

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Пикалов Антон Михайлович

**Дискретные магنونные и плазмонные волноводы и
плазмон-магنونное взаимодействие**

01.03.12 (01.04.11) – “Физика магнитных явлений”

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научные руководители:

Доктор физико-математических наук, профессор

Грановский Александр Борисович

Доктор физико-математических наук, доцент

Дорофеев Александр Викторович

Москва – 2021

Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Литературный обзор.....	13
1.1. Поверхностные и локализованные плазмоны.....	13
1.2. Дискретные плазмонные волноводы.....	14
1.3. Дискретные магنونные волноводы.....	21
1.4. Магنونные вычисления.....	23
1.5. Терагерцовая магنونика.....	36
Глава 2. Общая теория дискретных волноводов.....	39
Глава 3. Плазмонные цепочки.....	48
3.1. Цепочка сферических наночастиц.....	48
3.2. Цепочки наночастиц сложной формы.....	54
3.3. Основные результаты и выводы первой главы.....	63
Глава 4. Магنونные цепочки.....	64
4.1. Одиночная цепочка.....	64
4.2. Двойная цепочка.....	74
4.3. Основные результаты и выводы второй главы.....	83
Глава 5. Плазмон-магنونное взаимодействие.....	84
5.1. Цепочка составных частиц.....	85
5.2. Система антиферромагнетик-графен.....	87
5.3. Основные результаты и выводы третьей главы.....	95
Основные результаты и выводы.....	96
Литература.....	99

Введение

Актуальность

В последнее время происходит резкое замедление экспоненциального роста вычислительной мощности вычислительных КМОП-устройств, наблюдавшегося на протяжении предыдущих десятилетий и называемого законом Мура. Это связано с физическими и технологическими ограничениями данной технологии: увеличением тепловыделения и токов утечки при уменьшении размеров транзисторов[1]. В связи с этим исследователи находятся в активном поиске новых принципов, которые могли бы стать основой для вычислительных устройств нового поколения, работающих за пределами закона Мура (beyond Moor's computing). Две перспективные области исследований в этом направлении – плазмоника и магноника.

Плазмоника – это область электродинамики на стыке с оптикой, изучающая электромагнитные явления в присутствии металлов на оптических частотах (до ~ 1000 ТГц). В основе нее лежит явление поверхностного плазмонного резонанса – коллективного колебания электронов проводимости в приповерхностном слое металла при взаимодействии с электромагнитной волной. Такие колебания, распространяющиеся вдоль поверхности, называются поверхностными плазмонами. Характерной особенностью поверхностных плазмонов является то, что их длины волн – а, следовательно, и поперечные размеры – намного меньше, чем длины свободных электромагнитных волн той же частоты. Это, а также то, что поверхностные плазмоны имеют свойство локализовываться на поверхностных неоднородностях, позволяет масштабировать плазмонные устройства до нанометровых размеров. В совокупности с высокими частотами (на несколько порядков превышающими частоты работы КМОП-устройств) это делает поверхностные плазмоны перспективными носителями информации для вычислительных устройств нового поколения[2-5].

В свою очередь, магنونика – раздел физики магнитных явлений, в котором изучаются линейные и нелинейные колебания намагниченности и возможности прикладного применения спиновых волн – волн намагниченности в магнитном материале, также называемых магнонами [6-10]. Наиболее ярко спиновые волны проявляются при магнитном резонансе. В случае ферромагнитного резонанса частоты спиновых волн составляют несколько гигагерц, что сопоставимо с частотой работы КМОП-устройств. Однако, эта частота может быть значительно увеличена путем использования антиферромагнитного резонанса, частота которого составляет от нескольких сотен гигагерц до нескольких терагерц, либо при помощи коротковолновых (сопоставимых с периодом кристаллической решетки) спиновых волн. В последнем случае частота спиновых волн может составлять до нескольких десятков терагерц. Другими преимуществами магنونики перед полупроводниковыми вычислительными устройствами являются: отсутствие джоулевого тепла, что приводит к большим длинам свободного пробега магнонов; малые длины спиновых волн, что позволяет масштабировать магنونные устройства до наноскопических размеров.

Использование волновых явлений (в том числе, плазмонов и магнонов) для обработки информации имеет также еще одно значительное преимущество перед традиционными средствами, а именно наличие новых степеней свободы для кодирования информации – фазы и частоты, которые открывают возможность создания принципиально новых логических устройств (например, основанных на явлении интерференции)[11]. Все это также делает устройства на основе магنونики вероятными кандидатами на замену современным полупроводниковым устройствам.

Однако, несмотря на почти 100 летнюю историю исследований (термин плазмон был введен в 1952 г, а спиновые волны были предсказаны Ф. Блохом в 1930 г) многие вопросы распространения плазмонов и магнонов в дискретных волноводах – то есть в цепочках сферических частиц и частиц сложной формы

– не решены, а единичные попытки объединения плазмоники и магноники не привели к положительным результатам. Создание новых материалов с высокими частотами антиферромагнитного резонанса, перспективными для антиферромагнитной спинтроники, и открытие графеноподобных материалов, у которых плазмонные частоты лежат в терагерцовом диапазоне, открывает новые возможности для реализации плазмон-магنونного взаимодействия.

Цели и задачи исследования

Целью диссертационной работы являлось исследование плазмонных и магنونных дискретных волноводов, а также изучение возможности плазмон-магنونного взаимодействия.

В соответствии с поставленной целью решались следующие задачи:

- 1) Разработать общую теорию дискретных волноводов
- 2) Применить ее к плазмонным и магنونным дискретным волноводам, а именно, определить дисперсионные характеристики бесконечной одномерной цепочки плазмонных частиц сферической и сложной формы, одинарной и двойной цепочки ферромагнитных частиц
- 3) Найти условия, при которых может происходить эффективное плазмон-магنونное взаимодействие, и определить, к каким эффектам оно будет приводить

4) Научная и практическая значимость

- 5) Полученные результаты расширяют представления о распространении плазмонов и магнонов в дискретных волноводах и об условиях возникновения эффективного плазмон-магنونного взаимодействия. Развитая общая универсальная теория позволяет рассчитывать дисперсионные характеристики волноводов различных видов, что необходимо для проектирования волноводов с заданными свойствами. Обнаруженный эффект биения мод магнонов в параллельных цепочках

может использоваться для управления спин-волновыми сигналами при помощи внешнего поля. Эффект плазмон-магнонного взаимодействия может быть полезен при разработке устройств терагерцовой магноники и оптимизации способов генерации и управлении магнонами.

Научная и практическая значимость

Полученные результаты расширяют представления о распространении плазмонов и магнонов в дискретных волноводах и об условиях возникновения эффективного плазмон-магнонного взаимодействия. Развитая общая универсальная теория позволяет рассчитывать дисперсионные характеристики волноводов различных видов, что необходимо для проектирования волноводов с заданными свойствами. Обнаруженный эффект биения мод магнонов в параллельных цепочках может использоваться для управления спин-волновыми сигналами при помощи внешнего поля. Эффект плазмон-магнонного взаимодействия может быть полезен при разработке устройств терагерцовой магноники и оптимизации способов генерации и управлении магнонами.

Методология и методы исследования

Исследование выполнялось при помощи построения математических моделей изучаемых систем. Численные расчеты выполнялись в среде Wolfram Mathematica, численное моделирование – в программе COMSOL Multiphysics.

Положения, выносимые на защиту

1. Развитая универсальная теория дискретных волноводов при использовании метода полилогарифмов и аппроксимации функции взаимодействия между дискретными частицами в виде обратнo-степенной функции позволяет определить дисперсионные характеристики бесконечных и конечных плазмонных и магнонных цепочек частиц произвольной формы.

2. В параллельных цепочках магنونных частиц происходит периодическое перетекание распространяющейся спиновой волны из одной цепочки в другую и обратно с периодом, зависящим от частоты волны и внешнего магнитного поля.
3. Эффективное плазмон-магنونное взаимодействие возможно лишь при близких характерных частотах плазмонов и магнонов и критически зависит от затухания магнонов. В двухслойной системе антиферромагнетик-графен вблизи частоты антиферромагнитного резонанса плазмон-магنونное взаимодействие приводит к возбуждению антиферромагнитного резонанса в приповерхностном слое антиферромагнетика и резкому изменению волнового числа и длины распространения плазмона на графене.

Достоверность результатов

Достоверность полученных результатов определяется использованием апробированных теоретических методов, перекрестной проверкой различных теоретических моделей, согласием полученных в частных предельных случаях результатах с литературными данными.

Личный вклад автора

Все результаты, представленные в работе, получены либо лично автором, либо при его непосредственном участии.

Апробация работы и публикации

Основные результаты диссертационной работы были представлены в виде устных и стендовых докладов на 6 Российских и международных конференциях (тезисы которых опубликованы в соответствующих сборниках):

Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (Москва, 2017, 2019, 2020), конференция ИТПЭ (Москва, 2016, 2019, 2021), Moscow International Symposium on Magnetism (Москва, 2017), международный симпозиум “Нанофизика и наноэлектроника” (Нижний Новгород, 2020), Международная конференция «Новое в магнетизме и магнитных материалах» (Москва, 2021).

По материалам диссертации опубликовано 6 работ в Российских и зарубежных журналах и в сборниках трудов конференций. Список приведен в конце диссертации.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, шести глав с основными результатами и выводами, списка литературы из 92 наименования. Общий объем работы составляет 108 страниц, включая 27 рисунков и 1 таблицу.

Содержание диссертации

Во Введении обосновывается актуальность проведенных исследований, формулируются цели и задачи исследований, излагается практическая значимость и научная новизна результатов, полученных в ходе выполнения работы.

В Главе 1 дается экскурс в историю различных подходов к теоретическому описанию плазмонных и магнонных дискретных волноводов, разработанных ранее, затрагивается область терагерцовой магноники и описан ряд устройств магноники для осуществления логических операций.

В разделе 1.1 дается краткое введение в плазмонику, описываются основные типы плазмонов.

В разделе 1.2 перечисляются подходы к изучению дискретных плазмонных волноводов, способы нахождения их дисперсионных характеристик.

В разделе 1.3 перечисляются результаты, полученные сегодня для дискретных магنونных волноводов.

В разделе 1.4 перечисляется ряд схем устройств для магنونных вычислений, описываются принципы их работы, достоинства и недостатки.

В разделе 1.5 освещается вопрос взаимодействия магнонов в антиферромагнетиках с электромагнитным полем, в частности описывается физика антиферромагнитных магнонов в системах антиферромагнетик-диэлектрик и графен-антиферромагнетик.

В Главе 2 излагается общий подход к теоретическому исследованию дискретных волноводов, который может применяться к плазмонным, магنونным и другим волноводам при разных параметрах. Показывается способ решения задачи о возбуждении волновода точечным источником (то есть нахождения функции Грина) и выделения отдельных вкладов в полное решение, нахождения дисперсионных соотношений плазмонных/магنونных вкладов и пространственных профилей затухания.

В Главе 3 приводятся результаты для плазмонных цепочек наночастиц.

В разделе 3.1 описывается цепочка сферических наночастиц при различных материальных параметрах. Решается задача возбуждения цепочки точечным источником (то есть задача о нахождении функции Грина). Находятся три вклада в общее решение – сильный плазмон, слабый плазмон и решение с непрерывным спектром. Для слабого и сильного плазмонов рассчитываются дисперсионные кривые при различных материальных параметрах. Для всех трех решений строятся пространственные профили. Наконец, профиль полного решения сравнивается с решением для конечной цепочки.

Сильный плазмон имеет узкую полосу пропускания в окрестности резонансной частоты одиночной частицы, в то время как слабый плазмон существует в широкой области частот. При этом амплитуда и величина затухания слабого плазмона намного меньше, чем сильного. Слабый плазмон существует только при не слишком большом затухании и только в поперечной поляризации. При достаточно же малой диссипации (вообще говоря, в случае без диссипации) происходит вырождение слабого и сильного плазмона выше определенной частоты. Волна с непрерывным спектром имеет малую начальную амплитуду, однако в силу неэкспоненциального профиля затухания она оказывается доминирующей на больших расстояниях от источника.

В разделе 3.2 описывается аксиальная цепочка кольцевых резонаторов. Приводится модель одиночного резонатора, а также результаты численного моделирования. Описывается аппроксимационный подход, позволяющий с высокой точностью находить дисперсионные соотношения в цепочках плазмонных частиц сложной формы.

Показано, что в такой цепочке существуют те же три решения, что и в цепочке сферических частиц; таким образом, общий вид решений не зависит от формы частиц. Для слабого и сильного плазмонов рассчитываются дисперсионные кривые, для всех трех решений строятся пространственные профили. Профиль полного решения сравнивается с решением для конечной цепочки.

В Главе 4 приводятся результаты для цепочек магнитных частиц.

В разделе 4.1 описывается цепочка эллипсоидальных магнитных частиц. Для начала решается задача равновесного статического положения магнитных моментов под действием внешнего поля, а затем находятся дисперсионные соотношения спиновых волн. Определяется зависимость этих соотношений от параметров частиц, в частности дается аналитическое выражение для ширины разрешенной зоны. Решается задача для конечной цепочки, профиль полного

решения сравнивается с решением для конечной цепочки, а также находятся краевые моды в конечной цепочке, возникающие из-за неоднородности полей рассеяния.

В разделе 4.2 описывается двойная цепочка сферических частиц. Аналогично разделу 4.1, решается сначала задача статического распределения моментов, затем задача распространения спиновых волн. Рассчитываются дисперсионные соотношения для симметричной и антисимметричной мод и анализируются эффекты интерференции между ними. Профиль полного решения сравнивается с решением для конечной цепочки – при пренебрежении статическими полями рассеяния. Приводится концептуальная схема магنونного переключателя – устройства для управления спин-волновыми сигналами при помощи внешнего поля. Рассчитываются спектры сигналов на выходах переключателя в зависимости от частоты/магнитного поля.

В Главе 5 приводятся результаты для систем для наблюдения плазмон-магنونного взаимодействия.

В разделе 5.1 дается краткое описание дискретного волновода, состоящего из вложенных друг в друга цепочек планарных кольцевых резонаторов и антиферромагнитных частиц. Приводятся расчеты, показывающие, что, несмотря на удачную геометрию, в такой системе наблюдение плазмон-магنونного взаимодействия невозможно.

В разделе 5.2 описывается система графен-антиферромагнитный диэлектрик. Даются выражения для магнитной проницаемости антиферромагнетика при антиферромагнитном резонансе, поверхностной проводимости графена в терагерцовом диапазоне. На основании граничных условий и уравнений Максвелла выводится дисперсионное уравнение поверхностных плазмонов в такой системе. Рассчитываются дисперсионные кривые плазмонов в случае немагнитной подложки, а также для трех разных антиферромагнетиков: NiO, MnF₂, FeF₂. Измеряется величина плазмон-

магнонного резонанса в зависимости от энергии Ферми в графене и типа антиферромагнетика, приводятся сравнительные графики.

Глава 1. Литературный обзор

Основными принципиальными элементами любой логической схемы являются логические вентили, которые совершают преобразование сигналов, и соединения, которые осуществляют транспортировку сигнала от одного вентиля к другому. В плазмонике и магнронике роль соединений выполняют волноводы. Отдельным подклассом волноводов являются дискретные волноводы, состоящие из отдельных, как правило одинаковых, элементов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга.

1.1. Поверхностные и локализованные плазмоны

Плазмоны – это специфические электромагнитные колебания и волны, которые возникают в металл-диэлектрической структурах. Их существование обусловлено особенностями электромагнитного поведения металлов (наличием свободных электронов и отрицательной диэлектрической проницаемостью), а свойства – геометрией системы. Ниже мы кратко обрисовываем свойства плазмонов в основных типах систем.

Простейшей металл-диэлектрической системой является плоская граница металл-диэлектрик. Дисперсионное уравнение плазмона, распространяющегося вдоль такой границы, можно получить, записав систему уравнений Максвелла в верхнем и нижнем полупространстве, а также граничные условия для электрического и магнитного полей [12]. Можно показать, что в такой геометрии могут распространяться только ТМ-поляризованные поверхностные плазмоны, и только при условии изменения знака диэлектрической проницаемости на границе.

В случае тонкой металлической пленки поверхностные плазмоны могут существовать на обеих ее границах. Если толщина пленки сопоставима или меньше ширины локализации плазмона, то плазмоны на двух границах гибридизуются между собой, образуя две моды – симметричную и антисимметричную.

Аналогичным свойством обладает графен и другие графеноподобные материалы. Благодаря конечной поверхностной проводимости плазмоны могут локализоваться на нем даже в случае, когда по обе стороны от него пространство заполнено диэлектриком. Граничные условия при этом выглядят иначе: из-за наличия поверхностных токов магнитная компонента плазмона претерпевает разрыв [13].

Наличие неоднородностей на поверхностях позволяет локализовать плазмон не только в двух, но и в одном измерении: так, канавка или прорезь на поверхности металла может служить плазмонным волноводом, позволяя ему распространяться только вдоль нее [14].

Наконец, предельным случаем этого процесса является локализованный плазмон. Такой тип плазмонов может существовать на изолированной металлической частице (или на кластере из нескольких частиц). Для частиц достаточно малых размеров область локализации плазмона сопоставима с размером самой частицы. Свойства плазмона, например, его форма и частота, при этом значительно зависят от формы частицы, а также от взаимного расположения и ориентации частиц в кластере. Частным случаем такого расположения является организация частиц в одномерный массив или цепочку. Оказывается, что такая цепочка также может служить волноводом, передавая плазмон на расстояние, превышающее область его локализации на отдельной частице. Дисперсионные свойства такого волновода также зависят от формы и взаимной ориентации частиц, а их определение является одной из центральных задач в исследовании дискретных волноводов.

1.2. Дискретные плазмонные волноводы

История изучения дискретных плазмонных волноводов начинается со статьи Квинтена 1998 года [15], в которой он рассматривает возможность электромагнитного транспорта цепочкой сферических серебряных наночастиц. В ней Квинтен, пользуясь теорией рассеяния Ми, решает задачу о возбуждении электромагнитных колебаний в цепочке из пятидесяти сферических частиц

падающей электромагнитной волной; при этом волна непосредственно воздействует только на первую частицу цепочки, которая становится источником вторичных волн. Остальные частицы взаимодействуют с первой и друг с другом посредством этих вторичных волн, благодаря чему электромагнитное возбуждение распространяется по цепочке. Оптимальное расстояние между частицами, при котором обеспечивается наибольшая дальность распространения была определена Квинтенем равной радиусу частицы (то есть период цепочки составляет три радиуса). При этом размер частиц составляет 50 нм, то есть цепочка работает ниже дифракционного предела.

Это была первая работа, продемонстрировавшая принципиальную возможность дискретного плазмонного волновода. В последующее десятилетие много работ было посвящено исследованию фундаментальных свойств таких волноводов, в том числе определению их дисперсионных характеристик. Последнее оказалось на удивление нетривиальной задачей. Главным препятствием является то, что в отличие от протяженно непрерывных волноводов, для которых справедливы континуальные локальные уравнения, в дискретных волноводах дисперсионное уравнение оказывается нелокальным и задается бесконечным рядом. В случае затухающей волны этот ряд оказывается расходящимся. Ряд работ, посвященных исследованию дисперсионных свойств дискретных плазмонных волноводов, вышедших в последующее десятилетие, был направлен, по сути, на поиск путей обхода этой проблемы.

Простейший метод заключается в том, чтобы учитывать взаимодействие только ближайших друг к другу частиц, игнорируя все дальние взаимодействия (приближение ближайших соседей, «nearest neighbor approximation»). Такой метод использовал Бронгерсма, ища дисперсионные соотношения плазмонов в цепочке сферических частиц [16]. Кроме того, он также пренебрегает эффектами запаздывания, рассматривая систему в квазистатическом режиме. Очевидно, такой метод при своей простоте является также и наиболее грубым и

не подходит для детального изучения дискретных плазмонных волноводов. Подробнее о недостатках метода ближайших соседей по сравнению с более последовательным анализом мы поговорим ниже.

Майер и др. использовали для определения дисперсии плазмонов в цепочке сферических частиц численное моделирование методом FDTD[17]. В своей работе они моделировали возбуждение системы металлических сфер точечным диполем, после чего анализировали полученное распределение поля для определения результирующего волнового числа.

Вебер и Форд применяли для решения этой задачи анализ собственных мод конечной цепочки сферических частиц[18]. Они рассматривали цепочку из 20 сферических частиц, перекрестно связанных диполь-дипольным взаимодействием. Записывая соответствующую систему линейных уравнений и находя частоты, при которых ее определитель обращается в ноль, они определяют собственные моды цепочки. Каждая мода имеет характерное распределение амплитуд дипольных моментов и имеет вид стоячей волны. Таким образом могут быть определены пары частот и длин волн (волновых чисел), принадлежащие дисперсионным соотношениям. С помощью данного метода Вебер и Форд показали, что дисперсионная кривая плазмонов активно взаимодействует со световой линией, что связано с эффектами запаздывания и не было показано в предыдущих работах. Метод Вебера и Форда позволяет оценить дисперсию плазмонов в цепочке частиц с учетом затухания и дальних взаимодействий, однако его недостатком является то, что для каждой реализации он дает лишь дискретный набор точек на дисперсионной кривой, число которых равно числу частиц в рассматриваемой цепочке. Кроме того, хотя он позволяет оценить эффекты затухания, метод Вебера и Форда принципиально работает в представлении комплексных частот, что не слишком подходит для анализа цепочек в качестве волноводов, где больше полезно представление комплексных волновых чисел.

Еще один часто используемый метод оценки дисперсии в отсутствие точного решения можно назвать методом теней [19, 20]. Пусть у нас есть дисперсионное уравнение в виде $F(k, \omega) = 0$. В отсутствие затухания его решением являются пары действительных k и ω , образующие дисперсионное соотношение. При наличии затухания хотя бы одно из k и ω должно быть комплексным, чтобы удовлетворять дисперсионному уравнению. Однако, в случае, когда затухание невелико, мнимая часть соответствующей величина, как правило много меньше действительной части. Тогда при значениях k и ω , равных действительным частям тех комплексных значений, которые удовлетворяют уравнению точно, значение функции $F(k, \omega)$ будет достаточно близко к нулю. Если построить график функции $|F(k, \omega)|$ в координатах действительных k и ω , то на нем проявится область глубокого минимума, которая является своеобразной тенью дисперсионной кривой. Недостатком данной техники является то, что в случае большого затухания область минимума оказывается слишком широкой для точной оценки дисперсии.

Общим недостатком, в разной степени относящимся к методам, предложенным Майером, Вебером и Фордом и методу теней, является то, что это численные методы. С их помощью можно определить количественные характеристики дисперсии плазмонов при заданных параметрах, однако, они не дают аналитического описания, позволяющего понять физику происходящего.

Первым полноценным решением проблемы дисперсии в плазмонных цепочках можно считать работу Коендеринка, в которой он использовал для суммирования бесконечных рядов полилогарифмы [21]. Полилогарифм представляет собой функцию, равную сумме бесконечного ряда внутри единичного круга и аналитически продолженную на остальную часть комплексной плоскости. Применительно к задаче плазмонных цепочек, это позволяет получить аналитическое продолжение дисперсионного уравнения, которое, в силу сходимости входящего в него ряда, определено только для

действительных значений частоты, на область комплексных частот. Заметим, что этот формализм одинаково работает в представлении комплексных частот и в представлении комплексных волновых чисел. С помощью него Коендеринк показал, что полное решение рассекается световой линией, что согласуется с результатами Вебера и Форда.

Примечательно, что то, что задача о плазмонах в бесконечной цепочке может быть сведена к полилогарифмам, незадолго до Коендеринка показал Цитрин [22], решая задачу о плазмонной цепочке, погруженной в усиливающую среду, но по некоей причине он не довел ее до точного решения; вместо этого он попробовал найти его с помощью особого метода возмущений, однако полученные таким образом результаты оказались противоречащими точному решению. Впоследствии именно подход, основанный на полилогарифмах, станет основным в исследовании плазмонных цепочек.

Так, Конфорти и Гуазони рассмотрели эту задачу в представлении комплексных волновых чисел (в то время как Коендеринк рассматривал ее в представлении комплексных частот)[23]. Они показали, что в зависимости от поляризации в цепочке может существовать разное количество решений.

В случае Т-поляризации существует два решения. Одно из них имеет дисперсию, на низких частотах совпадающую со световой линией и отклоняющуюся от нее по мере приближения к резонансной частоте (частоте дипольного резонанса одиночной частицы). Соответствующим образом ведет себя затухание этого решения – практически отсутствующее на низких частотах, оно возрастает вблизи резонансной частоты. Это решение в некоторых работах называется «необыкновенный плазмон» или «световой (light-line) плазмон». Второе решение образует узкую полосу пропускания вблизи резонансной частоты, где его затухание наименьшее, а дисперсионная кривая пересекает половину зоны Бриллюэна. Это решение называют «обыкновенный плазмон» и «направляемый (guided) плазмон». Мы в

дальнейшем будем использовать для этих решений обозначения «слабый плазмон» и «сильный плазмон», соответственно.

В случае L-поляризации существует только одно решение. По своему поведению оно похоже на сильный плазмон в T-поляризации, за исключением направления изменения дисперсии.

Фунг продолжил анализ, показав, что помимо сильного и слабого плазмона существует еще одно специфическое решение со сплошным спектром, имеющее квазистепенной (а не экспоненциальный) характер затухания [24] (практически одновременно с ним аналогичный анализ выполнили Хадад и Штейнберг [25]). При этом слабый и сильный плазмоны при отсутствии потерь оказываются вырождены выше некоторой частоты. При наличии затухания в металле вырождение снимается: теперь сильный плазмон имеет большую начальную амплитуду и меньшую длину распространения; он также слабо подвержен радиационному затуханию, в то время как механизм затухания слабого плазмона, напротив, преимущественно радиационный. Волна с непрерывным спектром имеет низкую начальную амплитуду и на небольших расстояниях от источника незаметна на фоне слабого и сильного плазмонов, но в силу неэкспоненциального характера затухания доминирует на больших расстояниях. Мы поговорим подробнее о свойствах плазмонов в цепочках частиц в соответствующем разделе.

Заметим, что выделение двух отдельных решений в цепочке плазмонных частиц было сделано еще раньше Маркелем и Сарычевым [26] при анализе цепочек конечной длины, однако, по причине отсутствия у них подробной теоретической модели, они неверно интерпретировали часть полученных результатов. В частности, они не выделили неэкспоненциальную волну, как отдельное решение, приняв ее за слабый («необыкновенный») плазмон [27, 28]. Примечательно, что о существовании в плазмонных цепочках волн с неэкспоненциальным профилем писал еще Квинтен в своей пионерской работе,

заметив, что волна лишь в некоторых случаях затухает экспоненциальным образом.

Дисперсия плазмонов в цепочках наночастиц измерялась также и экспериментально [29, 30]. Полученный вид дисперсии качественно совпадает с предсказанным методом Вебера и Форда или Коендеринка. Прямое количественное же сравнение в данном случае затруднительно, поскольку в эксперименте частицы расположены на подложке, то есть на границе двух сред с разными показателями преломления. Тем не менее, теоретические кривые могут быть найдены отдельно для случаев n_1 и n_2 (то есть когда одна из сред заполняет все пространство). Оказывается, что такие кривые лежат по обе стороны экспериментально полученной кривой, что также согласуется с ожиданиями. Наличие подложки в эксперименте также приводит к еще одному качественному эффекту, а именно, снятию вырождения двух поперечных мод: дисперсии мод, дипольные моменты которых направлены нормально и параллельно поверхности подложки, отличаются.

Наконец, отметим, что помимо получившего широкое распространение метода, основанного на полилогарифмах, был предложен и другой метод исследования плазмонов в цепочках частиц, основанный на методе суммирования Эвальда[31]. С его помощью Кампионе и др. провели детальную классификацию плазмонов в цепочке частиц на быстрые/медленные, прямые/обратные, собственные/несобственные и связанные/вытекающие.

До сих пор мы говорили о цепочках сферических частиц, которые выступают как наиболее общая модель. Однако, помимо разработки теоретического подхода для описания плазмонов в цепочках на примере сферических частиц, предпринимались поиски других интересных геометрий.

