

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Горностаев Михаил Игоревич

**Моделирование переноса излучения и
гидродинамических процессов в высокотемпературной
астрофизической плазме**

1.3.1 — Физика космоса, астрономия
(01.03.02 — Астрофизика и звездная астрономия)

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д. ф.-м. н., профессор
Постнов Константин Александрович

Москва – 2022

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
Глава 1. Излучающие области намагниченных нейтронных звезд	17
§ 1.1. Остановка вещества в атмосфере	17
§ 1.2. Модель излучающей области с бесстолкновительной ударной вол- ной	27
§ 1.3. Случай высоких темпов аккреции	29
§ 1.4. Поведение циклотронной особенности и непрерывного спектра при различных темпах аккреции	31
Глава 2. Трехмерное моделирование аккреционных колонок с пре- обладанием давления излучения	48
§ 2.1. Основные уравнения	48
§ 2.2. Геометрия излучающих областей	50
§ 2.3. Методы численного моделирования	52
§ 2.4. Результаты	54
Глава 3. Самосогласованная модель аккреционной колонки с пре- обладанием давления излучения	63
§ 3.1. Уравнения и граничные условия	63
§ 3.2. Методы численного моделирования	65
§ 3.3. Результаты	67
§ 3.4. Замечания	70
Глава 4. Численное моделирование эффекта Сюняева-Зельдовича	78
§ 4.1. Основные формулы	79
4.1.1. Комптоновское рассеяние	79
4.1.2. Предыдущие исследования теплового эффекта	80
§ 4.2. Модели и алгоритм численного расчета	82
§ 4.3. Проверочные задачи	86
4.3.1. Комптонизация монохроматических фотонов	86
4.3.2. Низкочастотный планковский источник в облаке реляти- вистской плазмы	88

4.3.3. Задача о первой собственной функции пространственного оператора переноса	89
§ 4.4. Численное моделирование теплового эффекта Сюняева-Зельдовича	91
4.4.1. Эффект, усредненный по направлениям вылета фотонов . .	91
4.4.2. Угловая зависимость интенсивности, характерная для теплового эффекта Сюняева-Зельдовича	93
4.4.3. Применимость к фитированию наблюдательных данных . .	94
§ 4.5. Замечания и выводы	95
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	108
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	110

ВВЕДЕНИЕ

С рассмотрением явления переноса излучения и гидродинамических процессов связаны самые разнообразные задачи астрофизики. В зависимости от сопутствующих физических условий, определяемых значениями напряженностей полей и температуры среды, степенью стационарности течений, возможностью возникновения ударных волн различного типа, — множество этих задач сужается, приводя к построению математических моделей конкретных астрофизических объектов.

Исучаемые в настоящей работе вопросы с физической точки зрения объединяет, главным образом, характерный механизм формирования спектров излучения рассматриваемых астрофизических источников — комптонизация [1, 2].

Перенос излучения в сильнозамагниченной водородной (полностью ионизованной) плазме рассматривается на примере излучающих областей рентгеновских пульсаров [3]. Величина индукции магнитного поля вблизи магнитных полюсов нейтронных звезд может быть сопоставима с критическим значением $B_c = 2\pi m_e^2 c^3 / (eh) \simeq 4.4 \cdot 10^{13}$ Гс, где e — элементарный электрический заряд, m_e — масса электрона, c — скорость света в вакууме, h — постоянная Планка [4, 5]. В столь сильных магнитных полях излучение распространяется в виде двух нормальных волн — обыкновенной и необыкновенной, отличающихся фазовыми скоростями, поляризациями, коэффициентами рассеяния и свободно-свободного поглощения [6, 7, 8].

Рассеяние на электронах и свободно-свободное излучение и поглощение являются основными процессами взаимодействия излучения с плазмой. Сечения рассеяния и свободно-свободного поглощения в сильном магнитном поле существенно зависят от направления и частоты. На частотах, близких к гирорезонансной (циклотронной) частоте $\nu_g = eB / (2\pi m_e c)$, где B — величина индукции магнитного поля, поведение сечений носит резонансный характер. Если при расчетах тепловое движение электронов не принимается во внимание, резонанс проявляется в виде острого максимума на циклотронной частоте и отсутствует в сечениях для обыкновенной моды [9]. Учет теплового движения электронов уширяет циклотронный резонанс и приводит к его появлению в сечениях для обыкновенной моды. Коэффициент диффузии в замагниченной плазме становится, таким образом, анизотропным и зависящим от частоты.

Важный эффект связан с поляризацией сверхсильным магнитным полем

электронно-позитронного вакуума. Магнитное поле вызывает взаимодействие фотона с виртуальными электрон-позитронными парами, вследствие чего намагниченный вакуум становится подобным анизотропной двулучепреломляющей среде с отличными от единицы диэлектрической и магнитной проницаемостями [10, 11, 12, 13].

В действительности в условиях излучающих областей нейтронных звезд излучение распространяется в среде, которую можно считать системой «плазма+вакуум». Взаимодействие излучения с этой системой приводит к дополнительным эффектам, исследованию которых посвящено большое количество работ (см., например, [11, 12, 14, 15]). Влияние каждой компоненты на перенос излучения определяется отношением поляризуемостей этих компонент.

При различных темпах аккреции вещества на нейтронную звезду формирование спектра происходит в различных условиях, определяющихся не только магнитным полем, но и структурой излучающей области, говоря о которой далее всюду будем подразумевать пространственные распределения плотности, скорости, температуры вещества и связанных с ними величин. При низких значениях темпа аккреции ($\lesssim 10^{15}$ г с $^{-1}$) излучающей областью являются, фактически, верхние слои атмосферы нейтронной звезды, где кинетическая энергия останавливающейся за счет кулоновских и ядерных взаимодействий плазмы расходуется в основном на увеличение энергии излучения. Комptonизация выходящего с глубоких термализованных слоев равновесного излучения в верхних слоях формирует спектр, характеризующийся искаженным циклотронной линией виновским горбом [16, 17].

В обыкновенной и необыкновенной модах процесс набора фотонами энергии идет с разной скоростью за счет существенного различия сечений рассеяния. В работе [18] аналитически решена задача о комptonизации поляризованного излучения в плоском слое постоянной температуры. Предполагается, что частота излучения ν удовлетворяет условию $\nu \ll \nu_g$. Изучаются случаи однородного магнитного поля с индукцией $\sim 10^{13}$ Гс, направление которого параллельно поверхности слоя и перпендикулярно к ней. Поскольку для обыкновенной волны (моды 2) оптическая толщина среды существенна, распространение фотонов в пространстве может быть описано в диффузионном приближении. Предположение о малости относительного изменения энергии фотона при каждом рассеянии также оказывается справедливым, поэтому перенос фотонов по оси частот

описываться оператором Компанейца.

В указанной работе, однако, не рассматривается вопрос о детальной структуре атмосферы, которая на самом деле должна неравномерно (в рамках одномерной задачи) разогреваться за счет энергии аккреционного потока. Профили электронной температуры и плотности вещества были получены впервые Зельдовичем и Шакурой [19], исследовавших сферически-симметричную аккрецию на нейтронную звезду без магнитного поля. При этом численно решалась система уравнений, содержащая уравнение энергии, уравнение гидростатического равновесия (учитывающее динамическое давление) и выражение для диффузионного потока излучения. Характерная величина задачи — глубина остановки вещества y_0 — была принята в качестве параметра.

Прямым расчетам значения y_0 посвящен ряд работ. В работах [20, 21] при аналитическом рассмотрении изменения энергии и импульса быстрых протонов сделан вывод об увеличении глубины остановки с ростом величины магнитного поля. Кирк и Гэлловэй [15, 22] численно решили уравнение Больцмана (в фоккер-планковском приближении) для функции распределения протонов, получив значение глубины остановки вещества в магнитном поле и вертикальные профили энергии частиц. Учитывалось, что в условиях атмосфер намагниченных нейтронных звезд значение дебаевского радиуса превосходит радиус ларморовской орбиты протонов. Результаты отличаются от полученных в работах [20, 21]: рассчитанные значения y_0 лежат в диапазоне 6–13 г см⁻². При этом плотность числа электронов n_e варьируется в промежутке $\sim 10^{21}$ – 10^{26} см⁻³, электронная температура T_e — в диапазоне ~ 20 – 30 кэВ, а значение начальной скорости выбирается равным $c/2$. Сделанные в [19] и [22] выводы неоднократно использовались в работах, направленных на создание согласованных моделей излучающей области, формирующейся в режиме кулоновского торможения плазмы [23, 24, 25]. В работе [23], например, в уравнении энергетического баланса учтены комптоновские и свободно-свободные процессы, и соответствующие коэффициенты включают сечения взаимодействий в магнитном поле для обеих нормальных мод. В работе [26] были аналитически получены выражения для глубины остановки в атмосфере без магнитного поля, а также для случаев умеренного и сильного магнитного поля.

Исследование формирования излучающих областей при высоких темпах аккреции в литературе сводится к построению аналитических и численных моде-

лей, основанных на решениях систем уравнений газовой динамики [27, 28]. Эти решения содержат ударные волны различного типа (бесстолкновительные или радиационные), возникающие в потоке плазмы, удерживаемом в перпендикулярных скорости вещества направлениях сильным магнитным полем (см., например, [29, 30, 31]). Предполагается, что торможение вещества аккреционной колонки в бесстолкновительной ударной волне может иметь место при темпе аккреции, не превышающем $\sim 10^{17}$ г с $^{-1}$. Аккреция с большими темпами характеризуется существенным влиянием излучения на динамику вещества, приводящим к формированию радиационно-доминированной ударной волны. Таким образом, режим с бесстолкновительной ударной волной может играть роль переходного. Торможение потока в рамках этой модели происходит за счет коллективных плазменных эффектов, обуславливающих возникновение бесстолкновительной ударной волны. Исследования этого режима строятся обычно на основе численного решения систем уравнений газодинамики, заведомо приводящих к разрывным профилям скорости [29, 32, 33].

Переход в режим аккреционной колонки с преобладанием давления излучения характеризуется критическим значением рентгеновской светимости, которое составляет $\sim 10^{37}$ эрг с $^{-1}$. Расчет критического значения обсуждается в целом ряде работ (например, [34, 35, 36, 37, 38]). В настоящей работе будем предполагать, что поток вещества в аккреционной колонке удовлетворяет гидродинамическому приближению и может описываться в рамках квазистационарного подхода. Поскольку величины темпа аккреции на нейтронную звезду, рассматриваемые далее и задаваемые при численных расчетах, превышают упомянутое выше критическое значение, основным элементом рассчитанных структур области энерговыделения является радиационно-доминированная ударная волна (в дальнейшем будем также говорить о радиационно-доминированной колонке).

Аналитические одномерные решения, выражающие профили скорости газа и температуры в радиационной волне, получены Зельдовичем и Райзером [39] при учете давления газа и в предположении о термодинамическом равновесии (см. также ссылки в указанной работе). Двумерный численный расчет радиационно-доминированной ударной волны, возникающей при аккреции на нейтронную звезду, впервые сделан Дэвидсоном [30]. Аналогичные расчеты были выполнены Вангом и Франком [40] с учетом ускорения силы тяжести и анизотропии рассеяния в рамках модифицированного диффузионного приближе-

ния, позволяющего уточнить описание поля излучения вблизи боковой границы колонки. Моделировалась колонка, форма которой описывается силовыми линиями дипольного магнитного поля. Заполненная и полая цилиндрические колонки рассчитывались численно в [38]. В [34, 41] получены одномерные аналитические решения при усреднении в дивергенции потока излучения слагаемого, соответствующего поперечной к скорости вещества компоненте. В работах [42, 43] рассматривается нестационарная аккреция, и по результатам расчетов делается вывод о возможности формирования в колонке нестационарных «фотонных пузырей».

Перенос излучения в условиях радиационно-доминированных колонок обычно описывается фоккер-планковским кинетическим уравнением для чисел заполнения в фазовом пространстве фотонов, выведенным в [44]. Аналитические решения указанного уравнения, учитывающие тепловую и динамическую комптонизацию и описывающие спектр ударной волны, получены в [45]. Было показано, что пространственная и частотная часть чисел заполнения разделяются в предположении о постоянстве температуры и линейности одномерного профиля скорости по оптической толщине. В работе [35] получены аналитические решения, выражающиеся через функцию Грина кинетического уравнения. Последнее включает (в отличие от уравнения, полученного в [44]) дополнительные члены, учитывающие выход фотонов из пространственно одномерной колонки и источники фотонов. Посредством свертки функции Грина с членами, описывающими источники фотонов, получен спектр излучения колонки. Профиль скорости предполагался линейным по оптической толщине, выход фотонов через боковую границу описывается слагаемым, которое определяется средним временем диффузии излучения в поперечном направлении.

В работах [46, 47] кинетическое уравнение, выведенное в [44], решено численно. Рассматривается одномерная среда с постоянной по объему температурой, профиль скорости вещества постулируется (предполагается степенным). В [47] одновременно учтены дополнительные слагаемые, описывающие источники циклотронных фотонов, свободно-свободные процессы, динамическую комптонизацию второго порядка и выход фотонов через боковую границу колонки. В работах [48, 49] численно моделируется одномерная структура аккреционной колонки с учетом давления излучения и давления электронной и ионной компонент газа. Строится итерационный алгоритм, осуществляющий на каждом

шаге решение пространственно одномерного кинетического уравнения для фотонных чисел заполнения (аналогичного рассмотренному в [35]) и системы газодинамических уравнений и приводящий к согласующимся с наблюдательными данными результатам для спектров выходящего излучения. Система уравнений является непротиворечивой с точки зрения учитываемых процессов.

Теория комптонизации излучения в отсутствие сильного магнитного поля по-прежнему находит широкое применение в астрофизике и космологии. Указанный процесс рассмотрим на примере скоплений галактик, заполненных горячей межгалактической средой. Одно из его наблюдательных проявлений было предсказано в 1969 г. в работах [50, 51] и носит название эффекта Сюняева-Зельдовича, заключающегося в перераспределении по частотам фотонов космологического микроволнового фона вследствие комптоновских рассеяний на электронах горячего межгалактического газа. Уточнению теоретического описания эффекта посвящено большое количество работ, направленных в основном на учет релятивистского характера движения электронов (например, [52, 53, 54]). Решения, полученные в указанных работах, справедливы лишь вблизи максимума спектра и в ограниченном диапазоне температур.

Процесс комптонизации изменяет спектр и на частотах, намного превышающих частоту, соответствующую максимуму. В условиях межгалактической среды ненасыщенная комптонизация формирует в спектре реликтового излучения степенной хвост. Спектральный индекс, описывающий наклон спектра в степенной области, где функцией источника можно пренебречь, был найден в работе [55] для общего случая произвольной электронной температуры. Авторы заметили, что решение рассматриваемого кинетического уравнения факторизуется и общий вид спектральной части собственной функции интегрального оператора переноса имеет степенную форму. Спектральный индекс определяется посредством решения задачи о первой собственной функции пространственного оператора переноса. Задача решена для случаев дисковой и сферической геометрии. Спектральный индекс в каждом случае является функцией температуры и оптической толщины облака.

В рамках настоящего исследования задача о комптонизации реликтового излучения решена численно методом Монте-Карло. Спектры выходящего из облаков межгалактического газа излучения рассчитываются до частот, удовлетворяющих условию $h\nu \gg k_B T_r$, где k_B — постоянная Больцмана, T_r — температура,

характеризующая планковский спектр микроволнового фона ($T_r \simeq 2.7255$ K). Ранее эффект численно моделировался в работе [56], в которой высокочастотная часть спектра не рассчитывалась.

Целью настоящей работы является исследование и моделирование переноса излучения в высокотемпературной космической плазме в различных физических условиях. Именно, рассматриваются формирование излучающих областей замагниченных аккрецирующих нейтронных звезд при различных режимах остановки вещества и комптонизация реликтового излучения на тепловых электронах горячего газа скоплений галактик.

Решены следующие задачи.

- Изучены различные режимы остановки вещества при аккреции на замагниченную нейтронную звезду: остановка в атмосфере за счет кулоновских взаимодействий, торможение в бесстолкновительной и радиационно-доминированной ударных волнах.

Проведено моделирование характеристик циклотронной линии (энергии, ширины, глубины и относительного потока излучения) в спектре источника GX 304–1 (по данным обсерватории RXTE) в рамках модели аккреционной колонки с бесстолкновительной ударной волной. Теоретически описывается эффект насыщения зависимости энергии линии от принимаемого рентгеновского потока, а также поведение других параметров циклотронной особенности. В рамках этой же модели интерпретируются зависимость энергии циклотронной линии и зависимость рентгеновской жесткости непрерывного спектра от светимости для источника Сер X-4 (по данным обсерватории NuSTAR). Для обоих источников, GX 304–1 и Сер X-4, строится зависимость высоты области формирования линии от рентгеновской светимости.

- Численно решены трехмерные задачи о структуре и интегральном по частотам излучении радиационно-доминированных аккреционных колонок, не имеющих аксиальной симметрии. Показано, что уравнение энергии, входящее в систему рассматриваемых уравнений, выводится из фоккер-планковского кинетического уравнения для фотонных чисел заполнения в предположении о локальном комптоновском равновесии в среде. Численное моделирование осуществлено для заполненных и незамкнутых полых

излучающих областей (коэффициент диффузии анизотропен), приводятся распределения интегрального потока излучения по боковым поверхностям колонок.

- Разработана самосогласованная модель пространственно двумерных радиационно-доминированных аккреционных колонок, учитывающая процессы тепловой и динамической комптонизации излучения (ускорением силы тяжести пренебрегается). Эта модель, в основе которой лежит фоккер-планковское кинетическое уравнение для фотонов, подразумевает расчет двумерной аксиально-симметричной структуры возникающих в колонке радиационно-доминированных ударных волн, распределения комптоновской температуры внутри колонки и спектра выходящего излучения. Построены и исследованы явные и неявные устойчивые численные схемы, обеспечивающие решение рассматриваемой системы уравнений (изучен случай не зависящих от частоты анизотропных коэффициентов диффузии).
- Численно решена задача о комптонизации излучения в однородных сферических облаках плазмы постоянной температуры в отсутствие магнитного поля. Реализованы расчеты комптонизации мягкого излучения в случаях монохроматического (при $h\nu_0 \ll k_B T_e$, где ν_0 — частота линии) и планковского источника. Осуществлено моделирование теплового эффекта Сюняева-Зельдовича, рассчитаны угловые распределения интенсивности выходящего из облаков излучения.

Рассмотрению решения каждой из задач посвящена отдельная глава.

Научная новизна исследования определяется оригинальностью разработанных кодов и полученных результатов. Изменения геометрических и физических параметров аккреционной колонки с бесстолкновительной ударной волной рассмотрены на количественном уровне в качестве причин возникновения наблюдаемых особенностей конкретных рентгеновских пульсаров. Трехмерные и пространственно двумерные самосогласованные численные расчеты аккреционных колонок с преобладанием давления излучения ранее не осуществлялись. Численные исследования теплового эффекта Сюняева-Зельдовича в моделях с различными пространственными распределениями источников фотонов по облаку плазмы ранее не проводились. Кроме того, рассчитаны высокочастотная

область спектра и угловые распределения выходящего излучения.

В случаях заимствования методов использование последних приводит к получению ранее не публиковавшихся результатов. Воспроизведение отдельных решений, не характеризующихся теоретической новизной, комментируется со ссылками на источники.

Теоретическая и практическая значимость связаны с необходимостью интерпретации наблюдательных данных.

Так, модель кулоновского торможения в атмосфере применяется (см. [17]) для воспроизведения спектров конкретных рентгеновских источников, наблюдающихся в периоды низкой рентгеновской светимости $L_X \sim 10^{34} - 10^{35}$ эрг с^{-1} . Актуальность модели колонки с бесстолкновительной волной следует из выводов гл. 1, связанных с интерпретацией наблюдений. Трехмерные и самосогласованные модели колонок с преобладанием давления излучения в настоящей работе с конкретными наблюдениями не связываются. Возможность плодотворного использования разработанных моделей, однако, очевидна. Многочисленные планируемые космологические эксперименты (см. [57]) вызовут, несомненно, потребность в теоретической интерпретации пространственно разрешенных спектральных наблюдений скоплений галактик на частотах микроволнового реликтового фона.

Основным методологическим приемом исследования является вычислительный эксперимент. Модели радиационно-доминированных аккреционных колонок строятся на основе конечно-разностных схем для уравнений в частных производных. Взаимодействие реликтового излучения с электронами межгалактического газа моделируется методом Монте-Карло с весами. Часть работы, не связанная с численными расчетами, основана на предположении о реалистичности моделей, приводящих к удовлетворительному согласию с наблюдательными данными и не содержащих очевидных физических противоречий.

Положения, выносимые на защиту.

1. Изменения параметров циклотронной линии (энергии, ширины, глубины и относительного потока излучения) в спектрах рентгеновских пульсаров со светимостями $L_X \sim 10^{36}$ эрг с^{-1} и вариации рентгеновской жесткости непрерывных спектров таких источников (указанные явления наблюдаются при вариациях принимаемого рентгеновского потока) можно интерпре-

тировать как следствия изменений геометрических и физических свойств аккреционной колонки с бесстолкновительной ударной волной.

2. Разработанные разностные схемы и коды приводят к решениям для трехмерной структуры радиационно-доминированной аккреционной колонки в случаях заполненного и незамкнутого полого канала. Поток излучения от боковой поверхности колонок, вычисленный на одном и том же расстоянии от поверхности нейтронной звезды, меняется вдоль рассматриваемой кривой. Для определения степени влияния несимметричности распределений потока по поверхностям колонок и геометрии аккреционного течения на наблюдательные профили импульсов требуются расчеты углового распределения интенсивности выходящего излучения и учет отражения этого излучения от поверхности нейтронной звезды.
3. Построенный численный алгоритм самосогласованного моделирования радиационно-доминированных аккреционных колонок приводит к трехмерному решению для спектральной плотности энергии излучения. Проинтегрированное по частоте в каждой точке, это решение описывает двумерную пространственную структуру колонки в терминах полной плотности энергии излучения, однозначно связанной со скоростью вещества. Двумерные распределения электронной (комптоновской) температуры показывают, что при каждом значении вертикальной координаты (не превышающем максимальную высоту области торможения) температура меняется вдоль радиуса, в несколько раз возрастая в ударной волне по сравнению со значениями, характерными для зоны медленного оседания вещества под ударной волной. Рентгеновские цвета выходящего из колонки излучения (интегрального по поверхности) при фиксированных радиусе колонки и компонентах коэффициента диффузии уменьшаются с ростом темпа аккреции (в рассматриваемом диапазоне параметров задачи).
4. Численное рассмотрение теплового эффекта Сюняева-Зельдовича в ограниченной среде приводит к результатам, которые согласуются с решениями уравнений Фоккера-Планка, учитывающих релятивистские поправки. Указанные аналитические решения успешно воспроизводятся численно в моделях точечного источника и источников, распределенных по поверхности сферического однородного облака газа. Соответствующий высоким частотам

там спектральный индекс, характеризующий спектры выходящего из облаков излучения, может быть найден аналитически известными методами. Рассчитанные в модели поверхностного источника угловые распределения интенсивности выходящего излучения показывают, что спектральная зависимость интенсивности не является одной и той же для различных направлений. Линейность дисторсии интенсивности по оптической толщине облака (в рассмотренных диапазонах параметров) имеет место для каждого направления.

В диссертационной работе описываются расчеты, проделанные автором с использованием самостоятельно разработанных компьютерных программ. Разработка физических моделей, описанных в гл. 2 и гл. 3 [58], осуществлена автором самостоятельно с использованием цитируемой литературы. Из работ [59, 60, 17] в диссертацию (гл. 1) включена лишь часть исследований, в работу над которой личный вклад автора составляет не менее половины. Вклад автора в исследование и моделирование эффекта Сюняева-Зельдовича [61], описанные в гл. 4, составляет не менее половины. Заимствованный материал снабжен ссылками на источники. Прочий (неопубликованный) материал принадлежит автору.

По результатам работы лично автором сделаны доклады на следующих конференциях.

1. XIII конференция молодых ученых «Фундаментальные и прикладные космические исследования» (2016, ИКИ РАН, Москва).
2. «Успехи российской астрофизики: теория и эксперимент» (2016, ГАИШ МГУ, Москва).
3. Международная конференция «Physics of neutron stars» (2017, ФТИ им. Иоффе, Санкт-Петербург).
4. «Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра» (2017, ИКИ РАН, Москва).
5. XV конференция молодых ученых «Фундаментальные и прикладные космические исследования» (2018, ИКИ РАН, Москва).

6. XIII съезд международной общественной организации «Астрономическое общество» (2018, ИНАСАН ГАИШ МГУ, Москва).
7. «Успехи российской астрофизики: теория и эксперимент» (2019, ГАИШ МГУ, Москва).
8. «Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра» (2019, ИКИ РАН, Москва).

Принято участие в подготовке докладов, представлявших соавторами на следующих конференциях.

1. «HEAD Fifteenth Divisional Meeting» (2016, Нейплс, Флорида).
2. «INTEGRAL 2016 Conference: Gamma-Ray Astrophysics in Multi-Wavelength Perspective» (2016, Амстердам).
3. XIV конференция молодых ученых «Фундаментальные и прикладные космические исследования» (2017, ИКИ РАН, Москва).
4. Международный семинар «16th INTEGRAL/BART Workshop» (2019, Карловы Вары).
5. Международный семинар «XCalibur» (2019, Винчестер).
6. «European Astronomical Society Annual Meeting» (2020, Лейден).

Публикации.

Основные результаты по теме диссертации изложены в 4 научных статьях, которые опубликованы в рецензируемых печатных изданиях, индексируемых в базе данных Web of Science/Scopus и рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности.

1. Discovery and modelling of a flattening of the positive cyclotron line/luminosity relation in GX 304–1 with RXTE / Richard E. Rothschild, Matthias Kuhnelt, Katja Pottschmidt et al. // Monthly Notes of the Royal Astronomical Society. — 2017. — Apr. — Vol. 466, no. 3. — P. 2752. — 1610.08944. Импакт-фактор по WoS: 4.957 (5 лет), 5.287 (2020).

2. Luminosity-dependent changes of the cyclotron line energy and spectral hardness in Cepheus X-4 / V. Vybornov, D. Klochkov, M. Gornostaev et al. // *Astronomy & Astrophysics*. — 2017. — May. — Vol. 601. — P. A126. — 1702.06361. Импакт-фактор по WoS: 5.203 (5 лет), 5.802 (2020).
3. Gornostaev M. I., Lipunova G. V. Comptonization of CMB in galaxy clusters. Monte Carlo computations // *Monthly Notes of the Royal Astronomical Society*. — 2020. — Dec. — Vol. 499, no. 2. — P. 2994. — 2009.14698. Импакт-фактор по WoS: 4.957 (5 лет), 5.287 (2020).
4. Gornostaev M. I. Three-dimensional modelling of accretion columns: spatial asymmetry and self-consistent simulations // *Monthly Notes of the Royal Astronomical Society*. — 2021. — Feb. — Vol. 501, no. 1. — P. 564. — 2012.10501. Импакт-фактор по WoS: 4.957 (5 лет), 5.287 (2020).

Часть прочих результатов содержится в работах [38, 62, 17], опубликованных в рецензируемых (индексируемых в базе данных Web of Science/Scopus) печатных изданиях, а также в работах [63, 64].

Результаты частично описаны в 7 тезисах докладов.

Благодарности.

Автор искренне благодарит Константина Александровича Постнова за совместную интересную работу и полезные замечания. Выражаю благодарность Галине Владимировне Липуновой за обсуждения, связанные с нашей работой над статьей [61]. Я признателен Е. А. Соколовой-Лапе и Й. Вилмсу за совместные исследования, а также Л. Г. Титарчуку, Ю. Э. Любарскому, В. В. Лукину и Н. И. Шакуре за полезные обсуждения, результаты которых частично остаются за рамками настоящей работы. Благодарю М. Биссингера (Кюхнеля), Р. Ротшильда и В. Выборнова, предоставивших возможность работы с наблюдательными данными. Следует также отметить сделавшего несколько полезных замечаний М. В. Баркова, одного из потенциальных оппонентов.

Работа поддержана грантами РФФИ (14-02-91345, 18-502-12025, 18-32-00890), грантом РНФ 14-12-00146, грантом 17-15-506-1 Фонда развития теоретической физики и математики «Базис» и Ведущей научной школой МГУ «Физика звезд, релятивистских объектов и галактик».

Глава 1. Излучающие области намагниченных нейтронных звезд

Физические свойства излучающей области определяются в значительной степени темпом аккреции вещества на нейтронную звезду. Разумеется, локальная геометрия магнитного поля также должна рассматриваться в качестве одного из важнейших факторов, влияющих на физические процессы в области торможения вещества. Движение плазмы поперек поля вблизи поверхности, вероятно, сопровождается нестационарной деформацией силовых линий [45], а неискаженная форма последних может отличаться от дипольной [65]. В задачах, рассматриваемых ниже, магнитное поле внутри колонки будет предполагаться постоянным или изменяющимся как дипольное только с высотой над поверхностью звезды. В этой главе будет сделан общий обзор представлений об эволюции структуры зоны энерговыделения и формируемого в ней спектра с изменением темпа аккреции.

§ 1.1. Остановка вещества в атмосфере

При низких темпах аккреции, рассматриваемых в настоящем параграфе, течение вещества внутри магнитосферы нейтронной звезды представляет собой, по-видимому, падение отдельных сгустков плазмы. Во всяком случае, этому течению свойственны значительная неоднородность и нестационарность. Поскольку характеристики аккреционного потока (до границы атмосферы) не влияют прямо на вид рассматриваемых ниже уравнений (от этих характеристик зависит только член в уравнении гидростатического равновесия, описывающий динамическое давление), будем предполагать поток удовлетворяющим гидродинамическому пределу. В случае существенной неоднородности течения вблизи излучающей области значению плотности, входящему в уравнение неразрывности, можно приписать смысл эффективного, т.е. усредненного по площади, на которую падает основная часть вещества, и по времени, на котором процесс падения можно рассматривать как стохастический [27]. В этой ситуации вследствие малости времени диффузии излучения сквозь поток вещества [37, 38] формирование радиационно-доминированных ударных волн [30, 34] оказывается невозможным.

Итак, будем считать, что вблизи поверхности нейтронной звезды скорость аккрецируемого вещества равна скорости свободного падения $v_{ff} = \sqrt{2GM/R_{ns}}$, где G — гравитационная постоянная, M и R_{ns} — масса и радиус нейтронной звезды соответственно. Задачу о торможении потока вещества в атмосфере можно решать в разных приближениях (см. введение и ссылки в нем). Не интересуясь здесь точным решением, ограничимся случаем немагнитной атмосферы. Это приближение позволяет, с одной стороны, сделать качественно новые шаги на пути решения задачи о переносе излучения в магнитном поле, а с другой — получить для глубины остановки y_0 числовой результат, который не сильно противоречит значениям, следующим из фитирования наблюдательных данных численными решениями задачи о переносе излучения [17].

Темп потери энергии тормозящихся протонов определяется как столкновениями с отдельными электронами, так и коллективным влиянием электронов, вызывающих переменность локального электрического поля. Для изменения кинетической энергии E протонов на единицу пути можно поэтому записать уравнение [26]

$$\frac{dE}{dz} = \frac{4\pi n_e e^4}{m_e v^2} (\ln \Lambda_{ind} + \ln \Lambda_{coll}) = \frac{4\pi n_e e^4}{m_e v^2} \ln \left(\frac{m_e v^2}{h\nu_p} \right) = \frac{3m_e c^4}{2v^2} \sigma_T n_e \ln \Lambda, \quad (1)$$

где v — скорость протонов, z — вертикальная координата, отсчитываемая навстречу однокомпонентной скорости потока вдоль перпендикулярной к поверхности плоскопараллельной атмосферы оси, ν_p — плазменная частота, σ_T — томсоновское сечение рассеяния, а посредством выражений

$$\ln \Lambda_{ind} = \ln \left(\frac{2\pi m_e v}{hk_D} \right), \quad \ln \Lambda_{coll} = \ln \left(\frac{k_D v}{2\pi \nu_p} \right), \quad (2)$$

где k_D — волновое число, соответствующее дебаевскому радиусу, определяются входящие в кулоновский логарифм $\ln \Lambda$ слагаемые, описывающие соответственно отдельные столкновения и влияние коллективных эффектов. Решение уравнения (1) позволяет получить профиль кинетической энергии протонов [26]

$$E = E_s \left(1 - \frac{y}{y_0} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

где E_s — энергия до начала торможения, $y = -m_p \int_{z_s}^z n_e dz$, причем m_p — масса

протона, z_s — значение z на верхней границе атмосферы, y_0 — длина остановки. Для $v_{ff} = 2 \cdot 10^{10}$ см с⁻¹ и $\ln \Lambda = 15$ можно получить (см. [26])

$$y_0 = \frac{1}{6} \left(\frac{v_{ff}}{c} \right)^4 \frac{m_p^2}{\sigma_T m_e \ln \Lambda} \simeq 10 \frac{\text{г}}{\text{см}^2}. \quad (4)$$

Пусть $\dot{M}$ — темп аккреции вещества на один магнитный полюс. Уравнение баланса энергии под верхней границей области энерговыделения может быть записано в виде [19]

$$\frac{F_{eff}}{y_0} = 5 \cdot 10^{20} \sqrt{T_e} m_p n_e \left(1 - \frac{T'}{T_e} \right) + \frac{4uc\sigma_T k_B T_e}{m_p m_e c^2} \left(1 - \frac{T''}{T_e} \right), \quad (5)$$

где $F_{eff} = L/(2\pi r_0^2)$ — поток излучения с поверхности горячего пятна, имеющего светимость $L = GM\dot{M}/R_{ns}$ и радиус r_0 , u — плотность энергии излучения, T' и T'' — температуры спектра излучения, которые предполагаются равными равновесному значению: $T' = T'' = (u/a_r)^{1/4}$, причем $a_r = 8\pi^5 k_B^4 / (15h^3 c^3)$ — радиационная постоянная. Поток излучения F (лишь вертикальная компонента не равна нулю в силу геометрии) внутри области можно записать в диффузионном приближении:

$$F = -\frac{c}{3\sigma_T n_e} \frac{\partial u}{\partial z}. \quad (6)$$

В работе [19] использовано дополнительное условие линейности потока при $y \leq y_0$

$$F = F_{eff} \frac{y - y_0}{y_0}, \quad (7)$$

причем $F = 0$ при $y \geq y_0$ (в этой области левую часть (5) можно считать равной нулю). Уравнение (6) с учетом (7) элементарно интегрируется. Предполагая, что на верхней границе выполнено условие Маршака $u|_{y=0} = \sqrt{3}F_{eff}/c$, означающее свободный выход излучения с поверхности, можно получить [19]

$$u = \begin{cases} \frac{F_{eff}}{c} \left[\sqrt{3} + 3 \frac{\sigma_T y_0}{m_p} \left(\frac{y}{y_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{y_0} \right)^2 \right) \right], & 0 \leq y \leq y_0, \\ \frac{F_{eff}}{c} \left(\sqrt{3} + \frac{3}{2} \frac{\sigma_T y_0}{m_p} \right), & y \geq y_0. \end{cases} \quad (8)$$

Температура, плотность и давление P в атмосфере определяются из уравнения

гидростатического равновесия [19]

$$P = 2n_e k_B T_e = \begin{cases} \left(\frac{GM}{R_{ns}^2} + n_{e,0} \frac{m_p v_{ff}^2}{y_0} \right) y, & 0 \leq y \leq y_0, \\ \frac{GM}{R_{ns}^2} y + n_{e,0} m_p v_{ff}^2, & y \geq y_0, \end{cases} \quad (9)$$

где $n_{e,0} = \dot{M}/(v_{ff} m_p \pi r_0^2)$ — плотность числа электронов на верхней границе, вычисляемая из уравнения неразрывности и носящая характер эффективного в разъясненном выше смысле. При сферически-симметричной аккреции вклад динамического давления в полное мал в очень широких диапазонах темпов аккреции. При аккреции на замагниченные нейтронные звезды вследствие относительного увеличения плотности потока вещества динамическое давление начинает играть заметную роль. На значительной оптической глубине изменение температуры в зависимости от $\dot{M}$ и y_0 определяется плотностью энергии излучения (8).

Применение описанного решения к случаю локальной области энерговыделения — полярной шапки — обуславливает результат, связанный с увеличением энерговыделения на единицу массы. Если, к тому же, величина глубины остановки не слишком велика (~ 10 г см⁻²), поведение решений для температуры и плотности вблизи y_0 характеризуется очень резким перепадом значений этих величин. Это является следствием использования приближенного выражения (7) для потока излучения, записанного из соображения о постоянстве энерговыделения на единицу массы в области $y < y_0$. В точке y_0 производная потока испытывает разрыв. Для установления степени влияния разрыва на результаты решений задачи о переносе поляризованного излучения, подразумевающей расчет профилей температуры и плотности [17], можно сгладить эти профили в окрестности точки y_0 , изменив здесь поведение потока. Обозначим посредством y_1 ($y_1 < y_0$) и y_2 ($y_2 > y_0$) точки, в которых поток непрерывен вместе со своей производной. В интервале $y_1 < y < y_2$ поведение потока отлично от определяемого формулой (7). Будем считать, например, что в этой области $F(y) = ay^2 + by + c$, где a, b, c — некоторые постоянные. Из условий $F(y_1) = F(y)$, $F'(y_1) = F'(y)$ при $y < y_1$, а также условий $F(y_2) = F(y)$, $F'(y_2) = F'(y)$ при $y > y_2$ легко найти a, b, c и y_2 . Для плотности энергии излучения из решения

диффузионного уравнения (6) получим

$$u = \begin{cases} \frac{F_{eff}}{c} \left[\sqrt{3} + 3 \frac{\sigma_T y_0}{m_p} \left(\frac{y}{y_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{y_0} \right)^2 \right) \right], & 0 \leq y \leq y_1, \\ \frac{-3\sigma_T}{cm_p} \left(a \frac{y^3}{3} + b \frac{y^2}{2} + cy \right) + C, & y_1 \leq y \leq y_2, \\ \frac{-3\sigma_T}{cm_p} \left(a \frac{y^3}{3} + b \frac{y^2}{2} + cy_2 \right) + C, & y \geq y_2, \end{cases} \quad (10)$$

где $C = \frac{F_{eff}}{c} \left[\sqrt{3} + 3 \frac{\sigma_T y_0}{m_p} \left(\frac{y_1}{y_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{y_1}{y_0} \right)^2 \right) \right] + \frac{3\sigma_T}{cm_p} \left(a \frac{y_1^3}{3} + b \frac{y_1^2}{2} + cy_1 \right)$. В работе [17] использовано выражение для потока, отличающееся как от (7), так и от рассмотренного только что и не требующее введения дополнительных параметров y_1 и y_2 .

