УДК 007.5; 62-52

А.Б. Филимонов[1], д-р техн. наук, проф., filimon_ab@mail.ru
Н.Б. Филимонов[2], д-р тех. Наук, проф., nbfilimonov@mail.ru
В.Ю. Тихонов[3], науч. ассист., bot-32@yandex.ru

[1]*Московский технологический университет*
[2]*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*
[3]*Центр развития образования и международной деятельности «Интеробразование», Москва*

Оптимизация распределения ресурсов в задачах пространственного поиска объектов*

Излагаются общие положения классической теории поиска. Для выполняющих поиск субъектов применяется термин - наблюдатели. Отмечается специфика задач дискретного поиска объектов. В континуальных задачах поиска исследуется кинематика движения наблюдателя в физическом пространстве. В задачах дискретного поиска обследуемая область представляется в виде совокупности зон, причем кинематические аспекты поиска в них не рассматриваются. Рассматриваются задачи оптимального распределения поисковых ресурсов по выделенным зонам поиска. Данные задачи относятся к классу задач о назначениях. Предложена их формализация в детерминированной и вероятностной постановках. Приведены модельные примеры оптимизации распределения поисковых ресурсов с применением стандартных инструментальных программных средств решения задач булева линейного программирования.

Ключевые слова: *Пространственный поиск объектов, дискретный поиск, планирование поисковых операций, задача о назначениях, оптимальное распределение поисковых ресурсов, вероятностные модели планирования назначений.*

Введение

Явление поиска представляет собой одну из важнейших сторон человеческой деятельности и встречается в самых разных областях. При этом все большую актуальность приобретают задачи пространственного поиска реальных объектов в различных средах.

Теория пространственного поиска объектов зарождалась в работах Купмана (B.O.Koopman, 1946) и к настоящему времени сложилась как самостоятельная научная дисциплина [1–5]. Основной целью пространственного поиска является обнаружение разнообразных сторонних объектов в обследуемом пространстве с определением их характера и местоположения. Объекты поиска

*Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 16-08-00313.

(цели) могут быть неподвижными (статическими) либо подвижными, иметь различную природу и располагаться в разных средах, например: летательные аппараты, разнообразные предметы на поверхности Земли, корабли и судна, промысловая рыба и морские животные и т.д. Задачей теории поиска объектов является выработка оптимального плана поиска, обеспечивающего обнаружение объекта при минимальных временных или ресурсных затратах [6-11].

Несмотря на широкие инженерные применения, проблематика управления поисковыми операциями к настоящему времени остается малоизученной. Вместе с тем принципиально изменяются технологии поиска, а также его научно-технические аспекты вследствие использования мобильной робототехники в качестве эффективных технических средств поиска. Здесь особое внимание заслуживает разработка теоретических основ авиационного поиска, базирующегося на применении беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) [12, 13], которые применяются в различных областях науки и техники при решении многих комплексных задач как мирного, так и военного характера. При этом БПЛА гражданского назначения весьма эффективно осуществляют дневной и ночной поиск различных объектов, патрулирование районов, экологический мониторинг, ретрансляцию радиосвязи, радиопеленгацию, разведку районов крупных аварий и катастроф и т.д. БПЛА военного назначения в наибольшей степени используются в качестве средств реализации операции геолокации: при исследовании мест применения оружия массового поражения; подготовке вооруженного нападения на стационарные или вражеские движущиеся объекты; операциях идентификации, распознавания, разведки, поиска, спасения и т.д.

В данной статье акцент сделан на задачах дискретного поиска целей, важнейшим достоинством которых является возможность применения методологии и математического аппарата теории расписаний [14], сводящего решаемую задачу к задачам комбинаторной оптимизации [15]. В статье развивается концепция оптимального распределения поисковых ресурсов, изложенная в работе авторов [11].

Общие положения классической теории поиска

Задача поиска возникает тогда, когда требуется определить положение объекта, находящегося в заданной области Ω физического пространства с помощью поисковых средств. Классические результаты в данной научной области исследований отражают монографии [1, 3, 4].

Для выполняющего поиск субъекта примем термин *наблюдатель* [1]. Задачей теории поиска объектов является выработка оптимального плана поиска, обеспечивающего обнаружение целей при минимальных временных или ресурсных затратах. Положение цели как случайной величины может задаваться с помощью некоторой плотности распределения вероятностей.

В теории поиска рассматривают два критерия оценки эффективности выбранных стратегий поиска [3]: 1) вероятность обнаружения цели; 2) средняя продолжительность процесса поиска. На основе данных критериев осуществляется оптимизационная постановка задач поиска.

