МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

АБДУЛОВ НИЗАМИ АСАД ОГЛЫ ПРОЦЕССЫ РОЖДЕНИЯ S- И P-ВОЛНОВЫХ БОТТОМОНИЕВ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Специальность 01.04.23 - Физика высоких энергий

ΑΒΤΟΡΕΦΕΡΑΤ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Москва – 2021

Работа выполнена на Кафедре физики атомного ядра и квантовой теории столкновений Физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Научный руководитель	_	Липатов Артём Владимирович, кандидат физико-математических наук		
Официальные оппоненты	_	Бережной Александр Викторович, доктор физико-математических наук, профессор РАН, МГУ имени М.В. Ломоносова, НИИЯФ имени Д.В. Скобельцына, Отдел экспериментальной физики высоких энер- гий, заведующий лабораторией;		
		Котиков Анатолий Васильевич, доктор физико-математических наук, Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория теоретической физики имени Н.Н. Боголюбова, Отдел теории фундаментальных взаимодействий, ведущий научный сотрудник;		
		Лиходед Анатолий Константинович, доктор физико-математических наук, профессор, НИЦ «Курчатовский институт», Институт физики высоких энергий, главный научный сотрудник;		

Защита диссертации состоится «17» декабря 2021 г. в 15:00 часов на заседании диссертационного совета МГУ.01.11 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Россия, г. Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 5 (19-й корпус Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцына МГУ имени М. В. Ломоносова), аудитория 2-15.

Диссертация находится на хранении в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27). Со сведениями о регистрации участия в защите в удаленном интерактивном режиме и с диссертацией в электронном виде можно ознакомиться, перейдя на страницу диссертационного совета по ссылкам

https://istina.msu.ru/dissertations/402749414/ https://www.msu.ru/science/dis-sov-msu.html Автореферат разослан "_____" 2021 г. Телефон совета для справок: +7 916 8717750 E-mail: galan_lidiya@mail.ru Учёный секретарь диссертационного совета

Mase_

Л.И.Галанина

Общая характеристика работы

Диссертация посвящена исследованию процессов рождения S- и P-волновых боттомониев, $\Upsilon(nS)$ и $\chi_b(mP)$, при высоких энергиях и дальнейшему развитию k_T -факторизационного подхода в рамках квантовой хромодинамики (КХД). В рамках ведущего порядка теории возмущений изучены распределения по поперечному импульсу и вычислены поляризационные наблюдаемые кваркониев. Существенным моментом исследования является использование функции распределения глюонов в протоне, зависящей от их поперечного импульса (transverse momentum dependent, TMD), которая была получена автором с помощью численного решения уравнения эволюции.

В основе диссертации лежат результаты, полученные автором во время обучения в аспирантуре физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в 2017-2021 годах. Исследования проведены в рамках реализации проектов по грантам РФФИ №19-32-90096 и фонда "БАЗИС" №18-1-5-33-1.

Актуальность работы и степень её разработанности

Запуск Большого адронного коллайдера (LHC) в 2008 году открыл новые возможности для исследования структуры адронов и свойств сильных взаимодействий в процессах КХД. LHC позволяет ставить эксперименты при энергии соударения протонов 13 ТэВ, что соответствует частицам космических лучей с энергией 10^{17} эВ, и при светимости $2 \cdot 10^{34}$ см⁻²с⁻¹. Это предоставляет богатый потенциал для новых исследований, начиная от более точных измерений параметров Стандартной модели и заканчивая поиском новых физических явлений. Кроме того, ядро-ядерные столкновения на LHC предоставляют беспрецедентную возможность для изучения свойств материи при экстремальной плотности, включая фазовый переход в состояние с деконфайнментом цвета — кварк-глюонную плазму. Изучение процессов распада тяжёлых адронов, имеющих в составе *b* и *с*-кварки, составляют важную часть программы экспериментов LHC. Проводятся эксперименты для изучения эксклюзивных и инклюзивных процессов рождения и распада тяжёлых адронов, обнаружения новых частиц и их времён жизни, поиска новой физики в редких распадах частиц.

Практически все расчёты в теории возмущений КХД основаны на гипотезе факторизации: $\sigma = \sum_{i,j} \int dx_1 f_i(x_1, \mu^2) \int dx_2 f_j(x_2, \mu^2) \hat{\sigma}_{ij}$, где $f_i(x, \mu^2)$ — функция распределения партона i, x— доля его продольного импульса, μ — факторизационный масштаб, а $\hat{\sigma}_{ij}$ — сечение жёсткого подпроцесса. Последнее определяет вероятность взаимодействия двух партонов, а функции распределения определяют вероятность нахождения в протоне партона аромата i, переносящий долю импульса протона x. Эти функции распределения содержат информацию о мягкой стадии процесса и не могут быть полностью вычислены в рамках теории возмущений. Однако их зависимость от достаточно больших μ^2 может быть посчитана согласно теории возмущений и выражена в форме уравнений эволюции. Вид этих уравнений зависит от точности, с которой мы учитываем вклады больших логарифмов типа $\ln \mu^2$ и $\ln 1/x$. Последние появляются в области высоких энергий, а суммирование таких логарифмических поправок приводит к TMD глюонным распределениям. В настоящее время теоретическое описание экспериментальных данных для ряда процессов остается проблематичным для обычной теории возмущений КХД. Это связано с тем, что по мере увеличения порядка теории возмущений количество диаграмм увеличивается экспоненциально, что в свою очередь приводит к трудоёмким расчётам. Поэтому в некоторых случаях для упрощения вычислений инклюзивных сечений удобно использовать k_T -факторизационный подход КХД [1]. Этот формализм основан на уравнениях эволюции Балицкого-Фадина-Кураева-Липатова (BFKL) [2] или на уравнении Катани-Чиафалони-Фиорани-Маркезини (ССГМ) [3]. k_T-факторизационный подход имеет определенные преимущества в простоте включения радиационных поправок более высокого порядка, соответствующих испусканию глюонов в начальных состояниях, которые не учитываются в рамках коллинеарного приближения КХД, в форме TMD функций распределения глюонов. Важность таких распределений определяется возможностью учёта внемассовости амплитуд рассеяния, которые необходимы для внутренней согласованности подхода, и более точного учёта кинематики процессов на партонном уровне по сравнению со стандартными (коллинеарными) функциями распределения партонов. Поэтому TMD распределения играют важную роль в изучении адронных наблюдаемых, которые чувствительны к деталям партонной динамики. В настоящее время этот подход становится всё более общепринятым методом исследования динамики жёстких процессов при высоких энергиях.

Другой важной теоретической проблемой является механизм формирования связанных состояний. Как известно, нейтральные по цвету кварконии состоят из пары кварка и антикварка. Однако, в общем случае совсем необязательно, что данная пара кварков будут иметь определённый цвет и соответствующий ему антицвет. В группе SU(3) существует 3 цвета и 3 антицвета, которые формируют $3 \otimes 3 = 8 \oplus 1$ комбинаций. Данный набор формирует октетное (имеющее цвет) и синглетное (нейтральное по цвету) состояния. Таким образом, пара тяжёлых кварков $q\bar{q}$ может сформировать связанное цветное состояние. Одной из проблем современной физики высоких энергий является одновременное описание как распределений по поперечному импульсу, так и поляризационных наблюдаемых тяжёлых кваркониев. Для изучения этой проблемы были введены несколько теоретических моделей: модель СЕМ [4-6], модель цветовых синглетов (CSM) [7,8] и нерелятивистская квантовая хромодинамика (NRQCD) [9–11]. В рамках перечисленных выше моделей эту проблему до сих пор не удалось решить. Так например, в NRQCD постулируется существование октетных состояний, которые переходят в наблюдаемый кварконий посредством испускания мягкого глюона, а хорошее описание данных достигается подбором значений непертурбативных матричных элементов (NME, в литературе также используется обозначение LDME), которые играют роль свободных параметров и определяют вероятность перехода октетной пары тяжелых кварков в наблюдаемый кварконий. Но значения этих NME, полученных различными группами [12–15] сильно отличаются друг от друга, поскольку они существенно зависят от кинематической области, в которой производится их определение. Различными группами были проведены расчёты в рамках NLO (next-to-leading order) [16, 17] и NNLO* (next-tonext-to-leading order, звёздочка означает, что расчёты проводились на древесном уровне) [18]

NRQCD, которые позволяют достичь хорошего согласия с экспериментальными данными для распределений по поперечному импульсу кваркониев [13, 14, 19–21].

Однако, до сих пор не удаётся достичь разумного согласия с экспериментальными данными для поляризационных наблюдаемых. Так, расчёты показывают, что основной вклад в сечение рождения S-волновых состояний при больших поперечных импульсах дают октетные состояния [${}^{3}S_{1}^{(8)}$], что приводит к значительной поперечной поляризации конечных частиц. Но это противоречит экспериментальным данным CDF, CMS и LHCb, которые указывают на рождение неполяризованных чармониев (J/ψ , ψ') и боттомониев ($\Upsilon(nS)$). С другой стороны, вклад в сечение рождения J/ψ состояния [${}^{1}S_{0}^{(8)}$], который может приводить к деполяризации кваркония [20], не должен быть значительным, поскольку последнее предположение противоречит экспериментальным данным коллаборации LHCb по рождению η_c мезонов. Действительно, соответствующие NME J/ψ и η_c мезонов связаны одним из основных принципов NRQCD — спиновой симметрией тяжёлых кварков (HQSS), который требует определения этих NME через одновременный фит всего семейства кваркониев [22]. Эта так называемая "поляризационная проблема" оставалась нерешённой в рамках нерелятивистской КХД после практически тридцатилетних экспериментальных и теоретических исследований.

Цель и задачи работы

Целью исследования является развитие методов вычисления сечения различных жёстких процессов КХД, а именно процессов рождения одиночного топ-кварка, инклюзивного рождения бозона Хиггса и рождения тяжёлых кварков на коллайдере HERA, с использованием ТМD распределений партонов. А также изучение процессов рождения семейства *S*- и *P*-волновых боттомониев, $\Upsilon(nS)$ и $\chi_b(mP)$, и исследование их поляризационных свойств.

Для достижения поставленных целей необходимо решить следующие задачи:

1. Получение новой TMD функции распределения глюонов в протоне, определение параметров начального распределения с помощью экспериментальных данных LHC и RHIC для рождения мягких адронов в протон-протоных *pp* и ядерно-ядерных *AA* столкновениях, полученных в широком диапазоне энергий, и её апробация в некоторых процессах КХД.

2. Вычисление полных и дифференциальных сечений инклюзивного рождения $\Upsilon(nS)$ мезонов с учётом синглетных и октетных вкладов, а также вкладов от радиационного распада $\chi_b(mP)$, при энергиях LHC в рамках k_T -факторизационного подхода. Вычисление отношений вкладов сечений рождения *P*-волновых мезонов в рождение $\Upsilon(nS)$ мезонов. Дополнительно, вычисление отношений сечений рождения $\chi_{bJ}(1P)$ мезонов.