Полученные решения и выводы можно использовать при моделировании переноса излучения в магнитном поле с учетом поляризации, не прибегая к решению отдельной задачи о торможении протонов в замагниченной атмосфере (см., например, [20, 21, 22]). Радиус полярной шапки, величина y_0 , магнитное поле у поверхности могут служить параметрами, выбирающимися с учетом интегрального закона сохранения энергии. Последнее утверждение означает справедливость равенства [17]

$$F_{eff} = \int F_\nu d\nu, \quad (11)$$

где F_ν — суммарный поток выходящего из атмосферы излучения, переносимого волной 1 и волной 2. Величина F_ν находится из численного решения уравнения переноса (см. [17]).

Примеры расчетов профилей плотности числа частиц и температуры в зоне торможения потока приводятся на рис. 1. Система уравнений (5), (8) и (9) решается для $r_0 = 10^4$ см и значений y_0 , равных 5, 10, 15 и 20 г см⁻². Величина $\dot{M}$ выбирается равной 10^{13} , 10^{14} и 10^{15} г с⁻¹. Температура среды в приповерхностных слоях практически не зависит от $\dot{M}$ в соответствии с [19]. С ростом светимости энерговыделение на единицу y растет тем быстрее, чем меньше y_0 , что согласуется с поведением профилей плотности (ср. рис. 1 а и рис. 1 в).

Решение, описывающее структуру, в работе [19] было получено для случая $y_0 \sim 20$ г см⁻². Когда y_0 становится заметно меньше, условие $F(y_0) = 0$, означающее справедливость диффузионного приближения, оказывается на соответствующей глубине не вполне применимым.

Действительно, в случае среды, в которой на формирование спектра влияют как процессы рассеяния, сечение которых пусть будет равно σ_T (ограничимся анализом ситуации, когда магнитное поле отсутствует), так и процессы свободно-свободного поглощения, сечение которых $\sigma_{ff} < \sigma_T$, можно определить длину термализации из соотношения [66, 26]

$$P_a N_{sc} = 1, \quad (12)$$

где P_a — вероятность истинного поглощения, N_{sc} — среднее число рассеяний фотона до вылета. Для оптически толстой по томсоновскому рассеянию среды N_{sc} определятся квадратом томсоновской оптической глубины τ_T , $N_{sc} \simeq \tau_T^2$.

Сечение свободно-свободного поглощения при $h\nu \gtrsim k_B T_e$ записывается, как известно, следующим образом [67, 27]:

$$\sigma_{ff} = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}} g_{ff} \frac{e^6 n_e}{h c m_e \nu^3} \left(\frac{2}{\pi m_e k_B T_e} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (13)$$

где g_{ff} — безразмерный фактор Гаунта (полагаем, что плотности числа ионов и электронов равны). Учитывая, что

$$P_a = \frac{\sigma_{ff}}{\sigma_T}, \quad (14)$$

оценим глубину термализации τ_{th} из равенства

$$\frac{\sigma_{ff}}{\sigma_T} \tau_{th}^2 = 1. \quad (15)$$

Пренебрегая сейчас динамическим давлением, выразим n_e на соответствующей τ_{th} глубине из уравнения гидростатического равновесия (9):

$$n_e = \frac{GM}{R_{ns}^2} \frac{m_p \tau_{th}}{2\sigma_T k_B T_e}. \quad (16)$$

Полагая фактор Гаунта $g_{ff} = 1$ и подставляя (16) в (13), а затем (13) в (15), приходим к выражению [68]

$$\tau_{th} \simeq \frac{h\nu}{1 \text{ кэВ}} \left(\frac{k_B T_e}{1.5 \text{ кэВ}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{M}{1.5 M_\odot} \right)^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{R_{ns}}{10^6 \text{ см}} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (17)$$

Этот результат показывает, в том числе, что диффузионное приближение во всем спектральном диапазоне работает лишь при значительных $y_{th} = \tau_{th} m_p / \sigma_T$. Учет последнего утверждения важен для корректной постановки нижнего граничного условия при решении задач численного моделирования переноса излучения.

Прикладное значение описанной выше модели относится, главным образом, к интерпретации наблюдений пульсаров в состояниях с низкими рентгеновскими светимостями $\sim 10^{33}$ – 10^{35} эрг с^{-1} . Однако, не исключается возможность применения модели для объяснения наблюдений источников при светимости $\sim 10^{37}$ эрг с^{-1} , примерно соответствующей возникновению радиационно-доминированных ударных волн. Переходный режим аккреции с бесстолкновительной ударной волной, описанный в следующем параграфе, все еще нуждается в дополнительных исследованиях. Важным тестом здесь является поведение циклотронной линии, которое может косвенно указывать на масштабы изменения высоты излучающей области с темпом аккреции. Так, модель колонки с бесстолкновительной ударной волной послужила хорошей основой для объяснения наблюдений источника GX 304–1 при $L_X \sim 10^{37}$ эрг с^{-1} [59], поскольку соответствующие вариации энергии циклотронной линии не удастся обеспечить в рамках модели кулоновского торможения даже при значительных $y_0 \sim 20$ г см^{-2} (как можно увидеть выше и из расчетов, сделанных в [15] и [17], y_0 может быть еще меньше). Корреляция энергии линии с принимаемым рентгеновским потоком говорит, в то же время, об увеличении магнитного поля в области формирования линии, что свидетельствует скорее об отсутствии радиационной колонки, чем об обратном.

Из полученных к настоящему времени результатов [17] следует, что форма спектра обусловлена несколькими эффектами: разным поведением поляризационных мод вблизи низкочастотного максимума спектра и формированием на более высоких частотах виновского горба, искаженного (в случае рассматриваемого источника GX 304–1) циклотронной линией и ее крыльями. Описанная модель атмосферы, останавливающей поток вещества за счет кулоновских взаимодействий, все еще содержит некоторые физические противоречия, связанные, прежде всего, с использованием коэффициентов охлаждения для немагнитной атмосферы, что позволяет упрощенно записать в уравнении баланса суммарное энерговыделение на единицу y и получить при этом неплохое согласие с

полученными ранее результатами [23].

Для случая однородной плоскопараллельной атмосферы постоянной температуры задача о формировании спектра может быть решена аналитически, как это сделано в [69, 70]. Опишем в заключение этого параграфа полученные в указанных работах решения.

На частотах $\nu \ll \nu_g$ рассеяние нормальных волн описывается дифференциальными сечениями, полученными в [11] и имеющими вид

$$\frac{d\sigma_1(\theta, \theta')}{d(\cos \theta')} = \frac{3}{8} \left(\frac{\nu}{\nu_g} \right)^2 \sigma_T, \quad (18)$$

$$\frac{d\sigma_2(\theta, \theta')}{d(\cos \theta')} = \frac{3}{4} \sigma_T \left(\sin^2 \theta \sin^2 \theta' + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu}{\nu_g} \right)^2 \cos^2 \theta \cos^2 \theta' \right), \quad (19)$$

$$\frac{d\sigma_{21}(\theta, \theta')}{d(\cos \theta')} = \frac{3}{8} \left(\frac{\nu}{\nu_g} \right)^2 \sigma_T \cos^2 \theta, \quad (20)$$

где θ и θ' — углы между направлением магнитного поля и направлением распространения фотона до и после рассеяния соответственно, причем (18) описывает сечение для моды 1, (19) — для моды 2, а (20) — сечение переходов из одной моды в другую.

Рассмотрим плоский слой с оптической толщиной $2\tau_0$ по томсоновскому рассеянию. Среда является практически прозрачной для необыкновенных фотонов, поэтому уравнение переноса можно решать только для обыкновенных фотонов, которое записывается в виде

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla n_2(\boldsymbol{\Omega}, \nu, \mathbf{r}) = \int dp \int d\boldsymbol{\Omega}' \frac{d\sigma_2}{d\boldsymbol{\Omega}'} \left[n_2(\boldsymbol{\Omega}', \nu', \mathbf{r}) f_e \left(p + \frac{h}{2\pi} (k - k') \right) - \right. \\ \left. - n_2(\boldsymbol{\Omega}, \nu, \mathbf{r}) f_e(p) \right] - n_e \sigma_{21} n_2(\boldsymbol{\Omega}, \nu, \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (21)$$

где $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{k}/k$ — единичный вектор, направленный вдоль волнового вектора $\mathbf{k}$, $k = |\mathbf{k}|$, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор текущей точки, n_2 — числа заполнения фотонов моды 2, $f_e(p)$ — функция распределения электронов по импульсам p , обозначения величин со штрихами соответствуют состоянию после рассеяния, $\frac{d\sigma_2}{d\boldsymbol{\Omega}'}$ — дифференциальное сечение рассеяния.

Индукированные процессы в уравнении (21) не учитываются. Процедура решения уравнения подробно описана в [69], укажем здесь лишь основные шаги.

Предположение о малом изменении частоты $\Delta\nu$ вследствие эффекта Доплера при одном рассеянии на движущемся вдоль поля со скоростью V электроны, описывающееся в нерелятивистском пределе (в первом порядке по V/c и $h\nu/(m_e c)$) выражением

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu' - \nu}{\nu} = \frac{V}{c}(\cos\theta' - \cos\theta), \quad (22)$$

и значительная оптическая толщина слоя позволяют провести рассмотрение в приближении Фоккера-Планка. После разложения интеграла в (21) по степеням $\Delta\nu$ задача сводится к уравнению, допускающему разделение переменных.

Введение в рассмотрение изотропной части чисел заполнения фотонов приводит к паре уравнений, позволяющих отыскать факторизованное решение задачи. Одно из них является конфлюэнтным гипергеометрическим уравнением, описывающим эволюцию чисел заполнения фотонов обыкновенной моды n_2 (усредненных по углам в соответствии с формулой (14) из [69]) в пространстве частот:

$$\frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} x^4 \left(\frac{dn_2}{dx} + n_2 \right) = \gamma n_2 + \delta x^2 n_2, \quad (23)$$

где $x = h\nu/(k_B T_e)$ есть безразмерная энергия фотона. Левая часть уравнения представляет собой оператор Компанейца [1]. Общее решение уравнения такого вида задается линейной комбинацией конфлюэнтных гипергеометрических функций [71]. Выберем частное решение, выражающееся посредством конфлюэнтной гипергеометрической функции $U(a, b, x)$, где a и b — параметры. Эта функция удовлетворяет необходимому в рассматриваемом случае условию ограниченности на бесконечности. Тогда спектральная часть интенсивности моды 2 с точностью до постоянной может быть записана в виде [69]

$$\Phi_2(x) = x^3 n_2 = x e^{-x/2} W_{\frac{2}{\sqrt{1+4\delta}}, \sqrt{9/4+\gamma}}(\sqrt{1+4\delta}x), \quad (24)$$

где

$$W_{\eta, \zeta}(x) = x^{\zeta+1/2} e^{-x/2} U(\zeta - \eta + 1/2; 2\zeta + 1; x) \quad (25)$$

есть функция Уиттекера второго рода (η, ζ — аргументы в общем случае),

$$\gamma = \frac{15}{2} \frac{m_e c^2}{k_B T_e} \lambda, \quad \delta = \frac{15}{8} \frac{m_e c^2}{k_B T_e x_g^2}, \quad x_g = \frac{h\nu_g}{k_B T_e}. \quad (26)$$

Параметр λ является собственным значением уравнения [69]

$$\left(1 - \frac{3}{4}\lambda\right) s(\tau) = \int_{-\tau_0}^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|) s(\tau') d\tau' \quad (27)$$

для пространственной части $s(\tau)$ факторизованного решения, где τ — оптическая толщина, отсчитываемая от середины рассматриваемого слоя, и для произвольного значения аргумента

$$K(\tau) = \frac{3}{16\pi} \int \frac{\sin^4 \theta}{|\cos \psi|} e^{-\frac{\sin^2 \theta}{|\cos \psi|} \tau} d\Omega, \quad (28)$$

причем ψ — угол между нормалью к поверхности слоя и направлением распространения фотона. Формула для определения λ получена в [70]:

$$\lambda = \frac{5}{2\tau_0^2} \left(\ln(8\tau_0) + \gamma_E - \frac{13}{3} \right), \quad (29)$$

где γ_E — постоянная Эйлера.

Спектр моды 1 определяется выражением [69]

$$\Phi_1(x) = x^3 \int d\Omega \int d\mathbf{r} \sigma_{21} n_2(\Omega, \nu, \mathbf{r}) = \frac{1}{4} \left(\frac{x}{x_g} \right)^2 F_2(x) \int_{-\tau_0}^{\tau_0} s(\tau) d\tau, \quad (30)$$

где $s(\tau)$ — решение уравнения (27), отвечающее наименьшему собственному значению и найденное в [70]:

$$s(\tau) = 1 - \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^2. \quad (31)$$

Подставляя (31) в уравнение (30), можно получить [70]

$$\Phi_1(x) = \frac{\tau_0}{3} \left(\frac{x}{x_g} \right)^2 \Phi_2(x). \quad (32)$$

Интенсивность можно записать в безразмерном виде:

$$I_i(x, \Omega, \tau) = J_i(\Omega, \tau) \Phi_i(x), \quad (33)$$

где угловое распределение для моды 2 определяется выражением [70]

$$J_2(\mu, \tau_0) = \frac{2}{\chi\tau_0} - \frac{2}{(\chi\tau_0)^2} + \left(\frac{2}{\chi\tau_0} + \frac{2}{(\chi\tau_0)^2} \right) \exp(-2\chi\tau_0) + \frac{3\chi}{2\tau_0} \left(\frac{2 + \chi^2}{2\sqrt{4 + \chi^2}} \ln \frac{2 + \chi + \sqrt{4 + \chi^2}}{2 + \chi - \sqrt{4 + \chi^2}} - 1 - \frac{\chi}{2} \ln \chi \right),$$

причем $\chi = (1 - \mu^2)/\mu$, $\mu = \cos \psi$. Поскольку среда прозрачна для моды 1, интенсивность I_1 можно считать равной ее спектральной части:

$$I_1(x, \Omega, \tau) = \Phi_1(x). \quad (34)$$

§ 1.2. Модель излучающей области с бесстолкновительной ударной волной

При низких темпах аккреции ($\lesssim 10^{16}$ г с⁻¹), когда давление излучения не влияет определяющим образом на динамику вещества (или этим давлением можно пренебречь), исследование аккреционных колонок производится, как правило, на основе решений систем уравнений газодинамики, содержащих бесстолкновительные ударные волны [29, 32, 33]. В работе [29] рассматривалась сферически-симметричная аккреция и решалась стационарная система уравнений, включающая уравнение неразрывности, уравнение Эйлера, учитывающее давление излучения, а также уравнения энергии для электронной и ионной компонент плазмы. В [32] геометрия потока соответствует линиям дипольного магнитного поля. Предполагается, что излучение на динамику вещества не влияет. В уравнениях энергии учтены процессы охлаждения газа вследствие обычного свободно-свободного излучения и за счет излучения фотонов в циклотронной линии, рождающихся при электрон-ионных и электрон-электронных столкновениях. Предполагается, что все циклотронные фотоны излучаются внутри диапазона, ограниченного доплеровским профилем линии с центром на частоте ν_g .

Высота ударной волны над поверхностью H_{cs} определяется временем выравнивания электронной и ионной температур t_{eq} в области под ударной волной. Темп обмена энергией между электронной и ионной компонентами равен [29, 32]

$$Q_{ei} = -Q_{ie} = Q_0 n_i t_{eq}, \quad (35)$$

где Q_0 — постоянная, плотность числа ионов $n_i = n_e$ (продолжаем рассматривать водородную полностью ионизованную плазму),

$$t_{eq} = n_e(T_i - T_e)T_{eff}^{-3/2} \ln \Lambda_m, \quad (36)$$

T_i — ионная температура, $T_{eff} = T_e + \frac{m_e}{m_i}T_i$, причем масса иона $m_i = m_p$,

$$\ln \Lambda_m = -0.0702 - \frac{1}{4} \ln \left(\frac{1}{2\pi} \frac{B_c}{B} \left(\frac{eh}{m_e c} \right)^2 \frac{n_e}{k_B T_{eff}} \right)$$

— кулоновский логарифм, модифицированный с учетом влияния магнитного поля.

Тогда с достаточной для нас точностью [27, 28]

$$H_{cs} \sim \frac{v_{ff}}{4} t_{eq} \propto \frac{1}{n_e}. \quad (37)$$

Плотность числа электронов под ударной волной можно найти из уравнения неразрывности

$$n_e = S \frac{4}{v_{ff} m_p}, \quad (38)$$

где

$$S = \frac{\dot{M}}{A}. \quad (39)$$

Площадь A поперечного сечения аккреционной колонки, перпендикулярного по отношению к вектору скорости потока вещества, определяется радиусом магнитосферы, и в случае дипольного магнитного поля [72]

$$A \sim \frac{R_{ns}^3}{R_m}, \quad (40)$$

R_m — магнитосферный радиус, связанный с темпом аккреции соотношением $R_m \propto \dot{M}^{-\xi}$, причем $\xi = 2/7$ в режиме дисковой аккреции и $\xi = 2/11$ в режиме квазисферического оседания. С учетом последнего получаем для плотности числа электронов

$$n_e = \frac{\dot{M}}{A} \propto \dot{M}^{1-\xi}. \quad (41)$$

Таким образом, высота ударной волны над поверхностью изменяется с темпом

аккреции по закону

$$H_{cs} \propto \frac{1}{n_e} \propto \frac{A}{\dot{M}} \propto \dot{M}^{-a_1}, \quad (42)$$

где $a_1 = 1 - \xi$.

Полученное соотношение (42) согласуется с одномерными газодинамическими численными расчетами [33], проведенными с помощью метода Годунова. Результаты указанных расчетов также не затрагивают детальную структуру ударной волны. В настоящей работе ограничимся поэтому выражением (42), достаточным для качественного анализа наблюдательных проявлений, описанного в § 1.4.

§ 1.3. Случай высоких темпов аккреции

С возрастанием темпа аккреции давление рождающихся в атмосфере мягких рентгеновских квантов становится достаточно существенным, чтобы влиять на динамику вещества: формируется радиационно-доминированная ударная волна. Вследствие комптонизации на электронах в зоне торможения мягкие фотоны набирают энергию, диффундируя к боковой поверхности колонки.

Приравняв динамическое время падения вещества ко времени диффузии фотонов через поперечное сечение колонки, оценим значения критического темпа аккреции $\dot{M}^*$ и критической светимости L^* , соответствующих образованию радиационно-доминированной аккреционной колонки. Время оседания $t_s = z_0/v$, где z_0 — характерная высота колонки, v — абсолютное значение скорости вещества. Время диффузии фотонов

$$t_d \simeq \frac{r_0^2 \sigma_{sc} n_e}{c}, \quad (43)$$

где r_0 — радиус колонки, σ_{sc} — сечение рассеяния. Будем рассматривать стационарное уравнение неразрывности, записывающееся в виде

$$n_e m_p v = S. \quad (44)$$

В случае модели полого цилиндра с толщиной br_0 цилиндрического слоя, за-

полненного веществом, время диффузии пропорционально b :

$$t_d \simeq \frac{b^2 r_0^2 \sigma_{sc}}{cm_p} \frac{S}{v} = \frac{b \sigma_{sc}}{cm_p} \frac{\dot{M}}{\pi v}. \quad (45)$$

Из равенства $t_s = t_d$ с учетом (43) и (45) получаем для характерной высоты заполненной и полой колонки соответственно [38]

$$z_{0,f} = \frac{\sigma_{sc}}{\pi m_p c} \dot{M}, \quad (46)$$

$$z_{0,h} = \frac{b \sigma_{sc}}{\pi m_p c} \dot{M}. \quad (47)$$

Теперь из равенства $z_{0,h} = r_0$ находим оценки для $\dot{M}^*$ и L^* [38]:

$$\dot{M}^* \simeq \frac{\pi m_p c}{b \sigma_{sc}} r_0, \quad (48)$$

$$L^* \simeq 0.1 \dot{M}^* c^2 = 0.1 \frac{\pi m_p c^3}{b \sigma_{sc}} r_0 \simeq 2.4 \cdot 10^{36} [\text{эрг с}^{-1}] \left(\frac{r_0}{10^5 \text{ см}} \right) \left(\frac{b \sigma_{sc}}{\sigma_T} \right)^{-1}. \quad (49)$$

Формулы (48) и (49) приводят к значениям для заполненной колонки при $b = 1$.

С ростом темпа аккреции высота радиационной ударной волны над поверхностью нейтронной звезды увеличивается и может составлять сотни метров и километры.

Расстояние между поверхностью нейтронной звезды и ударной волной уменьшается с приближением к боковой границе. Это качественно иллюстрируют следующие рассуждения [18].

Пусть непрозрачность определяется томсоновским сечением рассеяния. На большой глубине излучение практически изотропно, поэтому анизотропия сечения рассеяния в магнитном поле не должна сказаться на качественных выводах. Перенос на циклотронной частоте можно не рассматривать [73].

Поскольку сила тяжести в колонке компенсирована давлением излучения, лучистый поток в вертикальном направлении $F_{\parallel}$ равен эддингтоновскому:

$$F_{\parallel} = \frac{GM}{R_{ns}^2} \frac{cm_p}{\sigma_T}. \quad (50)$$

Рассмотрим ситуацию, когда темп аккреции столь велик, что $r_0 \ll z_0$, и компо-

нента потока $F_{\perp}$ существенно превышает $F_{\parallel}$:

$$F_{\perp} = \frac{z_0}{r_0} F_{\parallel} = \frac{z_0}{r_0} \frac{GM}{R_{ns}^2} \frac{cm_p}{\sigma_T}. \quad (51)$$

Отсюда следует выражение для плотности энергии излучения u на оптической глубине τ , отсчитываемой от боковой поверхности колонки:

$$u = 3P_r = \frac{3F_{\perp}\tau}{c} = \frac{3m_p z_0}{\sigma_T r_0} \frac{GM}{R_{ns}^2} \tau, \quad (52)$$

где P_r — давление излучения. Оно должно равняться газовому давлению, создаваемому лежащим выше веществом, поэтому

$$\frac{z_0}{\sigma_T r_0} \frac{GM}{R_{ns}^2} \tau = n_e z_0(\tau) \frac{GM}{R_{ns}^2}, \quad (53)$$

где $z_0(\tau)$ — высота колонки на оптической глубине τ , отсчитываемой от боковой поверхности цилиндра. Из (53) с учётом (39) и (46) следует:

$$z_0(\tau) = z_0 \frac{\tau}{\sigma_T n_e r_0} = \frac{\dot{M}}{\pi c S} \frac{v\tau}{r_0} = \frac{v\tau r_0}{c}. \quad (54)$$

Тогда

$$z_0|_{\tau=1} = \frac{vr_0}{c} \lesssim r_0 \ll z_0. \quad (55)$$

Таким образом, вблизи боковой границы высота колонки должна быть очень мала.

§ 1.4. Поведение циклотронной особенности и непрерывного спектра при различных темпах аккреции

В содержащих циклотронную линию спектрах рентгеновских пульсаров наблюдаются вариации ее положения (вариации энергии центра линии) при изменении темпа аккреции на нейтронную звезду. Отрицательная корреляция между энергией линии и рентгеновской светимостью была замечена в спектрах двух рентгеновских пульсаров, V 0332+53 и 4U 0115+63 [74, 75]. Положительная корреляция линии наблюдается у семи источников, среди которых, к примеру, Her X-1 [76], демонстрирующий еще одну особенность: долгосрочное уменьше-

ние энергии линии со скоростью, оценивающейся в 5 кэВ за последние 20 лет. В обзоре [77] представлены современные данные о наблюдениях корреляций между энергией линии и рентгеновской светимостью.

Нами были исследованы закономерности в поведении параметров циклотронной линии, связанные с изменением рентгеновской светимости, на примере наблюдений источников GX 304–1 (данные обсерватории RXTE) [59] и Сер X-4 (данные обсерватории NuSTAR) [60].

Источник GX 304–1 впервые был зарегистрирован при проведении баллонных наблюдений [78], а позднее — спутником «Ухуру» как источник 2U 1258–61 [79]. Это аккрецирующая нейтронная звезда с магнитным полем у поверхности $\sim 10^{12}$ Гс, входящая в состав двойной системы V850 Cep. Вторая компонента представляет собой звезду типа Ве. Система имеет орбитальный период 132.1885 ± 0.022 дня [80], период пульсаций ~ 272 с [81] и находится на расстоянии 2.4 ± 0.5 кпк [82].

Наблюдения GX 304–1 проводились 72 раза в период с 1996 г. по 2012 г., за который было зафиксировано 3 вспышки: в августе и декабре 2010 г. и в мае 2011 г. Данные наблюдений обработаны в диапазоне рентгеновского потока от нуля до $1.2 \cdot 10^{-8}$ эрг см $^{-2}$ с $^{-1}$ (учитывается поток, регистрируемый в полосе 1 – 10 кэВ) [59]. Средняя энергия линии $\langle \epsilon_{g,i} \rangle$, отвечающая i -му бину (ширина каждого бина $2 \cdot 10^{-8}$ эрг см $^{-2}$ с $^{-1}$), найдена путем минимизации величины χ_i^2 , определенной посредством выражения [59]

$$\chi_i^2 = \sum_j \frac{(\epsilon_{g,j} - \langle \epsilon_{g,i} \rangle)^2}{S^2(\sigma_{g,j}^+, \sigma_{g,j}^-)}, \quad (56)$$

где

$$S = \begin{cases} \sigma_{g,j}^+, & \text{если } \epsilon_{g,j} - \langle \epsilon_{g,i} \rangle \leq 0, \\ \sigma_{g,j}^-, & \text{если } \epsilon_{g,j} - \langle \epsilon_{g,i} \rangle > 0, \end{cases} \quad (57)$$

$\sigma_{g,j}^-$ и $\sigma_{g,j}^+$ — нижняя и верхняя ошибки измерения того значения энергии циклотронной линии $\epsilon_{g,j}$, которое соответствует j -му наблюдению, попадающему в бин с номером i . Средняя ширина W , глубина τ_l и относительный поток в линии $r_l = F_{X,l}/F_{X,c}$, где $F_{X,l}$ — поток в линии и $F_{X,c}$ — поток в континууме, определяются для каждого бина таким же образом. Относительный поток связан с глубиной линии: $r_l = e^{\tau_l}$. Рассматриваются три вспышки GX 304–1, в течение

каждой проводилось 20 или более наблюдений.

Наблюдаемые во время всплесков излучения корреляции характеристик циклотронной особенности с принимаемым рентгеновским потоком говорят о том, что основным обуславливающим эти корреляции физическим параметром является темп аккреции. Задача о детальном описании процесса формирования циклотронной линии сложна и может быть решена лишь численно с учетом динамики вещества в окрестностях атмосферы нейтронной звезды. Анализ наблюдательных данных, однако, позволяет связать поведение параметров циклотронной линии с изменениями структуры излучающей области. При низких темпах аккреции (см., например, наблюдения источника Her X-1 и работу [76]) наблюдается положительная корреляция энергии линии с рентгеновским потоком. Объяснение заключается в уменьшении высоты зоны формирования циклотронной линии над поверхностью нейтронной звезды с увеличением темпа аккреции. При высоких темпах аккреции следует ожидать обратного: высота радиационно-доминированной области торможения растет и связанные с ней величина магнитного поля и энергия циклотронной линии должны уменьшаться (см. работу [77] и ссылки в ней).

Интерпретация наблюдений циклотронной линии в спектре источника GX 304–1, предложенная ниже, предполагает, что источник находится в докритическом режиме аккреции, и рентгеновская светимость источника не превышает 10^{37} эрг с^{-1} . Диапазон изменения энергии линии говорит о том, что в рассматриваемом случае применима модель структуры колонки с бесстолкновительной ударной волной.

Формирование линии происходит при резонансном рассеянии на электронах излучения, рождающегося в основании колонки. Фотон с энергией $h\nu$ испытывает резонансное рассеяние на электронах, когда $\nu = eB/(2\pi m_e c)$. В случае неоднородного на характерном масштабе задачи магнитного поля $B = B_{ns}(R_{ns}/R)^3$, где R — расстояние от центра нейтронной звезды, можно ввести радиус резонансного рассеяния $R_{res} = R_{ns}(eB_{ns}/(2\pi m_e c\nu))^{1/3}$. Нетрудно показать [83], что толщина гирорезонансного слоя $\Delta R_{res} \sim \beta R_{res}/3$, где $\beta \sim 0.1$ — тепловая скорость электронов за ударной волной в единицах скорости света. Для типичных температур $T_e \sim 10$ кэВ и $h\nu \sim 50$ кэВ масштаб $\Delta R_{res} \sim 6 \cdot 10^4$ см может быть сравним с высотой ударной волны H_{cs} над по-

верхностью. Оптическая толщина резонансного слоя равна [83]

$$\tau_{res} = \frac{8\pi^2 e^2 n_e \Delta R_{res}}{3 m_e c \pi \nu_g} \sim 10^4 \left(\frac{n_e}{10^{20} \text{ см}^{-3}} \right) \left(\frac{50 \text{ кэВ}}{h \nu_g} \right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{R_{ns}}{10^6 \text{ см}} \right) \left(\frac{B_{ns}}{10^{12} \text{ Гс}} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (58)$$

Известно, что число рассеяний в резонансной линии $N_{sc} \sim \tau_{res}$, тогда как в условиях нерезонансного томсоновского рассеяния $N_{sc} \sim \tau^2$ [84, 85, 86]. Указанное свойство резонансного рассеяния будет играть важную роль в дальнейшем.

В рассматриваемой ситуации высота $H_{cs} \lesssim 10^5$ см сравнима с толщиной гирорезонансного слоя $\Delta R_{res} \sim 6 \cdot 10^4$ см. Оптическая толщина гирорезонансного слоя очень велика. Центр линии соответствует значению магнитного поля на некоторой высоте $H_l \lesssim H_{cs}$, которая меняется с темпом аккреции так же как H_{cs} . Поскольку $\epsilon_g \propto B(R) \propto 1/R^3$, где $R = R_{ns} + H_l$, получаем

$$\epsilon_g(\dot{M}) = \epsilon_{ns} \left(\frac{R_{ns}}{H_l(\dot{M}) + R_{ns}} \right)^3, \quad (59)$$

где ϵ_{ns} соответствует магнитному полю у поверхности B_{ns} . Поскольку рентгеновский поток F_X считается пропорциональным $\dot{M}$, с учетом (42) можем записать:

$$\frac{H_l}{R_{ns}} = K_1 F_X^{-a_1}, \quad (60)$$

где K_1 — некоторая постоянная. Таким образом, приходим к выражению

$$\epsilon_g(F_X) = \epsilon_{ns} (K_1 F_X^{-a_1} + 1)^{-3}. \quad (61)$$

Постоянная K_1 , определяющая локализацию области формирования циклотронной линии, вычисляется при фитировании наблюдательных данных.

Резонансная линия формируется за счет многократных резонансных рассеяний. Вследствие одного рассеяния энергия линии изменяется из-за эффекта Доплера на величину $\Delta\epsilon_g/\epsilon_g = \pm\beta$, а электронная температура под ударной волной $T_e \sim 10$ кэВ меняется не сильно внутри рассматриваемого объема. Для ширины линии поэтому получаем

$$\frac{W}{\epsilon_g} \simeq \sqrt{\left(\frac{\Delta\epsilon_g}{\epsilon_g} \right)^2} N_{sc} \propto \sqrt{T_e N_{sc}} \propto \sqrt{N_{sc}} \propto \sqrt{\tau_{res}}. \quad (62)$$

Из уравнения (58) следует, что $\tau_{res} \propto n_e \epsilon_g^{-4/3}$, поэтому наблюдаемое поведение ширины линии можно описать законом

$$W(F_X) = K_2 \epsilon_g^{1/3}(F_X) F_X^{a_2}, \quad (63)$$

где $a_2 = a_1/2$, $\epsilon_g(F_X)$ определяется формулой (61), K_2 — постоянная.

Изменение относительного потока в линии с темпом аккреции исследуем, применив модель атмосферы постоянной температуры, которая в первом приближении описывает рассеивающую структуру под ударной волной. В рассматриваемой ситуации, когда $\epsilon_g \simeq 50$ кэВ существенно превышает температуру среды, составляющую ~ 10 кэВ, а значение плотности $n_e \sim 10^{20}$ см $^{-3}$, отношение коэффициента поглощения к коэффициенту рассеяния очень мало. В соответствии с теорией формирования резонансных линий в рассеивающих изотермических атмосферах [87] относительный поток r_l в резонансной линии в пределе высокой вероятности выживания фотона в континууме и при отсутствии истинного поглощения определяется исключительно числом рассеяний фотонов линии:

$$r_l \propto \frac{1}{\sqrt{N_{sc}}} \propto \frac{1}{\sqrt{\tau_{res}}} \propto \frac{\epsilon_g^{2/3}}{\sqrt{n_e}}. \quad (64)$$

Учитывая, что $n_e \propto \dot{M}^{a_1}$, можем переписать (64) следующим образом:

$$r_l(F_X) = K_3 F_X^{-a_3} \epsilon_g^{2/3}(F_X), \quad (65)$$

где K_3 — постоянная, $a_3 = a_1/2$.

Глубину линии τ_l определим посредством выражения $r_l = e^{-\tau_l}$. Это параметр, которым обычно пользуются при обработке наблюдений. Учет формулы (65) позволяет записать

$$\tau_l(F_X) = K_4 + \ln \left(F_X^{a_3} \epsilon_g^{-2/3}(F_X) \right), \quad (66)$$

где K_4 — очередная постоянная, определяемая при фитировании. Заметим, что фитирование точек для r_l и τ_l должно проводиться независимо в соответствии с (65) и (66), поскольку именно таким образом происходит анализ наблюдательных данных для этих величин.

Полученные нами результаты, соответствующие зависимостям (61), (63),

(65) и (66), отображены вместе с наблюдательными данными и их ошибками на рис. 2 и рис. 3. Значения параметров фитирования приводятся в таблице 1.

Интересными были бы результаты обработки наблюдений более мощных вспышек, позволяющих узнать, как меняются параметры линии с повышением темпа аккреции при переходе в радиационно-доминированный режим. В настоящее время наибольшая зафиксированная светимость источника оценивается в $\sim (7 \pm 1.4) \cdot 10^{36}$ эрг с^{-1} при оценке расстояния в 2.4 ± 0.5 кпк. Заметим, кроме того, что существует и альтернативная интерпретация зависимостей $\epsilon_g - F_X$ и $W - F_X$ при умеренных светимостях, приводимая в работе [88]. Эта модель, однако, предсказывает противоположный полученному нами (согласующемуся с наблюдениями) знак второй производной функций $\epsilon_g(F_X)$ и $W(F_X)$.

Рассмотрим теперь анализ наблюдений рентгеновского пульсара Сер X-4, который был открыт в 1972 г. орбитальной Солнечной обсерваторией 7 [89]. Оптическим компонентом в составе двойной системы является звезда типа Ве, расстояние до источника оценивается в 3.8 ± 0.6 кпк [90]. Период пульсаций составляет 66.2 с [91]. Рассматриваемые наблюдения осуществлены обсерваторией NuSTAR во время двух вспышек, произошедших в июне и июле 2014 г. Подробное описание процедуры обработки данных изложено в работе [60], где в рамках модели излучающей области с бесстолкновительной ударной волной дана интерпретация не только поведения циклотронной линии, но и изменения рентгеновской жесткости спектра.

Зависимость $\epsilon_g - F_X$ описывается, как и в предыдущем случае, с помощью формулы (61). Параметры фитирования: $\epsilon_{ns} = 31.4 \pm 0.2$ кэВ, $K_1 = 0.024 \pm \pm 0.003$ (10^{-9} эрг см^{-2} с^{-1}) a_1 . Функция $\epsilon_g(L_X)$ и наблюдательные точки отображены на рис. 4. Нетрудно оценить высоту ударной волны над поверхностью:

$$H_{cs} \sim H_l = R_{ns} K_1 F_X^{-a_1} \simeq 200 \text{ м} \quad (67)$$

для первого наблюдения и $H_{cs} \simeq 100$ м для второго. Зависимости высоты области формирования линии от рентгеновской светимости для GX 304-1 и Сер X-4 отображены на рис. 5.

Используем теперь рассматриваемую модель для описания наблюдаемых изменений в непрерывном спектре. Параметр комптонизации можно определить

Таблица 1. Параметры, найденные в результате фитирования наблюдательных данных функциями $\epsilon_g(F_X)$ (61), $W(F_X)$ (63), $r_l(F_X)$ (65) и $\pi_l(F_X)$ (66).

Параметр	Дисковая аккреция	Квазисферическая аккреция
ϵ_{ns}	59.99	58.62
K_1	0.1	0.09
K_2	1.25	1.12
K_3	0.06	0.07
K_4	2.77	2.66

ϵ_{ns} — энергия [кэВ]

K_1 — поток ^{a_1} [10^{-9a_1} эрг ^{a_1} см ^{$-2a_1$} с ^{$-a_1$}]

K_2 — энергия ^{$2/3$} поток ^{$-a_2$} [кэВ ^{$2/3$} 10^{9a_2} эрг ^{$-a_2$} см ^{$2a_2$} с ^{a_2}]

K_3 — энергия ^{$-2/3$} поток ^{a_3} [кэВ ^{$-2/3$} 10^{-9a_3} эрг ^{a_3} см ^{$-2a_3$} с ^{$-a_3$}]

K_4 безразмерен

следующим образом [92]

$$y = \frac{2}{15} \frac{k_B T_e}{m_e c^2} \max(\tau, \tau^2), \quad (68)$$

где τ есть характерная оптическая толщина задачи. Будем рассматривать по-прежнему цилиндрическую область с площадью основания A и высотой H_{cs} . Поскольку наш анализ подразумевает усреднение потока наблюдаемого излучения по углу, под которым видна излучающая область, для описания комптонизации разумно ввести эффективный масштаб

$$r_{eff} = (AH_{cs})^{\frac{1}{3}}, \quad (69)$$

и выразить через него среднее число рассеяний в непрерывном спектре $\tau_{eff}^2 \propto n_e^2 r_{eff}^2$. Определим, кроме того, эффективный y -параметр комптонизации,

$$y_{eff} \propto \tau_{eff}^2 \propto n_e^2 r_{eff}^2 \propto \frac{\dot{M}}{A} (AH_{cs})^{\frac{2}{3}} \propto \dot{M}^{\frac{24}{21}}, \quad (70)$$

где использовано соотношение $A \propto \dot{M}^{2/7}$. Рис. 6 показывает, как меняется y_{eff} со светимостью: из-за влияния магнитного поля переход в режим насыщенной комптонизации при $y \sim 1$ не происходит.

