

На правах рукописи

Бобров Иван Борисович

**Пространственные корреляции в бифотонных  
и классических полях**

01.04.21 – Лазерная физика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2017

Работа выполнена на кафедре квантовой электроники физического факультета МГУ  
имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: д. ф.-м. н., профессор,  
ФГБОУ ВО «Московский государственный  
университет имени М.В.Ломоносова»  
**Кулик Сергей Павлович**

Официальные оппоненты: д. ф.-м. н., заведующий лабораторией,  
Физико-технологический институт  
Российской академии наук (ФТИАН)  
**Богданов Юрий Иванович,**  
д. ф.-м. н., профессор,  
Казанский физико-технический институт  
им. Е.К.Завойского КазНЦ РАН  
**Калачев Алексей Алексеевич**

Ведущая организация: ФГБОУ ВО Санкт-Петербургский  
государственный университет

Защита состоится 11 мая 2017 г. в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 501.001.31 при Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова по адресу: 119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, МГУ, дом 1, стр. 62, корпус нелинейной оптики, аудитория им. С.А. Ахманова.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций Научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д.27), на сайте Физического Факультета МГУ имени М.В. Ломоносова <http://phys.msu.ru/rus/research/disser/sovets-D501-001-31> и на сайте диссертационного совета [http://istina.msu.ru/dissertation\\_councils/councils/387244/](http://istina.msu.ru/dissertation_councils/councils/387244/)

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 501.001.31,  
кандидат физико-математических наук,  
доцент

А.А. Коновко

# Общая характеристика работы

## **Актуальность темы исследования.**

На сегодняшний день большой интерес представляют квантовые системы высокой размерности. Под размерностью квантовой системы здесь и далее в тексте диссертационной работы подразумевается размерность гильбертова пространства состояний этой системы. Так, например, для квантового бита информации (кубита) данная размерность равна двум. Кубит является ключевым элементом в области квантовой связи и квантовой информации. Системы с размерностью гильбертова пространства состояний больше двух часто называют кудитами. В диссертационной работе рассматриваются только оптические кудиты, наиболее удобные при использовании в задачах передачи информации. Твердотельные, сверхпроводящие, а также квантовые системы на основе холодных атомов и ионов в диссертации не рассматриваются.

В настоящее время наибольшее прикладное применение из области квантовой информации имеет направление квантовой криптографии. Помимо лабораторных образцов имеются также коммерчески доступные системы. Основными характеристиками квантовой криптографической системы являются критический уровень ошибок (по сути дальность линии связи, на которой система еще считается секретной) и скорость генерации совместного ключа. Все коммерческие системы, в силу относительной простоты реализации, используют кодирование на поляризационных или фазовых кубитах. Вместе с тем, как это было показано в работах [1–3], кодирование на основе кудитов обладает большей информационной емкостью, что увеличивает дальность передачи или увеличивает скорость распределения секретного ключа в число раз, пропорциональное размерности кудита.

Задача генерации квантовых систем высокой размерности является одной из ключевых в квантовой оптике. Одним из наиболее перспективных путей ее решения является использование непрерывных степеней свободы фотона, таких как волновой вектор (пространственные кудиты) или частота. В качестве источника пространственных кудитов хорошо подходит процесс спонтанного параметрического рассеяния (СПР) [4]. В силу закона сохранения импульса в данном процессе ярко выражены корреляции рождаемых бифотонных пар по угловому направлению (попиксельное перепутывание) [5].

С практической точки зрения, для получения высокой чистоты многомерного квантового состояния, необходимо собирать генерируемое в процессе СПР излучение с малых телесных углов. Это, в свою очередь, ведет к уменьшению полезного сигнала, эффективность которого составляет в среднем  $10^2$  бифотонов на милливатт накачки [6].

После подробного исследования спектра СПР оказалось [7], что эффективность генерируемого пространственного квантового состояния, с сохранением его высокой чистоты, может быть сильно увеличена, если собирать излучение из определенных пространственных мод, называемых модами Шмидта. При выполнении определенных экспериментальных условий данные пространственные моды в хорошем приближении совпадают с поперечными модами электромагнитного поля (ТЕМ) в свободном пространстве. В зависимости от выбора базиса поперечные пространственные моды можно разделить на моды Эрмита-Гаусса (при выборе декартовой системы координат) и на моды Лагерра-Гаусса (при выборе полярных координат). В более общей классификации моды Эрмита-Гаусса (ЭГ) и Лагерра-Гаусса (ЛГ) являются частными случаями пространственных мод Инса-Гаусса при выборе эллиптического базиса [8, 9].

В большинстве экспериментальных работах, использующих базис мод ЛГ, исследуются свойства перепутанности системы по орбитальному угловому моменту, радиальный индекс чаще всего не рассматривается [2, 10]. Такой подход практичен с точки зрения детектирования подобных систем, так как при регистрации углового момента можно использовать упрощенный метод фазовых масок (подробное изложение метода рассматривается в третьей главе диссертации), но использование лишь азимутального индекса существенно ограничивает максимальную размерность генерируемой квантовой системы. Существуют работы, показывающие что квантовые системы с перепутыванием по орбитальному угловому моменту становятся более устойчивы в турбулентной атмосфере с ростом углового момента [11]. Также существуют исследования, демонстрирующие возможность переноса перепутанности системы с поляризационных степеней свободы фотона на его угловой момент.

В диссертационной работе в основном используется базис мод Эрмита-Гаусса по причине удобства генерации и детектирования при наличии активной фазовой маски. Несмотря на использование базиса мод ЭГ все полученные результаты могут быть перенесены на случай базисных мод Лагерра-Гаусса.