3. Определение значений непертурбативных матричных элементов, описывающих вероятность рождения октетной пары тяжёлых кварков, всего семейства боттомониев, а именно Υ(nS) и χ_b(mP), с помощью недавно полученных экспериментальных данных коллабораций CMS, ATLAS и LHCb.

4. Изучение поляризационных свойств боттомониев $\Upsilon(nS)$ и сравнение результатов расчётов с экспериментальными данными коллабораций CMS и CDF. Для расчёта перехода октетных состояний в наблюдаемые кварконии требуется использовать модель деполяризации, основанной на классической теории мультипольного разложения.

5. Изучение зависимости теоретических предсказаний от TMD функций распределения глюонов в протоне, которые в последнее время являются предметом интенсивных теоретических исследований и широко используются в феноменологическом описании многочисленных процессов взаимодействия элементарных частиц при высоких энергиях.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования диссертационной работы являлись процессы рождения тяжёлых кваркониев при высоких энергиях. В качестве предмета исследования были рассмотрены сечения процессов инклюзивного рождения $\Upsilon(nS)$ мезонов и их поляризационные свойства в рамках нерелятивистской КХД.

Положения, выносимые на защиту

1. ТМD функция распределения глюонов в протоне со значениями феноменологических параметров, определённых с помощью экспериментальных данных LHC и RHIC для сечений рождения мягких адронов в *pp* и *AA* столкновениях, позволяет достигнуть хорошего описания структурных функций протона F_2^c и F_2^b , процессов рождения одиночного топ-кварка и процессов инклюзивного рождения бозона Хиггса, наблюдаемого в различных модах распада.

2. Калибровочно-инвариантные амплитуды образования S- и P-волновых состояний боттомониев внемассовыми начальными глюонами, использующие специальную модель перехода промежуточных октетных по цвету состояний в наблюдаемые синглетные, приводят к значительно меньшей поляризации S-волновых кваркониев в области средних и больших поперечных импульсов по сравнению с предсказаниями обычной нерелятивистской хромодинамики.

3. Метод анализа экспериментальных данных для извлечения значений непертурбативных матричных элементов (NME) для всего семейства боттомониев только из данных для распределений по поперечному импульсу $\Upsilon(nS)$ мезонов и отношений сечений $R_{\Upsilon(nS)}^{\chi_b(mP)}$ и $R_{\chi_{b1}(1P)}^{\chi_{b2}(1P)}$ приводит к хорошему согласию с данными коллабораций ATLAS, CMS, LHCb и CDF.

4. Предсказываемое в модели поведение всех поляризационных наблюдаемых подтверждает гипотетическое решение поляризационной проблемы тяжёлых кваркониев.

Научная новизна работы

Научная новизна связана с использованием k_T -факторизационного подхода КХД для рассматриваемых в работе процессов. Была предложена новая ТМD функция распределения глюонов, которая была получена с учётом эффектов насыщения глюонной плотности. Для описания процессов инклюзивного рождения боттомониев впервые была использована модель, описывающая переход промежуточной октетной пары кварков в наблюдаемый мезон. Были изучены поляризационные свойства боттомониев, и было показано, что полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными LHC и Tevatron. Таким образом, было предложено возможное решение проблемы самосогласованного описания экспериментальных данных как для распределений по поперечному импульсу боттомониев, так и для их поляризационных параметров. Эта проблема до сих пор была не решена в рамках нерелятивистской КХД.

Теоретическая и практическая значимость

Основным результатом этой работы является достижение более глубокого понимания эволюционной динамики партонов, в частности, в области малых значений доли продольного импульса x, отвечающей их большой плотности. Были изучены поляризационные свойства боттомониев, и было показано, что полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными LHC и Tevatron. Таким образом, была решена проблема самосогласованного описания экспериментальных данных как для распределений по поперечному импульсу боттомониев, так и для их поляризационных параметров. Эта проблема до сих пор была не решена в рамках нерелятивистской КХД.

В данной работе был предложен метод определения значений непертурбативных матричных элементов всего семейства боттомониев из имеющихся экспериментальных данных. Этот метод может быть использован для дальнейшего анализа экспериментальных данных, полученных как на современных коллайдерах, так и на коллайдерах будущих поколений. Непертурбативные матричные элементы добавлены в Монте-Карло генератор событий PEGASUS [23], разработанный в группе НИИЯФ МГУ, что существенно расширяет область применимости последнего. Генератор событий PEGASUS предназначен для расчетов сечений ряда сечений жёстких процессов КХД при высоких энергиях с учетом TMD динамики партонных распределений в протоне. Этот генератор недавно был использован коллаборацией ALICE [24,25] для анализа экспериментальных данных по инклюзивному рождению J/ψ мезонов на коллайдере LHC. Также полученная TMD функция распределения была включена в библиотеку TMDlib, которая хорошо известна и активно используется научным сообществом для расчётов широкого класса процессов. Посчитанные амплитуды вне массовой поверхности, полученные в рамках модели деполяризации, могут быть использованы для дальнейшего анализа и могут служить основой для учёта следующих поправок.

Методология и методы исследования

Для описания пертурбативного рождения пары кварка-антикварка $b\bar{b}$ в различных состояниях используется k_T -факторизационный подход КХД с учетом как синглетных, так и октетных вкладов. В рамках k_T -факторизационного подхода КХД может быть проведён учёт ведущих поправок высших порядков в теории возмущения. В данном подходе уже в главном порядке включены поправки КХД высших порядков в форме TMD функций распределения партонов, то есть зависящих от поперечного импульса партонов. Эти функции могут быть получены из численных или аналитических решений уравнений BFKL и CCFM. С помощью уравнения CCFM также учитываются члены пропорциональные $\sim \alpha_s^n \ln^n(1/(1-x))$, где x — доля импульса протона, которую переносит партон. В области больших x уравнение CCFM эквивалентно уравнениям DGLAP. В расчётах использовались несколько наборов TMD-функций распределения глюонов для описания сечений инклюзивного рождения боттомониев: A0, JH'2013 set 1 и MD'2018.

Личный вклад автора

Все результаты, представленные в диссертации (в том числе изложенные в работах, выполненных в соавторстве), были получены при определяющем участии или непосредственно автором. Во всех работах вклад автора является основополагающим.

Достоверность и обоснованность результатов

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием апробированных методов современной теоретической физики высоких энергий. В процессе проведения вычислений проводилось поэтапное сравнение предсказаний с имеющимися результатами экспериментов.

Апробация работы

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 4 печатных работах в рецензируемых журналах, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus [26–29]:

1. Abdulov, N.A., Lipatov, A.V., Malyshev M.A. Inclusive Higgs boson production at the LHC in the k_T -factorization approach. // Phys. Rev. D. 2018. Vol. 97. №5. P. 054017, SCOPUS (IF = 4.833)

2. Abdulov, N.A., Jung, H., Lipatov, A.V., Lykasov, G.I., Malyshev, M.A. Employing RHIC and LHC data to determine the transverse momentum dependent gluon density in a proton. // Phys. Rev. D. 2018. Vol. 98. №5. P. 054010, SCOPUS (IF = 4.833)

3. Abdulov, N.A., Lipatov, A.V. Bottomonia production and polarization in the NRQCD with k_T -factorization. I: $\Upsilon(3S)$ and $\chi_b(3P)$ mesons. // Eur. Phys. J. C. 2019. Vol. 79. P. 830, SCOPUS (IF = 4.843)

4. Abdulov, N.A., Lipatov, A.V. Bottomonia production and polarization in the NRQCD with k_T -factorization. II: $\Upsilon(2S)$ and $\chi_b(2P)$ mesons. // Eur. Phys. J. C. 2020. Vol. 80. P. 486, SCOPUS (IF = 4.843)

Основные результаты работы были представлены на следующих конференциях:

 Lipatov A.V., Lykasov G.I., Malyshev M.A., Abdulov N., Jung H., The XXIVth International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems "Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics Дубна, Россия, 17-22 сентября 2018
 Lipatov A.V., Lykasov G.I., Malyshev M.A., Abdulov N.A., Jung H., Workshop on Resummation, Evolution, Factorization 2018, Краков, Польша, 19-23 ноября 2018 Абдулов Н.А., Липатов А.В., «Ломоносовские чтения - 2019». Секция
 «Ядерная физика», Москва, МГУ, Россия, 15-25 апреля 2019
 Абдулов Н.А., Липатов А.В., The XXIV International Workshop High Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP'2019), г. Сочи, Россия, 22-29 сентября 2019
 Абдулов Н.А., Липатов А.В., XXXII International (ONLINE) Workshop on High Energy Physics "Hot problems of Strong Interactions", Россия, 9-13 ноября 2020
 Абдулов Н.А., Липатов А.В., Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных "Ломоносов-2020", Москва, Россия, 10-27 ноября 2020
 Абдулов Н.А., Липатов А.В., Resummation, Evolution, Factorization 2020, онлайн, Великобритания, 7-11 декабря 2020
 Абдулов Н.А., Липатов А.В., Ломоносовские чтения 2021, секция "Физика Москва,

Россия, 20-29 апреля 2021

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из Введения, 4 глав и Заключения. Полный объём диссертации составляет 113 страниц, включая 49 рисунков и 11 таблиц. Список литературы содержит 131 наименования.

Содержание диссертации

Во введении обосновывается актуальность и описывается степень разработанности исследований данной работы, формулируются цели и задачи, представляются основные положения, выносимые на защиту, излагается научная новизна, практическая значимость и достоверность полученных результатов, описываются методология и методы исследования, представлена апробация диссертации.

В первой главе даётся описание основных уравнений эволюции, которые используются в современной физике для моделирования партонной динамики при глубоконеупругом рассеянии. Представлены используемые в данной работе TMD (transverse momentum dependent) функции распределения.

В партонной модели предполагается, что адроны состоят из ряда точечных, слабо связанных частиц, называемых партонами. Для любого объекта конечного размера, участвующего в упругих столкновениях, должна существовать некая функция, помогающая описать его внутреннюю структуру: структурная функция $F_i(x)$. Однако при процессах глубоконеупругого рассеяния структурные функции вида $F_i(x)$ заменяются структурными функциями вида $F_i(x, Q^2)$.

Глубоконеупругое рассеяние — это процесс, в котором структура адронов исследуется с помощью высокоэнергетического лептона. При рассеянии лептон излучает виртуальный фотон, который передает адрону 4-импульс q. Однако обычно передача импульса обсуждается в терминах квадрата переданного импульса $Q^2 = -q^2$, где Q^2 определяет виртуальность фотона. В общем случае дифференциальное сечение для процессов глубоконеупругого рассеяния можно записать как

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu},$$

где $\alpha = e^2/4\pi$ — постоянная тонкой структуры, $d\Omega$ — телесный угол рассеяния лептона, E и E' — энергии начального и конечного лептонов, а $L^{\mu\nu}$ и $W^{\mu\nu}$ — лептонный и адронный тензоры. Лептонный и адронный токи взаимодействуют только посредством передачи виртуального фотона, поэтому лептонный и адронный тензоры выделяются отдельно.

