

А.Е. БУКАТОВ,
А.Д. ПУХТЯР, Л.В. ЧЕРКЕСОВ

Зависимость волнового движения от горизонтальной диффузии плотности и скорости течения

В РАБОТАХ [1, 2] по данным натурных гидрологических наблюдений в Черном море изучались внутренние волны, вызываемые давлениями $\rho = \rho_0 \exp[i(m\bar{x} + n\bar{y} - \delta t)]$. Задача сводилась к решению уравнения

$$W_{zz} + C_1 W_z + C_2 W = 0 \quad (1)$$

с граничными условиями

$$W_z + C_3 W = -iC_4 \rho_0 \text{ при } z=0, \quad W=0 \text{ при } z=H. \quad (2)$$

Здесь

$$\begin{aligned} C_k &= C_{k1} - iC_{k2} \quad (k=1, 2, 3); \quad C_{11} = \Gamma - f^2 a_z \tan \varphi; \\ C_{12} &= f\beta_z \varphi; \quad C_{31} = (a\alpha_z - r^2 g) \varphi; \quad C_{32} = f\beta_z \varphi; \quad C_4 = a r^2 \bar{\rho}^{-1} \varphi; \\ C_{21} &= \alpha [a r^2 (1 - g\Gamma \psi^{-1}) + a_{zz} + a_z \Gamma] \varphi; \end{aligned} \quad (3)$$

$$C_{22} = \varphi [f\beta_z \Gamma + a r^4 v g \Gamma \psi^{-1} + f\beta_{zz} - f\beta_z a_z \alpha^{-1}]; \quad \varphi = (f^2 - a^2)^{-1};$$

$$\psi = a^2 + v^2 r^4; \quad \alpha = m\bar{u}(z) - \delta; \quad \beta = \bar{u}(z)n; \quad r^2 = m^2 + n^2; \quad \Gamma = \bar{\rho}_z(z)/\bar{\rho}(z);$$

$f = 2\omega \sin \varphi_0$; H — глубина бассейна, φ_0 — географическая широта места; $\bar{\rho}(z)$ и $\bar{u}(z)$ — невозмущенные распределения плотности и скорости течения по глубине; давления перемещаются в направлении, составляющем с направлением течения угол 45° ; ось X совпадает с направлением течения; ось Z направлена вертикально вниз; W — амплитуда вертикальной составляющей скорости волнового возмущения. Исследование выполнялось численно. Необходимые для расчетов распределения $\bar{u}(z)$ и $\bar{\rho}(z)$ аппроксимировались многослойными моделями. Число слоев бралось равным числу горизонтов, на которых проводились гидрологические наблюдения. На границах слоев $\bar{u}$ и $\bar{\rho}$ брались из наблюдений. Внутри слоев $\bar{u}$ и $\bar{\rho}$ соответственно интерполировались линейно и экспоненциально по значениям на границах. Коэффициент диффузии v в каждом слое принимался постоянным.

В работах [3, 4] без учета скорости течения получено условие генерации внутренних волн в экспоненциально стра-

тифицированном море при условии горизонтальной диффузии плотности. Из этого условия можно найти такое предельное значение $\nu = \nu_0$, что при заданных значениях исходных параметров для $\nu < \nu_0$ могут генерироваться внутренние волны, а при $\nu > \nu_0$ внутренних волн нет.

Оценим предельную величину ν для генерации внутренних волн в Черном море с учетом стационарного течения. Из (1)-(3) видно, что влияние горизонтальной диффузии определяется слагаемыми $y_1 = ar^4 \nu g \Gamma / (a^2 + \nu^2 r^4)$, $y_2 = ar^2 g \Gamma / (a^2 + \nu^2 r^4)$, входящими в C_{22} и C_{21} . На фиксированном горизонте z функция $y_2(\nu)$ убывает с ростом ν , а $y_1(\nu)$ имеет при $\nu = |a|/r^2$ экстремум, равный $gr^2\Gamma/2$. Обозначим максимальное по глубине значение ν , достигаемое на глубине $z = z_1$ и отвечающее экстремуму функции $y_1(\nu)$, через ν_0 . Для $\nu < \nu_0$ функция $y_1(\nu)$ растет, при $\nu > \nu_0$ убывает.

