МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 4 • 1994

УДК 532.59

© 1994 г. А. Е. БУКАТОВ

НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В БАССЕЙНЕ С БИТЫМ ЛЬДОМ

Рассмотрено нелинейное взаимодействие периодических бегущих волн первой и второй гармоник в покрытой битым льдом однородной жидкости постоянной конечной глубины. Методом многих масштабов получены равномерные асимптотические разложения до величин третьего порядка для потенциала скорости движения жидкости и возвышения поверхности бассейна. Выполнен анализ зависимости волновых возмущений от толщины льда и характеристик взаимодействующих гармоник.

В линейном приближении влияние льда на волновые возмущения исследовалось в [1—3]. Распространение нелинейных волн в ледовых условиях рассмотрено в [4] для бассейна малой и в [5] — произвольной постоянной глубины.

1. Пусть поверхность однородной идеальной несжимаемой жидкости, заполняющей неограниченный бассейн конечной глубины H, покрыта плавающим льдом. Рассмотрим влияние льда на нелинейное взаимодействие периодических бегущих волн первой и второй гармоник. При этом пренебрежем трением льдин, а их размеры будем предполагать малыми по сравнению с длинами волн возмущений. Такие допущения позволяют считать лед битым [1, 6—8] и при исследовании колебаний учитывать из восстанавливающих сил только силу тяжести. Тогда в предположении потенциальности движения жидкости в безразмерных переменных $x = kx_1$, $z = kz_1$, $t = \sqrt{kg}\, t_1$, где k — волновое число, задача сводится к следующей:

$$\Delta\varphi = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad -H < z < \zeta \tag{1.1}$$

$$\zeta - \varphi_t + \varkappa k\zeta_{tt} + \tfrac{1}{2}(\varphi_x^2 + \varphi_z^2) = 0, \quad z = \zeta$$

$$\varphi_z = 0, \quad z = -H \tag{1.2}$$

$$\zeta = f(x), \quad \zeta_t = 0, \quad t = 0 \tag{1.3}$$

Здесь $\varkappa = h\rho_1/\rho$, h и ρ_1 — толщина и плотность льда, ρ — плотность жидкости. Потенциал скорости φ и возвышение поверхности бассейна ζ связаны кинематическим соотношением

$$\zeta_t - \zeta_x\varphi_x + \varphi_z = 0 \tag{1.4}$$

При $\varkappa = 0$ из (1.2) следует динамическое условие на свободной от льда поверхности [9—14].

Решение задачи (1.1)—(1.4) найдем методом многих масштабов [15], позволяющих получить для ζ и φ равномерно пригодные разложения и применяющимся к широкому кругу задач, в том числе и в теории волн на воде [11] и в атмосфере [16]. Введем две новые медленно меняющиеся по сравнению с $t = T_0$ переменные $T_1 = \varepsilon t$ и $T_2 = \varepsilon^2 t$. Здесь ε — малое, но конечное. Предполагая справедливость разложений

$$\ddot{u}\zeta, \varphi, fA = \sum_{n=1}^{3} \varepsilon^n \ddot{u}\zeta_n, \varphi_n, f_n A + O(\varepsilon^4) \tag{1.5}$$

где f_n — функции от x, а ζ_n, φ_n — от x, T_0, T_1, T_2, для приближений порядка ε^n, $n = 1, 2, 3$ из (1.1)—(1.4) получим соответственно

$$\Delta\varphi_n = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad -H < z < 0 \tag{1.6}$$

$$\zeta_n - \frac{\partial\varphi_n}{\partial T_0} + \varkappa k \frac{\partial^2\zeta_n}{\partial T_0^2} = p_n, \quad \frac{\partial\zeta_n}{\partial T_0} + \frac{\partial\varphi_n}{\partial z} = L_n, \quad z = 0 \tag{1.7}$$

$$\frac{\partial\varphi_n}{\partial z} = 0, \quad z = -H \tag{1.8}$$

$$\zeta_n = f_n(x), \quad \frac{\partial\zeta_n}{\partial T_0} = G_n, \quad t = 0 \tag{1.9}$$