Чтобы получить информацию о кварковой составляющей протона из экспериментальных данных для сечений жёстких процессов, используют другое выражение для сечения:.

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} = 8\pi m_H E \frac{\alpha^2}{Q^4} F_2 \left(1 - y - \frac{m_H xy}{2E} + \frac{y^2}{2}\right),$$

где x — доля продольного импульса, который уносит кварк, y = 1 - E'/E, $F_2(x, Q^2) = \sum_i x f_i(x, Q^2) e_i^2$ — структурная функция протона, а $f_i(x, Q^2)$ — функции распределения кварков. Распределения f_i по доле продольного импульса описывают вероятность найти в протоне партон аромата i, переносящий долю импульса протона x. Отсюда была получена связь сечения с функцией распределения кварков. Для получения глюонных распределений в [30–33] были предложены разные методы их получения при малых значениях $x < 10^{-2}$.

Далее в диссертационной работе были описаны уравнения Докшицера-Грибова-Липатова-Альтарелли-Паризи (DGLAP) [34]. Эти уравнения позволяют вычислить поправки к функциям распределения партонов, которые включают в себя информацию о мягкой стадии процессов. Зависимость этих распределений от больших $Q^2 = \mu^2$ может быть выражена в форме уравнений эволюции и вычислена согласно теории возмущений. Однако их нельзя использовать для определения функций распределения партонов при малых $Q^2 \sim m_H^2$ из-за их непертурбативной природы. Уравнения DGLAP позволяют учесть вклад лестничных диаграмм, изображённых на Рис. 1, а сами уравнения имеют вид:

$$\frac{df_i}{d\ln\mu^2} = \sum \alpha_s P_{ij}(x) \otimes f_j,$$

где вероятность расщепления партона описывается функциями расщепления $P_{ij}(x)$, которые определяют плотность вероятности рождения партона *i* из партона *j*:

$$P_{ij}(x,\alpha_s) = \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{ij}^{(0)}(x) + \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^2 P_{ij}^{(1)}(x) + \dots$$

Решение уравнений DGLAP позволяет вычислить партонные распределения для любого значения μ^2 при заданных начальных условиях. Эти начальные условия не могут быть вычислены в рамках пертурбативной КХД, но могут быть определены из экспериментальных данных по глубоконеупругому рассеянию. Также решение уравнений DGLAP позволяет просуммировать члены по всем порядкам вкладов ~ $\ln \mu^2$, которые появляются из области малых углов между импульсами партонов. Это позволяет получить хорошее согласие с экспериментальными данными для процессов глубоконеупругого рассеяния, а также для



Рис. 1. Диаграммы лестничного типа в эволюции DGLAP.

процессов в области $x \sim 10^{-4}$ экспериментов HERA.

Затем было описано уравнение эволюции Балицкого-Фадина-Кураева-Липатова (BFKL) [2]. При высоких энергиях в пределе $x \to 0$ возникают новые проблемы: в порядке *n* теории возмущений появляются большие логарифмы ~ $\ln^n(1/x)$. Пересуммирование лидирующих логарифмических (LL) поправок приводит к TMD глюонным распределениям $f_g(x, k_T^2)$, которые удовлетворяют уравнению эволюции BFKL. Подход BFKL основан на гипотезе реджезации глюона, которая возникла в результате аналитических вычислений амплитуд рассеяния частиц в первых порядках теории возмущений [35].

Использование подхода BFKL приводит к обобщению факторизации КХД за коллинеарное приближение:

$$\sigma = \sigma^*(x, k_T^2) \otimes f_i(x, k_T^2).$$
(1)

Для вычисления внемассового сечения $\sigma^*(x, k_T^2)$ используется гипотеза реджезации глюона, приводящая к простой факторизационной форме амплитуд множественного рождения в мультиреджевской кинематике. Эти амплитуды выражаются через эффективные вершины взаимодействия реджезованного глюона с частицами и реджевскую траекторию глюона, которые можно получить из эффективного действия, полученного в [36,37]. Использование таких вершин обеспечивает калибровочную инвариантность амплитуд, несмотря на внемассовость начальных партонов. Уравнение BFKL для $f_g(x, k_T^2)$ в лидирующем логарифмическом приближении имеет вид:

$$f_g(x,k_T^2) = f_g^0(x,k_T^2) + \bar{\alpha}_s k_T^2 \int_x^1 \frac{dz}{z} \int_{Q_0^2}^\infty \frac{dk_T'^2}{k_T'^2} \left[\frac{f_g(x/z,k_T'^2) - f_g(x/z,k_T^2)}{|k_T'^2 - k_T^2|} + \frac{f_g(x/z,k_T^2)}{\sqrt{4k_T'^4 + k_T^4}} \right] = K \otimes f_g,$$

где $\bar{\alpha}_s = 3\alpha_s/\pi$, а K — ядро уравнения BFKL. В главном логарифмическом приближении уравнение BFKL предсказывает степенной рост сечений, что противоречит теореме Фруассара, согласно которой $\sigma(s) \leq \sigma_0 \ln^2 s$, а это приводит к нарушению унитарного предела [35,38]. Общий подход к решению этой проблемы состоит в переформулировке КХД при высоких энергиях в терминах калибровочно-инваринатной эффективной теории поля для взаимодействия реджезованных глюонов [36].

Далее было описано уравнение Катани-Чиафалони-Фиорани-Маркезини (ССFМ) [3]. Это уравнение объединяет как подход DGLAP, так и BFKL. Кроме того, оно позволяет учесть эффект цветовой когерентности между двумя последовательными испусканиями глюонов. Уравнение эволюции ССFM в главном логарифмическом приближении в дифференциальной форме имеет вид [3]:

$$\bar{q}^2 \frac{d}{d\bar{q}^2} \frac{xA(x,k_T^2,\bar{q}^2)}{\Delta_s(\bar{q}^2,Q_0^2)} = \int dz \frac{d\phi}{2\pi} \frac{\tilde{P}(z,(\bar{q}/z)^2,k_T^2)}{\Delta_s(\bar{q}^2,Q_0^2)} x'A(x',k_T'^2,(\bar{q}/z)^2),$$

где $k'_T = k_T + (1-z)/(zq)$, z = x/x', а q имеет азимутальный угол ϕ . В общем случае интегральное уравнение эволюции может быть представлено как

$$xA(x,k_T^2,\bar{q}^2) = xA_0(x,k_T^2,\bar{q}^2) + \int \frac{dz}{z} \int \frac{dq^2}{q^2} \Theta \Delta_s \tilde{P}(z,q^2,k_T^2) xA(x/z,k_T'^2,q^2).$$

Условие углового упорядочения задаётся функцией Θ . Здесь первый член определяет начальные условия для уравнения CCFM:

$$xA_0(x,k_T,\bar{q}) = xA_0(x,k_T,Q_0)\Delta_s(\bar{q},Q_0)$$

где судаковский форм-фактор $\Delta_s(\bar{q}, Q_0)$ описывает вероятность отсутствия излучения при эволюции от масштаба Q_0 до \bar{q} . Второй член уравнения описывает детали эволюции КХД, которая задаётся свёрткой функции расщепления \tilde{P} с плотностью глюонов и форм-фактором Судакова.

В уравнении эволюции ССFM форм-фактор Судакова содержит члены ~ $\ln(1/(1-x))$, которые компенсируют расходимости, исходящие от мягких глюонов. Присутствие поправки, отвечающей за излучение мягких глюонов, в функции расщепления ССFM обеспечивает суммирование логарифмов ~ $\ln^n(1/(1-x))$ в дополнение к логарифмам ~ $\ln^n(1/x)$, которые суммируются в уравнении BFKL. В работе было показано, что угловое упорядочение даёт возможность использовать уравнение ССFM как для процессов в области малых x, так и в области больших x. Таким образом, формализм ССFM объединяет формализм уравнений эволюции BFKL и DGLAP. И в отличие от уравнения BFKL, где происходит нарушение унитарности, в случае уравнения эволюции ССFM такого нарушения не происходит.

Далее были кратко описаны основы k_T -факторизационного подхода КХД. В области больших энергий предположения партонной модели о факторизации функций распределения партонов и сечений подпроцессов нарушаются таким образом, что сечения подпроцессов и функции распределения зависят от поперечного импульса партонов. Поэтому все расчёты в этом исследовании проводились в рамках k_T -факторизационного подхода КХД. Была представлена кинематика рассматриваемых процессов $2 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 1$ и даны выражения для сечений процессов рождения частиц. Также было продемонстрировано, что амплитуды подпроцессов, вычисленные в рамках k_T -факторизационного подхода, являются калибровочноинвариантными.

В конце главы были даны краткие описания функций распределения, использованных в расчётах. Сперва был описан подход Кимбера-Мартина-Рыскина (KMR) [39–41]. Основная идея подхода KMR для определения неинтегрированных функций распределений заключается в ослаблении строгого упорядочивания DGLAP только на последнем этапе эволюции, что позволяет учитывать большую часть следующих за ведущими логарифмических (NLL) членов, то есть членов ~ $\alpha_s(\alpha_s \ln \mu^2)^{n-1}$, по сравнению с ведущим логарифмическим приближением (LLA), где только учтены члены ~ $(\alpha_s \ln \mu^2)^n$. В подходе KMR TMD функция распределения партонов в интегральной формулировке записывается как

$$f_a(x, k_T^2, \mu^2) = T_a(k_T^2, \mu^2) \frac{\alpha_s(k_T^2)}{2\pi} \sum_{b=q,g} \int_x^1 dz P_{ab}(z) b(\frac{x}{z}, k_T^2) dz P_{ab}(z) dz = 0$$

или в дифференциальной как

$$f_a(x, k_T^2, \mu^2) = \frac{\partial}{\partial \ln k_T^2} [a(x, k_T^2) T_a(k_T^2, \mu^2)],$$

где $a(x, k_T^2) = xq(x, k_T^2)$ или $xg(x, k_T^2)$, а $T_a(k_T^2, \mu^2)$ — форм-фактор Судакова. В соответствии с [42, 43] в данной работе была использована интегральная формулировка. Также в работе [41] был представлен подход KMR с учётом NLO поправок. Для этого сперва были заменены функции расщепления в LO на соответствующие "LO + NLO" функции расщепления, а интегрированные функции распределения в LO приближении были заменены на функции распределения в NLO приближении. Наконец, были учтены судаковские форм-факторы T_a , которые суммируют виртуальные вклады уравнений DGLAP в NLO приближении.