Так, в одной из работ сравнивается распространение плазмонов в цепочке параллельных друг другу пар стержней в случае, когда их концы свободны, а также когда они соединены[32]. Соединение концов позволяет току перетекать

непосредственно между стержнями, что добавляет еще один механизм взаимодействия помимо электромагнитной связи. Авторы показывают, что появление этого механизма позволяет существенно расширить полосу пропускания волновода, а также делает плазмон сосредоточенным в компактной области между стержнями, что позволяет избежать нежелательного перекрытия между волноводами.

Исследование этого механизма также проводилось на примере цепочки круглых отверстий в металле[33-35].

Помимо этого, рассматривались цепочки эллиптических[36], цилиндрических[37], кубических[38] частиц, частиц-сэндвичей[39] и т.д.

Высокий интерес исследователей в области плазмоники к цепочкам наночастиц в значительной степени является продолжением их интереса к наночастицам вообще, которые играют в плазмонике заметную роль благодаря своим свойствам. В магнотонике же дискретные волноводы представлены гораздо скромнее.

1.3. Дискретные магнитные волноводы

В ряде работ исследовались теоретически и экспериментально цепочки нанометровых магнитных дисков, содержащих скирмионы или магнитные вихри. Магнитная структура диска может колебаться под действием внешних возмущений, благодаря чему колебания, индуцированные в одном диске, передаются соседним. Впервые такую задачу для цепочки из шести круглых магнитных дисков рассмотрели при помощи численной симуляции Барман и др[40]. Они проанализировали, как магнитные колебания передаются в зависимости от геометрической и магнитной конфигурации дисков. Позже аналогичную систему из пяти дисков изучали экспериментально Хан и др. [41]. Они рассмотрели собственные моды цепочки, а также рассчитали и измерили дисперсию спиновых волн такого вида. Сухоставец и др. представили теоретический анализ подобных систем с использованием мультипольного

разложения энергии взаимодействия соседних дисков[42]. Мрацкевич и др. численно рассчитали дисперсию спиновых волн в цепочке из двадцати дисков, содержащих магнитные скирмионы[43], а Гареева и Гуслиенко рассмотрели аналогичную задачу аналитически[44]. Мондал и др. сумели определить зонную структуру спиновых волн в цепочке соприкасающихся некруглых пластин, а показали, что она сильно зависит от магнитной конфигурации[45].

В 2011 вышли две работы, в которых производилось экспериментальное и микромагнитное исследование магнитных мод в цепочках прямоугольных магнитных элементов[46, 47]. Для них была определена зонная структура спиновых волн.

Барабенков и др. представили квантово-механическое описание цепочки цилиндрических ферромагнитных включений в ферромагнитной пленке[48]. Они рассмотрели задачу рассеяния спиновых волн такими включениями и показали, что облучение крайнего включения узким пучком спиновых волн приводит к возбуждению колебаний во всех включениях; причем излучение спиновых волн этими включениями отсутствует. Это говорит о том, что спиновые волны распространяются по цепочке благодаря взаимодействию между включениями – авторы назвали такой режим «темной модой». Можно заметить, что эта задача во многом аналогична задаче Квинтена в работе 1998г.

Пайк и Страуд использовали формализм, разработанный для плазмонных цепочек, для описания спиновых волн в цепочке сферических магнитных частиц для случаев продольной и поперечной намагниченности[49]. Они показали, что в таких цепочках существуют две моды колебаний (продольная и поперечная в случае поперечной намагниченности и две поперечных в случае продольной), однако, в отличие от плазмонных цепочек, они оказываются связанными из-за гироскопических эффектов. Поэтому эффективно можно говорить об одной циркулярно поляризованной моде; колебания намагниченности каждой отдельной частицы, таким образом, представляют собой прецессию ее магнитного момента вокруг направления равновесной

(статической намагниченности). Пайк и Страуд нашли дисперсию спиновых волн в такой системе; при этом разрешенная зона оказалась смещенной относительно резонансной частоты отдельной частицы, чего не наблюдалось в случае плазменных цепочек. Позже мы поговорим о причинах такого эффекта.

Осокин и др. использовали аналогичный формализм, но для конечной цепочки[50-52]. Они показали существование в ней собственных мод колебаний для случаев ферромагнитного и антиферромагнитного упорядочения, а также то, что изменение свойств (конкретно, резонансной частоты) отдельной частицы приводит к образованию дефектных мод, в которых амплитуда спиновых колебаний концентрируется возле дефектной частицы.

1.4. Магнонные вычисления

Магистральным направлением магноники является создание магнонных компьютеров, то есть устройств, которые могли бы использовать спиновые волны для вычислений и логических операций [11, 53]. Как было сказано выше, этому способствуют такие свойства магноники как отсутствие электрических токов и, как следствие, выделения джоулевого тепла, а также высокие рабочие частоты и способность к миниатюризации. Кроме того, магноны в силу своей волновой природы являются носителями дополнительной степени свободы – фазы – по сравнению с электрическим током, что открывает возможность реализации совершенно новых принципиальных схем различных устройств, использующих, например, явление интерференции.

К настоящему времени было предложено много принципиальных схем логических вентилях, в том или ином виде использующих спиновые волны. Некоторые из них предполагают конвертацию электрических сигналов в магнонные, другие задумываются как элементы полностью магнонных устройств.

Одна из первых таких схем принадлежит Костылеву и др. [54, 55].

В ней используются два магннных волновода (представляющих собой две магнитные полоски), образующих спин-волновой интерферометр Маха-Цандера: при помощи делителя мощности в них возбуждаются синфазные спиновые волны, которые затем детектируются приемными антеннами и складываются. Таким образом, в отсутствие внешних воздействий на выходе наблюдается сигнал. Над одним из плечей интерфероматра располагается проводник. При протекании тока через него создаваемое им магнитное поле изменяет волновое число спиновой волны в соответствующем плече; тогда, правильно подобрав рабочую частоту и величину протекающего тока, можно добиться дополнительного сдвига фазы волны в этом плече на π . В этом случае волны достигнут приемных антенн в противофазе и на выходе будет наблюдаться отсутствие сигнала. Таким образом, подавая ток в проводник, можно выключать спинволновой сигнал на выходе интерферометра, что соответствует логической операции «НЕ».

Эту схему нетрудно дополнить, превратив ее в реализацию логической операции «исключающее ИЛИ»; для этого нужно добавить такой же проводник с током на втором плече интерферометра. Тогда наличие токов в обоих проводниках будет приводить к смещению фаз в обоих плечах интерферометра, и на выходе они будут складываться синфазно, как и в случае отсутствия токов. При наличии тока в любом из проводников (и отсутствии его в другом) приведет к деструктивной интерференции и отсутствию сигнала на выходе.

Также Костылев и др. предложили модификацию этой схемы, позволяющую реализовать штрих Шеффера (универсальную логическую операцию, представляющую собой отрицание конъюнкции). В ней вместо фазового сдвига используется индуцированное отражение спиновых волн. Для этого, в отличие от предыдущего случая, проводники с током должны быть достаточно тонкими и располагаться максимально близко к волноводам. В этом случае магнитное поле проводников будет иметь большой градиент и будет иметь место значительное отражение спиновых волн от соответствующих

участков волноводов. Подбрав достаточно большую величину тока, можно добиться практически полного отражения сигнала в соответствующем волноводе. В этом случае на выходе будет наблюдаться только сигнал от второго плеча интерферометра. Чтобы полностью выключить сигнал на выходе, нужно подать ток через оба проводника, что соответствует штриху Шеффера.

Также Костылев и др. продемонстрировали, что для реализации описанных логических схем подходят как обратные объемные, так и поверхностные магнитостатические спиновые волны. Различие состоит в том, что для сдвига фазы в первом случае проводник с током должен быть ориентирован перпендикулярно волноводу, в то время как во втором – параллельно. Также они продемонстрировали, что токи, необходимые для работы описанных устройств в случае поверхностных магнитостатических волн примерно в три раза ниже, чем в случае обратных объемных.

Для всех описанных схем были изготовлены прототипы и их работоспособность подтверждена экспериментально.

Похожую схему логических вентилях, основанных на интерферометре Маха-Цандера предложили Ли и Ким [56]. В ней спинволновой сигнал изначально возбуждается в одиночном магнетонном волноводе, который затем разделяется на несколько ветвей, которые затем сходятся обратно. Плечи интерферометра выполнены в форме полуокружностей, каждая пара плечей, таким образом, образует окружность. Через центр этих окружностей перпендикулярно плоскости интерферометров проходят цилиндрические проводники с током. Аналогично схемам от Костылева и др., в отсутствие тока в проводнике спинволновые сигналы складываются конструктивно, давая сигнал на выходе. Протекание тока через проводник и создаваемое им магнитное поле создает разность фаз сигналов, в результате чего они гасят друг друга. Отличие от схем Костылева и др. заключается в том, что в данном случае поле тока в проводнике действует сразу на оба плеча интерферометра, увеличивая набег фазы в одном из них и уменьшая в другом.

На основе таких элементов Ли и Ким продемонстрировали при помощи компьютерного моделирования реализацию операции НЕ (одиночный интерферометр с проводником), штриха Шеффера (два параллельных интерферометра с двумя проводниками; для подавления сигнала на выходе требуется подавление сигнала в каждом из интерферометров) и стрелку Пирса (два последовательных интерферометра с двумя проводниками; для подавления сигнала на выходе требуется подавление сигнала в любом из интерферометров).

Гото и др. изготовили микрометровый магنونный интерферометр, при помощи которого продемонстрировали интерференцию спиновых волн в зависимости от разности фаз между ними [57]. При совпадении фаз они регистрировали максимум сигнала, а при разности фаз π – минимум. Это повторяет принцип работы магنونных логических элементов, использующих фазу спиновых волн для кодирования сигнала.

Никитин и др. предложили еще один вариант реализации логической операции И на основе магنونного кристалла [58]. В ней не используются интерферометрические схемы, как в описанных выше устройствах. Магنونный кристалл представляет собой полосу магнитного материала (железоиттриевый гранат), ширина которого периодически модулирована синусоидальной функцией. Кристалл помещен в однородное поперечное магнитное поле, обеспечивающее возможность прохождения спиновых волн. При этом в спектре пропускания такого кристалла окажется запрещенная зона, связанная с брэгговским отражением от модулированных краев кристалла.

По краям вдоль кристалла расположены тонкие проводники, отсекающие модулированную область от основного массива кристалла. При подаче тока через проводники они создают вдоль себя область пониженного магнитного поля, непроходимую для спиновых волн. Таким образом эффект модуляции ширины магنونного кристалла нивелируется, и спиновые волны свободно проходят сквозь кристалл даже на частоте запрещенной зоны. Рассматривая два

проводника с током как логические входы, а конец магнетонного кристалла как логический выход, можно убедиться, что описанное устройство реализует операцию И: для эффективного прохождения магнетонного сигнала через кристалл требуется подача напряжения на оба логических входа.

Талмелли и др. предложили схему реализации мажоритарного элемента, использующую интерференцию спиновых волн. Она представляет собой магнетонный волновод, на котором на равных расстояниях друг от друга расположены четыре порта: три входных и один выходной (количество входных и выходных портов может быть изменено). Расстояние между портами подобрано равным целому числу длин спиновой волны при выбранной рабочей частоте – благодаря этому сигнал приходит на выходной порт с той же фазой, с которой был испущен. Порты представляют собой U-образные антенны, которые могут возбуждать (для входных портов) либо считывать (для выходных) спиновые волны, протекающие по волноводу. В такой системе информация закодирована фазой спиновых волн, которая может быть равна 0 или π (логический 0 или 1, соответственно). После интерференции волн, пришедших с трех портов, результирующая волна будет иметь такую же фазу, как и большинство входных волн.

Авторы отмечают, что благодаря своей симметрии такая схема является реконфигурируемой: любой порт из четырех может использоваться как выходной, а остальные как входные – в отличие от схемы с тремя объединяющимися волноводами (о которой будет сказано ниже). Кроме того, они обращают внимание еще на одно преимущество использования спиновых волн для цифровых вычислений: возможность одновременной обработки нескольких сигналов с разными частотами на одном устройстве. Они демонстрируют работу устройства на двух разных частотах, соответствующих одной и двум длинам волн, укладывающимся на расстоянии между портами. Наконец, авторы измеряют быстродействие созданного устройства: изменяя скачком фазу одного из входных сигналов, они наблюдают за эволюцией

сигнала на выходе и получают для времени перестройки системы значение 0,7 нс.

Рана и Отани предложили концепцию контролируемых при помощи напряжения магнитных устройств [59]. Они основаны на эффекте поверхностной магнитной анизотропии, индуцированной напряжением (voltage-controlled magnetic anisotropy). Для этого необходимо использовать ультратонкие магнитные пленки (нанометровой толщины), тогда даже относительно небольшое напряжение может создавать значительные по напряженности электростатические поля.

Приложение электрического поля к магнитной пленке сказывается на дисперсионных характеристиках спиновых волн, сдвигая дисперсионную кривую вверх или вниз в зависимости от полярности приложенного напряжения. Это, в частности, позволяет изменять при помощи напряжения волновое число спиновых волн при фиксированной частоте либо вовсе сделать данную частоту запрещенной для пропускания спиновых волн. Авторы показывают, как при помощи полосковых электродов, размещенных над пленкой, можно создавать в ней спин-волновые каналы, при том, что весь остальной массив пленки остается непрозрачным для спиновых волн.

Далее они показывают, как в такой системе реализовать логические функции «исключающее ИЛИ» и штрих Шеффера. Они используют интерферометрическую схему Маха-Цандера, аналогичную работам Костылева и др. Разница заключается в том, что вместо проводников с током, они используют плоские электроды. При приложении к ним положительного напряжения волновое число спиновой волны в соответствующем волноводе локально изменяется, обеспечивая дополнительный набег фазы π . Таким образом, при подаче напряжения на один из электродов спиновые волны интерферируют деструктивно, а при подаче напряжения ни на один либо на оба электрода – конструктивно, что соответствует реализации «исключающего ИЛИ». При приложении же отрицательного напряжения область волновода под

электродом можно сделать запрещенной для прохождения спиновой волны; тогда для достижения отсутствия сигнала на выходе необходимо подавить спиновые волны в обоих плечах интерферометра, что соответствует реализации штриха Шеффера.

Авторы также показывают, что эффект поверхностной магнитной анизотропии, индуцированной напряжением, позволяет создавать магنونные устройства внутри одной пленки, без физического разделения на отдельные волноводы. Для этого они используют два полосковых электрода, размещенные над пленкой. При подаче напряжения они создают каналы для распространения спиновых волн; если считать отсутствие напряжения логической единицей, а поданное напряжение – логическим нулем (то есть наоборот тому, как это сделано в варианте с разделенными волноводами), то такая схема снова представляет собой реализацию штриха Шеффера: отсутствие сигнала на выходе возможно только в случае отсутствия напряжения на обоих электродах, то есть в случае, когда на входы поданы две логические единицы.

Авторы отмечают, что эффект поверхностной магнитной анизотропии, индуцированной напряжением, влияет не только на волновое число спиновой волны, но и на ее затухание. Вследствие этого в описанных схемах возможны ситуации, когда в интерференции будут участвовать две волны разной амплитуды. Для компенсации этого эффекта авторы предлагают добавить на один из волноводов дополнительный фазовращатель. В случае с разделенными волноводами он может быть реализован как дополнительный электрод, а в случае сплошной пленки – как область на одном из полосковых волноводах, прилегающая к волноводу ближе, чем остальная часть волновода, за счет чего напряженность электрического поля в этой области будет выше.

В описанных схемах входные сигналы закодированы электрическими токами, и лишь выходные – магنونными. Таким образом, они могут рассматриваться как элементы сопряжения между электронными и магنونными устройствами, но не как строительные элементы полностью магنونных

вычислительных устройств. Далее мы поговорим именно о таких полностью магнонных элементах, которым для работы не требуются электрические сигналы.

Клинглер и др. предложили схему магнонного мажоритарного элемента (логический элемент, дающий на выходе значение, соответствующее значениям на большинстве входов) с тремя входами, использующую интерференцию спиновых волн [60]. Она представляет собой три параллельных планарных магнонных волновода, которые объединяются в один. Информация в такой системе кодируется фазой спиновой волны, которая может быть равна 0 либо π . После интерференции трех волн на выходе остается волна, фаза которой соответствует фазе большинства входящих волн.

Основные трудности при использовании такой схемы связаны с множественными переотражениями спиновых волн в местах сопряжения волноводов, в результате чего часть энергии входящих волн уходит через входные волноводы, а также переходит в энергию коротковолновых обменных волн, которые затем отфильтровываются в выходном волноводе. По этой причине та же группа авторов предложила усовершенствованную версию этой схемы. В ней места сопряжения крайних волноводов с центральным разнесены в пространстве, в результате чего схема приобретает асимметричный вид. Такая геометрия позволяет уменьшить нежелательное отражение спиновых волн. Второй особенностью усовершенствованной схемы является намагниченность, перпендикулярная плоскости волноводов. При использовании железо-иттриевого граната в качестве материала, такой ориентации можно добиться при помощи относительно малых магнитных полей (около 1800 Э), достижимых при помощи обычного постоянного магнита. При такой ориентации намагниченности дисперсия спиновых волн меняется, что исключает вторичное возбуждение паразитных обменных волн.

Авторы также отмечают, что описанный мажоритарный элемент может работать как универсальный логический вентиль. Допустим, первый вход мы

будем рассматривать как контрольный. Тогда при подаче на него сигнала 0 другие два будут работать как элемент И, а если на контрольный вход подать сигнал 1, то они будут работать как элемент ИЛИ. Если же инвертировать фазу выходного сигнала (что можно осуществить, сместив на половину длины волны точку считывания), то при отсутствии/наличии сигнала на контрольном входе остальные входы будут работать как штрих Шеффера или стрелка Пирса, соответственно.

Авторы также рассмотрели распространение спиновых волн в двух волноводах, пересекающихся под прямым углом. Они показали, что в такой геометрии основная часть энергии спиновой волны проходит в прямом направлении, и лишь небольшая часть уходит в боковые ответвления. Это значит, что при проектировании магнонных сетей пересекающиеся волноводы необязательно изготавливать внахлест; вместо этого их можно оставить физически пересекающимися, не выходя, таким образом, из одной плоскости и не усложняя технологию изготовления.

Фишер и др. представили прототип магнонного мажоритарного элемента [61]. При помощи осциллографа с высоким временным разрешением они измеряли выходной сигнал при разных значениях фаз входных сигналов и получили, в соответствии с ожиданиями, что фаза выходного сигнала равна фазе большинства входных сигналов. Кроме этого, они провели измерение скорости переключения элемента: мгновенно (за время меньше 2 нс) изменив значение одного из входных сигналов, они зафиксировали изменение выходного сигнала за время 11,3 нс. Учитывая дальнейшее масштабирование, авторы рассчитывают, что скорость переключения реальных магнонных мажоритарных элементов окажется ниже 1 нс.

Фаза спиновой волны не является параметром, легко измеряемым традиционными средствами. Это значит, что после вычисления, произведенного магнонным устройством, результат, закодированный в фазе,

перед считыванием придется сначала перевести в более легко измеряемую форму.

Брачер и др. представили устройство для конвертации сигнала, закодированного в фазе спиновой волны, в ее интенсивность, после чего его можно легко считывать традиционными средствами [62]. Оно использует параметрическое усиление спиновых волн при помощи переменного магнитного поля удвоенной частоты (надо отметить, что этот эффект ранее неоднократно изучался теоретически [63, 64] и экспериментально [65-67]). Для этого они разместили магнетонный волновод поверх широкой проводящей полосы, по которой в продольном направлении проходит переменный электрический ток. Спиновая волна в волноводе возбуждается при помощи антенны. Переменный ток в антенне и проводящей полосе создается одним и тем же генератором, но в последнем случае используется удвоитель частоты. На проводящей полосе есть небольшой по протяженности участок, на котором ширина полосы сужается до ширины волновода. Это приводит к тому, что в этом месте резко возрастает плотность тока и, следовательно, магнитное поле, которое он создает. Сила тока в полосе подобрана таким образом, чтобы порог параметрического усиления спиновых волн превышался только в пределах этого небольшого участка.

Поскольку эффект параметрического усиления является фазозависимым, амплитуда спиновой волны, прошедшей через усилитель, зависит от разности фаз между током в полосе и спиновой волной. Для экспериментальной проверки этого авторы провели измерение амплитуды спиновой волны для четырех случаев: при разности фаз 0 и π , а также при выключенном усилении и при включенном усилении, но выключенной возбуждающей антенне. В результате амплитуда прошедшей волны во втором и третьем случае оказалась одинаковой, а в первом – примерно на порядок больше. В последнем же случае, как и ожидалось, авторы зафиксировали только тепловые магныны.

Авторы также демонстрируют при помощи численной симуляции применение этого эффекта к магнотному мажоритарному элементу: в зависимости от того, на каком числе входных волноводов волны имеют нулевую фазу, амплитуда сигнала, прошедшего через усилитель на выходе, может пересекать или не пересекать некоторое пороговое значение, условно разделяющее наличие и отсутствие сигнала.

Чумак и др. изготовили прототип магнотного транзистора – устройства для управления магнонами при помощи магнонов [68]. Рабочее тело транзистора представляет собой магнотный кристалл, к которому подведены три магнотных волновода – исток, сток и затвор. Спиновые волны, идущие от истока к стоку, генерируются на частоте разрешенной зоны магнотного кристалла, а спиновые волны, которые инжектируются через затвор – на частоте запрещенной. За счет этого инжектируемые магноны не могут свободно покинуть магнотный кристалл и накапливаются в окрестности затвора. Тогда магноны, проходящие через такой кристалл, насыщенный инжектированными магнонами, испытывают магнот-магнотное рассеяние и не доходят до стока. Создав достаточную плотность магнонов кристалле, можно полностью подавить поток магнонов, идущих от истока к стоку. При этом, поскольку в процессе магнот-магнотного рассеяния начинается лавинообразное образование вторичных магнонов, которые затем также участвуют в процессе рассеяния, то чем больше плотность потока магнонов, проходящих через кристалл, тем меньшая относительная плотность инжектированных магнонов требуется, чтобы полностью его подавить. Таким образом, данное устройство работает как транзистор, перекрывая поток магнонов от истока к стоку при помощи потока магнонов, поданного на затвор.

Чумак и др. также показывают, как магнотный транзистор может использоваться для магнотных вычислений. Так, они привели схему магнотного усилителя, представляющего собой интерферометр Маха-Цандера, одно из плеч которого превращено в магнотный транзистор. Одно из плеч при

этом удлинено, так что волны прошедшие через интерферометр, имеют разность фаз π и гасят друг друга. Однако, когда на затвор транзистора подается поток магнонов, волны в этом плече интерферометра подавляются, и тогда на выходе интерферометра наблюдается сигнал. Поскольку, как было отмечено выше, в магнонном транзисторе более сильный поток может быть подавлен более слабым, то, в случае если интенсивность магнонов в интерферометре будет выше, чем та, которая подается на затвор транзистора, такое устройство будет работать как магнонный усилитель. По расчетам авторов, эффективность такого усилителя может достигать 175%.

Также они предложили свой вариант реализации логического элемента «исключающее ИЛИ». Оно также основано на интерферометре Маха-Цандера, но в магнонные транзисторы превращены оба его плеча. Подавая магнонный сигнал на затвор каждого из транзисторов, можно подавлять спиновые волны в соответствующем плече интерферометра. Таким образом, подача сигнала в любой из транзисторов нарушит деструктивную интерференцию волн и приведет к наблюдению сигнала на выходе; подача же сигналов на оба транзистора снова приведет к исчезновению выходного сигнала, поскольку обе спиновые волны теперь подавлены.

По расчетам авторов, энергоэффективность вычислительных устройств, основанных на магнонных транзисторах, может на несколько порядков превзойти энергоэффективность традиционных полупроводниковых вычислительных устройств.

Ванг и др. предложили схему магнонного полусумматора – устройства для арифметического суммирования бинарных чисел [68]. Рабочими частями магнонного полусумматора являются два направленных ответвителя. Первый, короткий, ответвитель устроен так, что волна, пришедшая на любой из его входов, делится пополам между двумя выходами, но при этом при приходе волн на оба входа, в одном из выходов они интерферируют деструктивно, а в другом – конструктивно. Первый выход при этом является слепым и дальше не

участвует в процессе вычислений, а второй выход направлен во второй направленный ответвитель (авторы, однако, отмечают, что таблица истинности, построенная для слепого выхода, соответствует логической операции «исключающее ИЛИ», поэтому существует и возможность совмещения «исключающего ИЛИ» и полусумматора в одном устройстве).

Второй, длинный, ответвитель работает за счет нелинейности спиновых волн: сильные волны взаимодействуют сильнее, чем слабые, поэтому длина волны биений между плечами ответвителя для спиновых волн большой амплитуды меньше, чем для малой – для этого расстояние между плечами ответвителя было значительно уменьшено по сравнению с первым ответвителем. Длина второго ответвителя, а также рабочая частота и мощность устройства подобраны таким образом, чтобы волна единичной амплитуды после прохождения через ответвитель целиком уходила в его первый выход, а волна удвоенной амплитуды – во второй (см. ниже).

Таким образом, при подаче спиновой волны через любой из входов полусумматора половина ее мощности выходит через слепой выход первого ответвителя, а половина направляется во второй ответвитель, после чего выходит через первый его выход. При подаче же спиновых волн на оба входа полусумматора вся их мощность уходит во второй ответвитель, рождая спиновую волну удвоенной амплитуды (четверенной мощности), которая выходит через его второй выход. Таким образом, устройство реализует таблицу истинности полусумматора.

Авторы также изготовили прототип устройства, состоящий из одного направленного ответвителя. На нем они экспериментально продемонстрировали ключевые этапы работы полусумматора: деление мощности спиновой волны между двумя выходами и амплитудозависимое прохождение спиновой волны через ответвитель.

1.5. Терагерцовая магноника

Наконец, необходимо сказать несколько слов о терагерцовой или антиферромагнитной магнонике. В ней, в отличие от традиционной магноники, используются антиферромагнетики. При помещении в переменное магнитное поле они демонстрируют магнитный резонанс, аналогичный ферромагнитному – антиферромагнитный. Однако, в случае антиферромагнитного резонанса роль внешнего удерживающего поля выполняют внутренние поля обмена, которые, как известно, могут на несколько порядков превышать статические поля, достижимые в лабораторных условиях. В результате, антиферромагнетики имеют характерные частоты резонанса от нескольких сотен гигагерц до нескольких терагерц [69, 70]. Примечательно также то, что при антиферромагнитном резонансе магнитные моменты разных подрешёток прецессируют во встречных направлениях, в результате чего суммарный вектор намагниченности лежит в одной плоскости. Таким образом, колебания в двух перпендикулярных плоскостях оказываются развязаны, в отличие от случая ферромагнитного резонанса. Это, в том числе, приводит к тому, что спиновые волны в антиферромагнетиках линейно поляризованы.

Терагерцовые частоты позволяют антиферромагнитным магнонам взаимодействовать с электромагнитным полем. Одним из примеров такого взаимодействия – поверхностный магнон-поляритон. Поверхностный магнон-поляритон является полным магнитным аналогом поверхностного плазмона-поляритона – вместо отрицательной диэлектрической проницаемости здесь используется отрицательная магнитная проницаемость. Возможность существования поверхностных магнонов-поляритонов была одновременно теоретически показана Камли и Миллсом [71] и Шу и Калье [72]. Они нашли дисперсионные соотношения поверхностных магнонов-поляритонов, а также показали, что их распространение становится невзаимным при приложении внешнего поля: волны, бегущие в разных направлениях с одинаковыми волновыми числами, должны иметь разную частоту.

Поверхностные магноны-поляритоны были экспериментально обнаружены Дженсеном и др. методом нарушенного полного внутреннего отражения [73]. Они обнаружили характерный провал в спектрах НПВО для FeF_2 на частоте антиферромагнитного резонанса и подтвердили невзаимность поверхностных магнонов-поляритонов в магнитном поле, показав, что положение провала меняется при приложении магнитного поля, причем направление смещения зависит от направления магнитного поля.

