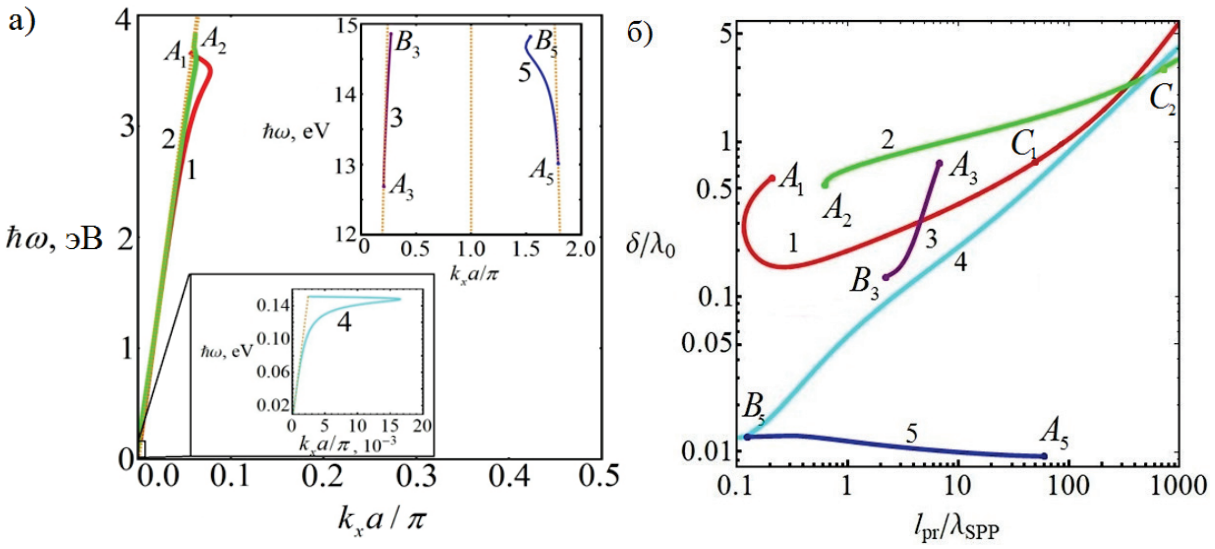

Рис. 37. Дисперсионные кривые (а) и зависимость масштаба локализации $\delta(\omega)$ от длины распространения $l_{pr}(\omega)$ (б) для различных волноводных структур, которые поддерживают распространения ПП. Красная линия 1 соответствует ПП, распространяющегося по плоской поверхности полупространства, заполненного серебром, зелёная кривая 2 – длиннопробежный ПП, распространяющийся по серебрянной плёнке толщиной 30 нм. В этих системах неограниченный рост δ возникает из-за перехода в ИК диапазон. Фиолетовая кривая 3 соответствует распространению ПП вдоль цепочки серебряных вытянутых сфероидов, дипольный момент которых направлен вдоль направления распространения. Бирюзовая кривая 4 соответствует поверхностному псевдоплазмону, кривая 5 – плазмону, распространяющемуся вдоль наноструктурированной поверхности. Кривые 3 и 5 были рассчитаны с помощью формул из [161] и [203] соответственно. Кривые 1,2 и 4 были рассчитаны для значений диэлектрической проницаемости металла, взятых из [204]. Кривые 3 и 5 рассчитаны для значений диэлектрической проницаемости металла из [205]. На рис. 37б точки C_i соответствуют границе видимого диапазона, который соответствует длине волны 780 нм. Участки A_iC_i соответствуют видимому диапазону. Для расчётов рис. 37 и в дальнейшем предполагается, что диэлектрическая проницаемость прилегающего диэлектрика $\varepsilon_d = 1$.

В последние годы идёт поиск новых плазмонных материалов. В частности, для ультрафиолетового диапазона представляют интерес такие материалы как алюминий, натрий и рубидий [206, 207]. Они позволяют получить существенное усиление флуоресценции и увеличение скорости фотохимических реакций [206, 208-210]. В разделах II–IV, используя алюминий в качестве примера, мы рассматриваем распространение сильно локализованных ПП. Эти плазмоны не могут быть наблюдаемы на серебре и золоте из-за

сильного поглощения в ультрафиолетовом диапазоне. Было бы также значительно важно получить топологически более сложные структуры, которые имеют преимущества вышеупомянутых систем без их недостатков.

Показано, что на периодически наноструктурированной металлической поверхности (массив металлических наночастиц, расположенных на металлической поверхности) распространяются сильно-локализованный ПП, масштаб локализации которого сравним с периодом рельефа поверхности (кривая 5 на рис. 37а,б). В отличие от поверхностных псевдоплазмонов (англ. spoof SPPs), которые существуют на структурированной поверхности в частотном диапазоне, в котором $\left|\varepsilon_m(\omega)\right| >> \varepsilon_d$ [203, 211-213] (кривая 4 на рис. 37), частота сильно локализованного ПП находится в ультрафиолетовом диапазоне, в котором выполняется условие $-\varepsilon_d < \mathrm{Re}\,\varepsilon_m(\omega) < 0$. Это далеко от обычных плазмонных резонансов, что означает низкие потери и большую длину пробега. Кроме того, длина волны сильно локализованного ПП приблизительно такая же, как и период рельефа поверхности. Это отличает сильно-локализованный ПП от поверхностного псевдоплазмона, длина волны которого принадлежит первой зоне Бриллюэна и находится вблизи светового конуса. Исследуемый ПП имеет субволновую локализацию благодаря из-за малой длины волны. Этот ПП нельзя наблюдать в традиционных плазмонных материалах из-за высоких потерь, обусловленных межзонными переходами в этом диапазоне. Для алюминия этот диапазон соответствует ультрафиолетовым частотам, в которых потери относительно малы из-за того, что межзонные переходы алюминия находятся в видимом диапазоне. Следовательно, длина пробега ПП может составлять несколько сотен нанометров на периодически наноструктурированной поверхности между металлом и диэлектриком.

2.3.2. Наностуктурированная поверхность

Ранее в работе [214] было предсказано, что в отсутствие потерь на шероховатой поверхности металла существует ПП, который не может сущестовавать на гладкой поверхности. Новое решение было получено в предположении, что вблизи частоты, где $\varepsilon(\omega) = -1$ групповая скорость ПП на гладкой поверхности равна нулю, что обеспечивает на заданной частоте резонансное взаимодействие со всеми пространственными гармониками шероховатости. В результате такого взаимодействия частотная кривая расщепляется и появляется вторая мода ПП с большими волновыми числами. Однако данное рассмотрение велось в предположении отсутствия омических потерь. Если их учесть, то, во-первых, на гладкой поверхности не существуют ПП с необходимыми для

резонанса большими волновыми числами. Во-вторых, предположение о нулевой групповой скорости, необходимое для появления второй ветви ПП, не соответствует действительности. Поэтому вопросы о существовании дополнительного ПП при наличии потерь, о его природе и свойствах остались открытыми.

Для выяснения возможности существования ещё одной моды ПП при наличии потерь и его природы мы рассмотрели систему, изображённую на рис. 38. Граница раздела между металлом и диэлектриком задана периодической функцией $s(x) = h\cos\left(2\pi x / a\right)$, где a — период и h — амплитуда. Предполагается, что верхнее полупространство заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε_m и металлом с диэлектрической проницаемостью ε_d. Мы ищем собственное решение в виде ТМ-поляризованной блоховской волны, распространяющейся вдоль оси x. Так как рассматриваемая шероховатость является периодической вдоль оси x, решение ищем в виде $H_y = F(x,z)e^{ik_x x}$, где H_y — напряжённость магнитного поля ПП, $F(x,z)$ — периодическая функция от x с периодом a и $k_x = k_x' + ik_x''$ — константа распространения.

Для решения уравнений Максвелла мы переходим к новым координатам [187, 215], в которых поверхность раздела становится плоскостью, но в уравнениях появляются коэффициенты, периодически зависящие от x. Данный метод часто используется для расчета отражения от различных структурированных поверхностей и применим при больших амплитудах неоднородности, когда гипотеза Релея уже неприменима [188, 189]. В рамках этого метода тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей представляются в виде ряда по блоховским гармоникам. Разложение компонент полей по блоховским гармоникам позволяет свести уравнения Максвелла к системе линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и получить выражения для полей в общем виде в обеих средах. Подставив эти выражения в граничные условия и определив константу распространения k_x собственного решения, получим закон дисперсии ПП на наноструктурированной поверхности.

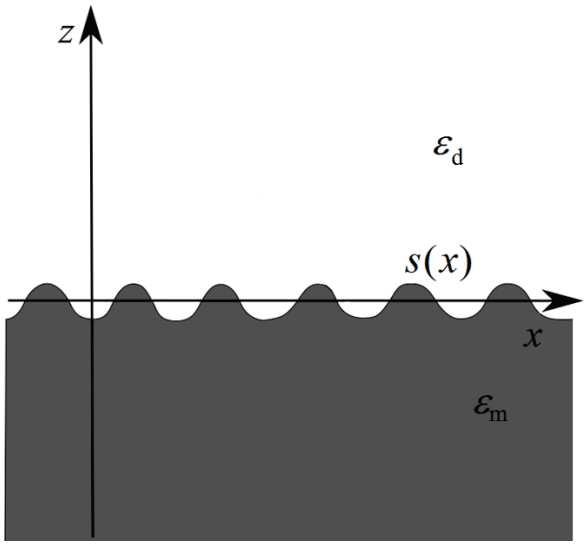

Рис. 38. Исследуемая система.

2.3.3. Анализ дисперсионных кривых ПП

Для ПП периодическая поверхность представляет собой фотонный кристалл. Для золота и серебра, дисперсионная кривая ПП во второй зоне Бриллюэна не может быть наблюдаема из-за высоких потерь в ультрафиолетовом диапазоне, вызванных межзонными переходами. В ультрафиолетовом диапазоне потери в алюминии достаточно малые из-за того, что межзонные переходы находятся в видимой части спектра. Следовательно, в алюминии эта дисперсионная кривая ПП может наблюдаться.

Рассмотрим распространение ПП по периодически наноструктурированной поверхности алюминия. Данные по диэлектрической проницаемости алюминия брались из эксперимента [205]. На рис. 39 изображены дисперсионные кривые ПП на наноструктурированной поверхности при различных амплитудах рельефа поверхности. Чтобы показать, как возникает новое решение, мы выбрали сначала очень небольшие, технологически недостижимые высоты неоднородности рельефа. При нулевой амплитуде рельефа $h = 0$ поверхность гладкая, и дисперсионная кривая ПП описывается известной формулой $k_x = k_0\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_d / \left(\varepsilon_m + \varepsilon_d\right)}$ (синяя кривая на рис. 39) [14]. При малом h (красная кривая) из-за брегговского отражения плазмонов, распространяющихся между ближайшими неоднородностями, возникает запрещённая зона при $k_x a / \pi = 1$. При дальнейшем увеличении h (зелёная кривая) ширина запрещённой зоны увеличивается [216]. При определённом значении h часть дисперсионной кривой во второй зоне Бриллюэна выходит в область частот, где $\mathrm{Re}\,\varepsilon_m\left(\omega\right) > -\varepsilon_d$ и в которой на плоской границе металл-вакуум плазмоны не существуют (k_x становится мнимой величиной). Казалось бы, в этой

области должна быть «плазмонная» запрещенная зона. Однако, ПП распространяется в этом диапазоне, благодаря тому, что энергия может передаваться с помощью эванесцентных полей [18, 195].

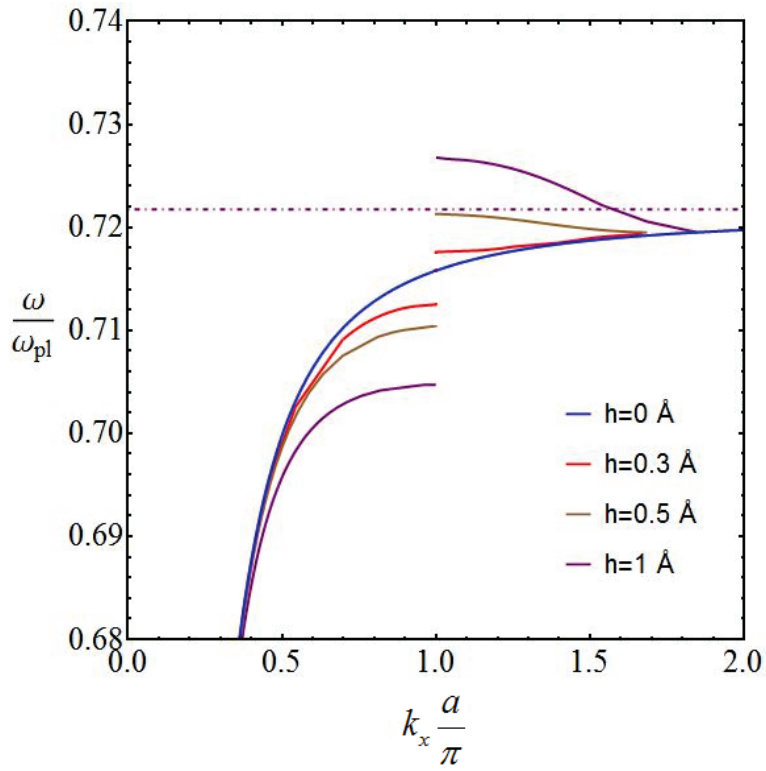

Рис. 39. Дисперсионные кривые ПП на наноструктурированной поверхности для различных амплитуд h. Период модуляции составляет 10 нм. Диэлектрическая проницаемость металла равна диэлектрической проницаемости алюминия из [205]. Штрихпунктирная линия соответствует частоте $\omega = 0,73\omega_{pl}$, при которой $\mathrm{Re}\varepsilon_m = -\varepsilon_d$.

Дисперсионные кривые ПП при технологически достижимых значениях амплитуды рельефа, которые в наших расчётах брались равными 5 нм, изображены на рис. 40а. Дисперсионная кривая ПП, расположенная в первой зоне Бриллюэна, становится немонотонной, и появляется точка, в которой групповая скорость равна 0.

При учёте потерь дисперсионные кривые ПП значительно меняются (рис. 40б). В частности, дисперсионная кривая ПП в первой зоне Бриллюэна расщепляется на две ветви в точке, в которой групповая скорость ПП в отсутствие потерь равна нулю. Одна из ветвей дисперсионной кривой ПП имеет отрицательный наклон и, следовательно, соответствует обратной волне. Так как дисперсионная кривая обратной волны находится достаточно далеко от светового конуса (кривая 4 на рис. 40а), то эта волна является сильно локализованной волной. Однако, как показывает численный расчёт, длина пробега этого плазмона достаточно невелика и составляет максимум 1-2 длины волны ПП.

Появление потерь приводит к искривлению дисперсионной кривой ПП во второй зоне Бриллюэна. Потери приводят к тому, что дисперсионная кривая ПП начинает прижиматься к световому конусу во второй зоне Бриллюэна. Аналогичное искривление наблюдается и для ПП гладкой поверхности. В случае использования серебра или золота (данные по диэлектрической проницаемости взяты из эксперимента [65]) кривая ПП во второй зоне Бриллюэна не наблюдается из-за слишком высоких потерь в диапазоне частот, в котором $\varepsilon_m' > -1$. Эти потери обусловлены наличием межзонных переходов. В отличие от серебра и золота, у алюминия межзонные переходы находятся в видимом диапазоне, а в ультрафиолетовом диапазоне потери низкие по сравнению с серебром и золотом, и данная ветвь должна наблюдаться.

Так как часть дисперсионной кривой ПП лежит во второй зоне Бриллюэна и период рельефа много меньше длины волны света в вакууме, то длина волны ПП по порядку величины равна периоду рельефа поверхности. Действительно, длина волны ПП связана с константой распространения k_x по формуле

$$\lambda_{SPP} = \frac{2\pi}{\operatorname{Re} k_x} \approx a. \tag{2.65}$$

Так как период рельефа субволновой, то малая длина волны ПП означает сильную субволновую локализацию ПП. Действительно, на рис. 41 изображено распределение квадрата модуля электрического поля. Поле локализовано вблизи неровностей поверхности и быстро убывает при отдалении от неё.

Сильно-локализованный ПП распространяется на относительно большие расстояния по сравнению с длиной волны. Длина пробега l_{prop} определялась как расстояние, на котором интенсивность падает в *e* раз и определялась по формуле

$$\frac{l_{prop}}{\lambda} = \frac{\operatorname{Re} k_x}{4\pi \operatorname{Im} k_x}. \tag{2.66}$$

Максимальная длина пробега ПП по синусоидальной поверхности составляет около 17 длин волны ПП.

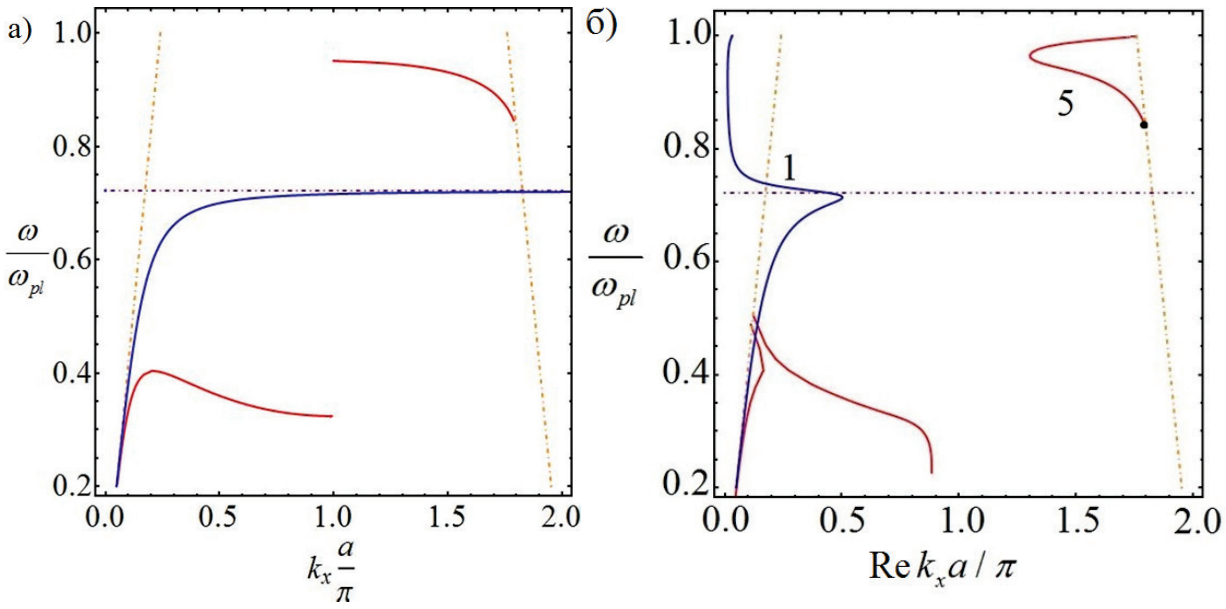

Рис. 40. Дисперсионные кривые ПП на поверхности алюминия без учёта потерь (*а*) и с (б) учетом потерь. Дисперисионные кривые на плоской и наноструктурированной поверхности показаны синими и красными кривыми соответственно. Параметры рельефа: h = 5 нм, a = 10 нм. Оранжевые линии соответствуют границам светового конуса, штрих-пунктирная линия соответствует $\omega / \omega_{pl} = 0,73$, при которой $\mathrm{Re}\varepsilon_m = -\varepsilon_d$. Нумерация кривых на рис. 40б совпадает с нумерацией на рис. 37.

Оптимизируя рельеф поверхности, можно значительно увеличить длину пробега. Используя метод Нелдера-Мида [190], мы нашли оптимальный рельеф поверхности, который задаётся параметрически уравнениями

$$\begin{aligned} z(v) &= h \cdot 2^{-0.838(v/\gamma)^4} \left[1 + 0.075 \left(2^{-14.65(v-a/3)^2/\gamma^2} + 2^{-14.65(v+a/3)^2/\gamma^2} \right) \right. \\ &\quad \left. -0.52 \cdot 2^{-0.003(v/\gamma)^4} (v/\gamma)^2 \right], \\ x(v) &= v \left[0.996 + 0.024 \left(e^{-10.17(v-0.13a)^2/\gamma^2} + e^{-10.17(v+0.13a)^2/\gamma^2} \right) \right. \\ &\quad -0.16 \left(e^{-10.17(v-0.26a)^2/\gamma^2} + e^{-10.17(v+0.26a)^2/\gamma^2} \right) \\ &\quad +0.16 \left(e^{-10.17(v-0.35a)^2/\gamma^2} + e^{-10.17(v+0.35a)^2/\gamma^2} \right) \\ &\quad \left. -0.29 (v/\gamma)^2 \left(e^{-4(v-0.083a)^2/\gamma^2} + e^{-4(v+0.083a)^2/\gamma^2} \right) \right], \end{aligned} \tag{2.67}$$

где h = 21 нм — высота, a = 10 нм — период, $\gamma = 2,5$ нм и v — параметр, меняющийся в пределах от $-a/2$ до $a/2$. Оптимальный профиль поверхности изображён на рис. 42. При таком рельефе поверхности длина пробега ПП составляет около $53\lambda_{SPP}$ или 628 нм. Зависимость длины пробега сильно-локализованного ПП изображена на рис. 43.

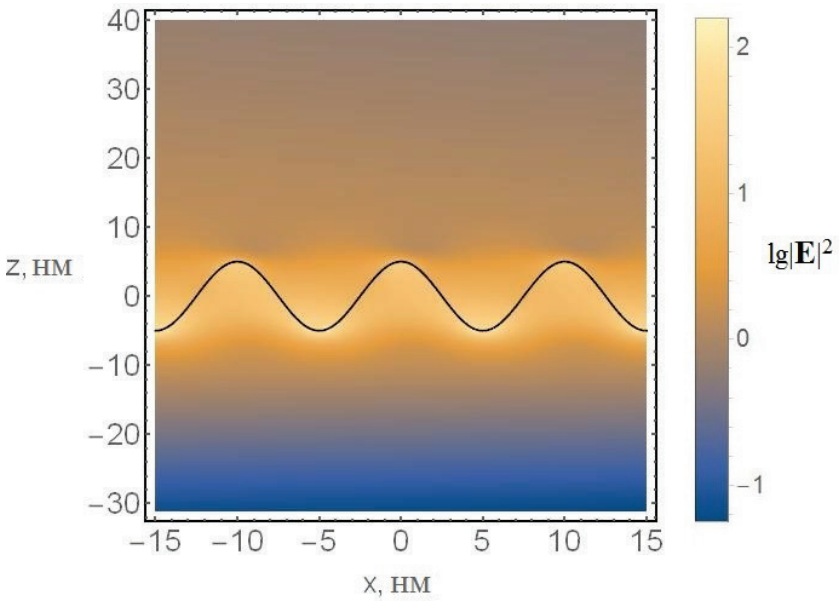

Рис. 41. Распределение электрического поля $|\mathbf{E}|^2$ вблизи поверхности. Значения ω и k_x, использованные при вычислении, отмечены черной точкой на рис. 40б.

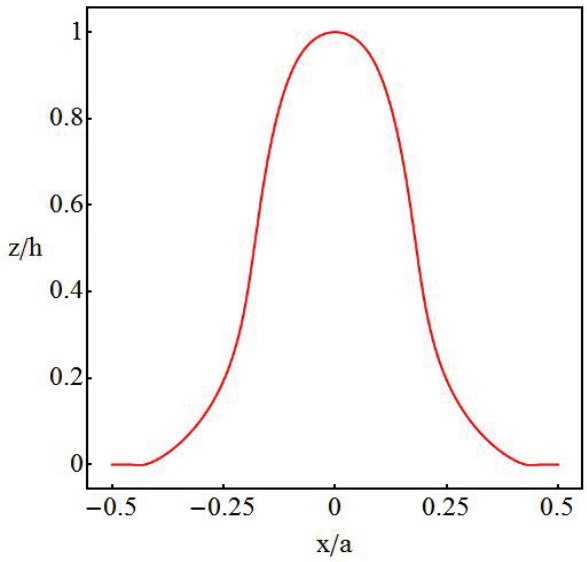

Рис. 42. Оптимальный рельеф, определяемый по формулам (6).