$$p_1 = L_1 = G_1 = 0$$

$$p_2 = \zeta_1 \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial T_0 \partial z} + \frac{\partial\varphi_1}{\partial T_1} - \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial z}\right)^2\right] - 2\varkappa k \frac{\partial^2\zeta}{\partial T_0 \partial T_1}$$

$$L_2 = \frac{\partial\zeta_1}{\partial x}\frac{\partial\varphi_1}{\partial x} - \frac{\partial\zeta_1}{\partial T_1} - \zeta_1 \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial z^2}, \quad G_2 = -\frac{\partial\zeta_1}{\partial T_1}$$

$$p_3 = \zeta_1 N_1 + \frac{1}{2}\zeta_1^2 \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial T_0 \partial z^2} + \zeta_2 \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial T_0 \partial z} + \frac{\partial\varphi_2}{\partial T_1} + \frac{\partial\varphi_1}{\partial T_2} - \frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\frac{\partial\varphi_2}{\partial x} - \frac{\partial\varphi_1}{\partial z}\frac{\partial\varphi_2}{\partial z} - \varkappa k N_2$$

$$N_1 = \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial T_1 \partial z} + \frac{\partial^2\varphi_2}{\partial T_0 \partial z} - \frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial z \partial x} - \frac{\partial\varphi_1}{\partial z}\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial z^2}$$

$$N_2 = \frac{\partial^2\zeta_1}{\partial T_1^2} + 2\frac{\partial^2\zeta_2}{\partial T_0 \partial T_1} + 2\frac{\partial^2\zeta_1}{\partial T_0 \partial T_2}$$

$$L_3 = \zeta_1\left(\frac{\partial\zeta_1}{\partial x}\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2\varphi_2}{\partial z^2}\right) - \frac{1}{2}\zeta_1^2 \frac{\partial^3\varphi_1}{\partial z^3} - \zeta_2 \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial z^2} + N_3$$

$$N_3 = \frac{\partial\zeta_2}{\partial x}\frac{\partial\varphi_1}{\partial x} + \frac{\partial\zeta_1}{\partial x}\frac{\partial\varphi_2}{\partial x} - \frac{\partial\zeta_1}{\partial T_2} - \frac{\partial\zeta_2}{\partial T_1}, \quad G_3 = -\frac{\partial\zeta_1}{\partial T_2} - \frac{\partial\zeta_2}{\partial T_1}$$

2. Предположим, что в начальный момент времени возмущение поверхности бассейна в первом приближении имеет вид $\zeta_1 = \cos x + a_1 \cos 2x$, где a_1 — постоянная порядка единицы. Тогда, учитывая взаимосвязь волновых характеристик через граничные условия задачи (1.6)—(1.8), для периодических бегущих волн при $n = 1$ найдем

$$\zeta_1 = \cos\theta + a_1 \cos 2\theta \tag{2.1}$$

$$\theta = x + \tau T_0 + \beta_1(T_1, T_2), \quad \beta_1(0) = 0$$

$$\varphi_1 = \tau\left[\frac{\operatorname{ch}(z+H)}{\operatorname{sh} H}\sin\theta + a_1 \frac{\operatorname{ch} 2(z+H)}{\operatorname{sh} 2H}\sin 2\theta\right]$$

$$\tau^2 = \tau_0^{-1} \operatorname{th} H, \quad \tau_0 = 1 + \varkappa k \operatorname{th} H$$

Амплитуду a_1 и фазовый сдвиг β_1 определим из последующих приближений.