При построении экспериментальной установки перед проведением измерений ее необходимо откалибровать. Процедура калибровки такой установки на однофотонном уровне являет собой сложную экспериментальную задачу, в которой обычно требуется наличие эталонных однофотонных источников и откалиброванных приемников. На сегодняшний день изготовление однофотонных источников (которые бы детерминистическим образом испускали строго определенное число фотонов) является открытой экспериментальной задачей квантовой оптики. Идея абсолютной калибровки детекторов, без использования эталонного источника или эталонного детектора принадлежит Дави-

ду Николаевичу Клышко [12]. Предложенный метод базируется на использовании источника бифотонных пар на основе спонтанного параметрического рассеяния. Используя тот факт, что в процессе СПР фотоны рождаются строго парами при наличии схемы совпадений можно измерить квантовую эффективность детектора без использования эталонного детектора [13–16]. Данные эксперименты положили начало направлению самокалибрующихся методик, позволяющих получать информацию как о детектируемом состоянии, так и о характеристиках самого детектора [17, 18]. Например, в экспериментальной работе [19] была реализована самокалибрующаяся схема, позволяющая одновременно восстанавливать угол поворота базиса измерений и матрицу плотности измеряемых поляризационных состояний, в данной работе исследовались одно и двухфотонные поляризационные состояния. Использование самокалибрующихся методик для восстановления пространственных состояний квантовых полей на сегодняшний день в литературе не упоминается.

Одним из активных применений пространственно перепутанных пар фотонов, рождаемых в процесс СПР является наблюдение «скрытых» изображений [20]. Развитая экспериментальная база в настоящее время позволяет в реальном времени получать «скрытые» изображения с контрастом более 90%, при помощи камеры, работающей в режиме регистрации одиночных фотонов [21], что может быть использовано для создания чувствительных оптических сенсоров высокого разрешения. Термин «скрытые» используется потому, что характерные пространственные распределения (изображения) возможно наблюдать лишь в корреляционной функции второго порядка по интенсивности, в то время как само распределение интенсивности не содержит никаких пространственных черт изображения. Кроме того, при восстановлении «скрытых» изображений часть излучения, используемого для восстановления, не взаимодействует непосредственно с объектом изображения (подобно опорной световой волне лазера при воспроизведении голограмм).

До недавнего времени велись бурные научные исследования с целью определить, является ли наблюдение «скрытых» изображений исключительно квантовой особенностью пространственно перепутанных фотонов, или данный эффект может быть полностью воссоздан с использованием классических полей. Первые теоретические обоснования эффекта «скрытых» изображений [22] основывались на том, что именно перепутывание играет основную роль при извлечении информации о пространственных корреляциях. Данная точка зрения была опровергнута после публикации теоретической работы [23] и экспериментальных исследований [24, 25], демонстрирующих, что практически любое «скрытое» изображение может быть воссоздано с использованием только

классических источников обладающих корреляционными свойствами. Таким образом было показано [23], что различие между наблюдаемыми «скрытыми» изображениями от бифотонного или классического (квазитеплового) источника заключается только в видности регистрируемого изображения. В отличие от большого числа экспериментальных и теоретических работ, исследующих «скрытые» изображения объектов, в основе которых по сути лежат попиксельные корреляции, рассмотренные ранее, работ, посвященных изучению пространственных корреляций между поперечными модами квазитепловых источников существует очень немного. Теоретически данные корреляционные свойства были предсказаны еще в 1982 году [26], однако, проведение экспериментальных исследований и сравнение результатов с разложением Шмидта для бифотонного поля до настоящего момента выполнено не было.

Тематика поперечных пространственных распределений (мод) как квантовых, так и квазиклассических световых полей является относительно новой, поэтому вопрос о том как наилучшим образом генерировать и производить детектирование пространственных состояний является крайне важным на сегодняшний день [27]. Наиболее практичным методом является использование активных фазовых голограмм [28], управление которыми может осуществляться в реальном времени непосредственно в ходе эксперимента [29]. Для восстановления отклика детектора пространственных мод на различные входные распределения поля основополагающим является применение методов квантовой томографии детекторов [30–32]. Базируясь на методах, используемых в перечисленных работах, в диссертации рассматривается оригинальный подход, позволяющий восстановить отклик детектора пространственных мод на заданную входную моду  $HG_{nm}$ , при том, что сама входная пространственная мода  $HG_{nm}$  в чистом виде не готовится, вместо нее на вход детектора подается смещенная в поперечном направлении мода  $HG_{00}$ . Выбор такого необычного входного состояния приводит к появлению спектра входных мод в базисе собственных мод детектора, однако, с экспериментальной точки зрения, данный подход позволяет избежать ошибок связанных с приготовлением мод  $HG_{nm}$  высокого порядка, и восстановить только отклик детектора, а не отклик системы: генератор пространственной моды + детектор пространственной моды.

Помимо исследования спектра пространственных мод бифотонного поля отдельный как фундаментальный, так и практический интерес представляет квантовая интерференция бифотонных полей. В отличие от классических экспериментов, в которых характерная интерференционная картина наблюдается в распределении интенсивности, при попадании многофотонных (в простейшем случае бифотонных) полей на вход интерферометра, пространственное распределение корреляционной функции второго по-

рядка по интенсивности  $G^2 = \langle I_1(x_1, y_1)I_2(x_2, y_2) \rangle$  устроено более сложным образом [33]. Чаще всего работы по квантовой интерференции базируются на схеме Хонг-У-Манделя [34], в которой поперечные координаты  $x_1, y_1$  и  $x_2, y_2$  фиксированы, либо производится дополнительная пространственная фильтрация излучения при помощи одномодовых волокон. Изучение же поперечной пространственной структуры  $G^2$  является важной задачей для таких направлений как квантовая литография [35] и квантовая метрология [36, 37]. Оба направления используют свойство сверхразрешения [38], при котором разрешение оптической системы не ограничивается ее дифракционным пределом если на вход системы подаются многофотонные квантовые состояния.