Далее были описаны функции распределения A0 и JH. Функция распределения A0 была предложена в [44]. Эта TMD функция распределения глюонов получена с помощью уравнения эволюции CCFM с функцией расщепления, в которой учитывались только сингулярные члены. Начальные параметры для набора A0 подбирались из условия наилучшего описания данных HERA для структурной функции $F_2(x, Q^2)$ в диапазоне x < 0.005 и при $Q^2 > 4.5$ ГэВ². Остальные параметры были подобраны так, чтобы получить наименьшее значение $\chi^2/d.o.f$. Параметры начального распределения для функций из набора JH были определены из данных HERA для структурных функций протона F_2 и $F_2^{(charm)}$ в области малых x < 0.005 и $Q^2 > 5$ для F_2 или $Q^2 > 2.5$ для $F_2^{(charm)}$ [45]. Эта TMD функция распределения глюонов была так же получена с помощью уравнения эволюции CCFM с соответствующей функцией расщепления, в которой в отличие от функции распределения A0 учитывались как сингулярные, так и несингулярные члены. Таким образом, было найдено два набора TMD функций распределения: JH'2013 set 1 и JH'2013 set 2. Первый набор определён только из данных для F_2 , а второй — по данным для F_2 и $F_2^{(charm)}$ одновременно.

Затем была подробно описана предложенная в соавторстве новая TMD функция распре-

деления глюонов — MD'2018 [27]. Параметры первоначальной TMD функции распределения глюонов были определены с помощью экспериментальных данных NA61, LHC и RHIC для рождения мягких адронов в протон-протоных *pp* и ядерно-ядерных *AA* столкновениях, полученных в широком диапазоне энергий. Дополнительно было определено её поведение при больших *x* с помощью последних данных LHC для инклюзивного рождения пары *t*-кварков при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. Для получения функции распределения глюонов было численно решено уравнение CCFM с помощью пакета UPDFEVOLV [46] на всём диапазоне долей продольного импульса *x*, поперечного импульса k_T^2 и жёсткого масштаба μ^2 .

Наконец, были представлены несколько феноменологических предсказаний для сечений жёстких процессов LHC с использованием полученной функцией распределения: предсказания для структурных функций протона F_2^c и F_2^b , процессов рождения одиночного топ-кварка и процессов инклюзивного рождения бозона Хиггса на LHC. Было обнаружено, что предсказания MD'2018 для структурных функций $F_2^c(x, Q^2)$ и $F_2^b(x, Q^2)$ находятся в хорошем согласии с данными HERA в широком диапазоне значений x и Q^2 как по нормировке, так и по форме, что подтвердило связь между мягкими процессами на LHC и физикой малых x на HERA. Результаты расчётов по рождению одиночного топ-кварка в t-канале также показали достаточно хорошую согласованность с измерениями CMS и ATLAS, и было показано, что использование набора MD'2018 для получения значений сечений процессов приводит к хорошим результатам при весьма больших значениях x. В случае расчётов сечений инклюзивного рождения бозона Хиггса, полученных в различных каналах распада, также было показано хорошее согласие с данными для всех рассмотренных наблюдаемых.

Таким образом была получена новая TMD функция распределения глюонов, которая не противоречит данным HERA по структурным функциям, а также согласуется с данными LHC. При этом данные LHC были получены при разных масштабах: и при малых μ^2 , и при больших масштабах пропорциональных массе *t*-кварка. Полученная функция распределения MD'2018 была включена в библиотеку TMDlib [47].

Вторая глава посвящена краткому описанию двух моделей для изучения процессов рождения тяжёлых кварков: модель CEM [4–6] и модель цветовых синглетов (CSM) [8, 48]. А также подробно описана нерелятивистская квантовая хромодинамика (NRQCD) [9–11].

В 1977 году была предложена модель СЕМ для описания недавно открытого J/ψ мезона. Эта модель позволяет описать пертурбативное рождение $q\bar{q}$ пары во всех возможных цветовых и спиновых состояниях, включая октетные по цвету состояния. В этой модели пара $q\bar{q}$ "избавляется" от лишнего цвета посредством различных процессов, как например излучением мягких глюонов. Эта кварк-антикварковая пара с малым относительным импульсом может затем непертурбативно эволюционировать в определённое состояние кваркония без какихлибо ограничений на цвет и спин. Предполагается, что вероятность образования этого конечного состояния не зависит от цвета, а в некоторых случаях [49] также от спина начальных состояний, в которых образуется пара $q\bar{q}$. Таким образом, начальные цветовые и спиновые состояния пары $q\bar{q}$ "испаряются" и не влияют на её адронизацию. Первоначально СЕМ добилась значительных феноменологических успехов, предсказав постоянные отношения сечений рождения для любых двух состояний кваркониев, независимо от процесса и кинематической области. Однако позже возникли некоторые серьёзные проблемы, например, при описании отношения сечений рождения адронов и фоторождения для χ_c и J/ψ мезонов, которые противоречили экспериментальным наблюдениям. Так как в СЕМ нет никаких ограничений на цвет или спин конечного состояния кваркония, то возникает существенный недостаток модели: невозможность различения состояний кваркония с разными спинами и орбитальными угловыми моментами. В [50] была предложена улучшенная СЕМ (ICEM). Основная идея ICEM заключается в различении мягких глюонов, которыми обмениваются qq-napa и другие цветные частицы, от мягких глюонов, испускаемых непосредственно самой qq-парой. Было показано, что ICEM хорошо воспроизводит распределения по поперечному импульсу и отношения тяжёлых кваркониев, которые не удавалось описать в обычной СЕМ. Однако большое количество процессов, связанных с "испарением" цвета, приводит к относительно большому количеству неизвестных параметров, которые необходимо извлекать из экспериментальных данных. А такое большое количество неопределенных параметров ограничивает предсказательную силу СЕМ. Кроме того, любая поляризация состояния кваркония будет нивелирована теми же мягкими процессами, которые были ответственны за "испарение" цвета октетных состояний, и, следовательно, никаких предсказаний для поляризации кваркониев СЕМ и ІСЕМ предоставить не могут.

Модель CSM считается одной из наиболее эффективных классических моделей для изучения физики рождения и распада кваркониев. Основное предположение данной модели в том, что пара $q\bar{q}$ формирует связанное состояние при ближнем взаимодействии (то есть при высоких энергиях), а затем переходит в определённое конечное состояние, только если начальное состояние пары $q\bar{q}$ является синглетным фоковским состоянием $[{}^{2S+1}L_J^{(a)}]$ со спиновым, орбитальным и полным угловыми моментами (S, L и J соответственно) и цветом a, которые полностью совпадают с квантовыми числами конечного наблюдаемого кваркония. Таким образом, все S-волновые кварконии изначально должны формироваться в состоянии $[{}^{3}S_{1}^{(1)}]$, а *P*-волновые — в состоянии $[{}^{3}P_{I}^{(1)}]$. В отличие от СЕМ, СSM предсказывает изменения в отношениях сечений различных состояний кваркониев. Она также даёт нетривиальные предсказания зависимости сечения от поляризации кваркония. Однако, CSM не смогла описать данные коллаборации CDF [51] для сечения рождения чармониев в $p\bar{p}$ столкновениях. Результаты экспериментальных данных на порядок превышали предсказания CSM для сечений рождения J/ψ в области больших поперечных импульсов. Также не удаётся описать данные, полученные на ускорителе LHC, для тяжёлых кваркониев J/ψ и $\Upsilon(nS)$. Это может быть связано с тем, что CSM не учитывает начальные цветные октетные состояния пары $q\bar{q}$ и релятивистские поправки, связанные с ненулевой относительной скоростью кварков. Поэтому было решено учесть эти поправки для решения проблемы описания данных коллаборации CDF. Предполагается, что октетное по цвету состояние непертурбативно переходит в наблюдаемое синглетное состояние посредством испускания мягкого глюона. Но включение в расчёты радиационных поправок в следующем за главным порядке привело к инфракрасным расходимостям в амплитудах рождения Р-волновых кваркониев при ближнем взаимодействии.

На сегодняшний день известны и посчитаны поперечные сечения S- и P-волновых состояний чармониев (ψ' , χ_c , J/ψ и η_c) при протон-протонных столкновениях в главном (LO) и в следующем за главным (NLO) порядках [13–15, 20, 21, 52–59]. Также посчитаны NNLO* поправки при рождении кваркониев в случае модели цветовых синглетов [18]. В работах [60–64] было достигнуто хорошее описание данных ускорителя LHC как для сечений рождения $\Upsilon(nS)$ и $\chi_b(mP)$ мезонов, так и для поляризации $\Upsilon(nS)$ мезона с учётом вклада $\chi_b(mP)$ мезонов, так и для поляризации $\Upsilon(nS)$ мезона с учётом вклада $\chi_b(mP)$ мезона. Таким образом, учёт поправок высших порядков может привести к адекватному описанию экспериментальных данных предсказаниями CSM. Однако, само наличие инфракрасных расходимостей в амплитудах рождения P-волновых кваркониев сделало очевидным существование теоретических несоответствий в этой модели. Включение октетных по цвету состояний позволило решить проблему инфракрасных расходимостей и описать экспериментальные данные коллаборацией CDF, что было сделано в нерелятивистской квантовой хромодинамике.

Нерелятивистская квантовая хромодинамика — теоретическая модель для описания рождения и распада тяжёлых кваркониев. Данный формализм основан на двойном разложении в ряд по константе связи КХД $\alpha_s = g_s^2/4\pi$ и относительной скорости v_Q . В NRQCD взаимодействия на больших и малых расстояниях разделены, а простое разложение по степеням v_Q позволяет определить доминирующие вклады в различные кваркониевые процессы. При взаимодействии на малом расстоянии, которое проявляется при энергиях близких либо превышающих массу кварков m_Q , поперечные сечения рождения пары $Q\bar{Q}$ в промежуточных состояниях Фока $[{}^{2S+1}L_J^{(a)}]$ рассчитываются пертурбативно. Взаимодействие на дальних расстояниях вычисляется с помощью непертурбативных матричных элементов (NME, в литературе также используется обозначение LDME), которые определяют вероятность перехода промежуточного состояния $Q\bar{Q}$ в реальный кварконий посредством испускания мягкого глюона. Как говорилось выше, некоторые модели позволили достичь хороших феноменологических результатов, но они никак не учитывали существование внутри кваркония глюонов с длинами волн, намного превышающими характерный размер связанного состояния. Наличие глюонов с такой низкой энергией означает, что пара тяжёлого кварка и антикварка не всегда может рассматриваться как находящаяся в цветовом синглетном состоянии. Данный недостаток отсутствует в подходе NRQCD.