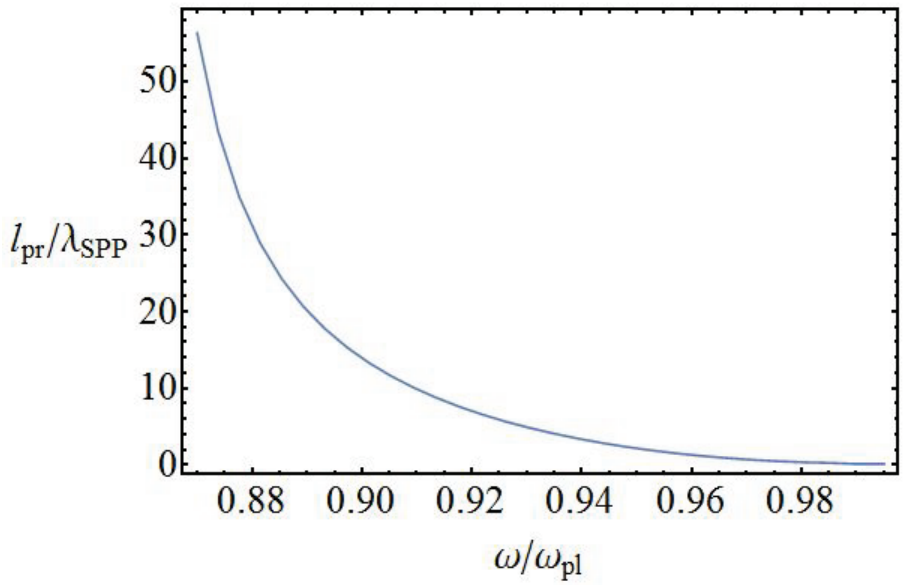

Рис. 43. Зависимость длины пробега ПП на алюминиевой поверхности с синусоидальным профилем. Параметры рельефа: амплитуда h = 5 нм, период a = 10 нм. ω_{pl} для алюминия соответствует длине волны, равной 81 нм.

2.3.4. Причина возникновения сильно локализованного ПП

Чтобы объяснить причину возникновения сильно-локализованного ПП, рассмотрим слой $z \in [-h, h]$, занимаемый неровностями поверхности. Так как период рельефа a значительно меньше длины волны, то можно считать, что слой $z \in [-h, h]$ занимает среда с эффективными диэлектрическими проницаемостями ε_x, ε_z. Для качественной оценки ε_x и ε_z рассмотрим вместо рельефа с синусоидальным профилем $s(x) = h\cos(2\pi x / a)$ рельеф с прямоугольным профилем с такими же характеристиками, как и синусоидального, а именно, относительное содержание металла на одном периоде рельефа и амплитуда. Для прямоугольного рельефа ε_x и ε_z определяются по формулам [217]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \left(p / \varepsilon_m + (1-p) / \varepsilon_d \right)^{-1}, \\ \varepsilon_z &= p\varepsilon_m + (1-p)\varepsilon_d, \end{aligned} \tag{2.68}$$

где p — относительное содержание металла на одном периоде рельефа. На отрезке $x \in [-a/2, a/2]$ относительное содержание металла и воздуха одинаково, следовательно, $p = 0{,}5$ и формулы (2.68) принимают вид

$$\varepsilon_x = 2\frac{\varepsilon_d \varepsilon_m}{\varepsilon_d + \varepsilon_m}, \tag{2.69}$$

$$\varepsilon_z = \left(\varepsilon_m + \varepsilon_d\right)/2. \tag{2.70}$$

Так как $\mathrm{Re}\,\varepsilon_m < 0$ в рассматриваемом диапазоне частот, то действительные части ε_x и ε_z будут иметь разные знаки. Действительно, при $\mathrm{Re}\left(\varepsilon_m + \varepsilon_d\right) > 0$ $\mathrm{Re}\,\varepsilon_z = \mathrm{Re}\left(\varepsilon_m + \varepsilon_d\right)/2 > 0$, а $\mathrm{Re}\,\varepsilon_x < 0$ так как знаменатель правой части выражения (2.69) больше нуля, а числитель всегда отрицательный из-за $\mathrm{Re}\,\varepsilon_m < 0$. При $\mathrm{Re}\left(\varepsilon_m + \varepsilon_d\right) < 0$ $\mathrm{Re}\,\varepsilon_z < 0$, а $\mathrm{Re}\,\varepsilon_x > 0$ так как числитель и знаменатель правой части выражения (2.69) отрицательны. Следовательно, эффективная среда является гиперболическим метаматериалом [218-221].

В результате задача о распространении поверхностного плазмона по наноструктурированной поверхности сводится к поиску мод в системе, состоящей из полупространства, заполненного металлом; слоя из гиперболического метаматериала и полупространства, заполненого вакуумом. Для p-поляризованной моды распределение магнитного поля H_y описывается выражениями

$$\begin{cases} H_y^{(m)} = A\exp(i(k_x x - k_z^{(m)} z)), z < 0, \\ H_y^{(g)} = (B\exp(-ik_z^{(l)} z) + C\exp(ik_z^{(l)} z))\exp(ik_x x), z < h, \\ H_y^{(v)} = D\exp(i(k_x x + k_z^{(v)} z)), z \geq h. \end{cases} \tag{2.71}$$

где $k_z^{(m)} = \sqrt{\varepsilon_m k_0^2 - k_x^2}$, $k_z^{(l)} = \sqrt{\varepsilon_x\left(k_0^2 - k_x^2/\varepsilon_z\right)}$, $k_z^{(v)} = \sqrt{\varepsilon_v k_0^2 - k_x^2}$, коэффициенты *A, B, C, D* определяются из граничных условий и условия нормировки. Дисперсионное соотношение для мод рассматриваемой системы имеет вид [222]

$$1 + r_{ml} r_{lv} \exp\left(2ik_z^{(l)} L\right) = 0, \tag{2.72}$$

где

$$\begin{aligned} r_{ml} &= \frac{k_z^{(m)}/\varepsilon_m - k_z^{(l)}/\varepsilon_x}{k_z^{(m)}/\varepsilon_m + k_z^{(l)}/\varepsilon_x}, \\ r_{lv} &= \frac{k_z^{(v)}/\varepsilon_v - k_z^{(l)}/\varepsilon_x}{k_z^{(v)}/\varepsilon_v + k_z^{(l)}/\varepsilon_x}. \end{aligned} \tag{2.73}$$

На рис. 44а показаны дисперсионные кривые мод, существующих в данной системе. При отсутствии поглощения ε_x вблизи частоты, при которой $\mathrm{Re}\,\varepsilon_m = -\varepsilon_d$, принимает большие значения согласно формуле (2.69), что приводит к существованию большого числа мод вблизи этой частоты.

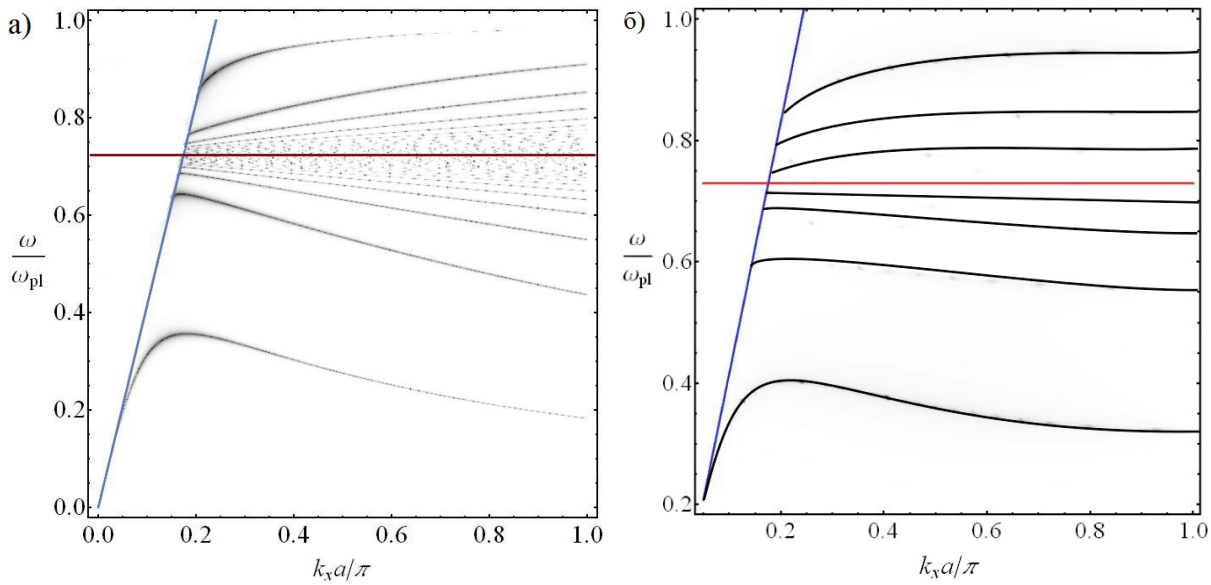

Рис. 44. а) Дисперсионные кривые мод, распространяющихся по слою гиперболического метаматериала на металлической поверхности. б) Дисперсионные кривые мод, рассчитанные по методу преобразования координат для синусоидального рельефа. Дисперсионные кривые приведены к первой зоне Бриллюэна. Синяя линия соответствует световому конусу вакуума, красная линия — частоте, при которой $\mathrm{Re}\,\varepsilon_m = -\varepsilon_d$.

Дисперсионные кривые на рис. 44а качественно похожи на дисперсионные кривые показанные на рис. 44б. Дисперсионные кривые на рис. 44а и рис. 44б, находящиеся при самых высоких частотах, соответствует сильно-локализованному плазмону. На рис. 45 показаны эти кривые в сравнении. Дисперсионные кривые находятся в примерно одном диапазоне частот, однако, кривая сильно-локализованного плазмона при синусоидальном профиле рельефа существует при более низкой частоте, чем мода гиперболического слоя. Это может быть объяснено тем, что формулы (2.69) и (2.70) применимы при гомогенизации рельефа с прямоугольным профилем. Следовательно, если профиль рельефа близок к прямоугольному, то дисперсионная кривая, рассчитанная с помощью метода преобразования координат, должна быть ближе к дисперсионной кривой слоя гиперболического метаматериала.

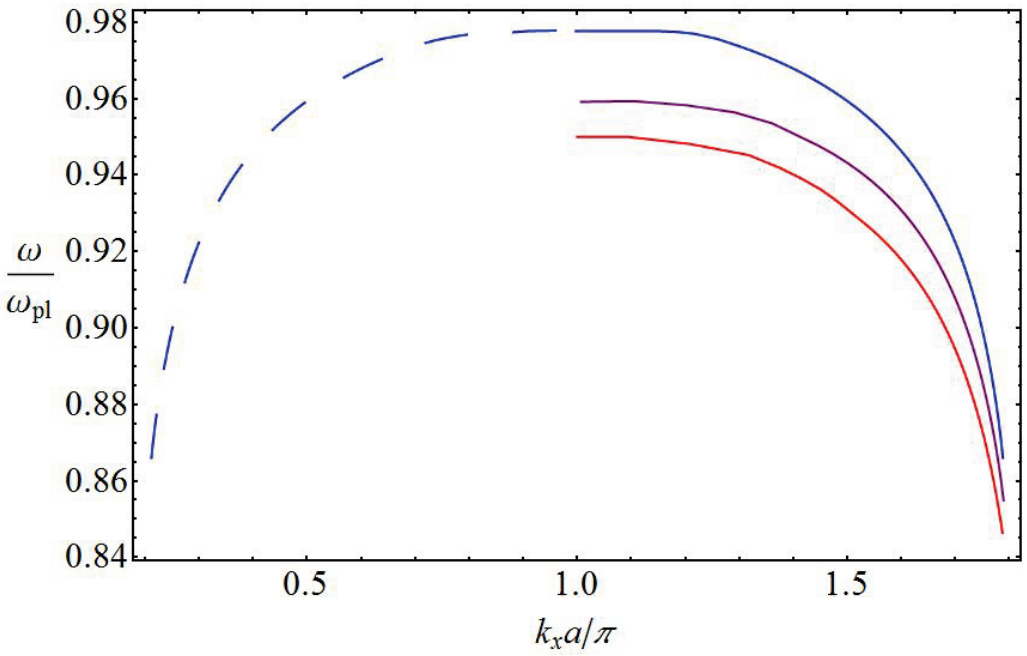

Рис. 45. Дисперсионные кривые, рассчитанные с помощью преобразования координат [187, 215] для синусоидального профиля (красная кривая), для гипергауссового профиля (фиолетовая кривая), и высокочастотной моды слоя из гиперболического метаматериала (синяя кривая). Синяя кривая продолжена во вторую зону Бриллюэна.

Действительно, рассмотрим распространение сильно-локализованного ПП по поверхности с гипергауссовым профилем $s(x) = h\left(2\exp\left[-\left\{x/\left(a/4\right)\right\}^{2n}\right]-1\right)$, который при n стремящемся к бесконечности переходит в ступенчатый профиль. При $n = 2$ дисперсионная кривая находится ближе к моде гиперболического слоя.

Таким образом, можно сделать вывод, что сильно-локализованный плазмон возникает из-за того, что периодический рельеф поверхности образуют слой из эффективного гиперболического метаматериала, который поддерживает распространение мод в диапазоне частот $\mathrm{Re}\,\varepsilon_m > -\varepsilon_d$.

2.3.5. Выводы

Показано, что на периодически наноструктурированной поверхности могут распространяться сильно локализованные плазмоны. Эти плазмоны существуют в диапазоне частот, в котором сумма диэлектрических проницаемостей металла и прилегающего диэлектрика больше нуля. В алюминии это неравенство выполняется в ультрафиолетовом диапазоне. На плоской поверхности поверхностные плазмоны не существуют в этом диапазоне частот. Длина пробега этого плазмона составляет несколько десятков длин волн. На наноструктурированной поверхности сильно-локализованный

плазмон возникает из-за того, что периодический рельеф поверхности образуют слой из эффективного гиперболического метаматериала. Особенностью этого плазмона является то, что длина волны сильнолокализованного плазмона примерно равна периоду рельефа поверхности, который составляет 10 нм, что приводит к очень большим волновым числам плазмона. Большое волновое число плазмона приводит к сильной локализации, что представляет интерес для усиления нелинейных эффектов и создания сенсоров. Кроме того, сильная локализация поля делает возможной создание миниатюрных полностью оптических вычислительных приборов.

Глава 3 . Описание динамики четырёхуровневой активной среды в рамках приближения двухуровневой системы

В данной главе исследуется применимость приближения двухуровневой системы к описанию динамики спазера с четырёхуровневой активной средой. Приближение двухуровневой среды часто используется для исследования динамики усиливающей среды, так как модель двухуровневой среды является достаточно простой. Однако более реалистичной моделью является модель четырехуровневой среда. С помощью уравнений Линдблада разработано описание спазера с четырёхуровневой активной средой и показано, что в зависимости от соотношения частоты Раби и скорости релаксации поляризации четырёхуровневая система может быть сведена к одной из двух эффективных двухуровневых систем, которые способны воспроизвести ключевые свойства четырёхуровневой системы.

3.1. Введение

В последнее время получила развитие новая область оптики — квантовая плазмоника, сочетающая в себе преимущества плазмоники и квантовой электроники [14, 223]. Квантовая плазмоника изучает свойства структур, испытывающих плазмонный резонанс и содержащих системы с инверсной населённостью (молекулы, квантовые точки, квантовые ямы и т. д.). Применение инвертированных систем существенно расширяет область возможных применений плазмоники, так как позволяет компенсировать джоулевы потери в плазмонных наноструктурах. Это также привело к увеличению абсолютного значения отрицательного показателя преломления оптических метаматериалов [224].

В метаматериалах частицы активной среды взаимодействуют с плазмонными наночастицами [138, 224-226], что приводит к образованию спазера [226-228] — аналога лазера, в котором плазмонная наночастица играет роль нанорезонатора, а обратная связь реализуется индуцированным излучением инвертированной активной среды в плазмонную моду наночастицы.

В спазерах динамика активной среды и элетромагнитного поля обычно описывается уравнениями Максвелла — Блоха для двухуровневой системы (ДУС) [227, 229, 230]. Однако в действительности активные среды — это не двухуровневые, а более сложные системы со множеством уровней или даже зон [142, 231]. Зонная структура активных сред рассматривалась в ряде работ [27, 225, 232-234]. Однако учёт зонной структуры требует сложных компьютерных расчётов. В то же время такие явления в лазере, как порог генерации, затягивание частоты и пичковый режим генерации, качественно описываются простейшей двухуровневой моделью. Тем не менее, хорошо известно, что двухуровневая

модель не позволяет получить описание ряда явлений, которые играют важное значение для понимания работы спазера. Например, хорошо известно, что оптическая когерентная накачка не может создать инвертированную ДУС [235] и что для описания активной среды, состоящей из ДУС, в уравнения Максвелла — Блоха необходимо добавлять феноменологические слагаемые. Более корректной, но и более сложной моделью для описания активной среды является трёх- или четырёхуровневая система [234, 236]. Такая модель позволяет описать лазерную генерацию при оптической накачке. Однако у результирующей системы уравнений (обычно это скоростные уравнения скорости или уравнения Максвелла — Блоха) могут возникнуть нефизические решения, при которых населённости уровней могут быть отрицательными [35, 36].

При определённых условиях поведение трёх- и четырёхуровневой среды аналогично ДУС [235]. Хотя описание активной среды в приближении ДУС значительно упрощает расчёты, результаты, полученные с помощью приближения ДУС, требуют анализа. В [228, 229] было показано, что в динамике спазера с ДУС наблюдаются осцилляции Раби. Эти колебания кажутся невозможными для четырёхуровневой усиливающей среды, потому что в спазере с ДУС частота плазмонного резонанса металлической наночастицы и частота перехода из основного состояния в верхнее состояние рабочего перехода совпадают. При использовании четырёхуровневой системы (ЧУС) в качестве усиливающей среды эти частоты различны, и плазмоны не имеют достаточной энергии для возбуждения верхнего уровня рабочего перехода ЧУС. Возникает вопрос, возможны ли осцилляции Раби в спазерах с реалистичными активными средами, в частности, с четырёхуровневой.

В данной главе показано, что проблемы с описанием ЧУС возникают из-за использования неконтролируемых приближений, таких как феноменологическое описание релаксационных процессов. Показано, что систему уравнений для спазера с четырёхуровневой активной средой, полученных из уравнения Линдблада [34], можно корректно свести к двум различным системам уравнений с эффективной ДУС. Уравнение Линдблада позволяет избежать нефизических результатов, таких как отрицательные населённости [35, 36]. Показано, что в спазере с четырёхуровневой активной средой могут возникать колебания Раби.

3.2. Уравнения для спазера с четырёхуровневой усиливающей средой

Рассматриваемый спазер состоит из плазмонной наночастицы и четырёхуровневой молекулы, расположенной вблизи неё. Схема уровней квантовых систем изображена на рис. 46. Предполагается, что переходы с уровня $|3\rangle$ на $|0\rangle$ и с $|2\rangle$ на $|1\rangle$ разрешены в рамках

дипольного приближения. В случае молекул красителя скорости переходов с уровней $|3\rangle$ на $|2\rangle$ и с $|1\rangle$ на $|0\rangle$ $\Gamma_{32} \sim \Gamma_{10} \sim 2\times10^{13}$ с$^{-1}$. Скорость перехода — с $|2\rangle$ на $|1\rangle$ $\Gamma_{21} = \Gamma_{30} = 2\cdot10^{9}$ с$^{-1}$ [235, 237]. Таким образом, переходы $|3\rangle \to |2\rangle$ и $|1\rangle \to |0\rangle$ происходят быстро по сравнению с переходами $|3\rangle \to |0\rangle$ и $|2\rangle \to |1\rangle$. Все остальные переходы являются запрещёнными.

В качестве накачки используется внешнее поле с частотой ω_{30}, которое переводит молекулы в верхнее возбуждённое состояние $|3\rangle$, переход с уровня $|2\rangle$ на уровень $|1\rangle$ на частоте ω_{21} является рабочим переходом спазера. Для расчётов предполагалось, что длины волн, соответствующие частотам ω_{21} и ω_{30}, равны 750 нм и 300 нм [234].

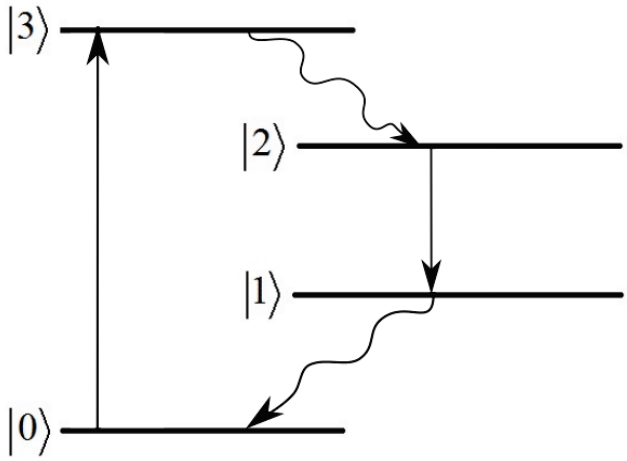

Рис. 46. Схема расположения уровней квантовых излучателей усиливающей среды

Мода плазмонной наночастицы описывается гамильтонианом:

$$\hat{H}_{\mathrm{SP}} = \hbar\omega_{\mathrm{SP}}\hat{a}^{\dagger}\hat{a}, \tag{3.1}$$

где $\hat{a}$ и $\hat{a}^{\dagger}$ — это бозе-операторы уничтожения и рождения плазмона соответственно, ω_{SP} — частота плазмонного резонанса, близкая к ω_{21}. Гамильтониан молекулы имеет вид:

$$\hat{H}_{\mathrm{mol}} = \hbar\omega_{30}\hat{n}_3 + \hbar(\omega_{21} + \omega_{10})\hat{n}_2 + \hbar\omega_{10}\hat{n}_1\ , \tag{3.2}$$

где $\hat{n}_i = |i\rangle\langle i|$ — оператор населённости на уровне $|i\rangle$. Общий гамильтониан такой системы имеет вид:

$$H = \hat{H}_{\mathrm{SP}} + \hat{H}_{mol} + \hat{V}, \tag{3.3}$$

где оператор $\hat{V}$ описывает взаимодействие молекулы с полем наночастицы и полем накачки и имеет вид:

$$\hat{V} = -\hat{\mathbf{d}}_M(\hat{\mathbf{E}}_{\text{SP}}(\mathbf{r}) + \tilde{\mathbf{E}}_{pump}), \tag{3.4}$$

где $\hat{\mathbf{E}}_{\text{SP}}$ — оператор электрического поля наночастицы, $\mathbf{r}$ — координаты молекулы, $\tilde{\mathbf{E}}_{pump}$ — поле накачки. $\hat{\mathbf{E}}_{\text{SP}}$ и $\tilde{\mathbf{E}}_{pump}$ определяются по формулам (3.5):

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{E}}_{\text{SP}} &= \mathbf{E}(\mathbf{r})(\hat{a}^\dagger + \hat{a}), \\ \tilde{\mathbf{E}}_{pump} &= \mathbf{E}_{pump}(\exp[i\omega_{30}t] + \exp[-i\omega_{30}t]), \end{aligned} \tag{3.5}$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ — распределение поля плазмонной моды, соответствующее одному плазмону в моде, $\mathbf{E}_{pump}$ — амплитуда поля накачки. Оператор дипольного момента молекулы определяется по формуле:

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{d}_{21}(\hat{\tilde{\sigma}}_{21}^\dagger + \hat{\tilde{\sigma}}_{21}) + \mathbf{d}_{30}(\hat{\tilde{\sigma}}_{30}^\dagger + \hat{\tilde{\sigma}}_{30}), \tag{3.6}$$

где $\mathbf{d}_{21}$ и $\mathbf{d}_{30}$ — матричные элементы дипольного момента для переходов $|2\rangle \to |1\rangle$ и $|0\rangle \to |3\rangle$ соответственно, равные по порядку 20 Д [238], операторы вида $\hat{\sigma}_{ij} = |j\rangle\langle i|$ — операторы перехода из состояния $|i\rangle$ в $|j\rangle$. Операторы населённостей $\hat{n}_i$ связаны с $\hat{\sigma}_{ij}$ через соотношение $\hat{n}_i = \hat{\sigma}_{ij}^\dagger \hat{\sigma}_{ij}$. Действительно, $\hat{n}_i = |i\rangle\langle i| = |i\rangle\langle j|j\rangle\langle i| = \hat{\sigma}_{ij}^\dagger \hat{\sigma}_{ij}$.

Динамика системы описывается уравнением Линдблада [34]:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}] + \hat{\hat{L}}\hat{\rho}, \tag{3.7}$$

где $\hat{\hat{L}}$ является супероператором Линдблада, описывающим релаксацию в молекуле и наночастице [239], $\hat{\rho}$ — матрица плотности всей системы «наночастица — молекула», для которой гильбертово пространство является прямым произведением пространств состояний наночастицы и молекул. Как показано в [34], для сохранения положительной определённости матрицы плотности супероператор $\hat{\hat{L}}$ должен иметь вид:

$$\hat{\hat{L}}\hat{\rho} = \sum_{\substack{k,l=0 \\ k \neq l}}^{3} \frac{\Gamma_{kl}}{2}\left(2\hat{\sigma}_{kl}\hat{\rho}\hat{\sigma}_{kl}^\dagger - \hat{\rho}\hat{\sigma}_{kl}\hat{\sigma}_{kl}^\dagger - \hat{\sigma}_{kl}\hat{\sigma}_{kl}^\dagger\hat{\rho}\right) + \gamma_a\left(2\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \hat{a}\hat{a}^\dagger\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{a}\hat{a}^\dagger\right), \tag{3.8}$$

где γ_a — скорость релаксации поля плазмона, Γ_{kl} — скорость релаксации населённости из состояния $|k\rangle$ в состояние $|l\rangle$, из которых только Γ_{32}, Γ_{21} и Γ_{10} отличны от нуля. Кроме Γ_{32}, Γ_{21} и Γ_{10}, скорость релаксации Γ_{30} должна быть также отлична от нуля. Γ_{30} равна по

порядку 10^9 c^{-1}, так как переход $|0\rangle \to |3\rangle$ является излучательным, но из-за того, что $\Gamma_{32} >> \Gamma_{30}$, можно пренебречь Γ_{30}.