#### **Цели и задачи диссертационной работы:**

##### **Цели исследования:**

- Экспериментальное исследование пространственных мод и нахождение соответствующих им собственных значений разложения Шмидта для бифотонного поля, генерируемого в процессе спонтанного параметрического рассеяния, с применением методов самокалибрующийся томографии.
- Изучение пространственных корреляционных свойств квазитеплого поля в базисе мод Эрмита-Гаусса и сравнение полученных результатов с разложением Шмидта для случая бифотонного поля.
- Томография детектора пространственных мод и нахождение оптимальных фазовых голограмм для детектирования в базисе мод Эрмита-Гаусса.
- Изучение квантовых интерференционных пространственных распределений, возникающих при использовании бифотонного источника в схеме Юнга.

##### **Задачи исследования:**

- Создать экспериментальную установку, реализующую проекционные измерения углового спектра бифотонного поля в базисе мод Эрмита-Гаусса.
- Проанализировать полученное в эксперименте разложение по пространственным модам и сравнить его с теоретическим разложением Шмидта.
- Создать экспериментальную установку, позволяющую измерять пространственные корреляционные зависимости от квазитеплого источника излучения.
- Провести анализ полученных корреляционных зависимостей, исследовать их согласие с теоретической моделью Шелла для тепловых полей.

- Создать экспериментальную установку и провести измерения для калибровки детектора поперечных пространственных мод.
- Создать установку для генерации двухфотонных состояний с возможностью плавной перестройки состояния, поступающего на вход интерферометра Юнга.
- Создать установку для наблюдения квантовой интерференции; получить характерные интерференционные зависимости в корреляционной функции второго порядка по интенсивности; пронаблюдать уменьшение периода интерференции в 2 раза по сравнению с классической интерференцией в схеме Юнга.

### **Научная новизна.**

- Впервые исследованы пространственные корреляционные свойства углового спектра бифотонного поля в базисе мод Эрмита-Гаусса с применением методов самокалибрующейся томографии.
- Впервые изучены пространственные корреляционные зависимости в базисе мод Эрмита-Гаусса для квазитеплого источника излучения.
- Разработан оригинальный метод калибровки детектора пространственных мод. Впервые восстановлено POVM разложение для детектора пространственных мод.
- Впервые продемонстрирована устойчивость квантовой интерференционной картины для входного состояния  $|1, 1\rangle$  при внесении дополнительной фазовой задержки в один из источников интерферометра Юнга.

### **Теоретическая и практическая значимость.**

Полученные результаты по исследованию корреляций в пространственных поперечных модах от квантового источника могут быть использованы при создании систем квантового распределения ключа с использованием оптических кудитов. Применение многомерных носителей информации может увеличить скорость генерации ключа, а также повысить дальность секретной связи для используемых криптографических протоколов.

Результаты по изучению пространственных корреляционных свойств квазитепловых источников представляют в основном фундаментальный интерес, но также могут быть применены при регистрации «скрытых» изображений объектов находящихся в поле с тепловой статистикой излучения.



Детектор пространственных мод является важным элементом как классических, так и квантовых систем, использующих кодирование на пространственных модах. Оригинальный метод калибровки таких детекторов, а также результаты по выбору оптимальных фазовых голограмм для данных детекторов могут найти широкое применение в классической и квантовой связи, например, в современных задачах передачи пространственных состояний через многомодовые или фотонно-кристаллические оптические световоды, или задачах связи через атмосферный канал.

Полученные результаты квантовых интерференционных зависимостей полученных для бифотонного входного состояния в схеме Юнга могут быть применены в схемах квантовой литографии, также при создании высокочувствительных сенсоров с высоким разрешением для задач метрологии и спектроскопии.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Применение методов самокалибрующейся томографии позволяет повысить точность восстановления квантовых состояний по значениям проекций и одновременно выявить систематические погрешности эксперимента.
2. Качественное поведение пространственных корреляций  $g^{(2)}$  квазитеплового источника такой же, как для случая бифотонного поля, генерируемого в процессе спонтанного параметрического рассеяния.
3. Предложенный и апробированный метод калибровки детектора пространственных мод Эрмита-Гаусса позволяет использовать только фундаментальную моду на входе для получения отклика на моды высших порядков.
4. Использование фазовых голографических масок с дополнительной амплитудной модуляцией приближает измерения детектора пространственных мод к идеальным проекциям в базисе мод Эрмита-Гаусса.
5. Квантовая интерференционная картина, полученная при входном состоянии  $|1, 1\rangle$  в схеме Юнга, обладает удвоенным периодом по сравнению с классическим входным состоянием и не чувствительна к разности фаз между двумя источниками схемы Юнга.

#### **Степень достоверности и апробация результатов.**

Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях: Бобров И.Б., Страупе С.С., Ковлаков Е.В., Кулик С.П. Пространственные корреляции в квази-тепловом свете // VIII семинар памяти Д.Н. Клышко. – 20-23 мая 2013. – Москва, Россия.

Bobrov I.B., Kovlakov E.V., Markov A.A., Straupe S.S., Kulik S.P. Detector tomography of spatial mode filters // 23rd International Laser Physics Workshop LPHYS'14. – 14-18 July 2014. – Sofia, Bulgaria.

Bobrov I.B., Kalashnikov D.A., Krivitsky L.A. Imaging of spatial correlations of two-photon states // 21th central European workshop on quantum optics CEWQO. – 23-27 June 2014. – Brussels, Belgium.

Бобров И.Б., Ковлаков Е.В., Марков А.А., Страупе С.С., Кулик С.П. Томография детектора пространственных мод // IX семинар памяти Д.Н. Клышко. – 25-27 мая 2015. – Москва, Россия.

### **Публикации.**

Основные результаты, полученные в данной работе, опубликованы в пяти статьях, список которых приведён в конце автореферата.