Далее был подробно описан лагранжиан NRQCD и подробно показано его отличие от стандартного лагранжиана КХД. Затем рассказано про спиновую симметрию тяжёлых кварков (HQSS). HQSS обеспечивает приблизительное соотношение между матричными элементами для различных спиновых состояний тяжёлого кваркония. Основные нарушения HQSS происходят из-за изменения спина некоторых членов в лагранжиане NRQCD эффекты которых имеют относительный порядок v_Q^2 . Следовательно, равенства, вытекающие из спиновой симметрии тяжёлых кварков, появляются только в главном порядке по v_Q^2 . Тем не менее, эти соотношения могут значительно уменьшить количество независимых матричных элементов, которые вносят вклад в распады различных спиновых состояний. Применительно к S-волновым состояниям, HQSS связывает η_c и триплет ψ , а 12 спиновых состояний Pволновых состояний h_c , χ_{c0} , χ_{c1} и χ_{c2} образуют мультиплет спиновой симметрии.

Далее была обсуждена факторизация в рамках NRQCD. Сперва было рассмотрено разложение по фоковским состояниям для физического S-волнового кваркония:

$$|\Upsilon(nS)\rangle = O(1)Q\bar{Q}[{}^{3}S_{1}^{(1)}]\rangle + O(v_{Q})Q\bar{Q}[{}^{3}P_{J}^{(8)}]g\rangle + O(v_{Q}^{2})Q\bar{Q}[{}^{3}S_{1}^{(1,8)}]gg\rangle + O(v_{Q}^{2})Q\bar{Q}[{}^{1}S_{0}^{(8)}]g\rangle + \dots$$

Как видно, такое разложении не только естественно включает в процессы мягкие глюоны, но также включает релятивистские поправки, так как v_Q служит параметром разложения. Для *P*-волновых состояний разложение имеет вид:

$$|\chi_{QJ}\rangle = O(1)Q\bar{Q}[{}^{3}P_{J}^{(1)}]\rangle + O(v_{Q})Q\bar{Q}[{}^{3}S_{1}^{(8)}]g\rangle + \dots$$

Пара $Q\bar{Q}$ при O(1) имеет в точности такие же угловой момент и цветовые квантовые числа как и конечный наблюдаемый кварконий. Таким образом такое разложение в точности переходит в модель цветовых синглетов при $v_Q \to 0$. Амплитуда процесса рождения кваркония в NRQCD представляется в виде двух частей:

$$A(gg \to \Upsilon(nS)) = A(gg \to Q\bar{Q}[^{2S+1}L_J^{(a)}]) \times A(Q\bar{Q}[^{2S+1}L_J^{(a)}] \to \Upsilon(nS)),$$

где первая часть представляет взаимодействие на коротких расстояниях, которое вычисляется в рамках пертурбативной КХД, а вторая часть — взаимодействие на больших расстояниях, которое включает непертурбативную физику. В случае рождения октетных по цвету состояний их переход в цветное синглетное состояние может быть произведён несколькими путями. Например, состояние $[{}^{3}S_{1}^{(8)}]$ может перейти в синглетное по цвету состояние посредством испускания двух длинноволновых глюонов. Вероятность одного из таких возможных переходов выражается через вторую часть амплитуды, которая представлена в виде непертурбативного матричного элемента (NME), который с большой точностью является константой:

$$A(Q\bar{Q}[^{2S+1}L_J^{(a)}] \to \Upsilon(nS)) = \langle \mathcal{O}^{\Upsilon(nS)}[^{2S+1}L_J^{(a)}] \rangle = const$$

Предполагается, что NME универсальны, то есть не зависят ни от энергии, ни от рассматриваемого процесса, не зависят от импульса кваркония и подчиняются определённой иерархии по степеням скорости тяжелых кварков v_Q . Также они напрямую связаны с волновыми функциями $\mathcal{R}^{(a)}(x)$ [9–11] как

$$\langle \mathcal{O}^{H}[^{2S+1}L_{J}^{(a)}] \rangle = 2N_{c}(2J+1)|\mathcal{R}^{(a)}(0)|^{2}/4\pi,$$
$$\langle \mathcal{O}^{H}[^{2S+1}L_{J}^{(a)}] \rangle = 6N_{c}(2J+1)|\mathcal{R}'^{(a)}(0)|^{2}/4\pi$$

для S- и P-волновых кваркониев H соответственно, где $N_c = 3$. Волновые функции и их производные для синглетных по цвету состояний можно получить из потенциальной модели [65, 66] либо извлечь из измеренной ширины распада кваркония. NME для цветовых октетов невозможно получить из теории, и они должны быть извлечены из экспериментальных данных. Таким образом, каждый NME октетного по цвету состояния представляет собой свободный параметр, который предстоит извлечь из экспериментальных данных. Однако извлечённые NME сильно зависят от минимального поперечного импульса p_T , и практически несовместимы друг с другом при использовании разных наборов данных [12].

Наконец, подробно рассказано о проблеме одновременного описания распределений по поперечному импульсу и поляризационных параметров тяжёлых кваркониев в рамках стандартной NRQCD. Анализ данных приводит к заключению, что при рождении ψ' и J/ψ мезонов при больших p_T доминирует вклад состояния [${}^{3}S_{1}^{(8)}$]. Это состояние имеет ярко выраженную поперечную поляризацию, что, противоречит данным, полученным на ускорителях Tevatron и LHC, которые указывают на неполяризованные конечные состояния. Для решения этой проблемы было предложено учитывать скалярное состояние [${}^{1}S_{0}^{(8)}$] [20], которое приводило бы к неполяризованным состояниям ψ' и J/ψ мезонов. Но данное предположение противоречит данным для рождения η_c мезонов. Это связано с тем, что NME кваркониев η_c и J/ψ связаны спиновой симметрией тяжёлых кварков. HQSS требует, чтобы NME ψ' и J/ψ мезонов должны быть извлечены одновременно для всего семейства чармониев, что оказалось невозможным в рамках NLO NRQCD [57,67–69]. Потенциальное решение данной проблемы было предложено в [70], которое подробно было описано в следующей главе.

В **третьей главе** были представлены расчёты амплитуд вне массовой поверхности глюонглюонного слияния в подпроцессах 2 \rightarrow 2 и 2 \rightarrow 1 и даны их полные и дифференциальные сечения. Подробно описана деполяризационная модель, её особенности и результаты.

Сечения физических процессов в рамках k_T -факторизационного подхода КХД определяются сверткой ТМD функций партонных распределений с квадратами матричных элементов соответствующих жёстких подпроцессов рассеяния. В этой главе было подробно описано вычисление амплитуд вне массовой поверхности для рождения как синглетных, так и октетных по цвету промежуточных состояний пары тяжёлых кварков и их переходы в наблюдаемый кварконий. Как было отмечено ранее, результаты расчётов с использованием таких амплитуд приводят к определённым трудностям при описании экспериментальных данных для поляризационных наблюдаемых. Для этого была использована модель деполяризации [70] и получены амплитуды, включающие не только амплитуды рождения, но и амплитуды распада тяжёлых кваркониев, что позволило вычислить поляризационные наблюдаемые. Для квадратов матричных элементов всех рассматриваемых партонных подпроцессов была выполнена проверка калибровочной инвариантности (аналитически или численно).

Сперва был рассмотрен процесс рождения цветового синглетного состояния $[{}^{3}S_{1}^{(1)}]$ в подпроцессе $2 \rightarrow 2$:

$$g^* + g^* \to \Upsilon[{}^3S_1^{(1)}] + g,$$

который в главном порядке NRQCD описывается шестью диаграммами. Затем были рассмотрены процессы рождения промежуточных состояний в подпроцессах 2 \rightarrow 1:

$$g^* + g^* \to Q\bar{Q}[{}^{1}S_0^{(8)}, {}^{3}P_J^{(1,8)}, {}^{3}S_1^{(8)}],$$

Было отмечено, что при расчётах в рамках коллинеарного подхода ведущий порядок определяется подпроцессами $2 \rightarrow 2$. Это является следствием того, что в случае процессов $2 \rightarrow 1$ диаграммы либо равны нулю, либо не дают вклада в распределения по поперечному импульсу. Это справедливо для всех процессов, кроме синглетного по цвету состояния J/ψ . Однако, в рамках k_T -факторизационного подхода в рассматриваемых процессах начальные глюоны внемассовые и обладают ненулевым поперечным импульсом, поэтому ведущий порядок в разложении по сильной константе связи α_S определяется подпроцессами глюонного слияния $2 \rightarrow 1$. Дополнительно была показана эквивалентность использования эффективной вершины Липатова и стандартной трёхглюонной вершины в рамках k_T -факторизационного подхода.

Далее была продемонстрирована деполяризационная модель. Этот подход основан на классической теории мультипольного разложения. Ключевым предположением этой модели является то, что время жизни промежуточного цветового октетного состояния пары тяжёлых кварков достаточно велико, так что промежуточные октетные состояния могут рассматриваться как физические состояния, обладающие полным моментом J и его проекцие J_z . Это приводит к не сохранению проекций спина S_z и орбитального момента l_z во время дипольного хромо-электрического перехода октетной пары кварков в наблюдаемое синглетное состояние, а это в свою очередь приводит к отсутствию существенной степени поляризации конечного кваркония. Таким образом, на первом этапе происходит рождение пары тяжёлых кварков в процессе глюон-глюонного слияния, которое происходит согласно стандартным правилам Фейнмана. При рождении цветового синглетного состояния испускается глюон с малой энергией $E \sim \Lambda_{QCD}$. Данный шаг описывается электрическим дипольным переходом E1, который доминирует при мультипольном разложении. В случае рождения перехода [${}^{3}P_{J}^{(8)}$] и его перехода в реальный кварконий требуется один E1 переход ${}^{3}P_{J}^{(6)} \rightarrow \Upsilon[{}^{3}S_{1}^{(1)}] + g$:

$$\begin{aligned} A({}^{3}P_{0}^{(8)} \to \Upsilon + g) &= g_{1}k_{\mu}^{(g)}p^{(\mathrm{CO})\mu}\epsilon_{\nu}^{(\Upsilon)}\epsilon^{(g)\nu}, \\ A({}^{3}P_{1}^{(8)} \to \Upsilon + g) &= g_{2}e^{\mu\nu\alpha\beta}k_{\mu}^{(g)}\epsilon_{\nu}^{(\mathrm{CO})}\epsilon_{\alpha}^{(\Upsilon)}\epsilon_{\beta}^{(g)}, \\ A({}^{3}P_{2}^{(8)} \to \Upsilon + g) &= g_{3}p_{\mu}^{(\mathrm{CO})}\epsilon_{\alpha\beta}^{(\mathrm{CO})}\epsilon^{(\Upsilon)\alpha} \left[k^{(g)\mu}\epsilon^{(g)\beta} - k^{(g)\beta}\epsilon^{(g)\mu}\right], \end{aligned}$$

где $p_{\mu}^{(CO)}$, $k_{\mu}^{(g)}$, $\epsilon_{\mu}^{(\Upsilon)}$, $\epsilon_{\mu}^{(g)}$, и $\epsilon_{\mu}^{(CO)}$ — 4-импульсы и поляризационные векторы соответствующих частиц, а $e^{\mu\nu\alpha\beta}$ — абсолютно антисимметричный тензор Леви-Чивиты. А в случае состояния $[{}^{3}S_{1}^{(8)}]$ требуется два *E*1 перехода ${}^{3}S_{1}^{(8)} \rightarrow {}^{3}P_{J}^{(8)} + g$ и ${}^{3}P_{J}^{(8)} \rightarrow \Upsilon[{}^{3}S_{1}^{(1)}] + g$, проходящих через одно из состояний: ${}^{3}P_{0}^{(8)}$, ${}^{3}P_{1}^{(8)}$ или ${}^{3}P_{2}^{(8)}$. На Рис. 2 представлен параметр λ_{θ} , который описывает угловое распределение конечных лептонов в спиральной системе координат. Как видно, значение параметра λ_{θ} состояния $[{}^{3}S_{1}^{(8)}]$ близко к нулю, а состояний $[{}^{3}P_{1}^{(8)}]$ и $[{}^{3}P_{2}^{(8)}]$ имеют практически одни и те же значения, но с противоположным знаком, что приводит к близкой к нулевой суммарной поляризации.

