МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 6 • 2011

УДК 532.5.031:532.593.2:532.593.3

© 2011 г. В. В. ПРОКОФЬЕВ, А. К. ТАКМАЗЬЯН, Е. В. ФИЛАТОВ

ДРЕЙФ НАКЛОННОЙ ПЛАСТИНЫ НАВСТРЕЧУ НАБЕГАЮЩИМ ВОЛНАМ

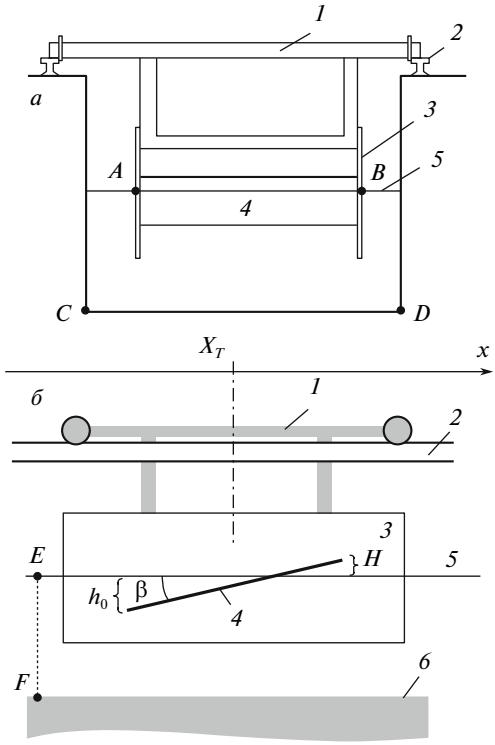
Экспериментально исследована зависимость скорости движения тележки с наклонной пластиной, установленной в волновом гидроканале, от параметров волн, а также от глубины погружения, угла наклона и размеров пластины. Обнаружен и теоретически обоснован эффект движения тележки навстречу волнам. С помощью эволюционных систем уравнений приближения Буссинеска для периодических волн над наклонной пластиной получены профили свободной поверхности, соответствующие измеренным. Проведены оценки величины импульса, возникающего в результате обрушения волны.

Ключевые слова: идеальная жидкость, потенциальное течение, приближение Буссинеска, обрушение волн, волновой движитель.

В работе [1] описан принцип использования энергии опрокидывающихся морских волн для движения судов без использования качки корабля. Существенное отличие от известных схем волнодвижителей состоит в том, что отбор энергии у волн происходит в отсутствие подвижных элементов в конструкции. В настоящем исследовании использована модель такого движителя, созданная в Институте механики МГУ. Она представляет собой пластину, закрепленную по вертикали на малой глубине под свободной поверхностью воды и имеющую небольшой уклон навстречу набегающим волнам. При этом пластина моделирует накат морских волн на мелководье, в процессе которого волны разрушаются. Масса воды, вовлеченной в процесс обрушения, исключается из волнового движения (в котором происходит постоянное преобразование кинетической энергии жидкости в потенциальную и обратно) и при падении с высоты гребня приобретает импульс, с которым выносится за пределы пластины. Таким образом, на вертикальной границе некоторого объема, включающего в себя жидкость и пластину, возникает ненулевой поток импульса, в результате чего пластина приобретает противоположно направленную тягу. При определенном заглублении и наклоне пластины горизонтальная составляющая тяги пластины направлена против движения волн.

В работе использовано приближение Буссинеска для оценки тяги пластины в зависимости от параметров волн, а также от заглубления и угла наклона пластины. Обзор некоторых наиболее известных моделей Буссинеска для различных профилей дна дан в [2]. В случае наклонного плоского дна такая задача была впервые сформулирована и решена для уединенной волны Перегрином в [3]. В настоящей работе используется система уравнений из [4], в которую в качестве неизвестной функции вводится локальная продольная скорость на определенном уровне между дном и невозмущенной поверхностью. Эта модель дает весьма точные значения дисперсии для волн, длина которых составляет всего лишь две локальные глубины слоя.

В отличие от случая первого приближения длинных волн над наклонным дном [5], модели второго приближения не имеют аналитического решения и требуют построения схем численного счета. Примеры разностных схем можно найти в работах [3, 4, 6]. В настоящей работе используется схема [6] “предиктор-корректор” Адамса–Бэшфорта–Мултона четвертого порядка по времени, с центральными разностями, как получившая наибольшее распространение. Оценка положения точки обрушения волны

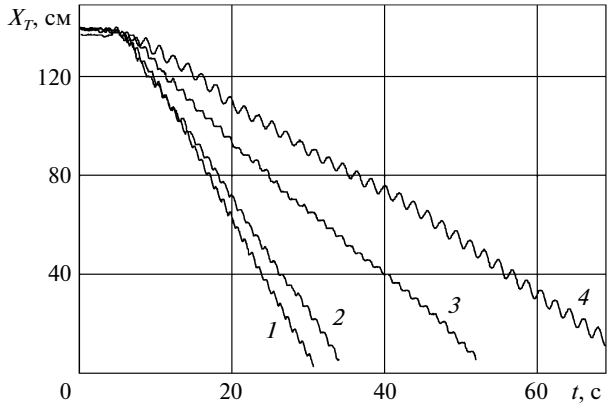


Фиг. 1. Схема пластины с тележкой, установленной в гидроканале: *а* – поперечное сечение, *б* – вид сбоку, *1* – тележка, *2* – рельс, *3* – боковая пластина, *4* – наклонная пластина, *5* – уровень воды, *6* – дно канала; *H* – расстояние от верхней кромки до невозмущенной поверхности воды, β – угол наклона, *x* – ось абсцисс, x_T – координата центра масс, AB = 1 м, CD = 1.5 м, EF = 0.7 м