Чтобы получить уравнения на ожидаемые значения, необходимо умножить уравнение (3.7) на произвольный оператор $\hat{A}$, не зависящий от времени в явном виде, и рассчитать след от обоих частей уравнения (3.7):

$$\frac{d}{dt}\mathrm{tr}\left(\hat{A}\hat{\rho}\right) = -\frac{i}{\hbar}\mathrm{tr}\left(\hat{A}\left[\hat{H},\hat{\rho}\right]\right) + \mathrm{tr}\left(\hat{A}\hat{\hat{L}}\hat{\rho}\right), \tag{3.9}$$

Чтобы рассчитать $\mathrm{tr}\left(\hat{A}\left[\hat{H},\hat{\rho}\right]\right)$ и $\mathrm{tr}\left(\hat{A}\hat{\hat{L}}\hat{\rho}\right)$, можно воспользоваться инвариантностью следа относительно перестановок операторов:

$$\mathrm{tr}\left(\hat{A}\left[\hat{H},\hat{\rho}\right]\right) = \mathrm{tr}\left(\left[\hat{A},\hat{H}\right]\hat{\rho}\right). \tag{3.10}$$

Аналогичным образом можно рассчитать $\mathrm{tr}\left(\hat{A}\hat{\hat{L}}\hat{\rho}\right)$:

$$\mathrm{tr}\left(\hat{A}\hat{\hat{L}}\hat{\rho}\right) = \sum_{\substack{k,l=0\\k\neq l}}^{3}\frac{\Gamma_{kl}}{2}\mathrm{tr}\left\{\left(\hat{\sigma}_{kl}^{\dagger}\left[\hat{A},\hat{\sigma}_{kl}\right] - \left[\hat{A},\hat{\sigma}_{kl}^{\dagger}\right]\hat{\sigma}_{kl}\right)\hat{\rho}\right\} + \gamma_a\mathrm{tr}\left\{\left(\hat{a}^{\dagger}\left[\hat{A},\hat{a}\right] - \left[\hat{A},\hat{a}^{\dagger}\right]\hat{a}\right)\hat{\rho}\right\}. \tag{3.11}$$

Заменяя оператор $\hat{A}$ на операторы $\hat{a}$, $\hat{\sigma}_{kl}$, $\hat{n}_i$ и используя коммутационные соотношения для этих операторов:

$$\begin{gathered}
\left[\hat{\sigma}_{ij},\hat{\sigma}_{kl}\right] = \delta_{kj}\hat{\sigma}_{il} - \delta_{il}\hat{\sigma}_{kj},\\
\left[\hat{\sigma}_{ij},\hat{\sigma}_{kl}^{\dagger}\right] = \delta_{lj}\hat{\sigma}_{ik} - \delta_{ik}\hat{\sigma}_{lj},\\
\left[\hat{\sigma}_{ij},\hat{\sigma}_{ij}^{\dagger}\right] = \hat{n}_i - \hat{n}_j,\\
\left[\hat{a},\hat{a}^{\dagger}\right] = 1,\\
\left[\hat{a},\hat{\sigma}_{ij}\right] = \left[\hat{a},\hat{n}_i\right] = 0,
\end{gathered} \tag{3.12}$$

получаем выражения для средних значений.

Чтобы определить соотношение между скоростями продольной и поперечной релаксации, подставим в уравнение (3.11) оператор $\hat{\sigma}_{ij}$ вместо $\hat{A}$:

$$\mathrm{tr}\left(\hat{\sigma}_{ij}\hat{\hat{L}}\hat{\rho}\right)=\sum_{\substack{k,l=0\\k\neq l}}^{3}\frac{\Gamma_{kl}}{2}\mathrm{tr}\left(\left[\delta_{kj}\hat{\sigma}_{kl}^{\dagger}\hat{\sigma}_{il}-\delta_{il}\hat{\sigma}_{kl}^{\dagger}\hat{\sigma}_{kj}-\delta_{lj}\hat{\sigma}_{ik}\hat{\sigma}_{kl}+\delta_{ik}\hat{\sigma}_{lj}\hat{\sigma}_{kl}\right]\hat{\rho}\right)=$$

$$\sum_{\substack{k,l=0\\k\neq l}}^{3}\frac{\Gamma_{kl}}{2}\mathrm{tr}\left(\left[2\delta_{kj}\delta_{ki}\hat{\sigma}_{ll}-\delta_{il}\hat{\sigma}_{lj}-\delta_{lj}\hat{\sigma}_{il}\right]\hat{\rho}\right)= \tag{3.13}$$

$$\sum_{l=0}^{3}\left(\delta_{ij}\Gamma_{il}n_{l}-\frac{\Gamma_{il}+\Gamma_{jl}}{2}\tilde{\sigma}_{ij}\right),$$

где $n_i=\mathrm{tr}\left(\hat{\rho}\hat{n}_i\right)$ и $\tilde{\sigma}_{ij}=\mathrm{tr}\left(\hat{\rho}\hat{\tilde{\sigma}}_{ij}\right)$. В уравнении (3.13) релаксация поляризации $\tilde{\sigma}_{ij}$ $(i\neq j)$ описывается вторым слагаемым в правой части:

$$\mathrm{tr}\left(\hat{\sigma}_{ij}\hat{\hat{L}}\hat{\rho}\right)=-\gamma_{ij}\tilde{\sigma}_{ij}=-\sum_{l=0}^{3}\frac{\Gamma_{jl}+\Gamma_{il}}{2}\tilde{\sigma}_{ij}, \tag{3.14}$$

где $\gamma_{ij}=\sum_{l=0}^{3}\left(\Gamma_{jl}+\Gamma_{il}\right)/2$ — скорость релаксации поляризации $\tilde{\sigma}_{ij}$. Уравнение (3.14) позволяет получить связь между скоростями релаксации поляризаций и населённостей уровней, которая имеет вид $\gamma_{21}=(\Gamma_{21}+\Gamma_{10})/2$ и $\gamma_{30}=\Gamma_{32}/2$.

Используя уравнение (3.13), можно определить релаксационное слагаемое, соответствующее населённости $n_i=\sigma_{ii}$:

$$\mathrm{tr}\left(\hat{n}_i\hat{\hat{L}}\hat{\rho}\right)=\sum_{l=0}^{3}\Gamma_{li}n_l-\Gamma_{il}n_i. \tag{3.15}$$

Аналогичным образом определяется релаксационное слагаемое для оператора $\hat{a}$:

$$\mathrm{tr}\left(\hat{a}\hat{\hat{L}}\hat{\rho}\right)=-\gamma_a\tilde{a}, \tag{3.16}$$

где $\tilde{a}=\mathrm{tr}\left(\hat{\rho}\hat{a}\right)$. Значение скорости релаксации плазмона бралось равным $\gamma_a=1\cdot10^{13}$ с$^{-1}$.

Из уравнений (3.10), (3.11), (3.14), (3.15) и (3.16) получаем уравнения для $\tilde{a}$, $\tilde{\sigma}_{21}$, $\tilde{\sigma}_{30}$ и n_i. Предполагая, что число плазмонов значительно больше 1, можно считать, что квантовые флуктуации и корреляции пренебрежимо малы. Следовательно, среднее произведение двух операторов приближённо равно произведению средних этих операторов. Это возможно либо в случае спазерной генерации, либо при наличии большого числа плазмонов, возбуждённых внешним источником [237].

Если частота перехода молекулы ω_{21} близка к частоте плазмонного резонанса ω_{SP}, можно воспользоваться приближением вращающейся волны и представить $\tilde{a}$, $\tilde{\sigma}_{21}$, и $\tilde{\sigma}_{30}$ в виде $\tilde{a}=a\exp\left[-i\omega t\right]$, $\tilde{\sigma}_{21}=\sigma_{21}\exp\left[-i\omega t\right]$ и $\tilde{\sigma}_{30}=\sigma_{30}\exp\left[-i\omega_{30}t\right]$, где a, σ_{21} и σ_{30} —

медленно меняющиеся амплитуды. Пренебрегая быстро осциллирующими слагаемыми с частотами $\pm 2\omega_{21}$, $\pm 2\omega_{30}$, $\pm(\omega_{21} \pm \omega_{30})$, $\pm(\omega_{21} + \omega_{SP})$, получаем систему уравнений Максвелла — Блоха для четырёхуровневой системы в с-числах [235]:

$$\dot{a} = -i\Omega_{21}\sigma_{21} + (i\delta_1 - \gamma_a)a, \tag{3.17а}$$

$$\dot{\sigma}_{21} = i\Omega_{21}aD + (i\delta - \gamma_{21})\sigma_{21}, \tag{3.17б}$$

$$\dot{D} = 2i\Omega_{21}(a^*\sigma_{21} - a\sigma_{21}^*) - 2\Gamma_{21}\left(D + n_1\right) + \Gamma_{32}n_3 + \Gamma_{10}n_1, \tag{3.17в}$$

$$\dot{n}_1 = -i\Omega_{21}(a^*\sigma_{21} - a\sigma_{21}^*) + \Gamma_{21}\left(D + n_1\right) - \Gamma_{10}n_1, \tag{3.17г}$$

$$\dot{n}_3 = i\Omega_{30}(\sigma_{30} - \sigma_{30}^*) - \Gamma_{32}n_3, \tag{3.17д}$$

$$\dot{\sigma}_{30} = i\Omega_{30}(n_3 - n_0) - \frac{\Gamma_{32}}{2}\sigma_{30}, \tag{3.17е}$$

$$n_0 + n_1 + \left(D + n_1\right) + n_3 = 1, \tag{3.17ж}$$

где $\Omega_{21} = \mathbf{d}_{21} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) / \hbar$ и $\Omega_{30} = \mathbf{d}_{30} \cdot \mathbf{E}_{\text{pump}} / \hbar$ — константы связи ЧУС и моды наночастицы и накачки соответственно, $D = n_2 - n_1$ — инверсия населённостей, $\delta_1 = \omega - \omega_{\text{SP}}$ и $\delta = \omega - \omega_{21}$ — отстройки частоты генерации ω от частоты плазмонной моды ω_{SP} и частоты рабочего перехода ω_{21} соответственно. Уравнение (3.17ж) является условием нормировки матрицы плотности $n_0 + n_1 + n_2 + n_3 = 1$.

3.3. Сведение четырёхуровневой системы к двухуровневой

Систему уравнений для четырёхуровневой усиливающей среды (3.17) можно свести к эффективной двухуровневой системе [240] в том случае, если безызлучательные переходы $|1\rangle \to |0\rangle$, $|3\rangle \to |2\rangle$ происходят быстрее, чем все остальные процессы в молекуле и наночастице. Уравнения Максвелла — Блоха для ДУС имеют вид:

$$\dot{a} = -i\Omega_{21}\sigma_{21} + (i\delta_1 - \gamma_a)a, \tag{3.18а}$$

$$\dot{\sigma}_{21} = i\Omega_{21}aD + (i\delta - \gamma_{21})\sigma_{21}, \tag{3.18б}$$

$$\dot{D} = 2i\Omega_{21}(a^*\sigma_{21} - a\sigma_{21}^*) - \left(\Gamma_{21} + W'_{pump}\right)D + \left(W'_{pump} - \Gamma_{21}\right), \tag{3.18в}$$

где W'_{pump} — скорость накачки. Хотя такой подход широко используется, он основан на использовании феноменологических слагаемых, использование которых может привести к непредсказуемым результатам [35, 36]. Чтобы избежать этого, уравнения для ДУС будет получены из уравнения Линдблада (3.9) для ЧУС.

Чтобы упростить (3.17), будем рассматривать случая слабой накачки, удовлетворяющей условию $\Omega_{30} << \Gamma_{32}$. Такой режим реализуется в большинстве экспериментов с лазерами. Интенсивность накачки, при которой $\Omega_{30} \sim \Gamma_{32}$, равна 4 МВт/см^2. При такой интенсивности накачки на переходе $|0\rangle \to |3\rangle$ могут происходить осцилляции Раби и, следовательно, ЧУС не может быть сведена к ДУС.

Если $\Omega_{30} << \Gamma_{32}$, то σ_{30} и n_3 адиабатически подстраиваются к мгновенным значениям других переменных. Следовательно, временными производными σ_{30} и n_3 можно пренебречь:

$$\sigma_{30} = \frac{i\Omega_{30}}{\gamma_{30}}\left(n_3 - n_0\right), \tag{3.19а}$$

$$n_0 = \left(1 + \frac{\gamma_{30}\Gamma_{32}}{2\Omega_{30}^2}\right) n_3. \tag{3.19б}$$

Как будет показано далее, в зависимости от соотношения между константами связи поля моды и рабочего перехода $|2\rangle \to |1\rangle$, $\Omega_{21}|a|$ и скорости поперечной релаксации γ_{21} необходимо рассмотреть отдельно случаи сильной связи, при которой $2\Omega_{21}|a| \geq \gamma_{21}$, и слабой связи, при которой $2\Omega_{21}|a| << \gamma_{21}$.

Так как $\gamma_{21} = \left(\Gamma_{10} + \Gamma_{21}\right)/2$ из-за связи между скоростями продольной и поперечной релаксации, выводимой из уравнения Линдблада, то в случае слабой связи $2\Omega_{21}|a| << \gamma_{21}$ выполняется неравенство $2\Omega_{21}|a| << \Gamma_{10}$ и, следовательно, населённость n_1 подстраивается под мгновенные значения остальных переменных и dn_1/dt можно считать равной нулю. В результате, получается следующее уравнение:

$$n_1 = \frac{-i\Omega_{21}(a^*\sigma_{21} - a\sigma_{21}^*) + \Gamma_{21}D}{\Gamma_{10} - \Gamma_{21}}, \tag{3.19в}$$

Подставляя уравнения (3.19а) и (3.19в) в уравнение (3.17в), получаем уравнение для инверсии населённостей эффективного двухуровневого атома (3.20).

$$\dot{D} = \alpha i\Omega_{21}(a^*\sigma_{21} - a\sigma_{21}^*) - \beta\Gamma_{21}(D - D_0), \tag{3.20}$$

где:

$$\alpha = 2 - \frac{1}{\Gamma_{10} - \Gamma_{21}}\left(\Gamma_{10} - 2\Gamma_{21} - \frac{\Gamma_{32}}{1 + \gamma_{30}\Gamma_{32}/(2\Omega_{30})^2}\right),$$

$$\beta = 1 + \frac{\Gamma_{21}}{\Gamma_{10} - \Gamma_{21}} + \frac{\Gamma_{32}}{1 + \gamma_{30}\Gamma_{32} / (2\Omega_{30})^2}\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_{21}}{\Gamma_{10} - \Gamma_{21}}\right),$$

D_0 — инверсия населённости в стационарном состоянии:

$$D_0 = \frac{1}{2\beta\Gamma_{21}} \frac{\Gamma_{32}}{1 + \gamma_{30}\Gamma_{32} / (2\Omega_{30})^2}.$$

Уравнения (3.17а), (3.17б) и (3.20) образуют систему уравнений для эффективной двухуровневой системы (3.21) [240]:

$$\dot{a} = -i\Omega_{21}\sigma_{21} + (i\delta_1 - \gamma_a)a, \tag{3.21а}$$

$$\dot{\sigma}_{21} = i\Omega_{21}aD + (i\delta - \gamma_{21})\sigma_{21}, \tag{3.21б}$$

$$\dot{D} = \alpha i\Omega_{21}(a^*\sigma_{21} - a\sigma_{21}^*) - \beta\Gamma_{21}(D - D_0). \tag{3.21в}$$

Следует отметить, что, в отличие от стандартной модели ДУС [241], D_0 принимает только неотрицательные значения [236]. Кроме того, α в два раза меньше, чем даёт модель Джейнса — Каммингса [235] для стандартной одномодовой системы уравнений, так как $\Gamma_{21} \ll \Gamma_{10}$ и $\Omega_{30} \gg \gamma_{30}, \Gamma_{32}$, α и β близки к 1.

Уравнения (3.21) были получены в [236] при использовании феноменологических релаксационных членов. Однако, как указывалось выше, $\gamma_{21} = (\Gamma_{10} + \Gamma_{21})/2$. Учитывая условие слабой связи $2\Omega_{21}|a| << \gamma_{21}$ временную производную поляризации σ_{21} также можно приравнять к нулю. Тогда σ_{21} адиабатически подстраивается под *a* и *D* и равна:

$$\sigma_{21} = \frac{i\Omega_{21}aD}{\gamma_{21} - i\delta}. \tag{3.22}$$

Подставляя выражение (3.22) в уравнения (3.21а) и (3.21б), приходим к следующей системе уравнений, описывающей динамику спазера:

$$\dot{D} = -2\alpha \frac{\Omega_{21}^2\gamma_{21}}{\gamma_{21}^2 + \delta^2} D|a|^2 - \beta\Gamma_{21}(D - D_0), \tag{3.23а}$$

$$\dot{a} = \frac{\Omega_{21}^2\gamma_{21}}{\gamma_{21} - i\delta} Da + (i\delta_1 - \gamma_a)a. \tag{3.23б}$$

Условие слабой связи $2\Omega_{21}|a| \gg \gamma_{21}$ накладывает ограничения на расстояние между наночастицей и молекулой. Предельное расстояние r_{cr}, при котором происходит переход от слабой связи к сильной, определяется из условия $2\Omega_{21}|a| = \gamma_{21}$. По определению константа связи

$\Omega_{21}|a| = \mathbf{d}\cdot\mathbf{E}/\hbar$, где $\mathbf{E} \sim \mathbf{d}_{\mathrm{NP}}/r^3$, $\mathbf{d}_{\mathrm{NP}}$ — дипольный момент наночастицы, пропорциональный $|a|$, r — расстояние между наночастицей и молекулой. Используя определение константы связи, получаем выражение для r_{cr}:

$$r_{\mathrm{cr}} = \left(\frac{2d_{\mathrm{NP}}d}{\hbar\gamma_{21}}\right)^{1/3}. \tag{3.24}$$

Дипольный момент молекулы красителя равен от 10 Д до 100 Д, дипольный момент наночастицы — примерно 200 Д, и скорость поперечной релаксации γ_{21} равна по порядку величины 10^{13}–10^{14} $\mathrm{с}^{-1}$ [234, 242-247]. Следовательно, r_{cr} примерно равно от 4 до 20 нм. Напряжённость электрического поля наночастицы при таких расстояниях составляет по порядку величины 10^7–10^8 В/м. Хотя такие значения слишком малы для пробоя в режиме непрерывной генерации, при такой интенсивности возможно разрушение усиливающей среды. Однако, если накачка работает в импульсном режиме, разрушения активной среды можно избежать.

Для описания процессов в случае сильной связи $2\Omega_{21}|a| \geq \gamma_{21}$ [223] нельзя считать временные производные σ_{21} и n_1 в (3.17) равными нулю, однако можно приравнять $\dot{n}_3$ и $\dot{\sigma}_{30}$ к нулю, предположив, что их отклонения от стационарных значений пренебрежимо малы в любой момент времени. Такое приближение является верным при условии, что населённости верхних уровней молекулы малы, т. е. $n_1, n_2, n_3 \ll 1$. Действительно, выразим n_0 из уравнения (3.17ж), подставим получившееся выражение в уравнение (3.17е). С учётом условия на величину населённостей n_1, n_2 и n_3 получим уравнение (3.25): $\sigma_{30}^{st} = -2i\Omega_{30}/\Gamma_{32}$

$$-i\Omega_{30} - \frac{\Gamma_{32}}{2}\sigma_{30} \approx 0. \tag{3.25}$$

Из уравнения (3.25) определяется стационарное значение σ_{30} при малых населённостях. Если $\sigma_{30}(0) = \sigma_{30}^{st}$, то получим, что $\dot{\sigma}_{30} \approx 0$ и $\sigma_{30}(t) \approx \sigma_{30}^{st}$ в любой момент времени.

Подставив $\sigma_{30}(t) = \sigma_{30}^{st}$ в уравнение (3.17д), получим:

$$\dot{n}_3 = 4\Omega_{30}^2/\Gamma_{32} - \Gamma_{32}n_3. \tag{3.26}$$

Предполагая, что отклонения n_3 от стационарного значения малы, т. е. $\dot{n}_3 \approx 0$ и $n_3(t) \approx n_3^{st}$, получаем, что $n_3^{st} = 2\left(\Omega_{30}/\Gamma_{32}\right)^2$. Подставив n_3^{st} в (3.17в), получим систему уравнений (3.27):

$$\dot{a} = -i\Omega_{21}\sigma_{21} + (i\delta_1 - \gamma_a)a, \tag{3.27a}$$

$$\dot{\sigma}_{21} = i\Omega_{21} aD + (i\delta - \gamma_{21})\sigma_{21}, \tag{3.27б}$$

$$\dot{D} = 2i\Omega_{21}(a^*\sigma_{21} - a\sigma_{21}^*) - \left(\frac{\Gamma_{10}}{2} + \Gamma_{21}\right)(D - D_0) + \left(\frac{\Gamma_{10}}{2} - \Gamma_{21}\right)\left(n - D_0 \frac{1 - x - 2x^2}{(1-x)(1-2x)}\right), \tag{3.27в}$$

где $D_0 = W_{pump}\left(1/\Gamma_{21} - 1/\Gamma_{10}\right)$, $x = \Gamma_{21}/\Gamma_{10}$, $W_{pump} = 4\Omega_{30}^2/\Gamma_{32}$ — эффективная скорость накачки уровня $|2\rangle$, $n = n_2 + n_1 = 2n_1 + D$ — суммарная населённость на рабочем переходе, которая описывается уравнением (3.27г):

$$\dot{n} = W_{pump} - \Gamma_{10}(n - D)/2. \tag{3.27г}$$

В указанных приближениях системы (3.23) и (3.27) позволяют описать лазерную генерацию.

Таким образом, в приближении сильной связи система уравнений для четырёхуровневой сводится к эффективной двухуровневой системе. Однако при выводе было сделано много приближений и получившаяся система, как и в случае слабой связи, отличается от системы динамики ДУС, описанной в [248], тем, что: (а) согласно (3.27г), сумма населённостей n меняется во времени; (б) n много меньше 1; (в) наличием дополнительного слагаемого в уравнении (3.27в) и (г) неотрицательностью D_0. Однако, как будет показано далее, поведение спазера качественно согласуется со стандартной моделью, содержащей в качестве инвертированной системы ДУС. В частности, осцилляции Раби, предсказанные в модели с ДУС, воспроизводятся и в четырёхуровневой модели.

3.4. Сравнение динамики двухуровневого и четырёхуровневого спазера

В статье [229] были обнаружены осцилляции числа квантов плазмонов, возникающие при переходе спазера к стационарному состоянию. В статье [228] эти осцилляции, обусловленные обменом квантов между плазмонной модой и активной средой, отождествлялись с осцилляциями Раби. Существование осцилляций Раби в двухуровневой системе хорошо известны [248], но в спазере с четырёхуровневой усиливающей средой, рабочая частота которого совпадает с частотой перехода между двумя возбуждёнными состояниями, подобный обмен квантами кажется невозможным из-за быстрой релаксации нижнего уровня рабочего перехода.

В случае слабой связи, т. е. когда $\Omega_R = 2\Omega_{21}|a| << \gamma_{21}$, спазер будет описываться системой уравнений (3.23). При таком значении частоты Раби поляризация σ_{21} адиабатически подстраивается под a (см. (3.22)) и осцилляций Раби не будет. Чтобы продемонстрировать это, рассмотрим поведение эффективной среды в заданном поле,

которое для простоты положим постоянным. В этом случае поведение населённости описывается уравнением (3.23а). Решение этого уравнения имеет вид:

$$D(t) = (D(0) - D_{st}) \exp\left[-\left(\alpha \frac{\Omega_{21}^2 \gamma_{21}}{\gamma_{21}^2 + \delta^2} |a|^2 + \beta \Gamma_{21} \right) t \right] + D_{st}, \qquad (3.28)$$

где $D_{st} = \beta \Gamma_{21} D_0 / \left(\alpha \frac{\Omega_{21}^2 \gamma_{21}}{\gamma_{21}^2 + \delta^2} |a|^2 + \beta \Gamma_{21} \right)$ — стационарное значение инверсии населённости при действии внешнего поля. Выражение (3.28) описывает монотонный переход к стационарному состоянию в заданном поле.

В случае сильной связи, т. е. когда $2\Omega_{21}|a| > \gamma_{21}$, спазер с четырёхуровневой средой описывается системой уравнений (3.27), которая отличается от системы уравнений канонической ДУС (3.21) более высокой скоростью релаксации D, наличием дополнительного слагаемого в уравнении (3.27в) для D и уравнением (3.27г) на n. Для упрощения предположим, что $\delta = 0$ и $\delta_1 = 0$. В этом случае поляризация σ_{21} является чисто мнимой величиной при условии, что a является действительным числом.