Как известно, решение задачи о ненасыщенной комптонизации при $\epsilon < k_B T_e$,

где $\epsilon = h\nu$, имеет на высоких частотах степенной вид [93, 67],

$$F_\epsilon = C\epsilon^{-\alpha}, \quad (71)$$

где спектральный индекс определяется выражением

$$\alpha = -\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{2}{15y_{eff}}}. \quad (72)$$

Здесь учтено снижение эффективности обмена энергией между фотонами и электронами в сверхсильном магнитном поле (см. [92]). Рентгеновскую жесткость будем характеризовать с помощью величины

$$\text{HR} = \frac{\int_{\epsilon_3}^{\epsilon_4} F_\epsilon d\epsilon}{\int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} F_\epsilon d\epsilon}, \quad (73)$$

в рассматриваемом случае $\epsilon_1 = 4$ кэВ, $\epsilon_2 = 6$ кэВ, $\epsilon_3 = 8$ кэВ, $\epsilon_4 = 12$ кэВ. Подставляя (71) в (73), с учетом (70) и (72) получим выражение

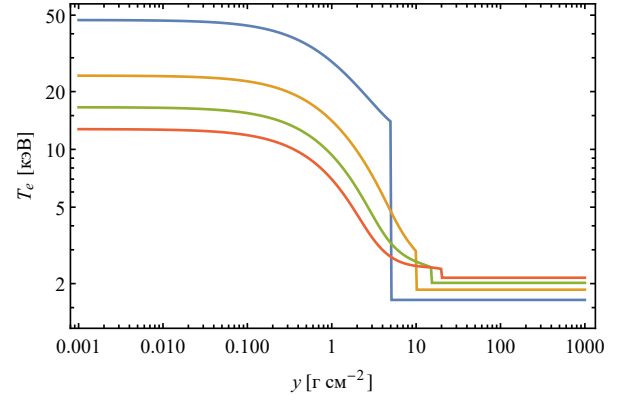
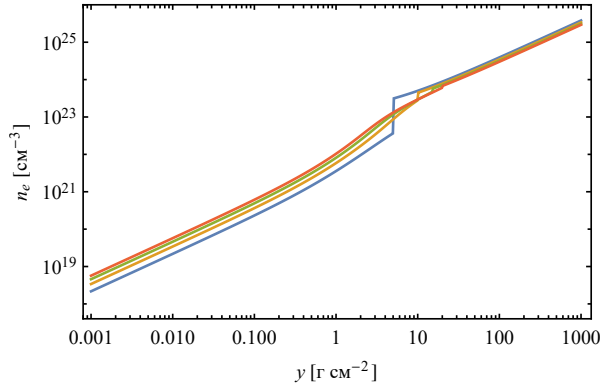
$$\text{HR} = \frac{\int_{\epsilon_3}^{\epsilon_4} \epsilon^{3/2 - \sqrt{9/4 + 2/(15y_{eff})}} d\epsilon}{\int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} \epsilon^{3/2 - \sqrt{9/4 + 2/(15y_{eff})}} d\epsilon} = \frac{\int_{\epsilon_3}^{\epsilon_4} \epsilon^{3/2 - \sqrt{9/4 + 2/(15K_y \dot{M}^{24/21})}} d\epsilon}{\int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} \epsilon^{3/2 - \sqrt{9/4 + 2/(15K_y \dot{M}^{24/21})}} d\epsilon}, \quad (74)$$

с помощью которого можно фитировать наблюдаемую зависимость HR от рентгеновской светимости источника; параметром модели служит величина K_y . Результат представлен на рис. 7, соответствующее значение $K_y \simeq 0.14$ (с г⁻¹)^{21/24}.

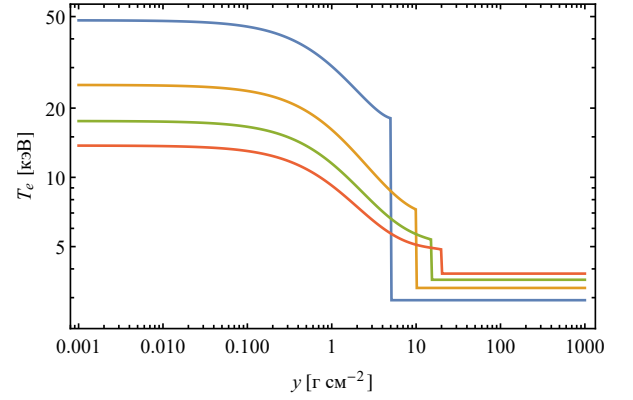
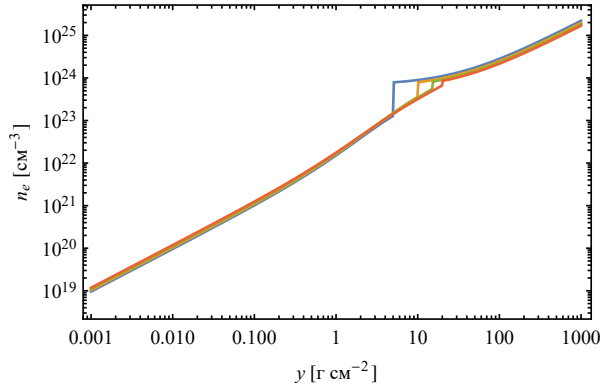
Наблюдательные проявления ярких рентгеновских пульсаров, рентгеновская светимость которых заметно превышает 10³⁷ эрг с⁻¹, также по-прежнему требуют теоретической интерпретации. Недавние наблюдения рентгеновских пульсаров (в частности, произведенные обсерваторией NuSTAR) показывают, что форма спектра может практически не меняться в очень широком диапазоне рентгеновских светимостей 10³⁶ – 10³⁸ эрг с⁻¹ [94]. Это может означать, что излучение колонки существенно перерабатывается при отражении от поверхности нейтронной звезды, либо формирование спектра с самого начала обусловлено

иными механизмами.

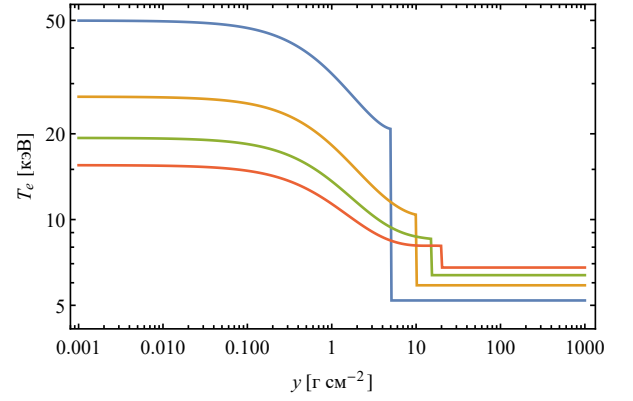
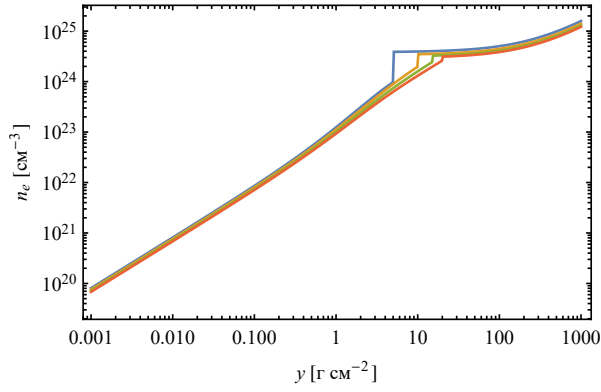
Рассмотрим, например, описанную в § 1.1 задачу об излучении атмосферы нейтронной звезды в приближении плоскопараллельного слоя с температурой T_e . Потоки для обыкновенной и необыкновенной поляризационных мод излучения, генерируемого в атмосфере, можно представить с помощью выражений (24) и (32). Результат фитирования наблюдений источника GRO J1008–57 по данным NuSTAR [94] с помощью указанных формул показан на рис. 8 [64]. Значения параметров модели: $\tau_0 = 39$, $T_e = 10^8$ К, $x_g = 15$. Очевидно, что при некотором весьма реалистичном наборе параметров рассматриваемая модель хорошо согласуется с наблюдениями. Это может говорить об ограниченной области применимости моделей аккреционных колонок: формирование некоторой (пусть даже нестационарной) оптически непрозрачной структуры с радиационной ударной волной возможно только в случае, когда течение (хотя бы на промежутках времени, сравнимых с временем диффузии фотонов через структуру) допускает гидродинамическое рассмотрение, являясь потоком вещества, к которому применимо уравнение непрерывности. Дальнейшее развитие самосогласованных моделей излучающих областей, а также продолжающиеся анализ и обработка наблюдательных данных (в том числе изучение поведения циклотронных линий) позволят существенно прояснить вопросы, связанные с физической ситуацией вблизи магнитных полюсов аккрецирующих нейтронных звезд. Очевидно, что характер аккреционного течения в зонах энергосвечения играет определяющую роль в формировании спектров излучения рентгеновских пульсаров.



(а)

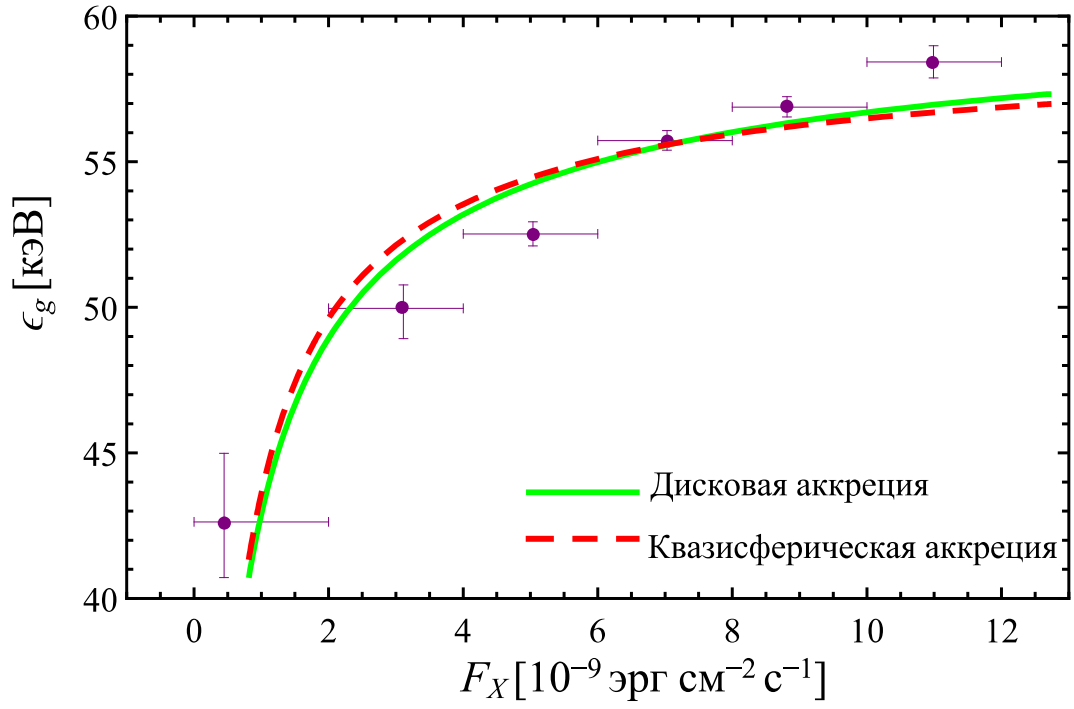


(б)

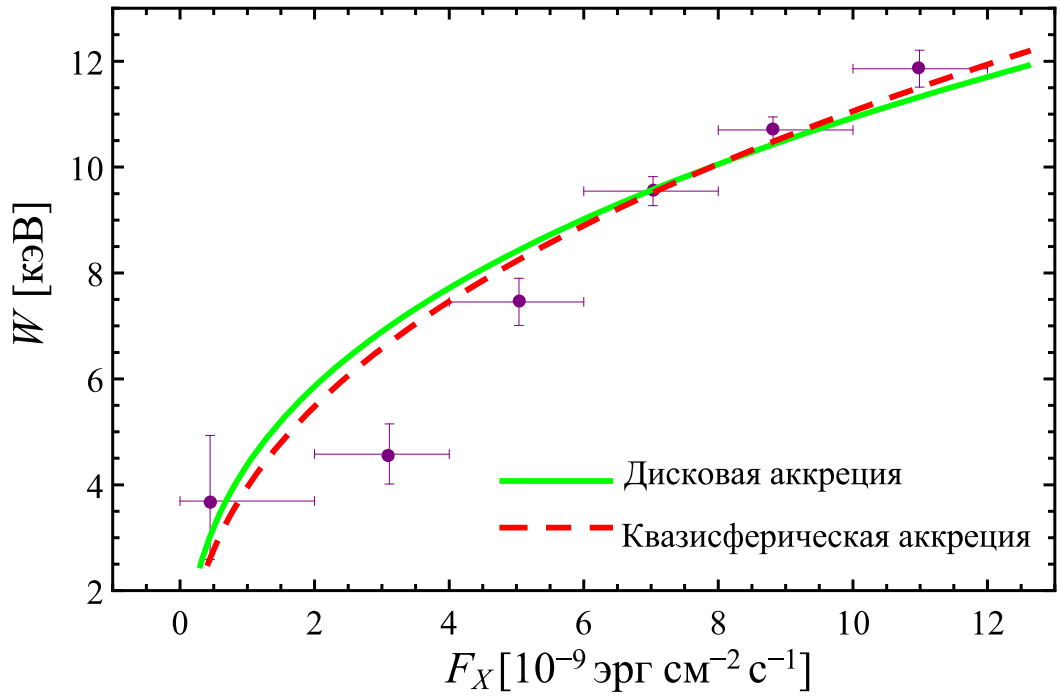


(в)

Рис. 1. Профили плотности числа частиц и электронной температуры, полученные в результате решения системы уравнений (5), (8), (9) (см. [19]) при $r_0 = 10^4$ см и значениях y_0 , равных 5, 10, 15 и 20 г см $^{-2}$. Величина $\dot{M}$ равна 10^{13} г с $^{-1}$ (а), 10^{14} г с $^{-1}$ (б), 10^{15} г с $^{-1}$ (в).

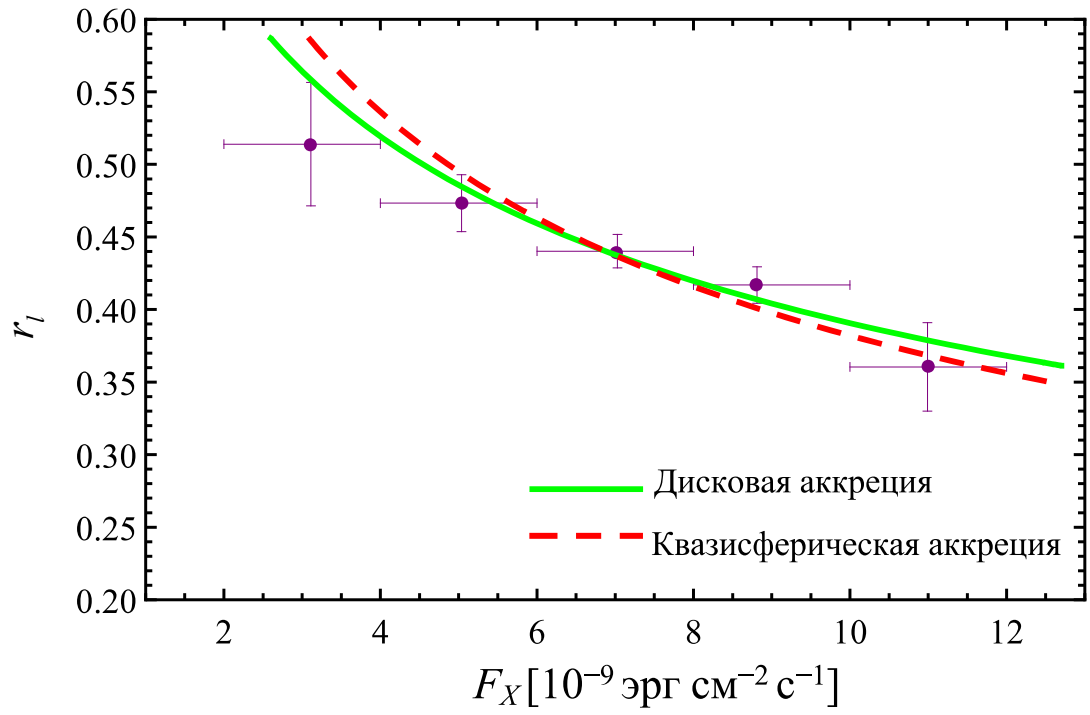


(а)

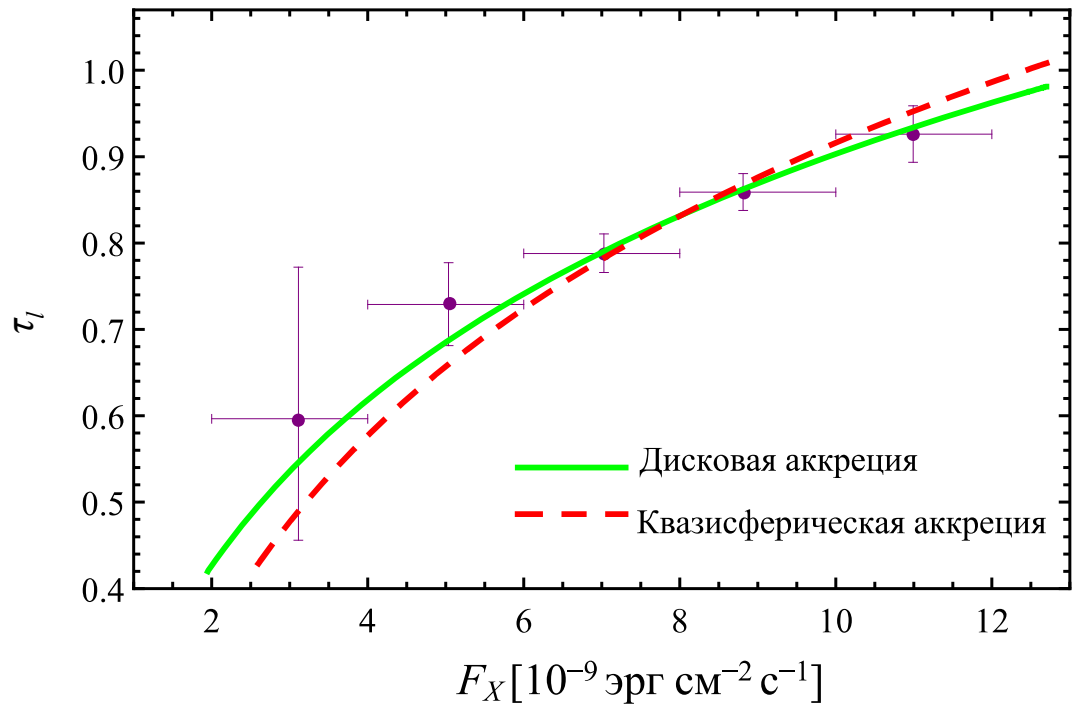


(б)

Рис. 2. Теоретические зависимости энергии (а) и ширины (б) циклотронной линии от рентгеновского потока (см. (61) и (63)) и наблюдательные точки, источник GX 304–1 [59].



(а)



(б)

Рис. 3. Теоретические зависимости относительного потока излучения (а) и глубины (б) циклотронной линии от рентгеновского потока (см. (65) и (66)) и наблюдательные точки, источник GX 304–1 [59].

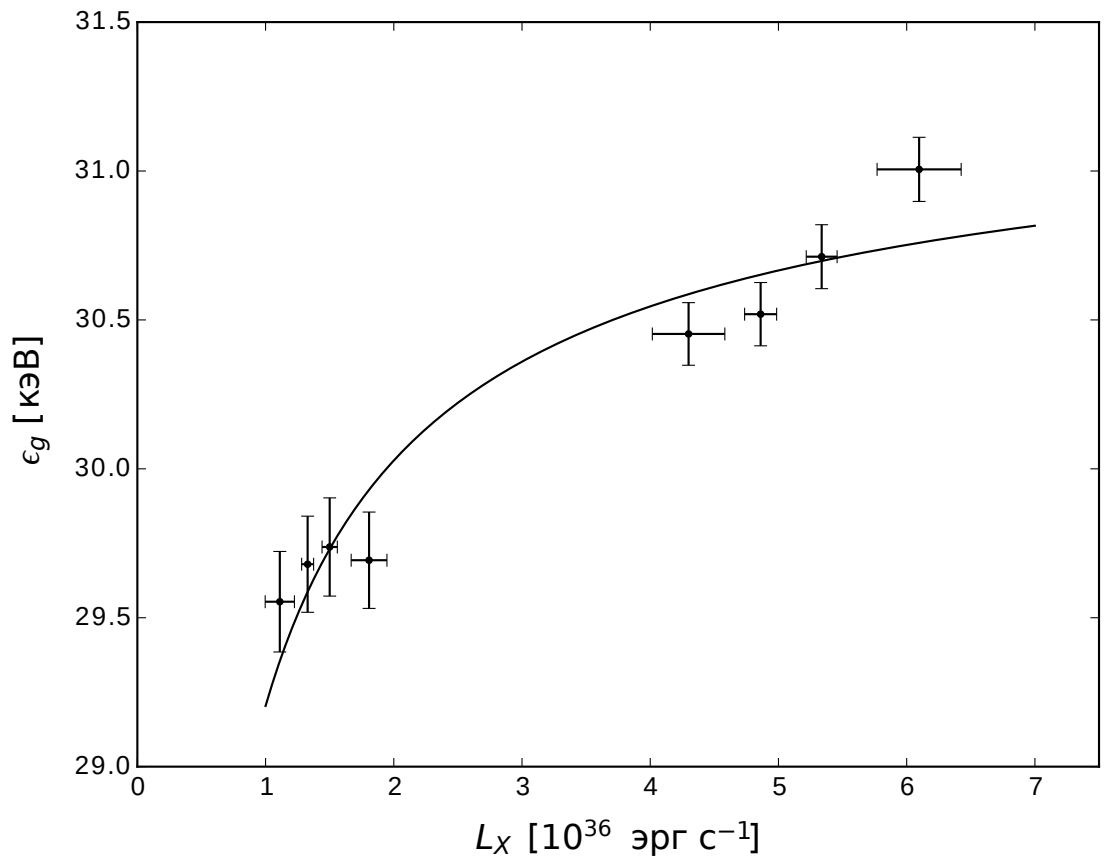
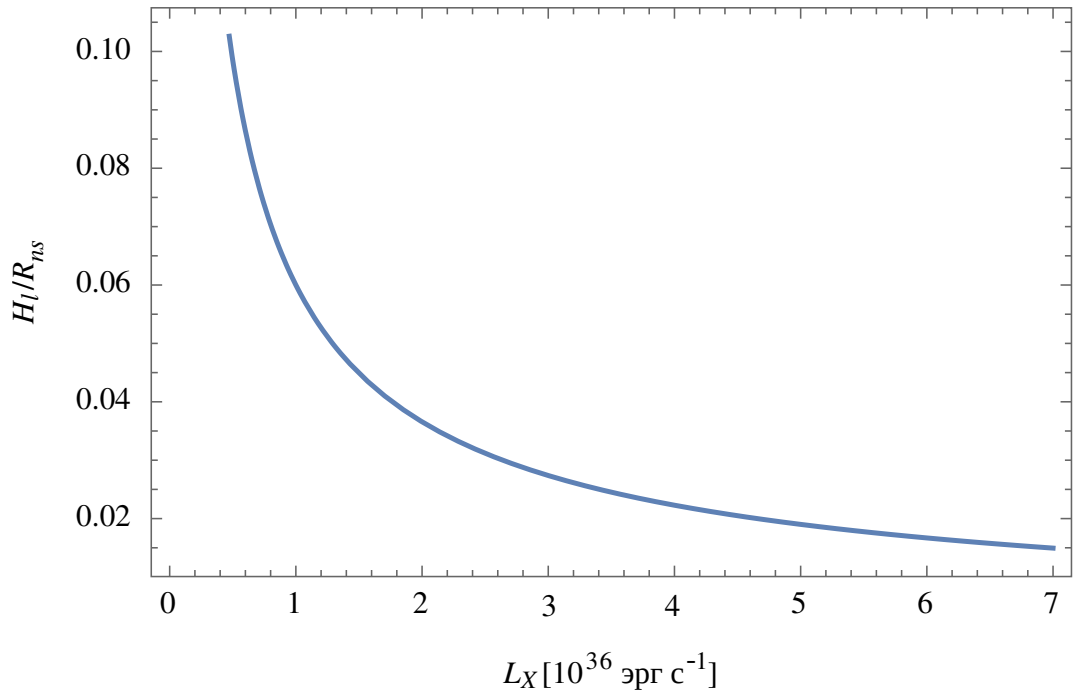
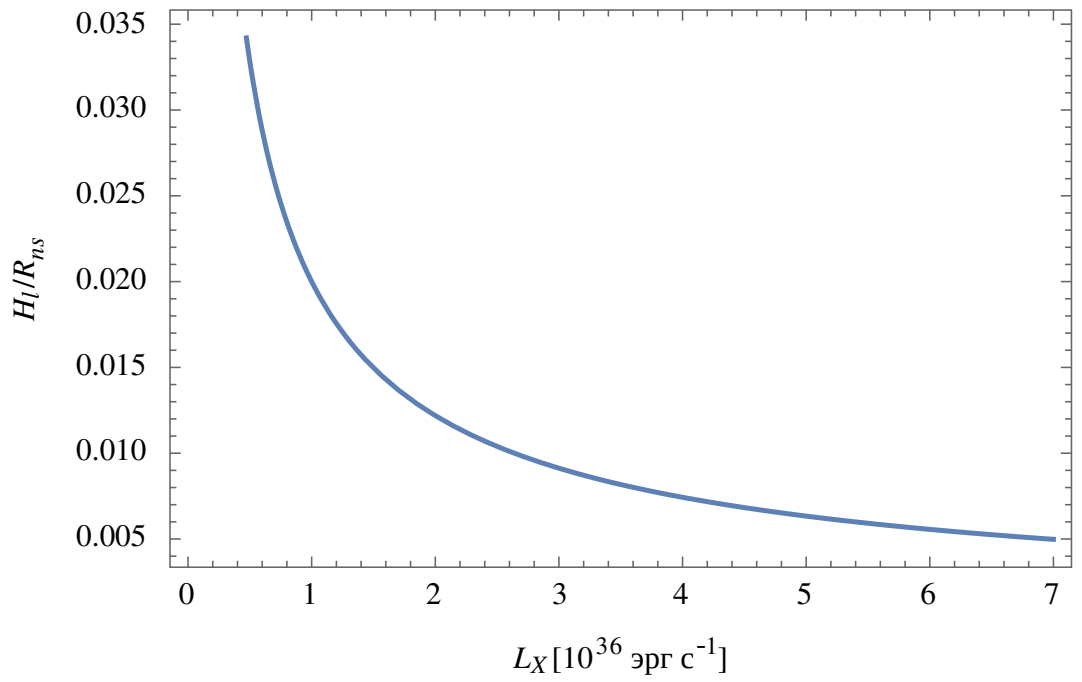


Рис. 4. Теоретическая зависимость (61) энергии циклотронной линии от рентгеновской светимости и наблюдательные точки, источник Сер X-4 [60].



(а)



(б)

Рис. 5. Зависимость (67) высоты области формирования циклотронной линии над поверхностью нейтронной звезды от рентгеновской светимости для источников GX 304—1 (а) и Сер X-4 (б).

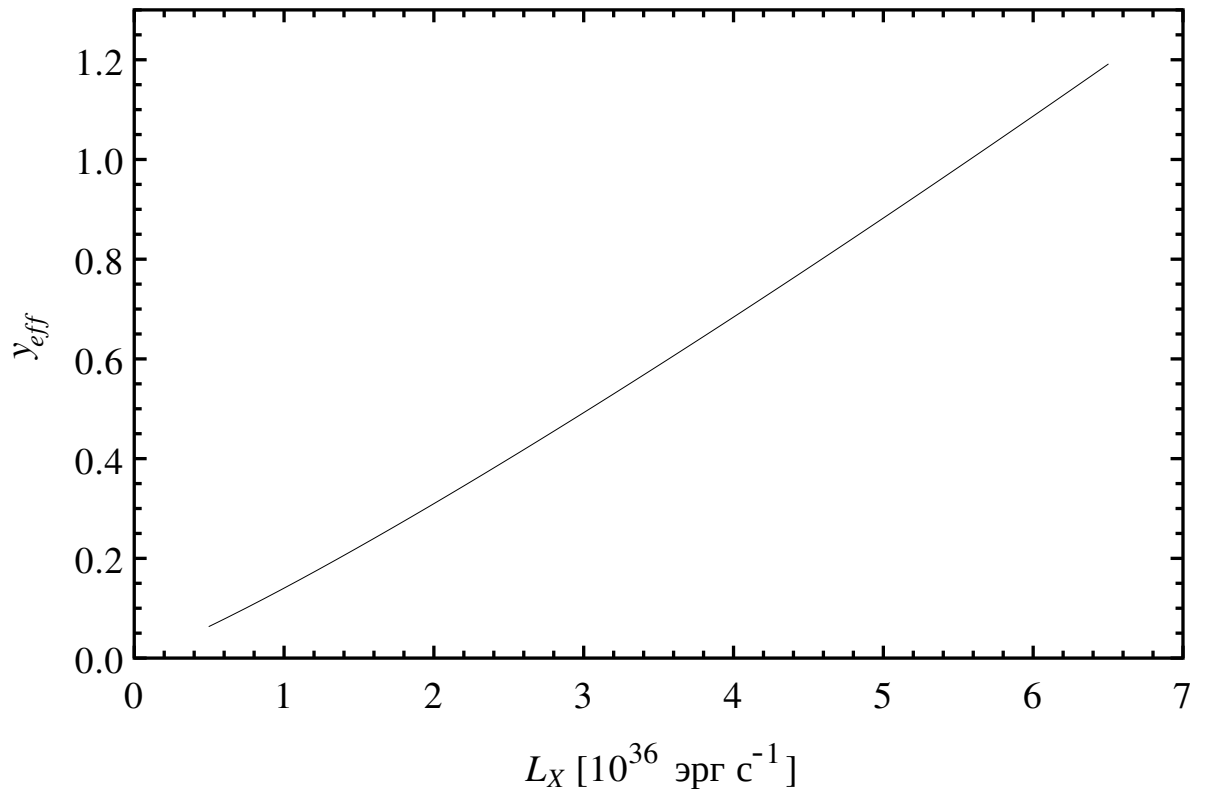


Рис. 6. Зависимость (70) эффективного y -параметра комптонизации от рентгеновской светимости источника.

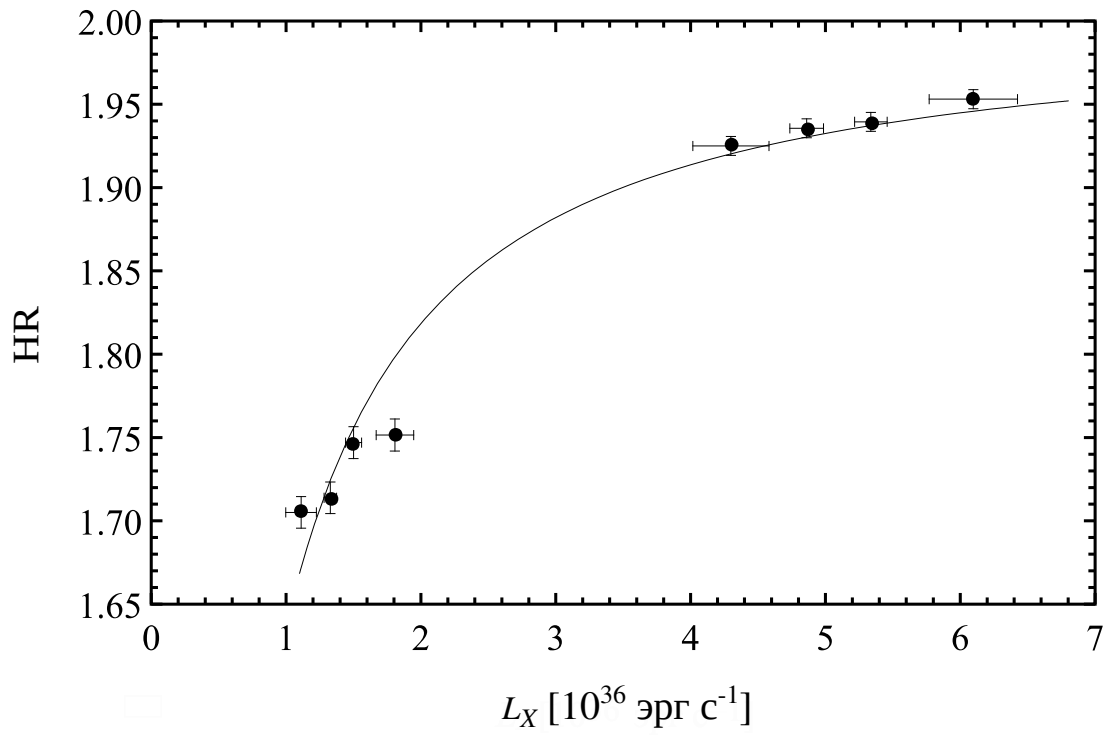


Рис. 7. Зависимость (74) рентгеновской жесткости континуума от рентгеновской светимости источника [60].

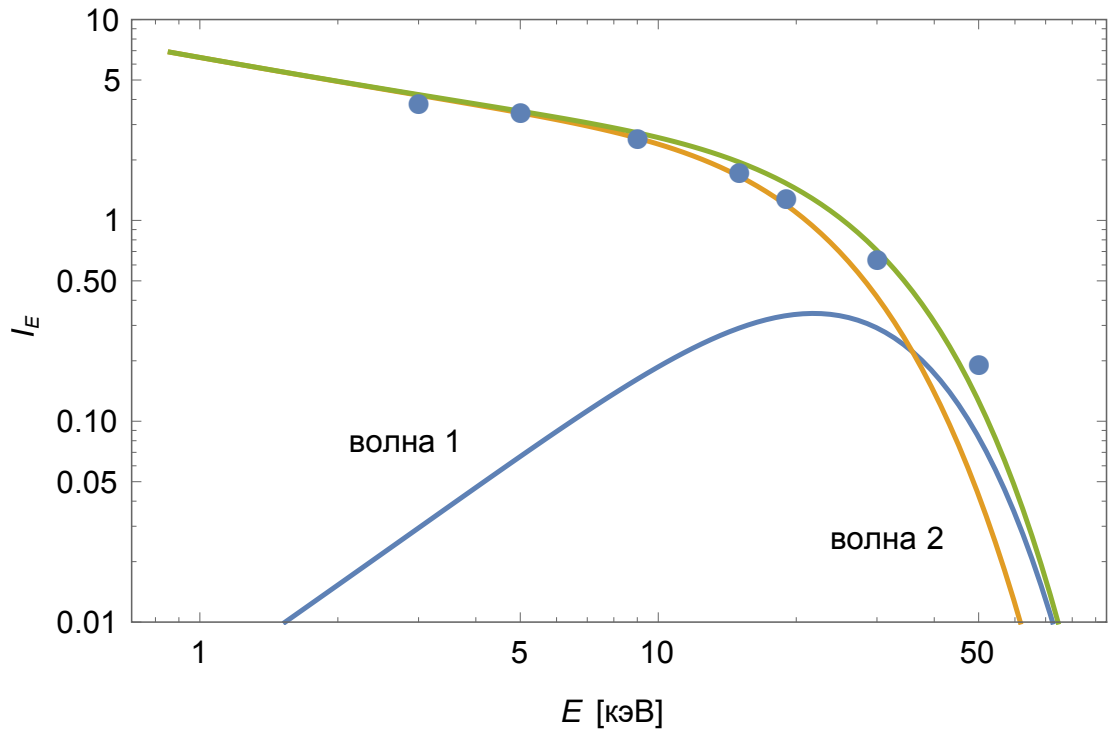


Рис. 8. Результат фитирования наблюдений GRO J1008–57 [94] при рентгеновской светимости $\sim 1.4 \cdot 10^{38}$ эрг с^{-1} . Спектры двух поляризационных мод, задаваемые формулами (24) и (32), и суммарный спектр.

Глава 2. Трехмерное моделирование аккреционных колонок с преобладанием давления излучения

Положение излучающих областей аккрецирующих намагниченных нейтронных звезд контролируется магнитным полем, которое при решении задач часто предполагается дипольным. Если рассматривается диполь, ось которого не проходит через центр звезды, моделирование аккреционных колонок не может производиться, вообще говоря, в предположении об аксиальной симметрии задачи, являющейся в указанном случае трехмерной. То же самое оказывается справедливым, если аккреционный канал вблизи поверхности звезды имеет поперечное сечение относительно сложной формы. Далее рассмотрим моделирование стационарных аккреционных колонок с преобладанием давления излучения, двумерные структуры которых были рассчитаны ранее [30, 40, 38]. Полученные численными методами результаты, приведенные ниже, дают представление о количественном отклонении формы трехмерных ударных волн от решений аксиально-симметричной задачи и показывают влияние этого отклонения на распределение потока излучения, выходящего с боковой поверхности колонки. Следствия работы полезны при оценках неточности решений двумерных и одномерных задач [35, 46] в контексте использования этих решений для интерпретации формы наблюдательных профилей импульсов рентгеновского излучения.

Результаты текущей и следующей глав опубликованы в работе [58].

§ 2.1. Основные уравнения

Из общего описания, сделанного в главе 1, ясно, что в условиях радиационно-доминированных аккреционных колонок формируемая над магнитными полюсами структура имеет значительную оптическую толщину по томсоновскому рассеянию, а давление излучения гораздо выше газового. Это позволяет считать, что диффузионное приближение применимо для описания переноса излучения (по крайней мере, в обыкновенной поляризационной моде, где это приближение хорошо работает во всем частотном диапазоне), а тензор давления изотропен. Во всех используемых ниже системах отсчета нейтронная звезда

покоится. Поток излучения в рассматриваемой ситуации можно записать следующим образом (см., например, [30]):

$$\mathbf{F} = -D\nabla u + \frac{4}{3}u\mathbf{v}, \quad (75)$$

где u по-прежнему обозначает интегральную плотность энергии излучения, $\mathbf{v}$ — скорость вещества, D — коэффициент диффузии. В уравнении Эйлера

$$n_e m_p (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{3} \nabla u \quad (76)$$

гравитацией пренебрегаем [30, 34]. Рассматриваемая физическая ситуация, соответствующая условию $P_g/P_r \ll 1$, где P_g — давление газа, позволяет в (76) положить $P = P_r = u/3$ и не интересоваться далее уравнениями состояния для электронной и ионной компонент плазмы.

Не рассматривая аккрецию с очень высокими темпами $\sim 10^{18}$ г с $^{-1}$, будем считать магнитное поле постоянным в расчетных областях. Вектор скорости является коллинеарным вектору магнитной индукции в силу замороженности вещества в магнитное поле. Стационарное уравнение неразрывности повторно запишем в виде

$$n_e m_p v = S, \quad (77)$$

где $v = |\mathbf{v}|$ и величина S определяется формулой (39). Интегрирование (76) с учетом (77) дает [30]

$$u = 3S(v_0 - v), \quad (78)$$

где v_0 — значение скорости вещества вдали от поверхности звезды, в области, где можно положить $u = 0$.

