

# Новые алгоритмы бескарданной аэрогравиметрии: проверка на экспериментальных данных

В.С. Вязьмин  
МГУ имени М.В. Ломоносова  
Москва, Россия  
v.vyazmin@navlab.ru

А.А. Голован  
МГУ имени М.В. Ломоносова  
Москва, Россия  
aagolovan@yandex.ru

Ю.В. Болотин  
МГУ имени М.В. Ломоносова  
Москва, Россия  
ybolotin@yandex.ru

**Аннотация**—Представлены результаты разработки алгоритмов бескарданной аэрогравиметрии и их проверки на экспериментальных данных типового аэрогравиметрического полета, выполненного Датским техническим университетом в 2019 г. с аэрогравиметром iMAR. Разработанные алгоритмы охватывают все этапы постобработки аэрогравиметрических данных: решение задач спутниковой навигации, начальной и конечной выставок БИНС гравиметра, интеграции БИНС-СНС, оценивания силы тяжести. Последний этап рассмотрен в двух постановках – скалярной (оценивание вертикальной компоненты силы тяжести) и векторной (оценивание всех трех компонент). Решение скалярной задачи сведено к калмановской фильтрации и сглаживанию. По результатам обработки точность оценивания вертикальной компоненты составила 1.1 мГал при частоте среза фильтра 1/100 Гц (среднеквадратическое значение невязок в точках пересечения галсов). Решение задачи векторной аэрогравиметрии сведено к фильтру Калмана в информационной форме. Точность оценок горизонтальных компонент (характеризующих уклонение отвесной линии) оценена сравнением с данными EGM08 и составила 2 мГал (СКО), что является обнадеживающим результатом для векторной аэрогравиметрии.

**Ключевые слова**—бескарданная аэрогравиметрия, вектор силы тяжести, БИНС, фильтр Калмана.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Аэрогравиметрия на основе бескарданных инерциальных навигационных систем (БИНС) является в настоящее время одним из основных трендов развития аэрогравиметрии [1]. Это объясняется рядом преимуществ бескарданных аэрогравиметров перед традиционными платформенными – компактным размером, малым энергопотреблением, меньшей стоимостью, а также потенциальной возможностью измерять все три компоненты вектора силы тяжести (векторная аэрогравиметрия). В последние годы в мире были сделаны определенные успехи как в развитии аппаратной части бескарданных аэрогравиметров (повышение точности инерциальных датчиков, использование систем термостатирования, как, например, было реализовано компанией iMAR, Германия), так и в построении алгоритмов постобработки [2-5]. Достигнутые в данных работах точности оценивания аномалий силы тяжести весьма оптимистичны и, как показано, например, в [3], близки к результатам платформенной аэрогравиметрии с гравиметром Ла Коста и Ромберга (результаты более ранних аналогичных исследований представлены, например, в [6]).

Разработкой и совершенствованием алгоритмов бескарданной (как скалярной, так и векторной) и платформенной аэрогравиметрии в настоящее время занимаются

несколько научных групп в мире. К ним относятся зарубежные научные коллективы Технического университета Дармштадта, Датского технического университета, компании Sander Geophysics Ltd. (Канада), Главного управления картографии Турции, Национального университета оборонных технологий (Китай) и другие, а также российские научные коллективы Концерна «ЦНИИ «Электроприбор» и Лаборатории управления и навигации МГУ им. М.В. Ломоносова. Последняя разработала программное обеспечение для гравиметров GT1A/GT2A компании «Гравиметрические технологии» [7-9], а в 2010 г. приняла участие в испытаниях прототипа бескарданного аэрогравиметра GTX [10] разработки этой же компании. В 2020 г. Лаборатория провела постобработку экспериментальных данных бескарданного аэрогравиметра iMAR (основанного на БИНС навигационного класса точности), которые были любезно предоставлены ей Датским техническим университетом (профессором Рене Форсбергом). Настоящий доклад посвящен результатам выполненной постобработки данных iMAR.

При рассмотрении задачи бескарданной аэрогравиметрии, заключающейся в определении компонент вектора силы тяжести (одной вертикальной – в скалярном случае или всех трех – в векторном случае) нами выделяются следующие основные составляющие: математические модели спутниковой навигации, начальной и конечной выставок, интеграции БИНС и спутниковых навигационных систем (СНС), модели поля силы тяжести. Предложенные в данной работе алгоритмы учитывают все указанные составляющие и охватывают, таким образом, все этапы постобработки измерений бескарданной аэрогравиметрии. Особенностью предложенных алгоритмов, отличающей их от известных в литературе [2-5], является декомпозированная схема интеграции данных БИНС и СНС (отдельно рассматриваются горизонтальные и вертикальный каналы). Другой особенностью является форма уравнений ошибок БИНС, основанная на использовании вместо общепринятых (полных) ошибок координат и скоростей их представление в виде суммы так называемых кинематической и динамической ошибок [11].

В гравиметрической части (последний этап постобработки) нами рассматриваются отдельно задачи скалярной и векторной аэрогравиметрии при условии решения задачи интеграции БИНС-СНС для горизонтальных каналов. Предложенный алгоритм решения задачи скалярной бескарданной аэрогравиметрии основан на традиционном представлении вертикальной компоненты вектора силы тяжести во времени (в виде стационарного случайного процесса) и сведении задачи к калмановской фильтрации и сглаживанию. Решение задачи

векторной аэрогравиметрии основано на представлении поля силы тяжести в пространстве (локальная гармоническая модель в районе аэрогравиметрического полета) и фильтре Калмана в информационной форме. Выбор пространственной модели поля (вместо моделей во времени) вызван сложностью решаемой задачи, состоящей в наблюдаемости горизонтальных компонент вектора силы тяжести (уклонений отвесной линии) в комбинации с систематическими ошибками БИНС (угловыми ошибками, смещениями нулей датчиков и др.) [13]. Для отделения полезного сигнала от указанных ошибок в алгоритме используется априорная информация о пространственных свойствах поля (зависимость значений на соседних галсах полета, гармоничность во внешнем пространстве). Результаты теоретического анализа точности данного подхода и его проверки на модельных данных оптимистичны и представлены в [12, 14].