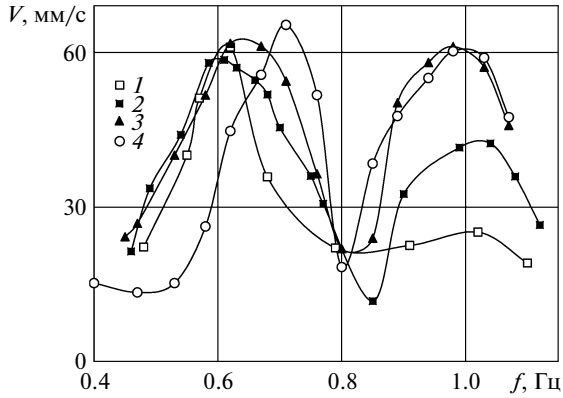
производилась, следуя [6], по критерию превышения скорости частиц на поверхности гребня волны фазовой скорости самого гребня. Авторами предложена методика расчета массы воды, участвующей в обрушении, и оценки потока импульса, возникающего при выносе обрушившейся воды за пределы волнового движения над пластиной.

1. Методика эксперимента. Для экспериментальных исследований использовался гидроканал Института механики МГУ. Волны инициировались качающимся клиновидным волнопродуктором. Параметры волн в эксперименте определялись с помощью ультразвукового сканирования поверхности воды. Ширина канала 1500 мм, глубина воды 700 мм. Диапазон рабочих частот волнопродуктора от 0.4 до 1.1 Гц (диапазон длин волн от 5.5 до 1.3 м). При фиксированной амплитуде волнопродуктора крутизна волн (отношение высоты и длины волны) составляет от 0.006 до 0.08. При этом максимальная амплитуда волн достигалась при частоте ~1 Гц. Влияние конечности глубины на параметры волн можно считать малым при частотах $f > 0.85$ Гц.

Исследования эффекта движения пластины под действием волн проводились с использованием свободно катящейся вдоль канала по рельсам тележки, к которой была жестко прикреплена погруженная в воду пластина. Схема тележки с пластиной показана на фиг. 1. Длина пластины L варьировалась. Самая длинная пластина ($L = 2000$ мм) была расположена между стенками канала, более короткие ($L = 1250$,



Фиг. 2. Закон движения тележки с пластиной при различных частотах волн: *1* – 1.03, *2* – 0.89, *3* – 0.80, *4* – 0.53 Гц, $L = 500$ мм

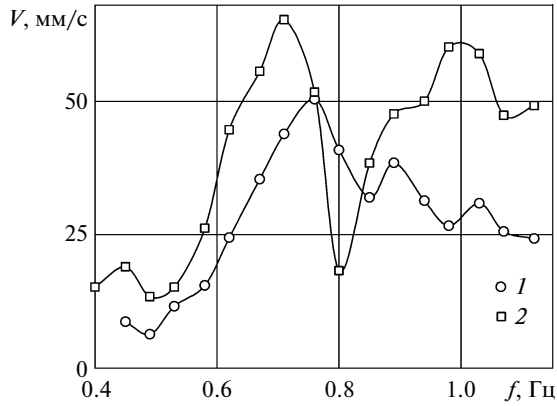


Фиг. 3. Зависимость скорости тележки от частоты волн для пластины с “нулевой” верхней кромкой при различных углах наклона: *1* – 18°, *2* – 20°, *3* – 26°, *4* – 36°, $L = 500$ мм

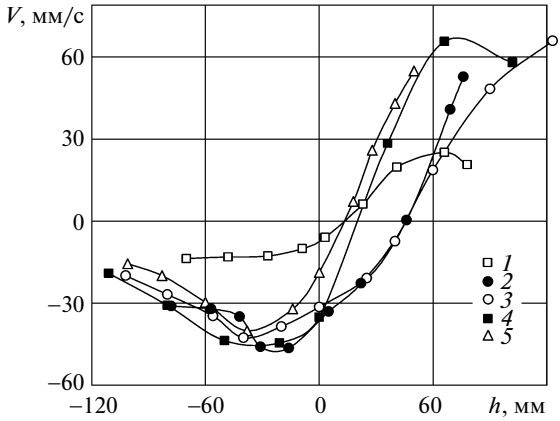
500 и 225 мм) закреплялись между двумя боковыми прозрачными щитами, с расстоянием между ними 1000 мм. Масса тележки без пластины составляла 25 кг.

Даны варианты записи закона движения $x_T(t)$ центра тележки с пластиной длиной 500 мм, наклоненной под углом 36° к набегающим волнам (фиг. 2). Верхняя кромка пластины была расположена на уровне невозмущенной поверхности жидкости (“нулевая кромка”), возбуждаемые волны имели различную частоту. Из фигуры видно, что процесс во всех случаях переходит в колебательное движение относительно поступательного перемещения с некоторой, зависящей от частоты, скоростью дрейфа V. Величина скорости V определялась как среднее значение по трем экспериментам, проведенным при одинаковых условиях.