Уравнение для интегральной плотности энергии излучения [44] в стационарном случае имеет вид

$$\nabla \cdot (D\nabla u) - \mathbf{v} \cdot \nabla u - \frac{4}{3}u \nabla \cdot \mathbf{v} + \frac{u \sigma_T n_e}{m_e c} (4k_B T_e - \langle \epsilon \rangle) = 0, \quad (79)$$

где сечение рассеяния предполагается равным томсоновскому значению и среднее значение $\langle \epsilon \rangle$ энергии фотонов выражается через усредненные по углам чис-

ла заполнения в фазовом пространстве фотонов n посредством равенства

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{\int \epsilon^4 n d\epsilon}{\int \epsilon^3 n d\epsilon}. \quad (80)$$

В приближении локального комптоновского равновесия электронная температура определяется выражением [95]

$$T_e = \frac{1}{4k_B} \frac{\int \epsilon^4 n d\epsilon}{\int \epsilon^3 n d\epsilon} \quad (81)$$

(индуцированными процессами пренебрегаем). После подстановки температуры (81) в (79) последнее слагаемое в левой части (79) оказывается равным нулю. Получаем стационарное уравнение для полной плотности энергии излучения:

$$\nabla \cdot (D \nabla u) - \frac{4}{3} u \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathbf{v} \cdot \nabla u = 0. \quad (82)$$

Из (82) следует, что

$$\nabla \cdot \left(-D \nabla u + \frac{4}{3} u \mathbf{v} \right) = \frac{1}{3} \mathbf{v} \cdot \nabla u = -n_e m_p \mathbf{v} \cdot \nabla \left(\frac{v^2}{2} \right), \quad (83)$$

или

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{S}{2} \frac{\partial v^2}{\partial z}. \quad (84)$$

На решении (84) с учетом уравнений Эйлера и неразрывности основаны предыдущие двумерные расчеты (см. [30, 40, 38]). Обозначенная связь между уравнениями играет важную роль для построения решений, приведенных в главе 3. Рассмотрим сначала модели, основанные на решении системы уравнений, которая включает уравнение энергии (84).

§ 2.2. Геометрия излучающих областей

Трёхмерный расчёт уместно провести в декартовых координатах. Введем их таким образом, чтобы вертикальная ось z имела противоположное направление по отношению к скорости потока. Пусть идеализированная поверхность нейтронной звезды, которая внутри расчетных областей приближается плоскостью, пересекает колонку под некоторым углом. Обозначим посредством α

угол между поверхностью нейтронной звезды и плоскостью xy , зависимость от значения которого будет исследована в настоящей работе. Пусть поверхность звезды пересекает ось z при $z > 0$.

Ниже рассматриваются два случая.

1) *Заполненная цилиндрическая колонка радиуса r_0* . Рассмотрим усеченный цилиндр с площадью поперечного сечения $A = \pi r_0^2$. Ось цилиндра пусть лежит на оси z , а прямая, образованная пересечением плоскости xy и поверхности нейтронной звезды, пусть будет касательной к боковой поверхности цилиндра; положим в точке касания $x = r_0$, $y = 0$ и $z = 0$.

2) *Незамкнутая полая колонка*. На основе описаний возможной геометрии задачи (см., например, [34, 96, 37, 38, 62]) произведено численное моделирование колонки, соответствующее и другой ситуации. Случай, когда сечение колонки похоже на незамкнутый венец, реализован путем рассмотрения двух цилиндров с осями, параллельными оси z . Именно, пусть ось цилиндра радиуса r_0 лежит на оси z , а ось цилиндра радиуса $r_0 + br_0$ пересекает плоскость xy в точке $x = s$, $y = 0$, причем $br_0 < s < (2 + b)r_0$. Тогда направляющие цилиндров, лежащие в одной и той же плоскости, пересекаются в двух точках с одинаковой абсциссой x^* . Рассмотрим дуги окружностей, лежащие по одну сторону от общей хорды в случае $x^* < 0$. Для определенности выберем две наиболее длинных дуги и рассмотрим фигуру, заключенную между ними. Таким образом, боковые стенки колонки будут определяться образующими цилиндров, пересекающих эти дуги, а уравнение неразрывности (77) будет включать площадь A указанной фигуры. Эта площадь вычисляется элементарно как разность площадей двух круговых сегментов: $A = A_2 - A_1$, где $A_1 = \frac{r_0^2}{2}(\psi_1 - \sin \psi_1)$, $A_2 = \frac{(r_0 + br_0)^2}{2}(\psi_2 - \sin \psi_2)$, причем $\psi_1 = 2 \arccos \left(\frac{x^*}{r_0} \right)$, $\psi_2 = 2 \arccos \left(\frac{x^* - s}{r_0 + br_0} \right)$. Прямая, образованная пересечением плоскости xy и поверхности нейтронной звезды, пусть будет касательной к боковой поверхности колонки в точке $x = r_0 + br_0$, $y = 0$, $z = 0$.

Осуществление моделирования возможно и в случае замкнутой полой колонки (когда $|s| \leq br_0$ и $A = (2 + b)b\pi r_0^2$). Ситуация, соответствующая $s = 0$ и $\alpha = 0$, отвечает аксиально-симметричной задаче, рассмотренной численно в работе [38].

Рассмотрение так называемой геометрии «спагетти» [96] сводится к задаче о распределении аккреционного потока по нескольким заполненным или незамкнутым полым колонкам. Численное моделирование таких структур может

производится посредством описанных в настоящей работе методов, если только поток плазмы в рассматриваемых каналах является радиационно-доминированным.

§ 2.3. Методы численного моделирования

Решение системы уравнений (75), (78) и (84) сводится к решению одного уравнения в частных производных эллиптического типа. Переход к безразмерным переменным осуществим посредством замен

$$\tilde{x} = \frac{\sigma_T n_e v}{c} x, \quad \tilde{y} = \frac{\sigma_T n_e v}{c} y, \quad \tilde{z} = \frac{\sigma_T n_e v}{c} z, \quad Q = \frac{v^2}{v_0^2}, \quad (85)$$

где в качестве v_0 выбирается скорость потока на верхней границе. Полагаем, что

$$v_0 = \sqrt{\frac{2GM_{ns}}{R_{ns} + z_0}}. \quad (86)$$

Вопрос о конкретной форме коэффициента диффузии не рассматривался выше. Его определение связано с методом описания рассеяния в сильных магнитных полях, примененного в работах [40, 35, 48]. Такая модификация серого приближения направлена на эффективный учет угловой и частотной зависимостей сечений рассеяния для обыкновенной и необыкновенной поляризационных мод.

Построить это приближение можно, например, путем анализа частотной зависимости нерелятивистских сечений рассеяния, выведенных в [7], рассмотрев два узких диапазона угла θ между начальным направлением волнового вектора и вектором магнитной индукции. Пусть справедливо неравенство $\epsilon \gtrsim h\nu_p$. При θ , близких к 0, сечения есть [7, 97]

$$\sigma_j \simeq \sigma_T \left(\frac{\epsilon^2}{(\epsilon + (-1)^j \epsilon_g)^2} + \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right), \quad (87)$$

где $j = 1$ для необыкновенной моды и $j = 2$ для обыкновенной моды. При θ , близких к $\pi/2$,

$$\sigma_1 \simeq \sigma_T \left(\frac{\epsilon^2}{(\epsilon - \epsilon_g)^2} + \cos^2 \theta \right), \quad \sigma_2 \simeq \sigma_T \sin^2 \theta. \quad (88)$$

Из этих выражений видно, что, в то время как при $\epsilon \ll \epsilon_g$ $\sigma_1 \simeq \sigma_T(\epsilon/\epsilon_g)^2$ в обоих направлениях, $\sigma_2 \simeq \sigma_T$ в перпендикулярном направлении; при $\epsilon \gg \epsilon_g$ $\sigma_j = \sigma_T$, $j = 1, 2$. Очевидно, рассеянию свойственна существенная анизотропия, учет которой теперь можно свести к разумной параметризации величины отношения $(\epsilon^*/\epsilon_g)^2$, где средняя энергия $\epsilon^* < \epsilon_g$. Таким образом, главные компоненты тензора диффузии, описывающие распространению фотонов поперек и вдоль магнитных силовых линий, равны

$$D^\perp = \frac{c}{3\sigma_T n_e} \quad (89)$$

и

$$D^\parallel = \left(\frac{\epsilon_g}{\epsilon^*}\right)^2 D^\perp \quad (90)$$

соответственно. В расчетах, описываемых в текущей работе, полагаем $(\epsilon_g/\epsilon^*)^2 = 10$, исключение составляют два случая, описываемых в следующей главе.

Несмотря на огромные значения сечений рассеяния на циклотронной частоте, эффекты частотного перераспределения, как показано в [73], приводят к тому, что сила радиационного давления значительно отличается от случая немагнитной атмосферы лишь в приповерхностных слоях (в упомянутой работе изучалась одномерная замагниченная атмосфера). Можно предполагать, следовательно, что фотоны на частотах линии не способны существенно влиять на динамику вещества.

Конкретная величина магнитного поля не входит явным образом в выражения для коэффициентов диффузии в текущем рассмотрении. Поэтому значения r_0 и $D^\parallel$ будут варьироваться независимо.

Из уравнений (75), (78) и (84) следует следующее уравнение, записывающееся в безразмерных переменных в виде

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial \tilde{y}^2} + \frac{D^\parallel}{D^\perp} \frac{\partial^2 Q}{\partial \tilde{z}^2} - \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} (8\sqrt{Q} - 7Q) = 0. \quad (91)$$

Численное решение (91) строится на основе счета на установление (см., например, [98]). Разностная схема — явная. Используется прямоугольная равномерная сетка. Вторые производные аппроксимируются центральными трехточечными шаблонами (с точностью $O(h^2)$), где h — шаг сетки. Первые производ-

ные аппроксимируются центральными разностями с той же точностью. Коды написаны на языке С. Проведение основных расчетов, описывающихся в текущей и следующей главе, основано на использовании процессора Intel Core i9-9900KF.

Поскольку основная доля энергии потока переходит в энергию излучения в ударной волне, положим вблизи поверхности нейтронной звезды $Q = 0$. Эта поверхность, таким образом, предполагается непроницаемой для вещества. При численных расчетах плотность энергии излучения на нижней границе выбиралась на 1–3% меньшей максимального значения $3Sv_0$. На верхней границе $Q = 1$. С боковой границы излучение свободно выходит в окружающее пространство, поэтому можно использовать в зависимости от требуемой точности условие

$$Q = 1 \quad (92)$$

или условие на нормальную к поверхностям колонки компоненту потока излучения вида

$$F_n = \kappa c u \quad (93)$$

где $\kappa = \text{const} \sim 1$ и $F_n = -D \frac{\partial u}{\partial n}$, причем $\frac{\partial u}{\partial n}$ есть производная u по направлению $\mathbf{n}$ внешней нормали к боковой поверхности. Условие (92) используется в модели полой колонки, а условие (93), при $\kappa = 2/3$ (и при $D = D^\perp$), — в модели заполненной. Граничное условие (93) реализуется численно на основе использования трехточечных левых или правых (в зависимости от координатной четверти) шаблонов, аппроксимирующих первые производные.

§ 2.4. Результаты

Трехмерные структуры радиационно-доминированных колонок, полученные в результате решения уравнения (91), показаны на рис. 9 и рис. 10. Набор поверхностей равных значений величины Q , рассчитанных в рамках модели заполненной колонки, построен на рис. 9. В конкретном расчете используются следующие значения параметров: $\dot{M}_{17} = \dot{M}/(10^{17} \text{ г с}^{-1}) = 1$, $\alpha = 30^\circ$, $r_0 = 5 \cdot 10^4 \text{ см}$.

На рис. 10 в виде поверхностей равных Q для тех же значений параметров показаны результаты, соответствующие модели незамкнутой полой колонки, причем $b = 0.1$, $s = 0.15r_0$.

На рис. 11 приводятся двумерные срезы структуры колонки в плоскости xz , наглядно демонстрирующие степень асимметрии решений, а на рис. 12 — соответствующие распределения абсолютного значения компоненты $\tilde{F}_x = \frac{\partial Q}{\partial \tilde{x}}$ безразмерного потока излучения (в единицах $Sv_0^2/2$) вдоль боковых границ колонки в плоскости xz . На рисунках посредством z_{ns} обозначена вертикальная координата поверхности нейтронной звезды при текущих x и y . При фиксированных $\dot{M}$ и A решение для Q не зависит от v_0 в случае, когда на границе задано условие первого рода (92) (вследствие чего поток удобно записывать в единицах $Sv_0^2/2$). Поскольку $D^\perp \propto v_0\sqrt{Q}$, постановка граничных условий второго рода приводит к зависимости от v_0 . Изменения v_0 в разумных пределах приводят к незначительным изменениям высоты ударной волны вблизи границы колонки.

Величины

$$f(\alpha) = \frac{\int |F_x(-r_0, 0, z, \alpha)| dz}{\int F_x(r_0, 0, z, \alpha) dz} \quad (94)$$

и

$$f'(\alpha) = \frac{\int |F_x(r_0, 0, z, \alpha)| dz}{\int F_x(r_0 + br_0, 0, z, \alpha) dz} \quad (95)$$

в случаях соответственно заполненной и полой незамкнутой геометрии могут рассматриваться как меры азимутальной анизотропии излучения колонки, зависящие от значения угла α при фиксированном темпе аккреции и прочих равных условиях.

Полученные в настоящих расчетах частные значения таковы: $f(15^\circ) \simeq 0.81$, $f(30^\circ) \simeq 0.59$, $f'(15^\circ) \simeq 0.76$ и $f'(30^\circ) \simeq 0.60$. В случае граничного условия (92) поток выходящего излучения вычисляется на внутренних узлах сетки, близких к граничным (без вовлечения последних). Это позволяет избежать чрезмерных искажений вблизи основания колонки: в непосредственной окрестности границы плотность энергии излучения ведет себя качественно так же, как это было бы в случае задания условия на поток.

Можно определить аналогичные величины через интегральное излучение границ колонки. Пусть Γ_1 и Γ_2 — участки боковой поверхности заполненной колонки, разделенные плоскостью yz и, таким образом, лежащие в полупространствах $x < 0$ и $x > 0$ соответственно. Кроме того, обозначим через Σ_1 поверхность внутренней (соответствующей радиусу r_0) границы полой колонки и через Σ_2 — поверхность внешней. Отношение светимостей указанных поверх-

ностей обозначим посредством

$$\ell(\alpha) = \frac{\iint_{\Gamma_1} F_n(x, y, z, \alpha) d\Gamma_1}{\iint_{\Gamma_2} F_n(x, y, z, \alpha) d\Gamma_2} \quad (96)$$

и

$$\ell'(\alpha) = \frac{\iint_{\Sigma_1} F_n(x, y, z, \alpha) d\Sigma_1}{\iint_{\Sigma_2} F_n(x, y, z, \alpha) d\Sigma_2}. \quad (97)$$

Во всех расчетах (94)-(97) зависимость компоненты потока от угла α должна пониматься как зависимость от варьируемого параметра задачи.

Расчеты приводят к следующим значениям функций: $\ell(15^\circ) \simeq 0.92$, $\ell(30^\circ) \simeq 0.83$, $\ell'(15^\circ) \simeq 0.95$ и $\ell'(30^\circ) \simeq 0.87$. На рис. 13 и рис. 14 показаны двумерные распределения величины $\tilde{F}_n$ (нормировка прежняя) по поверхностям колонок. Угловая координата λ является азимутальным углом, отсчитываемым в плоскости xy . Участки поверхности с $\lambda > 115^\circ$ на рис. 14 не отображаются: излучение долго не задерживается в этих областях и не способно остановить течение на существенной высоте, поэтому газ свободно достигает поверхности, обуславливая практически нулевой поток излучения на боковой границе.

Решения иллюстрируют необходимость учета диффузии излучения поперек магнитного поля, сопровождаемой процессом адвекции в вертикальном направлении. Основной вклад в светимость вносят фотоны, покидающие колонку не далеко от поверхности звезды и формирующие веерную диаграмму направленности. Переход к трехмерному моделированию неизбежно сопровождается увеличением числа параметров, и выше явно были рассмотрены лишь несколько частных результатов. Они указывают на возможность применения двумерных распределений потока излучения по боковым поверхностям несимметричных структур для теоретического моделирования профилей импульсов излучения рентгеновских пульсаров. Последнее является задачей, заслуживающей отдельного рассмотрения. Для прямого сравнения с наблюдательными данными необходим расчет углового распределения выходящего излучения. Это излучение направлено преимущественно к поверхности нейтронной звезды [18, 99]. Вопросы о спектре выходящего излучения и пространственном распределении спектрального потока по границе колонки будут численно рассмотрены в сером приближении в следующей главе.

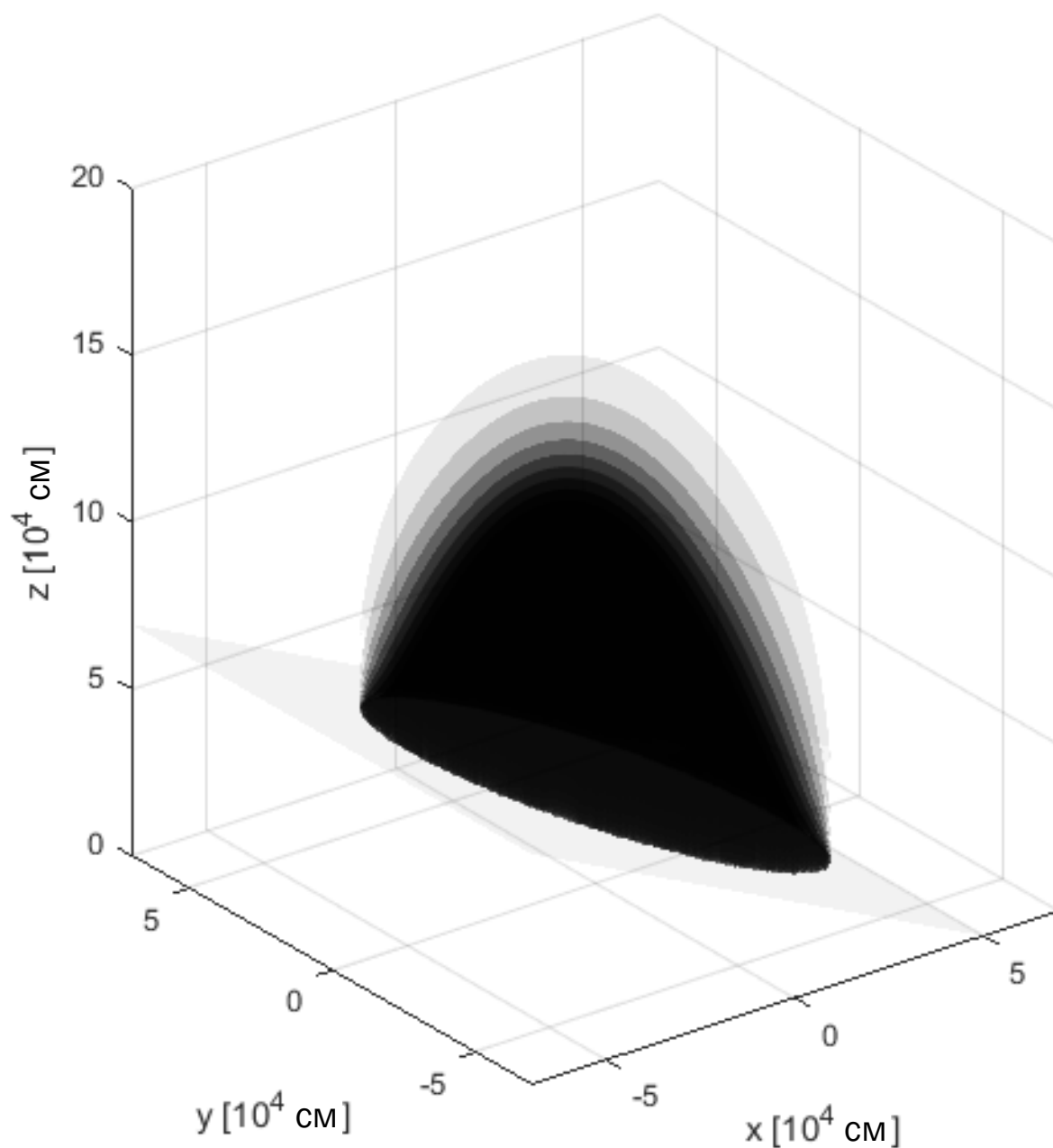


Рис. 9. Трехмерная структура заполненной радиационно-доминированной колонки. Показаны поверхности равных значений величины Q с интервалом 0.1 от 0.1 до 0.9 (снизу вверх) для случая $\alpha = 30^\circ$, значения остальных параметров указаны в основном тексте.

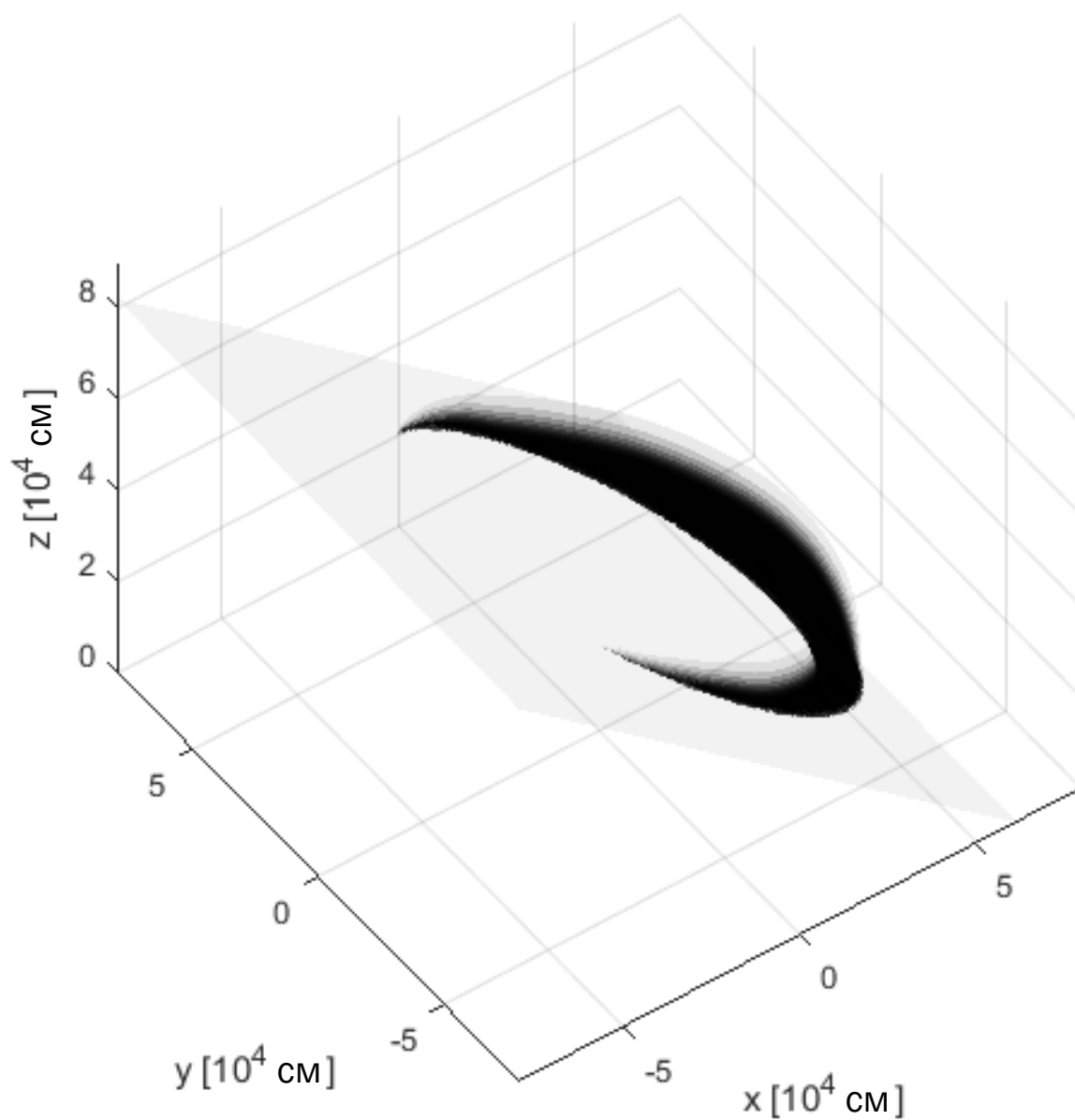
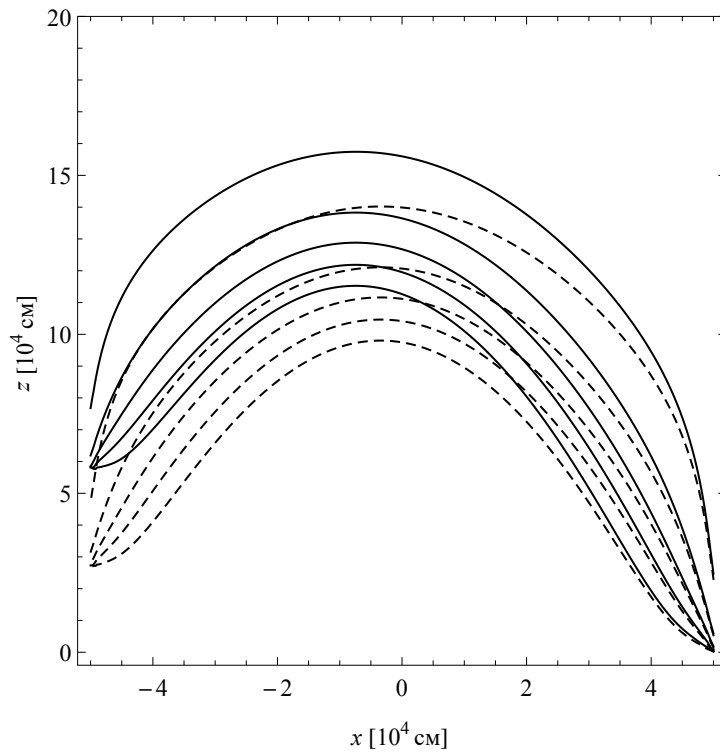
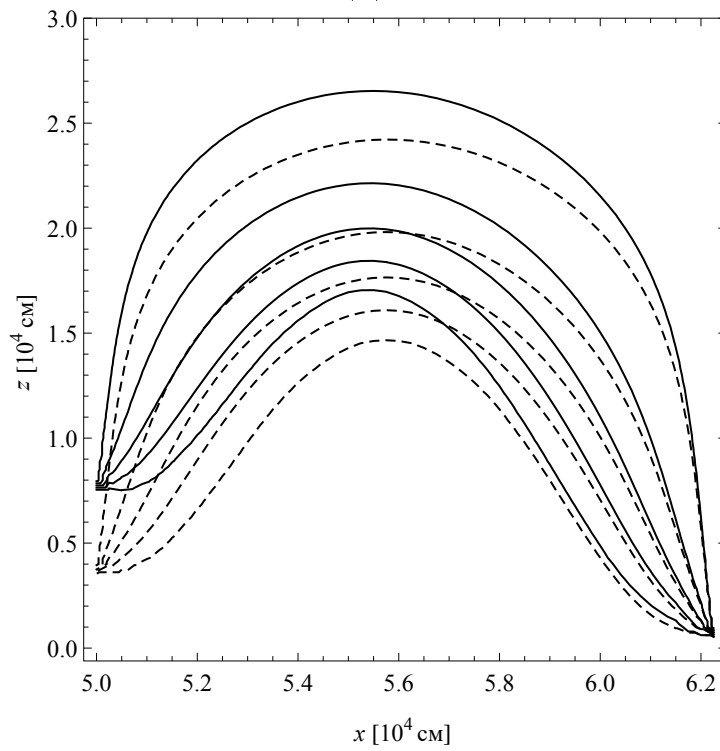


Рис. 10. Трехмерная структура незамкнутой полой радиационно-доминированной колонки. Показаны поверхности равных значений величины Q с интервалом 0.1 от 0.1 до 0.9 (снизу вверх) для случая $\alpha = 30^\circ$, значения остальных параметров указаны в основном тексте.



(а)



(б)

Рис. 11. Двумерные срезы трехмерных распределений величины Q в плоскости xz для случаев заполненной колонки (а) и незамкнутой полой (б). Линии равной величины Q показаны с интервалом 0.2 от 0.1 до 0.9 (снизу вверх) для случаев $\alpha = 15^\circ$ (штриховые линии) и $\alpha = 30^\circ$ (сплошные линии).

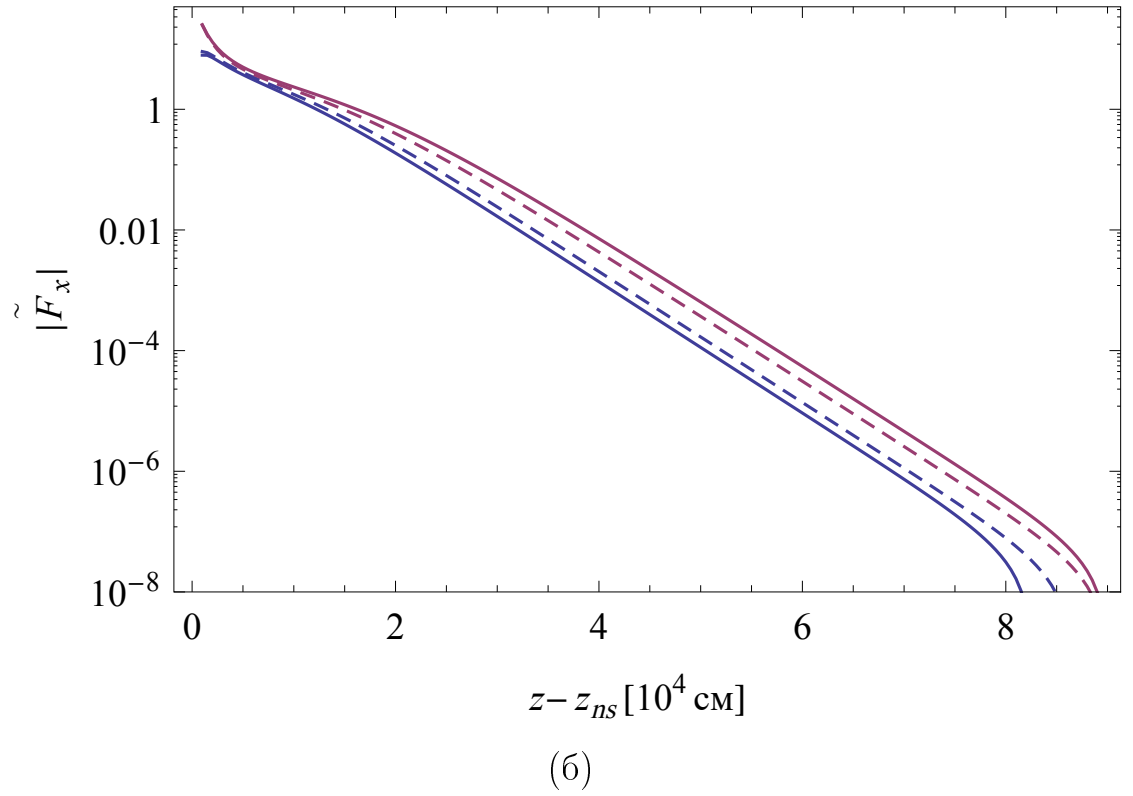
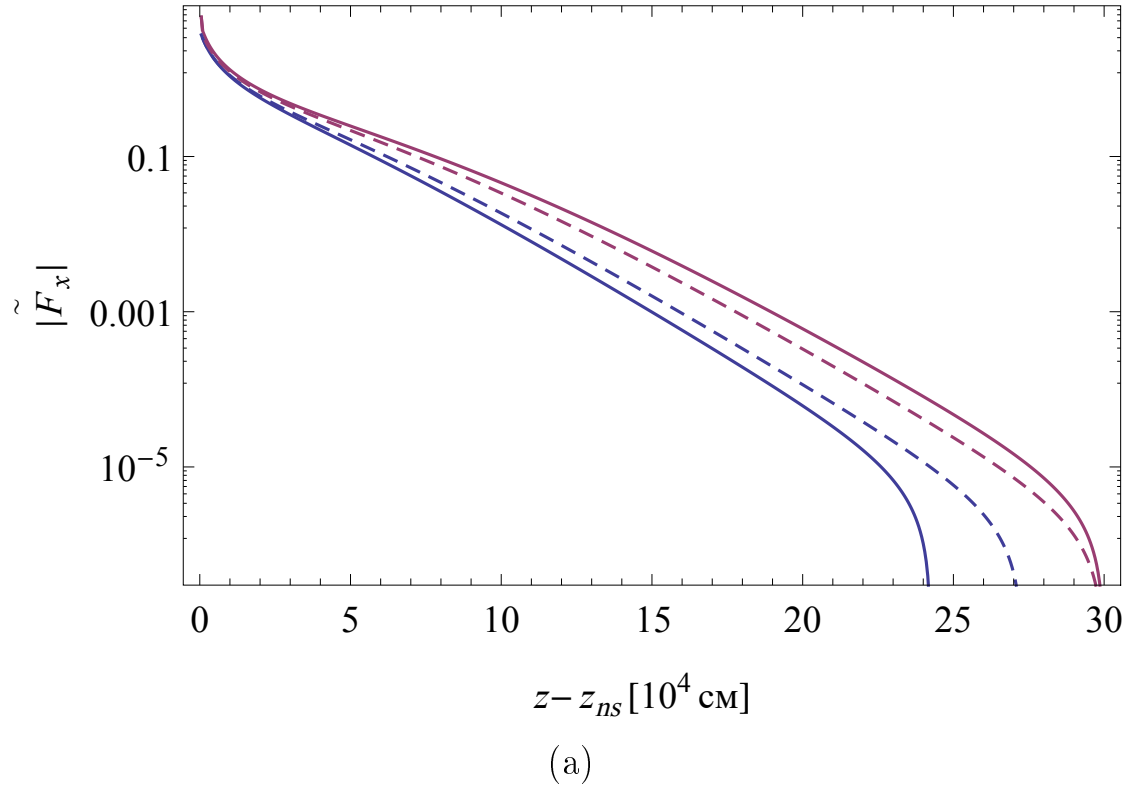


Рис. 12. Модуль компоненты $\tilde{F}_x$ потока излучения (75), рассчитанный на боковых границах в плоскости xz и построенный в зависимости от высоты $z - z_{ns}$: случай заполненной колонки (а) и незамкнутой полый (б). Показаны распределения при угле наклона $\alpha = 15^\circ$ (сплошные линии) и $\alpha = 30^\circ$ (штриховые линии).

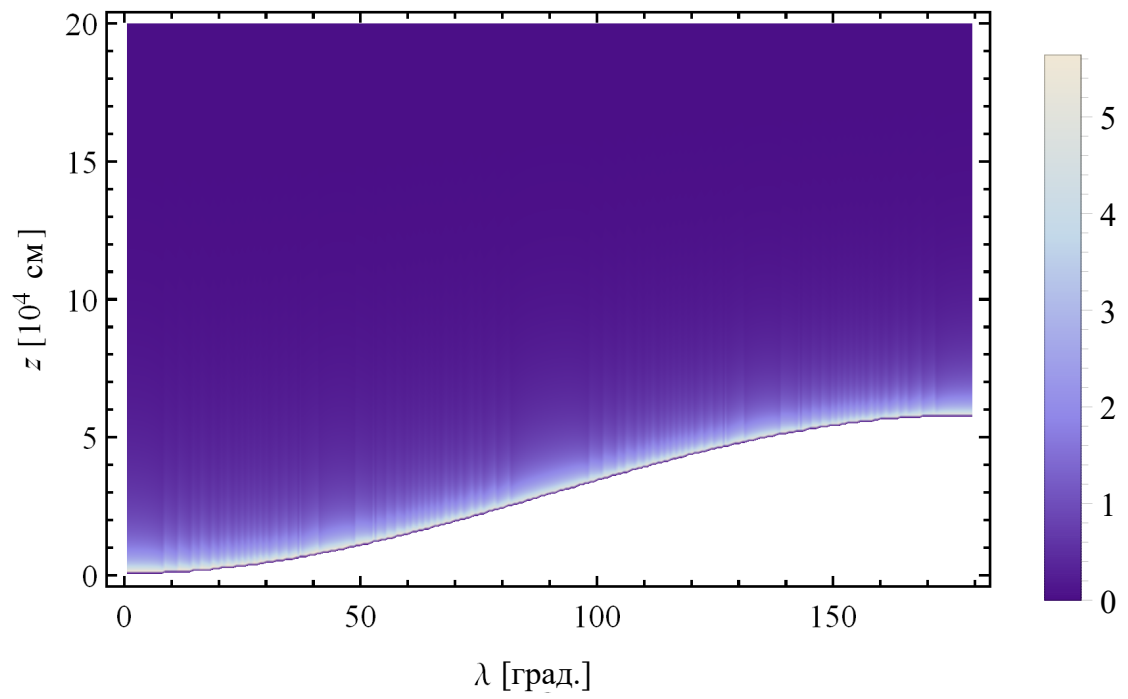


Рис. 13. Распределение $\tilde{F}_n$ по боковой границе заполненной колонки. Показан результат для $\alpha = 30^\circ$.