### **Личный вклад автора.**

Изложенные в работе результаты исследований получены лично автором или в соавторстве при его значительном вкладе. Автор принимал участие в постановке задач, теоретических расчетах, планировании и выполнении экспериментов, представленных в диссертации.

### **Структура и объем диссертации.**

Диссертация состоит из введения, четырех оригинальных глав, заключения и списка литературы. Обзор литературы выполнен внутри каждой главы. Общий объем диссертации 110 страниц, из них 97 страницы текста, включая 57 рисунков. Библиография включает 93 наименования на 8-ми страницах.

## **Содержание работы**

**Во введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

**В первой главе** изучается структура межмодовых пространственных корреляций, возникающих в угловом спектре бифотонного поля, генерируемого в процессе спонтанного параметрического рассеяния. С математической точки зрения данная структура описывается разложением Шмидта, при котором амплитуда бифотонного поля

представляется в виде ряда:

$$\Psi(\vec{k}_{1\perp}, \vec{k}_{2\perp}) = \sum_{i=0}^K \sqrt{\lambda_i} \psi_i(\vec{k}_{1\perp}) \psi_i(\vec{k}_{2\perp}).$$

В этом разложении вектора  $\vec{k}_{1\perp}$  и  $\vec{k}_{2\perp}$  соответствуют поперечным компонентам волновых векторов сигнального и холостого фотонов. Число Шмидта  $K$  ограничивает число слагаемых в разложении. Из вида разложения Шмидта следует, что при детектировании одного из фотонов пары в пространственной поперечной моде  $\psi_i$ , второй фотон обязан находиться в той же моде.

В приближении тонкого кристалла и гауссовой огибающей поля накачки собственные функции  $\psi_i$  и собственные значения  $\lambda_i$  могут быть найдены аналитически, при этом собственные функции представляют собой пространственные моды Эрмита-Гаусса (ЭГ) или Лагерра-Гаусса (ЛГ) (в зависимости от выбора декартовой или полярной системы координат, соответственно).

Целью экспериментального исследования первой главы было определение пространственной структуры функций  $\psi_i$  (на сколько данные функции близки к модам Эрмита-Гаусса), также измерение соответствующих собственных значений  $\lambda_i$ .

Для достижения данной цели была создана экспериментальная установка, реализующая проекционные измерения в базисе мод ЭГ. Ключевой особенностью установки является использование управляемых фазовых голограмм, для осуществления проекций на заданную пространственную моду. Проецирование на выбранную моду осуществляется за счет наложения фазовой голографической маски и последующей фильтрацией одномодовым световодом.

Проведенный анализ спектра пространственных мод бифотонного поля путем прямых проекционных измерений, а также построения «скрытых» изображений исследуемых мод, показал хорошее согласие с теоретическим разложением Шмидта при заданных экспериментальных параметрах.

При измерении собственных значений  $\lambda_{nm}$ , где  $n$  и  $m$  соответствуют горизонтальному и вертикальному индексам для выделяемой пространственной моды  $\text{HG}_{nm}$ , выяснилось, что из-за инструментальной погрешности экспериментальной установки наблюдается асимметрия  $\lambda_{nm} \neq \lambda_{mn}$ . Разность между экспериментально измеренными собственными значениями и теоретическими представлена на рисунке 1(а). Для восстановления более физически достоверного спектра собственных значений, а также для оценки систематических погрешностей экспериментальной установки был использован подход самокалибрующейся томографии. На рисунке 1(б) приведено итоговое распределение собственных значений, полученных с использованием данного подхода.

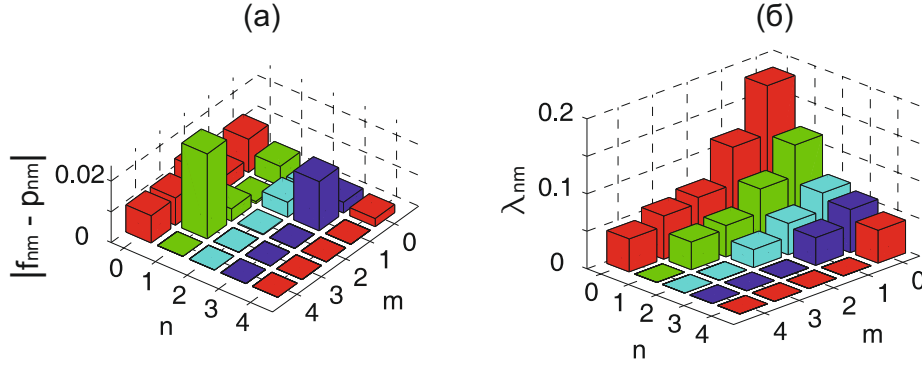


Рис. 1. (а) – разность между экспериментальными  $f_{nm}$  и теоретически ожидаемыми собственными значениями  $p_{nm}$ ; (б) – гистограмма распределения восстановленных собственных значений  $\lambda_{nm}$ .

Результаты первой главы опубликованы в работах [1,2].

**Во второй главе** изучаются пространственные корреляционные свойства квазитеплового поля. В отличие от разложения Шмидта, которое записывается для амплитуды бифотонного поля, в случае классического теплового излучения существует математически идентичное разложение, применимое для функции когерентности первого порядка по интенсивности  $g^{(1)} = \frac{\langle E(x_1, y_1)E(x_2, y_2) \rangle}{\langle E(x_1, y_1) \rangle \langle E(x_2, y_2) \rangle}$ :

$$g^{(1)}(x_1, y_1, x_2, y_2) = \sum_{nm} \lambda_{nm} \phi_{nm}(x_1, y_1) \phi_{nm}(x_2, y_2).$$

В этом выражении  $x_1$  и  $x_2$  - поперечные координаты к направлению распространения излучения в двух угловых направлениях, аналогичных направлениям сигнального и холостого фотонов в процессе СПР. Функция когерентности не доступна для прямого экспериментального наблюдения, однако, исходя из соотношения Зигерта, корреляционная функция второго порядка по интенсивности  $g^{(2)} = 1 + |g^{(1)}|^2$  также несет информацию о структуре корреляций между пространственными модами.