2. Экспериментальные результаты. Показана зависимость средней скорости движения тележки с пластиной длиной 500 мм от частоты волн при различных углах наклона (фиг. 3). Верхняя кромка имела нулевое заглубление относительно спокойной воды, $H = 0$, где H – вертикальная координата верхней кромки. Видны два максимума скорости. Второй из них (около частоты 1 Гц) связан, скорее всего, с наличием максимума



Фиг. 4. Зависимость скорости тележки от частоты волн для пластин различной длины: *1* – 225, *2* – 500 мм; β = 35°, *H* = 0

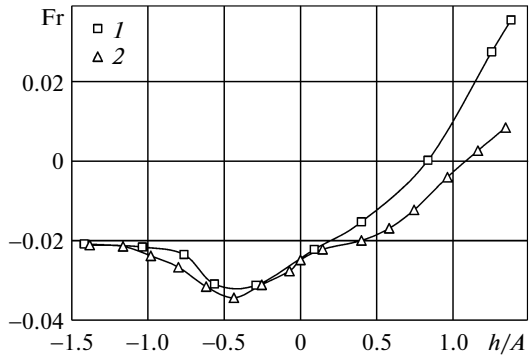


Фиг. 5. Зависимость скорости движения тележки от вертикального погружения пластины длиной 225 мм при частоте волн 1.03 Гц и различных β: *1* – 19°, 2 – 35°, *3* – 45°, *4* – 60°, *5* – 90°

амплитуды волн. Положение первого (длинноволнового) максимума зависит от длины пластины и от угла наклона. Для вертикальной пластины этот максимум отсутствует.

На фиг. 4 дано сравнение движения двух пластин разной длины и с “нулевым” погружением (*H* = 0). Видно, что с ростом размера пластины первый максимум скорости смещается в сторону меньших частот и соответственно более длинных волн (для которых уже существенно влияние дна канала).

Зависимость скорости движения тележки от вертикального погружения пластины при различных углах наклона β показана на фиг. 5. Параметры набегающих волн: частота 1.03 Гц, длина 1.48 м, высота 110 мм, крутизна 0.07. Отрицательные значения скорости соответствуют движению против волн, отрицательные значения координаты верхней кромки – погружению ниже невозмущенной свободной поверхности жидкости. Видно наличие экстремумов скорости и для движения против волн при погружении кромки под поверхность жидкости, и для дрейфа по волнам, когда верхняя кром-



Фиг. 6. Зависимость числа Фруда от относительного погружения для двух пластин различной длины при $\beta = 35°$: *1* – 225, *2* – 500 мм

ка находится выше нулевого уровня. Максимум скорости движения навстречу волнам при больших углах слабо зависит от наклона пластины, но сильно падает при углах меньших 20°. Это, скорее всего, связано с тем, что при больших углах наклона эффект обрушения волн, играющий главную роль в создании движущего импульса, практически уже зависит только от погружения верхней кромки и не зависит от угла наклона. Этот вывод согласуется и с теоретическим анализом, проведенным ниже.

Сравнение результатов для пластин различной длины в терминах безразмерных величин (фиг. 6) показывает хорошее согласование по числу Фруда. Однако масштабного моделирования в данном случае нет, так как параметры волн и масса тележки одинаковы. На фигуре $\mathrm{Fr} = V/(gL)^{1/2}$ – число Фруда, V – средняя скорость тележки, A – амплитуда волны, рассчитанная как половина высоты волны (разницы уровней ее горба и впадины).

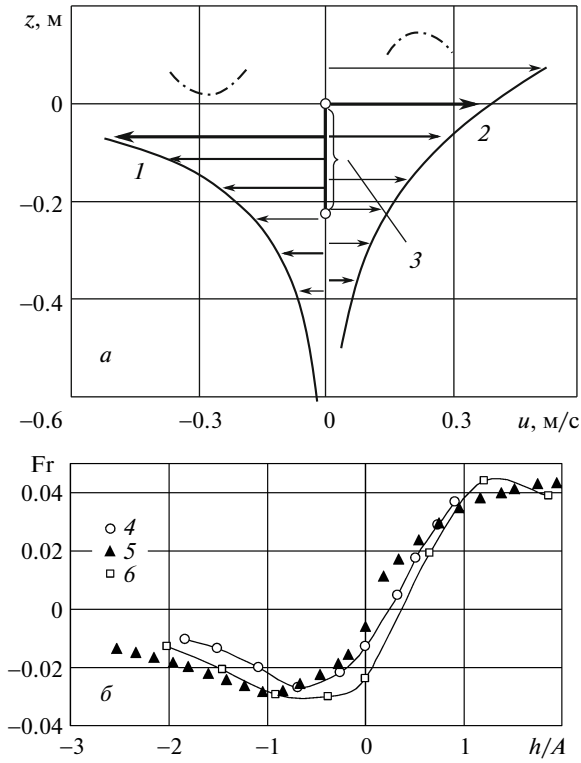
Движение тележки против направления распространения волн можно объяснить эффектом подкачки среднего уровня жидкости за пластиной при накате и обрушении волн [7]. Однако для вертикальной пластины ($\beta = 90°$) нет эволюции профиля волны и нет ее обрушения, следовательно, тут действует другой механизм. Оценку средней скорости пластины можно дать из предположения о ее равномерном и поступательном движении в неограниченном объеме жидкости

$$V = K\sqrt{\frac{2F}{C_x(\beta)\rho S}} \tag{2.1}$$

Здесь F – средняя за период сила, ρ, S – плотность среды и площадь пластины, $C_x(\beta)$ – коэффициент ее сопротивления, K – универсальный коэффициент (подбираемый из сравнения с экспериментом), учитывающий периодичность движения пластины.

