

О СЕМИНАРЕ ПО ПРОБЛЕМАМ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ И УПРАВЛЕНИЯ ПРИ МОСКОВСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ им. М.В. ЛОМОНОСОВА*)

Ниже публикуются краткие аннотации докладов, состоявшихся в осеннем семестре 2022 г. (предыдущее сообщение о работе семинара дано в журнале “Дифференц. уравнения”. 2022. Т. 58. № 8; за дополнительной информацией обращаться по адресу: nds@cs.msu.su**) .

DOI: 10.31857/S0374064123020152, EDN: PWFOAU

А. В. Ильин, А. С. Фурсов (МГУ ВМК, Москва, Россия), “О задаче стабилизации переключаемой линейной системы с соизмеримыми запаздываниями” (26.09.2022).

В статье [1] исследовалась проблема цифровой стабилизации переключаемой линейной системы с запаздыванием в управлении. При этом предполагалось, что запаздывание одинаково для всех режимов рассматриваемой переключаемой системы. Для указанной системы была сформулирована задача построения цифрового стабилизирующего регулятора в форме динамической обратной связи по выходу. В результате для её решения был предложен алгоритм, включающий два основных шага – переход от исходной непрерывной системы к её точной дискретной модели (вообще говоря, более высокого динамического порядка) и поиск дискретного динамического регулятора для полученной переключаемой дискретной системы.

В настоящей работе предлагается обобщить приведённую задачу стабилизации на случай, когда режимы переключаемой системы имеют различные запаздывания в управлении, а именно рассматривается непрерывная скалярная переключаемая линейная система с соизмеримыми запаздываниями в управлении

$$\dot{x}(t) = A_{\sigma}x(t) + b_{\sigma}u(t - \theta_{\sigma}), \quad y(t) = c_{\sigma}x(t), \quad \sigma \in S_{\tau}, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

где $\sigma : R_+ \rightarrow I = \{1, \dots, m\}$ – непрерывная справа кусочно-постоянная функция (ненаблюдаемый переключающий сигнал) с конечным числом разрывов (переключений) на любом конечном промежутке; S_{τ} – множество переключающих сигналов σ , для которых время между любыми двумя соседними переключениями не меньше τ ; $x \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния, $y \in \mathbb{R}$ – измеряемый скалярный выход, $u \in \mathbb{R}$ – управляющий вход; $A_{\sigma} = A \circ \sigma$ – композиция отображения $A : I \rightarrow \{A_1, \dots, A_m\}$ и переключающего сигнала σ ; $b_{\sigma} = b \circ \sigma$, $c_{\sigma} = c \circ \sigma$ и $\theta_{\sigma} = \theta \circ \sigma$ – аналогичные композиции для отображений $b : I \rightarrow \{b_1, \dots, b_m\}$, $c : I \rightarrow \{c_1, \dots, c_m\}$, $\theta : I \rightarrow \{\theta_1, \dots, \theta_m\}$. Здесь $\theta_i > 0$ – величины постоянных запаздываний, причём θ_i/θ_j – рациональное число для любой пары $i, j \in I$.

Значение функции σ в каждый момент времени определяет активный режим (c_i, A_i, b_i) переключаемой системы (1), описываемый линейной стационарной системой с запаздыванием в управлении

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + b_i u(t - \theta_i), \quad y(t) = c_i x(t).$$

Решением уравнения состояния системы (1) при заданном управлении $u(t)$ (считаем, что $u(t) \equiv 0$ при $t \leq 0$), начальном условии $x(0) = x_0$ и переключающем сигнале $\sigma \in S_{\tau}$ является решение линейной нестационарной системы с запаздыванием

$$\dot{x} = A_{\sigma(t)}x + b_{\sigma(t)}u(t - \theta_i), \quad x(0) = x_0.$$

*) Семинар основан академиками РАН С.В. Емельяновым и С.К. Коровиным.