Исходя из (1)-(3), рассмотрим влияние горизонтальной диффузии на вертикальную структуру и максимальное по глубине значение амплитуды W , обозначив его через A . Численное решение задачи (1)-(3) проводилось для $\nu(z) = \gamma \nu_1(z)$ при $\bar{u}(z)$, $\bar{p}(z)$, $\nu_1(z)$, полученных по данным натурных наблюдений в глубоководной [1] и прибрежной [2] зонах Черного моря. Величина γ изменялась в пределах

$1 \cdot 10^6$ с шагом $0,9 \cdot 10^k$, $k = 0, 1, 2, \dots, 5$ в интервалах $10^k - 10^{k+1}$.

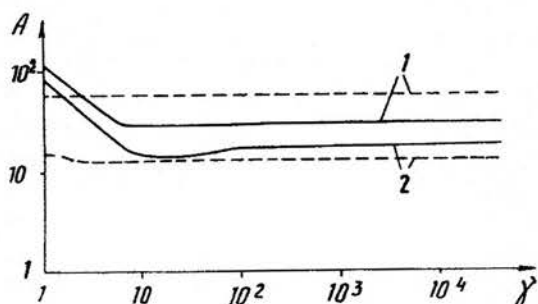


Рис. 1

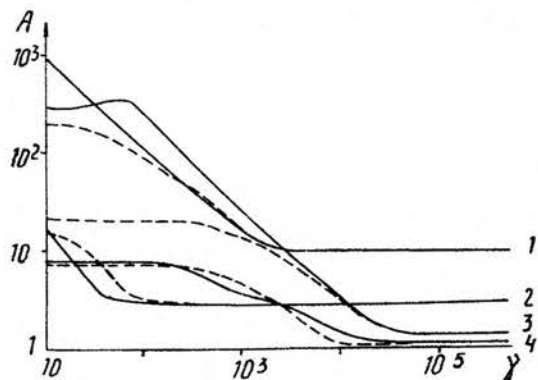


Рис. 2

Зависимость A (м/с) от γ для $\rho_0 = 100$ Па дана на рис. 1, 2 с точностью до множителя 10^6 . На рис. 1 функция $A(\gamma)$ приведена для двух периодов колебаний $\tau_1 = 0,35$ ч (кривая 1), $\tau_2 = 1,35$ ч (кривая 2), характеризующих первую и вторую моды внутренних волн с длиной $\lambda = 10H$ в прибрежной зоне моря ($H = 23$ м). На рис. 2 кривые 1, 2 даны для $\tau_1 = 1,75$ ч и $\tau_5 = 5,86$ ч, отвечающих первой и пятой модам внутренних волн с длиной $\lambda = 5H$, кривые 3, 4 - при значениях $\tau_1 = 12,17$ ч и $\tau_5 = 16,8$ ч, характеризующих первую и пятую моды с длиной $\lambda = 50H$ в глубоководной зоне ($H = 2070$ м). Сплошные линии получены

с учетом скорости течения, штриховые - при $\bar{u} = 0$. Видно, что A , начиная с некоторого $y = y_0$, почти не меняется с изменением y . Кроме того, в центральной части моря (рис. 2) при $y > y_0$ не сказывается и влияние течений на $A(y)$. В прибрежной зоне учет течений в зависимости от номера моды может приводить к увеличению и к уменьшению значения A .

Анализ показал, что для $y \geq y_0$ функция $A(\tau)$ убывающая и моды внутренних волн с длиной $\lambda_0 = 2\pi/r_0$ и фазовыми скоростями $V \leq V_0$ не реализуются. Здесь $V_0 = \delta_0/r_0$, а δ_0 и r_0 - частота и волновое число моды, для которой определено y_0 . Величина y_0 зависит от скорости течения. Максимальное по глубине значение W при $y \geq y_0$ и $\delta \leq \delta_0$, $r = r_0$ достигается на свободной поверхности. При этом V_{10} для $\delta = \delta_0$, $r = r_0$ практически совпадает с величиной $V_0 = y_0 V_T(z_1)$. Преобразуем выражение V_{10} к виду

$$V_{10} = |a(z_1)| r^{-2} = [\bar{u}(z_1) m r^{-1} \delta r^{-1}] r^{-1} = [\bar{u}(z_1) \cos \varphi - V] r^{-1}, \quad (4)$$