Таким образом, полученная нулевая или слабая поляризация не зависит от быстрот и от процедуры подбора параметров, а является естественным следствием использования в



Рис. 2. Значения параметра λ_{θ} в спиральной системе отсчёта как функции поперечного импульса $\Upsilon(1S)$ мезона. Фиолетовая, зелёная и синяя гистограммы соответствуют состояниям $[{}^{3}P_{0}^{(8)}], [{}^{3}P_{1}^{(8)}]$ и $[{}^{3}P_{2}^{(8)}]$.

расчётах амплитуд перехода, которые предложены в рамках механизма деполяризации [70]. Использование в расчётах деполяризационной модели имеет фундаментально важное влияние на поляризационные свойства конечного кваркония.

В четвертой главе представлены все численные результаты и их сравнение с экспериментальными данными, полученными на ускорителях LHC и Tevatron. В данной работе были использованы данные коллабораций ATLAS [71] и CMS [72,73] для распределений по поперечным импульсам $\Upsilon(nS)$ мезонов, полученных при энергиях $\sqrt{s} = 7$ и 13 ТэВ при 0 < |y| < 2.25. Дополнительно, в процедуру определения NME включены данные по радиационному распаду $\chi_{bJ}(nP) \rightarrow \Upsilon(nS) + \gamma$ коллаборации LHCb [74] при энергиях $\sqrt{s} = 7$ и 8 ТэВ в области 2.0 < |y| < 4.5 и данные по отношению $\sigma(\chi_{b2}(1P))/\sigma(\chi_{b1}(1P))$ коллабораций CMS [75] и LHCb [76] при $\sqrt{s} = 8$ ТэВ. Был показан метод для оценки непределённостей, связанными с выбором масштаба перенормировки, масштаба факторизации и от выбора энергии E, которая излучается при переходе промежуточного цветового октетного состояния в наблюдаемое цветовое синглетное.

Сперва была обозначена важность выбора внемассового потокового фактора F для процессов $2 \rightarrow 1$. Было показано, что определение потока $F = 2\lambda^{1/2}(\hat{s}, k_1^2, k_2^2)$ даёт возможность независимо определить значения $\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(nS)}[^3P_J^{(8)}] \rangle$ и $\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(nS)}[^1S_0^{(8)}] \rangle$ из экспериментальных данных, что невозможно при использовании потокового фактора вида $F \simeq 2x_1x_2s$. Далее, так как в отличие от χ_c мезонов, данных для распределений по поперечному импульсу χ_b мезонов всё ещё нет, был предложен метод, который позволил определить численные значения непертурбативных матричных элементов (NME) как $\Upsilon(nS)$, так и $\chi_{bJ}(mP)$ частиц только по имеющимся на сегодня экспериментальным данным для распределений $\Upsilon(nS)$ мезонов по поперечным импульсам и по данным для отношений сечений S- и P-волновых боттомониев. Из экспериментальных данных коллабораций ATLAS [71] и CMS [72,73] можно было определить только линейные комбинации октетных или синглетных вкладов. Для определения значений NME независимо друг от друга были использованы данные коллаборации LHCb [74], которые представляют отношения вкладов радиационного распада $\chi_{bJ}(mP)$ к сечению рождения $\Upsilon(nS)$ мезонов в зависимости от поперечного импульса последних. Данная процедура позволила определить значения NME для $\Upsilon(nS)$ и $\chi_{bJ}(mP)$ мезонов, которые были определены из условия наилучшего описания экспериментальных данных. Пример результатов представлен в Табл. 1. Было показано, что значения $\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(nS)}[{}^{1}S_{0}^{(8)}] \rangle = 0$ для всех $\Upsilon(nS)$ и всех наборов TMD функций распределения глюонов. Однако, значения остальных NME оказались зависимыми от используемого набора TMD распределений. Такая зависимость от функций глюонных распределений отражает особенность поведения самих функций по x и \mathbf{k}_{T}^{2} .

	A0	JH'2013 set 1	KMR	MD'2018	NLO NRQCD [63]
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)}[^3S_1^{(1)}] angle/{ m GeV^3}$	8.39	8.39	8.39	8.39	9.28
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)}[^1S_0^{(8)}]\rangle/\text{GeV}^3$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.136 ± 0.0243
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)}[^3S_1^{(8)}]\rangle/\text{GeV}^3$	0.016 ± 0.006	0.0038 ± 0.0019	0.0029 ± 0.0019	0.0138 ± 0.0013	0.0061 ± 0.0024
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)}[^{3}P_{0}^{(8)}] angle/\mathrm{GeV}^{5}$	0.07 ± 0.03	0.20 ± 0.10	0.18 ± 0.06	0.5 ± 0.2	$(-0.0093 \pm 0.005)m_b^2$
$\langle \mathcal{O}^{\chi_{b0}(1P)}[^{3}P_{0}^{(1)}] angle/\mathrm{GeV}^{5}$	2.3	2.3	2.3	2.3	0.34
$\langle \mathcal{O}^{\chi_{b1}(1P)}[^{3}P_{1}^{(1)}] angle/\mathrm{GeV}^{5}$	7 ± 3	11 ± 5	9 ± 2	13.6 ± 6.2	1.01
$\langle \mathcal{O}^{\chi_{b2}(1P)}[^{3}P_{2}^{(1)}] angle/\mathrm{GeV}^{5}$	2.4 ± 1.9	6 ± 4	6 ± 2	6.9 ± 4.9	1.69
$\langle \mathcal{O}^{\chi_{b0}(1P)}[^3S_1^{(8)}] angle/\mathrm{GeV}^3$	0.008 ± 0.002	0.0020 ± 0.0011	0.0015 ± 0.0012	0.009 ± 0.004	0.0094 ± 0.0006

Таблица 1. Значения NME для $\Upsilon(1S)$ и $\chi_b(1P)$ мезонов, полученных из данных при $p_T^{\text{cut}} = 10$ ГэВ.

Используя полученные значения NME, были представлены распределения по поперечному импульсу $\Upsilon(nS)$ и $\chi_{bJ}(mP)$ мезонов. Было достигнуто хорошее описание данных ATLAS [71] и CMS [72,73] во всех кинематических областях в пределах экспериментальных и теоретических неопределённостей. Затем были представлены результаты по вычислению отношений сечений $\chi_{bJ}(mP)$ и $\Upsilon(nS)$ мезонов. Также было достигнуто хорошее описание экспериментальных данных для всего спектра по p_T в пределах экспериментальных и теоретических неопределённостей. Исключение составили отношения $R_{\Upsilon(1S)}^{\chi_b(2P)}$ и $R_{\Upsilon(1S)}^{\chi_b(3P)}$, для которых предсказания немного переоценили результаты экспериментальных измерений. Однако, аналогичные результаты для этих отношений получаются и в NLO NRQCD [77].

Наконец, были представлены результаты вычислений параметров λ_{θ} , λ_{ϕ} , $\lambda_{\theta\phi}$ и $\tilde{\lambda}$, которые определяют спиновую матрицу плотности кваркония, в кинематических областях коллабораций CMS [78] и CDF [79]. Эти параметры могут были определены из данных по угловым распределениям лептонов, на которые распадаются $\Upsilon(nS)$ мезоны и которое имеет вид:



Рис. 3. Распределения по поперечному импульсу процессов инклюзивного рождения $\Upsilon(1S)$ мезонов при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ в различных кинематических областях. Красная, зелёная, синяя и фиолетовая гистограммы соответствуют результатам, полученным с помощью наборов A0, KMR, JH'2013 set 1 и MD'2018. Закрашенные области соответствуют полной неопределённости наших вычислений. Экспериментальные данные получены коллаборацией ATLAS [71].

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta^* d\phi^*} \sim \frac{1}{3+\lambda_{\theta}} (1+\lambda_{\theta}\cos^2\theta^* + \lambda_{\phi}\sin^2\theta^* \cos 2\phi^* + \lambda_{\theta\phi}\sin 2\theta^* \cos \phi^*),$$

где θ^* и ϕ^* — полярный и азимутальный углы лептонов в системе покоя распадающегося мезона. Было достигнуто хорошее согласие с экспериментальными данными, полученными коллаборациями CMS и CDF. Во всех кинематических областях в пределах экспериментальной неопределённостей наблюдается нулевая либо близкая к ней поляризация. Таким образом показано, что полученные результаты не зависят от быстрот и от процедуры подбора параметров, а являются естественным следствием использования в расчётах амплитуд перехода, полученных в рамках механизма деполяризации. Примеры численных результатов представлены на Рис. 3-5.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертации, которые заключаются в следующем:

1. Предложена ТМD функция распределения глюонов в протоне, параметры которой получены из условия наилучшего описания экспериментальных данных NA61, LHC и RHIC по рождению мягких адронов. С её помощью достигнуто хорошее описание структурных функций протона F_2^c и F_2^b , процессов рождения одиночного топ-кварка, процессов инклюзивного рождения бозона Хиггса в различных модах распада и вычислены матричные элементы вне массовой поверхности для этих процессов, которые включены в Монте-Карло генератор PEGASUS. Полученная функция распределения была добавлена в библиотеку TMDlib.

2. Вычислены калибровочно-инвариантные амплитуды для процессов рождения *S*- и *P*волновых боттомониев в состояниях с различной поляризацией с учётом вкладов от различ-



Рис. 4. Отношения $R_{\Upsilon(1S)}^{\chi_b(mP)}$ как функции от поперечного импульса $\Upsilon(1S)$ мезонов. Обозначения такие же, как на Рис. 3. Экспериментальные данные получены коллаборацией LHCb [74].