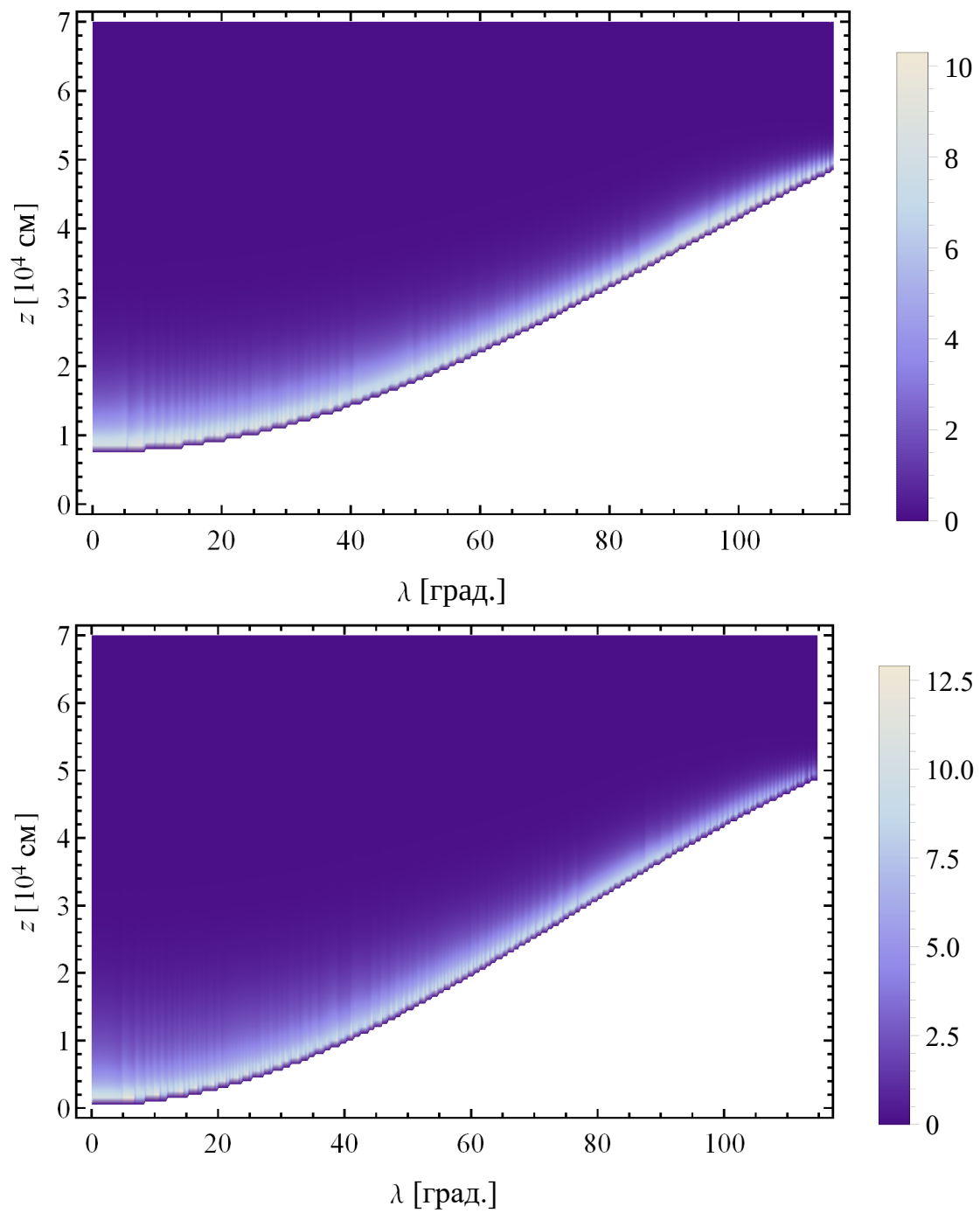


Рис. 14. Распределения $\tilde{F}_n$ по боковым границам незамкнутой полой колонки. Показаны результаты для $\alpha = 30^\circ$. Верхний из рисунков соответствует внутренней границе.

Глава 3. Самосогласованная модель аккреционной колонки с преобладанием давления излучения

Рассматриваемый в этой главе вид трехмерных задач связан с переходом к одновременному моделированию динамики вещества и переноса излучения. Процедура решения не включает интегральное по частотам уравнение энергии. Это можно легко заметить, сопоставив выводы предыдущей главы с описываемой ниже моделью, направленной на одновременный расчет структуры пространственно двумерных радиационно-доминированных колонок и спектров выходящего излучения. Таким образом, далее под самосогласованным решением будет пониматься набор функций, являющихся решением одной и той же системы уравнений и описывающих скорость потока плазмы, комптоновскую температуру и спектр излучения колонки.

По прежнему предполагается, что аккреционный поток удовлетворяет гидродинамическому приближению, а взаимодействие вещества и излучения происходит только за счет комптоновского рассеяния.

§ 3.1. Уравнения и граничные условия

Изменение средних чисел заполнения в диффузионном приближении описывается (в плазме без магнитного поля) уравнением [44, 45]

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (D \nabla n) + \nabla \cdot \mathbf{v} \frac{\epsilon}{3} \frac{\partial n}{\partial \epsilon} + \frac{n_e \sigma_T}{m_e c \epsilon^2} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[\epsilon^4 \left(n + k_B T_e \frac{\partial n}{\partial \epsilon} \right) \right] \\ - \mathbf{v} \cdot \nabla n = \frac{\partial n}{\partial t}, \end{aligned} \quad (98)$$

где t — время, причем из (98) нетрудно получить (79). Слагаемые описывают (слева направо) диффузию, динамическую комптонизацию, тепловую комптонизацию и адвекцию излучения. Тепловую комптонизацию в сильнозамагниченной плазме будем описывать посредством введения среднего значения сечения рассеяния, выражая это значение через сечения вдоль и поперек магнитного поля [35].

Рассмотрим аксиально-симметричную заполненную колонку в модели кру-

гового цилиндра. Введем цилиндрические координаты. Пусть ось цилиндра лежит на оси z , причем на поверхности звезды $z = 0$ (ось направлена вновь навстречу потоку). Будем решать в этих координатах систему, включающую уравнение (98), трехмерное в пространстве r, z, ϵ , вместо уравнения (84) для интегральной плотности энергии излучения. Таким образом, задача сводится к решению стационарной системы (76), (77), (81), (98) ($\partial n / \partial t = 0$), т. е. системы (78), (81), (98) в ситуации, когда гравитацией пренебрегается (настоящий случай).

Скорость, определяемая из (78), выражается через величину $u = \int u_\epsilon d\epsilon$, где $u_\epsilon = 8\pi\epsilon^3 n / (c^3 h^3)$. Выражение (81) есть следствие решения уравнения Фоккера-Планка для тепловых электронов, имеющих стационарную функцию распределения и взаимодействующих с неравновесным излучением (которое предполагается изотропным) [95].

На верхней границе, на высоте $z = z_0$, компонента скорости $v_z = -v$ определяется по-прежнему значением скорости свободного падения:

$$v_z(r, z_0) = -v_0. \quad (99)$$

Для наглядности уравнения далее будем записывать, используя величину v_z . Компоненты спектрального потока излучения записываются в виде:

$$F_{\epsilon, r} = -D^\perp \frac{\partial u_\epsilon}{\partial r}, \quad (100)$$

$$F_{\epsilon, z} = -D^\parallel \frac{\partial u_\epsilon}{\partial z} + v_z u_\epsilon - \frac{v_z \epsilon}{3} \frac{\partial u_\epsilon}{\partial \epsilon}. \quad (101)$$

Свободный выход фотонов из колонки приводит снова к условию

$$F_{\epsilon, r}(r_0, z) = \frac{2}{3} c u_\epsilon(r_0, z). \quad (102)$$

Поскольку решение уравнения (76) записано при условии $u(r, z_0) = 0$, то разумно положить

$$u_\epsilon(r, z_0) = 0. \quad (103)$$

Условие $-D^\parallel \frac{\partial u_\epsilon}{\partial z} = \frac{2}{3} c u$ также приемлемо и становится эквивалентным условию (103) вдалеке от ударной волны, где скорость выходит на постоянное значение. На центральной оси, очевидно, радиальная компонента потока излучения равна

нулю, поэтому

$$\frac{\partial u_\epsilon(0, z)}{\partial r} = 0. \quad (104)$$

Рассматривая нижнюю границу, можно записать приближенное условие $u(r, 0) = 3Sv(z_0)$, что означает $v(0) = 0$. Таким образом, разумно положить

$$a_r T_0^4 = u(r, 0), \quad (105)$$

где T_0 — температура на нижней границе. Предположим, что спектральная плотность энергии на этой границе характеризуется планковским распределением:

$$u_\epsilon(r, 0) = \frac{8\pi\epsilon^3}{c^3 h^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\epsilon}{k_B T_0}\right) - 1}, \quad (106)$$

где T_0 определяется из (105). На боковых границах рассматриваемого спектрального диапазона, $\epsilon_1 = 0.1$ кэВ и $\epsilon_2 = 500$ кэВ, предполагается отсутствие фотонов [46]:

$$u_\epsilon(\epsilon_1) = u_\epsilon(\epsilon_2) = 0. \quad (107)$$

§ 3.2. Методы численного моделирования

Основной итерационный алгоритм, реализующий численное решение системы уравнений (78), (81), (98) с учетом граничных условий (99), (102), (103), (104), (106), (107) строится на основе метода счета на установление. На каждом временном шаге электронная температура, скорость и спектральная плотность энергии излучения поочередно определяются выражениями (81), (78) и (98) соответственно. В качестве начального распределения используется чернотельный спектр с температурой 0.1 кэВ.

Для осуществления численного моделирования целесообразно перейти к новым переменным. Будем использовать логарифмический масштаб по шкале энергий, энергию фотона определим как $\epsilon = \epsilon_0 e^\xi$, где $\epsilon_0 = 1$ кэВ. Спектральная плотность энергии излучения $u_\epsilon = \frac{8\pi\epsilon^3}{c^3 h^3} n$ на единицу ξ равна

$$u_\xi = u_\epsilon \frac{d\epsilon}{d\xi} = \frac{8\pi\epsilon_0^4 e^{4\xi}}{c^3 h^3} n. \quad (108)$$

Далее удобно записывать уравнения для функции $\tilde{u}_\xi = e^{4\xi} n$. Безразмерные

переменные определим следующим образом

$$\begin{aligned} \tilde{r} &= \frac{r}{R_0}, \quad \tilde{z} = \frac{z}{R_0}, \quad R_0 = 10^4 \text{ см}; \\ \tilde{v}_z &= \frac{v_z}{v_0}; \quad \theta = \frac{k_B T_e}{\epsilon_0}; \quad \tilde{t} = \frac{t}{t_0}, \quad t_0 = \frac{\sigma_T \dot{M} R_0^2}{v_0 c m_p \pi r_0^2}. \end{aligned} \quad (109)$$

В терминах введенных выше величин и с учетом присутствия магнитного поля уравнение (98) запишется в виде

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \tilde{D}^\perp \frac{\partial \tilde{u}_\xi}{\partial \tilde{r}} \right) + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\tilde{D}^\parallel \frac{\partial \tilde{u}_\xi}{\partial \tilde{z}} \right) - \frac{v_0 t_0}{R_0} \tilde{v}_z \frac{\partial \tilde{u}_\xi}{\partial \tilde{z}} \\ & + \frac{t_0 f_0 \langle \tilde{\sigma} \rangle}{|\tilde{v}_z|} \theta \frac{\partial^2 \tilde{u}_\xi}{\partial \xi^2} + \left(\frac{1}{3} \frac{v_0 t_0}{R_0} \frac{\partial \tilde{v}_z}{\partial \tilde{z}} + \frac{t_0 f_0 \langle \tilde{\sigma} \rangle}{|\tilde{v}_z|} (e^\xi - 5\theta) \right) \frac{\partial \tilde{u}_\xi}{\partial \xi} \\ & + \left(\frac{t_0 f_0 \langle \tilde{\sigma} \rangle}{|\tilde{v}_z|} 4\theta - \frac{4}{3} \frac{v_0 t_0}{R_0} \frac{\partial \tilde{v}_z}{\partial \tilde{z}} \right) \tilde{u}_\xi = \frac{\partial \tilde{u}_\xi}{\partial \tilde{t}}. \end{aligned} \quad (110)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \tilde{D}^{\perp, \parallel} &= \frac{t_0}{R_0^2} D^{\perp, \parallel}, \quad \langle \tilde{\sigma} \rangle = \frac{\langle \sigma \rangle}{\sigma_T} = \sqrt{\frac{D^\perp}{D^\parallel}}, \\ f_0 &= \frac{\epsilon_0}{m_e c^2} f_1, \quad \text{где } f_1 = \frac{c \sigma_T \dot{M}}{v_0 m_p \pi r_0^2}, \end{aligned} \quad (111)$$

величины $D^\parallel$ и $D^\perp$ определяются тем же образом, что и в главе 2 (отношение $D^\parallel/D^\perp$ будет варьироваться). В расчетах величина $\langle \sigma \rangle$ определяется геометрическим средним коэффициентов диффузии вдоль и поперек магнитного поля.

Главной вычислительной задачей является решение на каждой итерации уравнения (110), которое может производиться с помощью различных разностных схем. В ходе работы в разное время были исследованы и использовались как явные схемы, так и неявная аддитивная локально-одномерная схема (ЛОС) [100, 101]. Применение каждой из них определяется главным образом имеющимися вычислительными ресурсами. Первые результаты (для единственного набора параметров задачи при темпе аккреции $\dot{M}_{17} = 1$) были получены с помощью неявной ЛОС. В отличие от несогласованной двумерной задачи переноса (1 пространственная координата+частота), решенной в [46] с помощью одной из разновидностей (неявной) схемы переменных направлений, трехмерная задача (2 пространственных координаты+частота) требует использования

несколько иных подходов ввиду неустойчивости трехмерного варианта указанной схемы. Выбранная в качестве альтернативы ЛОС оказывается в случае рассматриваемого уравнения устойчивой условно.

Возможность параллельных вычислений с достаточной скоростью расчета внутри одного потока делает уместным применение явной схемы. Приведенные результаты получены на прямоугольных, равномерных в безразмерных переменных сетках с использованием явных схем, которые включают конечно-разностные операторы, аппроксимирующие входящие в уравнение (110) слагаемые. Программа написана на языке С.

Аппроксимация пространственных диффузионных членов может производиться с использованием различных шаблонных функционалов для вычисления коэффициента диффузии в промежуточных узлах [102]. В настоящей работе использовалось арифметическое среднее $\tilde{D}_{i\pm 1/2}^{\perp, \parallel} = (\tilde{D}_i^{\perp, \parallel} + \tilde{D}_{i\pm 1}^{\perp, \parallel})/2$, i — номер узла сетки. Например, оператор пространственной диффузии вдоль оси z аппроксимируется посредством следующего конечно-разностного шаблона: $h^{-2}(\tilde{D}_{i+1/2}^{\perp, \parallel}(\tilde{u}_{\xi, i+1} - \tilde{u}_{\xi, i}) - \tilde{D}_{i-1/2}^{\perp, \parallel}(\tilde{u}_{\xi, i} - \tilde{u}_{\xi, i-1}))$.

Поскольку коэффициент диффузии не содержит разрывов, вариант с предварительным дифференцированием диффузионных членов и дальнейшей разностной аппроксимацией тоже допустим и приводит к идентичным результатам. В этом случае для аппроксимации вторых производных используются симметричные трехточечные шаблоны, а первые производные в членах $\left(\frac{\tilde{D}^{\perp}}{\tilde{r}} + \frac{\partial \tilde{D}^{\perp}}{\partial \tilde{r}}\right) \frac{\partial \tilde{u}_{\xi}}{\partial \tilde{r}}$ и $\frac{\partial \tilde{D}^{\parallel}}{\partial \tilde{z}} \frac{\partial \tilde{u}_{\xi}}{\partial \tilde{z}}$ аппроксимируются центральными разностями со вторым порядком точности.

Вторая производная по ξ аппроксимируется центральным трехточечным шаблоном. Члены, содержащие первые производные по ξ , аппроксимируются по общим правилам, гарантирующим условную устойчивость схемы. Отсутствие неустойчивостей контролируется в ходе расчета в каждом узле сетки.

§ 3.3. Результаты

Рассчитанные профили структуры колонки в терминах величины Q показаны на рис. 15 а–в для $\dot{M}_{17} = 1$ и на рис. 16 а–в для $\dot{M}_{17} = 2$. Вместе с двумерными профилями скорости вещества расчеты приводят к двумерным распределениям комптоновской температуры (81), показанным на рис. 15 г–е и рис. 16 г–е,

и к спектрам выходящего излучения, отображенным на рис. 17, где спектральная светимость

$$L_\epsilon = 2\pi r_0 \int F_{\epsilon, r}(r_0, z) dz \quad (112)$$

построена для различных значений параметров задачи.

Настоящие решения для скорости потока находятся в очень хорошем согласии с двумерными решениями системы уравнений, включающей интегральное по частоте уравнение энергии (84) (ср., например, с результатами [38], где, однако, использовалось модифицированное диффузионное приближение).

Каждый из рисунков демонстрирует изменения в структуре фронта ударной волны, соответствующие случаю фиксированного $D^\parallel$ при варьирующимся r_0 (рис. 15 а, б и рис. 16 а, б) или ситуации, когда $D^\parallel$ варьируется при фиксированном радиусе (рис. 15 б, в и рис. 16 б, в).

Обозначим для удобства каждый набор параметров номером. При темпе аккреции $\dot{M}_{17} = 1$: „1“ — $\tilde{r}_0 = 6$, $D^\parallel = 10D^\perp$; „2“ — $\tilde{r}_0 = 8$, $D^\parallel = 10D^\perp$; „3“ — $\tilde{r}_0 = 8$, $D^\parallel = 4D^\perp$. При темпе аккреции $\dot{M}_{17} = 2$: „4“ и „5“ — $D^\parallel = 10D^\perp$, „6“ — $D^\parallel = 4D^\perp$; радиус колонки связан с темпом аккреции в каждом случае равенством

$$\tilde{r}_0 = \tilde{r}_0|_{\dot{M}_{17}=1} \dot{M}_{17}^{1/7}. \quad (113)$$

Температура (81) близка к электронной, устанавливающейся вблизи ударной волны в основном за счет комптоновского взаимодействия с излучением за время [95]

$$t_C \sim \frac{m_e c}{\sigma_{Ti}}. \quad (114)$$

При каждом r , исключая внешние слои (для которых r не сильно отличается от r_0), температура имеет минимум, находящийся под ударной волной, в зоне оседания. Это находится в количественном (и качественном) согласии с одномерными профилями, рассчитанными в работах [48, 49]. Распределения температуры зависят от конкретного профиля скорости, T_e заметно меняется в радиальном направлении для каждого фиксированного z (пока z не превосходит значительно высоту ударной волны). Чернотельное значение температуры, соответствующее нижней границе (не зависящее от r), не показывается на рисунках.

В области, занимаемой ударной волной, характерное время (114) значительно (на несколько порядков) меньше, чем время диффузии фотонов к границе ко-

лонки и время обмена энергией за счет свободно-свободных процессов (последняя модель не учитывает). Таким образом, локальное комптоновское равновесие является здесь хорошим приближением. В области, внешней по отношению к ударной волне, вследствие уменьшения полной плотности энергии излучения время t_C начинает расти с увеличением Q и становится сравнимым с упомянутыми масштабами. Таким образом, в этой области электронная температура не достигает значений, задаваемых уравнением (81). Однако число рассеяний, которые испытывают здесь фотоны, мало в сравнении с количеством рассеяний в ударной волне, где средняя длина свободного пробега очень коротка. Поэтому можно считать, что завышение температуры в области над ударной волной не искажает существенно влияния тепловой комптонизации на формирование спектра.

Форма спектра выходящего излучения зависит от значений дивергенции скорости и температуры, достигаемых в ударной волне. В рассматриваемой модели температура и скорость в каждой точке не являются независимыми и принимают значения, необходимые для обеспечения нужного темпа выхода фотонов из колонки. Уширение ударной волны обуславливает рост характерного времени $(\nabla \cdot \mathbf{v})^{-1}$ динамической комптонизации (увеличения энергии фотонов за счет сжатия среды). При фиксированном темпе аккреции (и фиксированных $D^\perp$ и $D^\parallel$) указанные изменения есть следствия варьирования радиуса колонки.

Возрастание темпа аккреции до $\dot{M}_{17} = 2$ приводит к сужению ударной волны и, следовательно, к росту значения темпа $(\nabla \cdot \mathbf{v})$ комптонизации за счет сжатия среды. Электронная температура, достигаемая в ударной волне, незначительно падает с возрастанием $\dot{M}$ (ср., например, рис. 15 г и рис. 16 г). В расчетах „3“ и „6“ температура вблизи оси цилиндра практически не меняется.

Различие между спектрами при $\dot{M}_{17} = 1$ не очень значительно, максимумы приходятся на энергию $\epsilon \simeq 20$ кэВ. Спектры „4“ и „6“ характеризуются максимумами на $\epsilon \simeq 9.5 - 10$ кэВ. На высоких энергиях ($\epsilon \sim 10 - 50$ кэВ), перед экспоненциальным завалом, эти спектры напоминают верхние, степенные решения, изображенные на рис. 1 в работе [45]. Спектр „5“ имеет максимум на $\epsilon \simeq 15$ кэВ.

Качественное согласие наблюдается и по отношению к пространственно одномерным численным решениям, полученным в работе [46] для феноменологических, степенных профилей скорости вида $v \propto z^\eta$, где индекс η — один из

параметров задачи. Уменьшение η приводит к увеличению жесткости хвоста спектра при прочих фиксированных параметрах, в том числе при фиксированных оптической глубине и электронной температуре. Эти результаты были развиты в работе [47], где дополнительные члены учтены в пространственно одномерном уравнении, учитывающем приближенно свободно-свободные процессы и включающем источники фотонов, распределенные внутри объема колонки. В силу соотношения между характерными для процессов временными масштабами в текущем исследовании свободно-свободные процессы не учитываются. Кроме того, заметим, что основная часть затравочных фотонов рождается под нижней границей колонки, в среде, где свободно-свободные процессы имеют принципиальное значение (см. § 1.1). Настоящее решение подразумевает, что практически вся кинетическая энергия потока вещества преобразуется в энергию излучения в ударной волне за счет комптоновского механизма.

Форму рассчитанных спектров удобно охарактеризовать рентгеновской жесткостью континуума в различных энергетических диапазонах (рентгеновскими цветами) [103]

$$SC_1 = \frac{L_{7-10 \text{ кэВ}}}{L_{4-7 \text{ кэВ}}}, \quad SC_2 = \frac{L_{5-12 \text{ кэВ}}}{L_{1-3 \text{ кэВ}}}, \quad HC = \frac{L_{15-30 \text{ кэВ}}}{L_{10-15 \text{ кэВ}}}. \quad (115)$$

В таблице 2 приводятся рассчитанные значения, которые показывают, что изменения параметров модели (включая темп аккреции) могут привести к вариациям жесткости спектра прямого излучения колонки. При фиксированном $D^{\parallel}$ спектр становится мягче с возрастанием темпа аккреции. Радиальная компонента спектрального потока излучения, рассчитанная вдоль боковой границы, построена на рис. 18 для темпа аккреции $\dot{M}_{17} = 1$ и $\dot{M}_{17} = 2$, для случаев „1“ и „4“. Максимальное значение этой величины $\sim 10^{26} \text{ эрг с}^{-1} \text{ см}^{-2} \text{ кэВ}^{-1}$ характерно для всех расчетов „1“–„6“.

§ 3.4. Замечания

По сравнению с предыдущими исследованиями в предложенной модели со-держится переход к двумерному пространственному оператору диффузии, произведенный одновременно с расчетом профилей температуры и скорости. Интегральная плотность энергии излучения и скорость в рассмотренном варианте расчетов однозначно связаны посредством решения (77), использованного в [30].

Таблица 2. Рентгеновские цвета рассчитанных спектров.

Спектр (номер набора параметров модели)	SC ₁	SC ₂	HC
1	1.88	37.05	3.87
2	1.88	36.78	3.68
3	1.82	33.68	3.55
4	1.21	12.01	1.89
5	1.51	20.74	2.64
6	1.24	12.49	1.87

Таким образом, выше рассмотрен лишь основной вариант задачи. Дальнейшим направлением развития самосогласованных моделей представляется переход к расчетам переноса излучения с детальным учетом поляризации в магнитном поле. Очевидно, такие расчеты будут предусматривать, по крайней мере, частотную зависимость коэффициентов диффузии (в частности, присутствие циклотронного резонанса), процессы перехода фотонов из одной моды в другую, свободно-свободные процессы (см. [48, 49] и предварительные замечания в [64]).

Двумерные модели позволяют проверить количественно ряд качественных соображений. Будем понимать под высотой ударной волны H_{rs} усредненную высоту над поверхностью нейтронной звезды, измеренную до некоторой точки фронта на центральной оси $z_1 < z < z_2$, где точки z_1 и z_2 — наименьшая и наибольшая высота зоны основного энергосвечения соответственно. Положим, например, $H_{rs} = (z_1 + z_2)/2$. С достаточной для нас точностью можно утверждать, что средняя высота колонки при фиксированном темпе аккреции оказывается не зависящей от ее радиуса r_0 , как это и следует из простых оценок времени диффузии излучения поперек аккреционного канала (см. § 1.3 и работы [37, 38]). Двумерный численный расчет, являясь более информативным, подтверждает это утверждение.

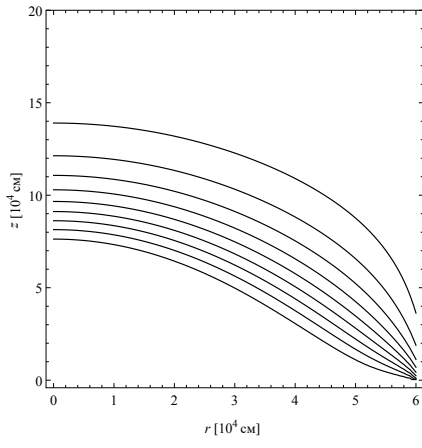
В случае аксиально-симметричного поперечного сечения колонки с внутренним радиусом r_0 высота зависит от отношения b толщины канала br_0 к значению r_0 , но также не зависит от конкретного значения r_0 . Действительно, в § 1.3 (см. также [37, 38]) после приравнивания времени диффузии излучения к времени оседания вещества под ударной волной (с высотой H_{rs}) было получено, что $H_{rs} \propto \dot{M}$ и $H_{rs} \propto b\dot{M}$ в случае заполненной и полой колонки соответственно.

В целях численной иллюстрации указанных закономерностей приведем несколько аксиально-симметричных профилей, полученных путем решения

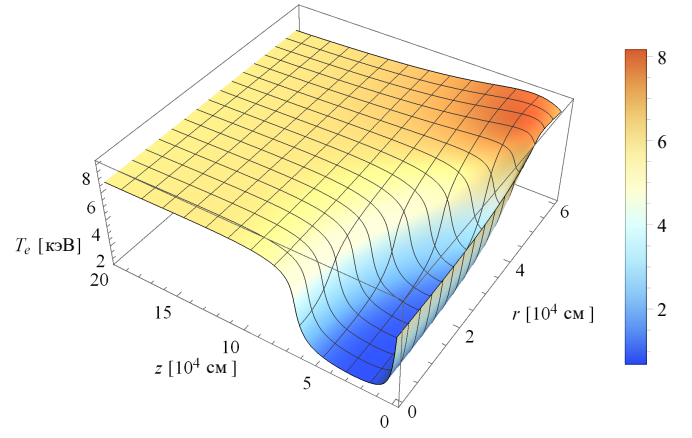
уравнения (91) в цилиндрических координатах (двумерный случай). Граничные условия согласуются с приведенными в главе 2, но на правых границах условие вида (93) на радиальную компоненту потока реализуется в рамках обеих моделей. На оси заполненной колонки $\partial u / \partial r = 0$. Рис. 19 показывает изменения в форме ударной волны для случаев заполненной (а) и полый (б) колонки.

Из рис. 19 следует, однако, что зависимость от r_0 имеет место также для ширины ударной волны (расстояния $z_2 - z_1$), величины, не рассматривающейся в описанных выше качественных рассуждениях. Ширина ударной волны растет с увеличением r_0 , при этом плотность потока вещества до ударной волны (при постоянной v_0) падает (см. также рис. 15 а, б и рис. 16 а, б). Во всех расчетах, проиллюстрированных рис. 19, предполагается, что $D^{\parallel} = 10D^{\perp}$. Значения $\dot{M}$ выбраны с целью явной иллюстрации обоих эффектов (что требует превосходства максимальной высоты над шириной волны и, в то же время, заметного изменения ширины при варьировании радиуса).

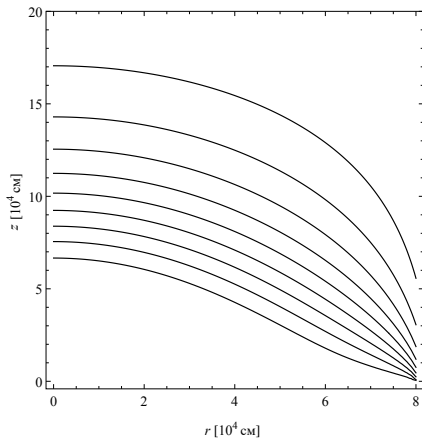
Поскольку радиус колонки зависит от величины магнитного поля, описанные свойства могут представлять интерес в рамках моделей, подразумевающих связь между вариациями энергии циклотронной линии с темпом аккреции и изменениями характерной высоты ударной волны.



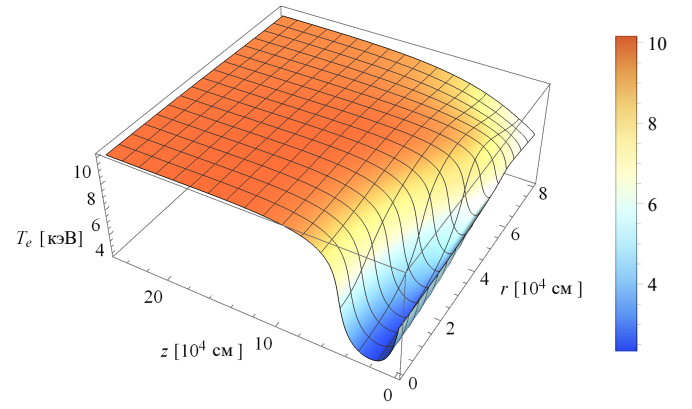
(а)



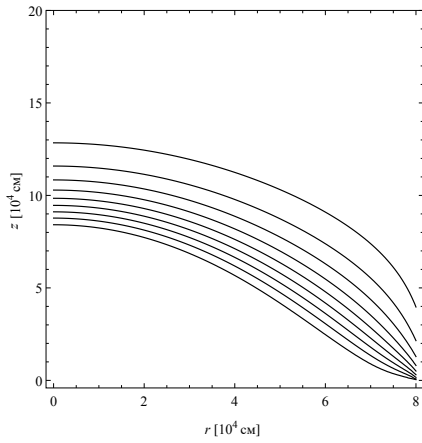
(г)



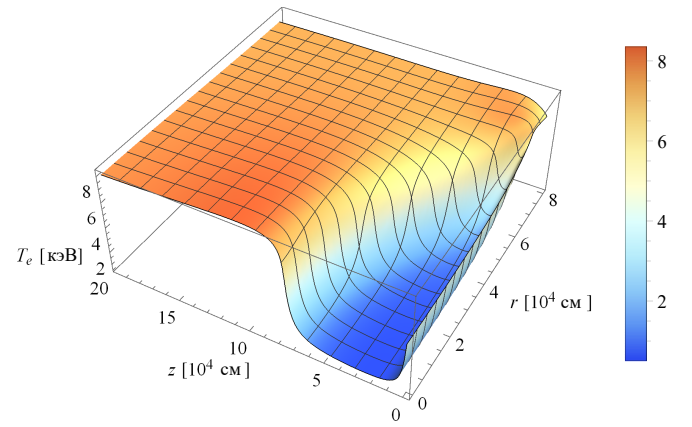
(б)



(д)

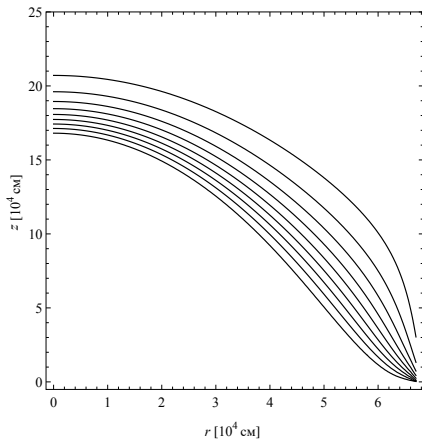


(в)

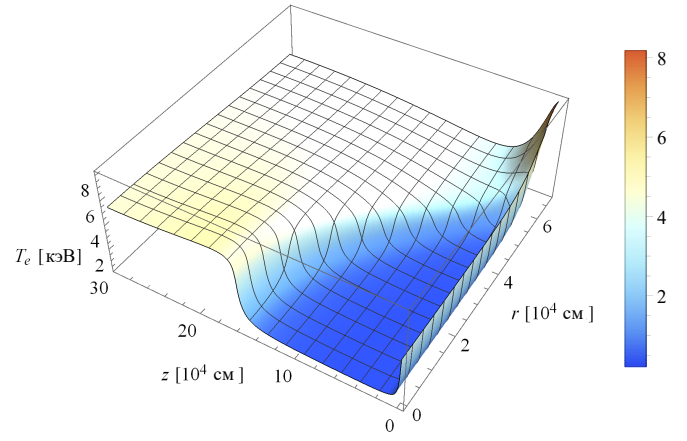


(е)

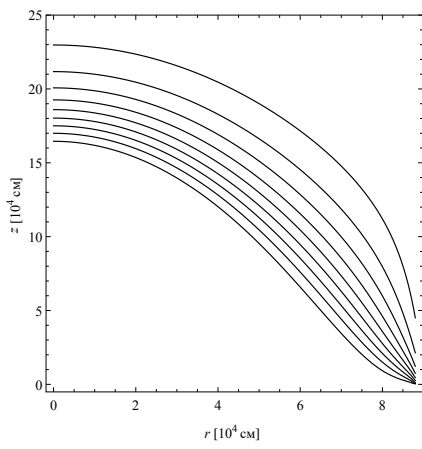
Рис. 15. Линии равных значений величины Q (от 0.1 до 0.9, снизу вверх с интервалом 0.1) и профили электронной температуры (81), полученные в результате самосогласованного моделирования для различных наборов параметров: „1“ (а, г), „2“ (б, д), „3“ (в, е).



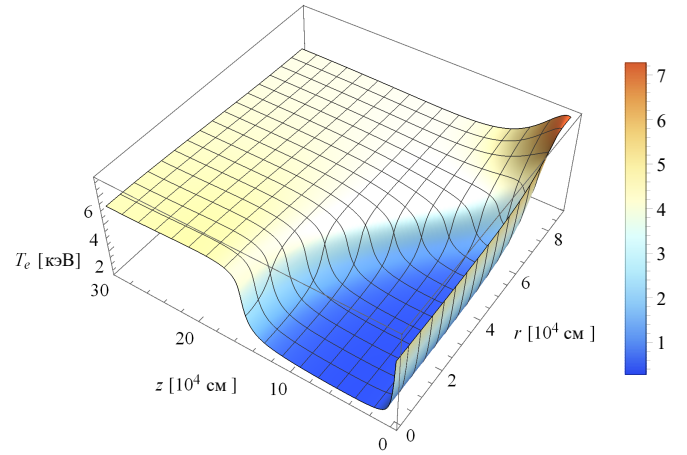
(а)



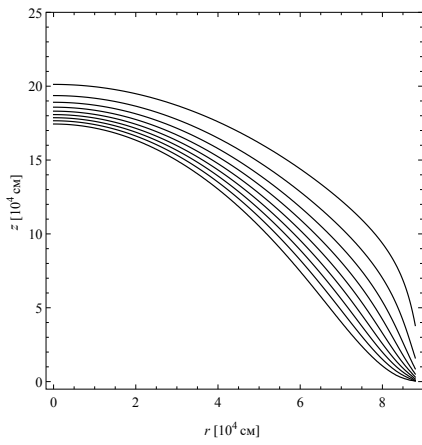
(Г)



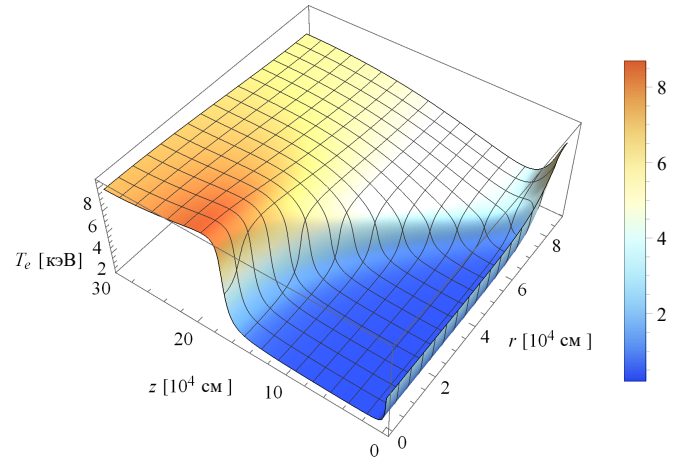
(б)



(Д)



(в)



(е)

Рис. 16. Линии равных значений величины Q (от 0.1 до 0.9, снизу вверх с интервалом 0.1) и профили электронной температуры (81), полученные в результате самосогласованного моделирования для различных наборов параметров: „4“ (а, Г), „5“ (б, Д), „6“ (в, е).