Предложенные в работе алгоритмы были проверены на данных аэрогравиметрического полета, выполненного с гравиметром iMAR Датским техническим университетом в 2019 г. над акваторией Дании. Данные включали первичные спутниковые измерения бортового приемника и наземной базовой станции (кодовые, доплеровские, фазовые), измерения инерциальных датчиков гравиметра и опорное значение силы тяжести на аэродроме. В докладе представлены характеристики точности БИНС гравиметра в полете и точности спутникового навигационного решения. Приведены результаты определения компонент вектора силы тяжести и оценки точности на основе анализа невязок в точках пересечения галсов и сравнения с данными глобальной модели гравитационного поля Земли.

## II. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИНТЕГРАЦИИ БИНС-СНС

В разделе рассматриваются математические модели каждого из этапов построенной методики постобработки данных бескарданной аэрогравиметрии и обсуждаются элементы разработанных алгоритмов.

### A. Модели спутниковой навигации

В данной работе решение задачи спутниковой навигации включает в себя вычисление координат и скоростей антенны бортового приемника СНС на основе комплексной обработки первичных измерений (многочастотных кодовых, доплеровских, фазовых) бортового приемника и наземных базовых станций (см. Раздел 2.2 в [1]). Особенность разработанных алгоритмов заключается в их предназначении специально для задачи аэрогравиметрии за счет, во-первых, доступности режима постобработки, во-вторых, тщательного контроля сбоя первичных спутниковых измерений, и, в-третьих, сделанного акцента на получении прежде всего высокоточных скоростных решений [15]. Опыт работы над программно-математическим обеспечением постобработки гравиметров GT1A/GT2A показал, что указанные особенности алгоритмов являются для задачи аэрогравиметрии принципиальными, что не всегда обеспечивается часто используемыми универсальными коммерческими программами (например, компании NovAtel Waypoint).

### B. Начальная и конечная выставки БИНС гравиметра

На начальной выставке определяется начальная ориентация приборного трехгранника БИНС по измерениям

инерциальных датчиков на стоянке летательного аппарата (самолета) на аэродроме. Здесь следует отметить, что задача решается в условиях ветровых воздействий на корпус самолета, воздействий от запуска и работы двигателей, возмущений, вызванных регламентными работами экипажа на борту самолета и т. п. Знание начальной ориентации БИНС гравиметра и применение отдельного алгоритма сглаживания показаний акселерометров при выставке [16] позволяет также определить постоянное смещение нулевого сигнала вертикального акселерометра гравиметра при условии известного наземного значения силы тяжести на аэродроме. После приземления самолета реализуется этап конечной выставки БИНС с целью определения и компенсации линейного дрейфа вертикального акселерометра за время полета.

### C. Модели интеграции БИНС и СНС

Опорными моделями бескарданной аэрогравиметрии являются уравнения автономного инерциального счисления БИНС, записанные в проекциях на оси географического трехгранника  $M_x$  (где  $M$  – приведенный центр блока акселерометров) с той или иной ориентацией в азимуте (географическая координатная сетка, относительно либо абсолютно свободная ориентация в азимуте; последние не имеют особенностей при навигации в полярных районах [11]); уравнения ошибок горизонтальных и вертикального каналов БИНС, а также модели инструментальных погрешностей инерциальных датчиков.

Уравнения ошибок БИНС детально изложены в [11], а также, например, в [17]. Здесь лишь отметим, что построение уравнений основано на введении вектора малого поворота  $\beta_x$  для описания взаимной ориентации модельного (вычисленного) географического трехгранника и так называемой виртуальной гироскопической платформы (квази-приборного трехгранника), а также введении вектора динамических ошибок скорости – разности модельной (полученной счислением) скорости и истинной, спроектированной на оси виртуальной гироскопической платформы.

Для описания инструментальных погрешностей акселерометров и гироскопов в приборном трехграннике  $M_z$  ( $\Delta f_z$  и  $v_z$  соответственно) в работе приняты модели:

$$\begin{aligned} \Delta f_z &= b_f + q_f, & v_z &= b_v + q_v, \\ \dot{b}_f &= 0, & \dot{b}_v &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $b_f$ ,  $b_v$  –  $3 \times 1$ -векторы смещений нулевых сигналов акселерометров и гироскопов соответственно,  $q_f$ ,  $q_v$  – центрированные белые шумы с известными интенсивностями.

Уравнения ошибок БИНС дополняются уравнениями корректирующих измерений, образуемых в виде разности модельных (полученных инерциальным счислением БИНС) координат и скоростей и позиционных и скоростных решений СНС, и приводятся в [11, 17].

При интеграции БИНС-СНС мы рассматриваем только уравнения для горизонтальных каналов и в правых частях соответствующих уравнений ошибок игнорируем горизонтальные компоненты вектора возмущения силы тяжести. Таким образом, фазовый вектор уравнений

ошибок БИНС имеет размерность 16 и включает следующие неизвестные:

$$\Delta\lambda, \Delta\varphi, \delta v_1, \delta v_2, \beta_x, b_f, b_v, \quad (2)$$

где  $\Delta\lambda, \Delta\varphi$  – погрешности географической долготы и широты соответственно,  $\delta v_1, \delta v_2$  – динамические ошибки относительной скорости,  $\beta_x$  – вектор кинематической ошибки БИНС (вектор малого поворота). Здесь для простоты изложения пренебрегли параметрами смещения антенны бортового приемника СНС относительно БИНС, а также ошибками из-за возможной рассинхронизации данных БИНС и СНС (см. по этому вопросу [18]).

Ставя стандартную линейную задачу оптимального стохастического оценивания и решая ее при помощи фильтра Калмана и сглаживания, определим оценку вектора состояния (2) в каждый момент времени. Таким образом, конечным результатом данного этапа постобработки являются оценки углов курса, крена и тангажа приборного трехгранника БИНС и смещений нулевых сигналов инерциальных датчиков.