Рис. 5. Поляризационные параметры λ_{θ} , λ_{ϕ} , $\lambda_{\theta\phi}$ и λ мезона $\Upsilon(1S)$, полученные в системе КС, как функции поперечного импульса при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ. Был использован набор функций А0. Синяя и красная гистограммы соответствуют быстротам |y| < 0.6 и 0.6 < |y| < 1.2. Экспериментальные данные CMS [78].

ных промежуточных октетных состояний пары тяжёлых кварков. В расчётах использовались амплитуды вне массовой поверхности подпроцессов глюон-глюонного слияния, полученные автором независимо от других авторов. В отличие от других расчётов переход таких состояний в наблюдаемый кварконий описывается с помощью механизма, основанного на классической теории мультипольного разложения. Продемонстрировано, что и в случае боттомониев такой механизм приводит к значительно меньшей поляризации *S*-волновых кваркониев в области средних и больших поперечных импульсов по сравнению с предсказаниями обычной нерелятивистской хромодинамики.

3. Предложен метод определения значений непертурбативных матричных элементов для всего семейства S- и P-волновых боттомониев, $\Upsilon(nS)$ и $\chi_b(mP)$, только из экспериментальных данных для распределений по поперечному импульсу $\Upsilon(nS)$ мезонов и отношений сечений $R_{\Upsilon(nS)}^{\chi_b(mP)}$ и $R_{\chi_{b1}(1P)}^{\chi_{b2}(1P)}$. В рамках k_T -факторизационного подхода рассчитаны распределения тяжёлых кваркониев по поперечному импульсу, с помощью предложенного метода определены соответствующие значения NME. Показано, что полученные значения не противоречат данным коллабораций LHCb и CDF, которые не были использованы при определении значений NME.

4. Рассчитаны зависимости всех поляризационных параметров, определяющих спиновую матрицу плотности $\Upsilon(nS)$ мезонов, от поперечного импульса в различных системах отсчёта. Проведено сравнение теоретических предсказаний, полученных с использованием опреде-

лённых ранее значений NME, с экспериментальными данными коллабораций CMS и CDF. Получено хорошее согласие расчётов с этими данными. Таким образом, достигнуто одновременное и самосогласованное описание полного набора экспериментальных данных для всего семейства боттомониев: распределений по p_T , отношений сечений и поляризационных наблюдаемых.

Достигнутое одновременное и самосогласованное описание полного набора данных для процессов инклюзивного рождения боттомониев $\Upsilon(nS)$ и $\chi_b(mP)$: для распределений по поперечному импульсу, различных отношений сечений и поляризационных наблюдаемых, позволяет говорить о возможном решении одной из актуальных проблем современной физики высоких энергий.

Список литературы

- Gribov, L.V., Levin, E.M., Ryskin, M.G. Semihard processes in QCD. // Phys. Rep. 1983. Vol. 100. №1-2. P. 1; Levin, E.M., Ryskin, M.G., Shabelsky, Yu.M., Shuvaev, A.G. Heavy quark production in semihard nucleon interactions. // Sov. J. Nucl. Phys. 1991. Vol. 53. P. 657.
- [2] Kuraev, E.A., Lipatov, L.N., Fadin, V.S. Multi Reggeon Processes in the Yang-Mills Theory.
 // Sov. Phys. JETP. 1976. Vol. 44. P. 443;
 Kuraev, E.A., Lipatov, L.N., Fadin, V.S. The Pomeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories. // Sov. Phys. JETP. 1977. Vol. 45. P. 199;
 Balitsky, I.I., Lipatov, L.N. The Pomeranchuk Singularity in Quantum Chromodynamics. // Sov. J. Nucl. Phys. 1978. Vol. 28. P. 822.
- [3] Ciafaloni, M. Coherence effects in initial jets at small Q²/s. // Nucl. Phys. B. 1988. Vol. 296. №1. P. 49;
 Catani, S., Fiorani, F., Marchesini, G. QCD coherence in initial state radiation. // Phys. Lett. B. 1990. Vol. 234. №3. P. 339;
 Catani, S., Fiorani, F., Marchesini, G. Small-x behaviour of initial state radiation in perturbative QCD. // Nucl. Phys. B. 1990. Vol. 336. №1. P. 18;
 Marchesini, G. QCD coherence in the structure function and associated distributions at small x. // Nucl. Phys. B. 1995. Vol. 445. №1. P. 49.
- [4] Fritzsch, H. Producing heavy quark flavors in hadronic collisions—' A test of quantum chromodynamics. // Phys. Lett. B. 1977. Vol. 67. №2. P. 217.
- [5] Halzen, F. CVC for gluons and hadroproduction of quark flavours. // Phys. Lett. B. 1977. Vol. 69. №1. P. 105.
- [6] Halzen, F., Matsuda, S. Hadroproduction of quark flavors. // Phys. Rev. D. 1978. Vol. 17. №5. P. 1344.
- [7] Braaten, E. // Report No. CMS-PAS-TOP-16-004. 2016.
- [8] Schuler, G.A. Quarkonium production and decays. // arXiv: hep-ph/9403387v1. 1994.
- [9] Caswell, W.E., Lepage, G.P. Effective lagrangians for bound state problems in QED, QCD, and other field theories. // Phys. Lett. B. 1986. Vol. 167. №4. P. 437.
- Bodwin, G., Braaten, E., Lepage, G. Rigorous QCD predictions for decays of P-wave quarkonia. // Phys. Rev. D. 1992. Vol. 46. №5. P. R1914;
 Bodwin, G., Braaten, E., Lepage, G. Rigorous QCD analysis of inclusive annihilation and production of heavy quarkonium. // Phys. Rev. D. 1995. Vol. 51. №3. P. 1125.
- [11] Cho, P., Leibovich, A.K. Color octet quarkonia production. // Phys. Rev. D. 1996. Vol. 53. №1. P. 150;

Cho, P., Leibovich, A.K. Color-octet quarkonia production II. // Phys. Rev. D. 1996. Vol. 53. Nº11. P. 6203.

- [12] Faccioli, P., Knuenz, V., Lourenco, C., Seixas, J., Woehri, H.K. Quarkonium production in the LHC era: A polarized perspective. // Phys. Lett. B. 2014. Vol. 736. P. 98.
- [13] Butenschön, M., Kniehl, B.A. J/ψ Polarization at the Tevatron and the LHC: Nonrelativistic-QCD Factorization at the Crossroads. // Phys. Rev. Lett. 2012. Vol. 108. №17. P. 172002.
- [14] Chao, K.-T., Ma, Y.-Q., Shao, H.-S., Wang, K., Zhang, Y.-J. J/ψ Polarization at Hadron Colliders in Nonrelativistic QCD. // Phys. Rev. Lett. 2012. Vol. 108. №24. P. 242004.
- [15] Zhang, H.-F., Yu, L., Zhang, S.-X., Jia, L. Global analysis of the experimental data on χ_c meson hadroproduction. // Phys. Rev. D. 2016. Vol. 93. №5. P. 054033.
- [16] Lansberg, J.-P. J/ψ , ψ' and Υ Production at Hadron Colliders: a review. // Int. J. Mod. Phys. A. 2006. Vol. 21. Nº19-20. P. 3857.
- [17] Campbell, J., Maltoni, F., Tramontano, F. QCD Corrections to J/ψ and Υ Production at Hadron Colliders. // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 98. №25. P. 252002.
- [18] Artoisenet, P., Campbell, J., Lansberg, J.-P., Maltoni, F., Tramontano, F. Υ Production at Fermilab Tevatron and LHC Energies. // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101. №15. P. 152001.
- [19] Butenschön, M., Kniehl, B.A. World data of J/ψ production consolidate nonrelativistic QCD factorization at next-to-leading order. // Phys. Rev. D. 2011. Vol. 84. №5. P. 051501.
- [20] Ma, Y.-Q., Wang, K., Chao, K.-T. $J/\psi(\psi')$ Production at the Tevatron and LHC at $\mathcal{O}(\alpha_s^4 v^4)$ in Nonrelativistic QCD. // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 106. Nº4. P. 042002.
- [21] Gong, B., Wan, L.-P., Wang, J.-X., Zhang, H.-F. Polarization for Prompt J/ψ and $\psi(2s)$ Production at the Tevatron and LHC. // Phys. Rev. Lett. 2013. Vol. 110. Nº4. P. 042002.
- [22] Baranov, S.P., Lipatov, A.V. Are there any challenges in the charmonia production and polarization at the LHC? // Phys. Rev. D. 2019. Vol. 100. №11. P. 114021.
- [23] Baranov, S.P., Lipatov, A.V., Malyshev, M.A. Particle event generator: a simple-in-use system PEGASUS version 1.0. // Eur. Phys. J. C. 2020. Vol. 80. P. 330.
- [24] ALICE Collaboration. // Report No. CERN-EP-2021-152. 2021.
- [25] ALICE Collaboration. // Report No. CERN-EP-2021-160. 2021.
- [26] Abdulov, N.A., Lipatov, A.V., Malyshev, M.A. Inclusive Higgs boson production at the LHC in the k_T-factorization approach. // Phys. Rev. D. 2018. Vol. 97. №5. P. 054017.
- [27] Abdulov, N.A., Jung, H., Lipatov, A.V., Lykasov, G.I., and Malyshev, M.A. Employing RHIC and LHC data to determine the transverse momentum dependent gluon density in a proton. // Phys. Rev. D. 2018. Vol. 98. №5. P. 054010.