Позже Дженсен и др. использовали метод НПВО не только для демонстрации поверхностных магнонов-поляритонов, но и для измерения их дисперсии [74, 75]. Результаты эксперимента совпали с предсказаниями теории Камли, а также вновь подтвердили невзаимность поверхностных магнонов-поляритонов при приложении магнитного поля.

Слоан и др. рассчитали дисперсию и прочие характеристики поверхностных магнонов-поляритонов в тонком слое антиферромагнетика с учетом затухания, характерного для реальных материалов и показали, что для MnF_2 при температуре 2К длина распространения магнона может достигать шести длин волн [76].

Другим примером взаимодействия антиферромагнитных магнонов с электромагнитным полем является взаимодействие с поверхностными плазмонами через их электромагнитную компоненту. Блюдов и др. рассмотрели систему, состоящую из листа графена, подвешенного над поверхностью антиферромагнетика [77]. В такой системе возникают две электромагнитные моды: с ТМ и ТЕ-поляризацией.

Мода с ТЕ-поляризацией – это поверхностный магнон-поляритон на поверхности антиферромагнетика. В присутствии слоя графена дисперсионные характеристики магнона меняются, в частности, дисперсионные соотношения могут становиться немонотонными.

Мода с ТМ-поляризацией – это поверхностный плазмон на листе графена. Когда частота плазмона совпадает с частотой антиферромагнитного резонанса, магнитное поле плазмона начинает возбуждать колебания магнитных моментов в антиферромагнетике. Это проявляется как изменение магнитной проницаемости антиферромагнетика и, как следствие, волнового числа плазмона. В результате в дисперсионной зависимости плазмона в присутствии антиферромагнетика возникает резонансный эффект на частоте антиферромагнитного резонанса.

Существенным недостатком работы Блюдова и др. является то, что в ней рассмотрена идеализированная система, в которой не учтены эффекты диссипации (ни в антиферромагнетике, ни в графене). При этом, как будет показано в главе 5, магнитная диссипация является ключевым эффектом, препятствующим эффективному плазмон-магнонному взаимодействию.

Глава 2. Общая теория дискретных волноводов

Рассмотрим наиболее общий случай одномерного бесконечного массива одинаковых резонансных элементов. Свойство бесконечности нужно для обеспечения трансляционной инвариантности массива. Тогда можно записать некоторое уравнение для произвольного элемента с номером n , и оно окажется верным для любого элемента массива. Это позволяет сосредоточиться на свойствах, обусловленных собственно геометрией волновода, и игнорировать граничные эффекты.

Говоря о резонансных элементах, мы имеем в виду любые объекты, способные совершать гармонические колебания и при этом взаимодействовать между собой. Это могут быть механические маятники, колебательные контуры, плазмонные наночастицы, магнитные моменты, помещенные во внешнее магнитное поле, и т.д. Мы рассматриваем массив в стационарном режиме, то есть предполагаем, что каждый элемент совершает гармонические колебания с частотой ω . Более точно, мы будем считать, что каждый элемент имеет счетное количество степеней свободы, каждая из которых колеблется с некоторой амплитудой и фазой. Обозначим столбец соответствующих комплексных амплитуд \mathbf{p}_n , где n – номер элемента.

Каждый элемент обладает тензором отклика β , определяющим то, как каждая из мод откликается на внешние воздействия. Снова, говоря о внешних воздействиях, мы имеем в виду любые силы, способные возбуждать колебания указанных мод – электрические или магнитные поля, приложенное напряжение, токи и т.д. Столбец соответствующих им амплитуд мы обозначим \mathbf{A}_n . Тогда

$$\mathbf{p}_n = \beta \mathbf{A}_n \quad (1)$$

Таким образом, компонент тензора отклика с индексами i, j определяет величину (комплексной) амплитуды i -й моды, индуцированной j -й силой единичной амплитуды.

При этом каждый элемент сам является источником сил, действующих на соседние элементы:

$$\mathbf{A}_{nm} = G_{nm} \mathbf{p}_m$$

Здесь \mathbf{A}_{nm} – столбец сил, создаваемых m -ым элементом в месте расположения n -ого элемента, а G_{nm} – тензор взаимодействия между элементами (тензор функции Грина).

Таким образом, вектор сил, действующих на n -ый элемент, складывается из сил, действующих со стороны прочих элементов, а также сил, внешних по отношению ко всему волноводу – \mathbf{A}_n^{ext} . Тогда выражение (1) переписется в виде

$$\mathbf{p}_n = \beta \mathbf{A}_n = \beta \left(\sum_{m \neq n} \mathbf{A}_{nm} + \mathbf{A}_n^{ext} \right) = \beta \left(\sum_{m \neq n} G_{nm} \mathbf{p}_m + \mathbf{A}_n^{ext} \right) \quad (2)$$

В случае если тензоры β и G_{nm} диагональны, то есть, если нет перекрестного влияния мод, уравнение (2) можно записать в виде совокупности скалярных уравнений для каждой отдельной моды. В общем же случае необходимо работать с уравнением (2) в векторном виде.

Рассмотрим пространственное Фурье-преобразование величин \mathbf{p}_n и \mathbf{A}_n^{ext} :

$$\mathbf{p}(k) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{p}_n e^{-ikn} \quad (3)$$

$$\mathbf{A}(k) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{A}_n^{ext} e^{-ikn} \quad (4)$$

Здесь k – безразмерное (действительное) волновое число.

Подставляя (2) и (4) в (3) (иными словами, выполняя Фурье-преобразование обеих частей уравнения (2)), получаем:

$$\begin{aligned}
\mathbf{p}(k) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta \left(\sum_{m \neq n} G_{nm} \mathbf{p}_m + \mathbf{A}_n^{ext} \right) e^{-ikn} = \frac{1}{2\pi} \beta \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m \neq n} G_{nm} \mathbf{p}_m e^{-ikn} + \frac{1}{2\pi} \beta \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{A}_n^{ext} e^{-ikn} = \\
&= \frac{1}{2\pi} \beta \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m \neq n} G_{nm} \mathbf{p}_m e^{-ikn} + \beta \mathbf{A}(k) = \frac{1}{2\pi} \beta \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l+n \neq n} G_{n,l+n} \mathbf{p}_{n+l} e^{-ikn} + \beta \mathbf{A}(k) = \\
&= \frac{1}{2\pi} \beta \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l \neq 0} G_{0,l} \mathbf{p}_{n+l} e^{-ikn} e^{-ikl} e^{ikl} + \beta \mathbf{A}(k) = \frac{1}{2\pi} \beta \sum_{l \neq 0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_{0,l} \mathbf{p}_{n+l} e^{-ikn} e^{-ikl} e^{ikl} + \widehat{\beta \mathbf{A}(k)} = \\
&= \frac{1}{2\pi} \beta \sum_{l \neq 0} \widehat{G_{0,l} e^{ikl}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{p}_{n+l} e^{-ik(n+l)} + \widehat{\beta \mathbf{A}(k)} = \widehat{\beta \sum_{l \neq 0} G_{0,l} e^{ikl} \mathbf{p}(k)} + \widehat{\beta \mathbf{A}(k)}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{p}(k) = \beta \sum_{m \neq 0} G_{0,m} e^{ikm} \mathbf{p}(k) + \beta \mathbf{A}(k)$$

$$\left(\beta^{-1} - \sum_{m \neq 0} G_{0,m} e^{ikm} \right) \mathbf{p}(k) = \mathbf{A}(k)$$

$$\mathbf{p}(k) = \left(\beta^{-1} - \sum_{m \neq 0} G_{0,m} e^{ikm} \right)^{-1} \mathbf{A}(k)$$

Здесь мы использовали свойство трансляционной инвариантности цепочки: $G_{nm} = G_{0,m-n}$. В дальнейшем мы будем использовать обозначение $G_{0,m} = G_m$ для тензора взаимодействия между элементами на расстоянии m периодов. Сразу заметим, что для него выполняется еще и свойство взаимности: $G_m = G_{-m}$.

Теперь найдем \mathbf{p}_n , используя обратное Фурье-преобразование:

$$\mathbf{p}_n = \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{p}(k) e^{ikn} dk = \int_{-\pi}^{\pi} \left(\beta^{-1} - \sum_{m \neq 0} G_m e^{ikm} \right)^{-1} \mathbf{A}(k) e^{ikn} dk \quad (5)$$

Уравнение (5) позволяет найти распределение амплитуд колебаний в цепочке, зная Фурье-образ внешних возбуждающих сил $\mathbf{A}(k)$. Однако, мы рассматриваем цепочку в качестве волновода, что предполагает наличие локализованного источника, действующего на элементы в некоторой локализованной области, от которой волны смогут распространяться на

большое расстояние. Для этого будет удобно найти, распределение амплитуд \mathbf{p}_n , возникающее под действием точечного δ -источника, действующего только на элемент с номером m : $\mathbf{A}_n = \delta_{nm} \mathbf{A}_0$. Поле источника более сложного вида можно набрать из отдельных δ -источников с правильно выбранными амплитудами; тогда, учитывая линейность колебаний, результирующее распределение можно найти как суперпозицию соответствующих распределений. В этом смысле искомое распределение \mathbf{p}_n представляет собой функцию Грина.

Итак, Фурье-образ δ -источника:

$$\mathbf{A}(k) = \frac{1}{2\pi} \mathbf{A}_m^{ext} e^{-ikm}$$

Тогда уравнение (5) принимает вид

$$\mathbf{p}_n = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^{\pi} \left(\beta^{-1} - \sum_{m \neq 0} G_m e^{ikm} \right)^{-1} e^{ik(n-m)} dk \right] \mathbf{A}_0 \quad (6)$$

В этой записи предполагается, что интегрирование производится отдельно для каждого компонента подынтегрального тензора.

Проанализируем отдельно свойства бесконечного ряда $\sum_{m \neq 0} G_m e^{ikm}$, входящего в уравнение (6). Вначале рассмотрим случай действительных k . Учитывая, что тензор G_m описывает взаимодействие электромагнитного характера, для которого справедливо мультипольное разложение, его компоненты при больших m будут демонстрировать убывание (по модулю) по степенному закону. Тогда рассматриваемый ряд оказывается сходящимся, если показатель обратной степени больше 1, и условно сходящимся, если он равен 1. В случае комплексных k ряд оказывается расходящимся, поскольку модуль множителя e^{ikm} возрастает экспоненциально (при $m \rightarrow \infty$ и $\text{Im}k < 0$ либо при

$m \rightarrow -\infty$ и $\text{Im}k > 0$). Таким образом, сумма $\Sigma_0(k) = \sum_{m \neq 0} G_m e^{ikm}$ может быть вычислена только при действительных k , а вычислена однозначно – только при дополнительном условии убывания компонентов тензора G_m с ростом m быстрее, чем $1/m$.

Технически, уравнение (6) решает поставленную задачу и при действительных k . Однако, оно дает только численный суммарный результат, не позволяя вычленять из него отдельные решения и анализировать их. Чтобы сделать это, необходимо перейти к формализму комплексных волновых чисел. Для этого необходимо аналитически продолжить функцию $\Sigma_0(k)$ на всю комплексную плоскость, то есть найти такую функцию $\Sigma(k)$, которая совпадала бы с $\Sigma_0(k)$ при действительных k , но при этом сама была бы определена для любого комплексного k .

Метод частичных сумм. Наиболее очевидный способ, позволяющий избежать проблем со сходимостью – представить $\Sigma(k)$ в виде частичной суммы:

$$\Sigma(k) = \sum_{m=-N, m \neq 0}^N G_m e^{ikm} = \sum_{m=1}^N G_m e^{ikm} + \sum_{m=1}^N G_m e^{-ikm} = \sum_{m=1}^N G_m (e^{ikm} + e^{-ikm}) = 2 \sum_{m=1}^N G_m \cos(km)$$

Такой метод может быть полезен в некоторых специальных случаях, однако он позволяет получить лишь часть результатов.

Метод полилогарифмов. Поскольку тензор описывает электромагнитное взаимодействие между частицами, то, учитывая мультипольное разложение, его компоненты могут быть представлены (точно или приближенно) в виде

$$\left(\frac{a_1}{|m|} + \frac{a_2}{|m|^2} + \frac{a_3}{|m|^3} + \dots \right) e^{ik_0|m|} \quad (7)$$

Здесь $k_0 = \omega d / c$, а фазовый множитель $e^{ik_0|m|}$ отвечает за электромагнитное запаздывание.

Тогда

$$\begin{aligned} \sum_{m \neq 0} \left(\frac{a_1}{|m|} + \frac{a_2}{|m|^2} + \frac{a_3}{|m|^3} + \dots \right) e^{ik_0|m|} e^{ikm} &= \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{a_1}{m} + \frac{a_2}{m^2} + \frac{a_3}{m^3} + \dots \right) e^{i(k_0+k)m} + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{a_1}{m} + \frac{a_2}{m^2} + \frac{a_3}{m^3} + \dots \right) e^{i(k_0-k)m} &= \sum_s a_s \left[Li_s \left(e^{i(k_0+k)} \right) + Li_s \left(e^{i(k_0-k)} \right) \right] \end{aligned}$$

Поскольку метод полилогарифмов представляет более полное описание, в последствии мы будем пользоваться им, если не указано иное.

Таким образом, для \mathbf{p}_n имеем

$$\mathbf{p}_n = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^{\pi} \left(\beta^{-1} - \Sigma(k) \right)^{-1} e^{ik(n-m)} dk \right] \mathbf{A}_0 \quad (8)$$

Здесь интегрирование производится по действительной оси от $-\pi$ до π .

Благодаря множителю $e^{ik(n-m)}$ подынтегральная функция в стремится к бесконечности (нулю) при $\text{Im}k \rightarrow -\infty$ ($\text{Im}k \rightarrow +\infty$) для $n > m$ и к нулю (бесконечности) при $\text{Im}k \rightarrow -\infty$ ($\text{Im}k \rightarrow +\infty$) для $n < m$. Таким образом, рассматривая по отдельности случаи $n > m$ и $n < m$, можно сдвинуть контур интегрирования в верхнюю (нижнюю) полуплоскость, деформируя его так, чтобы он при этом не пересекал особенностей подынтегральной функции. Тогда интеграл распадется на сумму отдельных вкладов, обусловленных интегрированием вокруг каждой из особенностей подынтегральной функции. Заметим, что, поскольку подынтегральная функция является тензорной, у каждой ее компоненты, вообще говоря, может быть свой набор особенностей; тогда сдвиг и деформирование контура будет производиться отдельно для каждой компоненты.

Особенностями подынтегральной функции могут быть полюса и разрезы. Заметим, что из двух выбранных способов вычисления функции $\Sigma(k)$ подынтегральная функция будет иметь разрезы только в случае метода полилогарифмов.

Интегралы вокруг полюсов могут быть выражены как вычеты в этих полюсах. При этом, поскольку \mathbf{p}_n зависит от номера частицы только через множитель $e^{ik(n-m)}$ в подынтегральной функции, то и соответствующий вычет будет зависеть от n таким же образом; то есть, вклад каждого полюса в общее решение – это гармоническая волна с волновым числом, равным координате соответствующего полюса k_{pole} , и амплитудой, равной вычету в этом полюсе при $n=m$.

Интегралы вокруг разрезов не могут быть выражены подобным образом (однако, для них могут быть получены асимптотические выражения на больших расстояниях от источника [25]). Вклад разреза в общее решение – это волна, имеющая непрерывный спектр, то есть представляющая собой сумму бесконечного количества различных гармоник. Эта волна имеет неэкспоненциальный профиль затухания, то есть затухает медленнее любых гармонических решений, и на достаточно больших расстояниях от источника оказывается доминирующей. Это важно помнить при анализе волн в дискретных волноводах, поскольку ее легко принять за одну из гармонических волн.

Частота входит в выражение (8) как параметр. Варьируя ее, мы можем отслеживать траектории полюсов на комплексной плоскости и отсюда получить дисперсионные кривые соответствующих им гармонических мод.

Заметим, что описанный метод перекликается с другим способом нахождения дисперсии, который использовался, в том числе в работе Коендеринка[21]. Он заключается в том, что вместо рассмотрения задачи о

возбуждении колебаний точечным источником рассматривается бегущая по цепочке неограниченная в обе стороны собственная мода, обладающая частотой ω и волновым числом k_{pole} :

$$\mathbf{p}_n = \mathbf{p}_0 e^{i(kn - \omega t)}$$

Подставляя это выражение в (2), можно сразу получить уравнение, связывающее ω и k_{pole} :

$$\mathbf{p}_0 e^{ikn} = \beta \sum_{m \neq n} G_{nm} \mathbf{p}_0 e^{ikm}$$

$$\left(\beta^{-1} - \sum_{m \neq n} G_{nm} e^{ik(m-n)} \right) \mathbf{p}_0 = \mathbf{0}$$

$$\det \left(\beta^{-1} - \sum_{m \neq n} G_{nm} e^{ik(m-n)} \right) = 0$$

$$\det \left(\beta^{-1} - \Sigma(k) \right) = 0$$

В последнем выражении подразумевается переход от действительных волновых чисел к комплексным с использованием аналитического продолжения, как это было описано выше.

Полученные таким образом дисперсионные соотношения в точности совпадают с теми, которые были найдены из (8). Действительно, выражение $e^{ik(n-m)}$ в числителе подынтегрального выражения является регулярным, следовательно, единственный источник особенностей – знаменатель $\left(\beta^{-1} - \Sigma(k) \right)^{-1}$. В частности, все полюса подынтегрального выражения возникают только в тех точках k (но не во всех точках), где

$$\det \left(\beta^{-1} - \Sigma(k) \right) = 0.$$

Такой способ нахождения дисперсии намного прямолнейнее и потому намного проще, однако, в отличие от приведенного выше последовательного метода, он в принципе замечает только гармонические решения (а потому с его помощью невозможно обнаружить волну с непрерывным спектром, о которой говорилось выше), а кроме того, не позволяет определить, с какой амплитудой возбуждается то или иное гармоническое решение.

Наконец, опишем еще один, более простой, но менее информативный метод исследования дискретных волноводов. Он заключается в том, чтобы рассмотреть возбуждение конечного массива, состоящего из N элементов. Поскольку конечный массив больше не обладает свойством трансляционной инвариантности, необходимо записать аналог уравнения (2) для каждого элемента. Тогда мы получим систему из N матричных уравнений:

$$\beta^{-1} \mathbf{p}_n = \sum_{m=1, m \neq n}^N G_{nm} \mathbf{p}_m + \mathbf{A}_n^{ext}, n = 1 \dots N$$

Решив эту систему относительно $(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N)$, можно получить распределение амплитуд колебаний в массиве. И, хотя этот метод не позволяет разложить полученный результат на отдельные составляющие, он будет полезен для верификации результатов, полученных более продвинутыми методами.

Итак, мы описали общий подход к теоретическому анализу дискретных волноводов. Здесь мы не говорили ни о конкретной геометрии, ни вообще о виде волновода и о природе распространяющихся по нему волн. Теперь рассмотрим на нескольких примерах, как данный подход может применяться для анализа дисперсионных свойств волноводов самого разного вида.

Глава 3. Плазмонные цепочки

3.1. Цепочка сферических наночастиц

Рассмотрим цепочку сферических металлических наночастиц (см. рис. 1). При помещении во внешнее электрическое поле частица поляризуется, приобретая дипольный момент. В то же время поляризованная частица сама является источником электрического поля, которое поляризует соседние частицы. Таким образом, для цепочки сферических наночастиц колебательные степени свободы представляют собой компоненты вектора электрического дипольного момента, а внешним воздействием является электрическое поле.

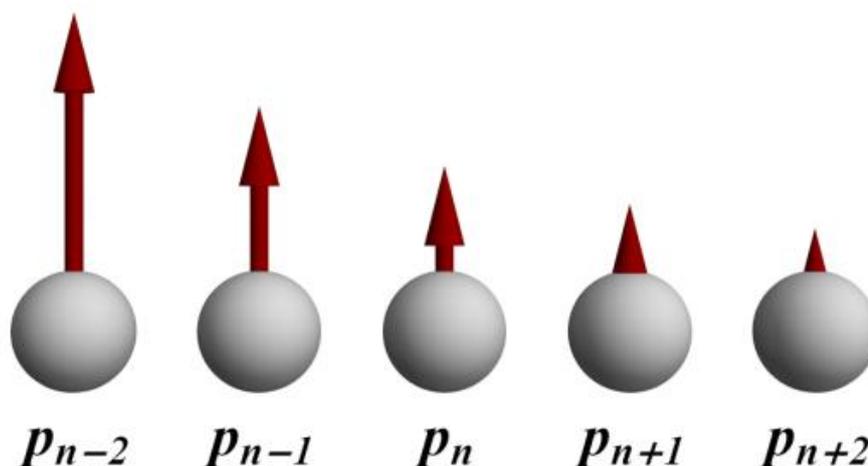


Рис. 1. Цепочка сферических плазмонных частиц.

Тогда тензор β – тензор электрической поляризуемости частицы. В силу сферической симметрии частицы, а также отсутствия гиротропических эффектов, этот тензор имеет диагональный вид, причем все его диагональные компоненты равны[18]:

$$\beta = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{\epsilon + 2}{\epsilon - 1} \frac{1}{a^3} - i \frac{2}{3} k_0^3 \right)^{-1} \hat{I}$$

Здесь a – радиус частицы, ϵ – диэлектрическая проницаемость частицы относительно среды (зависящая от частоты), $k_0 = \omega d / c$ – безразмерное волновое число свободного пространства, d – период цепочки.

Тензор G_m – тензор дипольного взаимодействия. Учитывая расположение всех частиц на одной прямой, он также имеет диагональный вид:

$$G_m = \begin{pmatrix} g_{T,m} & 0 & 0 \\ 0 & g_{T,m} & 0 \\ 0 & 0 & g_{L,m} \end{pmatrix},$$

$$\text{где } g_{T,m} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{|md|^3} + \frac{ik_0}{|md|^2} + \frac{k_0^2}{|md|} \right) e^{ik|m|}, \quad g_{L,m} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{|md|^3} - \frac{ik_0}{|md|^2} \right) e^{ik|m|}.$$

Здесь и в последующих разделах мы будем подразумевать, что δ -источник установлен на элемент с номером 0.

Поскольку оба тензора β и G_m диагональны, все три моды колебаний (одна продольная и две поперечных) оказываются невзаимодействующими. Тогда уравнение (8) можно разбить на три скалярных уравнения и рассматривать их по отдельности:

$$\mathbf{p}_n = \frac{E_0}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\beta e^{ikn}}{1 - \beta \Sigma_{T,L}(k)} dk \quad (9)$$

Компоненты $g_{T,m}$ и $g_{L,m}$ тензора G_m в данном случае имеют вид (7), поэтому $\Sigma_T(k)$ и $\Sigma_L(k)$ выражаются в виде:

$$\begin{aligned} \Sigma_T(k) &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{d^3} \left[Li_3(e^{i(k_0+k)}) + Li_3(e^{i(k_0-k)}) \right] + \\ &+ \frac{ik_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{d^2} \left[Li_2(e^{i(k_0+k)}) + Li_2(e^{i(k_0-k)}) \right] + \\ &+ \frac{k_0^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{d} \left[Li_1(e^{i(k_0+k)}) + Li_1(e^{i(k_0-k)}) \right] \\ \Sigma_L(k) &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{d^3} \left[Li_3(e^{i(k_0+k)}) + Li_3(e^{i(k_0-k)}) \right] - \\ &- \frac{ik_0}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{d^2} \left[Li_2(e^{i(k_0+k)}) + Li_2(e^{i(k_0-k)}) \right] \end{aligned}$$

Далее рассмотрим решение (9) для случая Т-поляризации. Вид подынтегральной функции представлен на рис. 2. В каждой полуплоскости она имеет два полюса и один разрез. Соответственно, суммарное распределение дипольных моментов будет включать в себя три вклада:

$$p_n = p_{w,n} + p_{s,n} + p_{c,n} \quad (10)$$

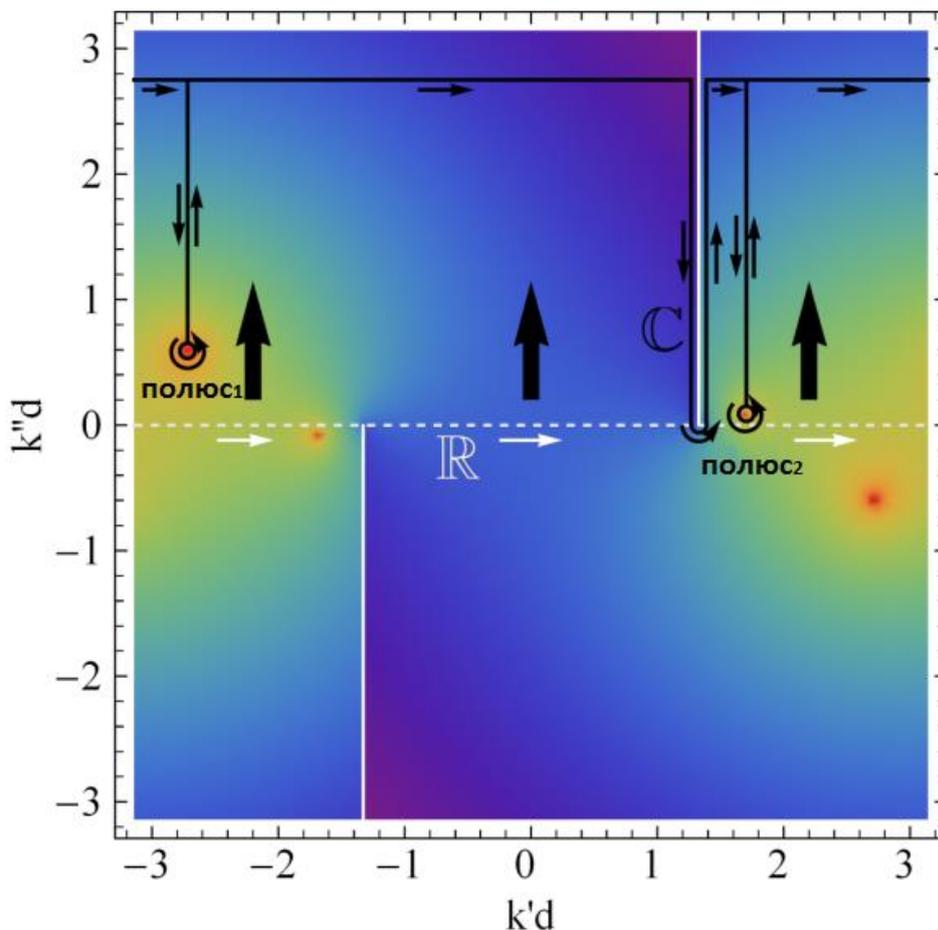


Рис. 2. График модуля подынтегральной функции в (9). Белая пунктирная линия – исходный контур интегрирования, черная сплошная – контур интегрирования после деформации. Маленькие стрелки показывают направление обхода контуров, большие черные стрелки показывают направление сдвига контура. Используются параметры $\omega = 5.31 \times 10^{15} \text{ с}^{-1}$, $\hbar\omega_p = 6.18 \text{ эВ}$, $\hbar\nu = 0.02 \text{ эВ}$, диэлектрическая проницаемость в модели Друде.

Первые два вклада это плазмонные решения. Как мы говорили, их можно найти как вычеты в соответствующих им полюсах:

$$P_{w,n} = \frac{E_0}{2\pi} \oint_{pole} \frac{\beta e^{ik(n-m)}}{1 - \beta \Sigma_T(k)} dk = iE_0 \text{Res}_{pole} \left[\frac{\beta e^{ik(n-m)}}{1 - \beta \Sigma_T(k)} \right] = \frac{iE_0 \beta \exp(ik_{pole} n)}{-\beta \Sigma'_T(k_{pole})} \quad (11)$$

Последний вклад – это волна со сплошным спектром. Она не имеет аналитического выражения и может быть вычислена только численно:

$$P_{w,n} = \frac{E_0}{2\pi} \oint_{cut} \frac{\beta e^{ik(n-m)}}{1 - \beta \Sigma_T(k)} dk \quad (12)$$

Выражение (11) позволяет получить частотную зависимость волновых чисел и амплитуд плазмонных решений от частоты. Очевидно, их точный вид будет зависеть от частотной зависимости поляризуемости α , которая зависит от диэлектрической проницаемости металла, из которого сделана частица. Чтобы понять, как свойства материала влияют на общую картину, рассмотрим несколько вариантов такой зависимости.