#### D. Оценивание аномалии силы тяжести

В гравиметрической части (заключительном этапе постобработки) решается задача определения вертикальной компоненты вектора силы тяжести (аномалии) вдоль траектории полета летательного аппарата. По аналогии с платформенной [9], в бескарданной аэрогравиметрии мы рассматриваем только уравнение для вертикального канала, предполагая выполненными все предыдущие этапы постобработки.

Выпишем опорное уравнение для вертикального канала:

$$\dot{v}_{up} = g_{etv} - \gamma - \delta g_{up} + L_3^T f_z, \quad (3)$$

где  $v_{up}$  – истинная вертикальная скорость точки  $M$ ,  $g_{etv}$  – поправка Этвеша, вычисляемая по СНС,  $\gamma$  – вертикальная составляющая вектора нормальной силы тяжести (вычисляется по СНС),  $\delta g_{up}$  – искомая аномалия силы тяжести,  $f_z$  –  $3 \times 1$ -вектор удельной внешней силы в проекциях на оси приборного трехгранника  $Mz$  (измеряется акселерометрами БИНС),  $L_3$  – 3-й столбец матрицы перехода от географического трехгранника  $Mx$  к приборному  $Mz$ .

Уравнения ошибок вертикального канала бескарданной аэрогравиметрии строятся по аналогии с уравнениями платформенной аэрогравиметрии, рассмотренными в [8-9]. В состав фазового вектора включаются следующие переменные:

- ошибка вертикальной скорости, определяемая как разность модельной вертикальной скорости (полученной решением уравнения (3) с подстановкой в него измерений и без учета аномалии) и истинной вертикальной скорости;
- остаточные горизонтальные угловые ошибки, вызванные возможной неточностью определения ориентации приборного трехгранника на этапе

интеграции БИНС-СНС; предполагаются интегралами от белого шума;

- $3 \times 1$ -вектор остаточных смещений нулей акселерометров и поправка масштабного коэффициента вертикального акселерометра, полагаемые интегралами от белого шума.

Модель корректирующих измерений строится на основе разности модельной вертикальной скорости и вертикальной скорости СНС и приведена в [9].

Для замыкания уравнений ошибок введем модель аномалии силы тяжести во времени – в виде двойного интеграла от белого шума заданной интенсивности:

$$\delta \ddot{g}_{up} = q_g. \quad (4)$$

Далее ставится задача оптимального стохастического оценивания (решение определяется фильтром Калмана и сглаживанием).

### III. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ВЕКТОРНОЙ АЭРОГРАВИМЕТРИИ

В разделе рассматривается подход к определению всех трех компонент вектора силы тяжести на основе априорной модели поля силы тяжести *в пространстве*. Отметим, что введение априорных моделей *во времени* (например, (4)) для каждой из компонент в данной задаче не позволяет в достаточной степени отделить оценки горизонтальных компонент вектора силы тяжести от систематических ошибок БИНС [12-14]. В данной работе вводится априорная (локальная) модель поля силы тяжести в пространстве, которая учитывает информацию о пространственных свойствах поля в районе съемки (зависимость значений на соседних галсах, гармоничность возмущающего потенциала во внешнем пространстве) [12].

Исходным является уравнение (3), в котором под величиной  $\gamma$  в данном разделе понимается абсолютное значение вектора референцной модели силы тяжести, задаваемой данными глобальной (спутниковой) модели гравитационного поля низкого разрешения (например, [19]). Привлечение глобальной модели позволяет учесть информацию о длинноволновых составляющих поля, необходимую при его локальном определении (влияние «дальних зон») [20, 21].

Локальная модель поля основана на представлении (остаточного) возмущающего потенциала  $T$  в районе полета в виде линейной комбинации гармонических сферических скейлинг-функций Абеля-Пуассона  $\Phi_j$  и подробно обсуждается в [12, 20]. Остаточная аномалия силы тяжести (разность вертикальных компонент реальной и референцной силы тяжести) выражается в виде:

$$\delta g_{up}(\mathbf{r}(t)) = -\frac{\partial T(\mathbf{r}(t))}{\partial r} = -\sum_{i=1}^N a_i \frac{\partial \Phi_j(\mathbf{r}(t), \mathbf{y}_i)}{\partial r}, \quad (5)$$

где  $a_i$  – неизвестные коэффициенты параметризации потенциала,  $N$  – число коэффициентов параметризации в районе полета летательного аппарата,  $\Phi_j(\mathbf{r}, \mathbf{y}_i)$  – скейлинг-функция Абеля-Пуассона уровня детализации  $j$  с центром в точке  $\mathbf{y}_i$  (узел равномерной сетки на нижележащей референц-сфере) (рис. 1),  $r$  – длина радиус-вектора

г. Коэффициенты  $a_i, \dots, a_N$  предполагаются постоянными в течение полета:

$$\dot{a}_i = 0, \quad i = 1, \dots, N. \quad (6)$$

Дополнив уравнения ошибок вертикального канала уравнениями (5)-(6) (вместо (4)) получим замкнутую систему, для которой может быть поставлена задача оптимального стохастического оценивания. Решение задачи определяется фильтром Калмана, при этом используется информационная форма фильтра [22] из-за плохой обусловленности задачи (область параметризации шире области, на которой доступны измерения, см. рис. 1) [12]. На последнем шаге рекурсии фильтра обращается информационная матрица и вычисляется оценка вектора состояния (оценки коэффициентов  $a_i, \dots, a_N$ ). При обращении информационной матрицы используется регуляризация, так как матрица является вырожденной (подробнее см. [12]).