Пусть интенсивность непрерывной накачки меньше интенсивности, требуемой для лазерной генерации. Активная среда в начальный момент времени находится в стационарном состоянии, соответствующем интенсивности накачки в отсутствие поля на частоте ω_{21}. На рис. 47 изображена динамика перехода к стационарному состоянию четырёхуровневого спазера, который описывается системой уравнений (3.21), и двухуровневого спазера, который описывается системой уравнений (3.27). Начальное значение $a(0)$ выбрано таким, чтобы $2\Omega_{21}|a(0)| >> \gamma_{21}$. Как видно из рис. 47, поляризация σ_{21} совершает осцилляции, которые затухают за время порядка Γ_{10}^{-1}. Осцилляции Раби четырёхуровневого спазера затухают немного быстрее, так как суммарная населённость на рабочем переходе $n_1 + n_2$ убывает за счёт того, что существует переход с уровня $|1\rangle$ на $|0\rangle$.

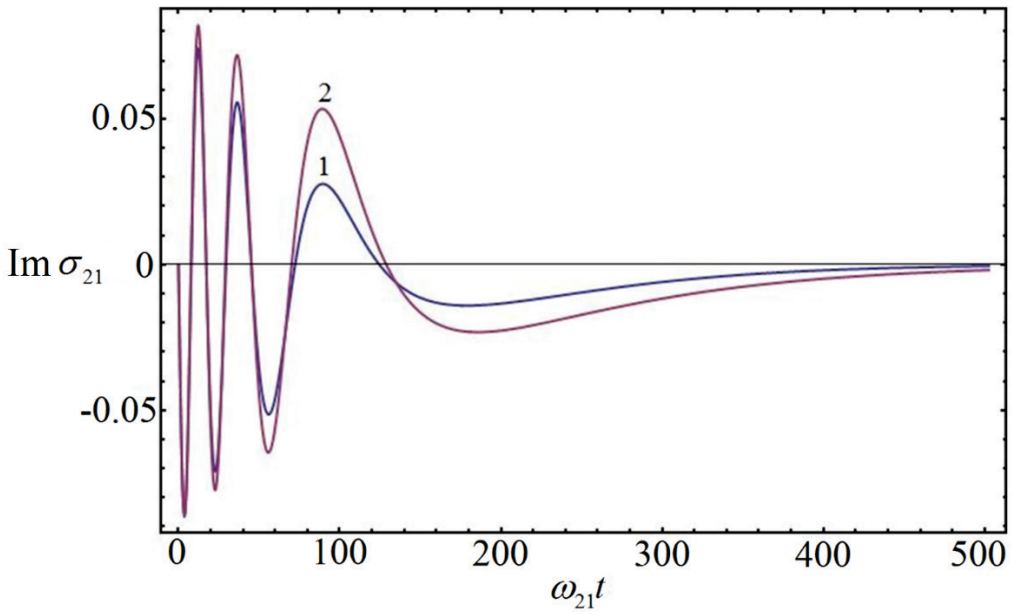

Рис. 47. Зависимость инверсии населённостей четырёхуровневого спазера (кривая 1) и двухуровневого спазера (кривая 2) от времени. Начальные условия для четырёхуровневого спазера: $a(0)=10$, $n(0)=n_0$, $D(0)=D_0$, $\sigma_{21}(0)=0$, где $n_0=W_{pump}\left(1/\Gamma_{21}+1/\Gamma_{10}\right)$ — суммарная населённость в стационарном состоянии. Начальные условия для двухуровневого спазера: $a(0)=10$, $D(0)=D_0$, $\sigma_{21}(0)=0$. Накачка соответствует стационарному значению инверсии $D_0=0.1$

3.5. Заключение

В этой главе была исследована применимость приближения двухуровневой среды к описанию динамики спазера с четырёхуровневой усиливающей средой. Система уравнений Максвелла-Блоха для четырёхуровневой среды была получена из уравнения Линдблада, которое сохраняет положительную определённость матрицы плотности и, следовательно, неотрицательность населённостей уровней активной среды. Полученная система уравнений для четырёхуровневой среды была сведена к системе уравнений для эффективной двухуровневой среды. Показано, что в зависимости от соотношения между частотой Раби и скорости поперечной релаксации эффективная двухуровенвая система описывается двумя различными системами уравнений в режиме сильной и слабой связи активной среды и активной среды. Показано, что спазер, состоящий из плазмонной наночастицы и эффективных ДУС, ведёт себя качественно как спазер, состоящий из той же плазмонной наночастицы и четырёхуровневых систем. В частности, в режиме сильной связи четырёхуровневая система совершает осцилляции Раби, предсказанные для двухуровневой системы. Однако осцилляции Раби в случае четырёхуровневых систем затухают немного

быстрее, так как суммарная населённость уровней рабочего перехода убывает из-за перехода в основное состояние.

Глава 4 . Квантовая плазмоника

В данной главе исследуется взаимодействие активных сред с плазмонными волноводами. Как указывалось в главе 1, одним из путей уменьшения потерь при распространении ППП может стать использование активных сред. Однако из-за высоких потерь на поглощение в металлах для компенсации требуется интенсивная накачка, которая приводит к значительному энергопотреблению. Действительно, в случае оптической накачки необходимо использование мощного импульсного лазера, а в случае электрической накачки — интенсивных токов, получение которых затруднительно на интегральной схеме. При достижимом энергопотреблении компенсация потерь в плазмонных волноводах наблюдается только при размере моды, равном дифракционному пределу по порядку величины. Однако при таком размере моды плазмонные волноводы не превосходят характеристики диэлектрических волноводов. По этой причине практический интерес представляют субволновые плазмонные волноводы, которые позволяют понизить энергопотребление накачки при субволновом размере моды. Исследованию возможности создания таких волноводов посвящена данная глава диссертации. В первом параграфе главы показано, что существует оптимальная толщина усиливающего слоя, при которой достигается максимум коэффициента усиления поверхностного плазмона. Максимальное значение больше, чем в случае бесконечной толщины усиливающего слоя. Во втором параграфе показано, что по диэлектрическому волноводу с металлическим покрытием может распространяться мода, имеющая как субволновой размер моды, так и низкие потери, которые можно компенсировать при достижимом коэффициенте усиления.

4.1. Усиление поверхностного плазмон-поляритона в системе «металл — усиливающая среда — вакуум»

Как показано в [146, 156, 249-253], с помощью усиливающих сред можно добиться полной компенсации потерь энергии при распространении плазмона и существенно уменьшить поперечный размер плазмонной моды [253]. Действительно, наличие джоулевых потерь не позволяет получить большое значение константы распространения плазмона, так как кривая дисперсии уходит внутрь светового конуса (Рис. 48). В частотном диапазоне, в котором действительная часть металла и прилегающего диэлектрика равны по абсолютной величине, т. е. $\mathrm{Re}\,\varepsilon_m \approx -\mathrm{Re}\,\varepsilon_g$, при компенсации потерь возможно уменьшить длину волны плазмона вплоть до нескольких нанометров.

В данном параграфе исследуется распространение плазмона в системе, состоящей из металлической поверхности, покрытой слоем усиливающей среды. Показано, что мнимая

часть константы распространения плазмона, определяющая в зависимости от знака затухание или усиление плазмона, немонотонным образом зависит от толщины усиливающего слоя. Найдена толщина усиливающего слоя, обеспечивающая максимальное усиление при фиксированной накачке.

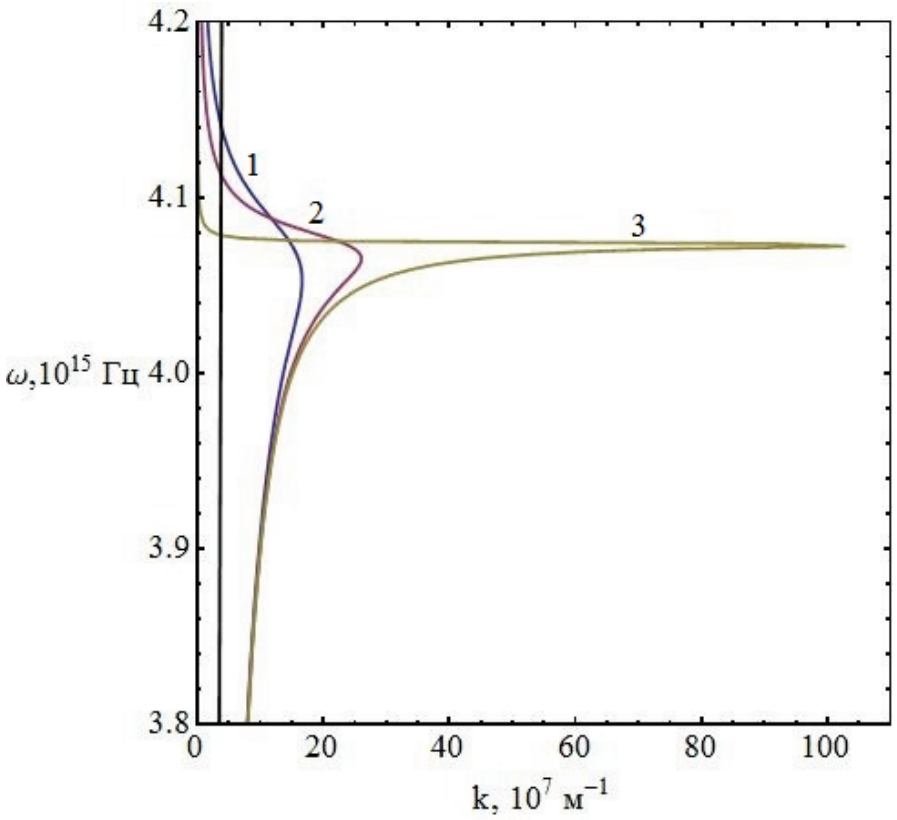

Рис. 48. Закон дисперсии поверхностных плазмонов на границе «серебро — ZnSe с квантовыми ямами». Для расчёта дисперсионных кривых использовалась зависимость диэлектрической проницаемости серебра от частоты из [254]. Диэлектрическая проницаемость ZnSe бралась равной 7,7. Кривая 1 соответствует закону дисперсии плазмонов в отсутствие усиления, кривые 2 и 3 — законам дисперсии при частичной компенсации потерь при g = 7300 см$^{-1}$ и g = 12200 см$^{-1}$. Кривая 4 соответствует световому конусу в ZnSe.

Исследуемая система изображена на рис. 49. Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(z)$ меняется по закону:

$$\varepsilon(z)=\begin{cases}\varepsilon_v, z>h\\ \varepsilon_g, z\in[0,h]\\ \varepsilon_m, z<0\end{cases}, \qquad (4.1)$$

где ε_v, ε_g и ε_m — диэлектрические проницаемости вакуума, усиливающей среды и металла соответственно, h — толщина усиливающего слоя.

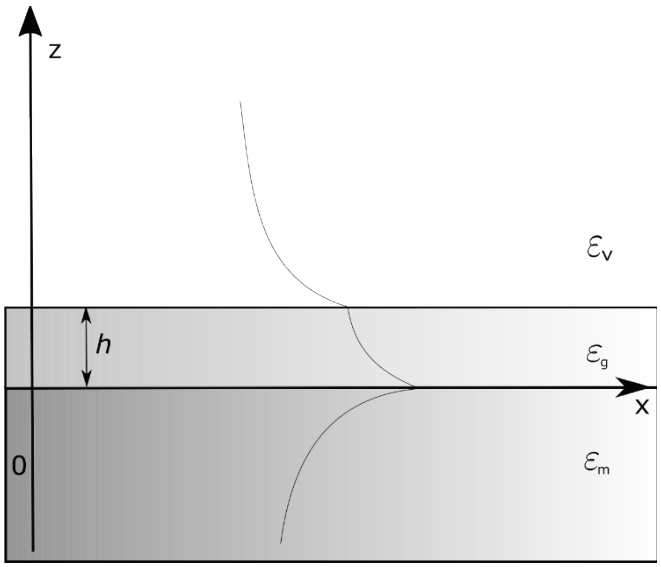

Рис. 49. Расположение слоёв в системе «вакуум — усиливающая среда — металл». ε_v, ε_g и ε_m — диэлектрические проницаемости вакуума, усиливающей среды и металла соответственно, h — толщина усиливающего слоя

Магнитное поле для собственного p-поляризованного плазмона в такой системе дается выражением

$$\begin{cases} H_y^{(m)} = \mathrm{A}\exp(\mathrm{i}(k_x x - k_z^{(m)} z)), z < 0, \\ H_y^{(g)} = (B\exp(-ik_z^{(g)} z) + C\exp(ik_z^{(g)} z))\exp(ik_x x), z < h, \\ H_y^{(v)} = D\exp(i(k_x x + k_z^{(v)} z)), z \geq h. \end{cases} \quad (4.2)$$

где $k_z^{(m)} = \sqrt{\varepsilon_m k_0^2 - k_x^2}$, $k_z^{(\mathrm{g})} = \sqrt{\varepsilon_g k_0^2 - k_x^2}$, $k_z^{(v)} = \sqrt{\varepsilon_v k_0^2 - k_x^2}$. Граничные условия для p-поляризованной волны и условие нормировки позволяют найти коэффициенты A, B, C, D и константу распространения k_x, являющуюся собственным значением задачи. Получающееся дисперсионное соотношение для плазмона в такой системе имеет вид [222]:

$$1 + r_{mg} r_{gv} \exp\left(2ik_z^{(g)} L\right) = 0. \quad (4.3)$$

Ниже для удобства перепишем это уравнение в виде:

$$h = \frac{i}{2k_z^{(g)}} \ln\left(r_{mg} r_{vg}\right), \quad (4.4)$$

где r_{ij} — коэффициент отражения на границе раздела i-ой и j-ой сред (i, j принимают значения m,g,v), определяемый по формуле:

$$r_{ij} = \frac{\varepsilon_j k_z^i - \varepsilon_i k_z^j}{\varepsilon_j k_z^i + \varepsilon_i k_z^j}. \qquad (4.5)$$

Для получения количественных оценок мы использовали данные по материальным константам из [95] для усиливающего слоя и [65] — для металла (серебра).

Усиливающий слой представляет собой слой с квантовыми ямами (см. [222]), $Cd_{0,25}Zn_{0,75}Se$-ZnSe толщиной 7 нм (рис. 50), которые имеют максимум усиления на длине волны 500 нм. Расстояние между поверхностью металла и ближайшей к ней квантовой ямой составляет 5 нм, чтобы избежать безызлучательной релаксации электрон-дырочных пар. Расстояние между соседними квантовыми ямами составляет 3 нм. Диэлектрическая проницаемость $Cd_{0,25}Zn_{0,75}Se$ рассчитывалась на основе данных для ZnSe и CdSe, представленных в [65], с помощью линейной интерполяции и равна 7,68. Диэлектрическая проницаемость ZnSe при длине волны света, равной 500 нм, равна 7,72. Для характеристики усиливающего слоя диэлектрическая проницаемость всего усиливающего слоя бралась равной средним по всему слою. Так, действительная часть бралась равной $\mathrm{Re}\,\varepsilon_g = 7,70$, а мнимая часть характеризовалась средним коэффициентом усиления среды (англ. material gain) g, который зависит от уровня накачки и используется для характеристики усиления:

$$\mathrm{Im}\,\varepsilon_g = -\frac{n}{k_0} g, \qquad (4.6)$$

где k_x — волновое число, $n = \mathrm{Re}\sqrt{\varepsilon_g}$ — показатель преломления. g используется в качестве внешнего параметра, характеризующего накачку. Для используемой усиливающей среды достигаются значения g до 10^4 см$^{-1}$ [141], которым соответствуют значения модуля $\mathrm{Im}\varepsilon_g$ до 0,22. Так как $\mathrm{Im}\varepsilon_g$ является средним значением по толщине, то, чтобы поддерживать необходимое значение $\mathrm{Im}\varepsilon_g$ при увеличении толщины слоя, необходимо добавлять дополнительные квантовые ямы. Таким образом, толщина усиливающего слоя может меняться только на величину, кратную сумме толщины квантовой ямы и толщины слоя ZnSe, разделяющего две соседние квантовые ямы.

Изменение действительной части показателя преломления, обусловленное изменением $\mathrm{Im}\varepsilon_g$, составляет примерно $\delta n \sim 0,01$ и является пренебрежимо малым по сравнению со значением показателя преломления в отсутствие усиления. В качестве металла использовалось серебро с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_m = -9,56 + 0,31i$ [17] при частоте, соответствующей длине волны 500 нм.

Результаты численного решения уравнения (4.3) для указанных выше параметров представлены на рис. 51. Из графиков, представленных на рис. 51, следует, что $\mathrm{Im}\, k_x / k_0$ немонотонно зависит от толщины усиливающего слоя. В частности, при $g = 9076$ см$^{-1}$ (кривая 3) и при h = 21 нм достигается усиление плазмона, при этом при бесконечной толщине усиливающего слоя достигается только компенсация потерь ($\mathrm{Im}\, k_x = 0$).

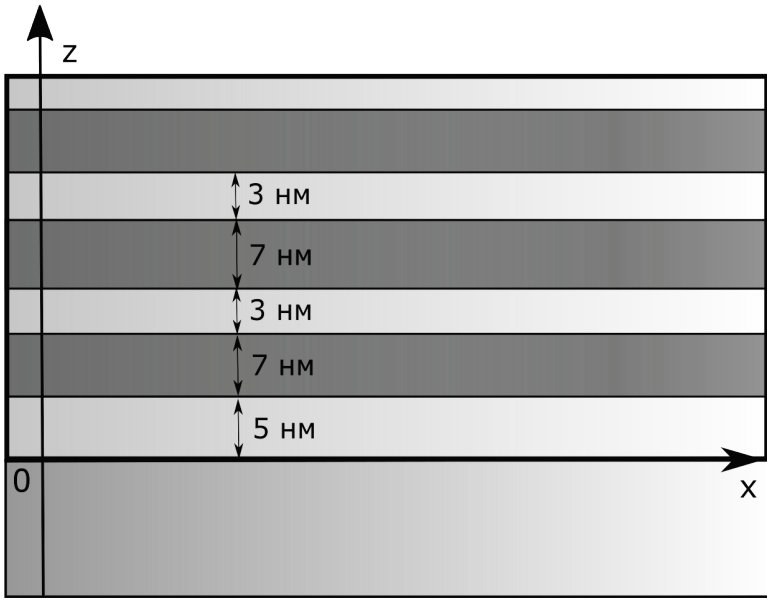

Рис. 50. Структура усиливающего слоя

За счёт этого эффекта при конечной толщине можно получить компенсацию потерь при меньшем значении g. Зависимость g, необходимого для компенсации, от толщины усиливающего слоя изображена на рис. 52. Минимальному значению g = 7580 см$^{-1}$, необходимому для компенсации, соответствует кривая 1 на рис. 51. Это значение в 1,19 раз меньше значения, необходимого для компенсации потерь при бесконечной толщине. При больших значениях g компенсация достигается при двух значениях толщины усиливающего слоя. При увеличении g до 9076 см$^{-1}$ компенсация достигается при h, равной 14 нм, и при толщине h, стремящейся к бесконечности. При дальнейшем увеличении g компенсация потерь достигается только при одном значении толщины, которое стремится к нулю при g, стремящемся к бесконечности.

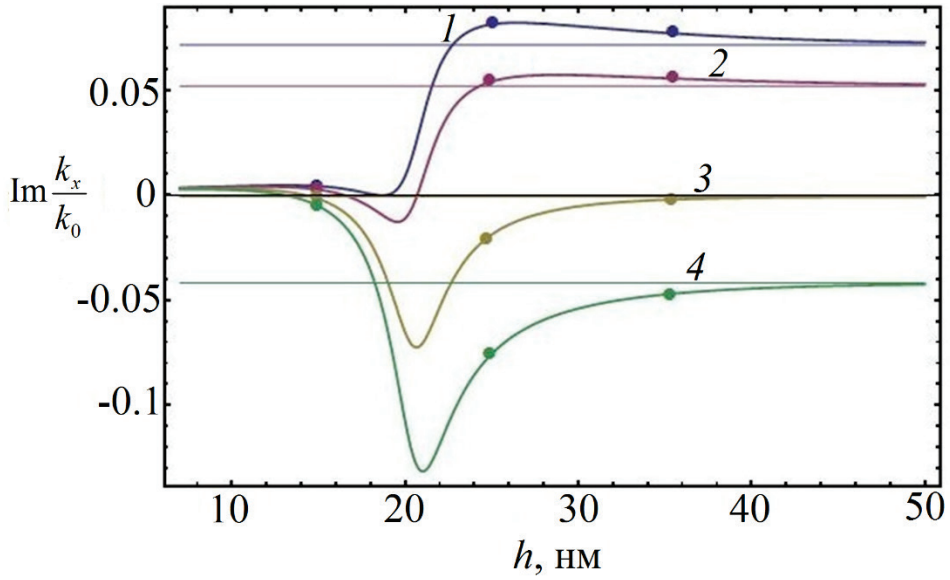

Рис. 51. Зависимость $\mathrm{Im}k_x / k_0$ от толщины слоя усиливающей среды h при различных значениях g. Кривая 1 соответствует g=7580 см$^{-1}$, кривая 2 — g = 8000 см$^{-1}$, кривая 3 — g = 9000 см$^{-1}$, кривая 4 — g = 10^4 см$^{-1}$. Горизонтальные линии соответствуют предельным значениям $\mathrm{Im}k_x / k_0$ при бесконечной толщине усиливающей среды при различных значениях g. Точки соответствуют различному числу квантовых ям в слое

Как показывает численный эксперимент, максимум усиления плазмона (минимум Imk_x) достигается при $\mathrm{Re}\,k_x / k_0 \approx \mathrm{Re}\sqrt{\varepsilon_g}$ и $k_z^{(\mathrm{g})} = \sqrt{\varepsilon_g k_0^2 - k_x^2} = 0$. Согласно (4.5) это даёт $r_{mg} = r_{vg} = -1$, и из (4) получаем оптимальное значение толщины:

$$h^* = \frac{1}{i\varepsilon_g}\left(\frac{\varepsilon_m}{k_z^{(m)}(\sqrt{\varepsilon_g}\,\mathrm{k}_0)} + \frac{\varepsilon_v}{k_z^{(v)}(\sqrt{\varepsilon_g}\,\mathrm{k}_0)}\right). \qquad (4.7)$$

При комплексных ε_g и ε_m при условии малости мнимых частей h^* можно оценить по формуле:

$$h^* = \frac{1}{i\varepsilon'_g}\left(\frac{\varepsilon'_m}{k_z^{(m)}(\sqrt{\varepsilon'_g}\,\mathrm{k}_0)} + \frac{\varepsilon_v}{k_z^{(v)}(\sqrt{\varepsilon'_g}\,\mathrm{k}_0)}\right), \qquad (4.8)$$

где $\varepsilon'_g = \mathrm{Re}\,\varepsilon_g$, $\varepsilon'_m = \mathrm{Re}\,\varepsilon_m$. Для значений, использовавшихся в расчётах, $h^* = 20$ нм, и, как видно из графиков на рис. 51, все минимумы Imk_x достигаются при h, близких к h^*.

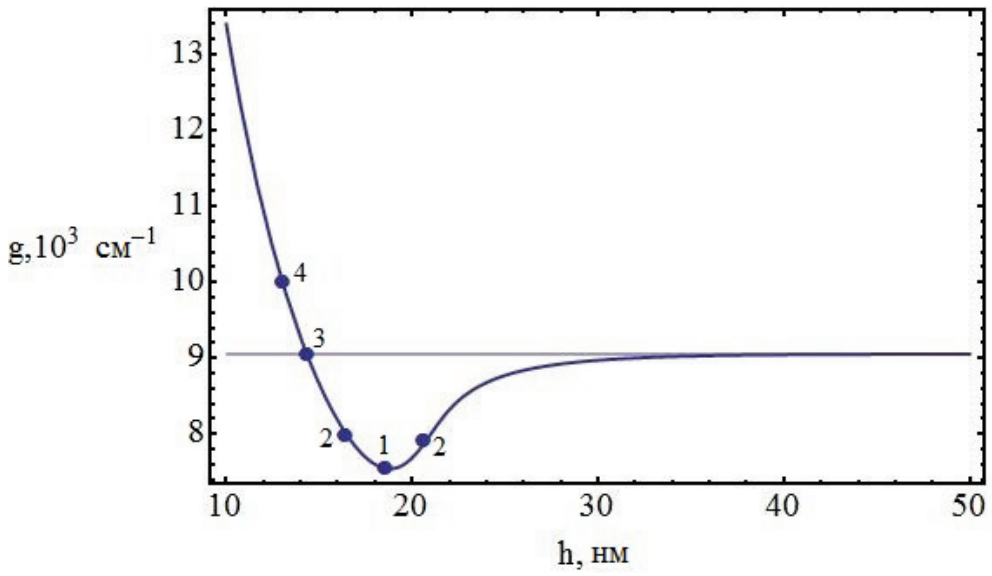

Рис. 52. Коэффициент усиления среды g, необходимый для компенсации потерь при распространении плазмона. Точки на кривой соответствуют значениям g для кривых на рис. 51

Таким образом, при толщине усиливающего слоя, равной h^*, достигается максимальное усиление плазмона, распространяющегося по поверхности металла со слоем усиливающей среды. При взятых из экспериментов [65, 95, 141] значениях материальных параметров максимально достижимое значение модуля $\mathrm{Im}k_x$ при $h = h^*$ в 3,1 раз превосходит значение $\mathrm{Im}k_x$ при бесконечной толщине усиливающей среды. При этом компенсация потерь плазмона достигается при значении g, которое в 1,19 раз меньше значения, необходимого для компенсации потерь при бесконечной толщине. Показано, что при использовании в качестве усиливающей среды слоя, содержащего квантовые ямы, при одинаковом значении накачки присутствие двух квантовых ям даёт максимальное усиление.