Во-первых, мы рассмотрим диэлектрическую проницаемость в модели Друде:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu)} \quad (13)$$

Плазменную частоту мы выберем равной $\omega_p = 6,18 \text{ эВ}$ для того, чтобы наиболее соответствовать диэлектрической проницаемости серебра. Мы рассмотрим два варианта, с высоким затуханием, приближенным к реальному ($\nu = 0,7 \text{ эВ}$), и с низким затуханием ($\nu = 0,02 \text{ эВ}$).

Кроме того, мы рассмотрим два варианта экспериментально полученной зависимости диэлектрической проницаемости серебра от частоты, полученные Ракичем [78] и МакПиком [79]; первый из них характеризуется более высоким затуханием.

Дисперсионные кривые, соответствующие этим четырем вариантам, изображены на рис. 3. На них присутствуют два решения, которые мы будем называть сильным и слабым плазмонами.

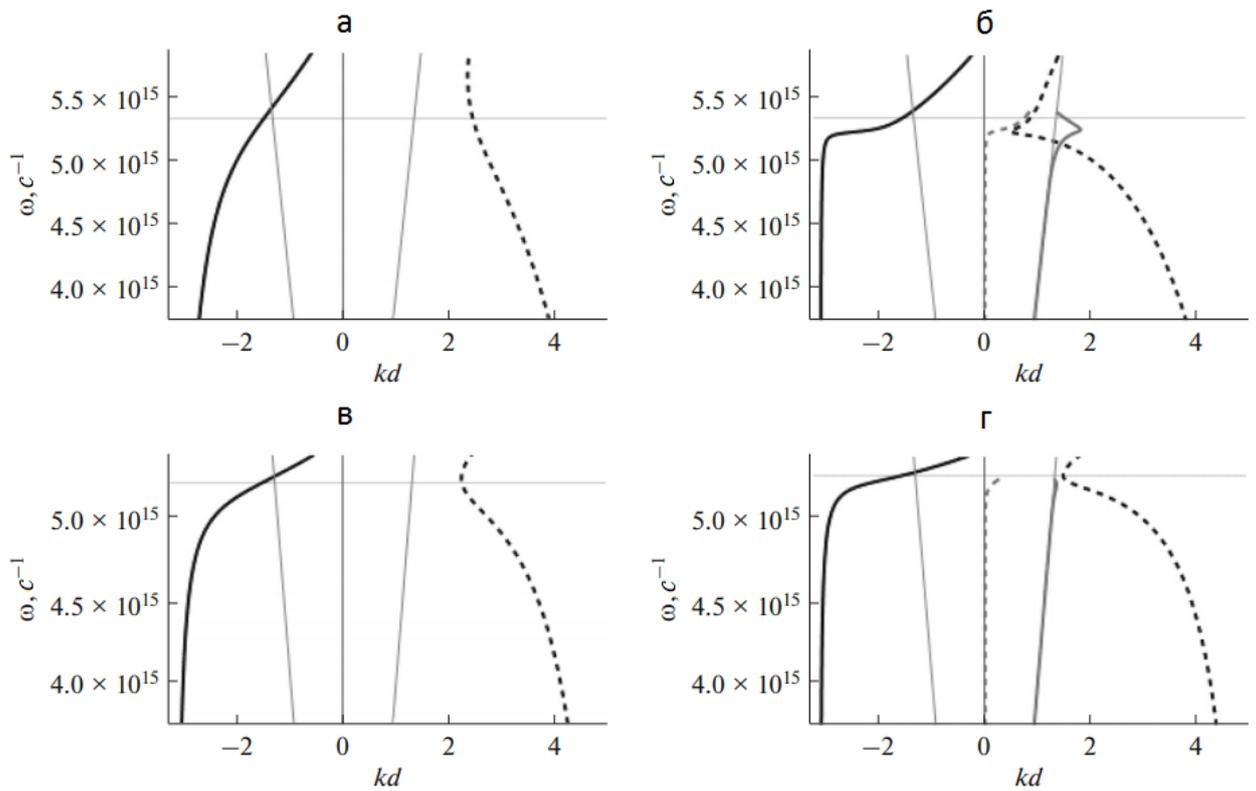


Рис. 3. Дисперсионные кривые сильного (черный) и слабого (серый) плазмонов в цепочке сферических наночастиц с диэлектрической проницаемостью в виде (13) при $\hbar\omega_p = 6.18\text{эВ}$ и $\hbar\nu = 0.7\text{эВ}$ (а), $\hbar\omega_p = 6.18\text{эВ}$ и $\hbar\nu = 0.02\text{эВ}$ (б) и построенной на основании экспериментальных данных из [78](в) и [79](г). Сплошные кривые обозначают действительные части волновых чисел, пунктирные – мнимые.

Сильный плазмон – обратная волна, обладающая довольно высоким затуханием. Минимум затухания достигается в окрестности частоты дипольного резонанса одиночной частицы ω_0 (эта частота соответствует значению диэлектрической проницаемости $\varepsilon = -2$). При этом глубина минимума зависит от величины потерь в материале. В другой стороны, сильный плазмон имеет большую начальную амплитуду (что обуславливает его название).

Слабый плазмон – прямая волна, дисперсионная кривая которой квазиэкспоненциально приближается к световой линии в области низких частот

и отклоняющаяся от нее вблизи частоты ω_0 . Этот плазмон, напротив, имеет малую начальную амплитуду, но также низкое затухание. Кроме того, для этого плазмона характерна обратная зависимость затухания (в области частот, где оно заметно) и потерь в материале – в менее диссипативном материале плазмон затухает сильнее (но также и сильнее возбуждается). Заметим также, что этот плазмон существует не при всех вариантах диэлектрической проницаемости – в случае, если диссипация слишком велика, то он сливается с неэкспоненциальной волной (см. далее).

Выражения (9)-(12) позволяют построить пространственные профили полного распределения амплитуд колебаний и вклады различных решений в него (см. рис. 4). Видно, что суммарный профиль образован суммой одного сильнозатухающего и одного слабозатухающего плазмона, а также волны с неэкспоненциальным профилем.

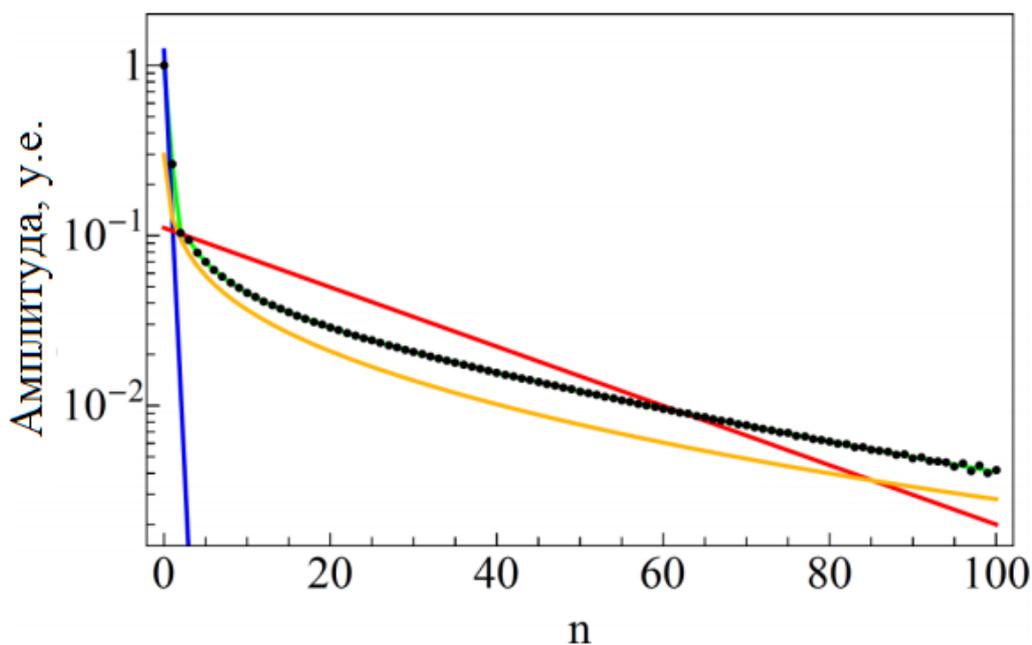


Рис. 4. Пространственный профиль волн в цепочке сферических наночастиц и вклады в него, соответствующие сильному (синий) и слабому (красный) плазмонам и неэкспоненциальной волне (оранжевый). Полное решение показано зеленым. Распределение амплитуд, полученное в конечной цепочке, показано точками.

Для верификации модели и полученных результатов, выполним простую процедуру. Рассмотрим конечную цепочку, состоящую из 201 частицы, пронумерованных от -100 до 100, с δ -источником, установленным на частицу с номером 0. Такой выбор обусловлен желанием избавиться от граничных эффектов, вызванных отражением волн от концов цепочки. Результат вычисления оказался бы существенно отличным, если бы источник был установлен, например, на одну из крайних частиц цепочки. Распределение амплитуд в такой цепочке показано на рис. 4. Можно видеть, что это распределение превосходно совпадает с пространственным профилем, полученным из модели бесконечной цепочки, за исключением участка вблизи конца цепочки, где имеет место интерференция с отраженной волной.

3.2. Цепочки наночастиц сложной формы

В случае частиц существенно несферической формы дипольное приближение больше не применимо. Для описания плазмонов в цепочках таких частиц требуется более сложный подход.

Рассмотрим аксиальную цепочку кольцевых резонаторов (см. рис. 5а). В качестве геометрической модели кольцевого резонатора мы возьмем тор с малым радиусом $r = 20\text{нм}$ и большим радиусом $R = 100\text{нм}$ и угловым вырезом величиной $0,8$ радиан. Концы резонатора скруглены двумя сфероидами с полуосями r , r и $r/2$. Материал резонатора – серебро, диэлектрическая проницаемость которого взята из экспериментальных данных [80].

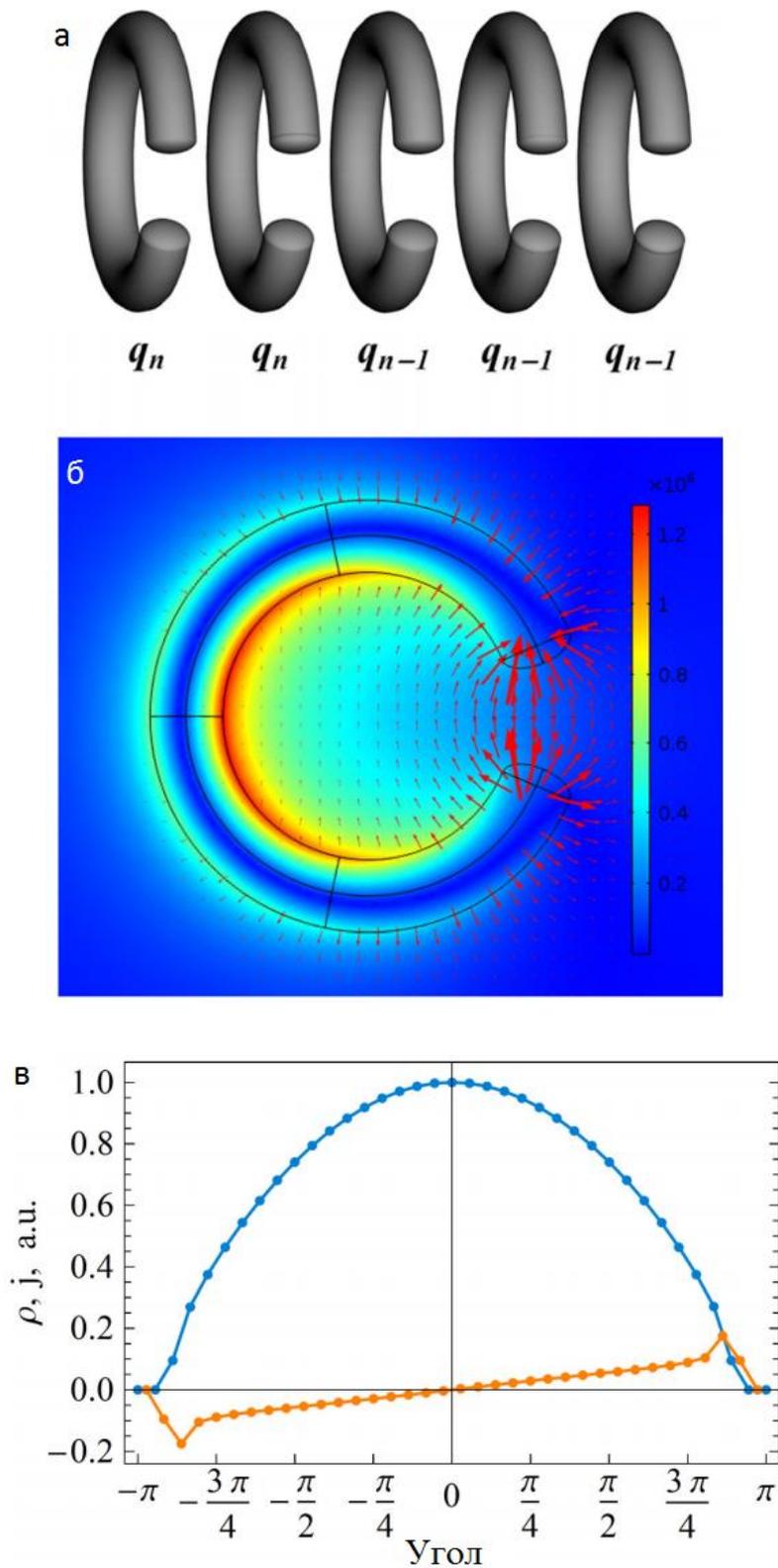


Рис. 5. Аксиальная цепочка кольцевых резонаторов (а), распределение электрического (стрелки) и магнитного (цвет) поля в магнитодипольной моде одиночного кольцевого резонатора (б) и соответствующие ему угловые распределения заряда (оранжевый) и тока (синий) (в).

Одиночный кольцевой резонатор обладает набором собственных плазмонных мод. Основная мода – магнитодипольная, следующая за ней – электродипольная. Поскольку основная мода расположена по частоте дистантно от остальных мод в силу геометрии резонатора, мы можем использовать одномодовое приближение. В качестве переменной, описывающей колебания резонатора, мы будем использовать величину электрического заряда одной половины резонатора q .

Поскольку мы рассматриваем только одну моду колебаний одиночной частицы, уравнение (8) будет иметь скалярный вид:

$$q_n = \frac{V_0}{2\pi L} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\beta e^{ikn} dk}{1 - \beta \Sigma(k)}$$

О величинах V_0 и L , входящих в это выражение, будет сказано чуть позже.

Для определения функции отклика α и функции взаимодействия g_m мы будем пользоваться приближением LC -контура и численным моделированием.

Результат моделирования магнитодипольной моды в среде COMSOL изображен на рис. 5б. Для наших параметров мы получаем комплексную частоту магнитодипольной моды $\tilde{\omega}_0 = (9,66 \times 10^{14} + 1,57 \times 10^{13} i) \text{ с}^{-1}$ и электродипольной моды $\omega_1 = (1,97 \times 10^{15} + 1,58 \times 10^{14} i) \text{ с}^{-1}$. Последняя будет служить ориентиром для определения области применимости одномодового приближения. Характерное угловое распределение заряда и тока в резонаторе показано на рис. 5в.

В соответствии с приближением LC -контура заряд одиночного резонатора q подчиняется уравнению

$$\ddot{q}(t)L + \dot{q}(t)R + q(t)/C = V(t)$$

где L , R и C – эффективные индуктивность, сопротивление и емкость резонатора, соответственно, а V – приложенная к нему ЭДС. Вводя

обозначения $\omega_0 = \sqrt{LC}$ и $\gamma = R/2L$, это уравнение может быть переписано в виде

$$\ddot{q}(t) + 2\gamma\dot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) = V(t)/L \quad (14)$$

Параметры ω_0 и γ определяются из комплексной собственной частоты как $\omega_0 = |\tilde{\omega}_0|$ и $\gamma = \text{Im}(\tilde{\omega}_0)$.

Индуктивность кольцевого резонатора может быть приближенно рассчитана по формуле[81]

$$L = \mu_0 R \left(\ln \left(\frac{8R}{r} \right) - \frac{7}{4} \right)$$

Продолжая приближение LC-контура, ЭДС, создаваемая m -ым резонатором в n -ом может быть найдена как:

$$V_{nm} = -M_{nm}\ddot{q}_m - K_{nm}^{-1}q_m$$

Здесь M_{nm} и K_{nm} - взаимные индуктивность и емкость n -ого и m -ого резонаторов, соответственно. Они могут быть приближенно рассчитаны, используя интегралы перекрытия[82]

$$K_{nm}^{-1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\rho(\mathbf{r}_n)\rho(\mathbf{r}_m)}{|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m|} e^{ik_0|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m|} d\mathbf{r}_n d\mathbf{r}_m$$

$$M_{nm} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}_n) \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}_m)}{|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m|} e^{ik_0|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m|} d\mathbf{r}_n d\mathbf{r}_m$$

Здесь ρ и \mathbf{j} - функции распределения плотности заряда и тока в резонаторе, соответственно, \mathbf{r}_n - радиус-вектор, проведенный в точку n -ого резонатора.

Тогда уравнение (14) переписется в виде

$$\left(-\omega^2 - 2i\gamma\omega + \omega_0^2\right)q_n = \sum_{m \neq n} \left(\omega^2 M_{nm} - K_{nm}^{-1}\right)q_m / L + V_n^{ext} / L \quad (15)$$

Нетрудно заметить, что в таком виде уравнение (15) изоморфно уравнению (2). Отсюда видно, что функции β и g_m в случае цепочки кольцевых резонаторов имеют вид

$$\beta = (-\omega^2 - 2i\gamma\omega + \omega_0^2)^{-1}$$

$$g_m = (\omega^2 M_m - K_m^{-1}) / L$$

а величина A_0 определяется как отношение внешнего ЭДС, действующего на резонатор V_n^{ext} к индуктивности этого резонатора L .

Однако, этого недостаточно для нахождения мод в цепочке кольцевых резонаторов, поскольку функция g_m известна только численно, что не позволяет использовать метод полилогарифмов для вычисления функции $\Sigma(k)$. Для этого необходимо представить функцию g_m в виде (7).

Поскольку для каждого резонатора справедливо мультипольное разложение, имеет смысл предположить, что функция взаимодействия двух резонаторов может быть эффективно аппроксимирована функцией вида (7). Поговорим подробнее о процедуре такой аппроксимации.

Функция взаимодействия может быть вычислена для любого расстояния между элементами. Такую непрерывную функцию будем обозначать $g(l)$. При этом она будет быстро осциллировать с расстоянием в силу множителя $e^{ik_0|r_n - r_m|}$ в выражениях для M и K^{-1} . Поэтому перед непосредственно процедурой аппроксимации следует выделить осциллирующий множитель в явном виде, поделив функцию $g(l)$ на $\exp(ik_0 l)$. В качестве метрики, характеризующей качество аппроксимации, будем использовать суммарную квадратичную относительную невязку в ряде опорных точек:

$$\Delta = \sum_i \frac{\left| g(l_i) \exp(-ik_0 l_i) - \sum_{s=1}^N a_s / l_i^s \right|^2}{|g(l_i)|^2}$$

Нас интересует аппроксимация функции взаимодействия как ближних, так и на дальних расстояниях. При этом функция ведет себя круто при малых значениях и более полого при больших. Поэтому, для равномерной аппроксимации мы будем использовать логарифмически распределенный набор опорных точек l_i от минимального до максимального значения l . По той же причине важно использовать относительную, а не абсолютную невязку, чтобы избежать «перевеса» на малых l . Минимальное значение l мы выберем равным периоду цепочки (поскольку на более коротких расстояниях аппроксимация не требуется), а максимальное – исходя из того, что в функции $g(l)$ должен проявиться старший член, который спадает с расстоянием наиболее медленно. В нашей геометрии это член $\sim 1/l$.

Таким образом, мы берем 31 опорную точку, логарифмически распределенную между $l_1 = d$ и $l_{31} = 1000d$, и минимизируем невязку Δ методом наименьших квадратов. Результат аппроксимации представлен на рис. 6. Найденные в ходе аппроксимации коэффициенты a_1, a_2, \dots можно использовать для вычисления функции $\Sigma(k)$ методом полилогарифмов:

$$\Sigma(k) = \sum_s a_s \left[Li_s \left(e^{i(k_0+k)} \right) + Li_s \left(e^{i(k_0-k)} \right) \right]$$

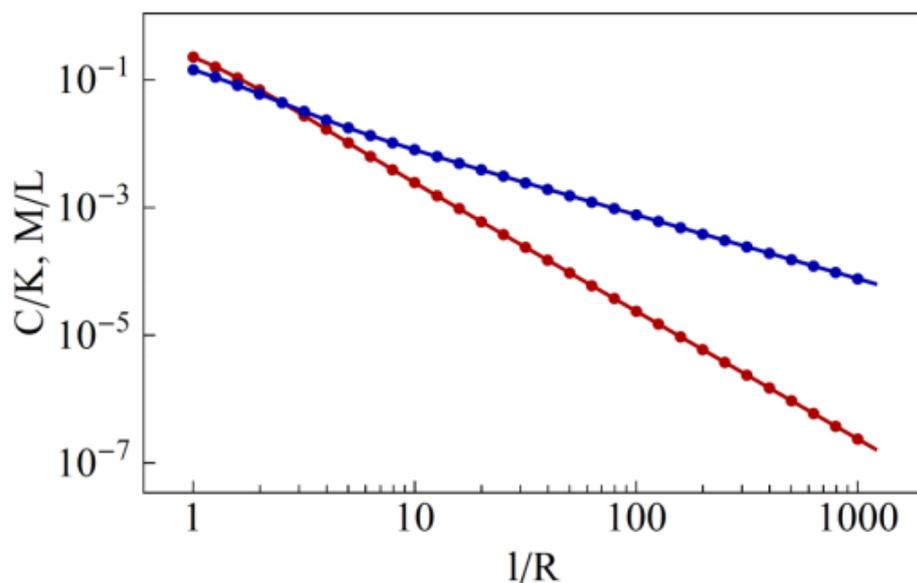


Рис. 6. Результат аппроксимации (кривые) взаимной индуктивности (синий) и взаимной емкости (красный) кольцевых резонаторов по численно рассчитанным значениям (точки).

Это позволяет получить уравнения для плазмонов в цепочке кольцевых резонаторов.

Заметим, что мы не конкретизировали количество членов в аппроксимирующей функции. Очевидно, результат аппроксимации и найденные характеристики плазмонов будут зависеть от него. На рис. 7 представлены дисперсионные кривые сильного плазмона, рассчитанные по описанной процедуре, для разного количества N членов аппроксимирующей функции. Видно, что по мере увеличения N кривая сходится к некоторому предельному виду и практически перестает меняться после $N=7$. Аналогичный результат можно наблюдать и для слабого плазмона. Таким образом. Мы будем считать, что семи аппроксимирующих членов достаточно для корректной аппроксимации и правильного определения характеристик плазмонов в цепочке кольцевых резонаторов.

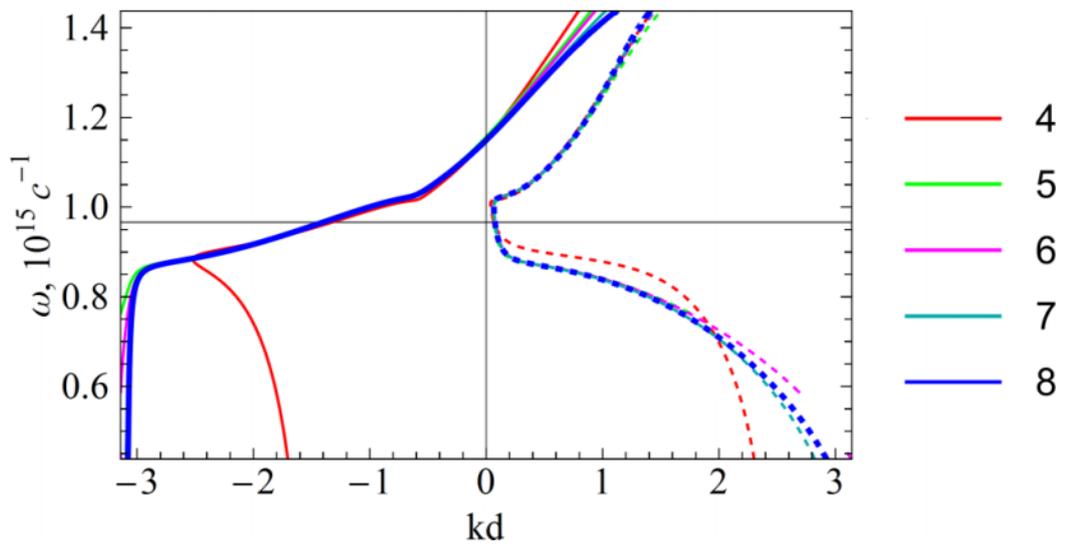
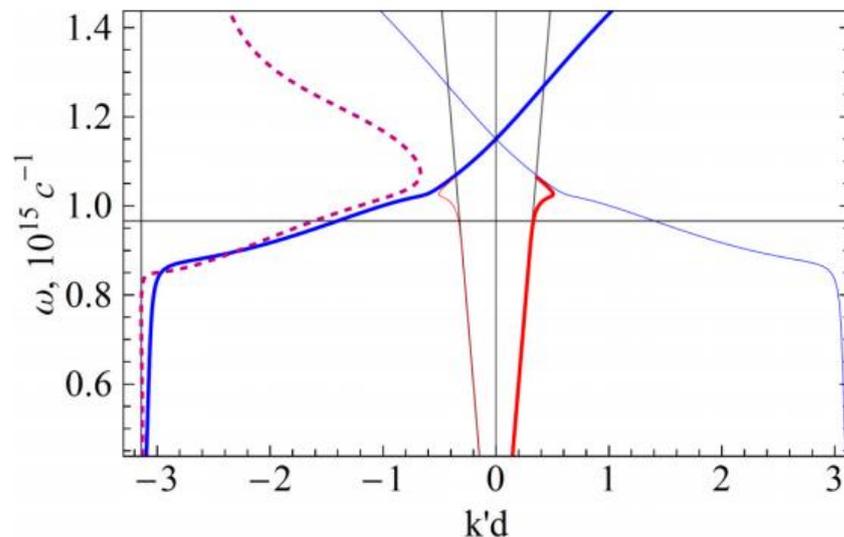


Рис. 7. Дисперсионные кривые сильного плазмона в цепочке кольцевых резонаторов при разных количествах аппроксимирующих членов.

Дисперсионные кривые плазмонов представлены на рис. 8. Это уже знакомые нам слабый и сильный плазмон, которые мы наблюдали в цепочке сферических наночастиц. Однако, в данном случае дисперсионная картина более четкая. Так, сильный плазмон в окрестности резонансной частоты обладает намного меньшим затуханием, образуя отчетливую полосу пропускания. Явно видно взаимодействие слабого и сильного плазмонов, которые фактически становятся неразличимыми выше определенной характерной частоты, но разделяются ниже нее.