Сам поиск может осуществляться как одиночным наблюдателем, так и группой наблюдателей.

Если подлежащая обследованию площадь значительно больше площади, обозреваемой из некоторой фиксированной точки или просматриваемой движущимся наблюдателем за один прогон, то лучший способ добиться равномерного покрытия всей площади зоны поиска заключается в реализации последовательности перемещений по параллельным маршрутам, пролегающим на некотором фиксированном расстоянии d один от другого. Этого можно достичь двумя путями: 1) если разведка ведется одним наблюдателем, то он выполняет движение по спирали или по челночному маршруту; 2) в случае использования нескольких наблюдателей они должны следовать параллельными курсами, так чтобы расстояния между смежными маршрутами равнялось d.

При весьма общих допущениях вероятность обнаружения цели может быть выражена формулой

$$P(\Phi)=1-e^{-\Phi}, \tag{1}$$

где Φ - *поисковый потенциал* наблюдателя.

Поясним смысл этой формулы. Введем функцию $p(x)$ - вероятность обнаружения цели, расстояние до которой по траверзу (направлению, перпендикулярному курсу самолета, судна или его диаметральной плоскости) равняется x.

Приведенная ширина полосы обзора, охватываемая наблюдателем при его движении по заданному курсу, определяется формулой

$$W=\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx.$$

Согласно [3] данная величина является наиболее объективной мерой эффективности применяемой наблюдателем разведывательной аппаратуры.

Обозначим через S_Ω площадь всей обследуемой области Ω. Положим, что разведывательный маршрут состоит из нескольких лежащих внутри области Ω отрезков, сумма длин которых равняется L.

Разобьем маршрут на N малых участков протяженности ΔL. Тогда

$$L=N\Delta L. \tag{2}$$

Вероятности обнаружения цели на каждом таком участке равны

$$P_1 = (\Delta L / S_\Omega) \int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = \frac{W\Delta L}{S_\Omega}. \qquad (3)$$

Введем так называемое [3] *поисковое покрытие*:

$$E = WL.$$

Поисковый потенциал определяется формулой

$$\Phi = E / S_\Omega.$$

Отсюда и из (2) и (3) выводим соотношение

$$P_1 = \Phi / N. \qquad (4)$$

Для вероятности обнаружения цели на N участках имеем

$$P_N = 1 - (1 - P_1)^N.$$

Подставляя сюда (4) при $N \to \infty$ получаем (согласно второму замечательному пределу) формулу (1).

Поисковые потенциалы обладают свойством аддитивности - если поиск осуществляется несколькими наблюдателями, которые либо перемещаются по одному и тому же маршруту, либо следуют параллельными курсами, то их поисковые потенциалы Φ_i суммируются:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \ldots.$$

Сущность проблемы оптимального распределения поисковых усилий раскрывает работа [3]. Так установлено, что если цель находится внутри области Ω, но о координатах цели ничего не известно, то оптимальным является равномерное распределение имеющихся разведывательных ресурсов по всей площади.

В случае частичной осведомленности о местонахождении цели считаются известными априорные вероятности ее расположения в той или иной подобласти $\Omega' \subset \Omega$.

Задачи дискретного поиска

В континуальных задачах поиска исследуется кинематика движения наблюдателя в физическом пространстве. Здесь различают поиск в трехмерном пространстве, на площади (в заданном районе) или на линии (на рубеже).

В задачах *дискретного* поиска обследуемая область представляется в виде совокупности зон, причем кинематические аспекты поиска в них не рассматриваются, а процесс поиска представляется как чередование обследования выделенных зон имеющимися средствами наблюдения. Важным преимуществом задач дискретного поиска является возможность применения к ним методологии и математического аппарата теории расписаний [14], сводящего решаемую задачу к задачам комбинаторной оптимизации.

Далее полагаем, что район поиска Ω разбит на n зон:

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^{n} \Omega_i . \tag{5}$$

причем поисковые усилия внутри каждой зоны Ω_i распределены равномерно.

Выделение тех или иных зон поиска должно быть обусловлено топографическими условиями и элементами местности: строением рельефа местности и местными предметами - природными объектами (реки, озера, зеленые массивы, заболоченные территории и т.п.) и искусственными объектами (населенные пункты, дороги, инженерные сооружения и т.п.).