Подставив ζ_1, φ_1 в правые части условий (1.7) для второго приближения и решив задачу (1.6)—(1.8) при $n = 2$ с учетом требования отсутствия первой и второй гармоник в частном решении, получим

$$\zeta_2 = a_2 \cos 2\theta + \sum_{n=3}^{4} a_{2n} \cos n\theta \tag{2.2}$$

$$\varphi_2 = \tau^2 b_{20} t + \tau \sum_{n=1}^{4} b_{2n} \operatorname{ch} n (z + H) \operatorname{sh}^{-1} nH \sin n\theta$$

$$a_{2n} = -a_1 \tau^2 F_n \mu_n^{-1}, \quad \mu_n = (1 - n^2 \varkappa k \tau^2) \operatorname{th} nH - n\tau^2, \quad n = 3, 4$$

$$F_3 = 1/2\, [3\,(2 \operatorname{cth} 2H + \operatorname{cth} H) + (2 \operatorname{cth} H \operatorname{cth} 2H - 7) \operatorname{th} 3H]$$

$$F_4 = [4 \operatorname{cth} 2H + (\operatorname{cth}^2 2H - 3) \operatorname{th} 4H]\, a_1$$

$$b_{20} = 1/4\, [\operatorname{cth}^2 H + 1 + 4a_1^2 (\operatorname{cth}^2 2H - 1)]$$

$$b_{21} = -\,1/2\, a_1 (2 \operatorname{cth} 2H + \operatorname{cth} H) + \sigma_1, \quad b_2 = a_2 + a_0, \quad \sigma_1 = \tau_1 \tau^{-1}$$

$$b_{23} = a_{23} - 1/2\, a_1 (2 \operatorname{cth} 2H + \operatorname{cth} H), \quad b_{24} = a_{24} - a_1^2 \operatorname{cth} 2H$$

$$a_0 = a_1 \sigma_1 - 1/2 \operatorname{cth} H, \quad \tau_1 = 1/4\, a_1 \tau \tau_0^{-1} [4 \operatorname{cth} 2H + \operatorname{cth} H - 3 \operatorname{th} H]$$

$$a_1 = \pm\, 1/2\, [\tau_0 \tau_*^{-1} \operatorname{cth} H \operatorname{th} 2H]^{1/2}, \quad \tau^* = 1 + 2\varkappa k \operatorname{th} 2H$$

$$\beta_1 = \varepsilon \tau_1 t + \beta_2 (T_2)$$

а выражения для a_2 и β_2 определим из третьего приближения.

Полученные решения для первого (2.1) и второго (2.2) приближений определяют правые части динамического и кинематического условий (1.7) при $n = 3$. Исключив в них слагаемые, порождающие секулярность, найдем

$$a_2 = 1/2\, \omega_1^{-1} (\omega_2 - \delta), \quad \beta_2 = \varepsilon^2 \tau_2 t, \quad \tau_2 = \omega_2 - \omega_1 a_2$$

$$\omega_1 = -\frac{\tau_1}{a_1}, \quad \omega_2 = \frac{\tau}{2\tau_0} (\gamma_1 - q \operatorname{th} H), \quad \delta = \frac{\tau}{4a_1 \tau_*} (\gamma_2 - q_2 \operatorname{th} 2H)$$

$$\gamma_1 = 1/2\, a_1 (b_{21} \operatorname{cth} H + 3b_{23} \operatorname{cth} 3H) + (a_0 + a_1 a_{23}) \operatorname{cth} 2H + 9/4\, a_1^2 + 3/8$$

$$\gamma_2 = (b_{21} + a_{23}) \operatorname{cth} H + a_1 (2a_{24} \operatorname{cth} 2H + 4b_{24} \operatorname{cth} 4H + 3) + 3\,(b_{23} \operatorname{cth} 3H + a_1^3)$$

$$q_1 = \sum_{n=1}^{3} q_{1n}, \quad q_2 = \sum_{n=1}^{3} q_{2n}$$

$$q_{11} = a_1 (5/2\, \sigma_1 - 1/2\, b_{21} + 2a_{23}) + a_0 + \varkappa k \sigma_1^2$$

$$q_{12} = (\sigma_1 b_{21} - 7/4\, a_1^2 - 5/8) \operatorname{cth} H - 5a_1^2 \operatorname{cth} 2H$$