Среднюю силу можно приближенно оценить как разность максимальной и минимальной сил, действующих за период на пластину (при прохождении над ней соответственно горба и впадины волны). Значения этих экстремумов вычисляются по распределению в соответствующие моменты продольной скорости жидкости на пластине.

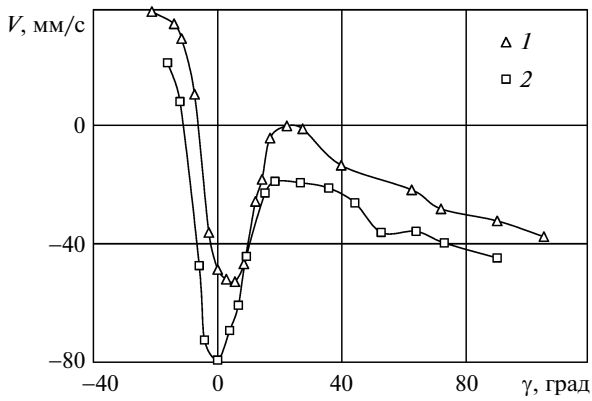
Пусть поле продольной скорости известно – например, течение описывается волнами Герстнера [12]. Приведены профили распределения продольной скорости жидкости под вершиной и впадиной волны Герстнера (фиг. 7, *а*). Дано сравнение теоретической оценки средней скорости пластины длиной 225 мм (символы) со скоростью, измеренной в эксперименте (фиг. 7, *б*). Графики показывают хорошее согласование



Фиг. 7. Профили скоростей жидкости под вершиной и впадиной волны Герстнера длиной 1480 мм, высотой 110 мм (*а*) и сравнение качественной теоретической оценки для чисел Фруда с экспериментальными результатами (*б*): *1* – впадина, *2* – горб волны, *3* – пластина, *4* – $\beta = 60°$, *5* – 90°, *6* – расчет для вертикальной пластины по модели волн Герстнера

теоретической и экспериментальной зависимостей. Видно, что для больших углов наклона, максимум эффекта движения навстречу волнам достигается при заглублении верхней кромки пластины на 0.5–1 амплитуду волны.

3. Влияние закрылка на движение пластины. На пластину устанавливался закрылок (в виде короткой дополнительной пластины той же ширины), под заданным углом γ к ее задней кромке. На фиг. 8 показано влияние угла установки закрылка длиной 205 мм на движение пластины длиной 500 мм против набегающих волн длиной 1.48 м (частотой 1.03 Гц). Нулевой угол соответствует установке закрылка параллельно невозмущенной поверхности, положительное значение угла – повороту закрылка вниз. Наклон пластины β составлял 19°. Видно сильное влияние закрылка на движение пластины. В частности, в диапазоне углов γ от –15° (отклонение вверх) до +20° тележка начинает двигаться против волн, набирает максимальную скорость и вновь останавливается. Таким образом, обнаружена сильная зависимость движения пластины от условий формирования течения при опрокидывании волн вблизи задней кромки. Сравнение движения против волн пластины без закрылка и с горизонтальным закрылком показывает, что влияние закрылка в этом случае незначительно, поскольку при опрокидывании волн вблизи задней кромки и без закрылка формируется течение, обеспечивающее тягу, близкую к оптимальной.



Фиг. 8. Влияние угла отклонения закрылка, укрепленного на верхней кромке пластины на скорость движения против волн: $H = 0$ (*1*), –16 мм (*2*)

4. Модель Буссинеска. Для теоретического описания обнаруженного эффекта рассматривается плоское безвихревое движение идеальной несжимаемой жидкости (плотность $\rho = \text{const}$) в поле силы тяжести ρg (g – ускорение свободного падения), со скоростью $\mathbf{v} = (u', w')$ и давлением p' в прямоугольной системе координат $Ox'z'$ (ось x' направлена горизонтально, ось z' – вертикально вверх). Жидкость движется над непроницаемым дном $z' = -h'(x')$, и имеет свободную поверхность $z' = \eta(x', t')$, при постоянном внешнем давлении. В невозмущенном состоянии $\eta(x', t') = 0$. В данной задаче присутствуют два характерных линейных масштаба: горизонтальный – L и вертикальный – h_0 (фиг. 1, *б*). Их отношение образует безразмерный параметр дисперсности среды $\mu = h_0/L$. Второй важный параметр задачи – степень ее нелинейности – это отношение амплитуды возмущений (a_0) к характерной глубине слоя жидкости (h_0): $\varepsilon = a_0/h_0$.