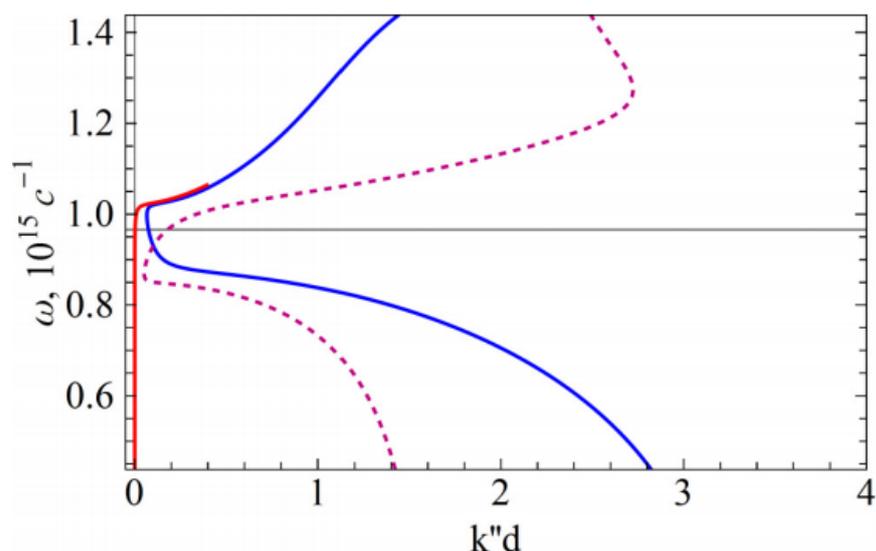


Рис. 8. Дисперсионные кривые сильного (синий) и слабого (красный) плазмонов в цепочке кольцевых резонаторов. На верхнем рисунке изображена действительная часть волнового числа, на нижнем – мнимая. Толстые кривые соответствуют волнам, бегущим вправо (определяются по положительной мнимой части волнового числа), тонкие – бегущим влево. Решение, найденное в приближении ближайших соседей, построено пунктирными кривыми.

Пространственный профиль затухания изображен на рис. 9. Как и в случае цепочки сферических частиц, можно видеть интерференцию слабого и сильного плазмонов и неэкспоненциальной волны.

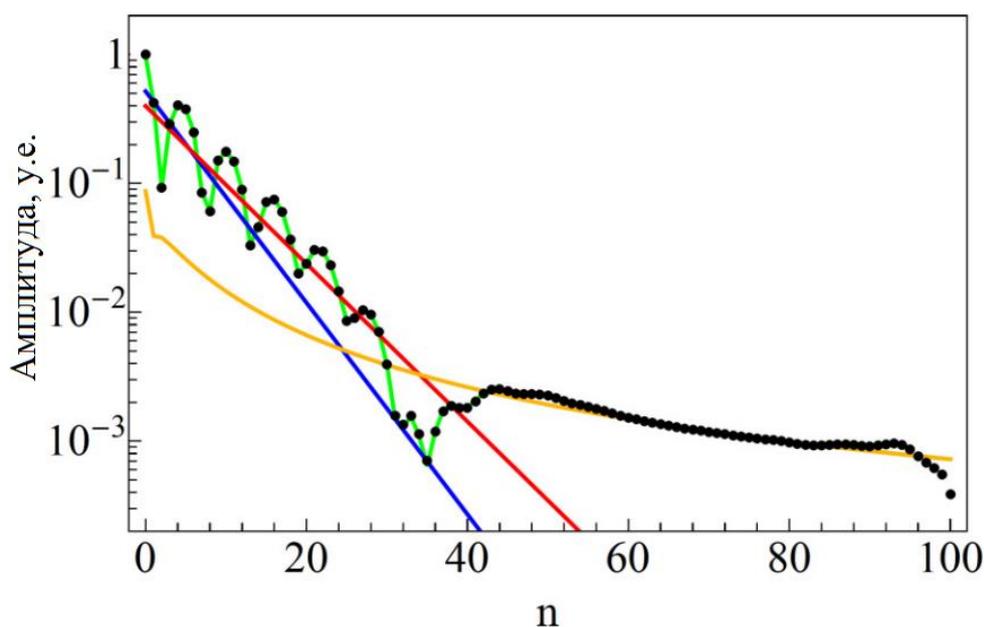


Рис. 9. Пространственный профиль волн в цепочке кольцевых резонаторов и вклады в него, соответствующие сильному (синий) и слабому (красный) плазмонам и неэкспоненциальной волне (оранжевый). Полное решение показано зеленым. Распределение амплитуд, полученное в конечной цепочке, показано точками.

Повторим процедуру верификации, описанную в предыдущем разделе. Для этого рассмотрим конечную цепочку, состоящую из 201 резонаторов, пронумерованных от -100 до 100, с δ -источником, установленным на резонатор с номером 0. Распределение амплитуд в такой цепочке показано на рис. 9. Как и в предыдущем случае, можно видеть, превосходное совпадение этого распределения с пространственным профилем, полученным из модели бесконечной цепочки, за исключением участка вблизи конца цепочки, где имеет место интерференция с отраженной волной, что подтверждает корректность описанного аппроксимационного подхода.

3.3. Основные результаты и выводы первой главы

1) В цепочках плазмонных частиц существует три вида волн – слабый и сильный плазмоны и волна с непрерывным спектром, имеющая неэкспоненциальный профиль затухания; это не зависит от формы частиц

2) Слабый плазмон ярко проявляется в случае низкой диссипации; при достаточно большой диссипации это решение не возникает вовсе

3) В случае малой диссипации происходит вырождение слабого и сильного плазмонов выше определенной частоты

4) В цепочках плазмонных частиц сложной формы для точного нахождения дисперсии необходимо использования аппроксимационного подхода: функция взаимодействия между частицами аппроксимируется суммой обратно-степенных функций

Глава 4. Магنونные цепочки

4.1. Одиночная цепочка

Рассмотрим цепочку эллипсоидальных ферромагнитных частиц, ориентированных главными полуосями сонаправленно с осью цепочки (см. рис. 10). Вся цепочка помещена во внешнее магнитное поле \mathbf{H}_0 , которое мы будем считать достаточно сильным, чтобы все частицы оказались намагничены до насыщения. Также на систему действует внешнее слабое переменное магнитное поле, которое возбуждает колебания намагниченности частиц (сразу отметим, что роль внешнего возбуждения может выполнять не только собственно магнитное поле, но и, например, спин-поляризованный ток, протекающий через частицу). При этом в силу эллипсоидальной формы частицы и однородной намагниченности, намагниченность каждой частицы будет колебаться как единый магнитный момент. Таким образом, намагниченность частицы, ее магнитный момент и внутреннее магнитное поле можно представить, как сумму статической и динамической частей:

$$\mathbf{M}(t) = \mathbf{M}^{stat} + \mathbf{M}^{dyn}(t)$$

$$\mathbf{m}(t) = \mathbf{m}^{stat} + \mathbf{m}^{dyn}(t)$$

$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{H}^{stat} + \mathbf{H}^{dyn}(t)$$

причем $|\mathbf{M}^{dyn}| \ll |\mathbf{M}^{stat}|$, $|\mathbf{m}^{dyn}| \ll |\mathbf{m}^{stat}|$, $|\mathbf{H}^{dyn}| \ll |\mathbf{H}^{stat}|$.

При этом магнитный момент частицы связан с ее намагниченностью через ее объем:

$$\mathbf{m} = \frac{4\pi}{3} abc \mathbf{M}$$

Здесь a, b, c – полуоси эллипсоида.

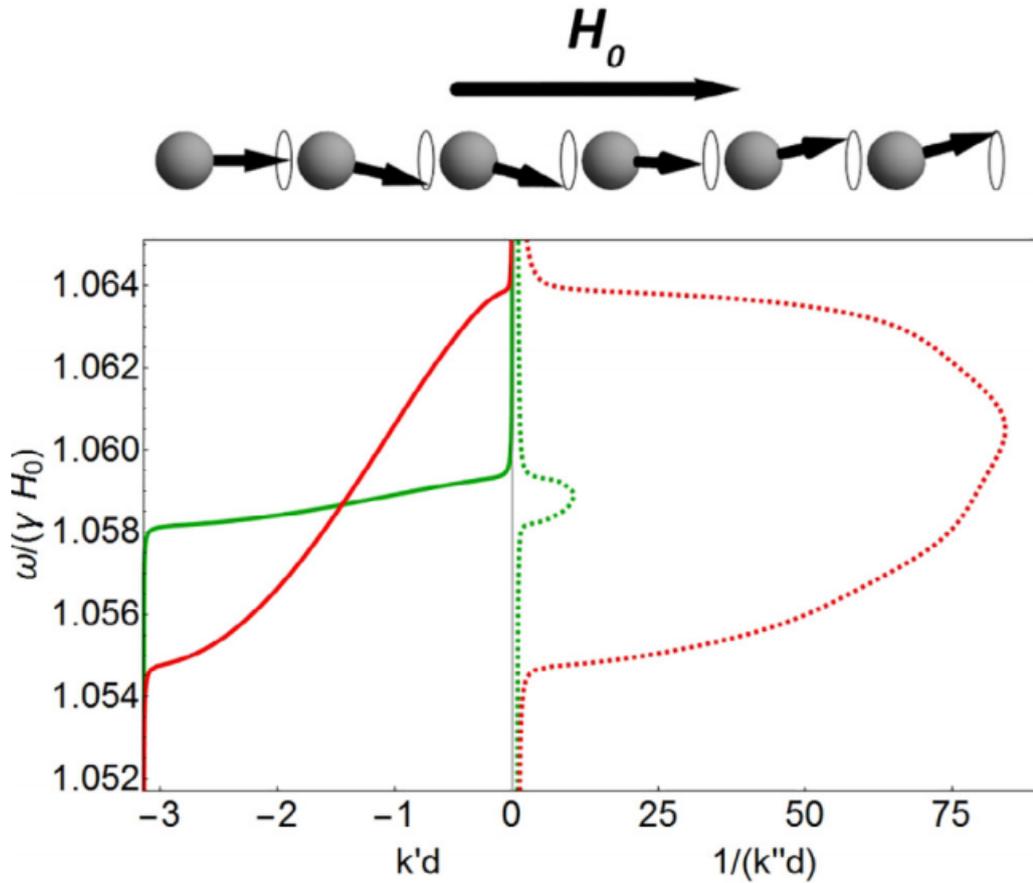


Рис. 10. Внешний вид одинарной цепочки эллипсоидальных частиц, помещенных в продольное магнитное поле (вверху) и дисперсионные кривые спиновых волн в такой цепочке (внизу). Сплошные кривые обозначают действительные части волнового числа, пунктирные – длину распространения спиновых волн. Красный цвет соответствует цепочке с периодом $d=3a$, зеленый – цепочке с периодом $d=6a$.

В качестве колебательных степеней свободы \mathbf{p}_n мы будем рассматривать компоненты динамической составляющей магнитного момента частицы \mathbf{m}^{dyn} .

Решение задачи колебаний магнитных моментов, очевидно, следует проводить в два этапа: сначала решить задачу равновесного распределения статических магнитных моментов, а затем рассмотреть малые динамические колебания моментов на фоне этого распределения.

В общем случае первый этап выполняется средствами микромагнитного моделирования, однако в случае эллипсоидальных частиц это можно сделать и

аналитически. Так, статическая намагниченность частицы возникает под действием статического магнитного поля, действующего на вещество внутри частицы (и сонаправлена ему). Это поле состоит из трех вкладов: магнитного поля, внешнего по отношению к цепочке, поля, создаваемого всеми остальными частицами цепочки, и поля размагничивания самой частицы:

$$\mathbf{H}_n^{stat} = \mathbf{H}_0 + \sum_{l \neq n} G_{nl} \mathbf{m}_l^{stat} + N \mathbf{M}_n^{stat} \quad (16)$$

Здесь G_{nl} – тензор статического дипольного взаимодействия:

$$G_{nl} = \frac{1}{|n-l|^3 d^3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (17)$$

N – тензор размагничивания:

$$N = -\frac{4\pi}{ab+bc+ac} \begin{pmatrix} bc & 0 & 0 \\ 0 & ac & 0 \\ 0 & 0 & ab \end{pmatrix}$$

В случае наличия кристаллографической анизотропии к выражению (16) нужно прибавить поле анизотропии.

Выражение (16) можно преобразовать к виду

$$\mathbf{H}^{stat} = \mathbf{H}_0 + \left(\sum_{l \neq 0} G_l \frac{4\pi}{3} abc + N \right) \mathbf{M}^{stat}$$

Рассмотрим два специальных случая – когда внешнее поле параллельно и перпендикулярно цепочке (и при этом параллельно одной из полуосей частиц).

Поскольку тензоры N и G_l диагональны, в этих случаях статическая намагниченность частиц оказывается сонаправлена с внешним полем. Тогда эффект размагничивающего поля и полей рассеяния эффективно сводится к

изменению величины статического поля внутри частицы. Так, для случаев параллельной и перпендикулярной ориентации поля мы имеем:

$$\mathbf{H}^{stat} = \mathbf{H}_0 + \left(\frac{16\pi\zeta(3) abc}{3 d^3} + N \right) \mathbf{M}^{stat} \quad (18)$$

$$\mathbf{H}^{stat} = \mathbf{H}_0 + \left(-\frac{8\pi\zeta(3) abc}{3 d^3} + N \right) \mathbf{M}^{stat}$$

В дальнейшем мы будем рассматривать случай продольной ориентации внешнего поля.

Теперь рассмотрим динамическую часть задачи. Малые колебания намагниченности частиц под действием переменных магнитных полей описываются при помощи тензора динамической восприимчивости χ , имеющего в данном случае вид тензора Полдера:

$$\mathbf{M}_n^{dyn} = \chi \mathbf{H}_n^{dyn} \quad (19)$$

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_1 & -i\chi_2 & 0 \\ i\chi_2 & \chi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

где $\chi_1 = \frac{\omega_0 \omega_1}{\omega_0^2 - \omega^2}$, $\chi_2 = \frac{\omega \omega_1}{\omega_0^2 - \omega^2}$, $\omega_0 = \gamma H^{stat} - i\alpha\omega$ – собственная частота

частицы, $\omega_1 = \gamma M^{stat}$, γ – гиромагнитное отношение, α – константа Гильберта.

Внутреннее динамическое поле частицы, аналогично статическому, складывается из внешнего возбуждающего поля, поля, действующего со стороны других частиц и поля размагничивания самой частицы

$$\mathbf{H}_n^{dyn} = \mathbf{h}_n + \sum_{l \neq n} G_{nl} \mathbf{m}_l^{dyn} + N \mathbf{M}_n^{dyn} \quad (20)$$

Заметим, что для динамических полей мы по-прежнему можем пользоваться тензором статического дипольного взаимодействия (17),

поскольку для спиновых волн, частота которых лежит в гигагерцовом диапазоне., справедливо магнитостатическое приближение.

Из (19) и (20) получаем:

$$\frac{3}{4\pi abc} \left(\chi^{-1} - N \right) \mathbf{m}_n^{dyn} = \sum_{l \neq n} G_{nl} \mathbf{m}_l^{dyn} + \mathbf{h}_n$$

Это уравнение изоморфно уравнению (2). Таким образом, уравнение (8) приводится к виду

$$\mathbf{m}_n^{dyn} = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^{\pi} \left(\beta^{-1} - \Sigma(k) \right)^{-1} e^{ikn} dk \right] \mathbf{h}_0$$

где

$$\beta = \frac{4\pi abc}{3} \left(\chi^{-1} - N \right)^{-1}$$

$$\Sigma(k) = \sum_{l \neq 0} G_l e^{ikl} = \frac{Li_3(ik) + Li_3(-ik)}{d^3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Поскольку z -компонента тензора восприимчивости (соответствующая продольным колебаниям) равна нулю, продольная мода колебаний не будет возбуждаться. Оставшиеся две моды имеют одинаковые волновые числа при одинаковой частоте и при этом оказываются связаны в силу гиротропных эффектов. Поэтому мы можем говорить о них, как о единой моде.

Дисперсионная кривая этой моды представлена на рис. 10. Она имеет вид узкой разрешенной зоны в окрестности резонансной частоты одиночной частицы. Рассмотрим, как вид этой разрешенной зоны зависит от геометрии цепочки.

Нетрудно показать, что форма дисперсионной кривой не зависит, с точностью до сжатия/растяжения и сдвига вдоль оси частот, от длины полуосей

a , b , c . Таким образом, вид дисперсионного соотношения может быть охарактеризован с использованием двух параметров: ширины разрешенной зоны и ее положения относительно нуля.

Ширину разрешенной зоны мы будем определять как разницу между частотами ее верхней и нижней границ; в свою очередь, границами зоны мы будем считать такие значения частоты, при которых волновое число равняется 0 или π в отсутствие потерь ($\alpha = 0$). Эти частоты равны

$$\omega_{up} = \sqrt{(\omega_0 + N_{xx}\omega_1 + A_1\omega_1)(\omega_0 + N_{yy}\omega_1 + A_1\omega_1)}$$

$$\omega_{down} = \sqrt{(\omega_0 + N_{xx}\omega_1 + A_2\omega_1)(\omega_0 + N_{yy}\omega_1 + A_2\omega_1)}$$

Где

$$A_1 = \frac{8abc\pi}{3d^3} \zeta(3)$$

$$A_2 = -2 \frac{abc\pi}{d^3} \zeta(3)$$

Можно видеть, что эти частоты располагаются по обе стороны от собственной частоты одиночного эллипсоида [83]:

$$\omega_{res} = \sqrt{(\omega_0 + N_{xx}\omega_1)(\omega_0 + N_{yy}\omega_1)} \quad (21)$$

Поскольку $A_{1,2} \ll \omega_0 / \omega_1$, зависимость граничных частот от $A_{1,2}$ является квазилинейной (заметим, что в случае, когда частицы являются эллипсоидами вращения, т.е. $N_{xx} = N_{yy}$, эта зависимость оказывается в точности линейной). Тогда ширина зоны $\Delta\omega = \omega_{up} - \omega_{down}$ квазилинейно зависит от величины abc / d^3 , входящей в $A_{1,2}$ (см. рис. 11). Т.е. она оказывается прямо пропорциональна отношению объема частицы к кубу периода (или, иными словами, доле кубического периода цепочки, занимаемой частицей).

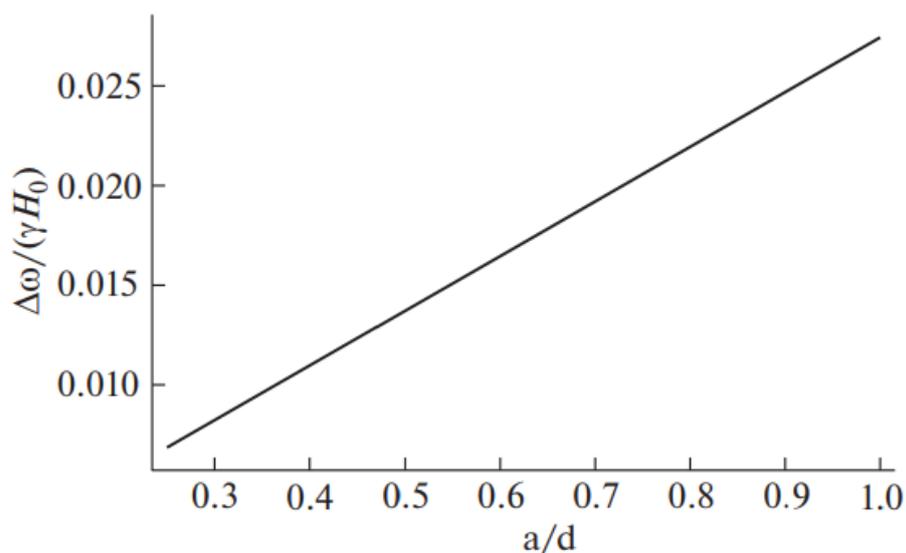


Рис. 11. Зависимость ширины разрешенной зоны от длины одной из полуосей цепочки.

Как мы упоминали выше, разрешенная зона формируется в окрестности резонансной частоты одиночной частицы ω_{res} , поэтому мы будем использовать ее для определения положения разрешенной зоны относительно нуля. Как видно из выражений (16) и (18), существуют два фактора, за счет которых изменение формы частиц влияет на положение разрешенной зоны: во-первых, это размагничивающее поле самой частицы и, во-вторых, это поля рассеяния от соседних частиц. Заметим, что в первом случае значение имеет только форма частицы, но не ее объем, в то время как во втором случае наоборот.

Если же рассмотреть зависимость ω_{res} от каждой полуоси по отдельности, то при увеличении продольной полуоси оба эффекта оказываются однонаправленными, а при увеличении поперечной - разнонаправленными. Это приводит к тому, что зависимость ω_{res} от длины поперечной полуоси (при фиксированной длине продольной) имеет экстремум (см. рис. 12).

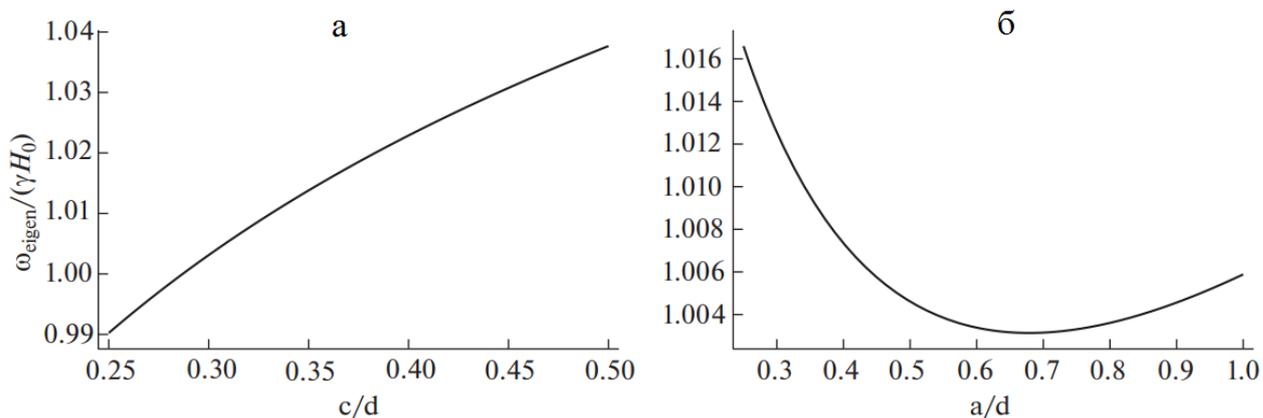


Рис. 12. Зависимость положения разрешенной зоны от длины продольной (а) и поперечной (б) полуоси.

Выполним процедуру верификации, описанную в предыдущих разделах. Для этого рассмотрим конечную цепочку, состоящую из 201 сферической частицы, пронумерованных от -100 до 100, с δ -источником, установленным на частицу с номером 0. Распределение амплитуд в такой цепочке показано на рис. 13. Можно видеть, что распределение совпадает с пространственным профилем, полученным из модели бесконечной цепочки, за исключением участка вблизи конца цепочки, где имеет место интерференция с отраженной волной.

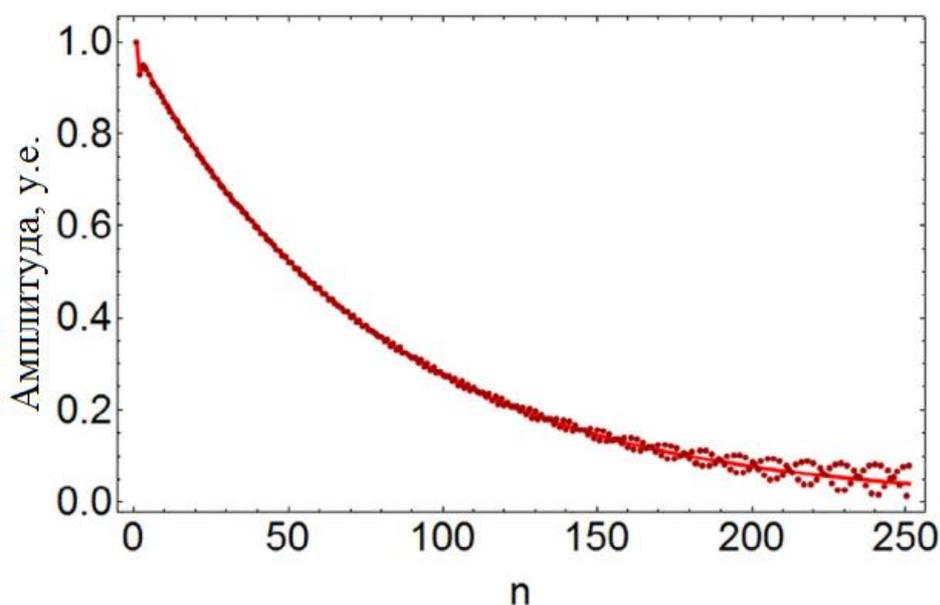


Рис. 13. Пространственный профиль спиновых волн в цепочке сферических магнитных частиц (кривая) и распределение, найденной в конечной цепочке (точки).

Заметим, что нарушение трансляционной инвариантности в случае конечной цепочки, о котором мы писали в предыдущих разделах, в данном случае имеет еще одной проявление. Оно возникает еще на этапе решения статической задачи и заключается в том, величина статического магнитного поля, действующего на каждую частицу, зависит от ее положения в цепочке (см. уравнение (16)). Следовательно, каждая частица имеет свою собственную частоту ω_0 . Частицы, расположенные ближе к концам, оказываются в более слабом магнитном поле и имеют более низкие собственные частоты.

Это приводит, в отличие от плазменных цепочек, к образованию краевых мод. Продемонстрируем это, построив зависимость от частоты модуля определителя системы уравнений для цепочки из $N=30$ частиц (см. рис. 14)

$$\beta^{-1} \mathbf{m}_n = \sum_{l=1, l \neq n}^N G_{nl} \mathbf{m}_l, n = 1 \dots N$$

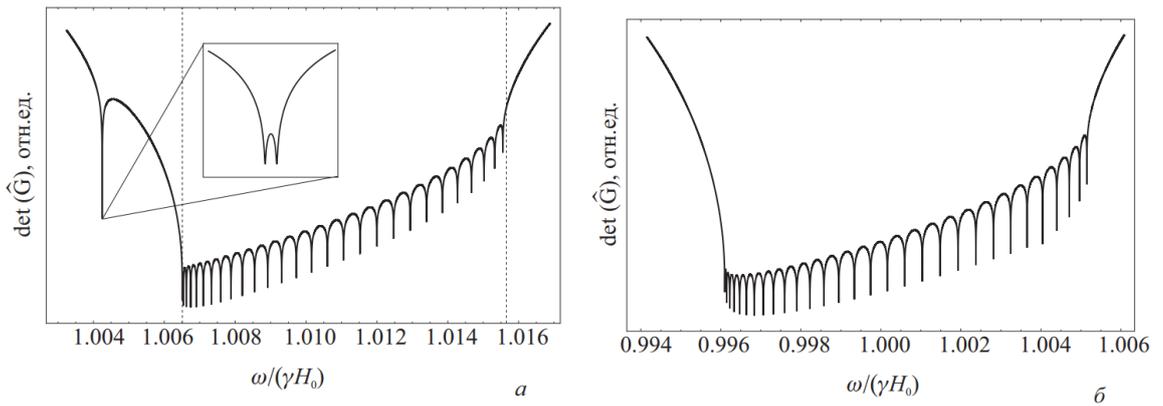


Рис. 14. Собственные моды конечной цепочки сферических магнитных частиц. Вертикальными пунктирными линиями обозначены границы разрешенной зоны ω_{down} и ω_{up} .

Нули определителя соответствуют собственным модам цепочки, при этом общее количество мод равно количеству частиц. Видно, что частоты 28 собственных мод распределены в полосе от ω_{down} до ω_{up} . Оставшиеся две моды (по количеству концов цепочки) имеют частоту ω_{end} , выпадающую из этой полосы. Для сравнения построим тот же график, «выключив» статические поля рассеяния от частиц. В этом случае все 30 собственных частот оказываются в полосе от ω_{down} до ω_{up} .

Заметим, что краевые моды гибридизуются между собой, образуя симметричную и антисимметричную моды (см. рис. 15). При этом между частотами симметричной и антисимметричной мод имеет место расщепление, величина которого обратно зависит от длины цепочки (см. вставку на рис. 14а).