$$q_{13} = a_1 b_{23} (3/2 - 3 \operatorname{cth} 2H \operatorname{cth} 3H) - (a_0 + a_1 b_{21}) \operatorname{cth} H \operatorname{cth} 2H$$

$$q_{21} = (2a_0 \sigma_1 - 5a_1^3 + a_1) \operatorname{cth} 2H - 5/2\, a_1 \operatorname{cth} H$$

$$q_{22} = 4a_1 b_{24} (1 - \operatorname{cth} 2H \operatorname{cth} 4H) + b_{21} (1 - 1/2 \operatorname{cth}^2 H) + 3/2\, b_{23} (2 - \operatorname{cth} H \operatorname{cth} 3H)$$

$$q_{23} = 2a_1 (a_{24} + 2\varkappa k \sigma_1^2) + 1/2\, (a_{23} + \sigma_1)$$

Тогда решение задачи (1.5)—(1.7) для третьего приближения имеет вид

$$\zeta_3 = a_3 \cos 2\theta + \sum_{n=3}^{6} a_{3n} \cos n\theta \tag{2.3}$$

$$\varphi_3 = \tau^2 b_{30} t + \tau \sum_{n=1}^{6} b_{3n} \operatorname{ch} n(z+H) \operatorname{sh}^{-1} nH \sin n\theta$$

$$a_{3n} = \tau^2 (q_n \operatorname{th} nH - \gamma_n) \mu_n^{-1}, \qquad n = 3, 4, 5, 6$$

$$\gamma_3 = \gamma_{31} + \gamma_{32}, \qquad \gamma_{31} = {}^{27}\!/_8\, a_1^2 - 3a_{23}\sigma_1 + {}^3\!/_8$$

$$\gamma_{32} = {}^3\!/_2 (b_{21}a_1 + a_2 + a_{24}) \operatorname{cth} H + 3(a_0 + a_2) \operatorname{cth} 2H + 6b_{24} \operatorname{cth} 4H$$

$$\gamma_4 = 2a_{23} \operatorname{cth} H + a_1 [4(2a_2 + a_0) \operatorname{cth} 2H + 3] + 6b_{23} \operatorname{cth} 3H - 4a_{24}\sigma_1$$

$$\gamma_5 = {}^5\!/_2\, a_{24} \operatorname{cth} H + a_1 (5a_{23} \operatorname{cth} 2H + {}^{15}\!/_2\, b_{23} \operatorname{cth} 3H) + 10b_{24} \operatorname{cth} 4H + {}^{45}\!/_8\, a_1^2$$

$$\gamma_6 = a_1 (6a_{24} \operatorname{cth} 2H + 12b_{24} \operatorname{cth} 4H) + 3a_1^3$$

$$q_3 = \sum_{n=1}^{3} q_{3n}, \qquad q_4 = \sum_{n=1}^{2} q_{4n}, \qquad q_5 = \sum_{n=1}^{2} q_{5n}$$

$$q_6 = a_1 [4b_{24}(3 - \operatorname{cth} 2H \operatorname{cth} 4H) + a_1^2 \operatorname{cth} 2H + 2a_{24}]$$

$$q_{31} = a_2 ({}^7\!/_2 - \operatorname{cth} H \operatorname{cth} 2H) + 3(b_{23} \operatorname{cth} 3H + 6\varkappa k a_{24}) \sigma_1$$

$$q_{32} = a_1 [b_{21} ({}^3\!/_2 - \operatorname{cth} H \operatorname{cth} 2H) + {}^5\!/_2\, \sigma_1] - a_1^2 ({}^{11}\!/_8 \operatorname{cth} H - {}^1\!/_2 \operatorname{cth} 2H)$$

$$q_{33} = 2b_{24}(3 - \operatorname{cth} H \operatorname{cth} 4H) + a_0 (3 + \operatorname{cth} H \operatorname{cth} 2H) + {}^1\!/_8 \operatorname{cth} H + {}^1\!/_2\, a_{24}$$