где φ - угол между направлением течения и направлением перемещения давления; V - фазовая скорость волны давления. Отсюда видно, что V_{10} зависит от волнового числа r и разности между проекцией скорости течения на направление распространения волны давления и ее фазовой скоростью. Качественное распределение V_{10} по φ для фиксированных значений $\delta = \delta_0$, $r = r_0$ приведено в полярных координатах при $\bar{u} = 0$ на рис. 3, а, при $\bar{u}(z_1) < V_0$ на рис. 3, б, при $\bar{u}(z_1) > V_0$ на рис. 3, в. Здесь $V_{01} = |\bar{u}(z_1) - V_0| r_0^{-1}$; $V_{02} = V_0 r_0^{-1}$; $V_{03} = |\bar{u}(z_1) + V_0| r_0^{-1}$. Заштрихованные области характеризуют величины V , при которых реализуются моды внутренних волн с фазовыми скоростями $V = V_0$. При отсутствии течения V_0 не зависит от φ , т.е. при любых направлениях перемещения давлений внутренние волны с фазовыми скоростями $V = V_0$ возникают при $V < V_0$. В случае $\bar{u}(z_1) < V_0$ величина V_0 с изменением φ в диапазоне $0-180^\circ$ растет и убывает с ростом φ в пределах $180-360^\circ$. Если же $\bar{u}(z_1) > V_0$, то периодические давления, перемещающиеся в направлении

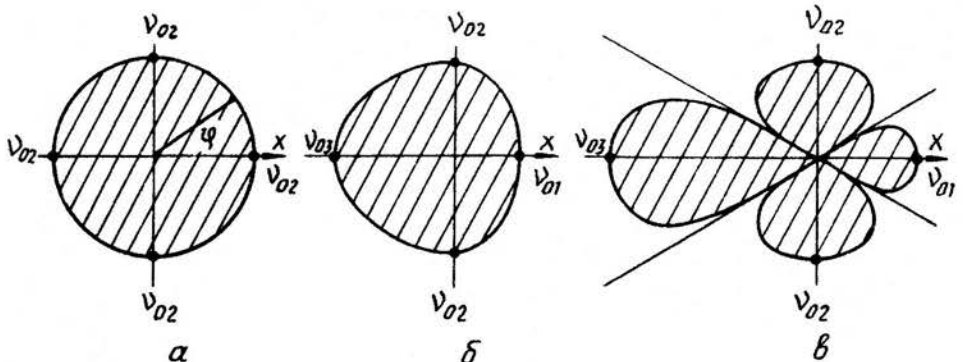


Рис. 3

Таблица 1

τ_4	λ/H	$v_0 \text{ м}^2 \text{с}^{-1}$
τ_1	0,175	10
	0,350	20
	0,505	30
τ_2	1,075	10
	0,450	20
	1,050	30

$\varphi = \pi n \pm \arccos(v/\bar{u}(z))$, $n = 0, 1, \dots$, при любых v не вызывают внутренних волн.

В табл. 1, 2 приведены величины v_0 , вычисленные по (4) для летнего сезона в прибрежной (табл. 1) и глубоководной (табл. 2) зонах при

$\varphi = 45^\circ$. Здесь $L = \lambda/H$, а τ_i отвечает собственному периоду i -й моды внутренних волн [1-5] с длиной $\lambda = L/H$. Для глубоководной и прибрежной зон моря $\bar{u}(z)$ при расчетах принято соответственно равным 1 и 0,5 м/с. Видно, что для глубоководной зоны значение v_0 , соответствующее первой моде при $L > 20$ км, превосходит наблюдаемые в море величины v , которые для масштабов, больших 10 км, находятся в пределах $10^2 - 10^3 \text{ м}^2/\text{с}$, для масштабов до 10 км - в пределах $0,1 - 10 \text{ м}^2/\text{с}$ [6, 7].