При использовании гауссовой модели Шелла для квазитеплового источника собственные функции  $\phi_{nm}(x, y)$  в разложении для  $g^{(1)}$  являются модами Эрмита-Гаусса (или Лагерра-Гаусса), как и в случае разложения Шмидта для бифотонного поля.

Основной целью второй главы являлось экспериментальное исследование спектра пространственных мод, входящих в разложение для  $g^{(1)}$  и сравнение квазиклассического и квантового случая. Для этого была собрана экспериментальная установка, с использованием фазовых голограмм.

В главе производится аналитический расчет корреляционной функции  $g^{(2)}$  в дальней зоне дифракции с учетом всех основных элементов экспериментальной установки.

Гистограмма полученных в эксперименте нормированных собственных значений

$\lambda_{nm}$  представлена на рисунке 2. Величина фиделити между нормированными экспериментальными собственными значениями  $\lambda_{n0}$  и теоретически ожидаемыми для индексов горизонтальной моды  $n$  от 0 до 6 составила  $F = 0.9996$ .

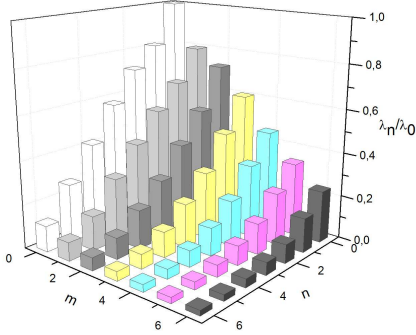


Рис. 2. Нормированное распределение собственных значений в зависимости от номера выделяемой моды.

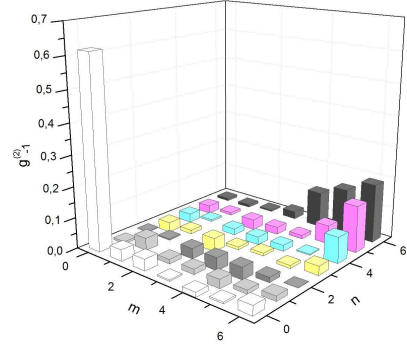


Рис. 3. Распределение  $g^{(2)} - 1$  в зависимости от выделяемой моды  $\phi_{mn}$  в оптическом канале с фазовой голографической маской.

На рисунке 3 приведено распределение корреляций, превышающих случайные, для случая, когда в одном из оптических каналов (холостом) экспериментальной схемы осуществлялась проекция входного состояния только на фундаментальную пространственную гауссову моду  $\phi_{00}$ , при этом в сигнальном канале схемы осуществлялось проецирование на моды Эрмита-Гаусса  $\phi_{nm}$ .

Результаты второй главы опубликованы в работе [3].

**В третьей главе** проводится сравнение методов генерации и детектирования пространственных состояний при помощи фазовых голографических масок, а также предложен оригинальный подход по калибровке детектора пространственных мод.

Детектор пространственных мод в простейшем случае представляет собой комбинацию фазовой маски и одномодового пространственного фильтра, в качестве которого удобно использовать одномодовый световод (Рис. 4). Принцип действия детектора заключается в следующем: при задании фазовой голограммы для выделения конкретной пространственной моды  $\phi_{nm}$  (на рисунке в качестве примера  $\phi_{nm} = \text{HG}_{10}$ ) из всего спектра мод на входе детектора только мода  $\phi_{nm}$  будет преобразована в гауссову и пройдет через одномодовое волокно, остальные же компоненты входного спектра  $\phi_{n'm'}$  после маски будут отфильтрованы волокном в силу их ортогональности.

В третьей главе было экспериментально продемонстрировано, что фазовые маски

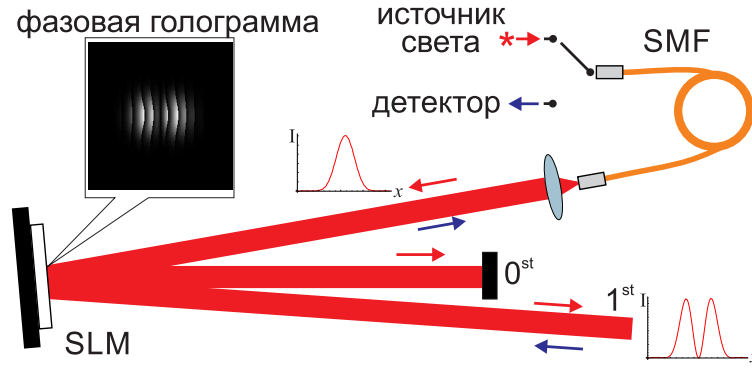


Рис. 4. Установка для генерации и детектирования поперечных пространственных мод. SMF - одномодовое волокно, SLM - пространственный модулятор света.

рассчитанные согласно формуле

$$\phi(\xi, \eta) = M(\xi, \eta) \bmod_{2\pi} \left( F(\xi, \eta) + \frac{2\pi\xi}{\Lambda} \right)$$

являются наилучшим приближением при детектировании в базисе пространственных мод Эрмита-Гаусса. В этом выражении  $\xi$  и  $\eta$  – координаты в плоскости фазовой голограммы,  $\Lambda$  – период фазовой дифракционной решетки - эшелетта (использование эшелетта позволяет увеличить эффективность перекачки энергии в первый порядок дифракции от фазовой голограммы). Функции  $M$  и  $F$  имеют вид:

$$M = \text{sinc}(\pi(A(\xi, \eta) - 1)), \quad F = \Phi(\xi, \eta) - \pi A(\xi, \eta),$$

где  $A(\xi, \eta)$  и  $\Phi(\xi, \eta)$  – нормированные амплитуда и фаза ожидаемого поля в дальней зоне  $E(x, y)$ , то есть  $A(\xi, \eta) = |\mathcal{F}[E(x, y)]|$ ,  $\Phi(\xi, \eta) = \text{Arg}(\mathcal{F}[E(x, y)])$ ,  $\mathcal{F}$  – обозначает Фурье-образ.