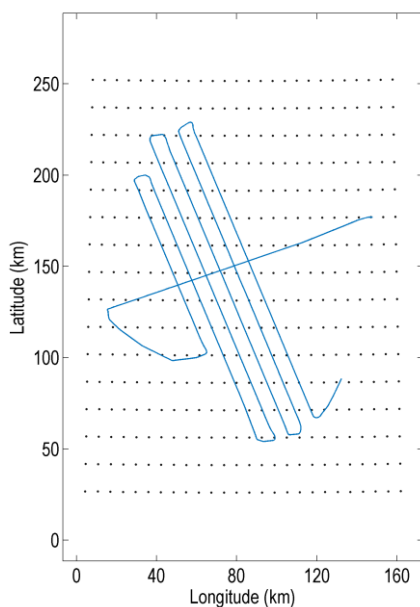


Рис. 1. Участок траектории полета на плоскости долготы-широты и центры скейлинг-функций в области параметризации потенциала.

По найденным оценкам коэффициентов параметризации потенциала вычисляются оценки горизонтальных компонент вектора силы тяжести на основе стандартных формул (дифференцированием потенциала) [23].

#### IV. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Ниже представлены результаты обработки данных аэрогравиметрического полета, выполненного Датским техническим университетом в 2019 г. над акваторией Данни (южная часть пролива Каттегат) с бескарданным аэрогравиметром iMAR (модель iNAT-RQH-4001). Траектория полета самолета включала 6 галсов север-юг на постоянной высоте 1260 м над референц-эллипсоидом (WGS-84) и один секущий галс восток-запад (рис. 2). Расстояние между соседними параллельными галсами – 7.5 км, длина – от 90 до 160 км. Средняя скорость самолета на галсах – 62 м/с. Общая продолжительность полета – 8 ч. Использовались два приемника СНС Javad – бортовой и наземный (базовый), установленный на аэро-

дроме Роскилле. Максимальная длина базовой линии – 150 км.

Данные, переданные Лаборатории управления и навигации МГУ, включали первичные измерения СНС на частоте 1 Гц, измерения акселерометров и гироскопов БИНС гравиметра (синхронизированные с данными СНС) на частоте 300 Гц, параметры смещения антенны бортового приемника СНС относительно гравиметра, а также истинное значение силы тяжести на аэродроме. Проведенная постобработка данных включала следующие этапы:

- 1) Определение координат и скоростей антенны бортового приемника СНС в фазово-дифференциальном режиме.
- 2) Определение начальной и конечной ориентации БИНС гравиметра (начальная и конечная выставки).
- 3) Определение смещения нулевого сигнала вертикального акселерометра на пред- и послеполетной стоянках самолета (начальная и конечная выставки БИНС). Компенсация линейного тренда в измерениях вертикального акселерометра.
- 4) Интеграция БИНС-СНС (для горизонтальных каналов).
- 5) Вычисление модельной вертикальной скорости.
- 6) Оценивание аномалии на основе модели силы тяжести во времени (4).
- 7) Оценивание вектора силы тяжести на основе модели силы тяжести в пространстве (5).



Рис. 2. Траектория аэрогравиметрического полета.

Ниже обсуждаются характеристики точности спутникового решения, автономного инерциального навигационного решения, интегрированного решения БИНС-СНС, результатов оценивания компонент вектора силы тяжести двумя алгоритмами – на основе модели во времени (4) и модели в пространстве (5).

##### А. Характеристики точности спутникового решения

Спутниковое навигационное решение (координаты, скорости GPS) было рассчитано по первичным измерениям приемников в фазово-дифференциальном режиме на частотах L1, L2 алгоритмами Лаборатории управления и навигации МГУ. Характеристики скоростного решения СНС на стоянках самолета приведены в табл. 1. Среднеквадратические отклонения (СКО) ошибок пози-

ционного решения (координат и высоты) на стоянках самолета равны 0.5 м для координат и 0.8 м для высоты. Количество спутников GPS в дифференциальном решении в течение полета составляло от 5 (на последнем галсе) до 11, среднее значение – 8.

ТАБЛИЦА 1. ХАРАКТЕРИСТИКИ СКОРОСТНОГО РЕШЕНИЯ СНС НА НАЧАЛЬНОЙ СТОЯНКЕ САМОЛЕТА.

| Компоненты скорости СНС | Статистика     |            |
|-------------------------|----------------|------------|
|                         | Среднее [мм/с] | СКО [мм/с] |
| Восточная               | -0.1           | 1.0        |
| Северная                | -0.1           | 1.0        |
| Вертикальная            | 0.0            | 2.0        |

### В. Автономное инерциальное навигационное решение

Подробный анализ погрешностей инерциальных датчиков гравиметра представлен, например, в [3]. По измерениям датчиков на начальной стоянке и известным координатам опорной точки были вычислены начальные углы курса, крена и тангажа БИНС гравиметра. Использовался алгоритм начальной выставки на качающемся основании [16] (запись датчиков выполнена при включенных двигателях самолета). Далее рассчитаны координаты, скорости и углы ориентации гравиметра на основе автономного инерциального счисления БИНС. На рис. 3-4 представлены ошибки координат и скорости БИНС за время полета (в качестве эталона использовались вычисленные координаты и скорости СНС). Результаты свидетельствуют как о классе точности БИНС (одна миля в ошибках координат накапливается за два часа), так и о хорошей точности начальной выставки.

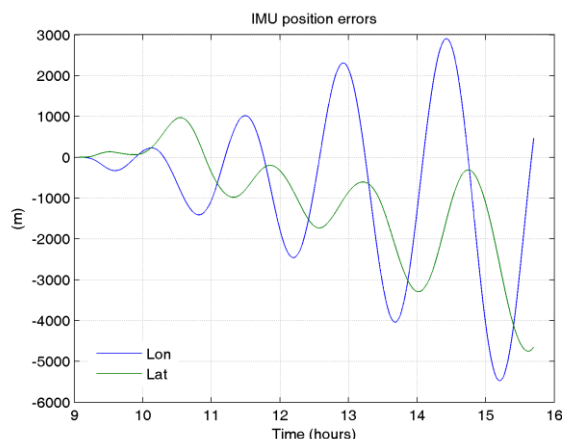


Рис. 3. Ошибки координат автономного инерциального навигационного решения: широта (зеленая линия) и долгота (синяя линия), [м].