$$q_{41} = 2\sigma_1 [2(b_{24} \operatorname{cth} 4H + 8\varkappa k a_{24}) + a_1^2] + {}^3\!/_2\, b_{23} (4 - \operatorname{cth} H \operatorname{cth} 3H)$$

$$q_{42} = 2a_1 [a_2 (3 - \operatorname{cth}^2 H) + a_0 (2 - \operatorname{cth}^2 2H) + {}^3\!/_4 \operatorname{cth} 2H - {}^1\!/_8 \operatorname{cth} H] + {}^1\!/_2\, a_{23}$$

$$q_{51} = 2b_{24}(5 - \operatorname{cth} H \operatorname{cth} 4H) + {}^1\!/_2\, a_{24} - a_1^2 ({}^3\!/_8 \operatorname{cth} H - {}^5\!/_2 \operatorname{cth} 2H)$$

$$q_{52} = 2a_1 [a_{23} + {}^3\!/_4\, b_{23} (5 - 2 \operatorname{cth} 2H \operatorname{cth} 3H)]$$

$$b_{30} = {}^1\!/_2 [\sigma_1 (1 + 4a_1^2) - b_{21} \operatorname{cth}^2 H] - 2a_1 [b_{22} \operatorname{cth}^2 2H +$$

$$+ {}^1\!/_8 (5 \operatorname{cth} H + 2 \operatorname{cth} 2H) - a_2]$$

$$b_{3n} = (1/n)(na_{3n} + \gamma_n), \qquad a_{31} = -\sigma_2 + a_2 \operatorname{cth} H \operatorname{cth} 2H$$

$$a_{32} = a_3 + (a_1\sigma_2 + a_2\sigma_1), \qquad \sigma_2 = \tau_2 \tau^{-1}$$

а величина a_3 может быть определена из уравнений для четвертого приближения.

Таким образом, возмущение покрытой битым льдом поверхности бассейна конечной глубины при нелинейном взаимодействии периодических прогрессивных волн первой и второй гармоник до величин третьего порядка определяется выражением, справедливым при любом значении k

$$\zeta = \varepsilon \cos\theta + \sum_{n=1}^{3} \varepsilon^n a_n \cos 2\theta + \sum_{n=2}^{3} \varepsilon^n \sum_{j=3}^{4} a_{nj} \cos j\theta + \varepsilon^3 \sum_{n=5}^{6} a_{3n} \cos n\theta \tag{2.4}$$

$$\theta = kx + \sigma t, \qquad \sigma = \tau \sqrt{kg}\,(1 + \varepsilon\sigma_1 + \varepsilon^2\sigma_2)$$

$$n(1 + n\varkappa k \operatorname{th} H) \operatorname{th} H \neq (1 + \varkappa k \operatorname{th} H) \operatorname{th} nH, \qquad n = 2, 3, \ldots$$

Величина ε представляет здесь безразмерную малую, но конечную амплитуду первой гармоники. Соответствующее выражение на основании формул (1.5), (2.1)—(2.3) можно записать и для потенциала скорости. Фазовую скорость волновых возмущений определим из формулы

$$v = v_1 (1 + \varepsilon\sigma_1 + \varepsilon^2\sigma_2), \qquad v_1 = \tau\sqrt{g/k}$$

Из полученных соотношений следует, что частота σ и фазовая скорость v зависят не только от толщины льда, но и от амплитуды взаимодействующих гармоник. Причем влияние амплитуд в ледовых условиях и при отсутствии льда сказывается как в первом, так и втором приближениях. В случае $a_1 = 0$ частота и фазовая скорость распространения волн в бассейне со свободной поверхностью [9—14] и покрытом льдом [4, 5] зависят от амплитуды начальной гармоники только во втором приближении. Величина амплитуды a_1 второй начальной гармоники, как видно из формулы (2.2), может изменяться в пределах от $1/2$ до $1/\sqrt{2}$ при отсутствии льда. В покрытом льдом бассейне ее значения для коротких ($a_1^{(s)}$) и длинных ($a_1^{(l)}$) волн найдем соответственно из формул

$$a_1^{(s)} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1+\varkappa k}{1+2\varkappa k}}, \qquad a_1^{(l)} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1+\varkappa k^2 H}{1+4\varkappa k^2 H}}$$