Вертикальная структура ветрового течения определяется по Экману [8] поверхностным, простирающимся до верхней глубины трения D , глубинным и придонным (после нижней глубины трения D_1) течениями. Величины D и D_1 меняются примерно [8] в пределах 50-200 м. Приведем результаты анализа зависимости волнового движения от изменений средней скорости поверхностного, глубинного, придонного течений, исходя из (1)-(3). Полагая $\bar{u}(z) = \beta u_*(z)$, $\rho_0 = 100 \text{ Па}$, $D = D_1 = 200 \text{ м}$, выполним численные расчеты для $\bar{p}(z)$, $v(z)$, $u_*(z)$, полученных по данным летних наблюдений в глубоководной зоне, где $H = 2070 \text{ м}$. Эти распределения даны на рис. 3, 7 работы [1]. При оценке влияния изменений средней скорости течения в поверхностном $0 \leq z \leq 200$, глубинном $200 \leq z \leq 1870$ или придонном $1870 < z < 2070$ слое предполагалось, что в нем $\beta = 0,1/j$, $j = 0, 1, 2, \dots, 50$. Вне этого слоя на расстоянии 10 м от его границы $\beta = 1$. В переходной области толщиной 10 м невозмущенная скорость течения линейно изменяется от $\beta u_*(z)$ до $u_*(z)$.

Зависимость максимального по глубине значения амплитуды A (м/с) вертикальной составляющей скорости от β изображена с точностью до множителя 10^{-5} на рис. 4-6, характеризующих изменения $\bar{u}(z)$ соответственно в поверхност-

Таблица 2

τ_4	L	$v_0 \text{ м}^2 \text{с}^{-1}$
τ_1	1,31	1
	1,75	5
	3,34	10
	6,31	20
	10,70	40
	12,17	50
τ_5	4,01	1
	5,85	5
	9,97	10
	13,96	20
	15,02	40
	16,81	50

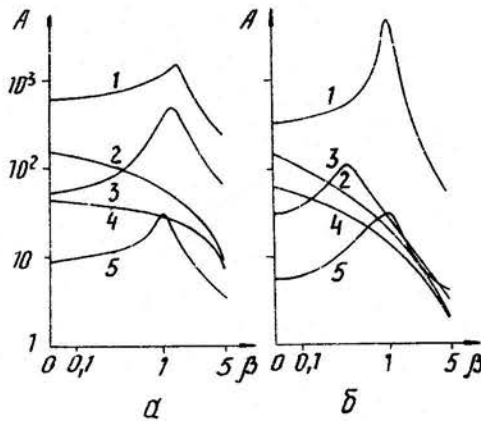


Рис. 4

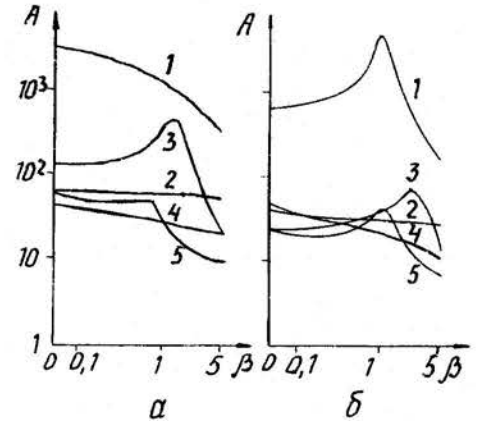


Рис. 5

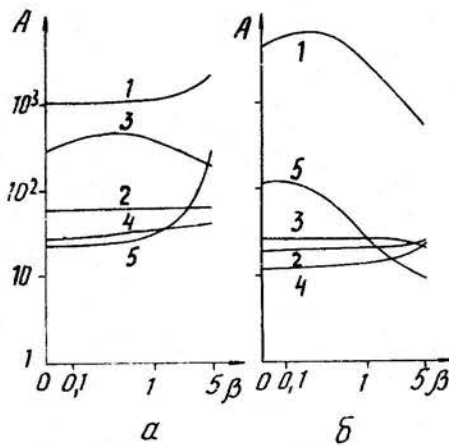


Рис. 6

ном, глубинном и придонном слоях при $\lambda=5H$ (рис. 4, а; 5, а; 6, а) и $\lambda=10H$ (рис. 4, б; 5, б; 6, б). Номера кривых отвечают номеру моды. Видно, что в рассматриваемом диапазоне изменения β величина A первой моды внутренних волн больше, чем у последующих мод. Это превышение на отдельных участках изменения β может быть значительным. Для мод с номером, большим 1, может наблюдаться преобладание по величине A высших мод над низшими.