Безразмерные величины (без штрихов) вводятся аналогично [4]

$$x = \frac{x'}{L}, \quad z = \frac{z'}{h_0}, \quad t = t'\frac{\sqrt{gh_0}}{L}, \quad h = \frac{h'}{h_0}, \quad \eta = \frac{\eta'}{\varepsilon h_0}$$

$$p = \frac{p'}{\varepsilon\rho g h_0}, \quad u = \frac{u'}{\varepsilon\sqrt{gh_0}}, \quad w = \frac{w'}{\varepsilon^2\sqrt{gh_0}}$$

Движение описывается системой уравнений Эйлера с условием отсутствия завихренности. Интегрирование по вертикальной координате с учетом граничных условий позволяет исключить из уравнений независимое переменное z, если задать распределение скорости по глубине, например, в виде первых членов разложения Тейлора около некоторой точки $z = z_a(x)$:

$$u(x,z,t) \approx u_a + (z - z_a)u_z(x, z_a, t) + \frac{1}{2}(z - z_a)^2 u_{zz}(x, z_a, t) \tag{4.1}$$

Здесь $u_a = u(x, z_a, t)$. Выражение (4.1) представляет собой полином минимального (2-го) порядка, позволяющий учесть дисперсию волн. При отбрасывании в уравнениях членов порядка выше ε, μ^2 (в предположении $\varepsilon \sim \mu^2$), получается система Буссинеска из [4]

$$\frac{\partial}{\partial t}\eta + \frac{\partial}{\partial x}[(h+\varepsilon\eta)u_a] + \mu^2\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{z_a^{\,2}}{2} - \frac{h^2}{6}\right)h\frac{\partial^2}{\partial x^2}u_a + \left(z_a + \frac{h}{2}\right)h\frac{\partial^2}{\partial x^2}hu_a\right] = 0$$
$$\frac{\partial}{\partial t}u_a + \frac{\partial}{\partial x}\eta + \varepsilon u_a\frac{\partial u_a}{\partial x} + \mu^2\left[\frac{z_a^2}{2}\frac{\partial^3 u_a}{\partial x^2\partial t} + z_a\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial t}hu_a\right] = 0 \qquad (4.2)$$

где $\alpha = z_a^2/2h^2 + z_a/h$. Согласно приведенному в [4] исследованию дисперсии системы (4.2), значение $\alpha = -0.391$ (соответствующее $z_a = -0.532h$) обеспечивает наименьшее среднеквадратичное отклонение фазовой скорости решений линеаризованной системы (4.2) от скорости линейных волн над дном конечной глубины, в диапазоне волновых чисел κ, таких что $\mu\kappa h\,\mathrm{th}(\mu\kappa h) \in [0, \pi]$.

Масштабы длины по горизонтали и вертикали выбираются так, чтобы уровень дна перед началом наклона составлял $h = 1$, а тангенс угла наклона дна был равен единице: $h(x) = x - 1 + \delta$. Таким образом, уклон начинался при $x = \delta$ и заканчивался при $x = 1$.

Система (4.2) решалась с помощью четырехслойной по времени конечно-разностной схемы “предиктор-корректор” типа Адамса–Бэшфорта–Мултона [6] при начальных условиях покоя $\eta(x, 0) = u(x, 0) = 0$. Со стороны переднего заглубленного края пластины, при некотором большом отрицательном $x = x_-$, задавались граничные условия в виде нелинейной периодической волны, с экспоненциально возрастающей от нуля до заданной величины амплитудой

$$\eta_d(x_-,t) = \exp\left(-\frac{1}{10|x_- - Ct|^3}\right)\eta_w(x_-,t)$$
$$u_d(x_-,t) = \eta_d(x_-,t)$$

Здесь C – безразмерная скорость набегающей волны, рассчитанная из эксперимента по формуле $C = L_w f/(gL\beta)^{1/2}$, где f – частота набегающих волн, β – тангенс угла наклона пластины к горизонту, L_w – длина набегающей волны, L – масштаб длины по горизонтали. В качестве периодической функции $\eta_w(x, t)$ выбиралась либо волна Стокса, либо кноидальная волна с периодом и амплитудой, равными периоду и амплитуде набегающих волн в основном канале. При этом для больших заглублений переднего края пластины бралась волна Стокса пятого порядка, согласно разложению [8]

$$\eta_w(x,t) = \sum_{n=1}^{5} A_n\cos\left[\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)(x - Ct)\right]$$
$$A_1 = A, \quad A_2 = \frac{1}{2\kappa}\left[1 + \frac{17}{12}(\kappa A)^2\right](\kappa A)^2$$
$$A_3 = \frac{3}{8\kappa}(\kappa A)^3 + \frac{459}{384\kappa}(\kappa A)^5, \quad A_4 = \frac{1}{3\kappa}(\kappa A)^4, \quad A_5 = \frac{125}{384\kappa}(\kappa A)^5$$

Для малых наклонов пластины граничные условия задавались в более точном виде кноидальных волн

$$\eta_w(x,t) = 2\eta_{\min} + 2\mathrm{cn}^2\left(\frac{x - Ct}{\mu k\sqrt{4/3\varepsilon}}, k\right), \quad \eta_{\min} = -1 + \frac{K(k) - E(k)}{k^2K(k)}$$

Здесь k – эллиптический параметр, $K(k)$, $E(k)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода. Они вычислялись как укороченные до $n = 4$ суммы приведенных ниже разложений (см. [10], формулы 17.3.11–12)

$$K(k) = \frac{\pi}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{(2n)!}{2^{2n}n!^2}\right]^2 k^{2n}, \quad E(k) = \frac{\pi}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{(2n)!}{2^{2n}n!^2}\right]^2 \frac{k^{2n}}{1-2n}$$

Значение k подбиралось итерационно по заданной безразмерной скорости C набегающей волны согласно формулам, соотносящим безразмерный период τ и длину λ кноидальной волны с ее эллиптическим параметром k (см. [10] формулы (7) и (16))

$$\lambda = \mu\sqrt{\frac{16}{3}\frac{k^2}{2\varepsilon}}K(k), \quad C = \left[1 + \frac{2\varepsilon}{k^2}\left(1 - \frac{k^2}{2} - \frac{3}{2}\frac{E(k)}{K(k)}\right)\right], \quad \tau = \frac{\lambda}{C} \tag{4.3}$$