4.2. Субволновая локализация моды диэлектрического волновода с металлическим покрытием

4.2.1. Введение

Для развития современных информационных технологий необходимо повышение тактовой частоты вплоть до оптического диапазона и создание компактных линий передач, способных передавать сигналы на таких частотах. Для изготовления таких линий передач необходимы материалы, которые позволяют получить одновременно и субволновую локализацию, и большую длину пробега. Обычные электрические цепи постоянного и переменного тока, а также линии передач на радио- и микроволновых частотах изготавливаются из металлов, имеющих высокую проводимость на этих частотах. Низкие

потери в них достигаются благодаря тому, что толщина скин-слоя δ_s меньше толщины металлических элементов L_m, а субволновая локализация достигается из-за того, что L_m значительно меньше длины волны света в вакууме λ_0. Таким образом, для получения малого поперечного сечения и значительной длины пробега необходимо, чтобы выполнялось неравенство $\lambda_0 >> L_m >> \delta_s$. Эти неравенства выполняются на частотах до нескольких ГГц. Однако при оптических частотах металлы не являются хорошими проводниками, так как глубина скин-слоя достаточно большая (около 20-30 нм для серебра и золота).

Самый распространённый подход к созданию оптических линий передач основан на эффекте полного внутреннего отражения. Среди линий передач на основе этого эффекта — диэлектрические волноводы, в частности, оптические волокна [2-4]. Размер таких линий варьируется в пределах от 0,5 до нескольких десятков микрон в зависимости от материала, из которого сделаны линии передач, и их назначения. Характерный масштаб проникновения поля в окружающую среду (вакуум) определяется мнимой частью волнового числа моды $\kappa = \sqrt{k_z^2 - k_0^2}$, где k_0 — волновое число в вакууме, k_z — константа распространения. Таким образом, площадь моды S_{mode}, которая определяется в [24], может быть оценена по формуле $S_{\text{mode}} \sim 1/\kappa^2$. Уменьшение поперечных размеров волновода приводит к тому, что k_z приближается к k_0 и $S_{\text{mode}} \sim 1/\kappa^2 \to \infty$.

Существенное уменьшение размера моды может быть получено, если константа распространения находится вдали от светового конуса, т. е. $k_z >> k_0$. Однако даже в этом случае размер моды слишком большой из-за того, что для практического применения размеры волновода должны быть сравнимы с размерами электронных компонент (десятки нанометров) [4, 5]. Поперечный размер волноводов может быть уменьшен при использовании материалов с большой диэлектрической проницаемостью [4]. К сожалению, прозрачных материалов с диэлектрической проницаемостью больше 12 в видимом и ИК-диапазоне [255], что недостаточно для приемлемого уменьшения поперечных размеров [4, 7-10].

Большие значения $k_z >> k_0$ теоретически могут иметь поверхностные плазмоны [11-23]. Однако из-за потерь чисто плазмонные волноводы не позволяют получить как большую длину пробега, так и малую площадь поперечного сечения. Возможным путём создания линии передач с требуемыми характеристиками является комбинация плазмонных и диэлектрических материалов, которые позволяют повысить длину пробега при

субволновой площади моды. Примером такой комбинации является гибридный волновод [24]. В гибридном плазмонном волноводе мода локализована в зазоре между цилиндром из GaAs и серебряной подложкой на масштабе $\sim \lambda_0 / 30$, поперечное сечение элементов, составляющих волновод, в частности цилиндра из GaAs, равно по порядку величины $\left(\lambda_0 / 3\right)^2$. По этой причине такие линии должны располагаться на большем расстоянии, чем поперечный размер моды, из-за геометрии волновода. Диаметр цилиндра с большой диэлектрической проницаемостью равен около 400 нм, что сравнимо с размером кремниевого волновода [25].

Другой пример комбинации диэлектриков и плазмонных материалов был показан в [21]. Добавление плазмонной оболочки к диэлектрическому волноводу приводит к появлению двух плазмонных мод, обозначенных как HE_1 в [21]. Плазмонные моды, как правило, классифицируются по распределению магнитного поля в [256]. Согласно этой классификации, HE_1-моды обозначаются как квазисимметричные и квазиантисимметричные. В случае волновода с толстой оболочкой, рассмотренного в [21], квазиантисимметричная мода похожа на моду канала внутри металла, а квазисимметричная мода — на моду металлического цилиндра. В видимом диапазоне квазиантисимметричная мода имеет слишком большие потери на поглощение, что мешает их использованию в приложениях. По этой причине в [21] рассматривалась в основном квазисимметричная HE_1 -мода, имеющая относительно низкие потери. Площадь этой моды неограниченно возрастает при уменьшении размеров волновода. Следовательно, эта мода не может быть использована для создания оптических линий передач с субволновой площадью моды.

В данной разделе исследуется распространение квазиантисимметричной HE_1-моды по волноводу с тонкой оболочкой на телекоммуникационной длине волны $\lambda_0 = 1550$ нм. Показано, что площадь этой моды сокращается с уменьшением поперечных размеров волновода. Это происходит из-за того, что существует область значений радиуса, при котором выполняется условие Хашина-Штрихмана [37, 38] для компенсации поперечных дипольных моментов оболочки и ядра. Таким образом, поля вне волновода незначительны, и площадь моды значительно меньше λ_0^2. При малой толщине металлической оболочки мода может иметь длину пробега до 10 мкм. Этого достаточно, чтобы использовать такой волновод для создания малых оптических чипов с терагерцевой тактовой частотой. Для достижения большей длины пробега необходимо использование усиливающих материалов. Показано, что компенсация потерь при распространении квазиантисимметричной HE_1-

моды возможна при использовании полупроводниковых материалов даже при субволновой площади моды.

4.2.2. Субволновая локализация

Рассматриваемый волновод, состоящий из ядра субволнового радиуса a с диэлектрической проницаемостью ε_{in} и оболочки субволновой толщины d_{cladd} с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{\text{cladd}}$ (см. рис. 53), находится в вакууме (диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_{\text{out}} = 1$). Исследуется распространение квазиантисимметричной моды HE_1, которая существует на телекоммуникационной длине волны $\lambda_0 = 1550$ нм. Оболочка состоит из серебра, у которого действительная часть диэлектрической проницаемости отрицательна и удовлетворяет условию $\varepsilon'_{\text{cladd}} << -1$ [256]. В этой моде поле концентрируется внутри ядра [21].

Мода распространяется на телекоммуникационной частоте, которая соответствует длине волны $\lambda_0 = 1550$ нм. d_{cladd} принимает значения не больше величины скин-слоя, который равен 30 нм [14]. В дальнейшем радиус ядра и толщина оболочки берутся равными $a = 120$ нм и $d_{\text{cladd}} = 20$ нм. Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_{\text{in}} = 11$. Оболочка сделана из серебра, диэлектрическая проницаемость которого на длине волны λ_0 равна 129+3,28*i* [65]. Константа распространения k_z квазиантисимметричной моды HE_1 превосходит k_0 (рис. 53, пересечение красной сплошной дисперсионной кривой с горизонтальной линией соответствует $\lambda_0 = 1550$ нм). На этой длине волны волновод практически одномодовый, так как квазисимметричная плазмонная HE_1-мода существует при частотах ультрафиолетового диапазона (не показана на рис. 53). Мода HE_{11} очень близка к световому конусу (пунктирная синяя линия на рис. 53) и представляет собой практически плоскую волну. Её площадь значительно превосходит λ_0^2. Отношение площадей HE_{11}- и HE_1-мод равно по порядку величины 10^7. Таким образом, мода с такой значительной площадью едва ли может использоваться для передачи сигналов.

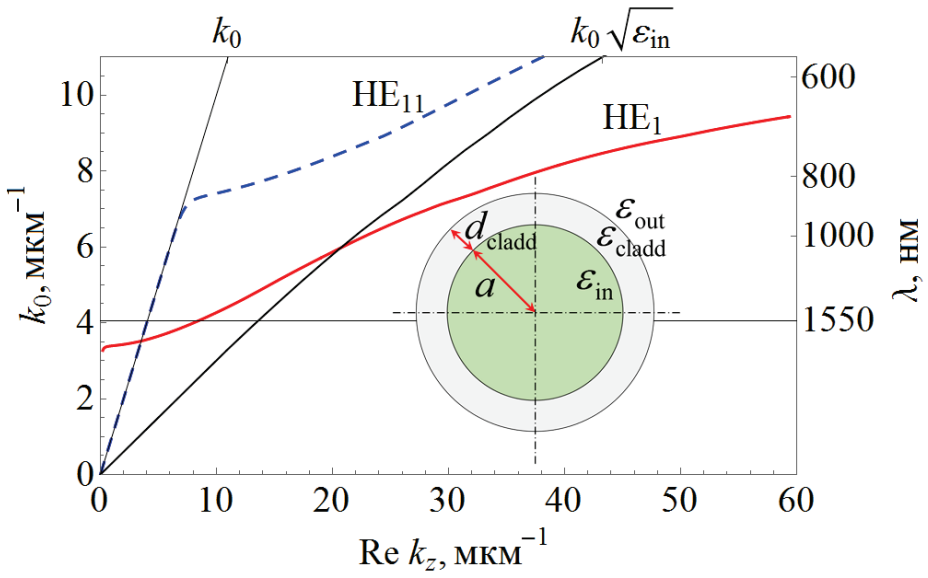

Рис. 53. Дисперсионные кривые для двух низкочастотных мод волновода с радиусом ядра 120 нм и толщиной оболочки 20 нм. Сплошные линии соответствуют световым конусам вакуума ($k_0 = k_z$) и материалу ядра ($k_0 = k_z / \sqrt{\varepsilon_{in}}$). Сплошная красная и пунктирная синяя кривые соответствуют HE_1 (квазиантисимметричной моде в металле) и HE_{11}-моде соответственно. Диэлектрические проницаемости GaAs и Ag взяты из [257] и [65]

Благодаря цилиндрической симметрии все компоненты полей зависят от азимутального угла φ как $\exp[im\varphi]$, где m — угловой момент моды. В дальнейшем мы будем считать, что $m = 1$. В [8] показано, что продольные компоненты электрического, $\mathbf{E}$, и магнитного, $\mathbf{H}$, полей моды HE_1 вне волновода описываются следующими уравнениями [8, 258]:

$$E_z^{(\text{in})} = A_E \frac{J_1\left(\sqrt{\varepsilon_{\text{in}} k_0^2 - k_z^2}\, r\right)}{J_1\left(\sqrt{\varepsilon_{\text{in}} k_0^2 - k_z^2}\, a\right)} \exp[ik_z z + i\varphi],$$

$$H_z^{(\text{in})} = A_H \frac{J_1\left(\sqrt{\varepsilon_{\text{in}} k_0^2 - k_z^2}\, r\right)}{J_1\left(\sqrt{\varepsilon_{\text{in}} k_0^2 - k_z^2}\, a\right)} \exp[ik_z z + i\varphi],$$

$$E_z^{(\text{cladd})} = \left(B_E \frac{I_1\left(\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{\text{cladd}} k_0^2}\, r\right)}{I_1\left(\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{\text{cladd}} k_0^2}\, a\right)} + D_E \frac{K_1\left(\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{\text{cladd}} k_0^2}\, r\right)}{K_1\left(\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{\text{cladd}} k_0^2}\, a\right)} \right) \exp[ik_z z + i\varphi],$$

$$H_z^{(\text{cladd})} = \left(B_H \frac{I_1\left(\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{\text{cladd}} k_0^2}\, r\right)}{I_1\left(\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{\text{cladd}} k_0^2}\, a\right)} + D_H \frac{K_1\left(\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{\text{cladd}} k_0^2}\, r\right)}{K_1\left(\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{\text{cladd}} k_0^2}\, a\right)} \right) \exp[ik_z z + i\varphi], \quad (4.9)$$

$$E_z^{(\text{out})} = C_E \frac{K_1\left(\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{\text{out}} k_0^2}\, r\right)}{K_1\left(\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{\text{out}} k_0^2}\, b\right)} \exp\left[ik_z z + i\varphi\right],$$

$$H_z^{(\text{out})} = C_H \frac{K_1\left(\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{\text{out}} k_0^2}\, r\right)}{K_1\left(\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{\text{out}} k_0^2}\, b\right)} \exp\left[ik_z z + i\varphi\right],$$

где $b = a + d_{\text{cladd}}$ — внешний радиус волновода, $\varepsilon_{\text{in,cladd,out}}$ — диэлектрические проницаемости ядра, оболочки и окружающей среды соответственно, $A_{E,H}$, $B_{E,H}$, $C_{E,H}$, $D_{E,H}$ — амплитуды продольных компонент полей. Поперечные компоненты связаны с продольными компонентами через соотношения, следующие из уравнений Максвелла [8]:

$$\begin{aligned}
E_r^{(i)} &= \frac{1}{\varepsilon_i k_0^2 - k_z^2}\left(ik_z \frac{\partial E_z^{(i)}}{\partial r} - \frac{k_0}{r} H_z^{(i)} \right), \\
E_\varphi^{(i)} &= \frac{1}{\varepsilon_i k_0^2 - k_z^2}\left(-ik_0 \frac{\partial E_z^{(i)}}{\partial r} - \frac{k_z}{r} H_z^{(i)} \right), \\
H_r^{(i)} &= \frac{1}{\varepsilon_i k_0^2 - k_z^2}\left(\varepsilon_i \frac{k_0}{r} E_z^{(i)} + ik_z \frac{\partial H_z^{(i)}}{\partial r} \right), \\
H_\varphi^{(i)} &= \frac{1}{\varepsilon_i k_0^2 - k_z^2}\left(ik_0 \varepsilon_i \frac{\partial E_z^{(i)}}{\partial r} - \frac{k_z}{r} H_z^{(i)} \right),
\end{aligned} \tag{4.10}$$

где i = in, cladd, out. Амплитуды $A_{E,H}, B_{E,H}, C_{E,H}, D_{E,H}$ определяются из граничных условий на $r = a$ и $r = b$ и удовлетворяют условию нормировки $\max\left(\left(\partial\left(\varepsilon\omega\right)/\partial\omega\right)\left|\mathbf{E}\right|^2 + \left|\mathbf{H}\right|^2\right) = 1$.

Так как поперечные размеры волновода субволновые, то они значительно меньше длины волны ($k_0 a << 1$ и $k_0 d_{\text{cladd}} << 1$). Следовательно, вблизи волновода образуется область ближних полей размером $k_0 r << 1$. Как указывалось выше, рассматриваются значения k_z, которые равны по порядку величины k_0. Следовательно, в области ближних полей выполняется неравенство $\kappa << k_0$, из которого следует неравенство $\kappa r << 1$. Следовательно, в уравнениях (4.10) для полей вне волновода функция $K_1\left(\kappa r\right)$ может быть представлена в виде ряда:

$$K_1\left(\kappa r\right) \approx 1/\left(\kappa r\right) + \left(2\gamma - 1\right)\kappa r/4 + \left(\kappa r/2\right)\ln\left(\kappa r/2\right) + O\left(\left(\kappa r\right)^2\right), \tag{4.11}$$

где γ — число Эйлера.

При $\kappa r << 1$ в уравнении (4.11) можно оставить только первое слагаемое в правой части, т. е. $K_1(\kappa r) \approx 1/(\kappa r)$. В этом случае производная $\partial / \partial r(1/r)$ равна $-1/r^2$ и первое уравнение из системы (4.10) для поля вне волновода ($i = \text{out}$) сводится к уравнению:

$$E_r^{(\text{out})} = (ik_z C_E + k_0 C_H) \frac{b}{\kappa^2 r^2} \exp(ik_z z + i\varphi). \tag{4.12}$$

Уравнения для остальных компонент преобразуются аналогичным образом.

При таком приближении вклад ближнего поля вне волновода в площадь моды $S_{\text{mode}} = 2\pi \int_0^{+\infty} \left(\frac{d(\omega\varepsilon)}{d\omega} |\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{H}|^2 \right) rdr$ определяется выражением:

$$S_{NF} \sim \int_b^{+\infty} \left| E_r^{(\text{out})} \right|^2 rdr = \frac{1}{\kappa^4} |ik_z C_E + k_0 C_H|^2 b^2 \int_b^{+\infty} \frac{dr}{r^3} \sim \frac{1}{\kappa^4} |ik_z C_E + k_0 C_H|^2 \tag{4.13}$$

В области дальнего поля $\kappa r >> 1$, $K_1(\kappa r) \approx \sqrt{\pi / 2\kappa r} \exp(-\kappa r)$. Подставляя дальнюю асимптотику $K_1(\kappa r)$ в первое уравнение системы (4.10), получаем:

$$E_r^{(\text{out})} \sim \frac{ik_z C_E}{\kappa} \sqrt{\frac{b}{r}} \exp(-\kappa r).$$

Вклад дальнего поля рассчитывается по формуле:

$$S_{FF} \sim \int_{1/\kappa}^{+\infty} \left| E_r^{(\text{out})} \right|^2 rdr \approx \frac{bk_z^2}{2\kappa^3} |C_E|^2 e^{-2}.$$

Субволновая локализация достигается, если выполняется условие $S_{NF} >> S_{FF}$. Следовательно, площадь моды S_{mode} равна только S_{NF}, если выполняется условие:

$$b << e^2 \frac{|n_z C_E - iC_H|^2}{\kappa |C_E|^2}. \tag{4.14}$$

В этом случае поле локализовано на масштабе значительно меньшем, чем $1/\kappa$. Таким образом, на расстояниях $r << 1/\kappa$ амплитуда полей значительно уменьшается, и, следовательно, субволновая локализация в рассматриваемом волноводе не требует больших значений константы распространения. На рис. 54 показано распределение z-компоненты вектора Пойнтинга S_z, рассчитанное в COMSOL Multiphysics для разных параметров волновода. Ключевым моментом является то, что поля моды локализованы в ближнепольной области волновода. Вклад дальних полей в размер моды экспоненциально

мал и значительно меньше вклада ближнего поля. Несмотря на значительное различие в распределениях полей, распределение объёмной плотности заряда аналогично в обоих случаях (рис. 54в,г). В квазиантисимметричной HE_1-моде распределение заряда квазисимметрично внутри металлической плёнки, то есть заряд имеет одинаковый знак по всей металлической плёнке. Такое распределение заряда наблюдается для обоих примеров на рис. 54в,г, что подтверждает, что на рис. 54 показана одна и та же мода. В отличие от квазиантисимметричной HE_1-моды, в квазисимметричной HE_1-моде распределение заряда несимметрично относительно плёнки. Необходимо отметить, что на рис. 54 изображено распределение полей, в котором вместо $\exp(\pm i\varphi)$ изображена зависимость пропорциональная $\cos\varphi$.

Причиной субволновой локализации является подавление полей с помощью эффекта Хашина–Штрикмана [37, 38]: дипольный момент ядра компенсируется дипольным моментом металлической оболочки, который приводит к локализации поля внутри ядра. Следовательно, субволновая локализация может быть получена в широком диапазоне параметров. Чтобы доказать это, на рис. 55 показана зависимость площади моды от радиуса ядра a и толщины оболочки d_{cladd}. Площадь моды рассчитана по формуле $S_{\text{mode}} = 2\pi \int_0^{+\infty} \left(\frac{\partial(\varepsilon\omega)}{\partial\omega} |\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{H}|^2 \right) r dr$ при условии нормировки $\max\left(\frac{\partial(\varepsilon\omega)}{\partial\omega} |\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{H}|^2 \right) = 1$. Необходимо отметить, что S_{mode} может принимать значения меньше геометрической площади волновода $\pi\left(a + d_{\text{cladd}}\right)^2$. Причиной этого является то, что поле концентрируется в некоторых областях ядра волновода. Внутри ядра волновода поля выражаются через функцию Бесселя $J_1\left(\sqrt{\varepsilon_{\text{in}} k_0^2 - k_z^2}\, r\right)$ и её производную. Функция Бесселя осциллирует при $k_z < \sqrt{\varepsilon_{\text{in}}} k_0$, и поле имеет максимум в центре ядра. Если $k_z >> \sqrt{\varepsilon_{\text{in}}} k_0$ и $k_z a >> 1$, функция Бесселя возрастает при отдалении от оси волновода $J_1\left(\sqrt{\varepsilon_{\text{in}} k_0^2 - k_z^2}\, r\right) \sim \exp\left(\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_{\text{in}} k_0^2}\, r\right)$, так что поле концентрируется в оболочке волновода. В результате S_{mode} принимает значения меньше геометрического размера волновода πa^2 при малых значениях толщины d_{cladd} (рис. 56).

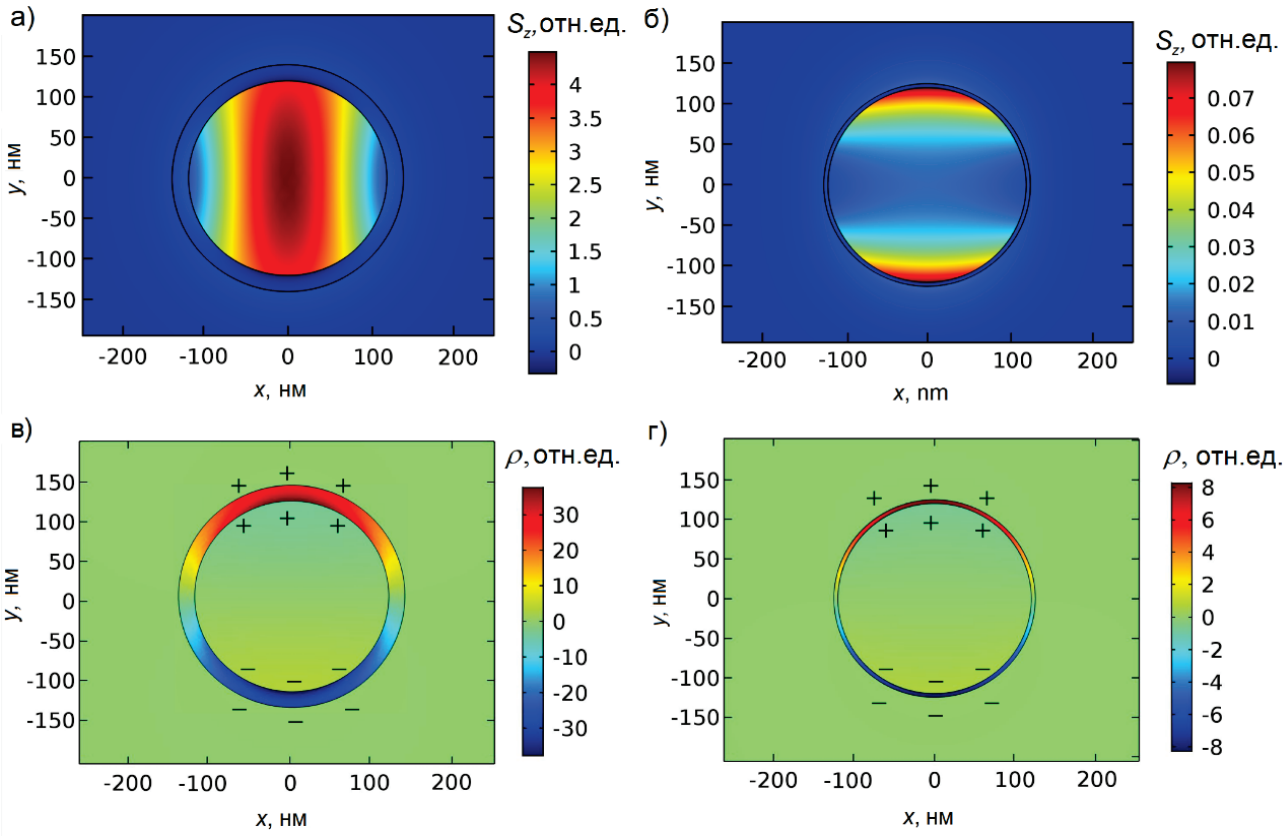

Рис. 54. Распределение z-компоненты вектора Пойнтинга а), б) и объёмной плотности заряда в), г) квазиантисимметричной моды при а) $a = 120$ нм, $d_{\text{cladd}} = 20$ нм и (б) $a = 120$ нм, $d_{\text{cladd}} = 5$ нм. Соответствующие значения константы распространения: $k_z = (2{,}01 + 0{,}029i)k_0$ а), б) и $k_z = (4{,}46 + 0{,}09i)k_0$ в), г)

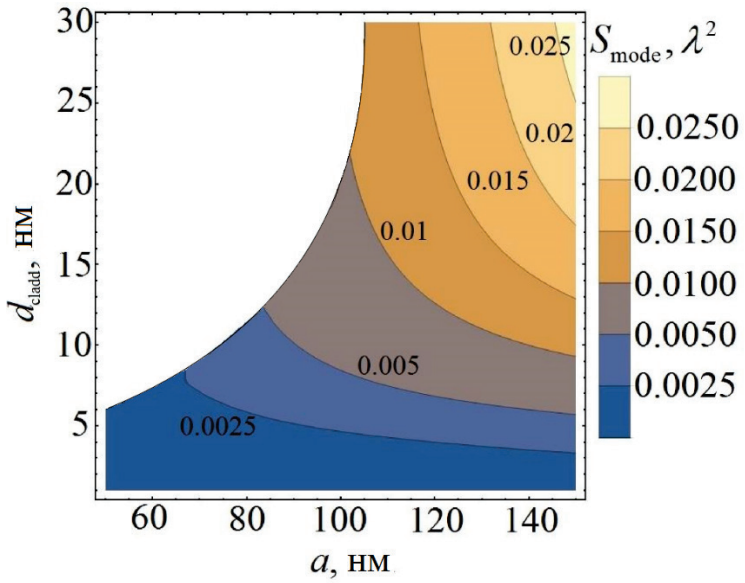

Рис. 55. Зависимость площади моды S_{mode} от радиуса ядра волновода a и толщины оболочки d_{cladd}. Белая область соответствует параметрам, при которых мода является

вытекающей. Граница белой области соответствует отсечке, при котором k_z приближается к k_0. Несмотря на то, что $1/\kappa$ возрастает вблизи этой границы, площадь моды остаётся субволновой, как обсуждалось ранее.