Для восстановления отклика детектора пространственных мод использовался формализм POVM разложения, в котором проекционное измерение реализуемое детектором над входным состоянием  $|\psi_n\rangle$  имеет вид:

$$\tilde{\pi}_n = \sum_k \theta_k^{(n)} |\psi_k\rangle \langle \psi_k|$$

. В случае идеального детектора  $\theta_k^{(n)} = \delta_{n,k}$ .

Целью томографии детектора являлось определение неизвестной матрицы коэффициентов  $\theta_k^{(n)}$ .

В третьей главе производилось как экспериментальное измерение коэффициентов  $\theta_k^{(n)}$  для различного типа используемых фазовых голограмм, так и компьютерное моделирование, показавшее схожие с экспериментом значения. Полученные матрицы коэффициентов приведены на рисунке 5.

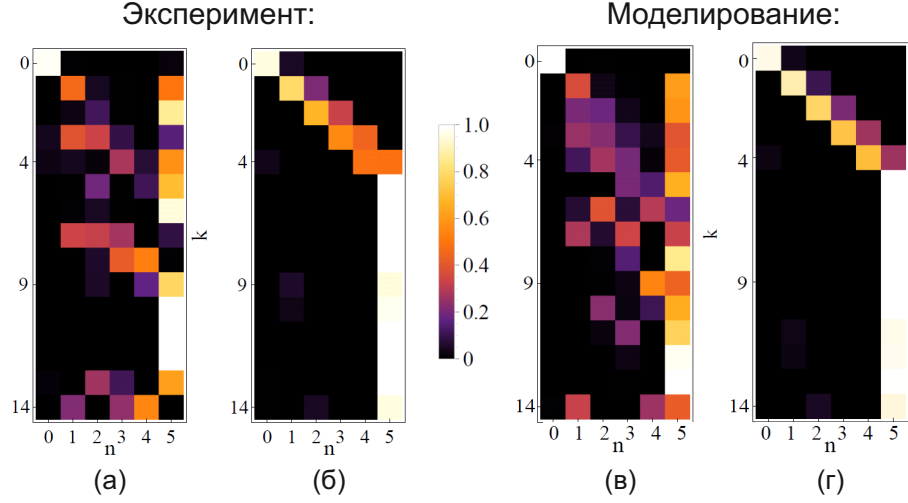


Рис. 5. Элементы восстановленной POVM матрицы  $\theta_k^{(n)}$  в базисе мод Эрмита-Гаусса: полученные без использования амплитудной модуляции при расчете фазовых голограмм (а); с использованием амплитудной и фазовой модуляции (б); POVM элементы, вычисленные по данным численного моделирования дифракции в дальней зоне, для голограмм без (в) и с использованием (г) амплитудной модуляцией.

Значения меры similarity  $S = \left( \sum_{nk} \sqrt{\theta_k^{(n)} \tilde{\theta}_k^{(n)}} \right)^2 / \sum_{nk} \theta_k^{(n)} \sum_{nk} \tilde{\theta}_k^{(n)}$  вычисленные между идеальным ( $\tilde{\theta}_k^{(n)} = \delta_{n,k}$ ) и реальным детекторами составили в эксперименте  $S_{ph} = 0.19$  и  $S_{amp} = 0.73$ . Значение  $S_{ph}$  вычислялось для случая «ступенчатых» фазовых масок, при  $M(\xi, \eta) = 1$ ,  $S_{amp}$  было получено при добавлении амплитудной огибающей на фазовую маску  $M(\xi, \eta) \neq 1$ . Аналогичные величины, рассчитанные по данным численного моделирования, составили  $S_{ph} = 0.86$  и  $S_{amp} = 0.98$ .

Результаты третьей главы опубликованы в работе [5].

**В четвертой главе** исследуется квантовая интерференционная картина, возникающая при попадании бифотонного состояния на вход интерферометра Юнга.

В зависимости от входного состояния  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|2, 0\rangle + |0, 2\rangle)$  (NOON) или  $|1, 1\rangle$  картина пространственных корреляций существенно изменяется.

Корреляционная функция второго порядка по интенсивности и скорость счета совпадений двух пространственно разнесенных точечных детекторов, расположенных в координатах  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  пропорциональны квадрату модуля волновой функции. Для случая NOON состояния на входе интерферометра Юнга квадрат модуля ВФ имеет

вид:

$$|\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^2} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} (x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2) \right] \times \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{2\pi}{\Lambda} (x_1 + x_2) - 2\theta \right] \right\},$$

здесь параметр  $\sigma$  отвечает за характерный размер локализации квантовой интерференционной картины,  $\theta$  – некоторая дополнительная фазовая задержка, вносимая только для одного из источников интерферометра Юнга, а  $\Lambda \equiv \frac{\lambda f}{d}$  – характерный период интерференции. Необходимо отметить, что хотя выражение для  $\Lambda$  совпадает с периодом для классической интерференционной картины, наблюдаемой в схеме Юнга с расстоянием между источниками  $d$ , фокусным расстоянием линзы  $f$  и длиной волны излучения  $\lambda$ , при этом квантовые интерференционные полосы наблюдаются в направлении  $x_1 = x_2$  для этого входного состояния, поэтому реальный период равен  $\Lambda/2$ , то есть наблюдается явление сверхразрешения.