**) Составитель хроники А.В. Ильин.

Для переключаемой линейной системы (1) с заданным $\tau > 0$ и ненаблюдаемыми переключающими сигналами $\sigma \in S_\tau$ требуется построить цифровой регулятор вида

$$u(t) = \sum_{j=0}^{\lfloor t/T \rfloor} u[jT]S(t-jT), \quad S(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, T], \\ 0, & t \notin [0, T], \end{cases} \quad (2)$$

$$v[(l+1)T] = Qv[lT] + qy[lT], \quad u[lT] = Hv[lT] + hy[lT], \quad v[0] = v_0, \quad (3)$$

обеспечивающий S_τ -устойчивость замкнутой непрерывно-дискретной системы

$$\dot{x}(t) = A_\sigma x(t) + b_\sigma u(t - \theta_\sigma),$$

$$v[(l+1)T] = Qv[lT] + qc_\sigma x[lT], \quad \sigma(t) \in S_\tau, \quad x(0) = x_0, \quad v[0] = v_0, \quad (4)$$

где

$$u(t - \theta_i) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{\lfloor (t-\theta_i)/T \rfloor} (Hv[lT] + hc_\sigma x[lT])S(t - \theta_i - jT), & \text{если } t \geq \theta_i, \\ 0, & \text{если } 0 \leq t < \theta_i. \end{cases}$$

Система (4) записана при условии, что моменты времени t и lT согласованы, $l = \lfloor t/T \rfloor$, т.е.

$$lT \leq t < (l+1)T, \quad l \in \mathbb{N}.$$

Здесь T – период квантования по времени t (считаем, что $T < \tau$ и для любого i найдётся такое $\gamma_i \in \mathbb{N}$, что $\theta_i = \gamma_i T$), $[\cdot]$ – целая часть действительного числа, $Q \in \mathbb{R}^{r \times r}$, $q \in \mathbb{R}^{r \times 1}$, $H \in \mathbb{R}^{1 \times r}$, $h \in \mathbb{R}$ (r – порядок регулятора), $u[\cdot]$, $y[\cdot]$, $v[\cdot]$ – дискретные функции, определённые на последовательности $\{lT\}_{l=0}^\infty$, формирующий элемент представлен фиксатором нулевого порядка [2, с. 25].

Замкнутую непрерывно-дискретную систему (4) называем S_τ -устойчивой, а регулятор (2), (3) – стабилизирующим, если для любых $x(0)$, $v[0]$ и $\sigma \in S_\tau$ для соответствующего решения выполнено условие

$$\left\| \begin{pmatrix} x(t) \\ v[lT] \end{pmatrix} \right\| \rightarrow 0 \quad \text{при } t \rightarrow +\infty, \quad l = \lfloor t/T \rfloor. \quad (5)$$

Для решения поставленной задачи предлагается использовать подход, разработанный в статье [1], модифицируя его с учётом наличия соизмеримых запаздываний в режимах исходной переключаемой системы (1). При этом предполагается, что общая схема построения цифрового регулятора (2), (3) должна включать следующие основные шаги:

1) переход от непрерывной системы (1) к её точной дискретной модели (см. [1]) с учётом, что на её входе используется фиксатор нулевого порядка (точная дискретная модель является переключаемой дискретной системой с режимами, описываемыми системами разностных уравнений, вообще говоря, различных динамических порядков, не содержащих запаздываний);

2) описание режимов полученной дискретной модели с помощью передаточных функций;

3) построение семейства $\mathcal{R}$ одновременно стабилизирующих регуляторов на основе алгоритма SIVIA [3, с. 81] для режимов дискретной модели, представленных передаточными функциями;

4) построение процедуры поиска на множестве $\mathcal{R}$ стабилизирующего дискретного регулятора вида (3) с использованием метода расширения динамического порядка [4, с. 205] и достаточного условия устойчивости переключаемых дискретных систем на основе метода функций Ляпунова [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Московского центра фундаментальной и прикладной математики.

Литература. 1. Фурсов А.С., Миняев С.И., Гусева В.С. Построение цифрового стабилизатора для переключаемой линейной системы с запаздыванием в управлении // Дифференц. уравнения. 2018. Т. 54. № 8. С. 1132–1141. 2. Поляков К.Ю. Основы теории цифровых систем управления. СПб, 2002. 3. Жолен Л., Кифер М., Дидри О., Вальтер Э. Прикладной интервальный анализ. М.; Ижевск, 2007. 4. Фурсов А.С. Одновременная стабилизация: теория построения универсального регулятора для семейства динамических объектов. М., 2016.