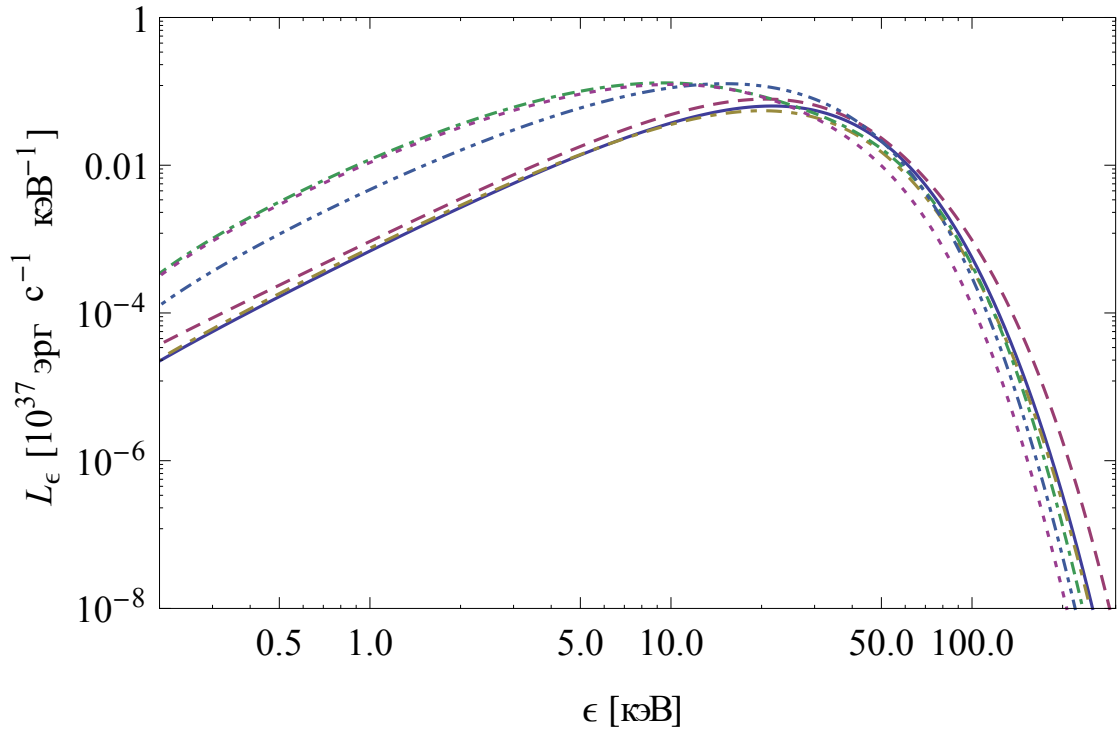
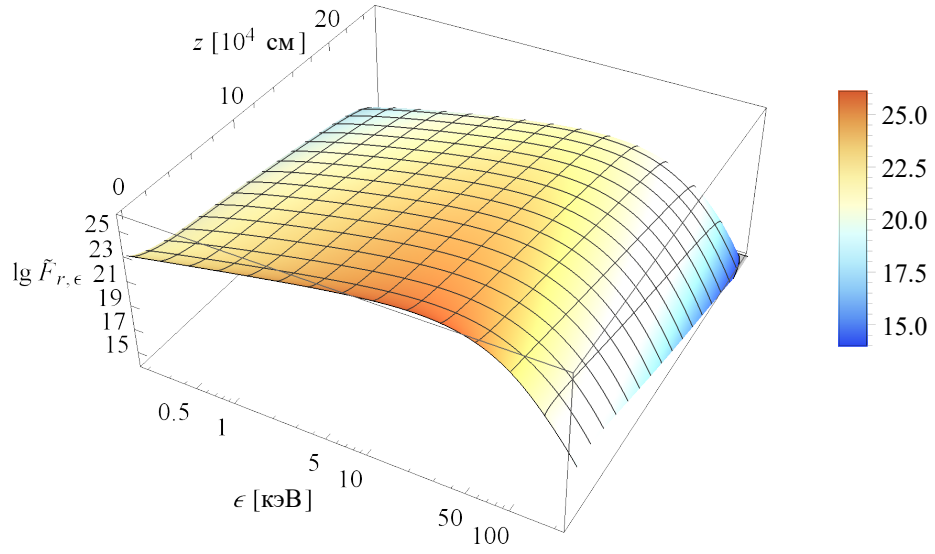
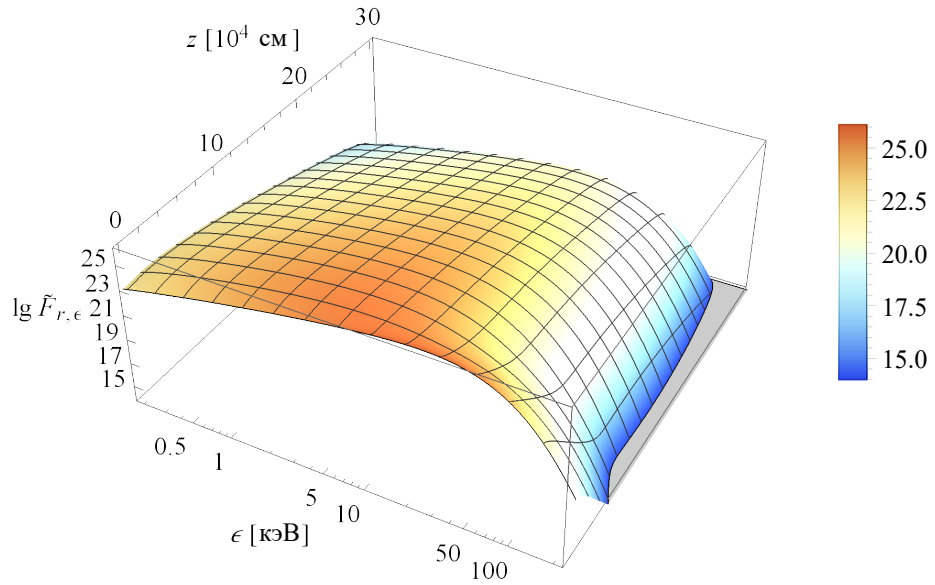


Рис. 17. Спектры излучения боковой поверхности колонок, полученные в результате самосогласованного моделирования для различных наборов параметров: „1“ (сплошная линия), „2“ (пунктир), „3“ (точка со штрихом), „4“ (точка с двумя штрихами), „5“ (две точки со штрихом), „6“ (точечная линия).



(a)



(б)

Рис. 18. Спектральный поток излучения, рассчитанный на боковой поверхности колонок. На рисунке в зависимости от высоты над поверхностью нейтронной звезды построен логарифм безразмерной величины $\tilde{F}_{\epsilon,r} = F_{\epsilon,r}(r_0, z, \epsilon) / (\text{эрг с}^{-1} \text{ см}^{-2} \text{ кэВ}^{-1})$. Результаты соответствуют расчетам „1“ (a) и „4“ (б).

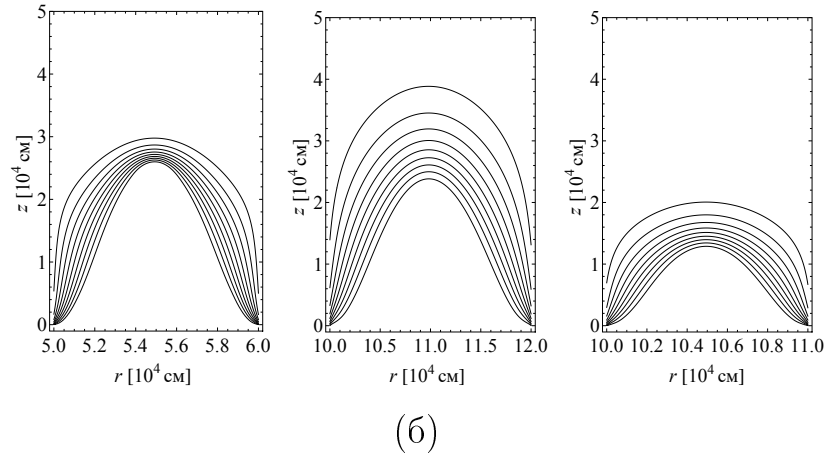
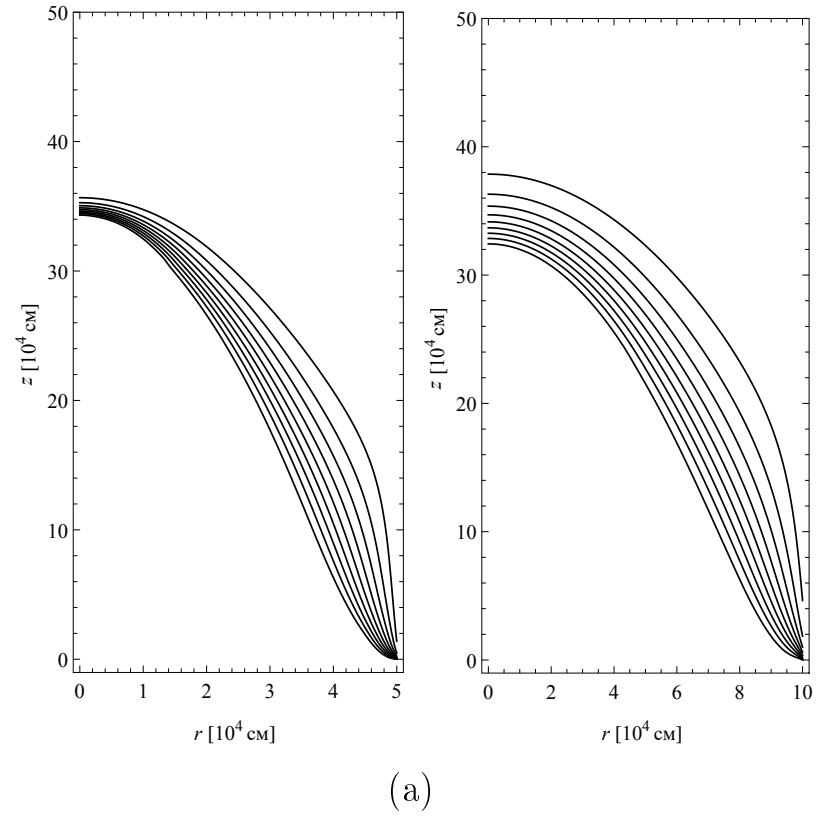


Рис. 19. Линии равных значений величины Q (от 0.1 до 0.9, снизу вверх с интервалом 0.1). На рисунках (а) показаны решения для заполненной колонки при темпе аккреции $\dot{M}_{17} = 3$, $\tilde{r}_0 = 5$ (левый рисунок) и $\tilde{r}_0 = 10$ (правый рисунок). На рисунках (б) показаны решения для полый колонки при темпе аккреции $\dot{M}_{17} = 5$, $\tilde{r}_0 = 5$, $b = 0.2$ (левый рисунок), $\tilde{r}_0 = 10$, $b = 0.2$ (центральный рисунок), $\tilde{r}_0 = 10$, $b = 0.1$ (правый рисунок).

Глава 4. Численное моделирование эффекта Сюняева-Зельдовича

Выше были рассмотрены задачи, связанные с аккрецией на замагниченные нейтронные звезды. Теперь остановимся на ситуации, когда влиянием магнитного поля можно пренебречь. Горячая межгалактическая среда скоплений галактик является примером астрофизического объекта, демонстрирующего влияние процесса комптонизации на формирование наблюдаемого спектра. В результате рассеяний на тепловых электронах межгалактического газа, температура которого может составлять десятки кэВ, средняя частота фотонов микроволнового излучения увеличивается вследствие эффекта Доплера. Интенсивность фона уменьшается в рэлей-джинсовской области спектра и возрастает в виновской [50, 51]. В указанных работах явление предсказано теоретически, и для отклонения наблюдаемой интенсивности от планковского распределения в направлениях на скопления галактик получена следующая формула:

$$\frac{\Delta J_\nu}{J_\nu} = y \frac{x e^x}{e^x - 1} \left(x \frac{e^x + 1}{e^x - 1} - 4 \right), \quad (116)$$

где $x = h\nu/(k_B T_r)$ — безразмерная энергия фотонов, а параметр комптонизации $y = \frac{k_B T_e}{m_e c^2} \tau$ в случае среды постоянной температуры с оптической толщиной τ по томсоновскому рассеянию.

Выражение (116) получено в результате решения уравнения Компанейца в рамках теории возмущений, в предположении о малом отклонении интенсивности от начального распределения. Это уравнение описывает эволюцию чисел заполнения в пространстве частот вследствие комптоновских рассеяний с учетом эффекта Доплера, эффекта отдачи и индуцированных процессов. Будучи выведенным в предположении о неограниченной среде, уравнение Компанейца, однако, не учитывает пространственное распределение источников и влияние границы. Величина, определяющая степень деформации начального спектра и амплитуду эффекта — y -параметр комптонизации — является постоянной, фиксированной вдоль оптического пути всех фотонов.

После экспериментального обнаружения эффекта в 1972 г. [104] при наблюдениях скопления галактик в созвездии Волосы Вероники проблема нахождения модифицированного комптонизацией спектра источника низкочастотных

фотонов, находящегося в облаке электронного газа, неоднократно решалась аналитически. Основным направлением развития задачи стал поиск решения, пригодного для случая высоких электронных температур. Обсуждение решений будет произведено в § 4.1.

Для численного моделирования переноса излучения написан и применяется код, в основе которого лежит метод Монте-Карло с весами, описанный в работе [105]. Электроны распределены в соответствии с релятивистским максвелловским распределением.

Содержание настоящей главы опубликовано в [61].

§ 4.1. Основные формулы

4.1.1. Комптоновское рассеяние

Пусть $\mathbf{k}$ и $\mathbf{v}$ — волновой вектор фотона и скорость рассеивающего электрона в лабораторной системе отсчета, а единичный вектор $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{k}/k$, лежащий внутри элементарного телесного угла $d\boldsymbol{\Omega}$. Пусть $\eta = \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{v}/v$ и $\eta' = \boldsymbol{\Omega}' \cdot \mathbf{v}/v$ — косинусы углов между направлениями распространения фотона и электрона, штрихованные символы относятся к состоянию после рассеяния. Определим угол рассеяния: $\eta_0 = \boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\Omega}'$. Нахождение изменения частоты фотона после однократного рассеяния может быть осуществлено на основе закона сохранения четырехимпульса [106, 105], откуда следует, что

$$\frac{\nu'}{\nu} = \frac{D}{D' + \frac{h\nu}{\gamma m_e c^2} (1 - \eta_0)}, \quad (117)$$

где ν и ν' — частота фотона до и после рассеяния соответственно, γ — Лоренц-фактор, $D = 1 - \eta v/c$ и $D' = 1 - \eta' v/c$.

Дифференциальное сечение рассеяния определяется выражением

$$\frac{d\sigma}{d\boldsymbol{\Omega}'} = \frac{r_e^2}{2\gamma^2} \frac{X}{D^2} \left(\frac{\nu'}{\nu} \right)^2, \quad (118)$$

где

$$X = \frac{\chi}{\chi'} + \frac{\chi'}{\chi} + 4 \left(\frac{1}{\chi} - \frac{1}{\chi'} \right) + 4 \left(\frac{1}{\chi} - \frac{1}{\chi'} \right)^2, \quad (119)$$

$$\chi = \frac{2h\nu}{m_e c^2} \gamma D, \quad \chi' = \frac{2h\nu'}{m_e c^2} \gamma D' \quad (120)$$

и $r_e = e^2/(m_e c^2)$ — классический радиус электрона.

Полное сечение рассеяния описывается формулой Кляйна-Нишины:

$$\sigma(\chi) = \frac{2\pi r_e^2}{\chi} \left\{ \left(1 - \frac{4}{\chi} - \frac{8}{\chi^2} \right) \ln(1 + \chi) + \frac{1}{2} + \frac{8}{\chi} - \frac{1}{2(1 + \chi)^2} \right\}. \quad (121)$$

Средняя длина свободного пробега связана с вероятностью вылета фотона из среды и в случае однородной среды может быть записана в виде

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\int d\mathbf{p} f(\mathbf{p})}{n_e \int d\mathbf{p} f(\mathbf{p}) \sigma(\chi) D}, \quad (122)$$

где $\mathbf{p}$ — импульс электронов, $f(\mathbf{p})$ — релятивистское Максвелловское распределение. Среднее относительное изменение частоты фотонов при рассеянии

$$\frac{\langle \nu' - \nu \rangle}{\nu} = \langle \lambda \rangle \int \left(\frac{\nu'}{\nu} - 1 \right) \frac{d\sigma}{d\Omega'} D f(p) p^2 dp d\Omega' d\Omega. \quad (123)$$

В случае $k_B T_e \ll m_e c^2$ и $h\nu \ll m_e c^2$ для среднего изменения частоты фотонов при комптонизации с учетом эффектов Доплера и отдачи можно получить

$$\frac{\langle \nu' - \nu \rangle}{\nu} = \frac{4k_B T_e - h\nu}{m_e c^2}. \quad (124)$$

4.1.2. Предыдущие исследования теплового эффекта

Классическое теоретическое рассмотрение эффекта Сюняева-Зельдовича основано на решении уравнения Компанейца [1]

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} x^4 \left(\frac{\partial n}{\partial x} + n + n^2 \right), \quad (125)$$

в предположении, что вторым и третьим членами в скобках, описывающими эффект отдачи и индуцированное рассеяние, можно пренебречь, поскольку в рассматриваемой ситуации $h\nu \ll k_B T_e$ и $n \ll 1$, т. е.

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} x^4 \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right). \quad (126)$$

В случае $y \ll 1$ можно использовать теорию возмущений, подставляя в правую часть уравнения (126) невозмущенные значения чисел заполнения. Это приводит к следующему выражению для малого отклонения интенсивности от планковского значения вблизи максимума спектра:

$$\frac{\Delta J_\nu}{\tau} = I_0 \frac{\Theta x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} \left(x \frac{e^x + 1}{e^x - 1} - 4 \right), \quad (127)$$

где $\Theta = k_B T_e / (m_e c^2)$, $I_0 = 2(k_B T_r)^3 / (hc)^2$. Следовательно, в рэлей-джинсовском пределе относительное изменение интенсивности равно

$$\frac{\Delta J_\nu}{J_\nu} = \frac{\Delta T_{RJ}}{T_{RJ}} = -2y,$$

где T_{RJ} — яркостная температура излучения.

Решение уравнения (126) для любого y совпадает по форме с решением известной начальной задачи для уравнения теплопроводности и имеет вид [50, 107]

$$J_\nu(x, y) = \frac{1}{\sqrt{4\pi y}} \int_0^\infty J_\nu(x', 0) \left(\frac{x}{x'} \right)^3 \exp \left(-\frac{(3y + \ln(x/x'))^2}{4y} \right) \frac{dx'}{x'}. \quad (128)$$

Релятивистские поправки к решению (127) можно получить путем фоккер-планковских разложений кинетического уравнения высших порядков [54, 53, 108]. При сравнении собственных результатов с полученными в предыдущих исследованиях в настоящей работе воспроизводятся решения для дисторсии интенсивности, найденные в [54, 53] и представимые в виде

$$\frac{\Delta J_\nu}{\tau} = I_0 \frac{\Theta x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} (Y_0 + \Theta Y_1 + \Theta^2 Y_2 + \Theta^3 Y_3 + \Theta^4 Y_4), \quad (129)$$

где Y_0 — выражение в скобках уравнения (127), функции Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 определяются в [54]. Эти разложения, однако, сходятся слишком медленно с ростом температуры ввиду уширения комптоновского ядра рассеяния, что подтверждается численными расчетами. Поэтому в случае высоких температур решение обычно получают численным интегрированием уравнения Больцмана для фотонов (как это сделано, например, в [109, 110]) или путем моделирования переноса излучения методом Монте-Карло [56]. Анализ влияния многократных рассеяний

в рамках фоккер-планковского подхода был проведен в работе [111].

§ 4.2. Модели и алгоритм численного расчета

Облака горячего межгалактического газа представляют собой в реальности объекты, конечно, более сложные по отношению к сопоставляемым им моделям. Межгалактической среде могут быть свойственны неоднородности плотности и температуры. Эти факторы игнорируются обычно при решении задачи о комптонизации, оправданием чему служит оптическая прозрачность облака, позволяющая считать, что фотоны испытывают в среднем очень малое число рассеяний.

Будем рассматривать сферические облака горячих электронов. Распределение источников чернотельных фотонов может быть выбрано различным. В работе рассматриваются три варианта: точечный источник в центре облака, равномерное распределение фотонов по объему облака и равномерное распределение по границе. Во всех случаях электронная температура и плотность принимаются постоянными по объему среды, которую будем характеризовать томсоновской оптической толщиной $\tau_0 = n_e \sigma_T R$, соответствующей радиусу R облака.

На первом шаге моделируется энергия фотона, и в рамках описанных выше моделей выбирается случайное направление его распространения. В модели с источниками на поверхности в качестве начальной координаты выбирается случайная точка на сфере; угол ψ между направлением на центр шара и направлением распространения фотона в этом случае выбирается из полуинтервала $\psi \in [0, \pi/2)$.

Расчет переноса излучения в релятивистской плазме осуществляется методом Монте-Карло с весами [112, 105], позволяющим существенно сократить время расчетов по сравнению с имитационным моделированием. Последнее подразумевает рассмотрение распространения отдельных частиц. В используемом методе каждое рассеяние фотона происходит с некоторой вероятностью, и фотоны начального спектра снабжаются дополнительной характеристикой — весом, который меняется после каждого рассеяния и вычисляется по вероятности L вылета из среды. Последняя, как известно, определяется равенством

$$L = e^{-\tau'}, \quad (130)$$

где τ' — оптическая толщина участка среды, отсчитываемая в направлении распространения рассеявшейся части фотона после рассеяния. Для моделирования случайных величин в коде используются методы обратных функций, отбора и суперпозиции (см. [113, 105]).

Всюду ниже посредством ξ будем обозначать псевдослучайные числа, т. е. независимые значения случайной величины, равномерно распределенной на интервале от 0 до 1. Для их вычисления использовалась функция `rand()` стандартной библиотеки языка C, на котором написан код.

Для моделирования начальной координаты (в случае, когда источник фотона не является точечным) уместно перейти к сферическим координатам и воспользоваться свойствами их совместной функции распределения $p(r, \theta, \phi)$. Поскольку последняя факторизуется, каждая из величин r , θ , ϕ может моделироваться независимо. Уравнения для вычисления независимой случайной величины q имеют вид [113]

$$F(q) = \xi_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (131)$$

где $F(q)$ — функция распределения, ξ_i — независимые случайные числа. Например, для сферических координат случайной точки внутри шара единичного радиуса из уравнений (131) следуют выражения

$$r = \sqrt[3]{\xi_1}, \quad \cos \theta = 2\xi_2 - 1, \quad \phi = 2\pi\xi_3. \quad (132)$$

Введем логарифмическую сетку по энергиям, $h\nu_j = 10^{N_1 + h_\nu(j-1)}$ [эВ], где 10^{N_1} — значение энергии, соответствующее первому узлу, h_ν — шаг сетки, $j = 1, N_\nu$. На первом шаге энергия фотона моделируется в соответствии с плотностью начального распределения: полагается фиксированной в случае монохроматического источника или определяется планковским распределением плотности числа фотонов

$$p(\nu) = \frac{h^2 \nu^2}{2\zeta(3)(k_B T_r)^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T_r}} - 1}, \quad (133)$$

где $\zeta(3)$ — значение дзета-функции Римана. Далее выбирается случайное направление фотона.

Пусть Ω_i — направление фотона после рассеяния с номером i . Случайное

начальное направление фотона $\mathbf{\Omega}_0$ ($i=0$ в начальной точке траектории) выбирается в соответствии с выражениями, следующими из уравнений (131):

$$\Omega_3 = 2\xi_1 - 1, \quad \Omega_1 = \sqrt{1 - \Omega_3^2} \cos(2\pi\xi_2), \quad \Omega_2 = \sqrt{1 - \Omega_3^2} \sin(2\pi\xi_2). \quad (134)$$

На втором шаге вычисляется вероятность вылета (130), для чего предварительно определяются средняя длина свободного пробега и расстояние до границы облака от начальной точки или точки последнего рассеяния

$$l_i = -(\mathbf{r}_i \mathbf{\Omega}_i) + \sqrt{R^2 - \mathbf{r}_i^2 + (\mathbf{r}_i \mathbf{\Omega}_i)^2}. \quad (135)$$

При каждом i в (130), таким образом, следует положить $\tau' = l_i / \langle \lambda_i \rangle$, где средняя длина пробега определяется из (122). Тогда вес рассеявшейся части фотона $w_{i+1} = w_i(1 - L_i)$, причем $L_i = e^{-l_i / \langle \lambda_i \rangle}$, $w_0 = 1$. В расчетах принимается, что $R = 1$. Длина свободного пробега равна $\lambda_i = -\langle \lambda_i \rangle \ln(1 - \xi(1 - L_i))$, а координата точки следующего рассеяния есть $\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i + \lambda_i \mathbf{\Omega}_i$.

Моделирование рассеяния начинается с определения вектора скорости рассеивающего электрона, случайные координаты которого выбираются в соответствии с формулами (134).

Величина импульса электрона подчиняется релятивистскому максвелловскому распределению, которое в безразмерном виде может быть записано следующим образом:

$$p(z) = \frac{z^2}{\Theta K_2(1/\Theta)} \exp\left(-\frac{\sqrt{1+z^2}}{\Theta}\right), \quad (136)$$

где нормировка такова, что $\int p(z) dz = 1$, $z = p/m_e c$, $K_2(1/\Theta)$ — модифицированная функция Бесселя второго порядка. Электрон принимается, если выполнено условие отбора

$$\xi < \frac{3}{16\pi r_e^2} D\sigma(\chi). \quad (137)$$

Определение направления распространения фотона после рассеяния осуществляется с помощью совместной функции распределения случайных величин η', ϕ'

$$p(\eta', \phi') = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\mathbf{\Omega}} = \frac{r_e^2}{\sigma} \frac{X}{2\gamma^2 D'^2} \left(\frac{\chi'}{\chi}\right)^2, \quad (138)$$

где ϕ' — азимутальный угол. Возможное направление фотона задается выражениями

$$\eta' = \frac{v/c + 2\xi_1 - 1}{1 + (v/c)(2\xi_1 - 1)}, \quad \phi' = 2\pi\xi_2. \quad (139)$$

После вычисления ограниченной величины $Y = X^2(x'/x)^2 \leq 2$ проверяется условие отбора $Y > 2\xi$, и в случае, если оно выполняется, направление μ', ϕ' выбирается в качестве нового направления фотона; в противном случае выбор осуществляется снова. Этот шаг диктуется теоремой, которая лежит в основе метода фон Неймана моделирования случайных величин, подчиняющихся распределению вида (138) (оно представляет собой произведение некоторой известной функции распределения и ограниченной функции) [105].

Новое значение энергии фотона определяется формулой (117).

Таким образом, на каждой траектории с номером s вычисляется набор безразмерных величин

$$I_j^s = \sum_{i=0}^{\infty} w_i L_i \delta_{i,j}, \quad (140)$$

где

$$\begin{aligned} \delta_{i,j} &= 1 \quad \text{при } \nu_i \in [\nu_{j-1}, \nu_j), \\ \delta_{i,j} &= 0 \quad \text{в остальных случаях.} \end{aligned}$$

Суммирование по всем траекториям приводит к распределению по частотам величин

$$\tilde{I}_j = \frac{1}{N_t} \sum_{s=1}^{N_t} I_j^s, \quad (141)$$

пропорциональных интенсивностям, причем нормировка такова, что

$$\sum_{j=1}^{N_\nu} \tilde{I}_j = 1. \quad (142)$$

Прежде чем перейти к описанию моделирования теплового эффекта Сюняева-Зельдовича, приведем решения нескольких проверочных задач.

§ 4.3. Проверочные задачи

4.3.1. Комptonизация монохроматических фотонов

В качестве одной из тестовых задач, нацеленных на проверку кода, решена задача о комptonизации излучения монохроматической линии. В случае оптически толстого облака нерелятивистских электронов ($\Theta \ll 1$) и мягких фотонов источника ($h\nu \ll k_B T_e$) решение выражается сверткой начального спектра $\tilde{\nu}_0 \delta(\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_0)$, где $\tilde{\nu} = h\nu/(k_B T_e)$ и $\tilde{\nu}_0$ — частота источника, с функцией Грина [114]

$$G(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}_0) = \begin{cases} \frac{\alpha(\alpha+3)}{2\alpha+3} \frac{1}{\tilde{\nu}_0} \left(\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{\nu}_0} \right)^{\alpha+3}, & \tilde{\nu} \in [0, \tilde{\nu}_0], \\ \frac{\alpha(\alpha+3)}{2\alpha+3} \frac{1}{\tilde{\nu}_0} \left(\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{\nu}_0} \right)^{-\alpha}, & \tilde{\nu} \in [\tilde{\nu}_0, \infty), \end{cases} \quad (143)$$

диффузионной задачи о комptonизации (в условиях, когда отдача и индуцированное рассеяние неважны). В выражении (143) α — спектральный индекс. Выражение для интенсивности выходящего излучения имеет в указанном случае вид

$$J_\nu(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}_0) = \tilde{\nu}_0 G(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}_0). \quad (144)$$

В той же работе [114] показано, что вблизи частоты источника форма спектра зависит от распределения источников мягких фотонов по облаку. Спектр точно описывается формулой (144), если это распределение задается в соответствии с собственной функцией оператора диффузии.

На рис. 20 численные результаты расчета спектра монохроматической линии представлены для трех значений температуры Θ , равных 0.01, 0.05, и 0.15, и для оптической толщины τ_0 , равной 0.001, 0.01 и 0.1. Источники фотонов распределены равномерно по объему облака. Пунктирными линиями обозначены результаты фитирования спектров степенным законом с изломом вида

$$J_\nu = C_1 a_1 \left(\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{\nu}_0} \right)^{\alpha_-} + C_2 a_2 \left(\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{\nu}_0} \right)^{-\alpha_+}, \quad (145)$$

где C_1 и C_2 — постоянные; $a_1 = 1$ при $\tilde{\nu} \in [0, \tilde{\nu}_0]$, в противном случае $a_1 = 0$; $a_2 = 1 - a_1$.

Для случая $C_1 = C_2$, соответствующего аппроксимации функцией Грина (143), полученные параметры указаны в таблице 3. В ходе фитирования были исключены точки, лежащие в низкочастотной и высокочастотной обла-

Таблица 3. Значения параметров, полученных при фитировании численно рассчитанных профилей линии (см. рис. 20) законом (145).

τ_0	Θ	α^+	α^-
10^{-3}	0.01	17.32	20.29
	0.05	7.32	10.11
	0.15	4.07	6.73
10^{-2}	0.01	15.59	18.56
	0.05	6.45	9.3
	0.15	3.56	6.35
10^{-1}	0.01	12.02	14.94
	0.05	4.82	7.88
	0.15	2.57	5.65

стях спектра, где безразмерная интенсивность чрезвычайно низка (составляет меньше 10^{-16} , см. рис. 20). Заметим, что переход к случаю $C_1 \neq C_2$, когда левое и правое крылья линии фитируются отдельно, практически не меняет значений параметров. Вид спектров очень слабо зависит и от пространственного распределения источников фотонов.

В случае малой оптической толщины облака решение (144), вообще говоря, применять нельзя, поскольку спектр рассеянных фотонов вблизи максимума определяется частотным перераспределением вследствие однократного рассеяния. Напротив, вклад фотонов, испытавших большое число рассеяний $N \gg 1$, в интегральную интенсивность ничтожен. Эти фотоны отвечают за формирование степенного хвоста низкой интенсивности. Узкий пик на энергии источника в численно рассчитанных спектрах соответствует фотонам, не испытавшим ни одного рассеяния.

Рис. 20 показывает, что с увеличением оптической толщины решение (144) все лучше работает во всем частотном диапазоне. Роль многократных рассеяний при этом повышается. Так происходит, если, к тому же, температура электронов не слишком высока.

Спектр однократного рассеяния может быть найден, например, в соответствии с работой [56], где аналитический расчет произведен для случая релятивистского максвелловского распределения. На рис. 21 представлены направленные на тестирование кода расчеты профилей линий $P_1(S)$ однократно рассеянных монохроматических фотонов, здесь $S = \ln(\nu/\nu_0)$. Начальная энергия фотонов полагается в расчетах равной $10^{-8}m_e c^2$. Проверяются алгоритмы, отве-

чающие за моделирование непосредственно процесса рассеяния: разыгрывание максвелловского электрона и изменение энергии и направления рассеивающегося фотона. Отличия составляют не более 0.01% в диапазоне температур до $0.3m_e c^2$.

Справедливость равенства

$$\frac{1}{N_t} \sum_{s=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{\infty} w_i^s = \tau_0, \quad (146)$$

где веса w_i^s соответствуют траектории с номером s , подтверждается для случая оптически тонкого облака с точностью $\sim 1\%$ для центрального источника и источников, распределенных по поверхности. В случае учета только первого рассеяния вместо (146) выполняется

$$\frac{1}{N_t} \sum_{s=1}^{N_t} w_1^s = 0.96\tau_0. \quad (147)$$

В модели равномерно распределенных по объему облака источников в общем случае

$$\frac{1}{N_t} \sum_{s=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{\infty} w_i^s = 0.77\tau_0, \quad (148)$$

причем для первого рассеяния

$$\frac{1}{N_t} \sum_{s=1}^{N_t} w_1^s = 0.71\tau_0. \quad (149)$$

4.3.2. Низкочастотный планковский источник в облаке релятивистской плазмы

На рис. 22 приводятся спектры, формирующиеся при комптонизации излучения центрального точечного источника планковских фотонов с температурой спектра $10^{-8}m_e c^2$ в облаке релятивистских электронов с температурой $0.5m_e c^2$. Форма спектров соответствует результатам, полученным в [105] (см. рис. 37 в указанной работе), но наши расчеты более аккуратны с точки зрения величины ошибок.

4.3.3. Задача о первой собственной функции пространственного оператора переноса

Поведение спектрального индекса как функции температуры и оптической толщины облака релятивистских электронов исследовано в [55]. В указанной работе найден вид спектральной части факторизованного решения кинетического уравнения [115]

$$\begin{aligned} \mathbf{\Omega} \cdot \nabla I_\nu(\mathbf{r}, \nu, \mathbf{\Omega}) = S(\nu) + \\ + \int_{4\pi} d\mathbf{\Omega}' \int_0^\infty d\nu' \left(\frac{\nu}{\nu'} K_s(\nu' \rightarrow \nu, \eta_0, \Theta) I_\nu(\mathbf{r}, \nu', \mathbf{\Omega}') - \right. \\ \left. - K_s(\nu \rightarrow \nu', \eta_0, \Theta) I_\nu(\mathbf{r}, \nu, \mathbf{\Omega}) \right), \end{aligned} \quad (150)$$

где $I_\nu(\mathbf{r}, \nu, \mathbf{\Omega})$ — интенсивность, в случае $S(\nu) = 0$, т. е. решения, которое описывает спектр на высоких частотах, соответствующих исчезающе малой функции источника. Ядро рассеяния, усредненное по релятивистскому максвелловскому распределению, имеет вид

$$\begin{aligned} K_s(\nu \rightarrow \nu', \eta_0) = \frac{Nr_e^2}{2\nu z} \int d\mathbf{v} \frac{f(v)}{\gamma} \delta \left(\eta_0 - 1 + \frac{\gamma D}{\hat{\nu}'} - \frac{\gamma D'}{\hat{\nu}} \right) \times \\ \times \left(1 + \left(1 - \frac{1 - \eta_0}{\gamma^2 D D'} \right)^2 + \frac{\hat{\nu} \hat{\nu}' (1 - \eta_0)^2}{\gamma^2 D D'} \right), \end{aligned} \quad (151)$$

где $\hat{\nu} = h\nu/m_e c^2$, и используется в предположении об относительно низкой частоте затравочных фотонов ($h\nu \ll k_B T_e$), когда может быть удержан лишь доплеровский член, поэтому

$$\begin{aligned} K_s(\nu \rightarrow \nu', \eta_0) = \frac{Nr_e^2}{2\nu z} \int d\mathbf{v} \frac{f(v)}{\gamma} \delta \left(\gamma \left(\frac{D}{\hat{\nu}'} - \frac{D'}{\hat{\nu}} \right) \right) \times \\ \times \left(1 + \left(1 - \frac{1 - \eta_0}{\gamma^2 D D'} \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (152)$$

(Заметим, что здесь произошла замена зависимости от начального и конечного направлений фотонов на зависимость от косинуса угла между ними).

В [55] найдено собственное значение, отвечающее первой собственной функции пространственного оператора и, таким образом, наклону спектра вдали от

источника. В случае оптически толстой плазмы пространственный оператор имеет вид оператора диффузии, и нахождения его первого собственного значения достаточно для описания формы спектра начиная с частоты источника и далее во всем частотном диапазоне. В случае нерелятивистских температур задача сводится к описанной в пункте 4.3.1.

Поведение спектрального индекса находится из решения дисперсионного уравнения [55]

$$C_0(\Theta, \alpha)\Lambda(\tau) = 1, \quad (153)$$

где C_0 — первый коэффициент в разложении фазовой функции в ряд по полиномам Лежандра и Λ — первое собственное значение пространственного оператора переноса. Набор зависимостей $\alpha(\tau_0, \Theta)$ приводится на рис. 23.

Численные результаты показаны точками на том же рисунке. Каждая точка соответствует индексу, который рассчитан при фитировании спектров, являющихся результатом моделирования методом Монте-Карло комптонизации монохроматических фотонов в случае равномерно распределенного по объему облака источника. Численные и аналитические результаты находятся в хорошем согласии.

Параметрами кода (кроме физических параметров — электронной температуры, оптической толщины среды, энергии затравочных фотонов или температуры начального чернотельного спектра) являются энергия обрыва, шаг численной сетки и число траекторий. Выбор конкретных значений этих параметров осуществляется в зависимости от решаемой задачи.

Тестирование кода показывает, что форма спектра (включая кривые для отклонения интенсивности вследствие эффекта Сюняева-Зельдовича) перестает зависеть от числа траекторий, начиная с некоторого номера. Кроме того, проверено, что энергия обрыва выбирается достаточно малой, чтобы не влиять на результаты в исследуемой области спектра. Величина шага сетки по энергии влияет при прочих фиксированных параметрах на гладкость приближенного спектрального распределения (т. е. на величину ошибок) и выбирается разумным образом для конкретной задачи, исходя из требуемой точности и вычислительных возможностей.

§ 4.4. Численное моделирование теплового эффекта Сюняева-Зельдовича

4.4.1. Эффект, усредненный по направлениям вылета фотонов

Как известно, дисторсия спектра космологического микроволнового фона, вычисленная в рамках фоккер-планковского подхода, линейна по оптической толщине облака (см., например, (127) и (129)). Настоящие расчеты подтверждают, что это утверждение (по крайней мере, в частотном диапазоне, обычно рассматриваемом при анализе эффекта Сюняева-Зельдовича) остается справедливым вне зависимости от значения электронной температуры (по крайней мере, до $\Theta \sim 0.1$) для всех из трех рассмотренных распределений источников фотонов.

На рис. 24 показаны результаты численных расчетов дисторсии для $\tau_0 = 0.1$ вместе с кривыми, соответствующими расчету по формулам (127) и (129). На указанном рисунке (и на следующих) интенсивность и ее дисторсия отображаются в единицах I_0 . Точки на графиках соответствуют величинам $\tilde{I}_j$, задаваемым формулой (141) и взятым в точках на шкале энергий, отвечающих геометрическому среднему энергетических границ бина; таким образом, полагаем интенсивность выходящего излучения пропорциональной величинам $\tilde{I}_{j-1/2} = \tilde{I}_j(\sqrt{\nu_{j-1}\nu_j}) \propto J_\nu(\sqrt{\nu_{j-1}\nu_j})$.

Далее будем обозначать посредством J_ν интенсивность, усредненную по полусфере, внешней по отношению к границе облака:

$$J_\nu = \int_0^1 I_\nu(\mu) d\mu, \quad (154)$$

где $I_\nu(\mu)$ есть интенсивность на границе, причем μ — косинус угла, отсчитываемого от внешней нормали к сфере в текущей точке (зависимость интенсивности μ одна и та же для любой точки на поверхности сферы). Разумеется, азимутальная зависимость в плоскости, касательной к сфере, отсутствует. Рассматривая среднюю интенсивность, которую далее будем обозначать J'_ν , для значения на границе облака можно записать:

$$J'_\nu = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu(\mu) d\mu = \frac{1}{2}(B_\nu + J_\nu). \quad (155)$$

Численные расчеты для дисторсии $\Delta J_\nu = J_\nu - B_\nu = 2(J'_\nu - B_\nu)$, нормированной на τ_0 , находятся в хорошем согласии с решением (129) в области температур, где последнее применимо. Таким образом, численные расчеты показывают, что переход к отклонению средней интенсивности $J'_\nu - B_\nu$ на границе может быть осуществлен путем умножения нормированной дисторсии $\Delta J_\nu/\tau_0$ на фактор $\tau_0/2$. Выражение (129) становится неприменимым уже при $\Theta \simeq 0.04$. Учет трех поправочных слагаемых дает, однако, более аккуратное решение вплоть до $\Theta \simeq 0.06$ [54].

На рис. 25а решения в более широком температурном диапазоне, от $\Theta = 0.01$ до $\Theta = 0.1$, построены для двух значений оптической толщины τ_0 , 0.05 и 0.1. Существенная зависимость от τ_0 отсутствует. Поскольку решения (127) и (129) подразумевают, что y -параметр фиксирован вдоль оптического пути всех фотонов независимо от их начального направления, разумно сопоставлять эти аналитические результаты модели центрального точечного источника (рис. 25б). Линейность эффекта по τ_0 , однако, является свойством, не зависящим от электронной температуры и распределения чернотельных фотонов. Величины дисторсии при заданной частоте для двух указанных распределений практически не отличаются.