При этом итерационная формула имела вид

$$k = k^3 K(k) C\mu\sqrt{\frac{8}{3\varepsilon}} - 2\varepsilon\left(1 - \frac{k^2}{2} - \frac{3E(k)}{2K(k)}\right)$$

Функция эллиптический косинус $\mathrm{cn}(u, k)$ задавалась разложением в ряд Тейлора (см. [9], формулы 16.22)

$$\mathrm{sn}(u,k) = u - (1+k^2)\frac{u^3}{3!} + (1+14k^2+k^4)\frac{u^5}{5!} - (1+135k^2+135k^4+k^6)\frac{u^7}{7!} + \ldots$$

$$\mathrm{cn}(u,k) = \sqrt{1-\mathrm{sn}^2(u,k)}$$

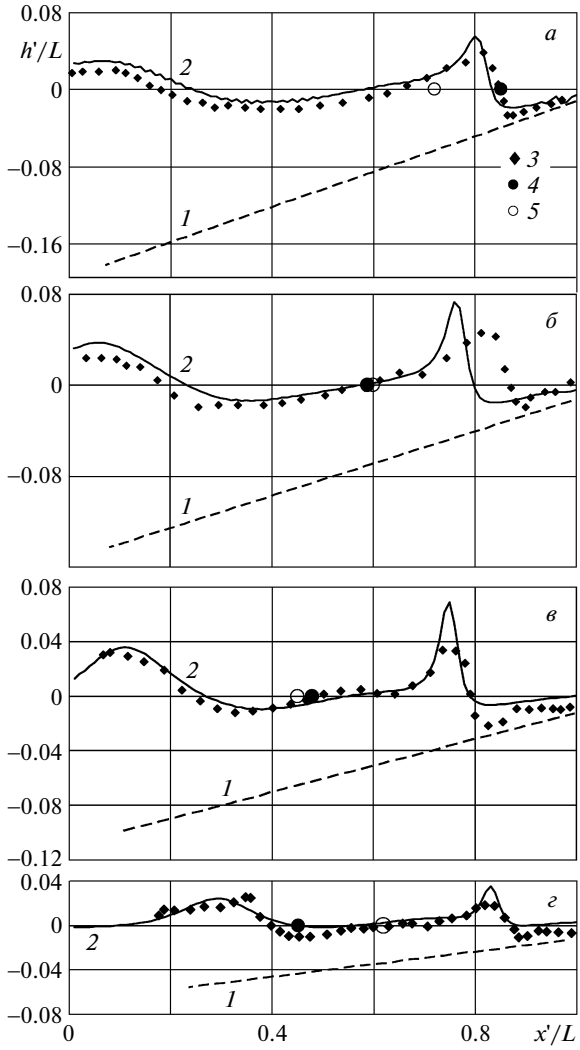
Перед началом уклона дна в расчетной области был задан достаточно протяженный участок слоя постоянной единичной глубины, так что на этом участке происходила перестройка заданного граничного возмущения в симметричные стационарные нелинейные волны на неглубокой воде (кноидальные волны). Чтобы избежать разрывов профиля дна, плохо влияющих на сходимость, за задним, более мелким краем пластины расчетная область продолжалась дальше в виде слоя постоянной глубины δ. Длина заднего участка расчетной области выбиралась достаточно большой, так что за время счета в области над пластиной не появлялось возмущений, отраженных от дальнего края расчетной области. Безразмерный шаг по пространству составлял 0.01, а по времени – 0.001333, что обеспечивало выполнение условия Куранта с хорошим запасом, при этом не сильно отражаясь на точности и скорости счета.

5. Результаты расчета и сравнение с экспериментом. Для верификации расчетной модели и интерпретации результатов было проведено сравнение численных решений с известными решениями полных уравнений Эйлера при накате уединенной волны на наклонный берег [6]. На левой границе расчетной области, на расстоянии одного масштаба длины от начала уклона (при $x_- = -1$) задавалось граничное условие в виде бегущей уединенной волны

$$\eta_d(x_-, t) = \mathrm{sech}^2\left[\frac{x_- - (1+\varepsilon/2)t + 2}{\mu\sqrt{4/(3\varepsilon)}}\right]$$

Глубина заднего горизонтального участка дна полагалась равной 0.01. Для случаев малых наклонов дна из [6] ($\mu = 0.067$; $\varepsilon = 0.03$; и $\mu = 0.125$; $\varepsilon = 0.02$) были построены профили волн в те же самые моменты времени. Полученные профили волн практически полностью совпадают с приведенными в [6].

За время нескольких периодов от начального состояния покоя решение над пластиной становилось с хорошей точностью периодическим. На фиг. 9 приведено сравнение результатов расчета с экспериментальными измерениями профиля волны произ-



Фиг. 9. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными при углах наклона пластины 10.5° (*а*), 8.1° (*б*), 5.5° (*в*), 3.3° (*г*): *1–3* – нормированные профили наклонного участка дна и волны, полученной теоретически и экспериментально; *4*, *5* – точка обрушения в расчетной и экспериментально наблюдаемой волне

веденными авторами для четырех различных углов наклона пластины длиной 1.25 м и набегающих волн частотой 1.14 Гц.