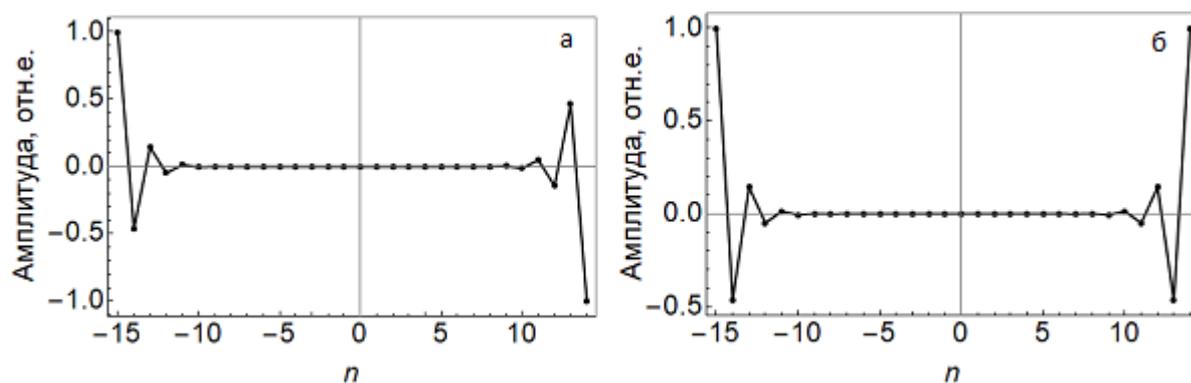


Рис. 15. Профиль краевых мод с антисимметричной (а) и симметричной (б) гибридизацией.

На рис. 16 представлена зависимость частот ω_{down} , ω_{up} и ω_{end} от периода цепочки. Видно, что при разнесении частиц в пространстве все три частоты стремятся к значению резонансной частоты уединенной частицы ω_{res} .

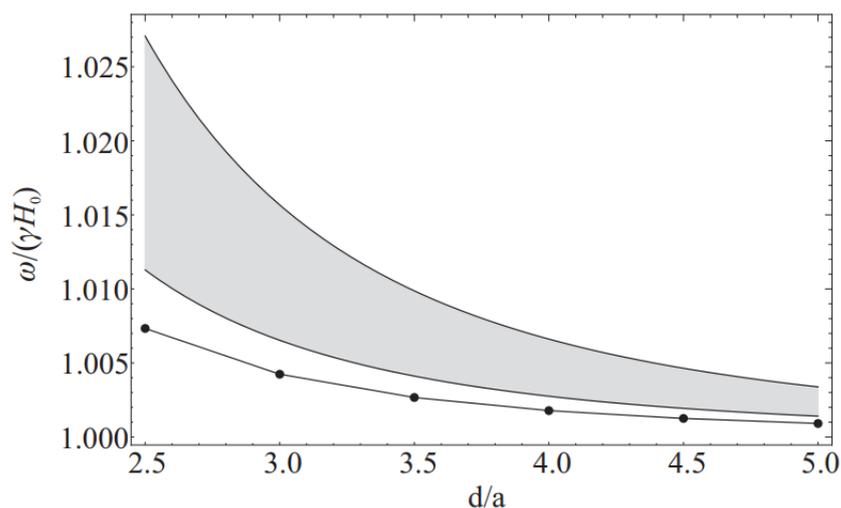


Рис. 16. Зависимость положения разрешенной зоны и краевой моды от периода цепочки.

4.2. Двойная цепочка

Рассмотрим две параллельные цепочки магнитных частиц (см. рис. 17). Поскольку мы уже поняли, как форма частицы влияет на дисперсионные характеристики, в дальнейшем мы будем рассматривать только сферические частицы.

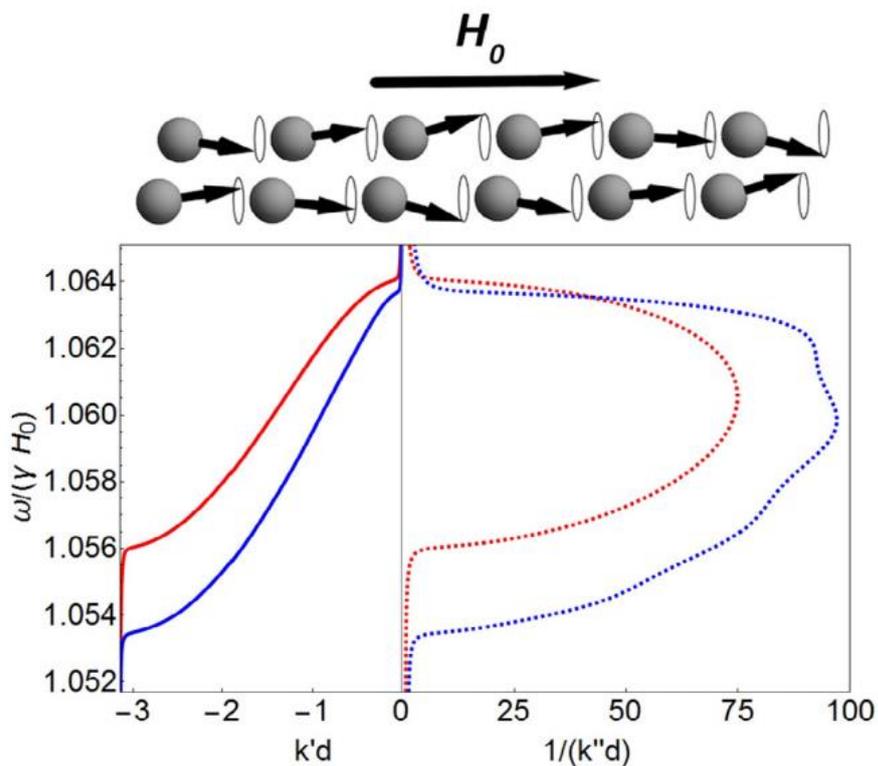


Рис. 17. Внешний вид двойной цепочки сферических частиц, помещенных в продольное магнитное поле (вверху) и дисперсионные кривые симметричной (синий) и антисимметричной (красный) моды спиновых волн в такой цепочке (внизу). Сплошные кривые обозначают действительные частиц волнового числа, пунктирные – длину распространения спиновых волн.

Начнем с решения статической задачи. Теперь выражение для статического поля внутри n -ой частицы помимо полей рассеяния от других частиц цепочки содержит поля рассеяния от частиц из второй цепочки:

$$\mathbf{H}_n^{stat} = \mathbf{H}_0 + \sum_{l \neq n} G_{nl} \mathbf{m}_l^{stat} + \sum_l G_{nl}^+ \mathbf{m}_l^{\times stat} + N \mathbf{M}_n^{stat} \quad (22)$$

Здесь и далее верхним индексом \times мы обозначаем все величины, относящиеся ко второй цепочке. G_{nl}^+ – тензор воздействия l -ой частицы из второй цепочки на n -ую частицу из первой цепочки, G_{nl}^- (см. далее) – наоборот.

$$G_{nl}^+ = \frac{3\mathbf{n}^+ \otimes \mathbf{n}^+ - \hat{I}}{R_{nl}^3}$$

$$G_{nl}^- = \frac{3\mathbf{n}^- \otimes \mathbf{n}^- - \hat{I}}{R_{nl}^3}$$

где $\mathbf{n}^+ = (-r, 0, (n-l)d) / R_{nl}$, $\mathbf{n}^- = (r, 0, (n-l)d) / R_{nl}$ и $R_{nl} = \sqrt{r^2 + (n-l)^2 d^2}$.

Заметим, что для тензоров G_l^+ и G_l^- , в отличие от G_l , свойство взаимности выражается как $G_l^+ = G_{-l}^-$ (но при этом $G_l^+ \neq G_{-l}^+$, $G_l^- \neq G_{-l}^-$).

Учтем свойство трансляционной инвариантности цепочки, тогда выражение (22) переписывается в виде:

$$\mathbf{H}^{stat} = \mathbf{H}_0 + \left(\frac{16\pi\zeta(3)abc}{3d^3} + \frac{4\pi abc}{3} K + N \right) \mathbf{M}^{stat} \quad (23)$$

Здесь $K = \sum_l G_l^+$. Это диагональный тензор. Его компоненты, однако, могут быть вычислены только численно в силу сложной зависимости G_l^+ от l .

Таким образом, как и в случае одинарной цепочки, в случае продольной или поперечной ориентации внешнего поля, наличие полей рассеяния и размагничивания эффективно сказывается только на величине статического поля, действующего на частицы.

Динамическая часть внутреннего поля для двойной цепочки запишется как

$$\mathbf{H}_n^{dyn} = \mathbf{h}_n + \sum_{l \neq n} G_{nl} \mathbf{m}_l^{dyn} + \sum_{l \neq n} G_{nl}^+ \mathbf{m}_l^{+dyn} + G_{nn}^+ \mathbf{m}_n^{+dyn} + N \mathbf{M}_n^{dyn}$$

$$\mathbf{H}_n^{+dyn} = \mathbf{h}_n^+ + \sum_{l \neq n} G_{nl} \mathbf{m}_l^{+dyn} + \sum_{l \neq n} G_{nl}^- \mathbf{m}_l^{dyn} + G_{nn}^- \mathbf{m}_n^{dyn} + N \mathbf{M}_n^{+dyn}$$

Эти два уравнения можно объединить в одно:

$$\overline{\overline{\mathbf{H}}}_n^{dyn} = \overline{\mathbf{h}}_n + \sum_{l \neq n} \overline{\overline{G}}_{nl} \overline{\mathbf{m}}_l^{dyn} + \overline{N} \overline{\overline{\mathbf{M}}}_n^{dyn} \quad (24)$$

$$\text{Здесь } \overline{\overline{\mathbf{H}}}_n^{dyn} = (\mathbf{H}_n^{dyn}, \mathbf{H}_n^{+dyn}), \quad \overline{\mathbf{h}}_n^{dyn} = (\mathbf{h}_n^{dyn}, \mathbf{h}_n^{+dyn}), \quad \overline{\overline{\mathbf{M}}}_n^{dyn} = (\mathbf{M}_n^{dyn}, \mathbf{M}_n^{+dyn}),$$

$$\overline{\mathbf{m}}_n^{dyn} = (\mathbf{m}_n^{dyn}, \mathbf{m}_n^{+dyn}), \quad \overline{\overline{G}}_{nl} = \begin{pmatrix} G_{nl} & G_{nl}^+ \\ G_{nl}^- & G_{nl} \end{pmatrix}, \quad \overline{N} = \begin{pmatrix} N & G_{nn}^+ \\ G_{nn}^- & N \end{pmatrix}.$$

Физический смысл этого объединения можно пояснить следующим образом. Каждая пара частиц с номерами n (по одной из каждой цепочки) теперь рассматривается как цельный двусоставный элемент, обладающий шестью степенями свободы – по три компоненты магнитного момента каждой из составных частиц. Дипольное взаимодействие частиц внутри одной пары, таким образом, теперь рассматривается как перекрестное влияния мод внутри одного элемента, аналогично эффекту гиротропии из предыдущего раздела.

Связь между $\overline{\mathbf{H}}_n^{\text{dyn}}$ и $\overline{\mathbf{M}}_n^{\text{dyn}}$ выражается следующим образом:

$$\overline{\mathbf{M}}_n^{\text{dyn}} = \overline{\chi} \overline{\mathbf{H}}_n^{\text{dyn}} \quad (25)$$

где

$$\overline{\chi} = \begin{pmatrix} \chi & 0 \\ 0 & \chi \end{pmatrix}.$$

Из (24) и (25) получаем

$$\begin{aligned} \overline{\chi}^{-1} \overline{\mathbf{M}}_n^{\text{dyn}} &= \overline{\mathbf{H}}_n^{\text{dyn}} = \overline{\mathbf{h}}_n + \sum_{l \neq n} \overline{G}_{nl} \overline{\mathbf{m}}_l^{\text{dyn}} + \overline{N} \overline{\mathbf{M}}_n^{\text{dyn}} \\ \frac{3}{4\pi a^3} \left(\overline{\chi}^{-1} - \overline{N} \right) \overline{\mathbf{m}}_n^{\text{dyn}} &= \overline{\mathbf{h}}_n + \sum_{l \neq n} \overline{G}_{nl} \overline{\mathbf{m}}_l^{\text{dyn}} \end{aligned} \quad (26)$$

Уравнение (26) приведено к виду (2). Таким образом, для данного случая

$$\mathbf{p}_n = \overline{\mathbf{m}}_n^{\text{dyn}}, \quad \beta = \frac{4\pi a^3}{3} \left(\overline{\chi}^{-1} - \overline{N} \right)^{-1}, \quad \mathbf{A}_n^{\text{ext}} = \overline{\mathbf{h}}_n.$$

Это дает решение в виде

$$\overline{\mathbf{m}}_n^{\text{dyn}} = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^{\pi} \left(\beta^{-1} - \Sigma(k) \right)^{-1} e^{ikn} dk \right] \overline{\mathbf{h}}_0$$

Тензор $\Sigma(k) = \sum_{l \neq 0} \overline{G}_l e^{ikl}$ не может быть вычислен методом

полилогарифмов, поскольку не все компоненты тензора \overline{G}_l имеют вид (7).

Вообще говоря, для этого может быть применен аппроксимационный метод аналогично разделу 2.2. Однако, в данном случае этого не требуется. Благодаря

быстрой сходимости ряда \overline{G}_l ($\sim 1/l^3$) можно воспользоваться методом частичных сумм. В нашем случае оказывается достаточно учесть первые 9

членов ряда для того, чтобы дисперсионные кривые сошлись к своему предельному виду.

Как и предыдущем разделе, степени свободы, соответствующие продольным колебаниям, не будут возбуждаться, поскольку соответствующие компоненты тензора $\overline{\chi}$ равны нулю. Оставшиеся четыре моды, аналогично случаю одинарной цепочки, оказываются попарно связаны, поэтому мы можем говорить о двух независимых модах. Эти две моды гибридизуются таким образом, что образуются две ортогональные моды – симметричная и антисимметричная.

Дисперсионные кривые этих мод показаны на рис. 17. Они имеют вид двух узких разрешенных зон, расположенных в окрестности резонансной частоты одиночной частицы ω_{res} (в случае сферической частицы $\omega_{res} = \text{Re } \omega_0$) и смещенных друг относительно друга. При этом зона симметричной моды смещена вниз относительно зоны одиночной цепочки, а зона антисимметричной моды – вверх. Это объясняет физическое происхождение данных мод – введение взаимодействия между цепочками привело к расщеплению разрешенной зоны одинарной цепочки на две подзоны с образованием симметрично и антисимметричной моды колебаний.

Рассмотрим пространственные профили спиновых волн в двойной цепочке при возбуждении колебаний δ -источником, установленным на одну из частиц цепочки: $\overline{\mathbf{h}}_0 = (h_0, 0, 0, 0, 0, 0)$ (см. рис. 18a). В каждой цепочке наблюдаются биения, причем профили этих биений смещены друг относительно друга на полпериода. При «виде сверху» такие биения будут выглядеть как периодическое перетекание спиновой волны из первой цепочки во вторую и обратно.

Причину образования биений проще понять, если рассмотреть вектор возбуждающего поля в базисе симметричной и антисимметричной мод:

$\bar{\mathbf{h}}_0 = h_0 / 2(1,0,0,1,0,0) + h_0 / 2(1,0,0,-1,0,0)$. Таким образом, поле $\bar{\mathbf{h}}_0$ возбуждает одновременно обе моды. При этом волновые числа этих мод при одной и той же частоте различны (см. рис. 17), поэтому интерференция этих мод приводит к биениям (см. рис. 18б). Длина волны биений обратно пропорциональна разности между волновыми числами симметричной и антисимметричной мод при данной частоте.

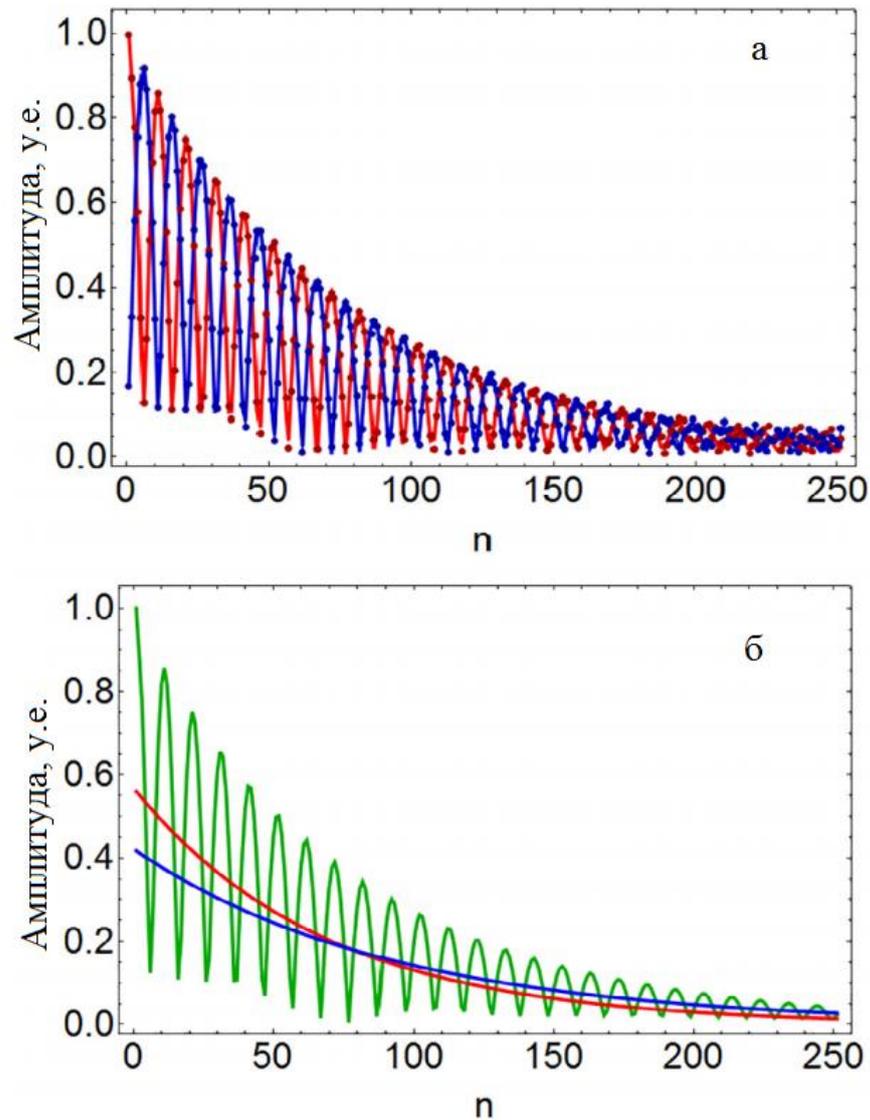


Рис. 18. Пространственные профили спиновых волн в первой (красный) и второй (синий) цепочке сферических магнитных частиц (а) и вклады антисимметричной (красный) и симметричной (синий) мод в полное решение (б). Точками показано распределение амплитуд, найденное в конечной цепочке.

Выполним процедуру верификации, описанную в предыдущих разделах. Для этого рассмотрим конечную цепочку, состоящую из 201 пары сферических частиц, пронумерованных от -100 до 100, с δ -источником, установленным на одну из частиц с номером 0.

Сразу отметим, что нарушение трансляционной инвариантности в данном случае приводит к еще одному эффекту на этапе нахождения статического равновесного состояния магнитных моментов, вдобавок к описанным в предыдущем разделе. А именно, тензор $K = \sum_l G_l^+$ оказывается недиагональным, поскольку теперь не на каждый тензор G_l^+ найдется тензор G_{-l}^+ , недиагональные компоненты которого взаимно уничтожатся с недиагональными компонентами G_l^+ . Это приводит к тому, что даже в случае, когда внешнее поле \mathbf{H}_0 со направлено со статическими магнитными моментами \mathbf{M}^{stat} , внутреннее статическое поле \mathbf{H}^{stat} оказывается направлено под некоторым углом к \mathbf{M}^{stat} . Это противоречит условию намагниченности частицы $\mathbf{M}^{stat} \parallel \mathbf{H}^{stat}$ и не позволяет решить самосогласованную задачу на равновесное распределение магнитных моментов. Физически же это приводит к тому, что намагниченность каждой частицы имеет свое собственное направление, тем сильнее отклоняющееся от направления внешнего поля, чем ближе к краю цепочки находится частица. Полное решение задачи магнитных колебаний в конечной двойной цепочке частиц оказывается в этом случае неоправданно трудоемким. Однако, поскольку данный эффект имеет граничный характер, а нас, напротив, интересуют процессы в теле длинного волновода (и его модели – бесконечной цепочке), для процедуры верификации мы пренебрежем эффектами полей рассеяния как в конечной, так и в бесконечной двойной цепочке (мы помним, что в бесконечной цепочке эффект полей рассеяния приводит лишь изменению эффективной величины статического магнитного

поля, действующего на цепочку, и не порождает никаких качественных физических эффектов).

Распределение амплитуд в такой цепочке при этих условиях показано на рис. 18. Можно видеть, что распределение совпадает с пространственным профилем, полученным из модели бесконечной цепочки, за исключением участка вблизи конца цепочки, где имеет место интерференция с отраженными волнами.

Наконец, рассмотрим концепт магنونного переключателя, который демонстрирует, как можно использовать зонную структуру и интерференцию симметрично и антисимметричной мод спиновых волн в двойной цепочке для управления спин-волновыми сигналами. Магنونный переключатель представляет собой длинную (много больше длины затухания спиновых волн) двойную цепочку сферических магнитных частиц (здесь мы также пренебрегли эффектом полей рассеяния). Переменное магнитное поле постоянной амплитуды, возбуждающее спиновые волны, приложено к одной из крайних частиц цепочки. Сигнал (т.е. амплитуда прецессии магнитного момента) снимается с двух девятых по счету частиц (в дальнейшем мы будем называть их выходами, см. рис. 19). Спектры сигналов на первой и второй частице изображены на рис. 19. На этих спектрах можно найти четыре характерные частоты, на которых величины сигналов дают по одной из комбинаций «0»/«0», «0»/«1», «1»/«0», «1»/«1», имея в виду под «0» сигнал амплитудой ниже некоторого порогового значения, а под «1» – выше.

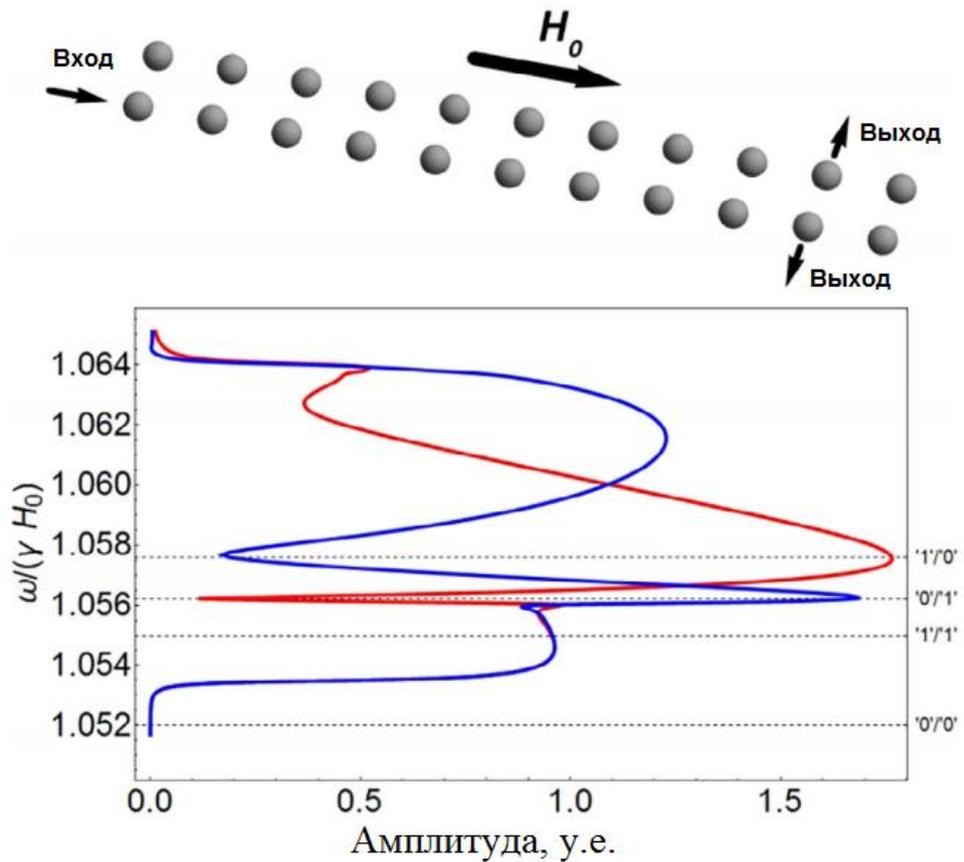


Рис. 19. Схематический вид магнного переключателя (вверху) и спектры сигналов на двух выходах (внизу). Горизонтальными пунктирными прямыми показаны характерные частоты, соответствующие комбинациям сигналов на выходах: «0»/ «0», «0»/ «1», «1»/ «0», «1»/ «1».

Проанализируем то, как возникают эти комбинации. На зонной структуре спиновых волн в двойной цепочке (см. рис. 19) можно выделить три области. Первая область – запрещенная для обеих мод. В этом случае спиновые волны не могут эффективно распространяться по цепочке, и сигнал на обоих выходах отсутствует. Вторая область является запрещенной для антисимметричной моды, но разрешенной для симметричной. В этом случае спиновые волны свободно распространяются по цепочке, но интерференции мод и биений не происходит. Тогда на обоих выходах есть значительный сигнал. Третья область является разрешенной для обеих мод, и в этом случае происходят биения. При этом длина волны биений обратно пропорциональна разности волновых чисел мод, которая меняется в зависимости от частоты. Поэтому можно найти такую

частоту, при которой на первый выход приходится область деструктивной интерференции, а на вторую – конструктивной, а также частоту, где происходит наоборот. Это дает нам в сумме четыре упомянуты комбинации сигналов «0» и «1».

Заметим также, что положение всей зонной структуры определяется величиной внешнего приложенного магнитного поля. Это значит, что вместо четырех характерных частот можно говорить о четырех значениях внешнего поля (при постоянной частоте). То есть переход между описанными комбинациями сигналов можно осуществлять путем приложения к системе некоторого добавочного внешнего поля определенной величины.

4.3. Основные результаты и выводы второй главы

В одиночной цепочке магнитных частиц дисперсия спиновых волн имеет вид узкой разрешенной зоны, которая может быть охарактеризована двумя параметрами – шириной и положением относительно нуля. Они, в свою очередь, зависят от геометрии волновода и определяются двумя эффектами – полями рассеяния частиц и их внутренним полем размагничивания

В двойной цепочке взаимодействие между цепочками приводит к расщеплению разрешенной зоны на две подзоны с образованием двух мод – симметричной и антисимметричной

Интерференция мод приводит к эффекту биений, который проявляется как периодическое перетекание спиновой волны из одной цепочки во вторую и обратно. Длина волны биений зависит от разницы волновых чисел симметричной и антисимметричной моды и, следовательно, от частоты и/или внешнего магнитного поля

Показано, как эффект биения может использоваться для управления спин-волновыми сигналами внешним магнитным полем

Глава 5. Плазмон-магнонное взаимодействие

Рассмотрев процессы в плазмонных и магнонных волноводах, теперь представляется интересным рассмотреть возможность взаимодействия плазмонов и магнонов в одной системе. Обсудим сначала несколько базовых моментов, касающихся такого взаимодействия.

Основное препятствие, стоящее перед ПМВ – разница в характерных частотах плазмонов и магнонов, составляющая несколько порядков. Очевидно, поиск систем, в которых может осуществляться эффективное ПМВ, следует начать с поиска материалов, способных поддерживать спиновые волны с нетипично высокими частотами и/или плазмоны с нетипично низкими частотами. В случае с магнонами такими материалами представляются антиферромагнетики.

При помещении в переменное магнитное поле антиферромагнетики демонстрируют магнитный резонанс, аналогичный ферромагнитному – антиферромагнитный. Однако, в случае антиферромагнитного резонанса роль внешнего удерживающего поля выполняют внутренние поля обмена, которые, как известно, могут на несколько порядков превышать статические поля, достижимые в лабораторных условиях. В результате, антиферромагнетики имеют характерные частоты резонанса от нескольких сотен гигагерц до нескольких терагерц [69, 70]. Примечательно также то, что при антиферромагнитном резонансе магнитные моменты разных подрешёток прецессируют во встречных направлениях, в результате чего суммарный вектор намагниченности лежит в одной плоскости. Таким образом, колебания в двух перпендикулярных плоскостях оказываются развязаны, в отличие от случая ферромагнитного резонанса. Это, в том числе, приводит к тому, что спиновые волны в антиферромагнетиках линейно поляризованы.