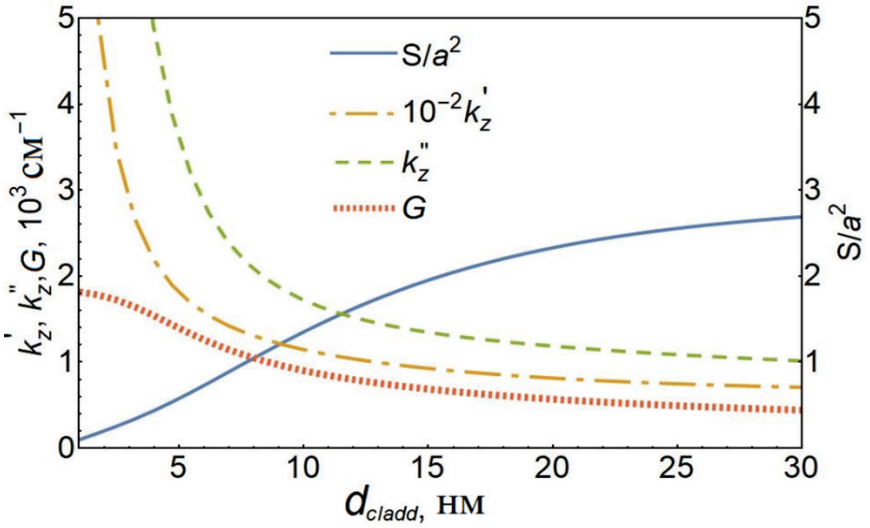

Рис. 56. Площадь моды S_{mode} (сплошная линия), действительная (штрихпунктирная жёлтая линия) и мнимая (штриховая зелёная линия) части k_z и коэффициент усиления G, необходимый для компенсации потерь (красная пунктирная линия), как функция толщины оболочки d_{cladd} при радиусе ядра $a = 120$ нм

4.2.3. Компенсация потерь

Так как при оптических частотах все плазмонные материалы имеют значительные потери на поглощение, длина пробега волноводных мод не очень большая. На рис. 57а показана зависимость длины пробега $l_{pr} = 1/(2\,\mathrm{Im}\,k_z)$ от a и d_{cladd}. При $a = 120$ нм и $d_{\text{cladd}} = 20$ нм длина пробега равна $l_{pr} = 4{,}2$ мкм, что достаточно для создания оптического процессора. Необходимо отметить, что при уменьшении толщины оболочки объём, занимаемый металлом, также уменьшается. Тем не менее, так как поле концентрируется в металлической оболочке и является электростатическим, потери возрастают.

Поглощение энергии может быть полностью компенсировано, если ядро волновода сделано из усиливающего материала, например: квантовые точки [259, 260], квантовые ямы [261] или стержни [150]. Однако даже такие усиливающие среды недостаточны для компенсации потерь в большинстве плазмонных наноструктур. В рассматриваемом волноводе компенсация потерь возможна благодаря небольшой относительной концентрации металла [262]. Так как энергия моды в основном сконцентрирована внутри ядра (см. рис. 54), усиливающая среда должна находиться там же. В рассматриваемом

волноводе потери на компенсацию могут быть достигнуты при реалистичных значениях коэффициента усиления. На рис. 57б показана зависимость коэффициента усиления, достаточного для компенсации потерь от a и d_{cladd}. Предполагается, что ядро волновода представляет собой нанопровод из GaAsBi/GaAs. Квантовые ямы из этих материалов позволяют получить коэффициент усиления порядка 1500 см$^{-1}$ [263] и имеют диэлектрическую проницаемость $\varepsilon'_{\text{in}} = 11$ [257].

Для расчёта коэффициента усиления G, необходимого для компенсации потерь, численно решалось дисперсионное уравнение. Определялась мнимая часть диэлектрической проницаемости ядра ε''_{in}, при которой получается чисто действительное значение k_z. Значение G рассчитано с помощью формулы $G = -\operatorname{Im}\sqrt{\varepsilon'_{in} + i\varepsilon''_{in}}k_0$. Как показано на рис. 57б, коэффициент усиления, достаточного для компенсации потерь равен по порядку величины 1000 см$^{-1}$, который может быть получен при использовании нанопроводов из GaAsBi/GaAs. В частности, коэффициент усиления для компенсации потерь в волноводе при ядре радиуса $a = 120$ нм и толщине оболочки $d_{\text{cladd}} = 20$ нм равен 568 см$^{-1}$ при 1550 нм.

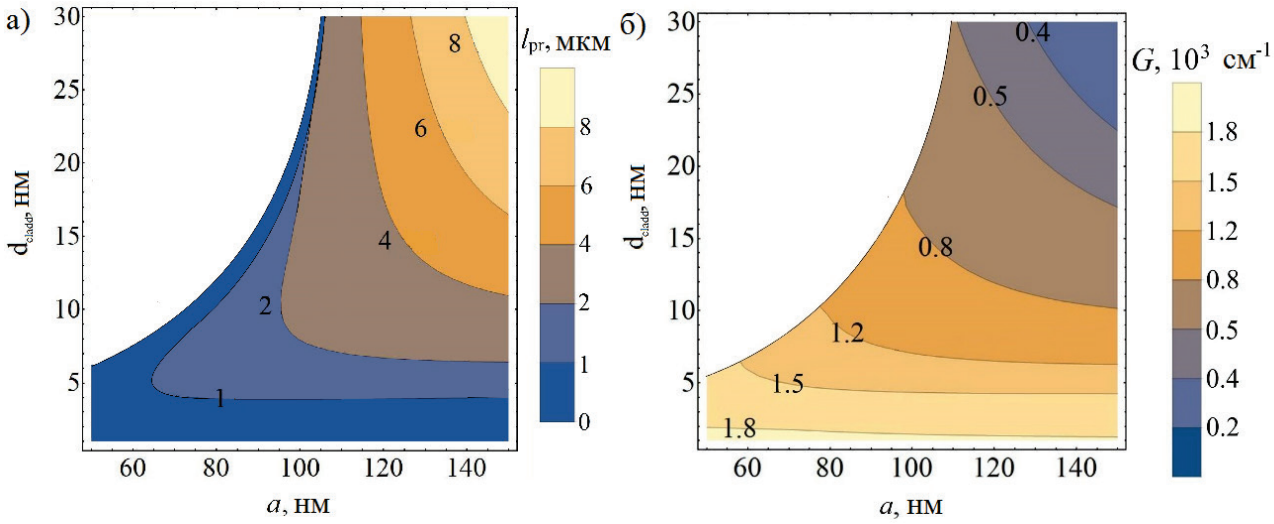

Рис. 57. Зависимости а) длины пробега и б) коэффициента усиления, необходимого для компенсации от радиуса волновода и толщины оболочки. Белым цветом обозначена область параметров, при которой мода волновода вытекающая

Во многих случаях для увеличения длины пробега может быть достаточно частичной компенсации потерь. Зная значение k_z'' при отсутствии усиления и коэффициент усиления G, обеспечивающий полную компенсацию потерь (пунктирная и штриховая кривые на рис. 56), возможно оценить длину пробега при любом промежуточном значении коэффициента

усиления g ($0 < g < G$). Действительно, различие между G и k_z'' связано с распределением поля как внутри, так и вне усиливающей среды. Предположим, что распределение поля внутри усиливающей среды не зависит от коэффициента усиления. Следовательно, при произвольном значении коэффициента усиления g мнимая часть волнового числа при $k_z''(g)$ равна разности мнимой части волнового числа без усиления $k_z'' = k_z''(0)$ и слагаемого, связанного с усилением, т. е. $k_z''(g) = k_z''(0) - \chi g$. В этом уравнении коэффициент χ может быть рассчитан из условия полной компенсации $k_z''(0) - \chi G = 0$. Следовательно, $k_z''(g) = k_z''(0) - k_z''(0)_z\, g / G$ и длина пробега $l_{pr}(g) = 1/2k_z''(g)$ может быть рассчитана по формуле:

$$l_{pr}(g) = \frac{l_{pr}(0)}{1 - g/G} \tag{4.15}$$

или $l_{pr}(g) = l_{pr}(0)\, G/(G-g)$. В частности, при $l_{pr}(0) = 4{,}2$ мкм, $G = 568$ см$^{-1}$ и $g = 330$ см$^{-1}$ длина пробега увеличивается до $l_{pr}(g) = 10$ мкм.

4.2.4. Выводы

Показано, что использование квазиантисимметричной моды *HE1* позволяет построить линию передачи с субволновым поперечным сечением и длиной пробега 4,2 мкм, достаточной для связи между электронными компонентами. Вблизи волновода электромагнитное поле приобретает ближнепольный характер, что заключается в степенном затухании поля при отдалении от поверхности волновода. Степенное затухание является особенностью 2D- и 3D-систем (одиночные сферические наночастицы и цепочка сферических частиц) и не может быть реализовано в плоскослоистых системах, в которых отсутствует затухание в ближней зоне. В дальней зоне поле спадает экспоненциально по закону $\sim \exp(-\kappa r)$, но с очень малой константой затухания $\kappa = \sqrt{k_z^2 - k_0^2}$ при $k_z \sim k_0$. Следовательно, при сильном затухании ближнего поля вклад дальнего поля пренебрежимо мал и площадь моды составляет $S_{\text{mode}} << 1/\kappa^2$.

В [21] рассматривалась линия передачи, по которой распространяется квазисимметричная мода в видимом диапазоне. Хотя такая линия передач имеет поперечное сечение $(\lambda_0/3)^2$, площадь моды определяется тем же соотношением, что

обсуждалось выше: $S_{\text{mode}} \sim 1/\kappa^2$. Из-за высоких потерь в металле возможные значения k_z составляют около k_0 [15, 71], что не позволяет получить субволновую локализацию моды.

Диапазон геометрических и материальных параметров, необходимых для реализации предлагаемого волновода, показан на рис. 55. Площадь моды порядка $0,01\lambda^2$ при $\lambda = 1550$ нм достижима, даже если волновое число моды лишь немного больше, чем волновое число в свободном пространстве. Благодаря тонкой оболочке джоулевы потери в металле можно компенсировать, если сердцевина волновода состоит из усиливающей среды, такой как квантовые точки, квантовые ямы или наностержни. Предлагаемый волновод может найти применение в плотных интегральных оптических схемах и при подавлении перекрёстного взаимодействия.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Учет конечных размеров наночастиц приводит к значительному уменьшению длины пробега по сравнению с длиной пробега, которое дает использование приближения точечных диполей. Это связано с тем, что эффективная поляризуемость сфероида при малых расстояниях значительно меньше поляризуемости сфероида при расстояниях, значительно превосходящих его размер.
2. На поверхности с периодическим рельефом существуют сильно локализованные поверхностные плазмоны, у которых константа распространения соответствует второй зоне Бриллюэна и длина пробега составляет несколько десятков его длин волн. Эти плазмоны существуют в диапазоне частот, в котором сумма диэлектрических проницаемостей металла и прилегающего диэлектрика больше нуля. Для алюминия это неравенство выполняется в ультрафиолетовом диапазоне. На плоской поверхности поверхностные плазмоны не существуют в этом диапазоне частот.
3. Показано, что система уравнений для четырёхуровневой среды может быть сведена к двум различным системам уравнений для эффективной двухуровневой среды в случаях слабой и сильной связи с лазерной модой. В зависимости от соотношения между частотой Раби и скоростями релаксации поляризации эта ДУС описывается двумя различными системами уравнений. Так как вид диссипативного члена в форме Линдблада накладывает связи на релаксационные константы, то эти системы уравнений для эффективной ДУС существенно отличаются от ранее известной системы уравнений для ДУС [248]. Показано, что спазер, составленный из плазмонной наночастицы и эффективных ДУС, качественно ведёт себя как спазер, составленный из той же плазмонной наночастицы и четырёхуровневых систем. А именно, в обеих системах существует порог генерации, и при подпороговых значениях накачки наблюдаются осцилляции Раби при ненулевом начальном значении заселённости верхнего уровня рабочего перехода.
4. Показано, что существует оптимальная толщина слоя усиливающей среды, находящегося на поверхности металла, при которой усиление поверхностного плазмона максимально и превосходит усиление, при безконечной толщине усиливающего слоя. При оптимальной толщине компенсация потерь плазмона достигается при значении g в 1.19 раз меньше значения, необходимого для

компенсации потерь при бесконечной толщине. Показано, что при использовании в качестве усиливающей среды слоя, содержащего квантовые ямы, при одинаковом значении накачки присутствие двух квантовых ям даёт максимальное усиление.

5. По диэлектрическому волноводу субволновых размеров с металлическим покрытием может распространяться плазмонная мода, поперечный размер которой может быть уменьшен за счет частичной компенсации дипольных моментов диэлектрического ядра и металлического покрытия. Компенсация дипольных моментов приводит к тому, что вблизи волновода электромагнитное поле приобретает ближнепольный характер, который заключается в степенном убывании при отдалении от поверхности волновода. Степенное затухание является особенностью для 2D- и 3D-систем и не может быть реализовано в плоскослоистых системах. В дальней зоне поле спадает экспоненциально $\sim \exp(-\kappa r)$, но с очень малой константой затухания $\kappa = \sqrt{k_z^2 - k_0^2}$ при $k_z \sim k_0$. Вклад дальнего поля в значение размера моды значительно меньше вклада ближнего поля, что приводит к субволновому размеру моды.

Благодарности

В заключении я хочу выразить благодарность людям, без которых этой диссертации не было бы. Хочу выразить огромную благодарность моему научному руководителю Виноградову Алексею Петровичу за те знания и умения, которые я получил под его руководством, и за интересные задачи, которые решались при работе над диссертацией, Я благодарен своим соавторам, а именно Дорофеенко Александру Викторовичу, Нечепуренко Игорю Владимировичу, Андрианову Евгению Сергеевичу, Пухову Александру Александровичу и Лисянскому Александру Абрамовичу за продуктивную совместную работу над исследовательскими задачами.

Конечно, я глубоко благодарен моим родным и близким за их неоценимую помощь, понимание и поддержку.

Список публикаций автора по теме диссертации

Публикации в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова:

A1. **Chubchev E.D.**, Andrianov E.S., Pukhov A.A., Vinogradov A.P., Lisyansky A.A. *On correctness of the two-level model for description of active medium in quantum plasmonics // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. 2017. Vol. 50. No. 17. P. 175401.* **IF=1.703**

A2. **Чубчев Е.Д.**, Виноградов А.П. *Усиление поверхностного плазмон-поляритона в структуре "металл–усиливающая среда — вакуум"// Радиотехника и электроника. 2017. Т. 62. № 2. С. 117-120.* **IF=1.041 (РИНЦ)**

A3. **Чубчев Е.Д.**, Дорофеенко А.В., Виноградов А.П. *Влияние конечного размера сфероидов, образующих цепочку, на свойства распространяющихся по ней поверхностных плазмонов // Радиотехника и электроника. 2018. Т. 63. № 8. С. 775-782.* **IF=1.041 (РИНЦ)**

A4. **Chubchev E.D.**, Nechepurenko I.A., Dorofeenko A.V., Vinogradov A.P., Lisyansky A.A. *Highly confined surface plasmon polaritons in the ultraviolet region // Optics Express. 2018. Vol. 26. No. 7. P. 9050-9062*. **IF=3.669**

A5. **Chubchev E.D.**, Nechepurenko I.A., Dorofeenko A.V., Vinogradov A.P., Lisyansky A.A., *Nanostructured optical waveguide with a highly confined mode // Journal of Optical Society of America B. 2020. Vol. 37, No. 9. P. 2732-2737*. **IF=2.180**

Глава в редактируемой книге:

A6. E.S. Andrianov, **E.D. Chubchev,** A.V. Dorofeenko, I.A. Nechepurenko, A.A. Pukhov, A.A. Zyablovsky, Interaction of Light with Gain Media // Compendium on Electromagnetic Analysis. Volume 4: Optics and Photonics I / Markel V. A. – World Scientific, 2020 – P. 281-329.

Тезисы докладов в сборниках конференций:

A7. **E.D. Chubchev**, A.A. Pukhov, A.P. Vinogradov. *Applicability of two-level approximation describing dynamics of spaser with four-level metamolecule // Days on Diffraction 2016 Abstract Book. – 2016*.

A8. **Е.Д. Чубчев**, А.П. Виноградов, *Затухание поверхностных плазмон-поляритонов при распространении по шероховатой поверхности // Тезисы докладов XI научно-технической конференции ВНИИА-2017. — М.: ВНИИА, 2017.*

A9. **Е.Д. Чубчев**, И.А. Нечепуренко, А.П. Виноградов, *Дополнительная сильно локализованная блоховская плазмоная мода на поверхности с периодической шероховатостью при субволновой амплитуде и периоде шероховатости // Сборник тезисов докладов Восемнадцатой ежегодной научной конференции ИТПЭ РАН. – М.: ИТПЭ РАН, 2017*.

A10. **E.D. Chubchev**, I.A. Nechepurenko, A.V. Dorofeenko, A.P. Vinogradov, A.A. Lysiansky, *Surface plasmons on periodically corrugated surface // SPIE Optics+Photonics 2017 Technical Summaries. – 2017*.

A11. **E.D. Chubchev**, A.V. Dorofeenko, A.P. Vinogradov. *Transmission properties of a chain of plasmonic nanoparticles beyond the point dipole approximation // Days on Diffraction 2018 Abstract Book. – 2018*.

A12. **Е.Д. Чубчев**, А.П. Виноградов, И.А. Нечепуренко, А.В. Дорофеенко, *Поверхностные плазмон-поляритоны в ультрафиолетовом диапазоне // Тезисы докладов XII научно-технической конференции ВНИИА-2018. — М.: ВНИИА, 2018*.

A13. **Е.Д. Чубчев**, А.В. Дорофеенко, А.П. Виноградов, *Влияние конечного размера плазмонных наночастиц, образующих периодическую цепочку, на свойства распространяющихся по ней поверхностных плазмонов // Сборник тезисов докладов Девятнадцатой ежегодной научной конференции ИТПЭ РАН. – М.: ИТПЭ РАН, 2018*.

A14. **Е.Д. Чубчев**, А.В. Дорофеенко, А.П. Виноградов, *Влияние конечного размера плазмонных наночастиц, образующих периодическую цепочку, на свойства распространяющихся по ней поверхностных плазмонов // Тезисы докладов XIII научно-технической конференции ВНИИА-2019. — М.: ВНИИА, 2019*.

A15. **E. Chubchev**, I. Nechepurenko, A. Dorofeenko, A. Vinogradov, A. Lisyansky, *"Twisted pair"-like optical waveguide // Nanophotonics and Micro/Nano Optics International Conference 2019 Abstract Book. – 2019.*

Список литературы

1. Miller D. A. B., Ozaktas H. M. Limit to the bit-rate capacity of electrical interconnects from the aspect ratio of the system architecture // Journal of parallel and distributed computing. – 1997. – Т. 41, № 1. – С. 42-52.

2. Touch J., Cao Y., Ziyadi M., Almaiman A., Mohajerin-Ariaei A., Willner A. E. Digital optical processing of optical communications: towards an Optical Turing Machine // Nanophotonics. – 2017. – Т. 6, № 3. – С. 507-530.

3. Thomson D., Zilkie A., Bowers J. E., Komljenovic T., Reed G. T., Vivien L., Marris-Morini D., Cassan E., Virot L., Fédéli J.-M. Roadmap on silicon photonics // Journal of Optics. – 2016. – Т. 18, № 7. – С. 073003.

4. Nanostructured and Subwavelength Waveguides: fundamentals and applications. / Skorobogatiy M.: John Wiley & Sons, 2012.

5. Miller D. A. Device requirements for optical interconnects to silicon chips // Proceedings of the IEEE. – 2009. – Т. 97, № 7. – С. 1166-1185.

6. Handbook of optical materials. / Weber M. J.: CRC press, 2002.

7. Nagarajan R., Joyner C. H., Schneider R. P., Bostak J. S., Butrie T., Dentai A. G., Dominic V. G., Evans P. W., Kato M., Kauffman M. Large-scale photonic integrated circuits // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. – 2005. – Т. 11, № 1. – С. 50-65.

8. The essence of dielectric waveguides. / Yeh C., Shimabukuro F. I. – Berlin: Springer, 2008.

9. Silicon photonics design: from devices to systems. / Chrostowski L., Hochberg M.: Cambridge University Press, 2015.

10. Almeida V. R., Xu Q., Barrios C. A., Lipson M. Guiding and confining light in void nanostructure // Optics letters. – 2004. – Т. 29, № 11. – С. 1209-1211.

11. Maier S. A., Kik P. G., Atwater H. A., Meltzer S., Harel E., Koel B. E., Requicha A. A. Local detection of electromagnetic energy transport below the diffraction limit in metal nanoparticle plasmon waveguides // Nature materials. – 2003. – Т. 2, № 4. – С. 229.

12. Bozhevolnyi S. I., Volkov V. S., Devaux E., Laluet J.-Y., Ebbesen T. W. Channel plasmon subwavelength waveguide components including interferometers and ring resonators // Nature. – 2006. – Т. 440, № 7083. – С. 508.

13. Engheta N. Circuits with light at nanoscales: optical nanocircuits inspired by metamaterials // Science. – 2007. – Т. 317, № 5845. – С. 1698-1702.

14. Plasmonics: Fundamentals and Applications. / Maier S. A. – New York: Springer, 2007.

15. Modern plasmonics. / Maradudin A. A., Sambles J. R., Barnes W. L.: Elsevier, 2014.

16. Melentiev P., Kuzin A., Balykin V., Ignatov A., Merzlikin A. Dielectric-loaded plasmonic waveguide in the visible spectral range // Laser Physics Letters. – 2017. – Т. 14, № 12. – С. 126201.
17. Melentiev P. N., Kalmykov A., Kuzin A., Negrov D., Klimov V., Balykin V. I. Open-type SPP waveguide with ultra-high-bandwidth up to 3.5 THz // ACS Photonics. – 2019.
18. Baranov D., Vinogradov A., Lisyansky A. Magneto-optics enhancement with gain-assisted plasmonic subdiffraction chains // JOSA B. – 2015. – Т. 32, № 2. – С. 281-289.
19. Davis T. J., Gómez D. E., Roberts A. Plasmonic circuits for manipulating optical information //. – 2017.
20. Pikalov A. M., Dorofeenko A. V., Lozovik Y. E. Dispersion relations for plasmons in complex-shaped nanoparticle chains // Physical Review B. – 2018. – Т. 98, № 8. – С. 085134.
21. Novotny L., Hafner C. Light propagation in a cylindrical waveguide with a complex, metallic, dielectric function // Physical review E. – 1994. – Т. 50, № 5. – С. 4094.
22. Chubchev E., Vinogradov A. Amplifying of surface plasmon-polariton in a metal–gain medium–vacuum structure // Journal of Communications Technology and Electronics. – 2017. – Т. 62, № 2. – С. 119-122.
23. Chubchev E., Andrianov E., Pukhov A., Vinogradov A., Lisyansky A. On correctness of the two-level model for description of active medium in quantum plasmonics // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. – 2017. – Т. 50, № 17. – С. 175401.
24. Oulton R. F., Sorger V. J., Genov D., Pile D., Zhang X. A hybrid plasmonic waveguide for subwavelength confinement and long-range propagation // Nature photonics. – 2008. – Т. 2, № 8. – С. 496.
25. Bogaerts W., Fiers M., Dumon P. Design challenges in silicon photonics // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. – 2013. – Т. 20, № 4. – С. 1-8.
26. Berini P., De Leon I. Surface plasmon-polariton amplifiers and lasers // Nature photonics. – 2012. – Т. 6, № 1. – С. 16-24.
27. Ma R. M., Oulton R. F., Sorger V. J., Zhang X. Plasmon lasers: coherent light source at molecular scales // Laser & Photonics Reviews. – 2013. – Т. 7, № 1. – С. 1-21.
28. Hess O., Pendry J. B., Maier S. A., Oulton R. F., Hamm J., Tsakmakidis K. Active nanoplasmonic metamaterials // Nature materials. – 2012. – Т. 11, № 7. – С. 573-584.
29. Bermúdez-Ureña E., Tutuncuoglu G., Cuerda J., Smith C. L., Bravo-Abad J., Bozhevolnyi S. I., Fontcuberta i Morral A., García-Vidal F. J., Quidant R. Plasmonic waveguide-integrated nanowire laser // Nano letters. – 2017. – Т. 17, № 2. – С. 747-754.
30. Ho Y.-L., Clark J. K., Kamal A. S. A., Delaunay J.-J. On-Chip Monolithically Fabricated Plasmonic-Waveguide Nanolaser // Nano letters. – 2018. – Т. 18, № 12. – С. 7769-7776.