При аналогичных условиях выражение $\sigma_0 = \tau\sqrt{kg}\,\sigma_1$, характеризующее фазовый сдвиг в приближении порядка ε, примет вид

$$\sigma_0^{(s)} = \pm\frac{1}{4(1+\varkappa k)}\sqrt{\frac{kg}{1+2\varkappa k}}, \qquad \sigma_0^{(l)} = \pm\sqrt{\frac{g}{2H}}\,\frac{3-(kH)^2}{4(1+\varkappa k^2 H)\sqrt{1+4\varkappa k^2 H}}$$

$$\lim_{k\to\infty}\sigma_0^{(s)} = 0, \qquad \lim_{k\to 0}\sigma_0^{(l)} = \pm\frac{3}{4}\sqrt{\frac{g}{2H}}$$

При отсутствии льда

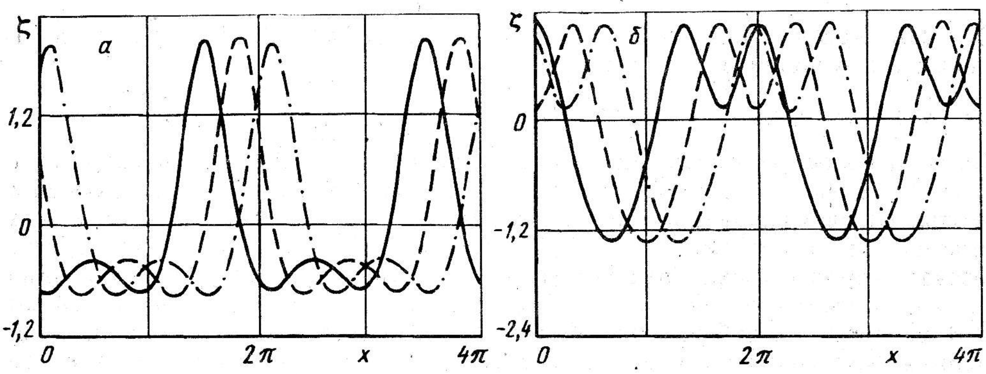
$$\sigma_0^{(s)} = \pm\frac{1}{4}\sqrt{kg}, \qquad \sigma_0^{(l)} = \pm\frac{1}{4}\sqrt{\frac{g}{2H}}\,[3-(kH)^2]$$

Направленность фазового сдвига определяется знаком амплитуды a_1.

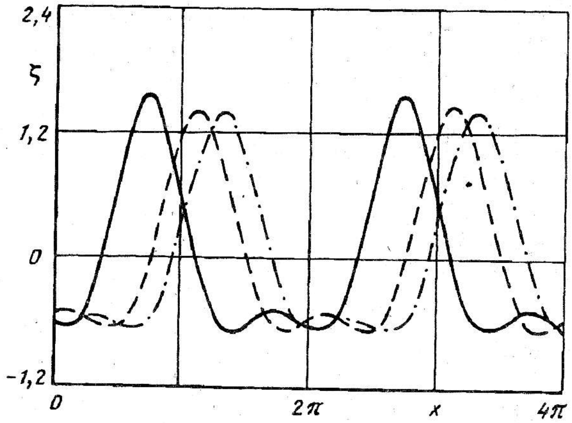
3. Для количественной оценки зависимости волнового возмущения от ледовых условий и характеристик взаимодействующих гармоник проводились численные расчеты при $\varkappa = 0{,}87h$. Некоторые из результатов расчетов для наглядности изображены графически. Пространственные профили ζ поверхности бассейна даны на фиг. 1 и 2 сплошными, штриховыми, штрихпунктирными линиями для толщин льда 0, 5, 10 м и 0, 3, 5 м при $\varepsilon = (2/\pi)\cdot 10^{-3}$, $t = \varepsilon^{-2}$, $k = 10^{-4}$ м$^{-1}$ и $\varepsilon = 10^{-1}$, $t = \varepsilon^{-1}$, $k = 10^{-1}$ м$^{-1}$ соответственно. Верхние графики на фиг. 1 отражают результат взаимодействия гармоник при положительном значении a_1, а нижние — при отрицательном.