Что касается плазмонов, то подходящим материалом представляется графен. За счет высокой внутренней подвижности носителей заряда частоты плазмонов на графене могут опускаться до сотен гигагерц.

5.1. Цепочка составных частиц

Первоначально для демонстрации плазмон-магнонного взаимодействия мы рассматривали цепочку дискретных элементов, состоящих из кольцевых резонаторов, в центре которых находятся магнитные частицы (иными словами, планарная цепочка кольцевых резонаторов и цепочка магнитных частиц с одинаковыми периодами, вложенные друг в друга, см. рис. 20). Такая геометрия представляется удачной, поскольку при возбуждении магнитодипольной моды кольцевого резонатора в его центре возникают сильные магнитные поля. Это свойство кольцевого резонатора часто используется для усиления переменных магнитных полей, в том числе, для усиления магнитного взаимодействия [84-86].



Рис. 20. Цепочка составных частиц – планарная цепочка кольцевых резонаторов с двумя разрезами и цепочка магнитных сферических частиц, вложенные друг в друга.

Таким образом, в цепочке составных частиц должны распространяться две волны – спиновая волна, бегущая по цепочке магнитных частиц, и плазмон, бегущий по цепочке кольцевых резонаторов – которые будут интенсивно взаимодействовать друг с другом благодаря геометрии системы. Однако, в действительности описанная схема не работает, поскольку магнитная часть такой системы не способна поддерживать спиновую волну. Причиной этого является магнитное затухание в антиферромагнетике, которое гораздо сильнее, чем в ферромагнетике. Это можно видеть из графиков зависимости магнитной

восприимчивости от частоты (см. рис. 21). Также на рис. 22 приведены дисперсионные кривые спиновых волн в цепочке сферических магнитных частиц с периодом $d=3a$ в случае, когда они выполнены из антиферромагнетика (MnF_2). Можно видеть, что максимальная длина распространения составляет около двух периодов. Поскольку MnF_2 обладает наименьшим затуханием среди антиферромагнетиков, а также добавив к этому то, что соотношение d/a в случае составной цепочки неизбежно окажется выше 3 (см. рис. 20), что, как мы показали в разделе 4.1, приведет к дальнейшему уменьшению длины распространения по кубическому закону, можно утверждать, что затухание спиновой волны в составной цепочке столь велико, что говорить о ее распространении не представляется возможным.

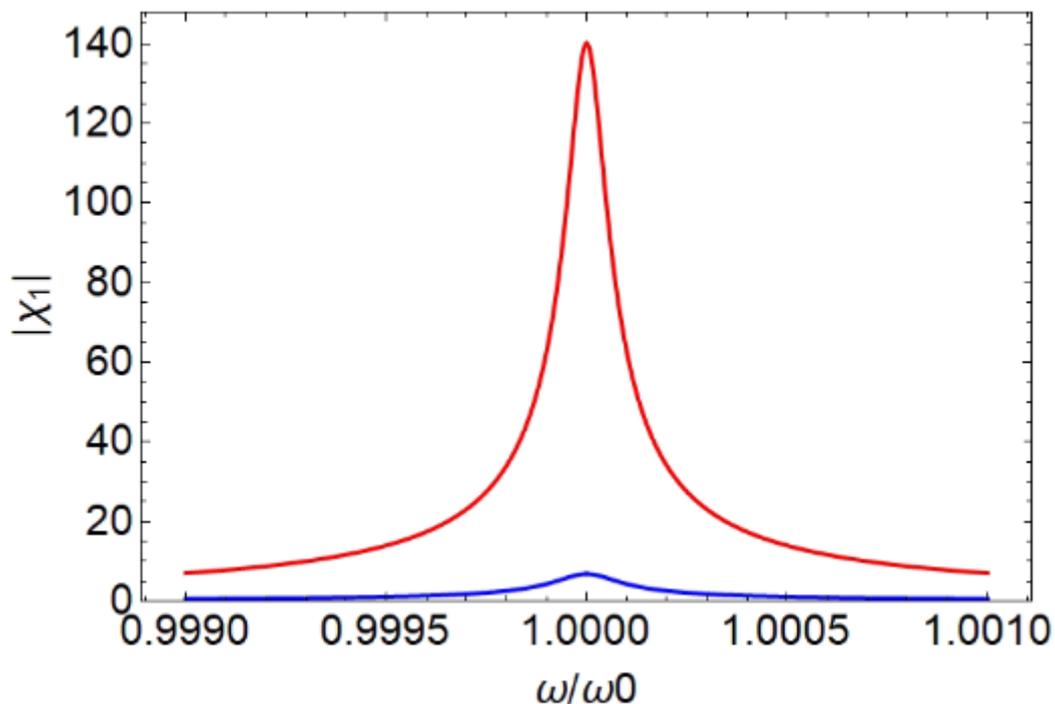


Рис. 21. Магнитная восприимчивость ЖИГ (красный) и MnF_2 (синий) в зависимости от частоты.

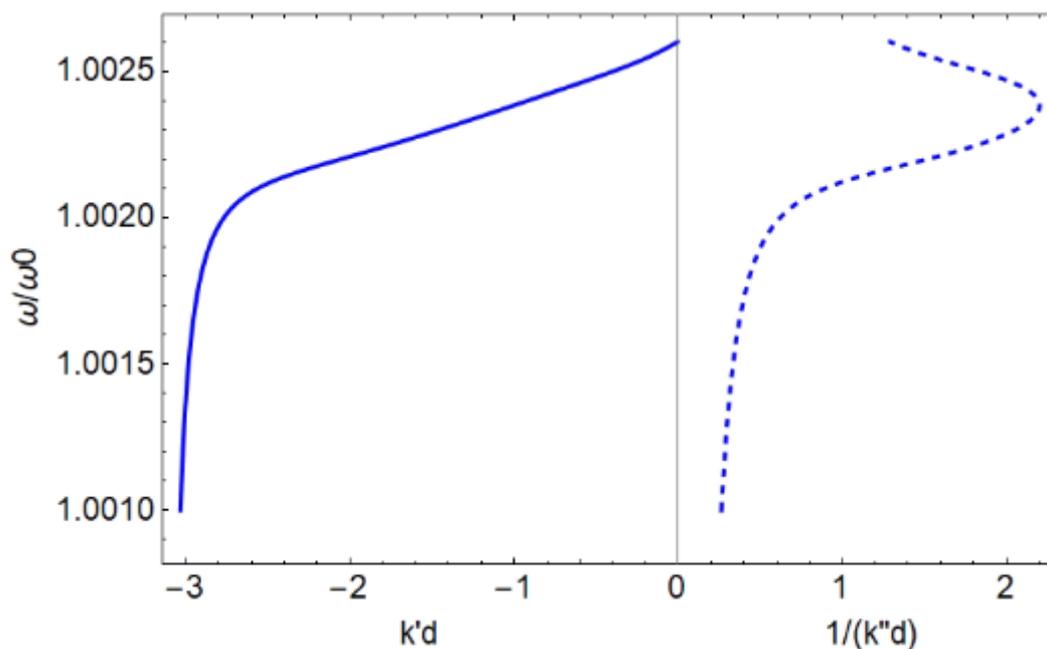


Рис. 22. Дисперсионные кривые спиновых волн в цепочке частиц из MnF_2 . Сплошной кривой обозначена действительная часть волнового числа, пунктирной – длина распространения.

Поэтому далее плазмон-магнонное взаимодействие мы будем рассматривать в более простой системе, в которой антиферромагнетик не разбит на дискретные элементы.

5.2. Система антиферромагнетик-графен

Рассмотрим лист графена, лежащий на границе вакуума и антиферромагнетика (АФМ), легкая ось которого лежит в плоскости, перпендикулярной поверхности и параллельной направлению распространения волны¹ (см. рис. 23).

АФМ имеет диэлектрическую проницаемость ε и магнитную проницаемость $\mu(\omega)$, которая определяется следующим выражением:

¹ Для NiO, который является двусосным антиферромагнетиком, необходимо выполнение еще одного условия, а именно – ось, соответствующая АФМР на частоте в районе 1 ТГц должна быть направлена перпендикулярно направлению распространения волны, а также параллельно плоскости графена (т.е. вдоль оси Y в обозначениях рис. 1).

$$\mu(\omega) = 1 + 4\pi \frac{2\gamma^2 K_1}{\omega_0^2 - (\omega + i/\tau_{mag})^2} \quad (27)$$

где $\gamma = g \frac{e}{2mc}$ – гиромагнитное отношение, g – фактор Ланде, $K_1 = H_a M$ – константа анизотропии, $\omega_0 = \gamma \sqrt{(2H_e + H_a)H_a}$ – частота антиферромагнитного резонанса, H_a – поле анизотропии, H_e – поле обмена, M – намагниченность подрешетки, а τ_{mag} – время релаксации АФМ.

Поверхностная проводимость графена в терагерцовой области состоит только из внутризонной проводимости и задается формулой

$$\sigma = \frac{e^2 \varepsilon_f}{\pi \hbar^2} \frac{i}{\omega + i/\tau_{plas}}, \quad (28)$$

где ε_f – энергия Ферми, которая определяется приложенным к графену напряжением, а τ_{plas} – время релаксации плазмонных колебаний в графене.

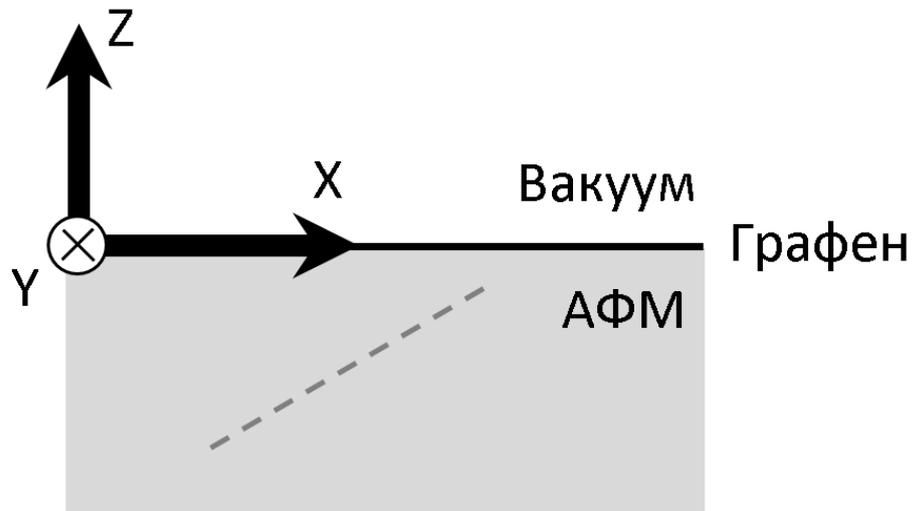


Рис. 23. Общий вид структуры антиферромагнетик-графен. Волна распространяется в направлении X, легкая ось антиферромагнетика лежит в плоскости XZ (пунктирная линия).

Мы рассматриваем ТМ-поляризованную волну, распространяющуюся в направлении оси x . Из уравнений Максвелла имеем

$$\begin{aligned}
 H_{y1} &= H_{y10} e^{-\kappa_1 z} e^{ikx} e^{-i\omega t} \\
 E_{x1} &= E_{x10} e^{-\kappa_1 z} e^{ikx} e^{-i\omega t} \\
 H_{y2} &= H_{y20} e^{\kappa_2 z} e^{ikx} e^{-i\omega t} \\
 E_{x2} &= E_{x20} e^{\kappa_2 z} e^{ikx} e^{-i\omega t}
 \end{aligned} \tag{29}$$

где первые два уравнения относятся к полупространству над графеном, а

последние два – под графеном, $\kappa_1 = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}$, $\kappa_2 = \sqrt{k^2 - \varepsilon\mu(\omega) \frac{\omega^2}{c^2}}$.

E_x и H_y связаны через уравнение Максвелла

$$E_x = \frac{i}{\omega\varepsilon\varepsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial z}, \tag{30}$$

поэтому для значений на границе имеем

$$\begin{aligned}
 E_{x10} &= \frac{i}{\omega\varepsilon_0} (-\kappa_1) H_{y10} \\
 E_{x20} &= \frac{i}{\omega\varepsilon\varepsilon_0} (\kappa_2) H_{y20}.
 \end{aligned} \tag{31}$$

Граничные условия:

$$H_{y20} - H_{y10} = j = \sigma E_{x01}, \tag{32}$$

$$E_{x10} = E_{x20}, \tag{33}$$

где j – поверхностная плотность тока в графене.

Объединяя уравнения (29)-(33), получаем дисперсионное уравнение поверхностных волн в системе графен-АФМ

$$\frac{\kappa_1}{\kappa_2} = -\frac{1}{\varepsilon} \left(1 + \sigma \frac{i}{\omega \varepsilon_0} (-\kappa_1) \right). \quad (34)$$

Мы рассматриваем следующие три АФМ, параметры которых приведены в Табл.1. Во-первых, это NiO как наиболее изученный среди антиферромагнитных диэлектриков с температурой Нееля, превышающей комнатную, а также имеющий наименьшую среди них диссипацию. Его мы рассматриваем при температуре 300К. Другие два материала это FeF₂ и MnF₂, которые являются наиболее популярными криогенными АФМ: FeF₂ характеризуется высокой частотой антиферромагнитного резонанса, а MnF₂ низким затуханием. Их мы рассматриваем при 2К. Для всех АФМ и графена диэлектрическая проницаемость принимается равной характерному для них значению $\varepsilon = 5.5$ [84]. Мы принимаем время релаксации графена равным $\tau_{plas} = 1ps$, что является типичным значением в терагерцовой области [87]. Энергия Ферми ε_f варьируется в диапазоне от 0,05эВ до 1 эВ.

	M , Гс	H_e , Э	H_a , Э	g	$\omega_0 / 2\pi$, ТГц	τ_{mag} , нс	Источник
FeF ₂ (2К)	560	5.4×10^5	2×10^5	2.25	1.59	0.11	[70, 84]
MnF ₂ (2К)	592	8×10^3	5.33×10^5	2.0	0.26	7.58	[84, 88, 89]
NiO (300К)	400 ²	6.35×10^3	9.68×10^6	2.05	1.01	0.0175 ³	[90-92]

Таблица 1. Основные параметры антиферромагнитных диэлектриков.

² Среднее между 378Гс и 429Гс, приведенными в [45].

³ Значение подобрано таким образом, чтобы соответствовать ширине резонансной линии 18ГГц.

В первую очередь найдем дисперсионные соотношения плазмонов в графене на немагнитной подложке с той же диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 5.5$. Эти дисперсионные соотношения (Рис. 24) мы будем рассматривать как референсные. Затухание плазмонов, характеризующееся мнимой частью волнового вектора, значительно уменьшается при увеличении ε_f , то есть при увеличении проводимости, что согласуется с поведением затухания плазмонов в благородных металлах.

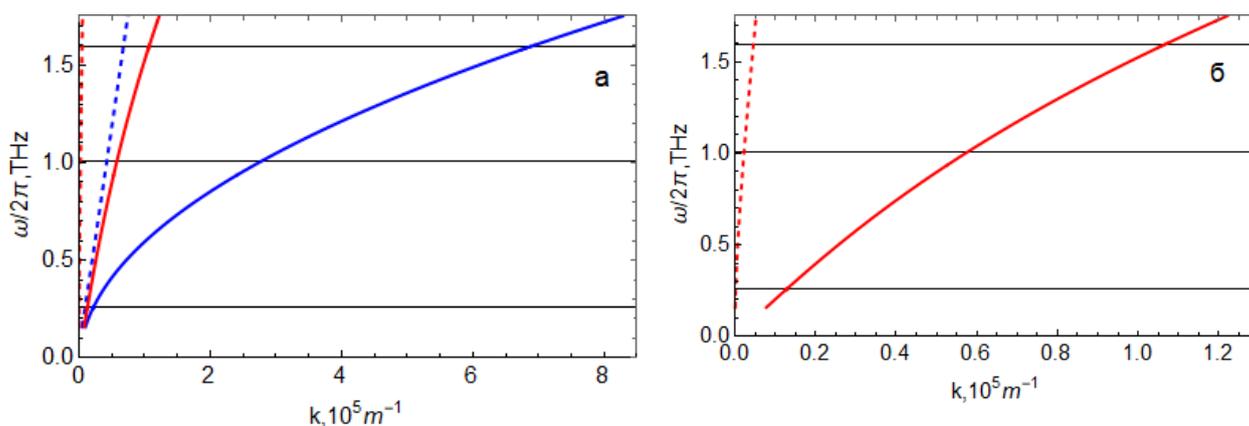


Рисунок 24. а) Дисперсионные кривые поверхностных плазмонов в графене на немагнитной подложке при $\varepsilon_f = 0.05\text{эВ}$ (синий) и $\varepsilon_f = 0.5\text{эВ}$ (красный), б) Дисперсионные кривые при $\varepsilon_f = 0.5\text{эВ}$ в большем масштабе при малых значениях волнового числа. Сплошные кривые обозначают действительную часть волнового числа, пунктирные – мнимую. Частоты АФМР для MnF_2 , FeF_2 и NiO показаны горизонтальными линиями.

При замене немагнитной подложки на антиферромагнитную дисперсионные соотношения демонстрируют резонансное поведение в окрестности частоты АФМР, что и есть следствие ПМВ. В качестве примера на Рис. 25 показано поведение дисперсионных кривых в случае системы графен- FeF_2 .

Как видно из рис. 25, в области АФМР, частота которого для FeF_2 составляет 1,6 ТГц, в следствие ПМВ возникает гибридизация плазмонов и магнонов, образуется гибридная волна и этот эффект значительно увеличивается при увеличении энергии Ферми.

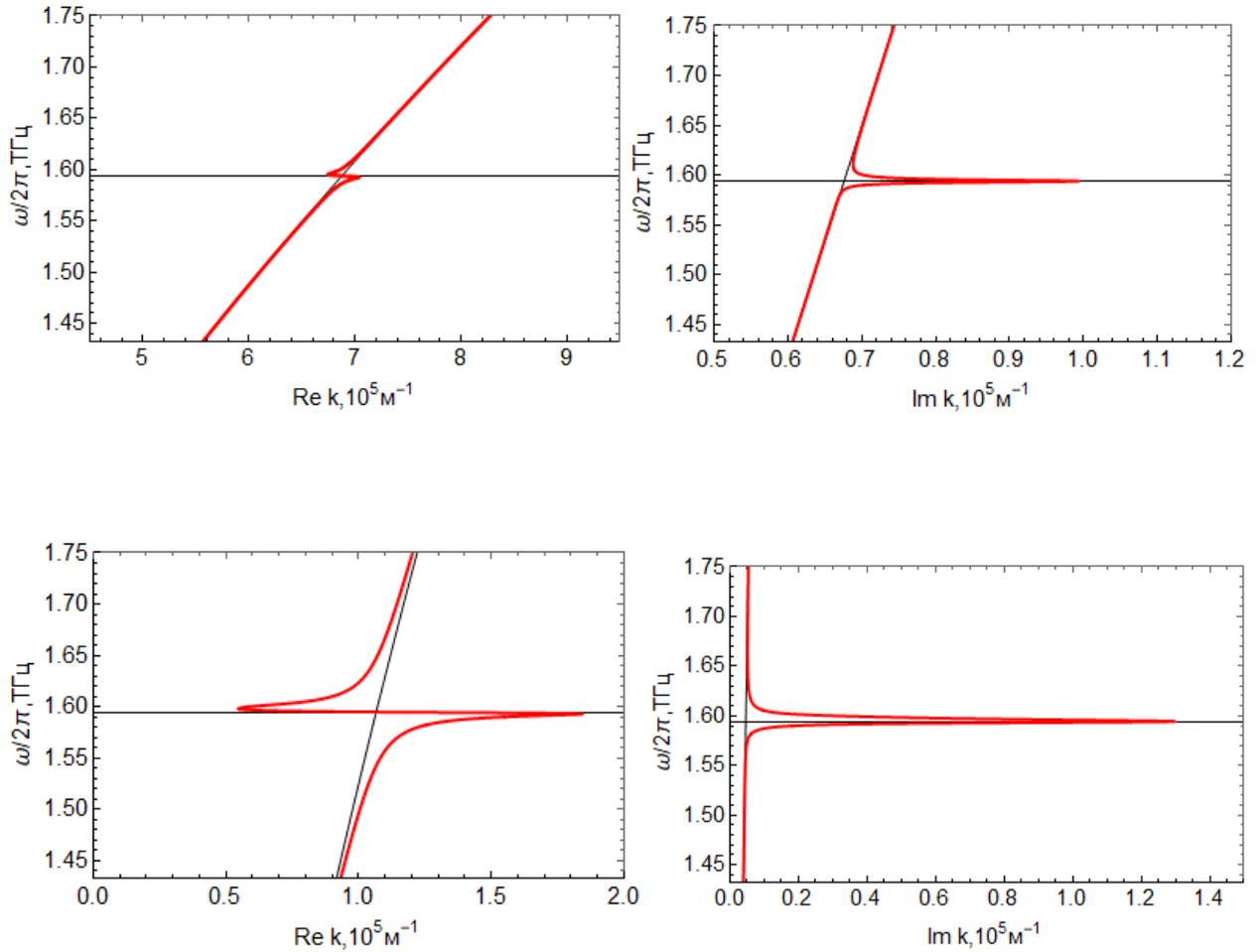


Рис. 25. Дисперсионные соотношения для ТМ-моды в системе графен- FeF_2 (красные линии). Верхний ряд - $\varepsilon_f = 0.05\text{эВ}$, нижний ряд - $\varepsilon_f = 0.5\text{эВ}$, справа приведены графики для действительных частей волнового числа, слева – для мнимых. Наклонными черными линиями обозначены дисперсионные соотношения для графена на немагнитной подложке, горизонтальные черные линии обозначают частоту АФМР для FeF_2 .

Для того чтобы характеризовать насколько дисперсионная кривая отклоняется при резонансе от базового состояния, что и есть характеристика

эффективности ПМВ, ниже приводятся результаты расчета для параметра $\Delta k = k_{AFM} - k_{ref}$, где k_{AFM} – волновое число в присутствии АФМ, а k_{ref} – волновое число без АФМ (с немагнитной подложкой), в зависимости от частоты волны. Частоты АФМР для MnF_2 , FeF_2 и NiO на Рис. 26 показаны горизонтальными линиями.

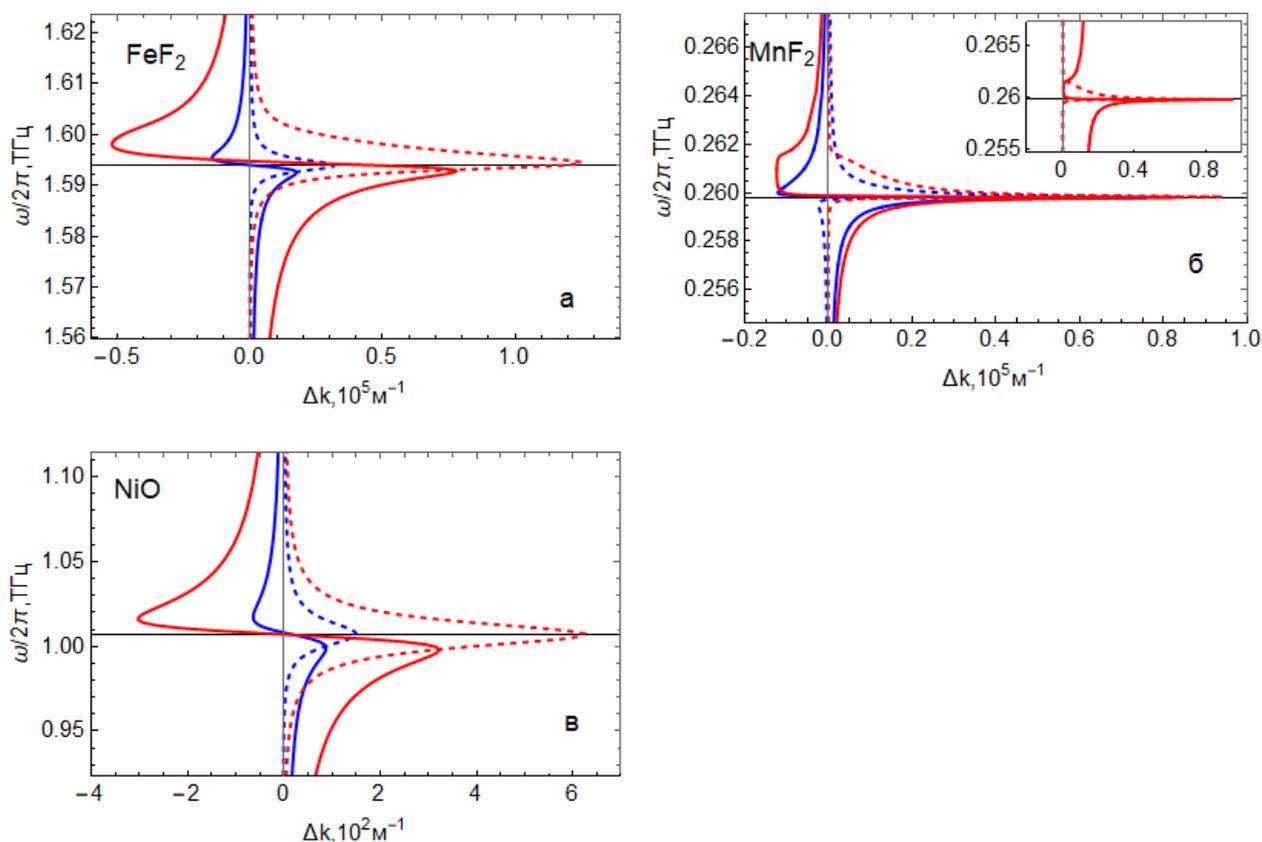


Рисунок 26. Резонансные кривые для ТМ-мод в структуре FeF_2 -графен (а), MnF_2 -графен (б), NiO -графен (с). Сплошные кривые обозначают действительную часть Δk , пунктирные – мнимую. Синий цвет соответствует $\epsilon_f = 0.05 eV$, красный – $\epsilon_f = 0.5 eV$. На вставке – собственно дисперсионная кривая для MnF_2 при $\epsilon_f = 0.5 eV$.

Как видно из рис. 26, эффективность ПМВ зависит от трех факторов: частоты АФМР, положения уровня Ферми в графене (проводимости графена) и затухания магнонов.

Увеличение энергии Ферми приводит к двум эффектам: во-первых, дисперсионная кривая плазмонов приближается к световой линии и выпрямляется (см. рис. 24) и, во-вторых, магнон-плазмонный резонанс усиливается (рис. 25 и 26).

На рис. 27 представлена для всех трех рассмотренных материалов зависимость максимального значения мнимой части Δk от положения энергии Ферми в графене в диапазоне от 0.05 эВ до 1.0 эВ.

Во-первых, можно видеть, что эффективность ПМВ монотонно растет с увеличением энергии Ферми, пока не достигает насыщения при некотором значении ε_f . Насыщение происходит, когда дисперсионная кривая плазмонов приближается к световой линии (линейному закону дисперсии) и выпрямляется. Это позволяет объяснить, почему насыщение для MnF_2 происходит при значительно меньшей энергии Ферми ($\varepsilon_f \sim 0.1\text{eV}$), чем для FeF_2 и NiO ($\varepsilon_f \sim 1\text{eV}$): частота АФМР для MnF_2 значительно ниже, и дисперсионная кривая плазмонов уже довольно близка к световой линии даже при малых энергиях Ферми.

Во-вторых, заметной особенностью магнон-плазмонного резонанса для MnF_2 является то, что в силу большой амплитуды резонанса и низкого базового значения волнового числа плазмонов на частоте АФМР для MnF_2 дисперсионная кривая приближается вплотную к вертикальной оси, формируя выраженную запрещенную зону, в которой действительная часть волнового числа близка к нулю, а мнимая значительно выше, чем за пределами запрещенной зоны (см. Рис. 26б).