В методологических целях была рассмотрена задача о комптонизации с равномерно распределенными по объему облака источниками. На рис. 26 сравниваются результаты, полученные в рамках трех моделей. Амплитуда эффекта, соответствующая равномерному по объему распределению, заметно ниже, чем в остальных моделях. Дисторсия по-прежнему характеризуется линейностью по τ_0 . Отношение дисторсии ΔJ_ν в модели равномерно распределенного по объему источника к этой же величине, получаемой в случаях равномерно распределенных по поверхности и центрального источников, составляет примерно 0.74–0.76 в окрестности максимального отклонения. Это приблизительно соответствует коэффициенту 0.77 в правой части уравнения (148).

Примеры рассчитанных спектров реликтового излучения, демонстрирующих степенной характер на высоких частотах, представлены на рис. 27а и рис. 27б для случаев источников на поверхности и центрального источника соответственно (далее точечные маркеры на рисунках показываться не будут).

Наклон спектра слабо зависит от модели. Значения спектрального индекса α^* , найденные из уравнения (153), и величины α , полученные путем фити-

рования численно рассчитанных спектров, приводятся в таблице 4. Видно, что отличие значений α^* и α сравнимо с неоднозначностью определения индекса численно рассчитанных спектров.

4.4.2. Угловая зависимость интенсивности, характерная для теплового эффекта Сюняева-Зельдовича

Расчеты спектров, описанные выше, подразумевают суммирование величин (140). Теперь изучим вопрос об угловом распределении спектральной интенсивности $I_\nu(\mu)$ выходящего из облака излучения. Будем далее рассматривать только модель с распределенными по поверхности источниками и введем дополнительную сетку по μ : $\mu_k = k h_\mu$, $k = 0, \dots, 10$, и $h_\mu = 0.1$.

На рис. 28 показаны зависимости для дисторсии $\Delta I_\nu(\mu)/\tau_0$ (причем $\Delta I_\nu(\mu) = I_\nu(\mu) - B_\nu$) спектральной интенсивности излучения, выходящего из облака в различных направлениях. Соответствующие этим зависимостям спектры отображены на рис. 29. Предполагаем, что интенсивность пропорциональна величинам $\tilde{I}_k$, взятым в центрах μ -бинов, т. е. $\tilde{I}_{k-1/2} = \tilde{I}_k(\mu_{k-1/2}) \propto I_\nu(\mu_{k-1/2})$, причем $\mu_{k-1/2} = (\mu_{k-1} + \mu_k)/2$. Каждой линии на рисунках сопоставлены правые границы μ -бинов. Величина h_ν увеличена в два раза по сравнению с использованной в расчетах, описанных в предыдущем параграфе.

Линейность спектральной дисторсии по оптической толщине τ_0 сохраняется для каждого направления (рис. 28). Спектры в различных направлениях заметно отличаются по форме (рис. 29). Излучение, выходящее в направлениях, соответствующих близким к нулю значениям μ , вносит существенный вклад в среднюю интенсивность в основном посредством слабо искаженного планковского горба. Спектральная дисторсия соответствующих спектров относительно невелика (см. рис. 28), интенсивность комптонизационных хвостов имеет меньшую величину по сравнению с интенсивностью в других направлениях на одной и той же частоте (см. рис. 29). Таким образом, при малых μ выходящее излучение имеет наименее искаженный спектр.

Вблизи направления внешней нормали спектр характеризуется более выраженным влиянием эффекта комптонизации. Результат существенного оттока фотонов в виновскую область спектр очевиден: степенной участок начинается на более низких частотах и имеет относительно высокую интенсивность. Такие спектры формируются фотонами, которые в среднем испытали большее число

Таблица 4. Значения индекса α , полученные при фитировании степенной части рассчитанных спектров реликтового излучения. Модель 1 соответствует распределению источников по поверхности, модель 2 — центральному точечному источнику. Величина $\alpha^*(\tau_0, \Theta)$ находится из решения уравнения (153).

		Модель 1	Модель 2	
τ_0	Θ	α	α	α^*
0.1	0.01	12.73	12.39	12.68
	0.02	8.69	8.45	8.64
	0.03	6.75	6.58	6.86
	0.05	5.09	5.04	5.11
	0.07	4.24	4.15	4.20
	0.1	3.44	3.39	3.40
0.05	0.01	14.42	14.77	14.05
	0.02	9.77	9.71	9.62
	0.03	7.81	7.55	7.67
	0.05	5.84	5.71	5.75
	0.07	4.72	4.70	4.74
	0.1	3.90	3.84	3.86

рассеяний, чем среднее число по проинтегрированному по углу спектру.

В целях дополнительного описания результатов на рис. 30 построены угловые распределения спектральной дисторсии выходящего из облака реликтового излучения для различных значений электронной температуры и трех значений безразмерной энергии излучения, $x = 2$, $x = 4.3$ и $x = 8$ (распределения соответствуют расчетам спектров для $\tau_0 = 0.1$). Вблизи значений $x = 2$ и $x = 8$ имеют место соответственно минимум и максимум усредненного по μ эффекта. В окрестности значения $x = 4.3$, где для угловых распределений характерна практически одна и та же форма вне зависимости от температуры, кривые, отвечающие каждому значению Θ , меняют (не одновременно, при постепенном перемещении по оси энергий) свой вертикальный порядок (ср. рис. 30 а и рис. 30 в).

4.4.3. Применимость к фитированию наблюдательных данных

Планирующиеся эксперименты, посвященные исследованиям реликтового излучения, будут характеризоваться существенным повышением чувствительности спектральных наблюдений [57]: увеличение поля зрения и пространственного разрешения приведут к уточнению описания состояния межгалактической

среды. В то время как стандартное описание теплового эффекта основывается на решениях для дигорсии ΔJ_ν , пространственно разрешенные наблюдения должны характеризоваться нормированной дигорсией интенсивности, спектральная форма которой зависит от конкретного направления луча зрения.

Способ фитирования наблюдательных данных определяется конкретными целями и характерным временем, необходимым для их достижения. Спектры, описанные выше, рассчитываются обычно за время от одного дня до нескольких дней, в зависимости от значений параметров и задачи. Расчеты вновь проводились с помощью компьютера с центральным процессором Intel Core i9-9900KF. Вычисления велись для различных наборов параметров задачи одновременно (для каждого набора программа выполняется в один поток, а характерные времена указаны выше для случая, когда на одно физическое ядро приходится не более одного потока). Таким образом, фитирование наблюдений разумно производить после предварительного расчета библиотеки спектров для различных значений параметров, варьирующихся с определенными шагами. При необходимости найденное приближение можно уточнять, используя более мелкие шаги между значениями параметров.

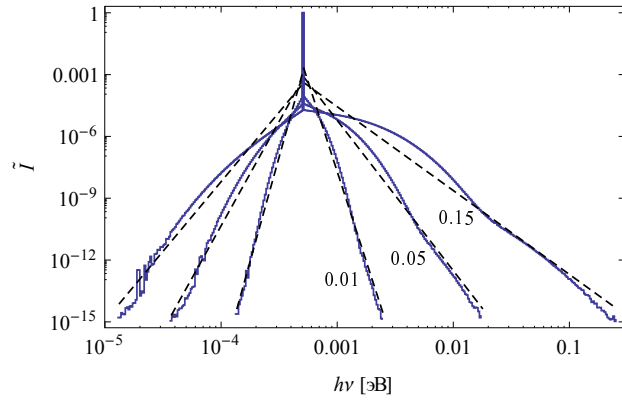
§ 4.5. Замечания и выводы

Таким образом, тепловой эффект был исследован численно с использованием кода, созданного на основе метода Монте-Карло [105], в широком диапазоне электронных температур, от $0.01m_e c^2$ до $0.1m_e c^2$, и для различных значений томсоновской оптической толщины облаков горячего газа. Спектры реликтового излучения рассчитаны в большинстве случаев до значений $x > 80$.

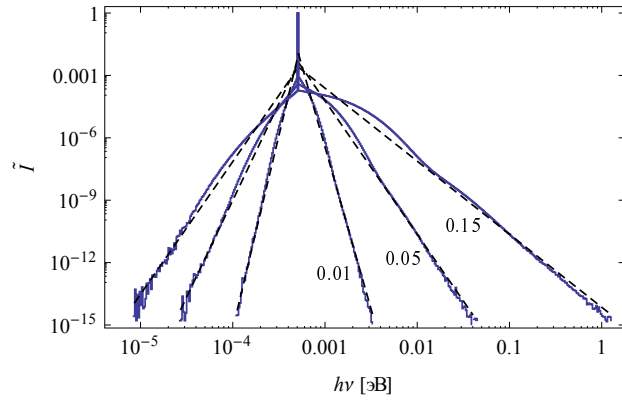
Решения тестовых задач подтверждают согласие численных расчетов с результатами предыдущих исследований, указывая в то же время на ограниченность областей применимости последних. Задача нахождения спектра однократно рассеянных фотонов демонстрирует правильность численной реализации релятивистского ядра рассеяния. Рассчитанные с учетом многократных рассеяний профили линий, формирующихся мягкими монохроматическими фотонами с энергией $h\nu_0 \ll k_B T_e$, показывают, что наклон спектра вблизи частоты источника является переменным и отличается от наклона на частотах $\nu \gg \nu_0$, где спектральное распределение носит степенной характер. Фитирование профилей линий функцией Грина (143) (см. (145) и комментарии) приводит к за-

ключению, что спектральные индексы α_- и α_+ по разные стороны от частоты линии связаны посредством равенства $\alpha_- = \alpha_+ + \beta$, где $\beta \simeq 3$ даже в случае оптически тонкой среды. Спектральный индекс α , найденный путем фитирования степенных участков спектра, очень близок к получаемому из уравнения (153). Степенные участки численно рассчитанных спектров реликтового излучения характеризуются индексами, значения которых согласуются с решением того же уравнения.

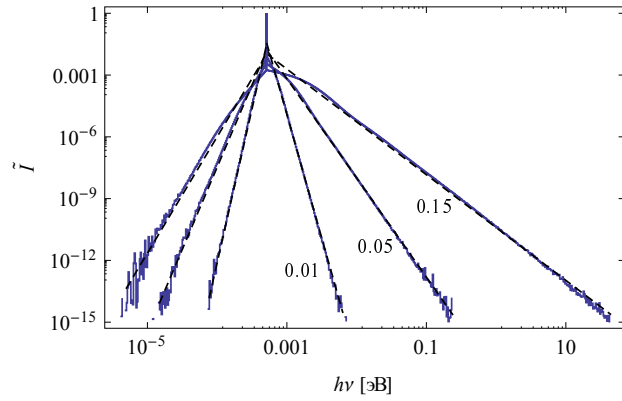
В модели однородного сферического облака горячей плазмы были рассчитаны угловые распределения выходящего из среды микроволнового фона, имеющего искаженный вследствие тепловой комптонизации спектр. Показано, что форма спектральной зависимости интенсивности этого излучения не является универсальной для различных направлений фотонов, покидающей облако. Этот результат, полученный при рассмотрении переноса излучения в пространственно ограниченной среде, дополняет предыдущие исследования и может быть полезен в контексте будущих исследований физики скоплений галактик. Метод позволяет распространить исследование на случай отличной от нуля peculiar скорости скопления, рассмотреть сложную геометрию и неоднородную структуру облаков.



(а)



(б)



(в)

Рис. 20. Результаты моделирования комптонизации монохроматических фотонов с начальной энергией $10^{-9}m_e c^2$. Источники фотонов равномерно распределены по объему оптически тонкого сферического облака с томсоновской оптической толщиной $\tau_0 = 10^{-3}$ (а), $\tau_0 = 0.01$ (б), $\tau_0 = 0.1$ (в). Полученные методом Монте-Карло профили показаны сплошными кривыми, результаты их фитирования функцией (145) отображены пунктиром. Электронная температура Θ указана рядом с линиями.

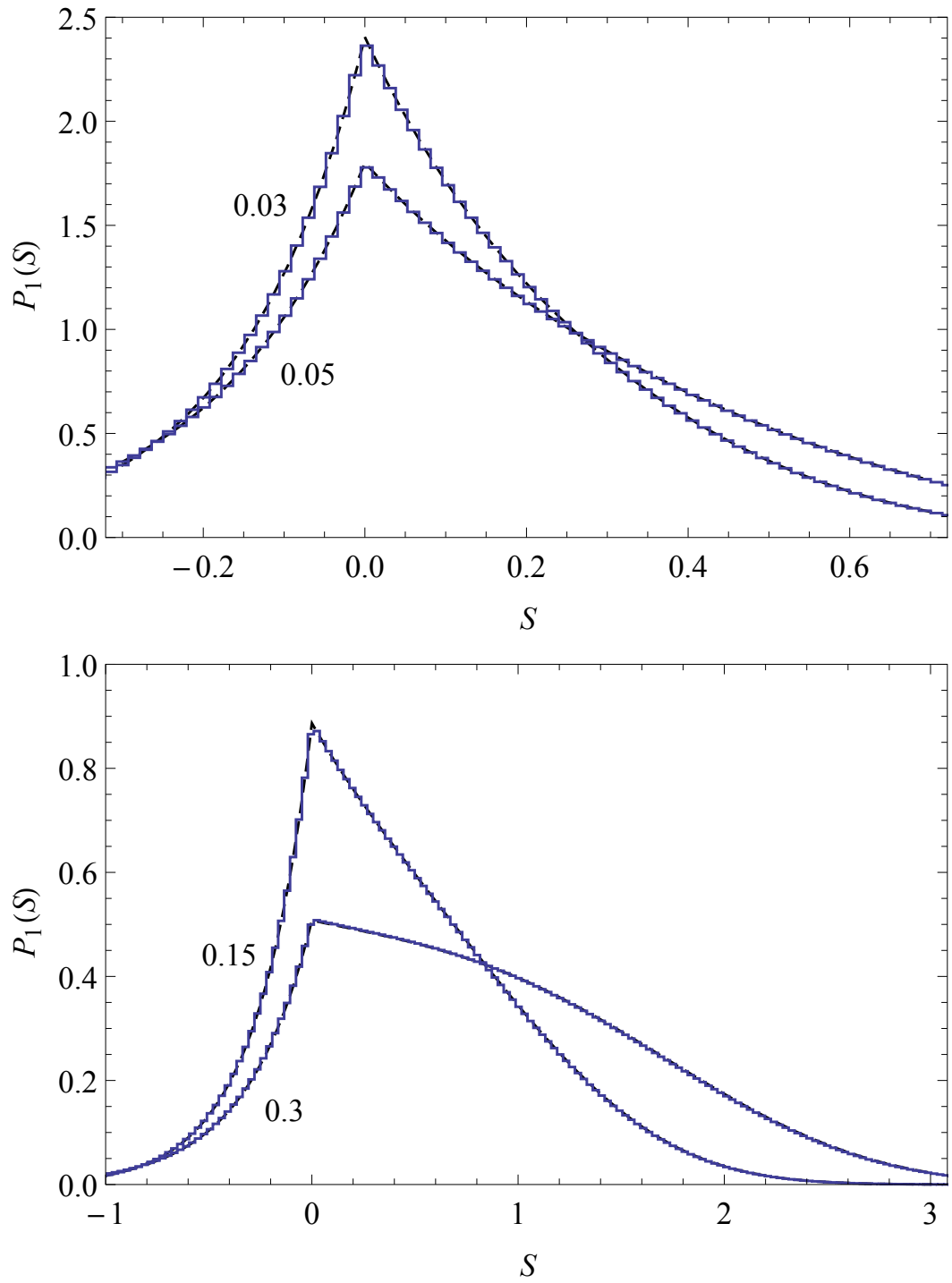


Рис. 21. Профили линии $P_1(S)$, сформированные однократно рассеянными фотонами. Черные пунктирные линии отображают аналитические решения для $P_1(S)$ (уравнение (19) из работы [56]), гистограммы соответствуют численным расчетам методом Монте-Карло. Электронная температура Θ указана рядом с линиями.

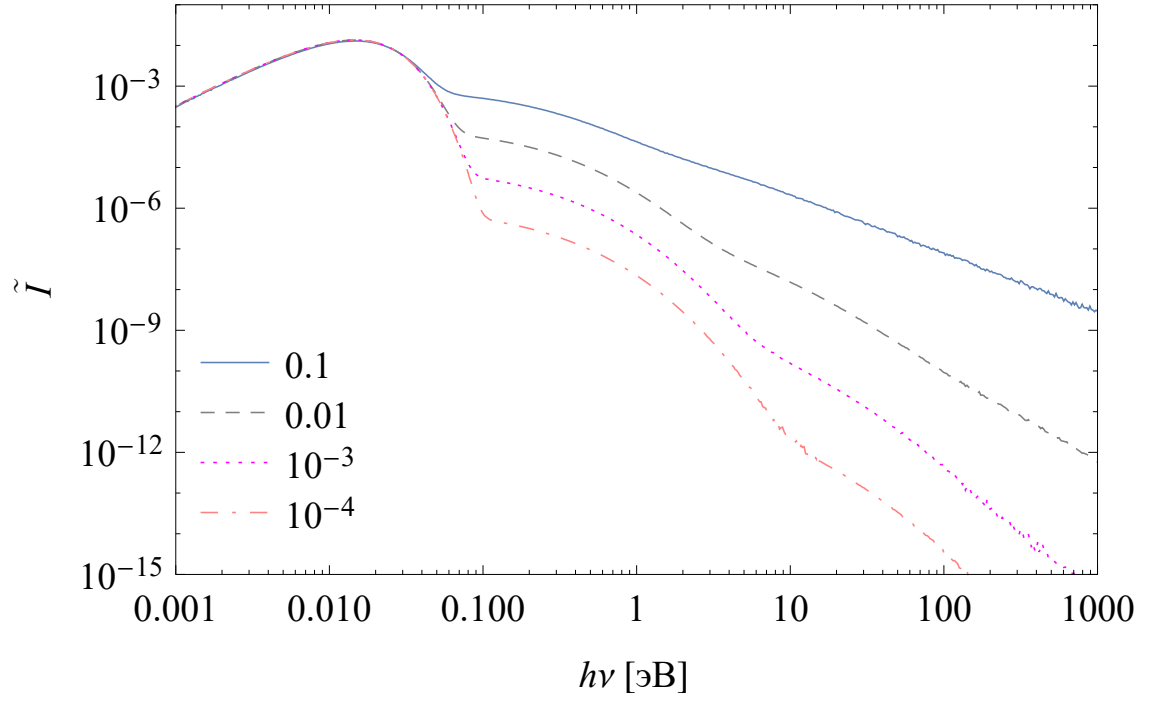


Рис. 22. Результаты моделирования комптонизации излучения чернотельного центрального источника на релятивистских электронах, $k_B T_r = 10^{-8} m_e c^2$, $\Theta = 0.5$. Значения оптической толщины τ_0 указаны на рисунке.

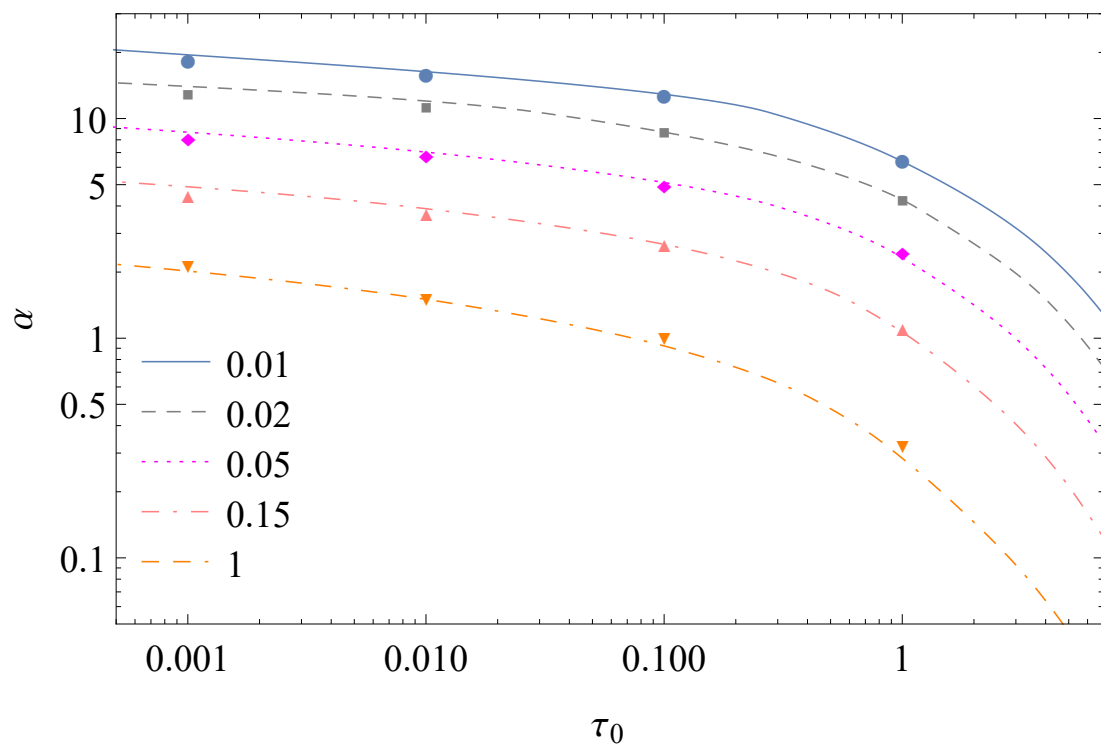


Рис. 23. Зависимость спектрального индекса от оптической толщины τ_0 . Каждая точка соответствует индексу численно рассчитанных спектров, сформированных комптонизацией равномерно распределенных по шару монохроматических фотонов. Линии показывают аналитические решения уравнения (153).

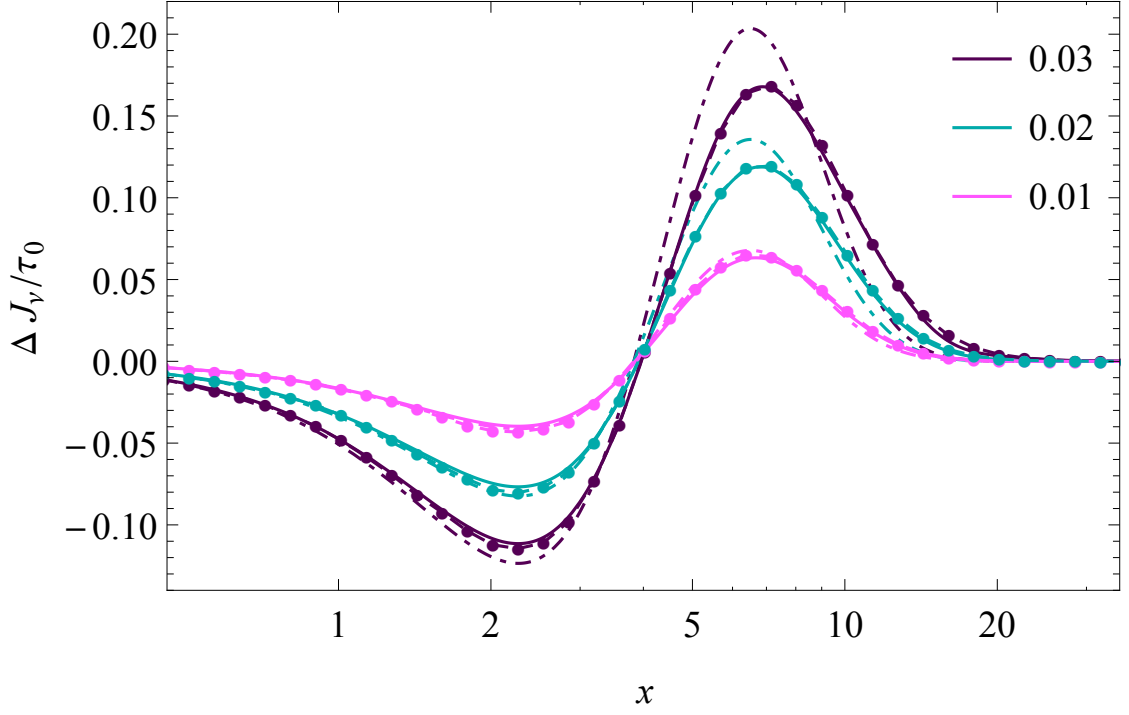
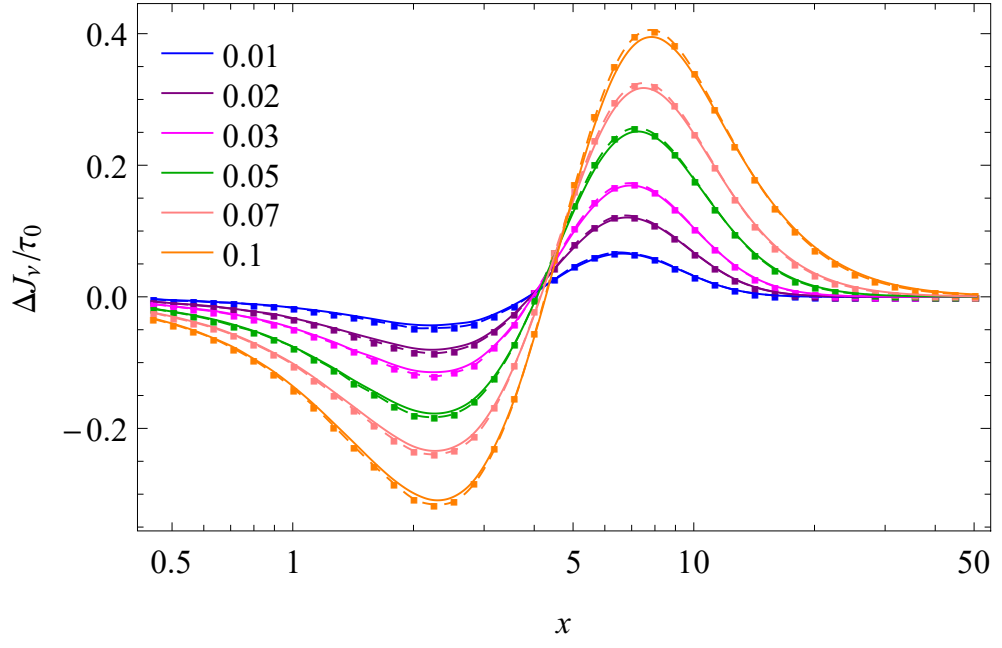
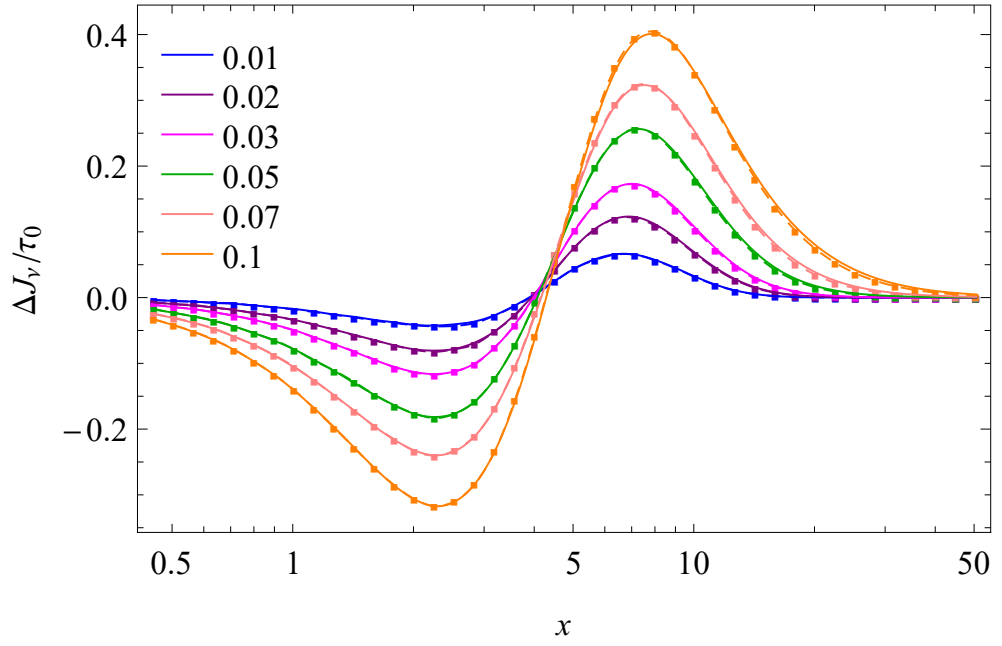


Рис. 24. Нормированная дисторсия спектральной интенсивности реликтового излучения, рассчитанная по формуле (127) (штрих-точка), по формуле (129) (сплошные линии) и численно методом Монте-Карло для случая равномерно распределенных по поверхности источников при $\tau_0 = 0.1$ (точки и пунктирные интерполяционные кривые). Значения Θ указаны на рисунке, каждому из наборов кривых ставится в соответствие определенный цвет.



(a)



(б)

Рис. 25. Нормированная дисторсия интенсивности реликтового излучения, рассчитанная численно в модели распределенного по границе облака источника (а) и центрального точечного источника (б). Значение τ_0 равно 0.1 (сплошные линии) и 0.05 (пунктир). Значения Θ указаны на рисунках.

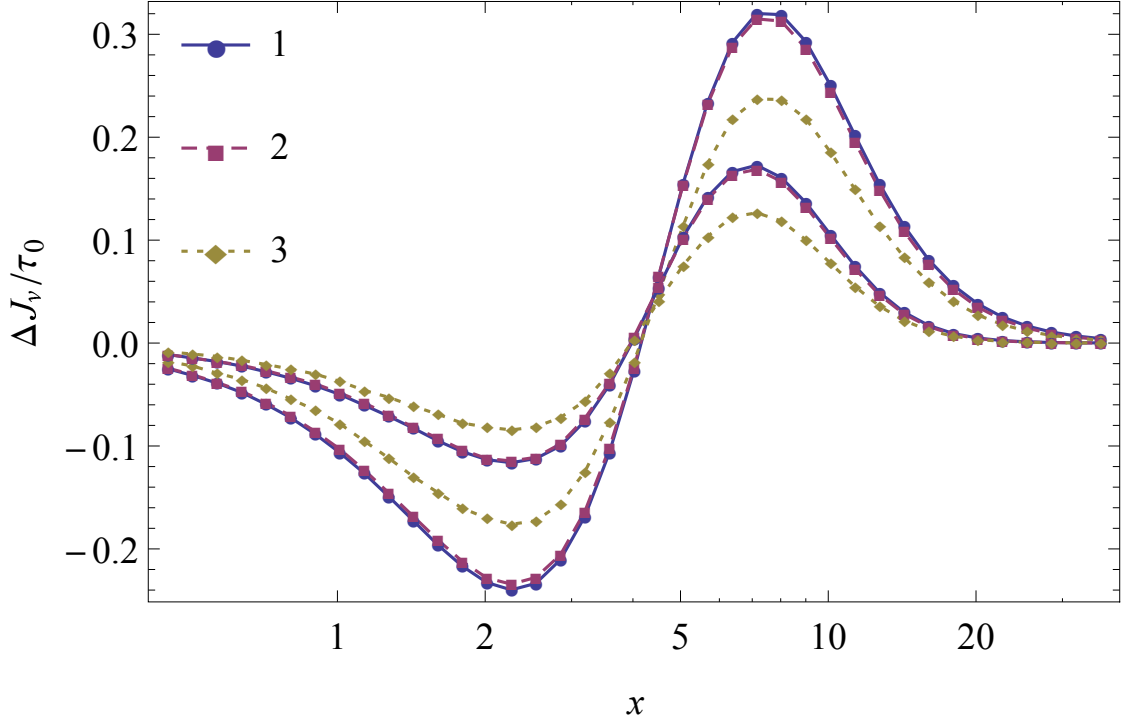
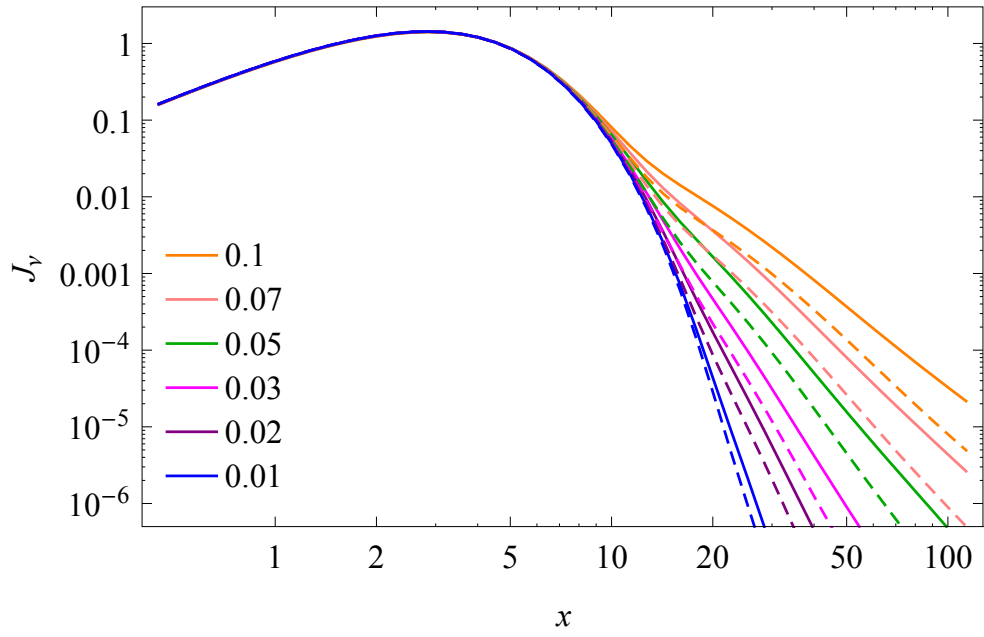
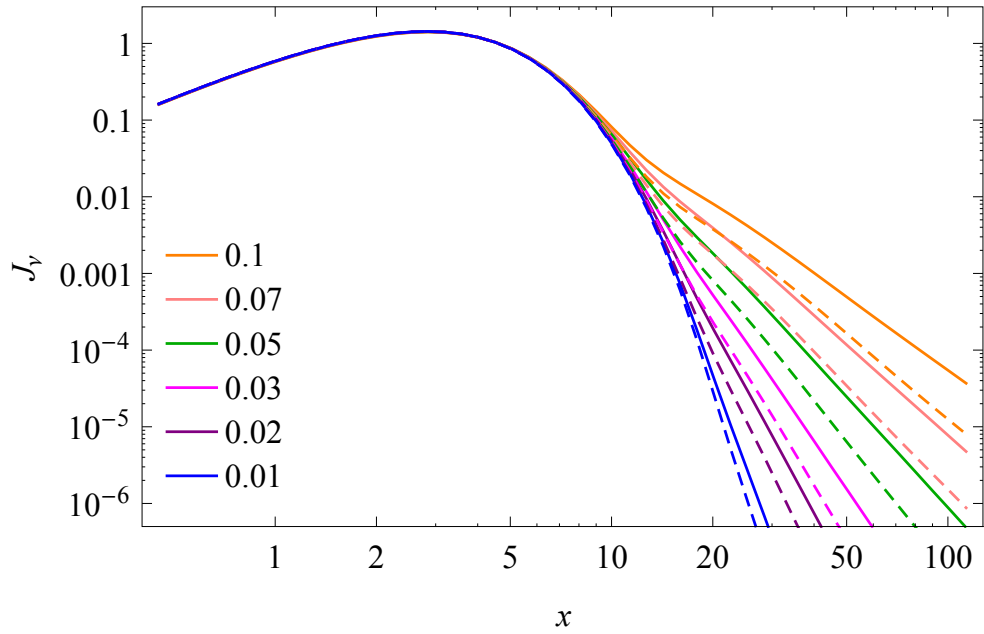


Рис. 26. Нормированная дисторсия интенсивности реликтового излучения, рассчитанная в рамках трех моделей: точечного (1), поверхностного (2) и равномерно распределенного по объему облака (3) источника планковского излучения. В каждом случае зависимость, отвечающая меньшим абсолютным значениям дисторсии, соответствует $\Theta = 0.03$, а вторая зависимость — $\Theta = 0.07$. Оптическая толщина $\tau_0 = 0.1$.

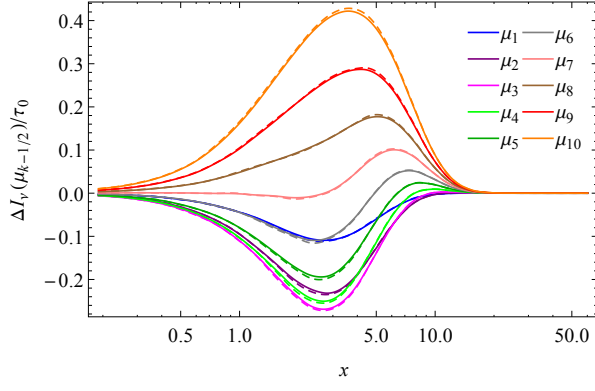


(a)

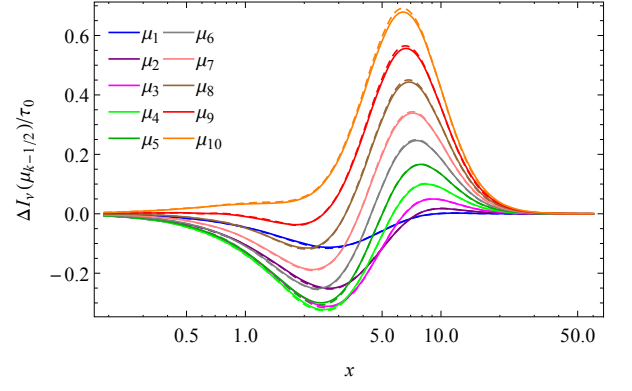


(б)

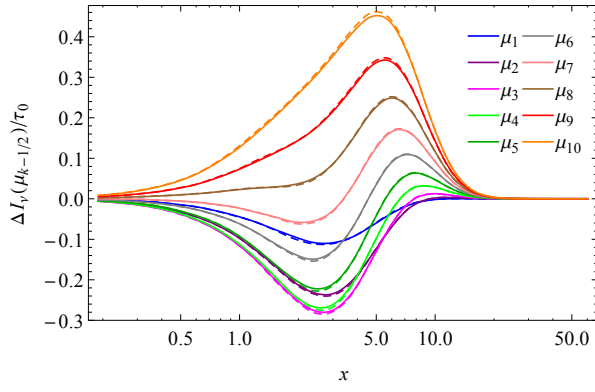
Рис. 27. Спектры реликтового излучения, сформировавшиеся в результате его тепловой комптонизации на электронах горячего газа в скоплении галактик. Показаны результаты для распределенных по границе облака источников чернотельных фотонов (а) и центрального источника (б). Оптическая толщина τ_0 равна 0.1 (сплошные линии) и 0.05 (пунктирные линии). Безразмерная температура Θ указана на рисунках.