Из анализа результатов следует, что нелинейность проявляет влияние льда даже на длинные волны, практически отсутствующее в линейной постановке [1—3]. При этом оно, усиливаясь со временем, выражается главным образом в фазовом сдвиге пространственного распределения волновых возмущений, обусловленного тормозящим воздействием льда. Чем большие длины волн начальных гармоник, тем позднее обнаруживаются фазовые отличия при равных значениях h. В частности, профили $\zeta(x)$ в случае $k = 10^{-4}$ м$^{-1}$ и $\varepsilon\pi\cdot 10^3$, равных 1, 2, 3, одинаковые для $h = 0$ и для $h = 3$ м, если $t = \varepsilon^{-1}$, и заметно смещены в пространстве при аналогичных условиях, если $t = \varepsilon^{-2}$.

На коротких волнах влияние льда проявляется в уменьшении не только фазовой скорости, но и амплитуды (фиг. 2). Причем оно ярче выражено при положительном значении a_1, чем при отрицательном. Изменение знака a_1 деформирует пространственный профиль возвышений и количественно и качест-



Фиг. 1

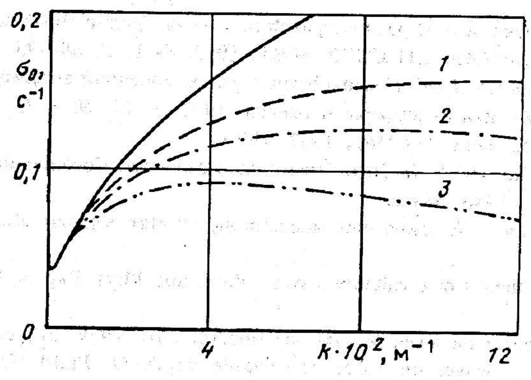


Фиг. 2

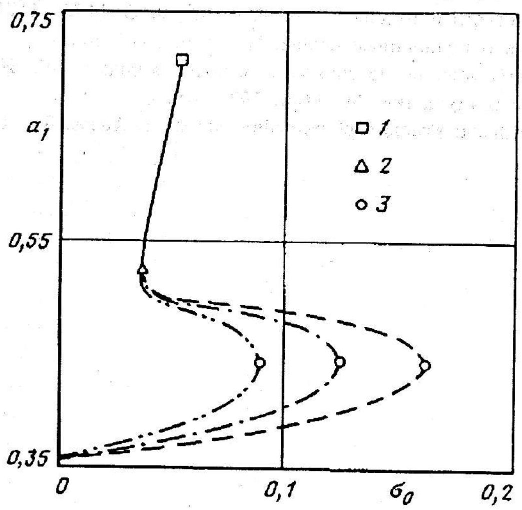
венно. Направленность фазовых изменений за счет ледяного покрова при этом сохраняется. В случае $a_1 > 0$ максимальные смещения поверхности бассейна проявляются в виде всплесков, в то время как при $a_1 < 0$ — в виде впадин. Это видно из сопоставления графиков на фиг. 1*а* и *б*.

Напомним, что величина a_3, имеющая одинаковый порядок с a_{3n} (n = 3—6) и определяющая вместе с ними решение в третьем приближении, может быть найдена только из четвертого приближения. Поэтому при численных расчетах профилей $\zeta(x)$ она не учитывалась. Однако с целью ориентировочной оценки допускаемой при этом ошибки (величины вклада третьего приближения) расчеты проводились как при $a_{3n} = 0$, так и при $a_{3n} \neq 0$. Их сопоставление не выявило принципиальных качественных отличий полученных результатов. Пренебрежение величинами a_{3n} привело лишь к незначительному (в пределах 7%) уменьшению экстремальных значений ζ и слабому сглаживанию вершин поднятий и оснований впадин. Причем это влияние убывает с уменьшением длин волн начальных гармоник.

