Отзыв научного руководителя на диссертационную работу Ивана Андреевича Проскурнина «Минимальные эквивариантные деформации» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология

В диссертации И.А. Проскурнина изучается ряд задач, посвященных деформациям вещественных ростков функций и векторных полей. При этом основное внимание уделяется так называемым минимальным деформациям и инвариантным (относительно действия конечной группы) деформациям.

Задача об описании минимальных деформаций вещественных ростков функций состоит в нахождении их морсификаций с минимально возможным количеством вещественных критических точек. При этом больший интерес представляет вопрос о том, определяется ли это минимально возможное количество только топологическими препятствиями. В такой формулировке задача была поставлена Б.Тесье в 1992 г., а потом в несколько более общей форме сформулирована в «Задачах Арнольда». В одном из простейших случаев: для ростков функций двух переменных, для которых нет топологических препятствий к существованию деформаций без критических точек задача была решена С.М. Гусейн-Заде в 1997 г. Было показано, что аналитических препятствий к существованию деформаций без критических точек не существует. При этом доказательство было не конструктивным: соответствующие деформации явно не строились. В чуть более сложных ситуациях: для большего числа переменных или для функций двух переменных, для которых топологические препятствия не допускают морсификаций без критических точек, - прогресс до работ И.А. Проскурнина отсутствовал.

И.А. Проскурнин рассматривал следующие основные задачи. Во-первых, им описан класс ростков функций двух переменных, для которых минимально допустимое топологией количество критических точек реализуется аналитически. (Для некоторых из них существовало мнение, основанное, как теперь ясно, на не вполне правильных вычислениях, об отсутствии таких деформаций.) Более того, эти минимальные деформации строятся явным образом. Во-вторых, впервые была поставлена и решена в некоторых случаях аналогичная задача для ростков векторных полей. Наконец, решен в некоторых случаях эквивариантный аналог задачи Тесье, в котором имеются более сложные топологические препятствия. Помимо этого разработан ряд эквивариантных аналогов стандатных утверждений теории особенностей (например, теоремы Тужрона), используемых для задачи о минимальых эквивариантных деформациях. (Эти утверждения имеют ценность и вне рамок рассматриваемой задачи.)

Диссертация И.А. Проскурнина состоит из введения и четырех «содержательных» глав. Введение содержит описание структуры работы, результатов, выносимых на защиту, и методов, используемых при исследовании. Вторая глава посвящена минималным деформациям полуоднородных векторных полей. Напомню, что постановка задачи о минимальных деформациях векторных полей принадлежит самому И.А. Проскурнину. Третья глава посвщена деформациям полуквазиоднородных ростков. Четвертая глава посвящена деформациям ростков функций двух переменных с неособыми компонентами нулевого множества уровня. Наконец, пятая глава посвящена минимальным деформациям инвариантных функций. В ней же содержатся новые эквивариантные аналоги утверждений теории особенностей.

В диссертационной работе И.А. Проскурнина получены интересные нетривиальные результаты топологии особенностей. При работе использовались как новые методы, специально разработанные автором для этих задач, так и адаптация (также проделанная автором) известных методов теории особенностей.

Диссертация И.А. Проскурнина представляет собой вполне законченное научное исследование, в котором решены актуальные задачи теории особенностей. Основные результаты диссертации являются новыми и получены автором самостоятельно. Все основные результаты диссертации опубликованы в журналах, рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ.01.17 по специальности

Диссертация И.А. Проскурнина соответствует критериям, установленным в «Положении о присуждении учёных степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова» и рекомендуется к защите в диссертационном совете МГУ.01.17 ФГБОУ ВО МГУ по специальности 01.01.04 – геометрия и топология (физико-математические науки).

01.06.2021.

Профессор,

доктор физико-математических наук



С.М. Гусейн-Заде

Подпись С.М. Гусейн-Заде заверяю,

декан механико-математического факультета

МГУ имени М.В. Ломоносова,

д.ф.-м.н., профессор А.И. Шафаревич