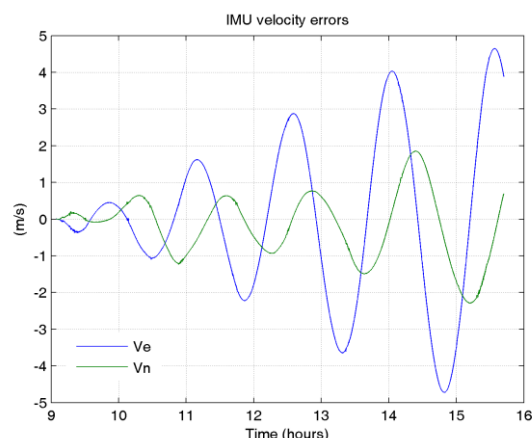


Рис. 4. Ошибки скорости автономного инерциального навигационного решения: восточная (синяя линия) и северная компоненты (зеленая линия), [м/с].

### С. Интегрированное навигационное решение

Интеграция данных БИНС и СНС выполнена для горизонтальных каналов в режиме оценивания (разомкнутый вариант интеграции). Вариант интеграции с введением в инерциальное счисление обратных связей не требовался благодаря хорошей точности автономного навигационного решения. Результатом интеграции БИНС-СНС являются вычисленные оценки углов курса, крена и тангажа БИНС и оценки смещений нулей инерциальных датчиков. Настройки фильтра Калмана (начальная матрица ковариаций и СКО шумов в системе) приведены в табл. 2.

На рис. 5 представлены оценки угловых ошибок построения вертикали виртуальной гиросплатформы (отсчитываемые в опорном географическом трехграннике) и азимутальной ошибки виртуальной гиросплатформы, отсчитываемой относительно вычисленного географического трехгранника. Величины оценок всех трех угловых ошибок не превосходят 3 угл. мин. на всем полете.

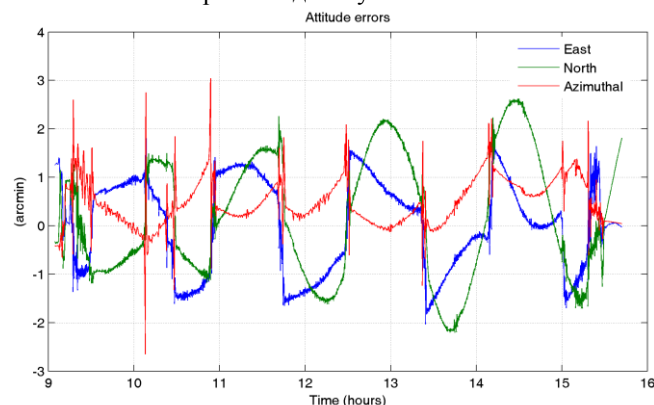


Рис. 5. Оценки угловых ошибок (результат интеграции БИНС-СНС): горизонтальные ошибки построения вертикали виртуальной гиросплатформы (синяя и зеленая линии) и азимутальная ошибка (красная линия), [угл. мин].

### Д. Оценивание аномалии силы тяжести на основе априорной модели во времени

Перед вычислением аномалии был оценен и скомпенсирован линейный тренд в показаниях вертикального акселерометра. Тренд был рассчитан по оценкам

смещений нуля вертикального акселерометра, определенным алгоритмом начальной и конечной выставки по измерениям на стоянках до и после полета, и составил +0.054 мГал/ч. Суммарный тренд за время полета составил +0.36 мГал.

Далее была вычислена модельная вертикальная скорость с использованием формулы Сомильяны (с поправкой за высоту) для расчета нормальной силы тяжести [22]. Затем при помощи фильтра Калмана была оценена аномалия силы тяжести на траектории полета на основе модели во времени (4). Оценки аномалии на галсах для фильтра с частотой среза 1/100 Гц приведены на рис. 6.

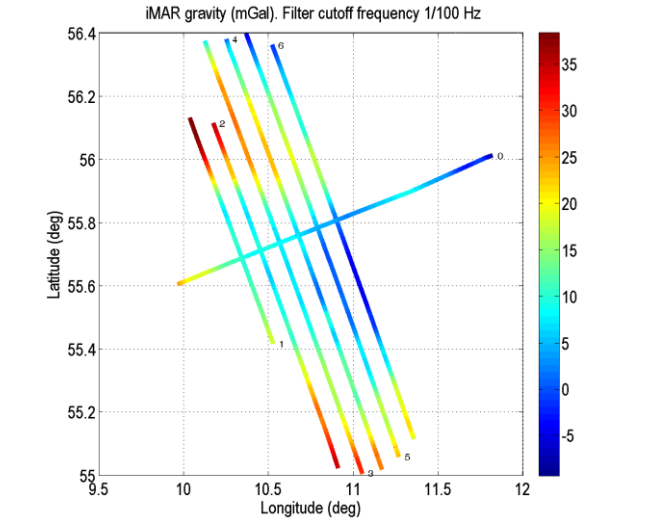


Рис. 6. Оценки аномалии силы тяжести на галсах при частоте среза фильтра 1/100 Гц (половина длины волны – 3 км), [мГал].

Статистика для невязок аномалии по пересечениям галсов приведена в табл. 3. Для фильтра с частотой среза 1/100 Гц (половина длины волны аномалии – 3 км) среднеквадратическое значение невязок равно 1.1 мГал (значение, разделенное на  $\sqrt{2}$ , равно 0.8 мГал). Оценки аномалии фильтрами с разными частотами среза (1/100 Гц и 1/160 Гц) приведены на рис. 7.

