

Отзыв научного руководителя на диссертационную работу  
Таранина Константина Александровича  
"Значения функции перманента  $(0,1)$ -матриц и  $(-1,1)$ -матриц",  
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических  
наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и  
дискретная математика (01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория  
чисел)

Таранин Константин Александрович поступил в очную аспирантуру, окончив механико-математический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова. Перед диссертантом был поставлен ряд открытых проблем о значениях функции перманент на множествах матриц с коэффициентами из подмножеств  $\{0,1\}$  и  $\{-1,1\}$  поля вещественных чисел. Поставленные задачи касались реализуемости отдельных натуральных чисел в качестве значений функции перманент на таких матрицах и делимости значений функции перманент.

Различные вопросы, связанные с перманентом исследуются математиками начиная с работ Коши и Бине. Широко известно, что вычисление перманента является значительно более сложной задачей, чем вычисление определителя. Это обусловлено тем, что перманент не сохраняется стандартными элементарными преобразованиями, позволяющими привести матрицу к треугольной форме, а только умножениями на перестановочные матрицы и на диагональные матрицы, специального вида. В общем случае, вычисление перманента  $(0,1)$ -матрицы принадлежит классу  $\#P$ -полных задач.

Рассматриваемый диссертантом класс задач необычайно широк. Следует заметить, что, несмотря на кажущуюся простоту постановки вопроса, для решения зачастую приходится привлекать глубокие методы линейной алгебры и комбинаторики. Константин Александрович качественно и всесторонне исследовал поставленные перед ним проблемы. Ему удалось не только успешно решить все поставленные задачи, но также и разработать новые общие методы работы с перманентами, в частности, найти представление перманента, удобное для исследования свойств делимости и разработать метод цепей похожих матриц, позволивший решить задачу о поиске границ подряд идущих значений. В работе показано, что предложенные методы действительно обладают широким спектром применения. С их помощью Тараниным К.А. получены новые интересные результаты, в том числе, более чем в два раза увеличена оценка Брюальди-Ньюмана для подряд идущих значений перманента.

Диссертация Таранина К.А. состоит из введения и двух глав: исследование значений функции перманент на  $(0,1)$ - и  $(-1,1)$ -матрицах, соответственно.

Среди основных результатов о  $(0,1)$ -матрицах: улучшение оценки Брюальди-Ньюмана для нижней границы числа подряд идущих значений перманента более чем в два раза, что удалось именно за счет применения разработанного соискателем метода цепей похожих матриц, а также вычисление наибольшего нечетного и наибольшего нечетного на 3 значений перманента и оценки количества значений перманента, превосходящих наибольший нечетный

перманент. Для всех простых  $p$  в явном виде построены матрицы, перманент которых наибольший среди не делящихся на  $p$ .

Для  $(-1,1)$ -матриц предъявлена и доказана новая формула для перманента, выражающая его через число частичных нулевых диагоналей. Эта формула позволила получить явный критерий делимости перманента на  $2$  в степени  $(n - [\log_2 n] + 1)$ , что существенно улучшает полученные ранее в этом направлении результаты. Исследования делимости перманента  $(-1,1)$ -матрицы важны как сами по себе, так и для доказательства ряда актуальных свойств перманента, в частности, используются для исследования известной гипотезы Адамара. Также в работе Константина Александровича получена полная характеристика, с точностью до эквивалентности,  $(-1,1)$ -матриц порядка не более  $5$  с нулевым перманентом.

В диссертации получены сильные и интересные результаты, находящиеся в русле самых передовых исследований в этой области алгебры. Все утверждения сопровождаются аккуратными и строгими математическими доказательствами. Работа написана очень зрело и грамотно. Хочется отметить отдельно глубокую проработку мотивировок исследуемых задач.

Основные результаты диссертации Таранина К.А. изложены в четырех статьях в рецензируемых научных изданиях, определенных п. 2.3 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, публикации дают полное представление о результатах выполненных исследований. На протяжении обучения в аспирантуре Таранин К.А. неоднократно принимал участие в международных математических конференциях и выступал на научных семинарах с высокопрофессиональными докладами об основных результатах диссертации.

Считаю, что диссертация Таранина Константина Александровича полностью соответствует критериям, установленным в «Положении о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова», и рекомендую ее к защите в диссертационном совете МГУ.011.4(МГУ.01.17) ФГБОУ ВО МГУ по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел) (физико-математические науки).

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук  
профессор

А.Э. Гутерман

10 марта 2022г.