Влияние льда на $\sigma_0(k)$ и $a_1(\sigma_0)$ иллюстрируют графики на фиг. 3, 4. Сплошные линии отвечают здесь свободной поверхности ($h = 0$), а штриховые и штрихпунктирные *1* — *3* соответствуют толщинам льда 3, 5, 10 м. На фиг. 4 точкой *1* отмечена величина a_1 при $\sigma_0 = \frac{3}{4}\sqrt{g/2H}$, а точки *2*, *3* соответствуют значениям a_1 в точках локального минимума и максимума $\sigma_0(k)$. В



Фиг. 3



Фиг. 4

коротковолновом приближении максимальные значения σ_0 (k) для ледовых условий достигаются при $k = (\sqrt{17} - 1)/(8\varkappa)$ и определяются выражением

$$2\sqrt{g}\,\ddot{u}(\sqrt{17} - 1)/[2\varkappa(3 + \sqrt{17})]A^{1/2}(7 + \sqrt{17})^{-1}$$

Ледяной покров ограничивает интервал смещения частоты в первом приближении. Величина этого интервала убывает с ростом толщины льда. Одному значению σ_0 могут соответствовать три различных значения амплитуды a_1 второй взаимодействующей гармоники. Функция $\sigma^* = \tau\sqrt{kg}\,\sigma_2$, характеризующая сдвиг частоты в приближении ε^2, и функция a_1 (σ^*) обладают аналогичными свойствами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хейсин Д. Е.* Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеоиздат, 1967. 215 с.
2. *Букатов А. Е.* О влиянии ледяного покрова на неустановившиеся волны//Мор. гидрофиз. исслед. 1970. № 3. С. 64—77.
3. *Букатов А. Е., Черкесов Л. В.* Влияние ледяного покрова на волновые движения//Мор. гидрофиз. исслед. 1971. № 2. С. 113—144.

4. *Ильичев А. Т., Марченко А. В.* О распространении длинных нелинейных волн в тяжелой жидкости под ледяным покровом//Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 1. С. 88—95.
5. *Букатов А. Е., Букатова О. М.* Поверхностные волны конечной амплитуды в бассейне с битым льдом//Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1993. Т. 29. № 3. С. 421—425.
6. *Паундер Э. Р.* Физика льда. М.: Мир, 1967. 189 с.
7. *Богородский В. В., Гаврило В. П.* Лед: Физические свойства. Современные методы гляциологии. Л.: Гидрометеоиздат, 1980. 384 с.
8. *Тимохов Л. А., Хейсин Д. Е.* Динамика морских льдов: Мат. модели. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 272 с.
9. *Stokes G. G.* On the theory of oscillatory waves//Math. and Phys. Papers. Camb: Univ. Press, 1847. V. 1. P. 197—229.
10. *Стокер Дж. Дж.* Волны на воде. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. 617 с.
11. *Carrier G. F.* Gravity waves on water of variable depth//J. Fluid Mech. 1966. V. 24. № 4. P. 641—659.
12. *Нестеров С. В.* Возбуждение волн конечной амплитуды бегущей системой давлений//Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1968. Т. 4. № 10. С. 1123—1125.
13. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 622 с.
14. *Алешков Ю. З.* Теория волн на поверхности тяжелой жидкости. Л.: Изд-во ЛГУ, 1981. 196 с.
15. *Найфэ А. Х.* Методы возмущений. М.: Мир, 1976. 455 с.
16. *Stone P. H.* The meridional structure of barociinic waves//J. Atmos. Sci. 1969. V. 26. P. 376—389.

Севастополь

Поступила в редакцию
15.VI.1993