31. Wu Z., Chen J., Mi Y., Sui X., Zhang S., Du W., Wang R., Shi J., Wu X., Qiu X. All-Inorganic CsPbBr3 Nanowire Based Plasmonic Lasers // Advanced Optical Materials. – 2018. – Т. 6, № 22. – С. 1800674.
32. Fedyanin D. Y., Krasavin A. V., Arsenin A. V., Zayats A. V. Lasing at the nanoscale: coherent emission of surface plasmons by an electrically driven nanolaser // Nanophotonics. – 2020. – Т. 9, № 12. – С. 3965-3975.
33. Wang J., Jia X., Wang Z., Liu W., Zhu X., Huang Z., Yu H., Yang Q., Sun Y., Wang Z. Ultrafast plasmonic lasing from a metal/semiconductor interface // Nanoscale. – 2020. – Т. 12, № 31. – С. 16403-16408.
34. Lindblad G. On the generators of quantum dynamical semigroups // Communications in Mathematical Physics. – 1976. – Т. 48, № 2. – С. 119-130.
35. Schirmer S. G., Solomon A. I. Constraints on relaxation rates for N-level quantum systems // Physical Review A. – 2004. – Т. 70, № 2. – С. 022107.
36. Bidégaray B., Bourgeade A., Reignier D. Introducing physical relaxation terms in Bloch equations // Journal of Computational Physics. – 2001. – Т. 170, № 2. – С. 603-613.
37. Hashin Z., Shtrikman S. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 1963. – Т. 11, № 2. – С. 127-140.
38. Hashin Z., Shtrikman S. A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials // Journal of applied Physics. – 1962. – Т. 33, № 10. – С. 3125-3131.
39. Hoefflinger B. ITRS: The international technology roadmap for semiconductors // Chips 2020Springer, 2011. – С. 161-174.
40. Kao K. C., Hockham G. A. Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies // Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. – Т. 113 –IET, 1966. – С. 1151-1158.
41. Kapron F., Keck D. B., Maurer R. D. Radiation losses in glass optical waveguides // Applied physics letters. – 1970. – Т. 17, № 10. – С. 423-425.
42. Fiber-optic communication systems. / Agrawal G. P.: John Wiley & Sons, 2012.
43. Chai Z., Hu X., Wang F., Niu X., Xie J., Gong Q. Ultrafast all-optical switching // Advanced Optical Materials. – 2017. – Т. 5, № 7. – С. 1600665.
44. Zasedatelev A. V., Baranikov A. V., Urbonas D., Scafirimuto F., Scherf U., Stöferle T., Mahrt R. F., Lagoudakis P. G. A room-temperature organic polariton transistor // Nature photonics. – 2019. – Т. 13, № 6. – С. 378-383.

45. Matys M., Domanowska A., Michalewicz A., Adamowicz B., Kachi T. All-optical transistor using deep-level defects in nitride semiconductors for room temperature optical computing // AIP Advances. – 2020. – Т. 10, № 10. – С. 105232.
46. Goodman J. W., Leonberger F. J., Kung S.-Y., Athale R. A. Optical interconnections for VLSI systems // Proceedings of the IEEE. – 1984. – Т. 72, № 7. – С. 850-866.
47. Schares L., Kash J. A., Doany F. E., Schow C. L., Schuster C., Kuchta D. M., Pepeljugoski P. K., Trewhella J. M., Baks C. W., John R. A. Terabus: Terabit/second-class card-level optical interconnect technologies // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. – 2006. – Т. 12, № 5. – С. 1032-1044.
48. Yap K. P., Delâge A., Lapointe J., Lamontagne B., Schmid J. H., Waldron P., Syrett B. A., Janz S. Correlation of scattering loss, sidewall roughness and waveguide width in silicon-on-insulator (SOI) ridge waveguides // Journal of Lightwave Technology. – 2009. – Т. 27, № 18. – С. 3999-4008.
49. Hsu C. W., Zhen B., Lee J., Chua S.-L., Johnson S. G., Joannopoulos J. D., Soljačić M. Observation of trapped light within the radiation continuum // Nature. – 2013. – Т. 499, № 7457. – С. 188-191.
50. Mekis A., Chen J., Kurland I., Fan S., Villeneuve P. R., Joannopoulos J. High transmission through sharp bends in photonic crystal waveguides // Physical Review Letters. – 1996. – Т. 77, № 18. – С. 3787.
51. Jahani S., Kim S., Atkinson J., Wirth J. C., Kalhor F., Al Noman A., Newman W. D., Shekhar P., Han K., Van V. Controlling evanescent waves using silicon photonic all-dielectric metamaterials for dense integration // Nature communications. – 2018. – Т. 9, № 1. – С. 1-9.
52. Kita D. M., Michon J., Johnson S. G., Hu J. Are slot and sub-wavelength grating waveguides better than strip waveguides for sensing? // Optica. – 2018. – Т. 5, № 9. – С. 1046-1054.
53. Barrios C. A., Gylfason K. B., Sánchez B., Griol A., Sohlström H., Holgado M., Casquel R. Slot-waveguide biochemical sensor // Optics letters. – 2007. – Т. 32, № 21. – С. 3080-3082.
54. Claes T., Molera J. G., De Vos K., Schacht E., Baets R., Bienstman P. Label-free biosensing with a slot-waveguide-based ring resonator in silicon on insulator // IEEE Photonics journal. – 2009. – Т. 1, № 3. – С. 197-204.
55. Raza A., Clemmen S., Wuytens P., Muneeb M., Van Daele M., Dendooven J., Detavernier C., Skirtach A., Baets R. ALD assisted nanoplasmonic slot waveguide for on-chip enhanced Raman spectroscopy // APL Photonics. – 2018. – Т. 3, № 11. – С. 116105.
56. Barrios C. A. Optical slot-waveguide based biochemical sensors // sensors. – 2009. – Т. 9, № 6. – С. 4751-4765.

57. Baehr-Jones T., Penkov B., Huang J., Sullivan P., Davies J., Takayesu J., Luo J., Kim T.-D., Dalton L., Jen A. Nonlinear polymer-clad silicon slot waveguide modulator with a half wave voltage of 0.25 V // Applied Physics Letters. – 2008. – Т. 92, № 16. – С. 147.
58. Gould M., Baehr-Jones T., Ding R., Huang S., Luo J., Jen A. K.-Y., Fedeli J.-M., Fournier M., Hochberg M. Silicon-polymer hybrid slot waveguide ring-resonator modulator // Optics express. – 2011. – Т. 19, № 5. – С. 3952-3961.
59. Lu Z., Zhao W., Shi K. Ultracompact electroabsorption modulators based on tunable epsilon-near-zero-slot waveguides // IEEE Photonics Journal. – 2012. – Т. 4, № 3. – С. 735-740.
60. Liu X., Zang K., Kang J.-H., Park J., Harris J. S., Kik P. G., Brongersma M. L. Epsilon-near-zero Si slot-waveguide modulator // ACS Photonics. – 2018. – Т. 5, № 11. – С. 4484-4490.
61. Jahani S., Jacob Z. Transparent subdiffraction optics: nanoscale light confinement without metal // Optica. – 2014. – Т. 1, № 2. – С. 96-100.
62. Surface polaritons. / Agranovich V. M.: Elsevier, 2012.
63. Raether H. Surface plasmons // Springer Tracts in Modern Physics. – 1988. – Т. 111. – С. 1.
64. Electromagnetic surface modes. / Boardman A. D.: John Wiley & Sons, 1982.
65. Johnson P. B., Christy R. W. Optical constants of the noble metals // Physical review B. – 1972. – Т. 6, № 12. – С. 4370.
66. Berini P. Long-range surface plasmon polaritons // Advances in optics and photonics. – 2009. – Т. 1, № 3. – С. 484-588.
67. Sotnikov D., Zherdev A., Dzantiev B. Detection of intermolecular interactions based on surface plasmon resonance registration // Biochemistry (Moscow). – 2015. – Т. 80, № 13. – С. 1820-1832.
68. Berini P., Charbonneau R., Lahoud N., Mattiussi G. Characterization of long-range surface-plasmon-polariton waveguides // Journal of Applied Physics. – 2005. – Т. 98, № 4. – С. 043109.
69. Климов В., Наноплазмоника М.: Физматлит //. – 2009.
70. Novikov I., Maradudin A. Channel polaritons // Physical Review B. – 2002. – Т. 66, № 3. – С. 035403.
71. Bozhevolnyi S. I. Plasmonic nano-guides and circuits // Plasmonics and Metamaterials – Optical Society of America, 2008. – С. MWD3.
72. Pile D. F., Gramotnev D. K. Channel plasmon–polariton in a triangular groove on a metal surface // Optics Letters. – 2004. – Т. 29, № 10. – С. 1069-1071.
73. Gramotnev D. K., Pile D. F. Single-mode subwavelength waveguide with channel plasmon-polaritons in triangular grooves on a metal surface // Applied Physics Letters. – 2004. – Т. 85, № 26. – С. 6323-6325.

74. Gramotnev D., Vernon K., Pile D. Directional coupler using gap plasmon waveguides // Applied Physics B. – 2008. – T. 93, № 1. – C. 99-106.
75. Yan M., Qiu M. Guided plasmon polariton at 2D metal corners // JOSA B. – 2007. – T. 24, № 9. – C. 2333-2342.
76. Pile D. F., Ogawa T., Gramotnev D. K., Matsuzaki Y., Vernon K. C., Yamaguchi K., Okamoto T., Haraguchi M., Fukui M. Two-dimensionally localized modes of a nanoscale gap plasmon waveguide // Applied Physics Letters. – 2005. – T. 87, № 26. – C. 261114.
77. Zenin V. A., Volkov V. S., Han Z., Bozhevolnyi S. I., Devaux E., Ebbesen T. W. Directional coupling in channel plasmon-polariton waveguides // Optics express. – 2012. – T. 20, № 6. – C. 6124-6134.
78. Bozhevolnyi S. I., Volkov V. S., Devaux E., Laluet J.-Y., Ebbesen T. W. Channel plasmon subwavelength waveguide components including interferometers and ring resonators // Nature. – 2006. – T. 440, № 7083. – C. 508-511.
79. Volkov V. S., Bozhevolnyi S. I., Devaux E., Laluet J.-Y., Ebbesen T. W. Wavelength selective nanophotonic components utilizing channel plasmon polaritons // Nano letters. – 2007. – T. 7, № 4. – C. 880-884.
80. Moreno E., Garcia-Vidal F., Rodrigo S. G., Martin-Moreno L., Bozhevolnyi S. I. Channel plasmon-polaritons: modal shape, dispersion, and losses // Optics letters. – 2006. – T. 31, № 23. – C. 3447-3449.
81. Liu L., Han Z., He S. Novel surface plasmon waveguide for high integration // Optics Express. – 2005. – T. 13, № 17. – C. 6645-6650.
82. Nerkararyan K. V. Superfocusing of a surface polariton in a wedge-like structure // Physics Letters A. – 1997. – T. 237, № 1-2. – C. 103-105.
83. Gramotnev D. K. Adiabatic nanofocusing of plasmons by sharp metallic grooves: Geometrical optics approach // Journal of applied physics. – 2005. – T. 98, № 10. – C. 104302.
84. Pile D., Gramotnev D. K. Adiabatic and nonadiabatic nanofocusing of plasmons by tapered gap plasmon waveguides // Applied Physics Letters. – 2006. – T. 89, № 4. – C. 041111.
85. Ginzburg P., Arbel D., Orenstein M. Gap plasmon polariton structure for very efficient microscale-to-nanoscale interfacing // Optics letters. – 2006. – T. 31, № 22. – C. 3288-3290.
86. Gramotnev D. K., Pile D. F., Vogel M. W., Zhang X. Local electric field enhancement during nanofocusing of plasmons by a tapered gap // Physical Review B. – 2007. – T. 75, № 3. – C. 035431.
87. Zenin V. A., Volkov V. S., Han Z., Bozhevolnyi S. I., Devaux E., Ebbesen T. W. Dispersion of strongly confined channel plasmon polariton modes // JOSA B. – 2011. – T. 28, № 7. – C. 1596-1602.

88. Briggs R. M., Grandidier J., Burgos S. P., Feigenbaum E., Atwater H. A. Efficient coupling between dielectric-loaded plasmonic and silicon photonic waveguides // Nano letters. – 2010. – T. 10, № 12. – C. 4851-4857.
89. Chu H.-S., Li E.-P., Bai P., Hegde R. Optical performance of single-mode hybrid dielectric-loaded plasmonic waveguide-based components // Applied Physics Letters. – 2010. – T. 96, № 22. – C. 221103.
90. Gosciniak J., Bozhevolnyi S. I., Andersen T. B., Volkov V. S., Kjelstrup-Hansen J., Markey L., Dereux A. Thermo-optic control of dielectric-loaded plasmonic waveguide components // Optics express. – 2010. – T. 18, № 2. – C. 1207-1216.
91. Lin C. C.-C., Chang P.-H., Su Y., Helmy A. S. Monolithic Plasmonic Waveguide Architecture for Passive and Active Optical Circuits // Nano Letters. – 2020. – T. 20, № 5. – C. 2950-2957.
92. Kumar A., Gosciniak J., Volkov V. S., Papaioannou S., Kalavrouziotis D., Vyrsokinos K., Weeber J. C., Hassan K., Markey L., Dereux A. Dielectric-loaded plasmonic waveguide components: going practical // Laser & Photonics Reviews. – 2013. – T. 7, № 6. – C. 938-951.
93. Krasavin A. V., Zayats A. V. Silicon-based plasmonic waveguides // Optics express. – 2010. – T. 18, № 11. – C. 11791-11799.
94. Microwave engineering. / Pozar D. M.: John wiley & sons, 2011.
95. Handbook of optical constants of solids. / Palik E. D.: Academic press, 1998.
96. Zia R., Selker M. D., Catrysse P. B., Brongersma M. L. Geometries and materials for subwavelength surface plasmon modes // JOSA A. – 2004. – T. 21, № 12. – C. 2442-2446.
97. Tanaka K., Tanaka M. Simulations of nanometric optical circuits based on surface plasmon polariton gap waveguide // Applied Physics Letters. – 2003. – T. 82, № 8. – C. 1158-1160.
98. Kusunoki F., Yotsuya T., Takahara J., Kobayashi T. Propagation properties of guided waves in index-guided two-dimensional optical waveguides // Applied Physics Letters. – 2005. – T. 86, № 21. – C. 211101.
99. Veronis G., Fan S. Guided subwavelength plasmonic mode supported by a slot in a thin metal film // Optics letters. – 2005. – T. 30, № 24. – C. 3359-3361.
100. Dionne J., Lezec H., Atwater H. A. Highly confined photon transport in subwavelength metallic slot waveguides // Nano letters. – 2006. – T. 6, № 9. – C. 1928-1932.
101. Chen L., Shakya J., Lipson M. Subwavelength confinement in an integrated metal slot waveguide on silicon // Optics letters. – 2006. – T. 31, № 14. – C. 2133-2135.
102. Feng D., Zhou W., Qiao X., Albert J. High resolution fiber optic surface plasmon resonance sensors with single-sided gold coatings // Optics express. – 2016. – T. 24, № 15. – C. 16456-16464.
103. Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics // Physical review letters. – 1987. – T. 58, № 20. – C. 2059.

104. Sun X., Dai D., Thylén L., Wosinski L. High-sensitivity liquid refractive-index sensor based on a Mach-Zehnder interferometer with a double-slot hybrid plasmonic waveguide // Optics express. – 2015. – Т. 23, № 20. – С. 25688-25699.
105. Elsayed M. Y., Ismail Y., Swillam M. A. Semiconductor plasmonic gas sensor using on-chip infrared spectroscopy // Applied Physics A. – 2017. – Т. 123, № 1. – С. 113.
106. He Z., Li H., Li B., Chen Z., Xu H., Zheng M. Theoretical analysis of ultrahigh figure of merit sensing in plasmonic waveguides with a multimode stub // Optics letters. – 2016. – Т. 41, № 22. – С. 5206-5209.
107. Ding Y., Guan X., Zhu X., Hu H., Bozhevolnyi S. I., Oxenløwe L. K., Jin K., Mortensen N. A., Xiao S. Efficient electro-optic modulation in low-loss graphene-plasmonic slot waveguides // Nanoscale. – 2017. – Т. 9, № 40. – С. 15576-15581.
108. Zhu S., Lo G., Kwong D. Theoretical investigation of silicon MOS-type plasmonic slot waveguide based MZI modulators // Optics Express. – 2010. – Т. 18, № 26. – С. 27802-27819.
109. Davoyan A. R., Shadrivov I. V., Kivshar Y. S. Nonlinear plasmonic slot waveguides // Optics express. – 2008. – Т. 16, № 26. – С. 21209-21214.
110. Hasan S. B., Rockstuhl C., Pertsch T., Lederer F. Second-order nonlinear frequency conversion processes in plasmonic slot waveguides // JOSA B. – 2012. – Т. 29, № 7. – С. 1606-1611.
111. Spurgeon J. M., Plass K. E., Kayes B. M., Brunschwig B. S., Atwater H. A., Lewis N. S. Repeated epitaxial growth and transfer of arrays of patterned, vertically aligned, crystalline Si wires from a single Si (111) substrate // Applied Physics Letters. – 2008. – Т. 93, № 3. – С. 032112.
112. McPeak K. M., Jayanti S. V., Kress S. J., Meyer S., Iotti S., Rossinelli A., Norris D. J. Plasmonic films can easily be better: rules and recipes // ACS photonics. – 2015. – Т. 2, № 3. – С. 326-333.
113. Yakubovsky D. I., Arsenin A. V., Stebunov Y. V., Fedyanin D. Y., Volkov V. S. Optical constants and structural properties of thin gold films // Optics express. – 2017. – Т. 25, № 21. – С. 25574-25587.
114. Jiang Y., Pillai S., Green M. A. Realistic silver optical constants for plasmonics // Scientific reports. – 2016. – Т. 6. – С. 30605.
115. Khurgin J. B. Replacing noble metals with alternative materials in plasmonics and metamaterials: how good an idea? // Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 2017. – Т. 375, № 2090. – С. 20160068.
116. Babicheva V. E., Boltasseva A., Lavrinenko A. V. Transparent conducting oxides for electro-optical plasmonic modulators // Nanophotonics. – 2015. – Т. 1, № open-issue. – С. 165-185.

117. Amin R., Maiti R., Gui Y., Suer C., Miscuglio M., Heidari E., Chen R. T., Dalir H., Sorger V. J. Sub-wavelength GHz-fast broadband ITO Mach–Zehnder modulator on silicon photonics // Optica. – 2020. – Т. 7, № 4. – С. 333-335.
118. Caspani L., Kaipurath R., Clerici M., Ferrera M., Roger T., Kim J., Kinsey N., Pietrzyk M., Di Falco A., Shalaev V. M. Enhanced nonlinear refractive index in ε-near-zero materials // Physical review letters. – 2016. – Т. 116, № 23. – С. 233901.
119. Taghinejad M., Taghinejad H., Xu Z., Lee K.-T., Rodrigues S. P., Yan J., Adibi A., Lian T., Cai W. Ultrafast control of phase and polarization of light expedited by hot-electron transfer // Nano letters. – 2018. – Т. 18, № 9. – С. 5544-5551.
120. Yang Y., Kelley K., Sachet E., Campione S., Luk T. S., Maria J.-P., Sinclair M. B., Brener I. Femtosecond optical polarization switching using a cadmium oxide-based perfect absorber // Nature photonics. – 2017. – Т. 11, № 6. – С. 390.
121. Law S., Adams D., Taylor A., Wasserman D. Mid-infrared designer metals // Optics express. – 2012. – Т. 20, № 11. – С. 12155-12165.
122. Shahzad M., Medhi G., Peale R. E., Buchwald W. R., Cleary J. W., Soref R., Boreman G. D., Edwards O. Infrared surface plasmons on heavily doped silicon // Journal of Applied Physics. – 2011. – Т. 110, № 12. – С. 123105.
123. Stockman M. I., Kneipp K., Bozhevolnyi S. I., Saha S., Dutta A., Ndukaife J., Kinsey N., Reddy H., Guler U., Shalaev V. M. Roadmap on plasmonics // Journal of Optics. – 2018. – Т. 20, № 4. – С. 043001.
124. Guler U., Shalaev V. M., Boltasseva A. Nanoparticle plasmonics: going practical with transition metal nitrides // Materials Today. – 2015. – Т. 18, № 4. – С. 227-237.
125. Caldwell J. D., Lindsay L., Giannini V., Vurgaftman I., Reinecke T. L., Maier S. A., Glembocki O. J. Low-loss, infrared and terahertz nanophotonics using surface phonon polaritons // Nanophotonics. – 2015. – Т. 4, № 1. – С. 44-68.
126. Schuller J. A., Taubner T., Brongersma M. L. Optical antenna thermal emitters // Nature photonics. – 2009. – Т. 3, № 11. – С. 658.
127. Dai S., Fei Z., Ma Q., Rodin A., Wagner M., McLeod A., Liu M., Gannett W., Regan W., Watanabe K. Tunable phonon polaritons in atomically thin van der Waals crystals of boron nitride // Science. – 2014. – Т. 343, № 6175. – С. 1125-1129.
128. Feurer T., Stoyanov N. S., Ward D. W., Vaughan J. C., Statz E. R., Nelson K. A. Terahertz polaritonics // Annu. Rev. Mater. Res. – 2007. – Т. 37. – С. 317-350.
129. Hillenbrand R., Taubner T., Keilmann F. Phonon-enhanced light–matter interaction at the nanometre scale // Nature. – 2002. – Т. 418, № 6894. – С. 159-162.

130. Haraguchi M., Fukui M., Muto S. Experimental observation of attenuated-total-reflection spectra of GaAs/AlAs superlattice // Physical Review B. – 1990. – T. 41, № 2. – C. 1254.
131. Moore W., Holm R. Infrared dielectric constant of gallium arsenide // Journal of Applied Physics. – 1996. – T. 80, № 12. – C. 6939-6942.
132. Fundamentals of semiconductors. / Cardona M., Peter Y. Y.: Springer, 2005.
133. De Silans T. P., Maurin I., de Souza Segundo P. C., Saltiel S., Gorza M.-P., Ducloy M., Bloch D., de Sousa Meneses D., Echegut P. Temperature dependence of the dielectric permittivity of CaF2, BaF2 and Al2O3: application to the prediction of a temperature-dependent van der Waals surface interaction exerted onto a neighbouring Cs (8P3/2) atom // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2009. – T. 21, № 25. – C. 255902.
134. Caldwell J. D., Glembocki O. J., Francescato Y., Sharac N., Giannini V., Bezares F. J., Long J. P., Owrutsky J. C., Vurgaftman I., Tischler J. G. Low-loss, extreme subdiffraction photon confinement via silicon carbide localized surface phonon polariton resonators // Nano letters. – 2013. – T. 13, № 8. – C. 3690-3697.
135. Kim H., Osofsky M., Prokes S., Glembocki O., Piqué A. Optimization of Al-doped ZnO films for low loss plasmonic materials at telecommunication wavelengths // Applied physics letters. – 2013. – T. 102, № 17. – C. 171103.
136. Naik G. V., Shalaev V. M., Boltasseva A. Alternative plasmonic materials: beyond gold and silver // Advanced Materials. – 2013. – T. 25, № 24. – C. 3264-3294.
137. Tiwald T. E., Woollam J. A., Zollner S., Christiansen J., Gregory R., Wetteroth T., Wilson S., Powell A. R. Carrier concentration and lattice absorption in bulk and epitaxial silicon carbide determined using infrared ellipsometry // Physical Review B. – 1999. – T. 60, № 16. – C. 11464.
138. De Leon I., Berini P. Amplification of long-range surface plasmons by a dipolar gain medium // Nature Photonics. – 2010. – T. 4, № 6. – C. 382-387.
139. Fedyanin D. Y., Arsenin A. V. Surface plasmon polariton amplification in metal-semiconductor structures // Optics express. – 2011. – T. 19, № 13. – C. 12524-12531.
140. Fedyanin D. Y., Arsenin A. V. Semiconductor surface plasmon amplifier based on a Schottky barrier diode // AIP Conference Proceedings. – T. 1291 –American Institute of Physics, 2010. – C. 112-114.
141. Semiconductor-laser fundamentals: physics of the gain materials. / Chow W. W., Koch S. W.: Springer Science & Business Media, 1999.
142. Nanocrystal quantum dots. / Klimov V. I.: CRC Press, 2017.
143. Seidel J., Grafström S., Eng L. Stimulated emission of surface plasmons at the interface between a silver film and an optically pumped dye solution // Physical Review Letters. – 2005. – T. 94, № 17. – C. 177401.