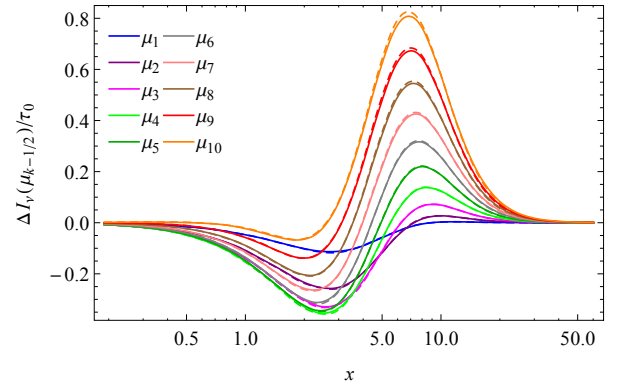
(а)



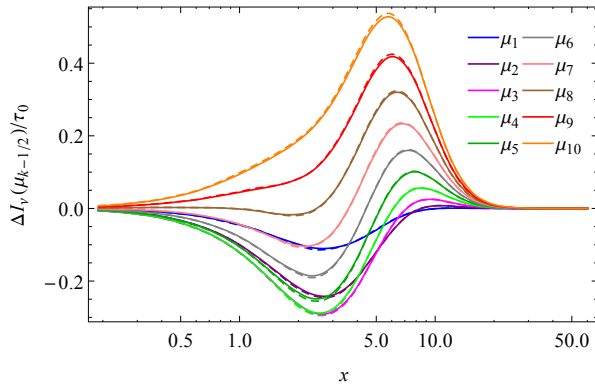
(г)



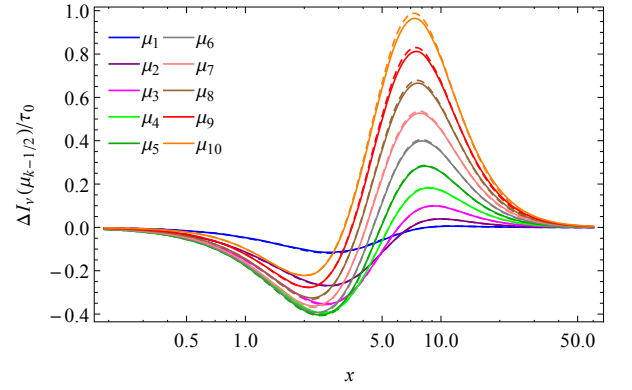
(б)



(д)

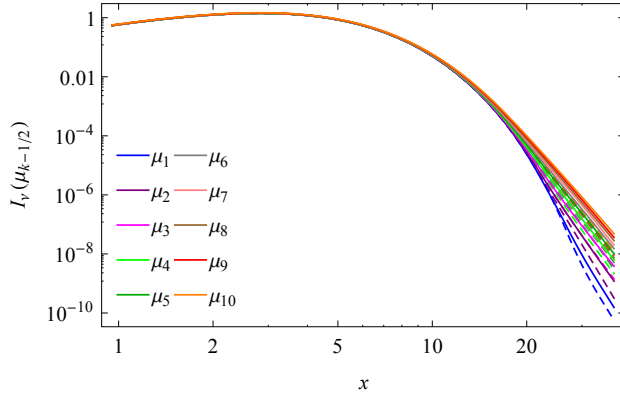


(в)

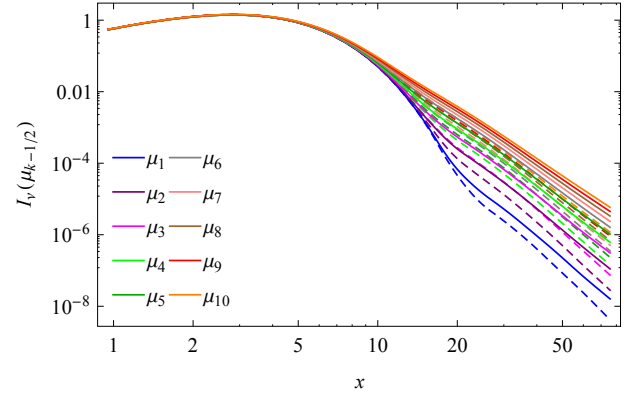


(е)

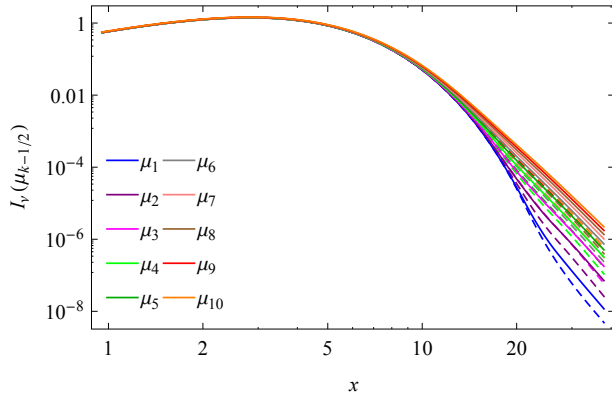
Рис. 28. Дисторсия спектральной интенсивности реликтового излучения, выходящего из облака в различных направлениях. Каждому μ ставится в соответствие определенный цвет линий. Показаны результаты для $\tau_0 = 0.1$ (сплошные линии) и $\tau_0 = 0.05$ (пунктир), температура Θ равна 0.01 (а), 0.02 (б), 0.03 (в), 0.05 (г), 0.07 (д), 0.1 (е).



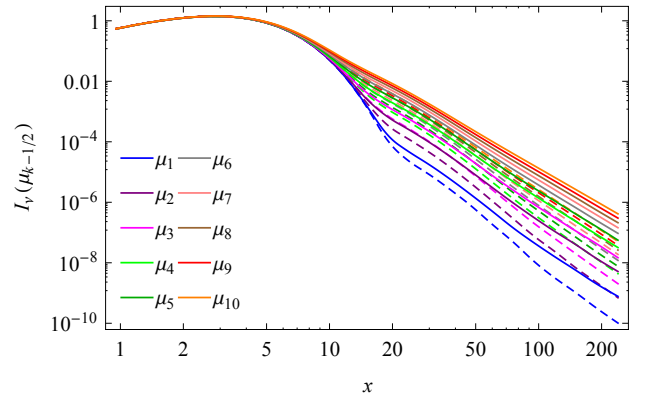
(а)



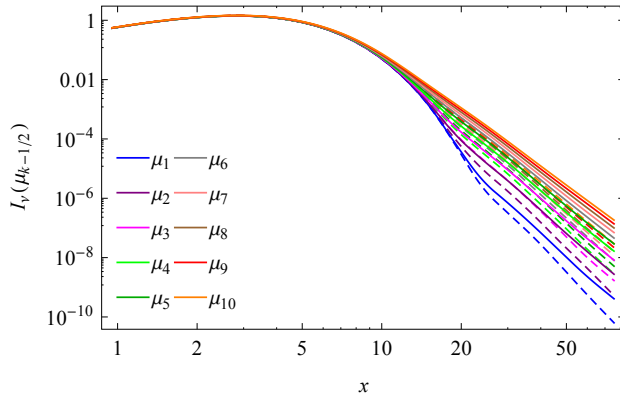
(Г)



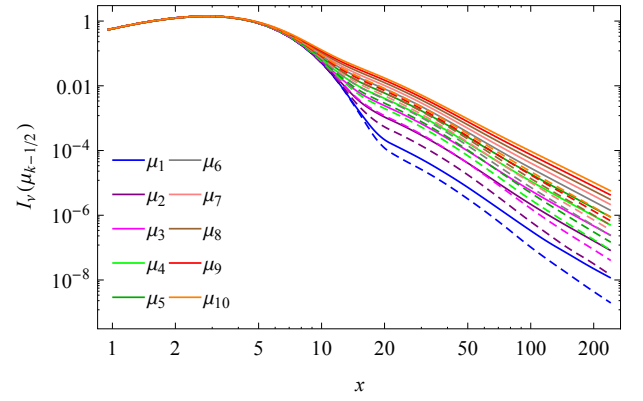
(б)



(Д)

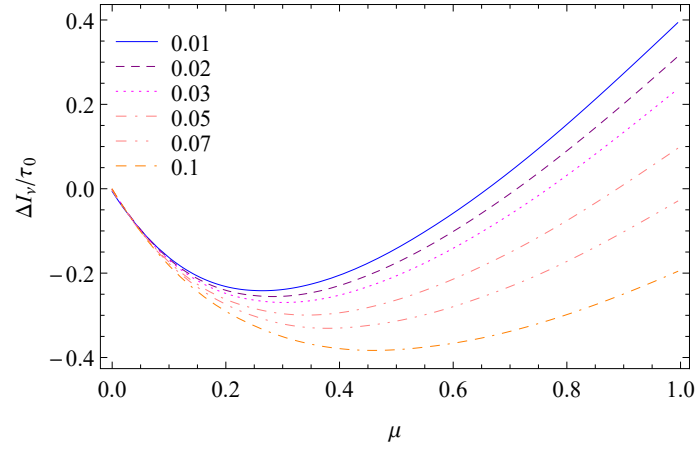


(в)

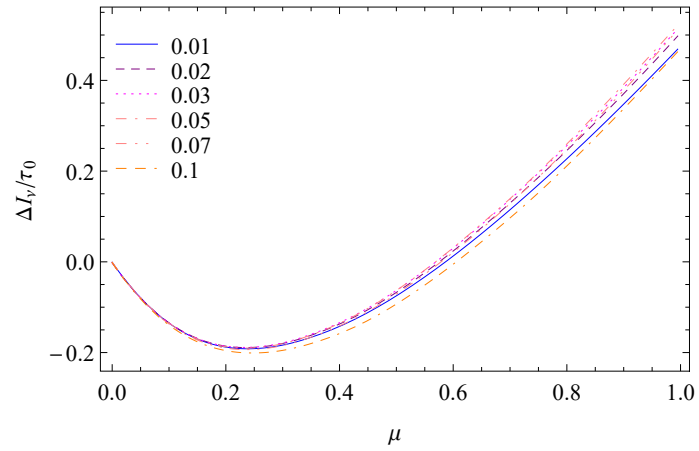


(е)

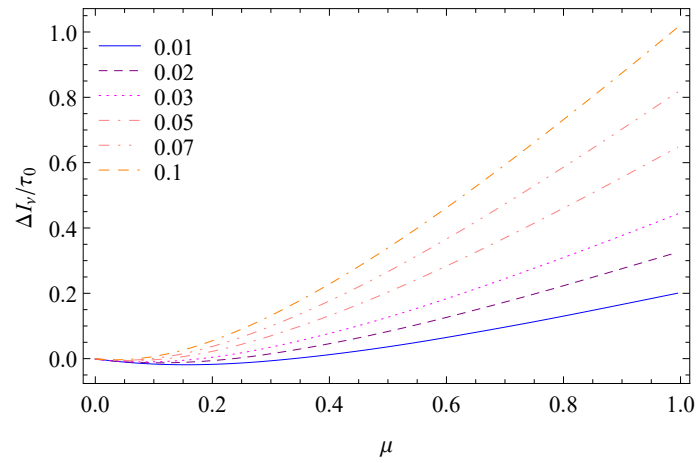
Рис. 29. Спектральная интенсивность реликтового излучения, выходящего из облака в различных направлениях. Каждому μ ставится в соответствие определенный цвет линий. Показаны результаты для $\tau_0 = 0.1$ (сплошные линии) и $\tau_0 = 0.05$ (пунктир), температура Θ равна 0.01 (а), 0.02 (б), 0.03 (в), 0.05 (г), 0.07 (д), 0.1 (е).



(а)



(б)



(в)

Рис. 30. Угловые распределения дисторсии спектральной интенсивности выходящего из облака реликтового излучения, показанные для следующих значений энергии фотонов: $x = 2$ (а), $x = 4.3$ (б), $x = 8$ (в). Значения температуры Θ , соответствующие каждой кривой, указаны на рисунках.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате работы решены следующие задачи.

Исследованы излучающие области аккрецирующих замагниченных нейтронных звезд, формирующиеся в условиях различных режимов остановки аккреционного потока. Изучена проблема расчета структуры излучающей области, возникающей в режиме кулоновского торможения, а также рассмотрена задача о моделировании переноса поляризованного излучения внутри указанной области. Рассчитаны профили электронной температуры и плотности числа частиц для различных значений темпа аккреции и глубины остановки.

Исследована модель аккреционной колонки с бесстолкновительной ударной волной. Получены теоретические закономерности, которые объясняют вариации характеристик циклотронной линии и непрерывного спектра, наблюдающиеся при изменении рентгеновской светимости источников в диапазоне 10^{36} – 10^{37} эрг с^{-1} . Проведено моделирование энергии, ширины, глубины и относительного потока излучения для циклотронной линии в спектре источника GX 304–1 и, кроме того, моделирование энергии циклотронной линии и рентгеновской жесткости непрерывного спектра для источника Сер X-4 (перечисленные величины рассматриваются как функции темпа аккреции). Результаты сопоставлены с данными орбитальных рентгеновских обсерваторий. Построены зависимости высоты бесстолкновительной ударной волны от величины принимаемого рентгеновского потока для указанных источников.

Произведено трехмерное численное моделирование аккреционных колонок с преобладанием давления излучения, которые формируются в ситуациях, соответствующих сдвинутому относительно центра нейтронной звезды магнитному диполю и поперечному сечению колонки, обуславливающему существенную трехмерность задачи. Получены распределения скорости вещества (и связанных с ней величин) в рамках моделей заполненной и незамкнутой полой колонок при темпе аккреции на один магнитный полюс 10^{17} г с^{-1} . Получены (двумерные) распределения потока выходящего с боковой поверхности колонок излучения, которые могут использоваться в дальнейшем для моделирования профилей импульсов излучения рентгеновских пульсаров.

Разработан алгоритм самосогласованного моделирования аккреционных колонок с преобладанием давления излучения. Написан код, позволяющий осуществлять (в приближении не зависящего от частоты анизотропного коэффи-

циента диффузии) численное решение задачи о структуре двумерной цилиндрической аксиально-симметричной колонки, спектре излучения последней и распределении электронной (комптоновской) температуры в колонке. Полученные решения согласуются в отношении вида структуры колонки с предыдущими расчетами. Последние не предусматривают моделирование спектрального переноса излучения и основаны на рассмотрении уравнения энергии, выводящегося (как показано в гл. 2) из кинетического уравнения для чисел заполнения в фазовом пространстве фотонов.

На основе метода Монте-Карло написан код, предназначенный для моделирования переноса излучения в облаках электронного газа с произвольными температурой и оптической толщиной (в предположении, что взаимодействие вещества с излучением происходит только за счет комптоновского механизма). Проведены численные расчеты комптонизации реликтового излучения (с учетом многократных рассеяний) в горячей межгалактической среде, присутствующей в скоплениях галактик. В приближении однородных сферических облаков газа (с постоянной по объему температурой) произведено моделирование теплового эффекта Сюняева-Зельдовича в широких диапазонах температур и частот. Рассчитаны угловые распределения интенсивности выходящего из облаков излучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Компанеец А. С. Об установлении теплового равновесия между квантами и электронами // ЖЭТФ. — 1956. — Т. 31. — С. 876.
- [2] Weymann R. Diffusion Approximation for a Photon Gas Interacting with a Plasma via the Compton Effect // Physics of Fluids. — 1965. — Nov. — Vol. 8, no. 11. — P. 2112.
- [3] Discovery of Periodic X-Ray Pulsations in Centaurus X-3 from UHURU / R. Giacconi, H. Gursky, E. Kellogg et al. // ApJL. — 1971. — Jul. — Vol. 167. — P. L67.
- [4] Brecher K., Ulmer M. P. X-ray lines and magnetic field of Her X-1 // Nature. — 1978. — Jan. — Vol. 271, no. 5641. — P. 135.
- [5] Evidence for strong cyclotron line emission in the hard X-ray spectrum of Hercules X-1 / J. Truemper, W. Pietsch, C. Reppin et al. // ApJL. — 1978. — Feb. — Vol. 219. — P. L105.
- [6] Adler S. L. Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field // Annals of Physics. — 1971. — Jan. — Vol. 67. — P. 599.
- [7] Canuto V., Lodenguai J., Ruderman M. Thomson Scattering in a Strong Magnetic Field // Phys. Rev. D. — 1971. — May. — Vol. 3, no. 10. — P. 2303.
- [8] Ventura J. Scattering of light in a strongly magnetized plasma // Phys. Rev. D. — 1979. — Mar. — Vol. 19, no. 6. — P. 1684.
- [9] Ventura J., Nagel W., Meszaros P. Possible vacuum signature in the spectra of X-ray pulsars // ApJL. — 1979. — Nov. — Vol. 233. — P. 125.
- [10] Photon Splitting in a Strong Magnetic Field / S. L. Adler, J. N. Bahcall, C. G. Callan, M. N. Rosenbluth // Phys. Rev. L. — 1970. — Oct. — Vol. 25, no. 15. — P. 1061.
- [11] Гнедин Ю. Н., Павлов Г. Г., Шибанов Ю. А. Влияние двулучепреломления вакуума в магнитном поле на поляризацию и направленность излучения рентгеновских пульсаров // Письма в АЖ. — 1978. — Июн. — Т. 4. — С. 214.

- [12] Mészáros P., Ventura J. Vacuum-Polarization Effects on Thomson Cross Sections in a Magnetized Plasma // Phys. Rev. L. — 1978. — Nov. — Vol. 41. — P. 1544.
- [13] Harding A. K., Lai D. Physics of strongly magnetized neutron stars // Reports on Progress in Physics. — 2006. — Sep. — Vol. 69. — P. 2631. — astro-ph/0606674.
- [14] Kirk J. G. The propagation of high frequency waves in a strongly magnetized plasma // Plasma Physics. — 1980. — Jul. — Vol. 22. — P. 639.
- [15] Kirk J. G., Galloway D. J. The stopping of fast protons in the accretion column of a neutron star // MNRAS. — 1981. — May. — Vol. 195. — P. 45.
- [16] Spectrum formation in X-ray pulsars at very low mass accretion rate: Monte Carlo approach / Alexander A. Mushtukov, Valery F. Suleimanov, Sergey S. Tsygankov, Simon Portegies Zwart // MNRAS. — 2021. — May. — Vol. 503, no. 4. — P. 5193. — 2006.13596.
- [17] X-ray emission from magnetized neutron star atmospheres at low mass-accretion rates. I. Phase-averaged spectrum / E. Sokolova-Lapa, M. Gornostaev, J. Wilms et al. // A&A. — 2021. — Jul. — Vol. 651. — P. A12. — 2104.06802.
- [18] Любарский Ю. Э., Сюняев Р. А. Структура аккреционной колонки // Письма в АЖ. — 1988. — Окт. — Т. 14. — С. 920.
- [19] Зельдович Я. Б., Шакура Н. И. Рентгеновское излучение при аккреции газа на нейтронную звезду // АЖ. — 1969. — Т. 46, № 2. — С. 225.
- [20] Баско М. М., Сюняев Р. А. Торможение быстрых протонов в плазме с сильным магнитным полем // ЖЭТФ. — 1975. — Янв. — Т. 68. — С. 105.
- [21] Павлов Г. Г., Яковлев Д. Г. Кулоновское торможение быстрых протонов в сильном магнитном поле // ЖЭТФ. — 1976. — Мар. — Т. 70. — С. 753.
- [22] Kirk J. G., Galloway D. J. The evolution of a test particle distribution in a strongly magnetized plasma // Plasma Physics. — 1982. — Apr. — Vol. 24, no. 4. — P. 339.

- [23] Self-consistent models for Coulomb-heated X-ray pulsar atmospheres / A. K. Harding, P. Meszaros, J. G. Kirk, D. J. Galloway // ApJ. — 1984. — Mar. — Vol. 278. — P. 369.
- [24] Miller G. S., Salpeter E. E., Wasserman I. Deceleration of Infalling Plasma in the Atmospheres of Accreting Neutron Stars. I. Isothermal Atmospheres // ApJ. — 1987. — Mar. — Vol. 314. — P. 215.
- [25] Miller G., Wasserman I., Salpeter E. E. The Deceleration of Infalling Plasma in Magnetized Neutron Star Atmospheres: Nonisothermal Atmospheres // ApJ. — 1989. — Nov. — Vol. 346. — P. 405.
- [26] Nelson R. W., Salpeter E. E., Wasserman I. Nonthermal Cyclotron Emission from Low-Luminosity Accretion onto Magnetic Neutron Stars // ApJ. — 1993. — Dec. — Vol. 418. — P. 874.
- [27] Mészáros P. High-energy radiation from magnetized neutron stars. — Chicago : University of Chicago Press, 1992.
- [28] Frank J., King A., Raine D. Accretion Power in Astrophysics. — New York : Cambridge University Press, 2002.
- [29] Shapiro S. L., Salpeter E. E. Accretion onto neutron stars under adiabatic shock conditions // ApJ. — 1975. — Jun. — Vol. 198. — P. 671.
- [30] Davidson K. Accretion at a Magnetic Pole of a Neutron Star // Nature Physical Science. — 1973. — Nov. — Vol. 246. — P. 1.
- [31] Becker P. A. Dynamical Structure of Radiation-dominated Pulsar Accretion Shocks // ApJ. — 1998. — May. — Vol. 498, no. 2. — P. 790.
- [32] Langer S. H., Rappaport S. Low-luminosity accretion onto magnetized neutron stars // ApJ. — 1982. — Jun. — Vol. 257. — P. 733.
- [33] Быков А. М., Красильщиков А. М. О динамике потоков, аккрецирующих на замагниченную нейтронную звезду // Письма в АЖ. — 2004. — Май. — Т. 30, № 5. — С. 351. — astro-ph/0412319.
- [34] Basko M. M., Sunyaev R. A. The limiting luminosity of accreting neutron stars with magnetic fields // MNRAS. — 1976. — May. — Vol. 175. — P. 395.

- [35] Becker P. A., Wolff M. T. Thermal and Bulk Comptonization in Accretion-powered X-Ray Pulsars // *ApJ*. — 2007. — Jan. — Vol. 654. — P. 435. — astro-ph/0609035.
- [36] Spectral formation in accreting X-ray pulsars: bimodal variation of the cyclotron energy with luminosity / P. A. Becker, D. Klochkov, G. Schönherr et al. // *A&A*. — 2012. — Aug. — Vol. 544. — P. A123. — 1205.5316.
- [37] The critical accretion luminosity for magnetized neutron stars / Alexander A. Mushtukov, Valery F. Suleimanov, Sergey S. Tsygankov, Juri Poutanen // *MNRAS*. — 2015. — Feb. — Vol. 447, no. 2. — P. 1847. — 1409.6457.
- [38] On the dependence of the X-ray continuum variations with luminosity in accreting X-ray pulsars / K. A. Postnov, M. I. Gornostaev, D. Klochkov et al. // *MNRAS*. — 2015. — Sep. — Vol. 452. — P. 1601. — 1506.07082.
- [39] Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М. : Наука, 1966.
- [40] Wang Y.-M., Frank J. Plasma infall and X-ray production in the magnetic funnel of an accreting neutron star // *A&A*. — 1981. — Jan. — Vol. 93. — P. 255.
- [41] Tsygan A. I. Mechanism of X-ray and soft gamma-ray radiation from accreting neutron stars // *A&A*. — 1977. — Aug. — Vol. 60, no. 1. — P. 39.
- [42] Photon Bubble Oscillations in Accretion-powered Pulsars / Richard I. Klein, Jonathan Arons, Garrett Jernigan, Juliana J. L. Hsu // *ApJL*. — 1996. — Feb. — Vol. 457. — P. L85.
- [43] Hsu J. J. L., Arons J., Klein R. I. Numerical Studies of Photon Bubble Instability in a Magnetized, Radiation-dominated Atmosphere // *ApJ*. — 1997. — Mar. — Vol. 478, no. 2. — P. 663.
- [44] Blandford R. D., Payne D. G. Compton scattering in a converging fluid flow. I - The transfer equation. II - Radiation-dominated shock // *MNRAS*. — 1981. — Mar. — Vol. 194. — P. 1033.

- [45] Любарский Ю. Э., Сюняев Р. А. Комptonизация в радиационно-доминированной ударной волне и спектры излучения рентгеновских пульсаров // Письма в АЖ. — 1982. — Окт. — Т. 8, № 10. — С. 612.
- [46] Numerical solution of the radiative transfer equation: X-ray spectral formation from cylindrical accretion onto a magnetized neutron star / R. Farinelli, C. Ceccobello, P. Romano, L. Titarchuk // A&A. — 2012. — Feb. — Vol. 538. — P. A67. — 1111.6851.
- [47] A new model for the X-ray continuum of the magnetized accreting pulsars / R. Farinelli, C. Ferrigno, E. Bozzo, P. A. Becker // A&A. — 2016. — Jun. — Vol. 591. — P. A29. — 1602.04308.
- [48] West B. F., Wolfram K. D., Becker P. A. A New Two-fluid Radiation-hydrodynamical Model for X-Ray Pulsar Accretion Columns // ApJ. — 2017. — Feb. — Vol. 835, no. 2. — P. 129. — 1612.02411.
- [49] West B. F., Wolfram K. D., Becker P. A. Dynamical and Radiative Properties of X-Ray Pulsar Accretion Columns: Phase-averaged Spectra // ApJ. — 2017. — Feb. — Vol. 835, no. 2. — P. 130. — 1612.01935.
- [50] Zeldovich Y. B., Sunyaev R. A. The Interaction of Matter and Radiation in a Hot-Model Universe // Astroph. Sp. Sci. — 1969. — Jul. — Vol. 4, no. 3. — P. 301.
- [51] Sunyaev R. A., Zeldovich Y. B. Distortions of the Background Radiation Spectrum // Nature. — 1969. — Aug. — Vol. 223, no. 5207. — P. 721.
- [52] Rephaeli Y. Cosmic Microwave Background Comptonization by Hot Intracluster Gas // ApJ. — 1995. — May. — Vol. 445. — P. 33.
- [53] Challinor A., Lasenby A. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zeldovich Effect // ApJ. — 1998. — May. — Vol. 499, no. 1. — P. 1. — astro-ph/9711161.
- [54] Itoh N., Kohyama Y., Nozawa S. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zeldovich Effect for Clusters of Galaxies // ApJ. — 1998. — Jul. — Vol. 502, no. 1. — P. 7. — astro-ph/9712289.
- [55] Titarchuk L., Lyubarskij Y. Power-Law Spectra as a Result of Comptonization of the Soft Radiation in a Plasma Cloud // ApJ. — 1995. — Sep. — Vol. 450. — P. 876.

- [56] Molnar S. M., Birkinshaw M. Inverse Compton Scattering in Mildly Relativistic Plasma // *ApJ*. — 1999. — Sep. — Vol. 523, no. 1. — P. 78. — astro-ph/9903444.
- [57] Astrophysics with the Spatially and Spectrally Resolved Sunyaev-Zeldovich Effects. A Millimetre/Submillimetre Probe of the Warm and Hot Universe / Tony Mroczkowski, Daisuke Nagai, Kaustuv Basu et al. // *Space Sci. Rev.* — 2019. — Feb. — Vol. 215, no. 1. — P. 17. — 1811.02310.
- [58] Gornostaev M. I. Three-dimensional modelling of accretion columns: spatial asymmetry and self-consistent simulations // *MNRAS*. — 2021. — Feb. — Vol. 501, no. 1. — P. 564. — 2012.10501.
- [59] Discovery and modelling of a flattening of the positive cyclotron line/luminosity relation in GX 304-1 with RXTE / Richard E. Rothschild, Matthias Kühnel, Katja Pottschmidt et al. // *MNRAS*. — 2017. — Apr. — Vol. 466, no. 3. — P. 2752. — 1610.08944.
- [60] Luminosity-dependent changes of the cyclotron line energy and spectral hardness in Cepheus X-4 / V. Vybornov, D. Klochkov, M. Gornostaev et al. // *A&A*. — 2017. — May. — Vol. 601. — P. A126. — 1702.06361.
- [61] Gornostaev M. I., Lipunova G. V. Comptonization of CMB in galaxy clusters. Monte Carlo computations // *MNRAS*. — 2020. — Dec. — Vol. 499, no. 2. — P. 2994. — 2009.14698.
- [62] Gornostaev M. I., Postnov K. A., Klochkov D. Continuum correlations in accreting X-ray pulsars. — Vol. 675 of *Journal of Physics Conference Series*. — 2016. — Feb. — P. 032021.
- [63] Continuum correlations in accreting X-ray pulsars / M. I. Gornostaev, K. A. Postnov, D. Klochkov, N. I. Shakura // *Radiation mechanisms of astrophysical objects: classics today*. — Proceedings of the conference in honor of the 100th birthday of Academician V. V. Sobolev. — 2017. — P. 297.
- [64] Горностаев М. И., Постнов К. А. Интерпретация спектров транзитных рентгеновских пульсаров при высоких темпах аккреции // *Современная звездная астрономия*. — Т. 1. — 2018. — Сен. — С. 130.

- [65] Elsner R. F., Lamb F. K. Accretion flows in the magnetospheres of Vela X-1, AO535 + 26 and Her X-1 // *Nature*. — 1976. — Jul. — Vol. 262, no. 5567. — P. 356.
- [66] Михалас Д. Звездные атмосферы. — М. : Мир, 1982.
- [67] Rybicki G. B., Lightman A. P. Radiative processes in astrophysics. — New York : Wiley-Interscience, 1979.
- [68] Горностаев М. И. Моделирование гидродинамических процессов и переноса излучения в высокотемпературной космической плазме. Научно-квалификационная работа. — 2020. — Янв.
- [69] Любарский Ю. Э. Комptonизация в сверхсильном магнитном поле. I // *Астрофизика*. — 1988. — Янв. — Т. 28. — С. 183.
- [70] Любарский Ю. Э. Комptonизация в сверхсильном магнитном поле. II // *Астрофизика*. — 1988. — Мар. — Т. 28. — С. 429.
- [71] Справочник по специальным функциям / Ред. Абрамовиц М. и Стиган И. — М. : Наука, 1979.
- [72] Lamb F. K., Pethick C. J., Pines D. A Model for Compact X-Ray Sources: Accretion by Rotating Magnetic Stars // *ApJ*. — 1973. — Aug. — Vol. 184. — P. 271.
- [73] Gnedin I. N., Nagel W. Critical luminosity of a magnetic neutron star // *A&A*. — 1984. — Sep. — Vol. 138. — P. 356.
- [74] Pulse-amplitude-resolved spectroscopy of bright accreting pulsars: indication of two accretion regimes / D. Klochikov, R. Staubert, A. Santangelo et al. // *A&A*. — 2011. — Aug. — Vol. 532. — P. A126. — 1107.2202.
- [75] V0332+53 in the outburst of 2004-2005: luminosity dependence of the cyclotron line and pulse profile / S. S. Tsygankov, A. A. Lutovinov, E. M. Churazov, R. A. Sunyaev // *MNRAS*. — 2006. — Sep. — Vol. 371, no. 1. — P. 19. — astro-ph/0511237.

- [76] Discovery of a flux-related change of the cyclotron line energy in Hercules X-1 / R. Staubert, N. I. Shakura, K. Postnov et al. // A&A. — 2007. — Apr. — Vol. 465. — P. L25. — astro-ph/0702490.
- [77] Cyclotron lines in highly magnetized neutron stars / R. Staubert, J. Trümper, E. Kendziorra et al. // A&A. — 2019. — Feb. — Vol. 622. — P. A61. — 1812.03461.
- [78] McClintock J. E., Ricker G. R., Lewin W. H. G. Rapid Fluctuations in the High-Energy X-Ray Flux from a Source in Crux // ApJL. — 1971. — Jun. — Vol. 166. — P. L73.
- [79] The Uhuru catalog of X-ray sources / R. Giacconi, S. Murray, H. Gursky et al. // ApJ. — 1972. — Dec. — Vol. 178. — P. 281.
- [80] Luminosity and spin-period evolution of GX 304-1 during outbursts from 2009 to 2013 observed with the MAXI/GSC, RXTE/PCA, and Fermi/GBM / Mutsumi Sugizaki, Takayuki Yamamoto, Tatehiro Mihara et al. // PASJ. — 2015. — Aug. — Vol. 67, no. 4. — P. 73. — 1504.04895.
- [81] Discovery of a 272 second periodic variation in the X-ray source GX 304-1 / J. E. McClintock, S. A. Rappaport, J. J. Nugent, F. K. Li // ApJL. — 1977. — Aug. — Vol. 216. — P. L15.
- [82] Parkes G. E., Murdin P. G., Mason K. O. The shell spectrum of the optical counterpart of GX 304-1 (4U 1258-61) // MNRAS. — 1980. — Feb. — Vol. 190. — P. 537.
- [83] Железняков В. В. Излучение в астрофизической плазме. — М. : Янус-К, 1997.
- [84] Wasserman I., Salpeter E. Resonance radiative transfer for cyclotron line emission with recoil // ApJ. — 1980. — Nov. — Vol. 241. — P. 1107.
- [85] Lyutikov M., Gavril F. P. Resonant cyclotron scattering and Comptonization in neutron star magnetospheres // MNRAS. — 2006. — May. — Vol. 368, no. 2. — P. 690. — astro-ph/0507557.

- [86] Spectral redistribution of gyroresonant photons in magnetized atmospheres of isolated compact stars / M. Garasyov, E. Derishev, V. Kocharovsky, Vl. Kocharovsky // A&A. — 2011. — Jul. — Vol. 531. — P. L14.
- [87] Иванов В. В. Перенос излучения и спектры небесных тел. — М. : Наука, 1969.
- [88] Positive correlation between the cyclotron line energy and luminosity in sub-critical X-ray pulsars: Doppler effect in the accretion channel / Alexander A. Mushtukov, Sergey S. Tsygankov, Alexander V. Serber et al. // MNRAS. — 2015. — Dec. — Vol. 454, no. 3. — P. 2714. — 1509.05628.
- [89] New Transient Source, Cepheus X-4, Observed by OSO-7 / M. P. Ulmer, W. A. Baity, W. A. Wheaton, L. E. Peterson // ApJL. — 1973. — Sep. — Vol. 184. — P. L117.
- [90] Bonnet-Bidaud J. M., Mouchet M. The identification of the transient X-ray pulsar Cepheus X-4 with a Be/X-ray binary // A&A. — 1998. — Apr. — Vol. 332. — P. L9. — astro-ph/9801215.
- [91] A New X-Ray Pulsar GS 2138+56 (Cepheus X-4) / Katsuji Koyama, Mitsunobu Kawada, Yuzuru Tawara et al. // ApJL. — 1991. — Jan. — Vol. 366. — P. L19.
- [92] Basko M. M., Sunyaev R. A. Radiative transfer in a strong magnetic field and accreting X-ray pulsars // A&A. — 1975. — Sep. — Vol. 42, no. 3. — P. 311.
- [93] Shapiro S. L., Lightman A. P., Eardley D. M. A two-temperature accretion disk model for Cygnus X-1: structure and spectrum // ApJ. — 1976. — Feb. — Vol. 204. — P. 187.
- [94] Evidence for different accretion regimes in GRO J1008-57 / Matthias Kühnel, Felix Fürst, Katja Pottschmidt et al. // A&A. — 2017. — Nov. — Vol. 607. — P. A88. — 1708.04473.
- [95] Зельдович Я. Б., Левич Е. В. Стационарное состояние электронов, находящихся в неравновесном поле излучения // Письма в ЖЭТФ. — 1970. — Янв. — Т. 11. — С. 57.

- [96] Meszaros P. Radiation from accreting magnetized neutron stars // Space Sci. Rev. — 1984. — Aug. — Vol. 38. — P. 325.
- [97] Photon Opacity in Surfaces of Magnetic Neutron Stars / J. Lodenquai, V. Canuto, M. Ruderman, S. Tsuruta // ApJ. — 1974. — May. — Vol. 190. — P. 141.
- [98] Калиткин Н. Н. Численные методы. — М. : Наука, 1978.
- [99] A Reflection Model for the Cyclotron Lines in the Spectra of X-Ray Pulsars / J. Poutanen, A. A. Mushtukov, V. F. Suleimanov et al. // ApJ. — 2013. — Nov. — Vol. 777. — P. 115. — 1304.2633.
- [100] Самарский А. А. Теория разностных схем. — М. : Наука, 1977.
- [101] Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М. : Наука, 1977.
- [102] Самарский А. А. Однородные разностные схемы для нелинейных уравнений параболического типа // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 1962. — Т. 2, № 1. — С. 25.
- [103] Reig P., Nespoli E. Patterns of variability in Be/X-ray pulsars during giant outbursts // A&A. — 2013. — Mar. — Vol. 551. — P. A1. — 1212.5944.
- [104] Парийский Ю. Н. Обнаружение горячего газа в скоплении галактик «Волосы Вероники» // АЖ. — 1972. — Дек. — Т. 49. — С. 1322.
- [105] Pozdnyakov L. A., Sobol I. M., Syunyaev R. A. Comptonization and the shaping of X-ray source spectra: Monte Carlo calculations // Astrophysics and Space Physics Reviews. — 1983. — Jan. — Vol. 2. — P. 189.
- [106] Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. — М. : Физматлит, 2002.
- [107] Сюняев Р. А. Микроволновое фоновое излучение в направлениях на скопления галактик // Письма в АЖ. — 1980. — Июл. — Т. 6. — С. 387.
- [108] Sazonov S. Y., Sunyaev R. A. Cosmic Microwave Background Radiation in the Direction of a Moving Cluster of Galaxies with Hot Gas: Relativistic Corrections // ApJ. — 1998. — Nov. — Vol. 508, no. 1. — P. 1.

- [109] Spectral Distortion of Cosmic Microwave Background Radiation by Scattering on Hot Electrons: Exact Calculations / A. D. Dolgov, S. H. Hansen, S. Pastor, D. V. Semikoz // *ApJ*. — 2001. — Jun. — Vol. 554, no. 1. — P. 74. — astro-ph/0010412.
- [110] A fast and accurate method for computing the Sunyaev-Zel'dovich signal of hot galaxy clusters / Jens Chluba, Daisuke Nagai, Sergey Sazonov, Kaylea Nelson // *MNRAS*. — 2012. — Oct. — Vol. 426, no. 1. — P. 510. — 1205.5778.
- [111] Relativistic corrections to the multiple scattering effect on the Sunyaev-Zel'dovich effect in the isotropic approximation / Naoki Itoh, Youhei Kawana, Satoshi Nozawa, Yasuharu Kohyama // *MNRAS*. — 2001. — Oct. — Vol. 327, no. 2. — P. 567. — astro-ph/0105519.
- [112] Pozdniakov L. A., Sobol I. M., Sunyaev R. A. The profile evolution of X-ray spectral lines due to Comptonization. Monte Carlo computations // *A&A*. — 1979. — May. — Vol. 75. — P. 214.
- [113] Соболев И. М. Численные методы Монте-Карло. — М. : Наука, 1973.
- [114] Sunyaev R. A., Titarchuk L. G. Comptonization of X-rays in plasma clouds. Typical radiation spectra // *A&A*. — 1980. — Jun. — Vol. 500. — P. 167.
- [115] Pomraning G. C. The equations of radiation hydrodynamics. — New York : Pergamon Press, 1973.