Поведение функции $A(\beta)$ при фиксированной λ зависит от вида вертикального распределения $\bar{u}(z)$. В частности, для $\lambda=5H$ в случае изменения $\bar{u}(z)$ в поверхностном слое кривая $A(\beta)$ первой моды имеет экстремум. Изменения распределений $\bar{u}(z)$ в глубинном и придонном слоях обуславливают соответственно монотонное убывание и возрастание $A(\beta)$ первой моды. Заглубление слоя изменений $\bar{u}(z)$ уменьшает отклонение A второй и четвертой мод для $\beta>0$ от случая $\bar{u}(z)=0$. Величины A фиксированной моды в условиях поверхностного течения могут быть большими, чем для глубинного и придонного течений, и меньшими. Это определяется значением β . Для каждого из рассмотренных течений увеличение β приводит к уменьшению периода фиксированной моды. Это отклонение растет с номером моды тем значительнее, чем выше находится слой изменений $\bar{u}(z)$. В частности, уменьшение собственного периода пятой моды при изменении β в пределах 0-5 составляет 47 и 1,5 % соответственно в случае поверхностного и придонного течений. При $\beta=0$ собственный период пятой моды с длиной вол-

ны $10H$ для поверхностного течения на 6,4 % больше, чем для придонного. Если же $\beta = 5$, то этот период при рассмотрении придонного течения больше, чем для поверхностного, в 1,7 раза.

Таким образом, величина коэффициента горизонтальной турбулентной диффузии, при котором нет квазирезонансного возбуждения внутренних волн атмосферными возмущениями типа бегущей волны с длиной $\lambda \leq 30H$, в глубоководной зоне больше, чем в прибрежной. При $\lambda > 30H$ эта величина в глубоководной зоне больше реально существующих в море, а следовательно, здесь может реализоваться квазирезонансный механизм генерации внутренних волн.

Существуют такие направления перемещения волны атмосферного давления, при которых внутренние волны не генерируются для любых коэффициентов горизонтальной турбулентной диффузии.

Увеличение скорости стационарного течения в приповерхностном слое приводит к более значительному уменьшению собственных периодов внутренних волн, чем в придонном.

ЛИТЕРАТУРА

1. Букатов А.Е., Пухтар Л.Д., Черкесов Л.В. Внутренние волны. - В кн.: Комплексные океанографические исследования Черного моря. Киев: Наук. думка, 1980, с. 103-135.
2. Букатов А.Е., Ерыго Г.Г., Пухтар Л.Д., Черкесов Л.В. Внутренние волны в прибрежной зоне Черного моря. - В кн.: Комплексные гидрофизические и гидрохимические исследования Черного моря. Севастополь, 1980, с. 22-32.
3. Букатов А.Е. О влиянии горизонтальной диффузии плотности на внутренние волны. - Мор. гидрофиз. исслед. Севастополь, 1975, № 4, с. 61-67.
4. Черкесов Л.В. Гидродинамика волн. - Киев: Наук. думка, 1980, - 260 с.
5. Глинский Н.Г. О вертикальных колебаниях температуры в Черном море. - Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1960, № 5, с. 688-697.
6. Зац В.И., Немировский М.С., Андриющенко Б.Ф. и др. Опыт теоретического и экспериментального исследования проблемы глубоководного сброса сточных вод на примере района Ялты. - Киев: Наук. думка, 1973. - 274 с.
7. Озмидов Р.В. Горизонтальная турбулентность и горизонтальный обмен в океане. - М.: Наука, 1968. - 198 с.
8. Шулейкин В.В. Физика моря. - М.: Изд-во АН СССР, 1953. - 989 с.