144. Noginov M., Podolskiy V. A., Zhu G., Mayy M., Bahoura M., Adegoke J., Ritzo B., Reynolds K. Compensation of loss in propagating surface plasmon polariton by gain in adjacent dielectric medium // Optics express. – 2008. – Т. 16, № 2. – С. 1385-1392.
145. Ambati M., Nam S. H., Ulin-Avila E., Genov D. A., Bartal G., Zhang X. Observation of stimulated emission of surface plasmon polaritons // Nano Letters. – 2008. – Т. 8, № 11. – С. 3998-4001.
146. Grandidier J., Des Francs G. C., Massenot S., Bouhelier A., Markey L., Weeber J.-C., Finot C., Dereux A. Gain-assisted propagation in a plasmonic waveguide at telecom wavelength // Nano letters. – 2009. – Т. 9, № 8. – С. 2935-2939.
147. Grandidier J., Des Francs G. C., Massenot S., Bouhelier A., Markey L., Weeber J. C., Dereux A. Leakage radiation microscopy of surface plasmon coupled emission: investigation of gain-assisted propagation in an integrated plasmonic waveguide // Journal of Microscopy. – 2010. – Т. 239, № 2. – С. 167-172.
148. Rao R., Tang T. Study on active surface plasmon waveguides and design of a nanoscale lossless surface plasmon waveguide // JOSA B. – 2011. – Т. 28, № 5. – С. 1258-1265.
149. Oulton R. F., Sorger V. J., Zentgraf T., Ma R.-M., Gladden C., Dai L., Bartal G., Zhang X. Plasmon lasers at deep subwavelength scale // Nature. – 2009. – Т. 461, № 7264. – С. 629-632.
150. Lu Y.-J., Kim J., Chen H.-Y., Wu C., Dabidian N., Sanders C. E., Wang C.-Y., Lu M.-Y., Li B.-H., Qiu X. Plasmonic nanolaser using epitaxially grown silver film // Science. – 2012. – Т. 337, № 6093. – С. 450-453.
151. Maier S. A. Gain-assisted propagation of electromagnetic energy in subwavelength surface plasmon polariton gap waveguides // Optics communications. – 2006. – Т. 258, № 2. – С. 295-299.
152. Khurgin J. B., Sun G. Practicality of compensating the loss in the plasmonic waveguides using semiconductor gain medium // Applied physics letters. – 2012. – Т. 100, № 1. – С. 011105.
153. Hill M. T., Marell M., Leong E. S., Smalbrugge B., Zhu Y., Sun M., Van Veldhoven P. J., Geluk E. J., Karouta F., Oei Y.-S. Lasing in metal-insulator-metal sub-wavelength plasmonic waveguides // Optics express. – 2009. – Т. 17, № 13. – С. 11107-11112.
154. Fedyanin D. Y., Krasavin A. V., Arsenin A. V., Zayats A. V. Surface plasmon polariton amplification upon electrical injection in highly integrated plasmonic circuits // Nano letters. – 2012. – Т. 12, № 5. – С. 2459-2463.
155. Svintsov D. A., Arsenin A. V., Fedyanin D. Y. Full loss compensation in hybrid plasmonic waveguides under electrical pumping // Optics express. – 2015. – Т. 23, № 15. – С. 19358-19375.

156. Gao L., Tang L., Hu F., Guo R., Wang X., Zhou Z. Active metal strip hybrid plasmonic waveguide with low critical material gain // Optics express. – 2012. – Т. 20, № 10. – С. 11487-11495.
157. Dai D., Shi Y., He S., Wosinski L., Thylen L. Gain enhancement in a hybrid plasmonic nano-waveguide with a low-index or high-index gain medium // Optics express. – 2011. – Т. 19, № 14. – С. 12925-12936.
158. Huang C.-C. Hybrid plasmonic waveguide comprising a semiconductor nanowire and metal ridge for low-loss propagation and nanoscale confinement // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. – 2012. – Т. 18, № 6. – С. 1661-1668.
159. Wijesinghe T., Premaratne M., Agrawal G. P. Electrically pumped hybrid plasmonic waveguide // Optics express. – 2014. – Т. 22, № 3. – С. 2681-2694.
160. De Abajo F. G., Sáenz J. Electromagnetic surface modes in structured perfect-conductor surfaces // Physical review letters. – 2005. – Т. 95, № 23. – С. 233901.
161. Govyadinov A. A., Markel V. A. From slow to superluminal propagation: Dispersive properties of surface plasmon polaritons in linear chains of metallic nanospheroids // Physical Review B. – 2008. – Т. 78, № 3. – С. 035403.
162. Rasskazov I. L., Karpov S. V., Markel V. A. Nondecaying surface plasmon polaritons in linear chains of silver nanospheroids // Optics letters. – 2013. – Т. 38, № 22. – С. 4743-4746.
163. Rasskazov I. L., Karpov S. V., Markel V. A. Surface plasmon polaritons in curved chains of metal nanoparticles // Physical Review B. – 2014. – Т. 90, № 7. – С. 075405.
164. Zakomirnyi V., Rasskazov I., Gerasimov V., Ershov A., Polyutov S., Karpov S., Ågren H. Titanium nitride nanoparticles as an alternative platform for plasmonic waveguides in the visible and telecommunication wavelength ranges // Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications. – 2018. – Т. 30. – С. 50-56.
165. Rasskazov I. L., Karpov S. V., Markel V. A. Waveguiding properties of short linear chains of nonspherical metal nanoparticles // JOSA B. – 2014. – Т. 31, № 12. – С. 2981-2989.
166. Bruggeman V. D. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen // Annalen der physik. – 1935. – Т. 416, № 7. – С. 636-664.
167. Lü W., Dong J., Li Z.-Y. Optical properties of aligned carbon nanotube systems studied by the effective-medium approximation method // Physical Review B. – 2000. – Т. 63, № 3. – С. 033401.
168. Электродинамика композитных материалов. / Виноградов А. П. – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 208 с.

169. Baranov D. G., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Magneto-optics enhancement with gain-assisted plasmonic subdiffraction chains // Journal of the Optical Society of America B. – 2015. – Т. 32, № 2. – С. 281-289.
170. Weber W., Ford G. Propagation of optical excitations by dipolar interactions in metal nanoparticle chains // Physical Review B. – 2004. – Т. 70, № 12. – С. 125429.
171. Теоретическая физика. / Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.: Рипол Классик, 1958.
172. Markel' V. Scattering of light from two interacting spherical particles // Journal of Modern Optics. – 1992. – Т. 39, № 4. – С. 853-861.
173. Rakić A. D., Djurišić A. B., Elazar J. M., Majewski M. L. Optical properties of metallic films for vertical-cavity optoelectronic devices // Appl. Opt. – 1998. – Т. 37, № 22. – С. 5271-5283.
174. Mathematical methods for physicists international student edition. / Arfken G. B., Weber H. J.: Academic press, 2005.
175. Наноплазмоника. / Климов В. В.: Физматлит, 2010.
176. Bergman D. J. Dielectric constant of a two-component granular composite: A practical scheme for calculating the pole spectrum // Phys. Rev. B. – 1979. – Т. 19, № 4. – С. 2359.
177. Norton S. J., Vo-Dinh T. Optical response of linear chains of metal nanospheres and nanospheroids // J. Opt. Soc. Am. A. – 2008. – Т. 25, № 11. – С. 2767-2775.
178. Lasers. / Siegman A. E. – Mill Valley, CA, 1986. – 208 с.
179. Beijersbergen M., Coerwinkel R., Kristensen M., Woerdman J. Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate // Optics communications. – 1994. – Т. 112, № 5-6. – С. 321-327.
180. Bazhenov V. Y., Soskin M., Vasnetsov M. Screw dislocations in light wavefronts // Journal of Modern Optics. – 1992. – Т. 39, № 5. – С. 985-990.
181. Williams M. D., Coles M. M., Bradshaw D. S., Andrews D. L. Direct generation of optical vortices // Physical Review A. – 2014. – Т. 89, № 3. – С. 033837.
182. Quantum Plasmonics. / Andrianov E. S., Vinogradov A. P., Dorofeenko A. V., Zyablovsky A. A., Lisyansky A. A., Pukhov A. A. – Moscow: Intellekt, 2015.
183. Агранович В., Кравцов В., Лескова Т. Поверхностные поляритоны/Под ред // Аграновича ВМ, Миллса ДЛМ: Наука. – 1985. – С. 360.
184. Surface plasmons on smooth and rough surfaces and on gratings. / Raether H.: Springer-Verlag Berlin An, 2013.
185. De Abajo F. G. Colloquium: Light scattering by particle and hole arrays // Reviews of Modern Physics. – 2007. – Т. 79, № 4. – С. 1267.

186. Kuttge M., Vesseur E., Verhoeven J., Lezec H., Atwater H., Polman A. Loss mechanisms of surface plasmon polaritons on gold probed by cathodoluminescence imaging spectroscopy // Applied Physics Letters. – 2008. – Т. 93, № 11. – С. 113110.
187. Chandezon J., Dupuis M. T., Cornet G., Maystre D. Multicoated gratings: a differential formalism applicable in the entire optical region // Journal of the Optical Society of America. – 1982. – Т. 72, № 7. – С. 839-846.
188. Paulick T. C. Applicability of the Rayleigh hypothesis to real materials // Physical Review B. – 1990. – Т. 42, № 5. – С. 2801-2824.
189. van den Berg P. M., Fokkema J. T. The Rayleigh hypothesis in the theory of reflection by a grating // Journal of the Optical Society of America. – 1979. – Т. 69, № 1. – С. 27-31.
190. Nelder J. A., Mead R. A simplex method for function minimization // The computer journal. – 1965. – Т. 7, № 4. – С. 308-313.
191. Майер С. А. Плазмоника: теория и приложения // М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика. – 2011.
192. Bozhevolnyi S., Genet C., Ebbesen T. Surface-plasmon circuitry // Phys. Today. – 2008. – С. 44.
193. Gramotnev D. K., Bozhevolnyi S. I. Plasmonics beyond the diffraction limit // Nature photonics. – 2010. – Т. 4, № 2. – С. 83-91.
194. Willingham B., Link S. Energy transport in metal nanoparticle chains via sub-radiant plasmon modes // Optics Express. – 2011. – Т. 19, № 7. – С. 6450-6461.
195. Vinogradov A., Dorofeenko A. Near-field Bloch waves in photonic crystals // JOURNAL OF COMMUNICATIONS TECHNOLOGY AND ELECTRONICS C/C OF RADIOTEKHNIKA I ELEKTRONIKA. – 2005. – Т. 50, № 10. – С. 1153.
196. Vinogradov A., Dorofeenko A., Nechepurenko I. Analysis of plasmonic Bloch waves and band structures of 1D plasmonic photonic crystals // Metamaterials. – 2010. – Т. 4, № 4. – С. 181-200.
197. Krenn J. R. Nanoparticle waveguides: Watching energy transfer // Nature Materials. – 2003. – Т. 2, № 4. – С. 210-211.
198. Koenderink A. F., Polman A. Complex response and polariton-like dispersion splitting in periodic metal nanoparticle chains // Physical Review B. – 2006. – Т. 74, № 3. – С. 033402.
199. Fung K. H., Chan C. T. Plasmonic modes in periodic metal nanoparticle chains: a direct dynamic eigenmode analysis // Optics letters. – 2007. – Т. 32, № 8. – С. 973-975.
200. Quinten M., Leitner A., Krenn J., Aussenegg F. Electromagnetic energy transport via linear chains of silver nanoparticles // Optics letters. – 1998. – Т. 23, № 17. – С. 1331-1333.

201. de la Osa R. A., Saiz J., Moreno F., Vavassori P., Berger A. Transverse magneto-optical effects in nanoscale disks // Physical Review B. – 2012. – Т. 85, № 6. – С. 064414.
202. Wang F., Shen Y. R. General properties of local plasmons in metal nanostructures // Physical review letters. – 2006. – Т. 97, № 20. – С. 206806.
203. Rusina A., Durach M., Stockman M. I. Theory of spoof plasmons in real metals // Applied Physics A. – 2010. – Т. 2, № 100. – С. 375-378.
204. Rakić A. D., Djurišić A. B., Elazar J. M., Majewski M. L. Optical properties of metallic films for vertical-cavity optoelectronic devices // Applied Optics. – 1998. – Т. 37, № 22. – С. 5271-5283.
205. Rakić A. D. Algorithm for the determination of intrinsic optical constants of metal films: application to aluminum // Applied Optics. – 1995. – Т. 34, № 22. – С. 4755-4767.
206. Sigle D. O., Perkins E., Baumberg J. J., Mahajan S. Reproducible deep-UV SERRS on aluminum nanovoids // The journal of physical chemistry letters. – 2013. – Т. 4, № 9. – С. 1449-1452.
207. Knight M. W., King N. S., Liu L., Everitt H. O., Nordlander P., Halas N. J. Aluminum for plasmonics // ACS nano. – 2013. – Т. 8, № 1. – С. 834-840.
208. Yuan Y., Guo T., Qiu X., Tang J., Huang Y., Zhuang L., Zhou S., Li Z., Guan B.-O., Zhang X. Electrochemical surface plasmon resonance fiber-optic sensor: in situ detection of electroactive biofilms // Analytical Chemistry. – 2016. – Т. 88, № 15. – С. 7609-7616.
209. Jiao X., Peterson E. M., Harris J. M., Blair S. UV fluorescence lifetime modification by aluminum nanoapertures // ACS Photonics. – 2014. – Т. 1, № 12. – С. 1270-1277.
210. Yang Y., Callahan J. M., Kim T.-H., Brown A. S., Everitt H. O. Ultraviolet nanoplasmonics: a demonstration of surface-enhanced Raman spectroscopy, fluorescence, and photodegradation using gallium nanoparticles // Nano letters. – 2013. – Т. 13, № 6. – С. 2837-2841.
211. Pendry J., Martin-Moreno L., Garcia-Vidal F. Mimicking surface plasmons with structured surfaces // Science. – 2004. – Т. 305, № 5685. – С. 847-848.
212. Garcia-Vidal F., Martin-Moreno L., Pendry J. Surfaces with holes in them: new plasmonic metamaterials // Journal of optics A: Pure and applied optics. – 2005. – Т. 7, № 2. – С. S97.
213. Hibbins A. P., Evans B. R., Sambles J. R. Experimental verification of designer surface plasmons // Science. – 2005. – Т. 308, № 5722. – С. 670-672.
214. Kretschmann E., Ferrell T. L., Ashley J. C. Splitting of the Dispersion Relation of Surface Plasmons on a Rough Surface // Physical Review Letters. – 1979. – Т. 42, № 19. – С. 1312-1314.
215. Inchaussandague M. E., Depine R. A. Parametric coordinate transformations for surface relief gratings // IV Iberoamerican Meeting of Optics and the VII Latin American Meeting of Optics, Lasers and Their Applications. – Т. 4419 –SPIE, 2001. – С. 4.

216. Optical waves in crystals. / Yariv A., Yeh P.: Wiley, New York, 1984.
217. Виноградов А. Электродинамика композитных материалов // М.: Эдиториал УРСС. – 2001. – Т. 208. – С. 2.
218. Poddubny A., Iorsh I., Belov P., Kivshar Y. Hyperbolic metamaterials // Nature photonics. – 2013. – Т. 7, № 12. – С. 948-957.
219. Ferrari L., Wu C., Lepage D., Zhang X., Liu Z. Hyperbolic metamaterials and their applications // Progress in Quantum Electronics. – 2015. – Т. 40. – С. 1-40.
220. Sreekanth K. V., Alapan Y., ElKabbash M., Ilker E., Hinczewski M., Gurkan U. A., De Luca A., Strangi G. Extreme sensitivity biosensing platform based on hyperbolic metamaterials // Nature materials. – 2016. – Т. 15, № 6. – С. 621-627.
221. Huo P., Zhang S., Liang Y., Lu Y., Xu T. Hyperbolic metamaterials and metasurfaces: fundamentals and applications // Advanced Optical Materials. – 2019. – Т. 7, № 14. – С. 1801616.
222. Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках. / Дмитрук Н. Л., Литовченко В. Г., Стрижевский В. Л.: Наукова думка, 1989.
223. Квантовая плазмоника. / Андрианов Е. С., Виноградов А. П., Дорофеенко А. В., Зябловский А. А., Лисянский А. А., Пухов А. А. – Москва: Интеллект, 2015. – 367 с.
224. Xiao S., Drachev V. P., Kildishev A. V., Ni X., Chettiar U. K., Yuan H.-K., Shalaev V. M. Loss-free and active optical negative-index metamaterials // Nature. – 2010. – Т. 466, № 7307. – С. 735-738.
225. Berini P., De Leon I. Surface plasmon–polariton amplifiers and lasers // Nature photonics. – 2012. – Т. 6, № 1. – С. 16-24.
226. Andrianov E., Baranov D., Pukhov A., Dorofeenko A., Vinogradov A., Lisyansky A. Loss compensation by spasers in plasmonic systems // Optics express. – 2013. – Т. 21, № 11. – С. 13467-13478.
227. Bergman D. J., Stockman M. I. Surface plasmon amplification by stimulated emission of radiation: quantum generation of coherent surface plasmons in nanosystems // Physical review letters. – 2003. – Т. 90, № 2. – С. 027402.
228. Andrianov E., Pukhov A., Dorofeenko A., Vinogradov A., Lisyansky A. Rabi oscillations in spasers during nonradiative plasmon excitation // Physical Review B. – 2012. – Т. 85, № 3. – С. 035405.
229. Stockman M. I. The spaser as a nanoscale quantum generator and ultrafast amplifier // Journal of Optics. – 2010. – Т. 12, № 2. – С. 024004.
230. Vinogradov A. P., Andrianov E. S., Pukhov A. A., Dorofeenko A. V., Lisyansky A. A. Quantum plasmonics of metamaterials: loss compensation using spasers // Physics-Uspekhi. – 2012. – Т. 55, № 10. – С. 1046.

231. Banwell C. N. Fundamentals of molecular spectroscopy //. – 1972.
232. Hess O., Pendry J. B., Maier S. A., Oulton R. F., Hamm J. M., Tsakmakidis K. L. Active nanoplasmonic metamaterials // Nature materials. – 2012. – Т. 11, № 7. – С. 573-584.
233. Wegener M., García-Pomar J. L., Soukoulis C. M., Meinzer N., Ruther M., Linden S. Toy model for plasmonic metamaterial resonances coupled to two-level system gain // Optics express. – 2008. – Т. 16, № 24. – С. 19785-19798.
234. Fang A., Koschny T., Wegener M., Soukoulis C. Self-consistent calculation of metamaterials with gain // Physical Review B. – 2009. – Т. 79, № 24. – С. 241104.
235. Основы динамики лазеров. / Ханин Я.: Наука М., 1999.
236. Pusch A., Wuestner S., Hamm J. M., Tsakmakidis K. L., Hess O. Coherent amplification and noise in gain-enhanced nanoplasmonic metamaterials: A Maxwell-Bloch Langevin approach // ACS nano. – 2012. – Т. 6, № 3. – С. 2420-2431.
237. Noginov M., Zhu G., Belgrave A., Bakker R., Shalaev V., Narimanov E., Stout S., Herz E., Suteewong T., Wiesner U. Demonstration of a spaser-based nanolaser // Nature. – 2009. – Т. 460, № 7259. – С. 1110-1112.
238. Muller A., Wang Q.-Q., Bianucci P., Shih C., Xue Q. Determination of anisotropic dipole moments in self-assembled quantum dots using Rabi oscillations // Applied physics letters. – 2004. – Т. 84, № 6. – С. 981-983.
239. Statistical methods in quantum optics 1: master equations and Fokker-Planck equations. / Carmichael H. J.: Springer Science & Business Media, 2013.
240. Fundamentals of laser dynamics. / Khanin I. I.: Cambridge Int. Science Publishing, 2006.
241. Stietz F., Bosbach J., Wenzel T., Vartanyan T., Goldmann A., Träger F. Decay times of surface plasmon excitation in metal nanoparticles by persistent spectral hole burning // Physical review letters. – 2000. – Т. 84, № 24. – С. 5644.
242. Luther J. M., Beard M. C., Song Q., Law M., Ellingson R. J., Nozik A. J. Multiple exciton generation in films of electronically coupled PbSe quantum dots // Nano letters. – 2007. – Т. 7, № 6. – С. 1779-1784.
243. Du H., Chen C., Krishnan R., Krauss T. D., Harbold J. M., Wise F. W., Thomas M. G., Silcox J. Optical properties of colloidal PbSe nanocrystals // Nano letters. – 2002. – Т. 2, № 11. – С. 1321-1324.
244. Wehrenberg B. L., Wang C., Guyot-Sionnest P. Interband and intraband optical studies of PbSe colloidal quantum dots // The Journal of Physical Chemistry B. – 2002. – Т. 106, № 41. – С. 10634-10640.

245. Mohanty J., Palit D. K., Mittal J. Photophysical Properties of Two Infrared Laser dyes--IR-144 and IR-140: A Picosecond Laser Flash Photolysis Study // PROCEEDINGS-INDIAN NATIONAL SCIENCE ACADEMY PART A. – 2000. – T. 66, № 2. – C. 303-315.
246. Alessi A., Salvalaggio M., Ruzzon G. Rhodamine 800 as reference substance for fluorescence quantum yield measurements in deep red emission range // Journal of Luminescence. – 2013. – T. 134. – C. 385-389.
247. Beija M., Afonso C. A., Martinho J. M. Synthesis and applications of Rhodamine derivatives as fluorescent probes // Chemical Society Reviews. – 2009. – T. 38, № 8. – C. 2410-2433.
248. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. / Аллен Л., Эберли Д.: М.: Мир, 1978.
249. Nezhad M. P., Tetz K., Fainman Y. Gain assisted propagation of surface plasmon polaritons on planar metallic waveguides // Optics express. – 2004. – T. 12, № 17. – C. 4072-4079.
250. Holmgaard T., Bozhevolnyi S. I. Theoretical analysis of dielectric-loaded surface plasmon-polariton waveguides // Physical Review B. – 2007. – T. 75, № 24. – C. 245405.
251. Ramakrishna S. A., Pendry J. B. Removal of absorption and increase in resolution in a near-field lens via optical gain // Physical Review B. – 2003. – T. 67, № 20. – C. 201101.
252. García-Blanco S. M., Pollnau M., Bozhevolnyi S. I. Loss compensation in long-range dielectric-loaded surface plasmon-polariton waveguides // Optics express. – 2011. – T. 19, № 25. – C. 25298-25310.
253. Avrutsky I. Surface plasmons at nanoscale relief gratings between a metal and a dielectric medium with optical gain // Physical Review B. – 2004. – T. 70, № 15. – C. 155416.
254. Flynn R., Kim C., Vurgaftman I., Kim M., Meyer J., Mäkinen A., Bussmann K., Cheng L., Choa F.-S., Long J. A room-temperature semiconductor spaser operating near 1.5 μm // Optics express. – 2011. – T. 19, № 9. – C. 8954-8961.
255. Handbook of optical materials. / Weber M. J.: CRC press, 2018.
256. Moradi A. Plasmon hybridization in metallic nanotubes // Journal of Physics and Chemistry of Solids. – 2008. – T. 69, № 11. – C. 2936-2938.
257. Skauli T., Kuo P., Vodopyanov K., Pinguet T., Levi O., Eyres L., Harris J., Fejer M., Gerard B., Becouarn L. Improved dispersion relations for GaAs and applications to nonlinear optics // Journal of Applied Physics. – 2003. – T. 94, № 10. – C. 6447-6455.
258. Electromagnetic waves. / Vainshtein L. A. – Moscow: Radio Sviaz, 1988.
259. Kirstaedter N., Schmidt O., Ledentsov N., Bimberg D., Ustinov V., Egorov A. Y., Zhukov A., Maximov M., Kop'ev P., Alferov Z. I. Gain and differential gain of single layer InAs/GaAs quantum dot injection lasers // Applied physics letters. – 1996. – T. 69, № 9. – C. 1226-1228.

260. Lisyansky A., Nechepurenko I., Dorofeenko A., Vinogradov A., Pukhov A. Channel spaser: Coherent excitation of one-dimensional plasmons from quantum dots located along a linear channel // Physical Review B. – 2011. – Т. 84, № 15. – С. 153409.
261. Arakawa Y., Yariv A. Quantum well lasers--Gain, spectra, dynamics // IEEE journal of quantum electronics. – 1986. – Т. 22, № 9. – С. 1887-1899.
262. Liznev E., Dorofeenko A., Huizhe L., Vinogradov A., Zouhdi S. Epsilon-near-zero material as a unique solution to three different approaches to cloaking // Applied Physics A. – 2010. – Т. 100, № 2. – С. 321-325.
263. Marko I. P., Broderick C. A., Jin S., Ludewig P., Stolz W., Volz K., Rorison J. M., O'Reilly E. P., Sweeney S. J. Optical gain in GaAsBi/GaAs quantum well diode lasers // Scientific reports. – 2016. – Т. 6. – С. 28863.