Результаты сравнения полученных оценок аномалии с данными глобальной модели EGM08 приведены в табл. 4, а также на рис. 7. В целом оценки хорошо согласуются с EGM08: СКО разности равно 1.5 мГал для фильтра с половиной длины волны 5 км. Среднее значение разности аномалии, вычисленной по измерениям гравиметра iMAR, и данных EGM08 равно -3 мГал, что говорит о смещении в одном из двух наборов данных. Отметим, что близкое значение для среднего получено также в [3] при сопоставлении других гравиметрических данных с моделью EGM08 в данном районе, что, по-видимому, свидетельствует о смещении в данных EGM08 в рассматриваемом районе.

### Е. Оценивание вектора силы тяжести на основе априорной модели в пространстве

Оценивание компонент вектора силы тяжести было выполнено алгоритмом на основе локальной модели поля силы тяжести в пространстве (5). В качестве референционной модели поля использовалась модель EGM08 в разложении до степени 120 (эквивалентно диапазону длин волн от 330 км и длиннее, определяемых по спутниковым измерениям). Отметим, однако, что более точной моделью в данном диапазоне длин волн является новая модель GOCO06s, которая учитывает, в отличие от EGM08, также данные спутниковой гравиградиентометрии [19].

На рис. 1 приведены центры скейлинг-функций в области параметризации остаточного возмущающего потенциала. Оценки коэффициентов параметризации получены при помощи фильтра Калмана в информационной форме. По ним были вычислены оценки компонент вектора силы тяжести (рис. 8-9), при этом каждой из компонент была возвращена длинноволновая составляющая из EGM08.

Для оценки точности результатов использовалась глобальная модель EGM08 в разложении до степени 2159. Анализ невязок в точках пересечения галсов в данном случае неинформативен, так как оценка на основе локальной модели поля уже является уравненной по галсам.

Статистика по сравнению оценки вектора силы тяжести, вычисленной по измерениям гравиметра iMAR, с EGM08 представлена в табл. 5. СКО разности оценок горизонтальных компонент и EGM08 равно 2 мГал (0.4 угл. сек.). Среднее значение равно -0.6 мГал для ошибки оценки восточной компоненты и -1.6 мГал для ошибки оценки северной компоненты. Большее значение среднего для ошибки северной компоненты объясняется большими ошибками на секущем галсе и на краях галсов север-юг.

ТАБЛИЦА 2. Начальные СКО элементов вектора состояния и СКО шумов в системе (при интеграции БИНС-СНС).

| Параметры вектора состояния                                 | Значения СКО       |                              |
|-------------------------------------------------------------|--------------------|------------------------------|
|                                                             | Начальные значения | Шум в системе                |
| Ошибки координат (широта, долгота) [м]                      | 5                  | 0                            |
| Динамические ошибки скорости $\delta v_1, \delta v_2$ [м/с] | 0.1                | 5 – 10 м/с/ $\sqrt{c}$ *     |
| Угловые ошибки [угл. мин.]                                  | [1,1,10]           | 0.2 угл. сек./ $\sqrt{c}$ ** |
| Смещения нулей акселерометров [м/с <sup>2</sup> ]           | 0.01               | 0                            |
| Смещения нулей гироскопов [°/ч]                             | 0.01               | 0                            |

\*СКО шума акселерометров в комбинации с шумом гироскопов, умножаемым на скорость самолета. \*\*СКО шума гироскопов [3].

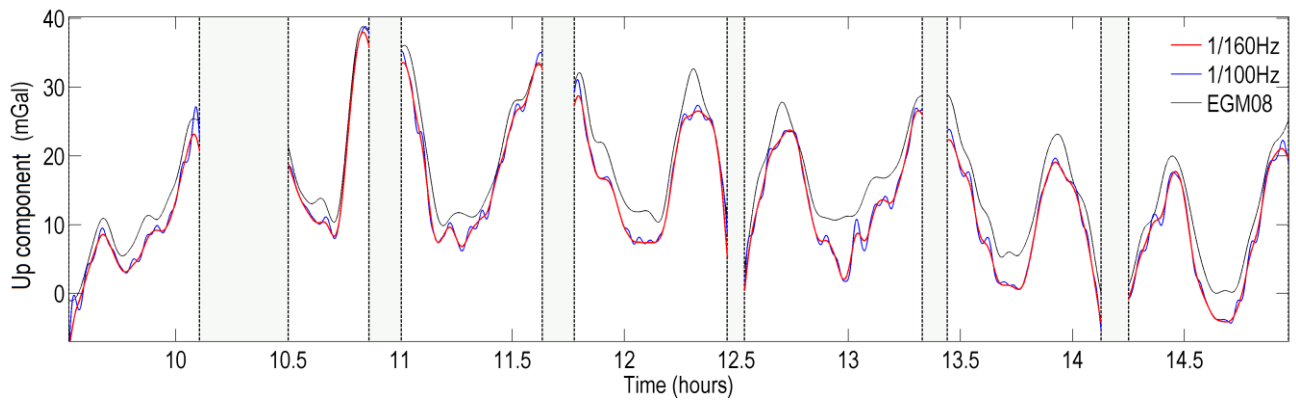


Рис.7. Аномалия силы тяжести на галсах: оценки по измерениям гравиметра iMAR фильтром на основе модели во времени (4) с частотой среза 1/100 Гц (синяя линия) и 1/160 Гц (красная линия) и данные EGM08 (черная линия), [мГал]. Выделенные цветом области – интервалы разворотов самолета.