При входном состоянии  $|1, 1\rangle$  квадрат модуля пространственной ВФ приобретает вид:

$$|\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^2} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} (x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2) \right] \times \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{2\pi}{\Lambda} (x_1 - x_2) \right] \right\}.$$

Дополнительная фаза  $\theta$  в выражение не входит, а характерная картина квантовых интерференционных полос наблюдается в направлении  $x_1 = -x_2$ .

Для проведения эксперимента была создана установка позволяющая плавно изменять генерируемое квантовое состояние согласно выражению:

$$|\phi\rangle = \frac{\sin(4\alpha)}{\sqrt{2}} (|2, 0\rangle + |0, 2\rangle) + \cos(4\alpha)|1, 1\rangle,$$

в котором  $\alpha$  является управляющим параметром.

Экспериментальное исследование пространственной структуры корреляций в дальней зоне интерферометра Юнга подтвердило уменьшение периода квантовой интерференции в два раза, также показало, что квантовая интерференционная картина для состояния  $|1, 1\rangle$  не чувствительна к дополнительной фазовой задержке, вносимой в один из источников.

Результаты четвертой главы опубликованы в работе [4].

## **В заключении**

В заключении диссертации сформулированы основные результаты работы:

Экспериментально исследован пространственный спектр бифотонного поля, генерируемого в процессе СПР. Было экспериментально подтверждено, что исследуемый



угловой спектр хорошо согласуется с моделью разложения по модам Шмидта, с базисными модами разложения в виде мод Эрмита-Гаусса.

При помощи процедуры самокалибрующей томографии были получены параметры «неидеальности» детектирования экспериментальной установки и восстановлены собственные значения разложения Шмидта, с учетом этих параметров.

Исследовано разложение по когерентным модам для классических квазитепловых источников. Было экспериментально подтверждено, что данное разложение полностью аналогично разложению Шмидта для квантового случая.

Предложен оригинальный метод калибровки детектора пространственных мод. Ключевой особенностью метода является то, что отклик детектора на какую-либо входную пространственную моду высокого порядка может быть измерен без непосредственного приготовления этой входной моды.

Исследована структура пространственных корреляций, возникающая при подаче бифотонного состояния на вход интерферометра Юнга. Экспериментально продемонстрировано, что квантовое интерференционное распределение от входного состояния  $|1, 1\rangle$  обладает меньшим периодом, по сравнению с классическим и является не чувствительным к разности фаз между источниками схемы Юнга, что может быть использовано в системах квантовой литографии.

## Список статей, опубликованных по теме диссертации

1. Straupe S.S., Ivanov D.P., Kalinkin A.A., Bobrov I.B., Kulik S.P. Angular Schmidt modes in spontaneous parametric down-conversion // *Phys. Rev. A.* – 2011. – V. 83. – p. 060302.
2. Straupe S.S., Ivanov D.P., Kalinkin A.A., Bobrov I.B., Kulik S.P., Mogilevtsev D. Self-calibrating tomography for angular Schmidt modes in spontaneous parametric down-conversion // *Phys. Rev. A.* – 2013. – V. 87. – p. 042109.
3. Bobrov I.B., Straupe S.S., Kovlakov E.V., Kulik S.P. Schmidt-like coherent mode decomposition and spatial intensity correlations of thermal light // *New Journal of Physics.* – 2013. – V. 15. – p. 073016.
4. Bobrov I.B., Kalashnikov D.A., Krivitsky L.A. Imaging of spatial correlations of two-photon states // *Phys. Rev. A.* – 2014. – V. 89. – p. 043814.
5. Bobrov I.B., Kovlakov E.V., Markov A.A., Straupe S.S., Kulik S.P. Tomography of

## Цитированная литература

1. Brougham T., Barnett S. M. Information communicated by entangled photon pairs // Phys. Rev. A. 2012. Vol. 85, no. 3.
2. Langford N. K., Dalton R. B., Harvey M. D. et al. Measuring Entangled Qutrits and Their Use for Quantum Bit Commitment // Physical Review Letters. 2004. Vol. 93, no. 5.
3. Sharapova P., Pérez A. M., Tikhonova O. V., Chekhova M. V. Schmidt modes in the angular spectrum of bright squeezed vacuum // Physical Review A. 2015. Vol. 91, no. 4.
4. Klyshko D. N., Penin A. N., Polkovnikov B. F. Parametric Luminescence and Light Scattering by Polariton // Sov. Phys. JETP Lett. 1970. Vol. 11, no. 05.
5. O’Sullivan-Hale M. N., Khan I. A., Boyd R. W., Howell J. C. Pixel Entanglement: Experimental Realization of Optically Entangled  $d=3$  and  $d=6$  Qudits // Physical Review Letters. 2005. Vol. 94, no. 22.
6. Kwon O., Cho Y.-W., Kim Y.-H. Single-mode coupling efficiencies of type-II spontaneous parametric down-conversion: Collinear, noncollinear, and beamlike phase matching // Physical Review A. 2008. Vol. 78, no. 5.
7. Law C. K., Eberly J. H. Analysis and Interpretation of High Transverse Entanglement in Optical Parametric Down Conversion // Physical Review Letters. 2004. Vol. 92, no. 12.
8. Bandres M. A., Gutiérrez-Vega J. C. Ince–Gaussian modes of the paraxial wave equation and stable resonators // Journal of the Optical Society of America A. 2004. Vol. 21, no. 5. P. 873.
9. Bentley J. B., Davis J. A., Bandres M. A., Gutiérrez-Vega J. C. Generation of helical Ince-Gaussian beams with a liquid-crystal display // Optics Letters. 2006. Vol. 31, no. 5. P. 649.
10. Hiesmayr B. C., de Dood M. J. A., Löffler W. Observation of Four-Photon Orbital Angular Momentum Entanglement // Phys. Rev. Lett. 2016. Vol. 116, no. 7.
11. Ibrahim A. H., Roux F. S., McLaren M. et al. Orbital-angular-momentum entanglement in turbulence // Physical Review A. 2013. Vol. 88, no. 1.
12. Klyshko D. N. Use of two-photon light for absolute calibration of photoelectric detectors // Soviet Journal of Quantum Electronics. 1980. Vol. 10, no. 9. P. 1112–1117.

