

Контроль и эволюция аттрактора Плыкина методом Пирагаса

С.Т. Белякин¹, С.П. Кузнецов²

¹Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра общей физики

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
belyakin1962@mail.ru

В настоящей работе рассматривается автономная система, аттрактор Плыкина, которая характеризуется наличием гиперболичности. Изучается эволюция фазовых портретов в системе с гиперболическим аттрактором посредством обратной связи с постоянной временной задержкой [1].

Множество Λ называется гиперболическим аттрактором динамической системы, если Λ – замкнутое топологическое транзитивное гиперболическое множество и существует такая окрестность $U \supset \Lambda$, что $\Lambda = \bigcap_{t \geq 0} f^t U$. К хорошо известным гиперболическим системам относится аттрактор Плыкина. Гиперболический аттрактор Плыкина располагается на двумерной области $T = S^2$, где S^2 – единичная окружность. Тогда $f: T \rightarrow T$, $f(x, y, z) = (\cos \varphi \sin \phi, \sin \varphi \sin \phi, \cos \phi)$, где $k > 2$ и представляет собой подмножество $T \subset R^3$.

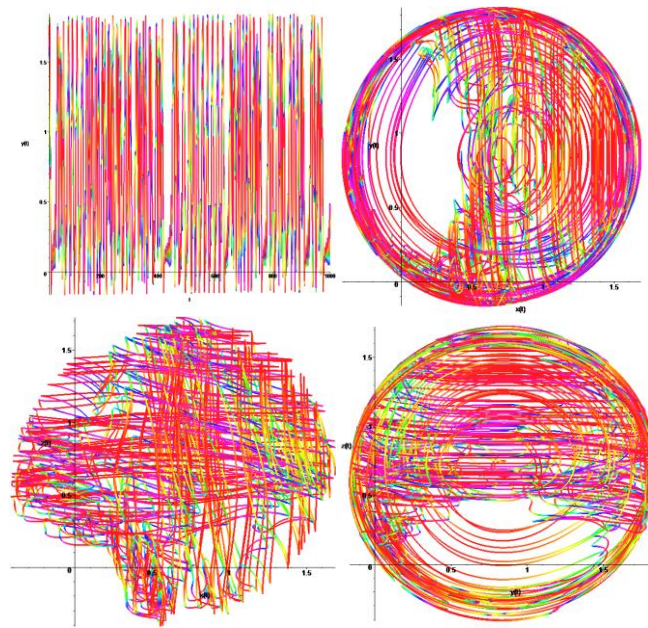


Рис. 1. Временная шкала и фазовые портреты аттрактора Плыкина

На рис.1 показана сверху слева временная амплитудная шкала $y(t)$, далее фазовые портреты $y(x)$, $z(x)$ и $z(y)$, в отсутствии внешнего воздействия на аттрактор. Легко видеть, что при данных значениях параметров аттрактор имеет ярко выраженные хаотические свойства.

Применим следующее преобразование и перейдем от декартовой системы координат к плоской: $X + iY = (x - z + iy\sqrt{2})(x + z + \sqrt{2})^{-1}$.

Используем метод Пирагаса для наблюдения эволюционной динамики аттрактора Плыкина с постоянной временной задержкой [2].

Донная система уравнений будет представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= -2\varepsilon Y^2 \Omega_1 (\cos(\omega_2 \cos \omega_1 t) - X \sin(\omega_2 \cos \omega_1 t)) + \\ &\quad k Y \Omega_2 (\cos(\omega_2 \cos \omega_1 t) - X \sin(\omega_2 \sin \omega_1 t)) \sin \omega_1 t, \\ \dot{Y} &= 2\varepsilon Y \Omega_1 (X \cos(\omega_2 \cos \omega_1 t) - \frac{1}{2}(1 - X^2 + Y^2) \sin(\omega_2 \cos \omega_1 t)) - \\ &\quad k \Omega_2 (\cos(\omega_2 \sin \omega_1 t) + \frac{1}{2}(1 - X^2 + Y^2) \sin(\omega_2 \sin \omega_1 t)) \sin \omega_1 t + D_{Y,\tau}.\end{aligned}\quad (1)$$