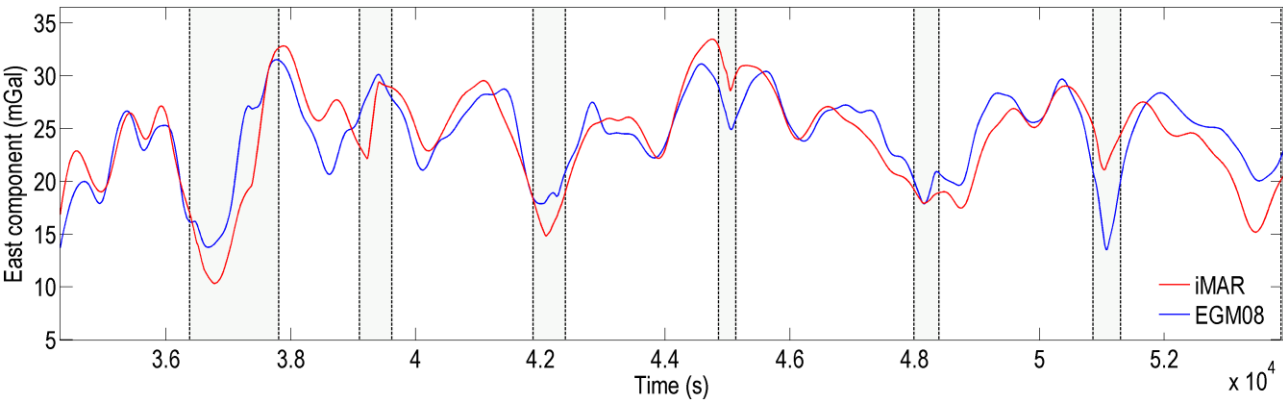


Рис.8. Восточная компонента вектора силы тяжести: оценка по измерениям гравиметра iMAR на основе модели в пространстве (5) (красная линия) и данные EGM08 (синяя линия), [мГал]. Выделенные цветом области – интервалы разворотов самолета.

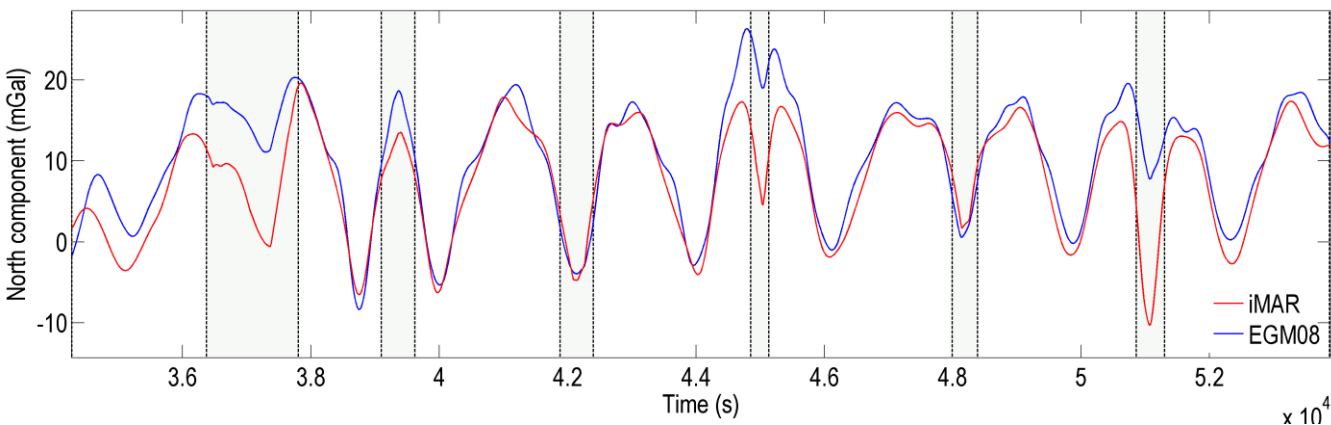


Рис.9. Северная компонента вектора силы тяжести: оценка по измерениям гравиметра iMAR на основе модели в пространстве (5) (красная линия) и данные EGM08 (синяя линия), [мГал]. Выделенные цветом области – интервалы разворотов самолета.

ТАБЛИЦА 3. СТАТИСТИКА ПО НЕВЯЗКАМ ОЦЕНКИ АНОМАЛИИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ (4) В ТОЧКАХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ГАЛСОВ.

| Параметр       | Значение при разных частотах среза фильтра |                    |
|----------------|--------------------------------------------|--------------------|
|                | 1/100 Гц<br>(3 км)                         | 1/160 Гц<br>(5 км) |
| Среднее [мГал] | 0.6                                        | 0.5                |

| Параметр                             | Значение при разных частотах среза фильтра |                    |
|--------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------|
|                                      | 1/100 Гц<br>(3 км)                         | 1/160 Гц<br>(5 км) |
| СКО [мГал]                           | 1.0                                        | 1.0                |
| Ср.-кв. значение [мГал]              | 1.1                                        | 1.0                |
| Ср.-кв. значение / $\sqrt{2}$ [мГал] | 0.8                                        | 0.7                |

\*Рядом с частотой среза указана половина длины волны аномалии.

ТАБЛИЦА 4. РЕЗУЛЬТАТЫ СРАВНЕНИЯ ОЦЕНКИ АНОМАЛИИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ (4) С ДАННЫМИ EGM08.

| Параметр       | Значение при разных частотах среза фильтра |                    |
|----------------|--------------------------------------------|--------------------|
|                | 1/100 Гц<br>(3 км)                         | 1/160 Гц<br>(5 км) |
| Среднее [мГал] | -2.9                                       | -3.1               |
| СКО [мГал]     | 1.7                                        | 1.5                |

\*Рядом с частотой среза указана половина длины волны аномалии.

ТАБЛИЦА 5. РЕЗУЛЬТАТЫ СРАВНЕНИЯ ОЦЕНКИ ВЕКТОРА СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ (5) С ДАННЫМИ EGM08.

| Параметр       | Компоненты вектора силы тяжести |          |              |
|----------------|---------------------------------|----------|--------------|
|                | Восточная                       | Северная | Вертикальная |
| Среднее [мГал] | -0.6                            | -1.6     | -2.7         |
| СКО [мГал]     | 2.2                             | 2.0      | 1.6          |

## V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложены алгоритмы бескарданной аэрогравиметрии, выполняющие все этапы постобработки данных: решение задач спутниковой навигации, начальной и конечной выставок, интеграции БИНС-СНС, оценивания компонент вектора силы тяжести. Особенности алгоритмов являются разделением моделей интеграции БИНС-СНС на горизонтальные и вертикальный каналы и использование алгоритмов начальной и конечной выставок для определения линейного тренда вертикального акселерометра БИНС. Разработанные алгоритмы были успешно проверены на экспериментальных данных гравиметра iMAR, что подтверждается оценкой точности полученных результатов (оценок аномалии силы тяжести) на уровне 1 мГал (среднеквадратическое значение невязок в точках пересечения галсов).