- [28] Abdulov, N.A., Lipatov, A.V. Bottomonia production and polarization in the NRQCD with k_T -factorization. I: $\Upsilon(3S)$ and $\chi_b(3P)$ mesons. // Eur. Phys. J. C. 2019. Vol. 79. P. 830.
- [29] Abdulov, N.A., Lipatov, A.V. Bottomonia production and polarization in the NRQCD with k_T -factorization. II: $\Upsilon(2S)$ and $\chi_b(2P)$ mesons. // Eur. Phys. J. C. 2020. Vol. 80. P. 486.
- [30] Prytz, K. Approximate determination of the gluon density at low-x from the F₂ scaling violations. // Phys. Lett. B. 1993. Vol. 311. №1-4. P. 286.
- [31] Prytz, K. An approximate next-to-leading order relation between the low-xF₂ scaling violations and the gluon density. // Phys. Lett. B. 1994. Vol. 332. №3-4. P. 393.
- [32] Altarelli, G., Martinelli, G. Transverse momentum of jets in electroproduction from quantum chromodynamics. // Phys. Lett. B. 1978. Vol. 76. №1. P. 89.
- [33] Cooper-Sarker, A.M. [et al.] Measurement of the longitudinal structure function and the smallx gluon density of the proton. // Z. Phys. C. 1988. Vol. 39. №2. P. 281.
- [34] Грибов, В.Н., Липатов, Л.Н. Глубоконеупругое *ер*-рассеяние в теории возмущений. // ЯФ. 1972. Т. 15. С. 781;
 Липатов, Л.Н. Партонная модель и теория возмущений. // ЯФ. 1974. Т. 20. С. 181;
 Altarelli, G., Parisi, G. Asymptotic freedom in parton language. // Nucl. Phys. B. 1977. Vol. 126. №2. Р. 298;
 Докшицер, Ю.М. Вычисление структурных функций глубоконеупругого рассеяния и *e⁻e⁺* аннигиляции по теории возмущений в квантовой хромодинамике. // ЖЭТФ. 1977. Т. 46. С. 1216.
- [35] Козлов, М.Г., Резниченко, А.В., Фадин, В.С. Квантовая хромодинамика при высоких энергиях. // Журнал Вестник НГУ. Серия Физика. 2007. Т. 2. Выпуск 4.
- [36] Lipatov, L.N. Gauge invariant effective action for high energy processes in QCD. // Nucl. Phys. B. 1995. Vol. 452. №1-2. P. 369.
- [37] Lipatov, L.N., Vyazovsky, M.I. Quasi multi-Regge processes with a quark exchange in the t-channel. // Nucl. Phys. B. 2001. Vol. 597. №1-3. P. 399.
- [38] Forshaw, J.R., Ross, D.A. Quantum Chromodynamics and the Pomeron. // Cambridge University Press. 1997.
- [39] Kimber, M.A., Martin, A.D., Ryskin, M.G. Unintegrated parton distributions and prompt photon hadroproduction. // Eur. Phys. J. C. 2000. Vol. 12. P. 655;
 Martin, A.D., Ryskin, M.G., Watt, G. Unintegrated parton distributions and inclusive jet production at HERA. // Eur. Phys. J. C. 2003. Vol. 31. P. 73.
- [40] Kimber, M.A., Martin, A.D., Ryskin, M.G. Unintegrated parton distributions. // Phys. Rev. D. 2001. Vol. 63. Nº11. P. 114027.

- [41] Martin, A.D., Ryskin, M.G., Watt, G. NLO prescription for unintegrated parton distributions. // Eur. Phys. J. C. 2010. Vol. 66. P. 163.
- [42] Golec-Biernat, K., Staśto, A.M. On the use of the KMR unintegrated parton distribution functions. // Phys. Lett. B. 2018. Vol. 781. P. 633.
- [43] Guiot, B. Pathologies of the Kimber-Martin-Ryskin prescriptions for unintegrated PDFs: Which prescription should be preferred? // Phys. Rev. D. 2020. Vol. 101. №5. P. 054006.
- [44] Jung, H. Un integrated PDFs in CCFM. // arXiv:hep-ph/0411287. 2004.
- [45] Hautmann, F., Jung, H. Transverse momentum dependent gluon density from DIS precision data. // Nucl. Phys. B. 2014. Vol. 883. P. 1.
- [46] Hautmann, F., Jung, H., Taheri Monfared, S. The CCFM uPDF evolution uPDFevolv Version 1.0.00. // Eur. Phys. J. C. 2014. Vol. 74. P. 3082.
- [47] http://tmd.hepforge.org.
- [48] Chang, C.-H. Hadronic production of J/ψ associated with a gluon. // Nucl. Phys. B. 1980. Vol. 172. P. 425;
 Berger, E.L., Jones, D.L. Inelastic photoproduction of J/ψ and Υ by gluons. // Phys. Rev. D. 1981. Vol. 23. №7. P. 1521;
 Baier, R., Rückl, R. Hadronic production of J/ψ and γ: Transverse momentum distributions. // Phys. Lett. B. 1981. Vol. 102. №5. P. 364;
 Gershtein, S.S., Likhoded, A.K., Slabospitsky, S.R. Charmed Particle Inclusive Spectra in Photoproduction Processes. // Sov. J. Nucl. Phys. 1981. Vol. 34. P. 128.
- [49] Bodwin, G.T., Braaten, E., Lee, J. Comparison of the color-evaporation model and the nonrelativistic QCD factorization approach in charmonium production. // Phys. Rev. D. 2005. Vol. 72. №1. P. 014004.
- [50] Ma, Y.-Q., Vogt, R. Quarkonium production in an improved color evaporation model // Phys. Rev. D. 2016. Vol. 94. №11. P. 114029.
- [51] CDF Collaboration. Quarkonia production at Fermilab. // Nuovo Cim. A. 1996. Vol. 109. P. 827.
- [52] Gong, B., Li, X. Q., Wang, J.-X. QCD corrections to J/ψ production via color-octet states at the Tevatron and LHC. // Phys. Lett. B. 2009. Vol. 673. №3. P. 197.
- [53] Ma, Y.-Q., Wang, K., Chao, K.-T. QCD radiative corrections to χ_{cJ} production at hadron colliders. // Phys. Rev. D. 2011. Vol. 83. №11. P. 111503.
- [54] Likhoded, A.K., Luchinsky, A.V., Poslavsky, S.V. Production of χ_c-and χ_b-mesons in high energy hadronic collisions. // Phys. Rev. D. 2014. Vol. 90. №7. P. 074021.

- [55] Likhoded, A.K., Luchinsky, A.V., Poslavsky, S.V. Production of η_Q meson at LHC. // Mod. Phys. Lett. A. 2015. Vol. 30. Nº7. P. 1550032.
- [56] Han, H., Ma, Y.-Q., Meng, C., Shao, H.-S., Chao, K.-T. η_c Production at LHC and Implications for the Understanding of J/ψ Production. // Phys. Rev. Lett. 2015. Vol. 114. №9. P. 092005.
- [57] Zhang, H.-F., Sun, Z., Sang, W.-L., Li, R. Impact of η_c Hadroproduction Data on Charmonium Production and Polarization within the Nonrelativistic QCD Framework. // Phys. Rev. Lett. 2015. Vol. 114. №9. P. 092006.
- [58] Butenschön, M., He, Z.G., Kniehl, B.A. η_c Production at the LHC Challenges Nonrelativistic QCD Factorization. // Phys. Rev. Lett. 2015. Vol. 114. №9. P. 092004.
- [59] Biswal, S.S., Sridhar, K. η_c production at the Large Hadron Collider. // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2012. Vol. 39. №1. P. 015008.
- [60] Gong, B., Wang, J.-X., Zhang, H.-F. QCD corrections to Υ production via color-octet states at the Tevatron and LHC. // Phys. Rev. D. 2011. Vol. 83. №11. P. 114021.
- [61] Wang, K., Ma, Y.-Q., Chao, K.-T. Υ(1S) prompt production at the Tevatron and LHC in nonrelativistic QCD. // Phys. Rev. D. 2012. Vol. 85. №11. P. 114003.
- [62] Gong, B., Wan, L.-P., Wang, J.-X., Zhang, H.-F. Complete Next to-Leading-Order Study on the Yield and Polarization of Y(1S,2S,3S) at the Tevatron and LHC. // Phys. Rev. Lett. 2014. Vol. 112. №3. P. 032001.
- [63] Feng, Y., Gong, B., Wan, L.-P., Wang, J.-X., Zhang, H.-F. An updated study of Υ production and polarization at the Tevatron and LHC. // Chin. Phys. C. 2015. Vol. 39. №12. P. 123102.
- [64] Han, H., Ma, Y.-Q., Meng, C., Shao, H.-S., Zhang, Y.-J., Chao, K.-T. Υ(nS) and χ_b(nP) production at hadron colliders in nonrelativistic QCD. // Phys. Rev. D. 2016. Vol. 94. №1. P. 014028.
- [65] Eichten, E.J., Quigg, C. Quarkonium wave functions at the origin: an update. // arXiv:1904.11542. 2019.
- [66] Eichten, E.J., Quigg, C. Quarkonium wave functions at the origin. // Phys. Rev. D. 1995. Vol. 52. №3. P. 1726.
- [67] Lansberg, J.-P., Shao, H.-S., Zhang, H.-F. η'_c hadroproduction at next-to-leading order and its relevance to ψ' production. // Phys. Lett. B. 2018. Vol. 786. P. 342.
- [68] Feng, Y., He, J., Lansberg, J.-P., Shao, H.-S., Usachov, A., Zhang, H.-F. Phenomenological NLO analysis of η_c production at the LHC in the collider and fixedtarget modes. // Nucl. Phys. B. 2019. Vol. 945. P. 114662.

- [69] Lansberg, J.-P. New observables in inclusive production of quarkonia. // Phys. Rep. 2020. Vol. 889. P. 1.
- [70] Baranov, S.P. Possible solution of the quarkonium polarization problem. // Phys. Rev. D. 2016. Vol. 93. №5. P. 054037.
- [71] ATLAS Collaboration. Measurement of upsilon production in 7 TeV pp collisions at ATLAS.
 // Phys. Rev. D. 2013. Vol. 87. №5. P. 052004.
- [72] CMS Collaboration. Measurements of the $\Upsilon(1S), \Upsilon(2S)$, and $\Upsilon(3S)$ differential cross sections in *pp* collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV. // Phys. Lett. B. 2015. Vol. 749. P. 14.
- [73] CMS Collaboration. Measurement of quarkonium production cross sections in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. // Phys. Lett. B. 2018. Vol. 780. P. 251.
- [74] LHCb Collaboration. Study of χ_b meson production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV and observation of the decay $\chi_b(3P) \rightarrow \Upsilon(3S)\gamma$. // Eur. Phys. J. C. 2014. Vol. 74. P. 3092.
- [75] CMS Collaboration. Measurement of the production cross section ratio $\sigma(\chi_{b2}(1P))/\sigma(\chi_{b1}(1P))$ in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV. // Phys. Lett. B. 2015. Vol. 743. P. 383.
- [76] LHCb Collaboration. Measurement of the $\chi_b(3P)$ mass and of the relative rate of $\chi_{b1}(1P)$ and $\chi_{b2}(1P)$ production. // J. High Energ. Phys. 2014. Vol. 2014. No. P. 88.
- [77] Feng, Y., Gong, B., Chang, C.-H., Wang, J.-X. Complete study on polarization of Υ(nS) hadroproduction at QCD next-to-leading order. // Chin. Phys. C. 2021. Vol. 45. №1. P. 013117.
- [78] CMS Collaboration. Measurements of the $\Upsilon(1S), \Upsilon(2S)$, and $\Upsilon(3S)$ Polarizations in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV. // Phys. Lett. B. 2013. Vol. 110. N⁶8. P. 081802.
- [79] CDF Collaboration. Measurements of the Angular Distributions of Muons from Υ Decays in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV. // Phys. Rev. Lett. 2012. Vol. 108. Nº15. P. 151802.