В-третьих, проявление ПМВ для NiO практически незаметно по сравнению с FeF_2 и MnF_2 вследствие магнитной диссипации. Это существенно в виду того, что NiO имеет наименьшее затухание среди антиферромагнетиков при комнатной температуре, в то время как затухание магнонов является наиболее критически важным параметром для осуществления ПМВ.

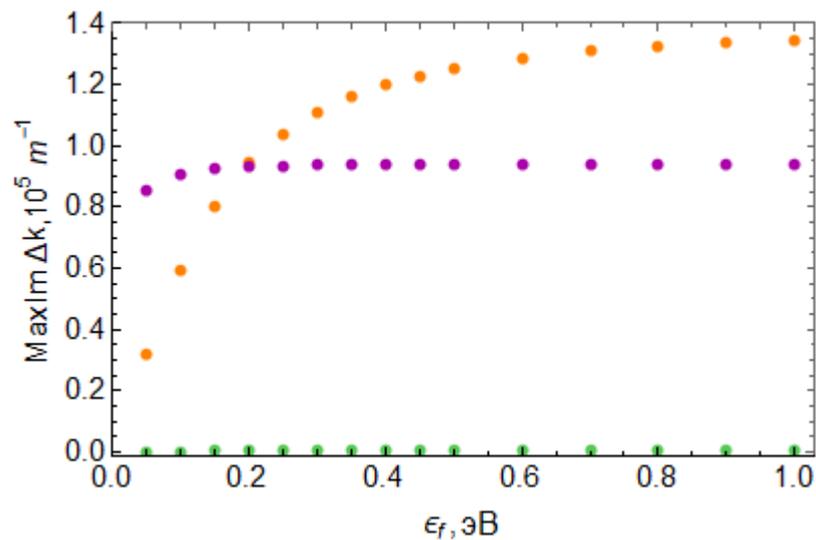


Рис. 27. Эффективность плазмон-магнонного резонанса (измеряемая как максимальное значение мнимой части Δk при заданном ϵ_f) в зависимости от положения уровня Ферми ϵ_f в графене. Оранжевый цвет соответствует FeF₂, фиолетовый – MnF₂, зеленый – NiO.

5.3. Основные результаты и выводы третьей главы

1) Для осуществления эффективного плазмон-магнонного взаимодействия необходимо использование нетипичных материалов: антиферромагнетиков и графена

2) В системе графен-антиферромагнитный диэлектрик антиферромагнитный резонанс при возбуждении плазмонов на графене приводит к эффекту плазмон-магнонного взаимодействия

3) Величина эффекта зависит главным образом от энергии Ферми в графене и от величины затухания в антиферромагнетике

4) Существующие материалы позволяют ожидать эффективное плазмон-магнонное взаимодействие при криогенных температурах, но не при комнатных

Основные результаты и выводы

1. Построена универсальная теория дискретных волноводов. Теория применима к плазмонным и магнонным цепочкам частиц различной формы и позволяет находить дисперсионные зависимости и пространственные профили распространяющихся волн.
2. Функция Грина цепочки плазмонных частиц состоит из трех вкладов, описывающих сильный плазмон, слабый плазмон и состояние с непрерывным спектром, имеющее неэкспоненциальный пространственный профиль. Сильный плазмон имеет большую амплитуду, но меньшую длину распространения, чем слабый. При малой диссипации происходит вырождение слабого и сильного плазмонов выше определенной частоты, при достаточно большой диссипации слабый плазмон перестает существовать как отдельное решение.
3. Для нахождения дисперсионной зависимости плазмонов в цепочке плазмонных частиц сложной формы предложен аппроксимационный подход: функция взаимодействия между частицами аппроксимируется суммой обратно-степенных функций, что позволяет получить аналитический вид дисперсионного уравнения. При увеличении количества членов в аппроксимирующей функции дисперсионные кривые плазмонов сходятся к своему предельному виду.
4. Зонная структура спиновых волн в цепочке магнитных частиц имеет вид узкой разрешенной зоны, положение и ширина которой являются единственными параметрами, необходимыми для ее описания. Ширина разрешенной зоны пропорциональна объему одиночной частицы, а ее положение определяется совокупностью факторов: внешним статическим магнитным полем, полями рассеяния частиц и полем размагничивания внутри каждой отдельной частицы; последние два, в свою очередь, определяются формой частиц.

5. Поля рассеяния частиц приводят к появлению краевых магнанных мод в конечной цепочке магнитных частиц. Это связано с неоднородностью полей рассеяния и их ослаблением вблизи концов цепочки – частицы, находящиеся вблизи концов цепочки, окружены меньшим количеством соседних частиц и находятся в более слабом магнитном поле. Следовательно, они имеют резонансную частоту, отличную от частиц в центре цепочки, что приводит к образованию краевых мод.
6. В двух параллельных цепочках магнитных частиц происходит расщепление разрешенной зоны магнонов на две подзоны, описывающих симметричную и антисимметричную моды.. Интерференция между модами принимает характер биений. Длина волны биений зависит от разности между волновыми числами симметричной и антисимметричной моды и, следовательно, от рабочей частоты и приложенного к системе внешнего магнитного поля.
7. В системе антиферромагнетик-графен явление антиферромагнитного резонанса приводит к эффекту плазмон-магнонного взаимодействия, выражающегося в резком изменении волнового числа и длины распространения плазмона на графене на частоте антиферромагнитного резонанса. Величина эффекта зависит от энергии Ферми графена и от величины затухания в антиферромагнетике. При этом спектр доступных в настоящий момент материалов позволяет ожидать эффективное плазмон-магнонное взаимодействие при криогенных температурах, но не при комнатных.

Список публикаций по теме диссертационной работы

1. Pikalov A. M., Dorofeenko A. V., Lozovik Y. E. Dispersion relations for plasmons in complex-shaped nanoparticle chains //Physical Review B. – 2018. – Т. 98. – №. 8. – С. 085134.
2. Пикалов А. М. и др. ПЛАЗМОНЫ В ЦЕПОЧКАХ СФЕРИЧЕСКИХ НАНОЧАСТИЦ С УЧЕТОМ ВСЕХ ПАРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ //Радиотехника и электроника. – 2018. – Т. 63. – №. 3. – С. 211-219.
3. Пикалов А. М., Дорофеев А. В., Грановский А. Б. Плазмон-магнонное взаимодействие в системе графен–антиферромагнитный диэлектрик //Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2021. – Т. 113. – №. 8. – С. 527-532.
4. Pikalov A. M., Dorofeenko A. V., Granovsky A. B. Double magnonic chains of particles: Spin waves slowing and snaking //Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2020. – Т. 500. – С. 166351.
5. Пикалов А. М., Дорофеев А. В. Магноны и краевые моды в цепочках несферических магнитных частиц //Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. – 2021. – №. 1. – С. 36-40.
6. Dorofeenko A. V. et al. Non-nearest neighbours interactions in SRR Chains //2016 10th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (METAMATERIALS). – IEEE, 2016. – С. 103-105.

Литература

1. Mamaluy D., Gao X. The fundamental downscaling limit of field effect transistors // *Applied Physics Letters*. – 2015. – Т. 106. – № 19. – С. 193503.
2. Wei H., Wang Z., Tian X., Käll M., Xu H. Cascaded logic gates in nanophotonic plasmon networks // *Nature communications*. – 2011. – Т. 2. – № 1. – С. 1-5.
3. Dong J., Wang M., Zhou Y., Zhou C., Wang Q. DNA-Based Adaptive Plasmonic Logic Gates // *Angewandte Chemie*. – 2020. – Т. 132. – № 35. – С. 15148-15152.
4. Zhu T., Zhou Y., Lou Y., Ye H., Qiu M., Ruan Z., Fan S. Plasmonic computing of spatial differentiation // *Nature communications*. – 2017. – Т. 8. – № 1. – С. 1-6.
5. Koch U., Uhl C., Hettrich H., Fedoryshyn Y., Moor D., Baumann M., Hoessbacher C., Heni W., Baeuerle B., Bitachon B. I. Plasmonics—high-speed photonics for co-integration with electronics // *Japanese Journal of Applied Physics*. – 2021. – Т. 60. – № SB. – С. SB0806.
6. Kruglyak V., Demokritov S., Grundler D. Magnonics // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 2010. – Т. 43. – № 26. – С. 264001.
7. Nikitov S. A., Kalyabin D. V., Lisenkov I. V., Slavin A., Barabanenkov Y. N., Osokin S. A., Sadovnikov A. V., Beginin E. N., Morozova M. A., Filimonov Y. A. Magnonics: a new research area in spintronics and spin wave electronics // *Physics-Uspekhi*. – 2015. – Т. 58. – № 10. – С. 1002.
8. Sander D., Valenzuela S. O., Makarov D., Marrows C., Fullerton E., Fischer P., McCord J., Vavassori P., Mangin S., Pirro P. The 2017 magnetism roadmap // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 2017. – Т. 50. – № 36. – С. 363001.
9. Vedmedenko E. Y., Kawakami R. K., Sheka D. D., Gambardella P., Kirilyuk A., Hirohata A., Binek C., Chubykalo-Fesenko O., Sanvito S., Kirby B. J. The 2020 magnetism roadmap // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 2020. – Т. 53. – № 45. – С. 453001.
10. Chumak A. V., Vasyuchka V. I., Serga A. A., Hillebrands B. Magnon spintronics // *Nature Physics*. – 2015. – Т. 11. – № 6. – С. 453-461.

11. Stamps R. L., Breitzkreutz S., Åkerman J., Chumak A. V., Otani Y., Bauer G. E., Thiele J.-U., Bowen M., Majetich S. A., Kläui M. The 2014 magnetism roadmap // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 2014. – Т. 47. – № 33. – С. 333001.
12. Майер С. А. Плазмоника // *Теория и приложения*. М. – 2011.
13. Jablan M., Buljan H., Soljačić M. Plasmonics in graphene at infrared frequencies // *Physical Review B*. – 2009. – Т. 80. – № 24. – С. 245435.
14. Smith C. L., Stenger N., Kristensen A., Mortensen N. A., Bozhevolnyi S. I. Gap and channeled plasmons in tapered grooves: a review // *Nanoscale*. – 2015. – Т. 7. – № 21. – С. 9355-9386.
15. Quinten M., Leitner A., Krenn J. R., Aussenegg F. R. Electromagnetic energy transport via linear chains of silver nanoparticles // *Optics letters*. – 1998. – Т. 23. – № 17. – С. 1331-1333.
16. Brongersma M. L., Hartman J. W., Atwater H. A. Electromagnetic energy transfer and switching in nanoparticle chain arrays below the diffraction limit // *Physical Review B*. – 2000. – Т. 62. – № 24. – С. R16356.
17. Maier S. A., Kik P. G., Atwater H. A. Optical pulse propagation in metal nanoparticle chain waveguides // *Physical Review B*. – 2003. – Т. 67. – № 20. – С. 205402.
18. Weber W., Ford G. Propagation of optical excitations by dipolar interactions in metal nanoparticle chains // *Physical Review B*. – 2004. – Т. 70. – № 12. – С. 125429.
19. Fung K. H., Chan C. T. Plasmonic modes in periodic metal nanoparticle chains: a direct dynamic eigenmode analysis // *Optics letters*. – 2007. – Т. 32. – № 8. – С. 973-975.
20. Compaijen P. J., Malyshev V. A., Knoester J. Engineering plasmon dispersion relations: hybrid nanoparticle chain-substrate plasmon polaritons // *Optics express*. – 2015. – Т. 23. – № 3. – С. 2280-2292.

21. Koenderink A. F., Polman A. Complex response and polariton-like dispersion splitting in periodic metal nanoparticle chains // *Physical Review B*. – 2006. – T. 74. – № 3. – C. 033402.
22. Citrin D. Plasmon-polariton transport in metal-nanoparticle chains embedded in a gain medium // *Optics letters*. – 2006. – T. 31. – № 1. – C. 98-100.
23. Conforti M., Guasoni M. Dispersive properties of linear chains of lossy metal nanoparticles // *JOSA B*. – 2010. – T. 27. – № 8. – C. 1576-1582.
24. Fung K. H., Tang R. C. H., Chan C. Analytical properties of the plasmon decay profile in a periodic metal-nanoparticle chain // *Optics letters*. – 2011. – T. 36. – № 12. – C. 2206-2208.
25. Hadad Y., Steinberg B. Z. Green's function theory for infinite and semi-infinite particle chains // *Physical Review B*. – 2011. – T. 84. – № 12. – C. 125402.
26. Markel V. A., Sarychev A. K. Propagation of surface plasmons in ordered and disordered chains of metal nanospheres // *Physical Review B*. – 2007. – T. 75. – № 8. – C. 085426.
27. Markel V. A., Sarychev A. K. Comment on "Green's function theory for infinite and semi-infinite particle chains" // *Physical Review B*. – 2012. – T. 86. – № 3. – C. 037401.
28. Hadad Y., Steinberg B. Z. Reply to "Comment on 'Green's function theory for infinite and semi-infinite particle chains'" // *Physical Review B*. – 2012. – T. 86. – № 3. – C. 037402.
29. Crozier K., Togan E., Simsek E., Yang T. Experimental measurement of the dispersion relations of the surface plasmon modes of metal nanoparticle chains // *Optics express*. – 2007. – T. 15. – № 26. – C. 17482-17493.
30. Koenderink A. F., de Waele R., Prangma J. C., Polman A. Experimental evidence for large dynamic effects on the plasmon dispersion of subwavelength metal nanoparticle waveguides // *Physical Review B*. – 2007. – T. 76. – № 20. – C. 201403.

31. Campione S., Steshenko S., Capolino F. Complex bound and leaky modes in chains of plasmonic nanospheres // *Optics express*. – 2011. – T. 19. – № 19. – C. 18345-18363.
32. Shen B., Huang Y., Duan X., Ren X., Zhang X., Wang Q., Zhang D. Energy transportation in a subwavelength waveguide composed of a pair of comb-shape nanorod chains // *Applied optics*. – 2012. – T. 51. – № 26. – C. 6376-6381.
33. Zhu C., Liu H., Wang S., Li T., Cao J., Zheng Y., Li L., Wang Y., Zhu S., Zhang X. Electric and magnetic excitation of coherent magnetic plasmon waves in a one-dimensional meta-chain // *Optics express*. – 2010. – T. 18. – № 25. – C. 26268-26273.
34. Liu H., Genov D., Wu D., Liu Y., Steele J., Sun C., Zhu S., Zhang X. Magnetic plasmon propagation along a chain of connected subwavelength resonators at infrared frequencies // *Physical review letters*. – 2006. – T. 97. – № 24. – C. 243902.
35. Liu H., Li T., Wang Q., Zhu Z., Wang S., Li J., Zhu S., Zhu Y., Zhang X. Extraordinary optical transmission induced by excitation of a magnetic plasmon propagation mode in a diatomic chain of slit-hole resonators // *Physical Review B*. – 2009. – T. 79. – № 2. – C. 024304.
36. Chubchev E., Dorofeenko A., Vinogradov A. The Influence of a Finite Size of Spheroids Forming a Chain on the Properties of Surface Plasmons // *Journal of Communications Technology and Electronics*. – 2018. – T. 63. – № 8. – C. 850-857.
37. Belan S., Vergeles S. Plasmon mode propagation in array of closely spaced metallic cylinders // *Optical Materials Express*. – 2015. – T. 5. – № 1. – C. 130-141.
38. Chen H.-Y., He C.-L., Wang C.-Y., Lin M.-H., Mitsui D., Eguchi M., Teranishi T., Gwo S. Far-field optical imaging of a linear array of coupled gold nanocubes: direct visualization of dark plasmon propagating modes // *ACS nano*. – 2011. – T. 5. – № 10. – C. 8223-8229.

39. Wang S., Li T., Liu H., Wang F., Zhu S., Zhang X. Magnetic plasmon modes in periodic chains of nanosandwiches // *Optics express*. – 2008. – T. 16. – № 6. – C. 3560-3565.
40. Barman S., Barman A., Otani Y. Dynamics of 1-D chains of magnetic vortices in response to local and global excitations // *IEEE Transactions on Magnetics*. – 2010. – T. 46. – № 6. – C. 1342-1345.
41. Han D.-S., Vogel A., Jung H., Lee K.-S., Weigand M., Stoll H., Schütz G., Fischer P., Meier G., Kim S.-K. Wave modes of collective vortex gyration in dipolar-coupled-dot-array magnonic crystals // *Scientific reports*. – 2013. – T. 3. – № 1. – C. 1-7.
42. Sukhostavets O., González J., Guslienko K. Multipole magnetostatic interactions and collective vortex excitations in dot pairs, chains, and two-dimensional arrays // *Physical Review B*. – 2013. – T. 87. – № 9. – C. 094402.
43. Mruczkiewicz M., Gruszecki P., Zelent M., Krawczyk M. Collective dynamical skyrmion excitations in a magnonic crystal // *Physical Review B*. – 2016. – T. 93. – № 17. – C. 174429.
44. Gareeva Z. V., Guslienko K. Y. Collective magnetic skyrmion gyrotropic modes in a dot chain // *Journal of Physics Communications*. – 2018. – T. 2. – № 3. – C. 035009.
45. Mondal A. K., Banerjee C., Adhikari A., Chaurasiya A. K., Choudhury S., Sinha J., Barman S., Barman A. Spin-texture driven reconfigurable magnonics in chains of connected Ni 80 Fe 20 submicron dots // *Physical Review B*. – 2020. – T. 101. – № 22. – C. 224426.
46. Dvornik M., Kruglyak V. Dispersion of collective magnonic modes in stacks of nanoscale magnetic elements // *Physical Review B*. – 2011. – T. 84. – № 14. – C. 140405.
47. Zivieri R., Montoncello F., Giovannini L., Nizzoli F., Tacchi S., Madami M., Gubbiotti G., Carlotti G., Adeyeye A. Collective spin modes in chains of dipolarly interacting rectangular magnetic dots // *Physical Review B*. – 2011. – T. 83. – № 5. – C. 054431.

48. Barabanenkov Y., Osokin S., Kalyabin D., Nikitov S. Spin-wave bound modes in a circular array of magnetic inclusions embedded into a metallized ferromagnetic thin-film matrix // *Physical Review B*. – 2015. – T. 91. – № 21. – C. 214419.
49. Pike N. A., Stroud D. Spin waves on chains of YIG particles: dispersion relations, Faraday rotation, and power transmission // *The European Physical Journal B*. – 2017. – T. 90. – № 3. – C. 59.
50. Osokin S., Safin A., Barabanenkov Y., Nikitov S. Spin waves in finite chain of dipolarly coupled ferromagnetic pillars // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2018. – T. 465. – C. 519-523.
51. Osokin S., Sharaevskaya A., Safin A., Kalyabin D. Excitation of spin waves edge modes in chains of ferromagnetic pillars // *Journal of Physics: Conference Series*. – T. 1410 –IOP Publishing, 2019. – C. 012189.
52. Osokin S. A., Safin A., Nikitov S. A. Influence of Shape Effects on the Spectrum of Spin Waves in a Finite Array of Ferromagnetic Pillars // *JETP Letters*. – 2019. – T. 110. – № 9. – C. 629-634.
53. Barman A., Gubbiotti G., Ladak S., Adeyeye A. O., Krawczyk M., Gräfe J., Adelman C., Cotofana S., Naeemi A., Vasyuchka V. I. The 2021 magnonics roadmap // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 2021.
54. Kostylev M., Serga A., Schneider T., Leven B., Hillebrands B. Spin-wave logical gates // *Applied Physics Letters*. – 2005. – T. 87. – № 15. – C. 153501.
55. Schneider T., Serga A. A., Leven B., Hillebrands B., Stamps R. L., Kostylev M. P. Realization of spin-wave logic gates // *Applied Physics Letters*. – 2008. – T. 92. – № 2. – C. 022505.
56. Lee K.-S., Kim S.-K. Conceptual design of spin wave logic gates based on a Mach–Zehnder-type spin wave interferometer for universal logic functions // *Journal of Applied Physics*. – 2008. – T. 104. – № 5. – C. 053909.
57. Goto T., Yoshimoto T., Iwamoto B., Shimada K., Ross C. A., Sekiguchi K., Granovsky A. B., Nakamura Y., Uchida H., Inoue M. Three port logic gate using

- forward volume spin wave interference in a thin yttrium iron garnet film // Scientific reports. – 2019. – T. 9. – № 1. – C. 1-11.
58. Nikitin A. A., Ustinov A. B., Semenov A. A., Chumak A. V., Serga A. A., Vasyuchka V. I., Lähderanta E., Kalinikos B. A., Hillebrands B. A spin-wave logic gate based on a width-modulated dynamic magnonic crystal // Applied Physics Letters. – 2015. – T. 106. – № 10. – C. 102405.
59. Rana B., Otani Y. Voltage-controlled reconfigurable spin-wave nanochannels and logic devices // Physical Review Applied. – 2018. – T. 9. – № 1. – C. 014033.
60. Klingler S., Pirro P., Brächer T., Leven B., Hillebrands B., Chumak A. V. Design of a spin-wave majority gate employing mode selection // Applied Physics Letters. – 2014. – T. 105. – № 15. – C. 152410.
61. Fischer T., Kewenig M., Bozhko D., Serga A., Syvorotka I., Ciubotaru F., Adelman C., Hillebrands B., Chumak A. Experimental prototype of a spin-wave majority gate // Applied Physics Letters. – 2017. – T. 110. – № 15. – C. 152401.
62. Brächer T., Heussner F., Pirro P., Meyer T., Fischer T., Geilen M., Heinz B., Lägel B., Serga A., Hillebrands B. Phase-to-intensity conversion of magnonic spin currents and application to the design of a majority gate // Scientific reports. – 2016. – T. 6. – № 1. – C. 1-8.
63. Khitun A., Nikonov D. E., Wang K. L. Magnetoelectric spin wave amplifier for spin wave logic circuits // Journal of Applied Physics. – 2009. – T. 106. – № 12. – C. 123909.
64. Kostylev M., Kalinikos B., Dötsch H. Parallel pump spin wave instability threshold in thin ferromagnetic films // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 1995. – T. 145. – № 1-2. – C. 93-110.
65. Melkov G., Serga A., Tiberkevich V., Kobljanskij Y. V., Slavin A. Nonadiabatic interaction of a propagating wave packet with localized parametric pumping // Physical Review E. – 2001. – T. 63. – № 6. – C. 066607.
66. Melkov G., Serga A., Slavin A., Tiberkevich V., Oleinik A., Bagada A. Parametric interaction of magnetostatic waves with a nonstationary local pump //

- Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 1999. – T. 89. – № 6. – C. 1189-1199.
67. Serga A., Demokritov S., Hillebrands B., Min S.-G., Slavin A. Phase control of nonadiabatic parametric amplification of spin wave packets // Journal of Applied Physics. – 2003. – T. 93. – № 10. – C. 8585-8587.
68. Chumak A. V., Serga A. A., Hillebrands B. Magnon transistor for all-magnon data processing // Nature communications. – 2014. – T. 5. – № 1. – C. 1-8.
69. Johnson F. M., Nethercot Jr A. H. Antiferromagnetic Resonance in Mn F 2 // Physical Review. – 1959. – T. 114. – № 3. – C. 705.
70. Ohlmann R., Tinkham M. Antiferromagnetic Resonance in Fe F 2 at Far-Infrared Frequencies // Physical Review. – 1961. – T. 123. – № 2. – C. 425.
71. Camley R., Mills D. Surface polaritons on uniaxial antiferromagnets // Physical Review B. – 1982. – T. 26. – № 3. – C. 1280.
72. Shu C., Caillé A. Surface magnetic polaritons on uniaxial antiferromagnets // Solid State Communications. – 1982. – T. 42. – № 3. – C. 233-238.
73. Jensen M., Parker T., Abraha K., Tilley D. Experimental observation of magnetic surface polaritons in Fe F 2 by attenuated total reflection // Physical review letters. – 1995. – T. 75. – № 20. – C. 3756.
74. Jensen M., Feiven S., Parker T., Camley R. Experimental determination of magnetic polariton dispersion curves in FeF 2 // Physical Review B. – 1997. – T. 55. – № 5. – C. 2745.
75. Jensen M., Feiven S., Parker T., Camley R. Experimental observation and interpretation of magnetic polariton modes in // Journal of Physics: Condensed Matter. – 1997. – T. 9. – № 34. – C. 7233.
76. Sloan J., Rivera N., Joannopoulos J. D., Kaminer I., Soljačić M. Controlling spins with surface magnon polaritons // Physical Review B. – 2019. – T. 100. – № 23. – C. 235453.
77. Bludov Y. V., Gomes J. N., Farias G. d. A., Fernández-Rossier J., Vasilevskiy M., Peres N. M. Hybrid plasmon-magnon polaritons in graphene-antiferromagnet heterostructures // 2D Materials. – 2019. – T. 6. – № 4. – C. 045003.

78. Rakić A. D., Djurišić A. B., Elazar J. M., Majewski M. L. Optical properties of metallic films for vertical-cavity optoelectronic devices // *Applied optics*. – 1998. – Т. 37. – № 22. – С. 5271-5283.
79. McPeak K. M., Jayanti S. V., Kress S. J., Meyer S., Iotti S., Rossinelli A., Norris D. J. Plasmonic films can easily be better: rules and recipes // *ACS photonics*. – 2015. – Т. 2. – № 3. – С. 326-333.
80. Babar S., Weaver J. Optical constants of Cu, Ag, and Au revisited // *Applied optics*. – 2015. – Т. 54. – № 3. – С. 477-481.
81. Ландау Л., Лифшиц Е. Теоретическая физика. Том 8. Электродинамика сплошных сред // книга. – 1982.
82. Tatartschuk E., Gneiding N., Hesmer F., Radkovskaya A., Shamonina E. Mapping inter-element coupling in metamaterials: Scaling down to infrared // *Journal of Applied Physics*. – 2012. – Т. 111. – № 9. – С. 094904.
83. Гуревич А. Г., Мелков Г. А. Магнитные колебания и волны. Физматлит, 1994.
84. Dumelow T., Oliveros M. C. Continuum model of confined magnon polaritons in superlattices of antiferromagnets // *Physical Review B*. – 1997. – Т. 55. – № 2. – С. 994.
85. Mukai Y., Hirori H., Yamamoto T., Kageyama H., Tanaka K. Antiferromagnetic resonance excitation by terahertz magnetic field resonantly enhanced with split ring resonator // *Applied Physics Letters*. – 2014. – Т. 105. – № 2. – С. 022410.
86. Nakajima M., Kurihara T., Tadokoro Y., Kang B., Takano K., Yamaguchi K., Watanabe H., Oto K., Suemoto T., Hangyo M. Application of Terahertz field enhancement effect in metal microstructures // *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. – 2016. – Т. 37. – № 12. – С. 1199-1212.
87. Ryzhii V., Otsuji T., Shur M. Graphene based plasma-wave devices for terahertz applications // *Applied Physics Letters*. – 2020. – Т. 116. – № 14. – С. 140501.

88. Barak J., Rezende S., King A., Jaccarino V. Parallel-pumping studies of magnon damping in Mn F 2 // Physical Review B. – 1980. – T. 21. – № 7. – C. 3015.
89. Hagiwara M., Katsumata K., Yamaguchi H., Tokunaga M., Yamada I., Gross M., Goy P. A complete frequency-field chart for the antiferromagnetic resonance in MnF 2 // International journal of infrared and millimeter waves. – 1999. – T. 20. – № 4. – C. 617-622.
90. Moriyama T., Hayashi K., Yamada K., Shima M., Ohya Y., Tserkovnyak Y., Ono T. Enhanced antiferromagnetic resonance linewidth in NiO/Pt and NiO/Pd // Physical Review B. – 2020. – T. 101. – № 6. – C. 060402.
91. Coey J. M. Magnetism and magnetic materials. Cambridge university press, 2010.
92. Machado F., Ribeiro P., Holanda J., Rodríguez-Suárez R., Azevedo A., Rezende S. Spin-flop transition in the easy-plane antiferromagnet nickel oxide // Physical Review B. – 2017. – T. 95. – № 10. – C. 104418.