Получены также оценки горизонтальных компонент вектора силы тяжести (характеризующих отклонение отвесной линии) алгоритмом на основе априорной локальной модели поля силы тяжести в пространстве. Точность оценивания составила 2 мГал (СКО) на основе сопоставления с моделью EGM08. Требованиями алгоритма является наличие нескольких параллельных галсов и информация о длинноволновых составляющих поля силы тяжести на галсах. Последнее требование обеспечивается глобальными (спутниковыми) моделями низкого разрешения.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы сердечно благодарят профессора Рене Форсберга и Тима Йенсена из Датского технического университета за предоставленные экспериментальные данные.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] **Современные методы и средства** измерения параметров гравитационного поля Земли. Под общ. ред. Пешехонова В.Г., науч. ред. Степанова О.А. СПб.: АО "Концерн "ЦНИИ "Электронприбор", 2017. 390 с.

[2] **Becker D., Nielsen J.E., Ayres-Sampaio D., Forsberg R., Becker M., Bastos L.** Drift reduction in strapdown airborne gravimetry using a simple thermal correction. *J. Geod.* 2015. 89:1133–1144.

[3] **Jensen T.E., Olesen A.V., Forsberg R., Olsson P.-A., Josefsson Ö.** New results from strapdown airborne gravimetry using temperature stabilisation. *Remote Sens.* 2019. 11, 2682.

[4] **Simav M., Becker D., Yildiz H., Hoss M.** Impact of temperature stabilization on the strapdown airborne gravimetry: a case study in Central Turkey. 2020. *J. Geod.* 94, 41.

[5] **Ayres-Sampaio D., Deurloo R., Bos M., Magalhaes A., Bastos L.** A comparison between three IMUs for strapdown airborne gravimetry. *Surv. Geophys.* 2015. 36(4):571–586.

[6] **Glennie C., Schwarz K.P., Bruton A.M., Forsberg R., Olesen A.V., Keller K.** A comparison of stable platform and strapdown airborne gravity. *J. Geod.* 2000. 74:383–389.

[7] **Бержицкий В.Н., Болотин Ю.В., Голован А.А., Ильин В.Н., Парусников Н.А., Смоллер Ю.Л. и др.** Инерциально-гравиметрический комплекс МАГ-1 (GT-1A). Опыт разработки и результаты летных испытаний. *Гироскопия и навигация*, 2002. Т. 38, № 3. С. 104–116.

[8] **Голован А.А., Болотин Ю.В., Парусников Н.А.** Математические модели аэрогравиметрической систем на базе корректируемого гироскопического блока. *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*. 2003. Т. 4. С. 4–12.

[9] **Bolotin Y.V., Golovan A.A.** Methods of inertial gravimetry. *Moscow University Mechanics Bulletin*. 2013. 68(5):117–125.

[10] **Смоллер Ю.Л., Юрист С.Ш., Богданов О.Н., Болотин Ю.В., Голован А.А., Козлов А.В.** Результаты испытаний на яхте бескарданного гравиметра GT-X. *Материалы XIX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. ЦНИИ Электронприбор*. 2012. С. 172–174.

[11] **Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А.** Математические основы инерциальных навигационных систем. М.: Изд-во Московского университета. 2020. 164 с.

[12] **Vyazmin V.S.** New algorithm for gravity vector estimation from airborne data using spherical scaling functions. In: *International Association of Geodesy Symposia*. Springer, Berlin, Heidelberg. 2020. P. 1–8.

[13] **Jekeli C., Kwon J.H.** Results of airborne vector (3-D) gravimetry. *Geoph. Res. Lett.* 1999. 26(23):3533–3536.

[14] **Bolotin, Y.V., Vyazmin, V.S.** Spectral analysis of the airborne vector gravimetry problem. *J. Math. Sci.* 2021. 253:778–795.

[15] **Golovan A.A., Vavilova N.B.** Satellite navigation. Raw data processing for geophysical applications. *J. Math. Sci.*, 2007. 146(3):5920–5930.

[16] **Баранцев Г.О., Голован А.А., Кузнецов П.Ю.** Модели задачи начальной выставки бескарданной навигационной инерциальной навигационной системы при угловом движении основания. *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*. 2021. [В печати]

[17] **Зорина О.А., Измайлов Е.А., Кухтевич С.Е., Портнов Б.И., Фомичев А.В., Вавилова Н.Б. и др.** О расширении возможностей интеграции инерциальных и спутниковых навигационных систем для авиационных приложений. *Гироскопия и навигация*. 2017. № 2. С. 18–34.

[18] **Vavilova N.B., Golovan A.A., Kozlov A.V., Papusha I.A., Zorina O.A., Kukhtevich S.E. et al.** Impact of antenna displacement and time delays of GNSS solutions on the INS-GNSS complex data fusion algorithm. In: *27th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*. St. Petersburg, Russia, 2020, pp. 1–3.

[19] **Kvas A., Brockmann J.M., Krauss S., Schubert T., Gruber T., Meyer U. et al.** GOCO06s – a satellite-only global gravity field model. *Earth System Science Data*. 2021. 13(1):99–118.

[20] **Klees R., Tenzer R., Prutkin I., Wittwer T.** A data-driven approach to local gravity field modelling using spherical radial basis functions. 2008. *J. Geod.* 82:457–471.

[21] **Пешехонов В.Г.** Проблема уклонения отвесной линии в высокоточной инерциальной навигации. *Гироскопия и навигация*. 2020. Т. 28. №4 (111). С. 3–15.

[22] **Kailath, T., Sayed, A. H., Hassibi, B.** Linear estimation. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 2000.

[23] **Torge W.** Geodesy. Walter de Gruyter, Hawthorne. 2001.