13. Malygin A. A., Penin A. N., Sergienko A. V. Absolute Calibration of the Sensitivity of Photodetectors Using a Two-Photon Field // *Sov. Phys. JETP Lett.* 1981. Vol. 33. P. 477–480.
14. D’Ariano G. M., Maccone L., Presti P. L. Quantum Calibration of Measurement Instrumentation // *Physical Review Letters.* 2004. Vol. 93, no. 25.
15. Brida G., Genovese M., Gramegna M. Twin-photon techniques for photo-detector calibration // *Laser Physics Letters.* 2006. Vol. 3, no. 3. P. 115–123.
16. Polyakov S. V., Migdall A. L. High accuracy verification of a correlated-photon-based method for determining photoncounting detection efficiency // *Opt. Express.* 2007. Vol. 15, no. 4. P. 1390.
17. Mogilevtsev D., Rehacek J., Hradil Z. Relative tomography of an unknown quantum state // *Phys. Rev. A.* 2009. Vol. 79, no. 2.
18. Mogilevtsev D. Calibration of single-photon detectors using quantum statistics // *Phys. Rev. A.* 2010. Vol. 82, no. 2.
19. Bra’czyk A. M., Mahler D. H., Rozema L. A. et al. Self-calibrating quantum state tomography // *New Journal of Physics.* 2012. Vol. 14, no. 8. P. 085003.
20. Pittman T. B., Shih Y. H., Strekalov D. V., Sergienko A. V. Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement // *Phys. Rev. A.* 1995. Vol. 52, no. 5. P. R3429–R3432.
21. Aspden R. S., Tasca D. S., Boyd R. W., Padgett M. J. EPR-based ghost imaging using a single-photon-sensitive camera // *New Journal of Physics.* 2013. Vol. 15, no. 7. P. 073032.
22. Abouraddy A. F., Saleh B. E. A., Sergienko A. V., Teich M. C. Role of Entanglement in Two-Photon Imaging // *Physical Review Letters.* 2001. Vol. 87, no. 12.
23. Gatti A., Brambilla E., Lugiato L. A. Entangled Imaging and Wave-Particle Duality: From the Microscopic to the Macroscopic Realm // *Physical Review Letters.* 2003. Vol. 90, no. 13.
24. Bennink R. S., Bentley S. J., Boyd R. W. “Two-Photon” Coincidence Imaging with a Classical Source // *Physical Review Letters.* 2002. Vol. 89, no. 11.
25. Bennink R. S., Bentley S. J., Boyd R. W., Howell J. C. Quantum and Classical Coincidence Imaging // *Physical Review Letters.* 2004. Vol. 92, no. 3.
26. Starikov A., Wolf E. Coherent-mode representation of Gaussian Schell-model sources and of their radiation fields // *Journal of the Optical Society of America.* 1982. Vol. 72, no. 7. P. 923.
27. Bolduc E., Bent N., Santamato E. et al. Exact solution to simultaneous intensity and

- phase encryption with a single phase-only hologram // *Optics Letters*. 2013. Vol. 38, no. 18. P. 3546.
28. Heckenberg N. R., McDuff R., Smith C. P. et al. Laser beams with phase singularities // *Optical and Quantum Electronics*. 1992. Vol. 24, no. 9. P. S951–S962.
  29. Brandt L., Muldoon C., Thiele T. et al. Spatial light modulators for the manipulation of individual atoms // *Applied Physics B*. 2010. Vol. 102, no. 3. P. 443–450.
  30. Lundeen J. S., Feito A., Coldenstrodt-Ronge H. et al. Tomography of quantum detectors // *Nat Phys*. 2008. Vol. 5, no. 1. P. 27–30.
  31. Humphreys P. C., Metcalf B. J., Gerrits T. et al. Tomography of photon-number resolving continuous-output detectors // *New Journal of Physics*. 2015. Vol. 17, no. 10. P. 103044.
  32. Feito A., Lundeen J. S., Coldenstrodt-Ronge H. et al. Measuring measurement: theory and practice // *New Journal of Physics*. 2009. Vol. 11, no. 9. P. 093038.
  33. Boto A. N., Kok P., Abrams D. S. et al. Quantum Interferometric Optical Lithography: Exploiting Entanglement to Beat the Diffraction Limit // *Phys. Rev. Lett*. 2000. Vol. 85, no. 13. P. 2733–2736.
  34. Hong C. K., Ou Z. Y., Mandel L. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference // *Physical Review Letters*. 1987. Vol. 59, no. 18. P. 2044–2046.
  35. D’Angelo M., Chekhova M. V., Shih Y. Two-Photon Diffraction and Quantum Lithography // *Physical Review Letters*. 2001. Vol. 87, no. 1.
  36. Shin H., Chan K. W. C., Chang H. J., Boyd R. W. Quantum Spatial Superresolution by Optical Centroid Measurements // *Phys. Rev. Lett*. 2011. Vol. 107, no. 8.
  37. Schwartz O., Oron D. Improved resolution in fluorescence microscopy using quantum correlations // *Physical Review A*. 2012. Vol. 85, no. 3.
  38. Giovannetti V., Lloyd S., Maccone L., Shapiro J. H. Sub-Rayleigh-diffraction-bound quantum imaging // *Physical Review A*. 2009. Vol. 79, no. 1.