Где: X, Y - динамические переменные, ε и k - константы, $\omega_{1,2} = (\pi/2, \pi/4)$,
 $\Omega_1 = \frac{2X \cos(\omega_2 \cos \omega_1 t) + (1 - X^2 - Y^2) \sin(\omega_2 \cos \omega_1 t)}{(1 + X^2 + Y^2)^2}$, $\Omega_2 = \frac{-2X \sin(\omega_2 \sin \omega_1 t) + (1 - X^2 - Y^2) \cos(\omega_2 \sin \omega_1 t)}{1 + X^2 + Y^2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$,
 $D_{Y,\tau} = K[Y(t - \tau) - Y(t)]$.

При использовании метода Пирагаса при $K = 0.1 \rightarrow 1.0$, $\tau = 1.9$, $\varepsilon = 0.72$, $k = 1.9$, наблюдается эволюционная динамика фазовых портретов системы, представленных в рис.2.

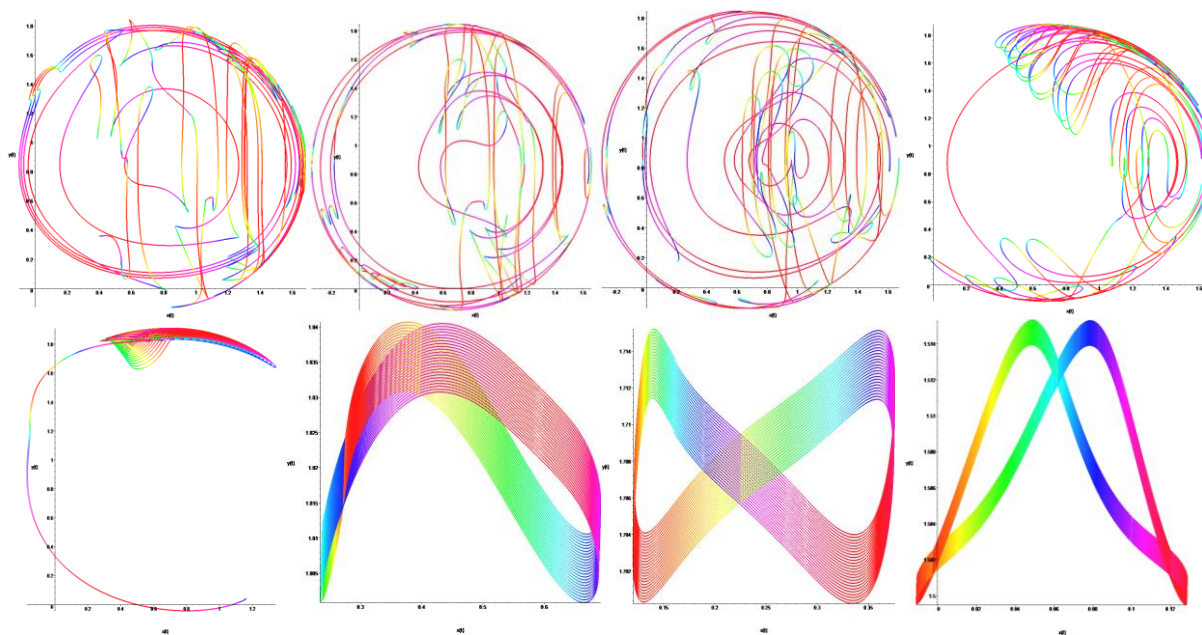


Рис. 2. Фазовые портреты $y(x)$ аттрактора Плыкина при $K = 0.1 \rightarrow 1.0$, $\tau = 1.9$, $\varepsilon = 0.72$, $k = 1.9$

Таким образом, применение метода Пирагаса при постоянной временной задержке, дает возможность наблюдать эволюционную динамику системы гиперболического аттрактора Плыкина.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Pyragas.- *Phys. Lett. A* 170, 421 ,1992.
2. S. Kuznetsov..*Nonlinear dynamics* 5: 403–424, 2009.