Оценка координаты точки обрушения производилась по критерию работы [6]: в момент обрушения скорость жидкости на поверхности, максимум которой достигается на гребне волны, равняется фазовой скорости волны. При оценке тяги пластины использовалась идеализация, согласно которой вся потенциальная энергии части жидкости, вовлеченной в обрушение, затрачивается исключительно на создание импульса струи, выбрасываемой назад за кромку пластины. Судя по эксперименту, процесс обрушения волны заключен по времени между двумя событиями: моментом, ко-

гда фронт волны становится вертикальным, и моментом, когда частицы, бывшие на гребне, в результате обрушения достигнут уровня невозмущенной поверхности. Пусть x_0, η_0 – координаты вершины гребня в начале обрушения, C_0 – его скорость в этот момент. Тогда, если обрушившиеся частицы находятся в свободном падении, координата точки, в которой частицы достигнут нулевого уровня, будет $x_1 = x_0 + C_0(2\eta_0)^{1/2}$.

Чтобы оценить массу и потенциальную энергию обрушившейся воды, рассматривается мгновенное распределение продольной скорости под гребнем в момент развитого обрушения.

Пусть $x_c(t)$ – закон движения гребня волны, $z_0(x_c(t))$ – вертикальная координата, в которой скорость жидкости под гребнем становится равной скорости гребня. Предполагается, что для $z > z_0$ жидкость под гребнем участвует в процессе обрушения. Тогда поток массы и потенциальной энергии через поверхность, на которой происходит обрушение

$$dm(t) = \int\limits_{z_0(x_c(t))}^{\eta(x_c(t),t)} u(x_c, z, t)\, dz, \quad dE(t) = \int\limits_{z_0(x_c(t))}^{\eta(x_c(t),t)} u(x_c, z, t) z\, dz$$

Для суммарных за период величин безразмерных массы и энергии получаются выражения

$$m = \int\limits_0^T \int\limits_{z_0(x_c(t))}^{\eta(x_c(t),t)} u\, dz\, dt = \int\limits_{t(x_0)}^{t(x_1)} \int\limits_{z_0(x_c(t))}^{\eta(x_c(t),t)} u\, dz\, dt$$

$$E = \int\limits_0^T \int\limits_{z_0(x_c(t))}^{\eta(x_c(t),t)} uz\, dz\, dt = \int\limits_{t(x_0)}^{t(x_1)} \int\limits_{z_0(x_c(t))}^{\eta(x_c(t),t)} uz\, dz\, dt$$

Здесь через $t(x) = x_c^{-1}(t)$ обозначена функция, обратная закону движения гребня $x_c(t)$.

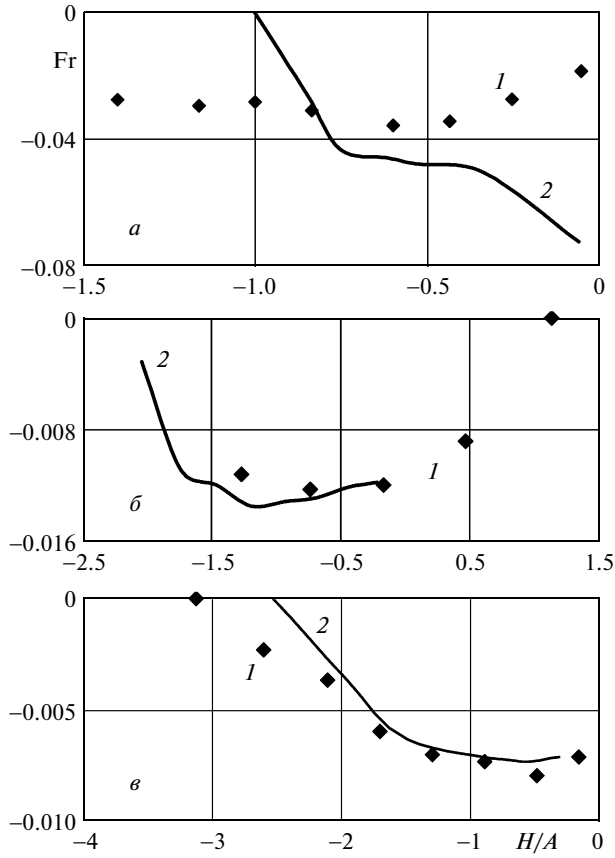
Оценка тяги возникающей струи производится с помощью формулы для импульса P твердого тела массы m, потенциальная энергия которого E полностью преобразовалась в кинетическую: $P = (2Em)^{1/2}$.

Для верификации координаты точки обрушения волны было проведено сравнение с результатами расчета наката солитона на наклонный берег из работы [11]. Расчет настоящей работы с теми же начальными условиями, что и в [11], дает безразмерную координату точки обрушения $x = 0.72$, в то время как в [11] передний фронт поверхности жидкости приобретает вертикальную касательную при $x = 0.83$ (в переменных настоящей работы), что можно считать хорошим совпадением.

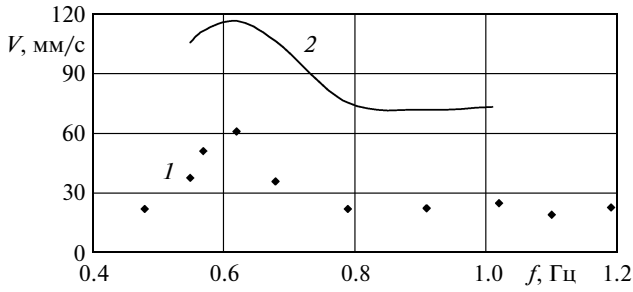
Поскольку в эксперименте удобно измерять не тягу, а среднюю скорость пластины, теоретические данные для силы тяги были пересчитаны по формуле (2.1) на скорость пластины, установленной под углом в бесконечном потоке. В (2.1) коэффициент $K = 0.2$ служит для учета колебательного движения пластины, он является универсальным для всех пластин и параметров волн и дает количественное соответствие с экспериментом.

