

Отзыв научного руководителя на диссертационную работу

Максаева Артема Максимовича

"Характеризации гомоморфизмов графов матричных отношений",
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел») (физико-математические науки).

Максаев Артем Максимович поступил в очную аспирантуру, окончив механико-математический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова в 2018г. Перед диссертантом был поставлен ряд открытых проблем характеризации отображений матриц над полями и полукольцами, сохраняющих различные инварианты и отношения, важные в комбинаторной теории матриц. В частности, скрамблинг индекс, отношения Грина, отношение вырожденности суммы матриц.

Исследование отображений, сохраняющих различные матричные свойства, отношения или инварианты, является активно разрабатываемой областью математики еще со времен Фробениуса и Дьедонне. В настоящий момент это очень перспективное и приоритетное направление научных исследований, значимое как для теоретических, так и для прикладных задач. Ежегодно публикуются сотни научных работ в ведущих мировых журналах, посвященных вопросам характеризации таких отображений. Несмотря на это, теория отображений, сохраняющих матричные отношения содержит массу актуальных открытых проблем и вопросов.

В диссертационной работе исследуются отображения матриц над полями и полукольцами. Рассмотрены как конечные графы, соответствующие заданной матрице, так и бесконечные графы, задаваемые фиксированным отношением на всей матричной алгебре. Следует заметить, что, несмотря на кажущуюся простоту постановки вопросов, для их решения зачастую приходится привлекать глубокие методы линейной алгебры, комбинаторики и теории графов. А.М. Максаев внимательно и всесторонне исследовал поставленные перед ним проблемы, и ему удалось успешно и полностью их решить, а также разработать новые общие методы. В частности, метод верхних оценок сохраняемого инварианта, используемый для доказательства биективности рассматриваемого отображения. Следует отметить, что кроме решения поставленных задач, Артемом Максимовичем получены также интересные важные результаты о структурах возникающих в исследовании графов. В частности, получена точная верхняя оценка скрамблинг-индекса непримитивных графов, вычислено кликовое число регулярного графа многочлена и исследованы вложенные подграфы тотального графа многочлена.

Диссертация А.М. Максаева состоит из введения и пяти глав.

Глава 1 содержит всестороннее исследование скрамблинг-индекса матрицы (графа) и его свойств. Получена характеристика графов, скрамблинг индекс которых отличен от 0. Доказана точная верхняя оценка скрамблинг-индекса

непримитивного графа и охарактеризованы графы, на которых верхняя оценка достигается.

Глава 2 посвящена исследованию отображений матриц над полукольцами, сохраняющих скрамблинг-индекс и его отдельные значения. Хочу отметить, что в этой области развиты стандартные методы работы с биективными отображениями, однако за счет результатов главы 1 диссертанту удалось развить специальную технику, позволившую обойтись без требования биективности.

В главе 3 исследуются линейные не обязательно биективные отображения матриц над полями, сохраняющие отношения Грина, важные в теории полугрупп. При некоторых дополнительных условиях на основное поле получена полная характеристика линейных отображений, сохраняющих каждое из отношений Грина. Приведены примеры, показывающие, что если условия на поле не выполняются, то существуют отображения, не укладывающиеся в приведенную характеристику.

В главе 4 охарактеризованы пары отображений матриц над алгебраически замкнутым полем, удовлетворяющие условию $A + xB$ вырождена тогда и только тогда, когда $T_1(A) + xT_2(B)$ вырождена для всех элементов поля x и матриц A, B .

Глава 5 посвящена исследованию комбинаторных свойств тотальных и регулярных графов. В частности, доказано, что кликовое число регулярного графа любого многочлена конечно, причем предьявлена явная верхняя оценка этого числа.

В диссертации получены сильные и интересные результаты, находящиеся в русле самых передовых исследований в этой области алгебры. Считаю, что Артемом Максимовичем проделана очень большая, важная и актуальная работа. Полученные результаты корректно доказаны, хорошо оформлены, изложение сопровождается большим числом примеров и контрпримеров, иллюстрирующих доказываемые свойства и их приложения. Диссертация демонстрирует высокий уровень научных способностей и выдающиеся творческие возможности ее автора.

А.М. Максаев провел полное и всеобъемлющее исследование каждой поставленной задачи и развил новые перспективные методы исследования, которые могут применяться также и для решения других задач. Работа А.М. Максаева имеет большое значение, как теоретическое, так и практическое, и является серьезным вкладом в современную алгебру. Рассматриваемая диссертация представляет собой законченное научное исследование. Ее результаты получены лично автором и прошли всестороннюю квалифицированную апробацию, опубликованы в ведущих научных журналах.

Основные результаты диссертации А.М. Максаева изложены в восьми статьях в рецензируемых научных изданиях, определенных п. 2.3 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Представленные публикации полно и правильно отражают результаты выполненных исследований. На протяжении обучения в аспирантуре А.М. Максаев неоднократно принимал участие в международных математических конференциях и выступал на научных семинарах с высокопрофессиональными докладами об основных результатах диссертации.

Считаю, что диссертация Максаева Артема Максимовича полностью соответствует критериям, установленным в «Положении о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова», и рекомендую ее к защите в диссертационном совете МГУ.011.4(МГУ.01.17) ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова» по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел») (физико-математические науки).

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
профессор

А.Э. Гутерман

9 марта 2022г.