На фиг. 10 приведены рассчитанные значения числа Фруда осредненного движения пластины в зависимости от заглубления задней кромки в сравнении с экспериментом для пластин длиной от 0.5 до 2.0 м при разных углах наклона.

На фиг. 11 даны измеренные в эксперименте и рассчитанные зависимости средней скорости от частоты волн. Видно, что оба графика показывают наличие максимума при частоте около 0.65 Гц. Этот результат имеет скорее качественное значение, поскольку теоретические данные были получены для волн постоянной амплитуды 30 мм,



Фиг. 10. Сравнение числа Фруда осредненного движения пластины в эксперименте (*1*) и в теории (*2*) в зависимости от относительного заглубления ее задней кромки: *а* – $L = 0.5$ м, $L_w = 1.48$ м, $A = 55$ мм, $\beta = 18°$; *б* – $L = 1.25$ м, $L_w = 3.09$ м, $A = 30$ мм, $\beta = 20°$; *в* – $L = 2$ м, $L_w = 3.09$ м, $A = 30$ мм, $\beta \sim 10°$



Фиг. 11. Зависимость средней скорости движения пластины от частоты набегающих волн при заглублении задней кромки 5 мм, длине пластины 500 мм, наклоне 18°: *1* – эксперимент, *2* – расчет

а в эксперименте амплитуда естественным образом зависела от частоты волн, имея максимум в 55 мм при частоте 1 Гц.

Заключение. На эксперименте в гидроканале исследована зависимость скорости движения тележки с пластиной от параметров волн, а также от глубины погружения, угла наклона и размеров пластины. Обнаружены два механизма воздействия волн на погруженную пластину. Первый не связан с опрокидыванием волн. Качественно эффект объяснен путем оценки средней за период силы, действующей на пластинку в поле течения волны Герстнера. Эксперименты подтверждают это качественное рассмотрение.

Второй механизм имеет место для достаточно длинных пластин при умеренных углах их наклона к набегающим волнам. Показано, что максимум эффекта движения против волн соответствует режиму опрокидывания волн около задней кромки пластины. Этот механизм исследован теоретически – изучено поведение нелинейных волн над наклонным дном в приближении Буссинеска. Полученные профили волн и координаты точки обрушения совпадают с измеренными в эксперименте. Использована простая методика расчета массы воды, участвующей в обрушении, и оценки потока импульса, возникающего при выносе обрушившейся воды за пределы волнового движения над пластиной. Рассчитанная средняя скорость пластины с точностью до коэффициента 0.2 совпадает с измеренной.

Проведены исследования влияния небольшого плоского закрылка на скорость дрейфа. Обнаружено, что угол установки закрылка сильно влияет на скорость дрейфа. При горизонтальном положении закрылка пластина движется против волн со скоростью незначительно большей, чем без закрылка. При отклонении закрылка вверх быстро нарастает скорость движения по волнам.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 08-08-00360а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Якимов А.Ю., Якимов Ю.Л.* Прямоточный волновой движитель судна // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика. Механика. 2005. № 4. С. 59–62.
2. *Madsen P.A., Schaffer H.A.* Higher order Boussinesq-type equations for surface gravity waves – derivation and analysis // Phil. Trans. R. Soc. Lond. A. 1998. V. 356. P. 3123–3181.
3. *Peregrine D.* Long waves on a beach // J. Fluid Mech. 1967. V. 27. P. 815–827.
4. *Nwogu O.* An alternative form of the Boussinesq equations for nearshore wave propagation // J. Waterway, Port, Coast. Ocean Engng. 1993. V. 119. P. 618–638.
5. *Carrier G.F., Greenspan H.P.* Water waves of finite amplitude on a sloping beach // J. Fluid Mech. 1958. V. 4. P. 97–109.
6. *Wei G., Kirby J.T., Grilli S.T., Subramanya R. A.* Fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Pt 1. Highly nonlinear unsteady waves // J. Fluid Mech. 1995. V. 294. P. 71–92.
7. *Longuet-Higgins M.S.* The Mean Forces Exerted by Waves on Floating or Submerged Bodies with Applications to Sand Bars and Wave Power Machines // Proc. R. Soc. Lond. A. 1977. V. 352. P. 463–480.
8. *Tsuji Y., Nagata Yu.* Stokes' expansion of internal deep water waves to the fifth order // J. Ocean. Soc. Japan. 1973. V. 29. P. 61–69.
9. *Abramowitz M., Stegun I.A.* Handbook of Mathematical Functions. Dover. N.Y., 1972. 1046 p.
10. *Wiegel R.L.* A presentation of cnoidal wave theory for practical application // J. Fluid Mech. 1960. V. 7. P. 273–286.
11. *Афанасьев К.Е., Стуколов С.В.* Накат уединенной волны на наклонный берег// Вестн. Омск. ун-та. 1998. Вып. 3. С. 9–12.
12. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. Ч. I. М.: Физматгиз, 1963. 584 с.

Москва

Поступила в редакцию
8.XI.2010