Задачи оптимального распределения поисковых ресурсов

В теории расписаний исследуются задачи составления расписаний, т.е. упорядочивания некоторых работ (операций) по времени и/или по исполнителям (приборам). При этом необходимо учитывать ограничения на порядок выполнения работ. Конечная цель решения таких задач - нахождение оптимального допустимого расписания по тому или иному критерию оптимальности [16].

Частным видом задач теории расписаний является задача о назначениях [17]. Приведем традиционную формулировку данной задачи.

Задача о назначениях

Заданы:

1) некоторое множество работ (jobs)

$$J = \{J_1, J_2, ..., J_n\} \tag{6}$$

с определенным набором характеристик для каждой работы: длительность, стоимость и т.п.;

2) некоторое множество исполнителей (средств - means)

$$M = \{M_1, M_2, ..., M_m\}, \tag{7}$$

осуществляющих выполнение данных работы в соответствии с выбранным расписанием.

Дана также матрица себестоимости работ

$$\mathbf{C} = \|c_{ij}\|_{n \times m} . \tag{8}$$

Здесь c_{ij} - затраты на выполнение работы J_i исполнителем M_j.

В *задаче о назначениях* (ЗН) требуется распределить работы по исполнителям таким образом, чтобы выполнить работы с минимальными затратами.

Решением данной задачи является инъективная функция

$$\mu : J \to M , \tag{9}$$

которая определяет пары (работа, исполнитель) и является частичной в случае $n > m$.

Если число $m = n$, т.е. число работ и исполнителей совпадают, то задача называется *сбалансированной,* иначе - не сбалансированной. В случае сбалансированной ЗН выполняются два условия: каждый исполнитель выполняет только одну работу и каждая работа выполняется только одним исполнителем.

Заметим, что отображение (9) является биекцией в случае сбалансированной задачи: оно ставит в соответствие каждой работе определенного исполнителя.

Несбалансированная ЗН может быть приведена к сбалансированному виду введением недостающего числа фиктивных работ либо исполнителей. Так если имеется избыток исполнителей, то следует назначить недостающее число работ с заведомо большой ценой для каждого исполнителя и после решения задачи игнорировать их. Аналогично, поступаем в случае избытка работ.

Задачу о назначениях можно представить как задачу булева линейного программирования. Далее $\mathbf{B} = \{0,1\}$ - булево множество.

Введем *матрицу назначений*:

$$\mathbf{X} = \| x_{ij} \|_{n \times m}, \tag{10}$$

где $x_{ij} \in \mathbf{B}$ - булева переменная: $x_{ij} = 1$, если исполнитель M_j назначен на работу J_i, и $x_{ij} = 0$ - в противном случае. Таким образом,

$$x_{ij} = 1 \Leftrightarrow j = \mu(i).$$

Суммарные затраты на выполнение всех работ:

$$C(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij}. \tag{11}$$

Решается оптимизационная задача с булевыми переменными $x_{ij} \in \mathbf{B}$:

$$C(\mathbf{X}) \to \min \tag{12}$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1, \;\; i = 1 : n; \tag{13}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \;\; j = 1 : m. \tag{14}$$

Заметим, что ограничение (13) требует, чтобы для каждой работы был назначен один исполнитель, а ограничение (14) - каждому исполнителю должна быть назначена в точности одна работа.

Одним из наиболее популярных алгоритмов решения данной задачи является венгерский алгоритм, обеспечивающий решение сбалансированной задачи о назначениях за полиномиальное время от числа работ [17, 18].

Формализация задачи распределения поисковых ресурсов

Организация поиска пространственных объектов сопряжена с распределением поисковых ресурсов (усилий, средств) по зонам поиска. При этом под поисковыми ресурсами понимаются наблюдатели со всеми их техническими средствами и качествами. В условиях ограниченности поисковых ресурсов стоит задача их оптимального распределения (см., напр., [19]).

Задачу оптимального распределения поисковых ресурсов сформулируем как задачу о назначениях, исходя из разбиения района поиска на зоны (5). Тогда выполняемые работы (6) - это поиск цели в заданной зоне, а исполнителями работ (7) являются наблюдатели.

Любому наблюдателю может быть назначена любая зона поиска. Дана матрица затрат ресурсов на выполнение поисковых работ (8): здесь c_{ij} - затраты на выполнение поиска цели наблюдателем M_j в зоне Ω_i.

Задача состоит в распределении наблюдателей по зонам таким образом, чтобы выполнить поисковые работы с минимальными затратами.

Дальнейшее усложнение данной задачи включает два аспекта: 1) учет возможности совместного действия нескольких наблюдателей в каждой зоне поиска; 2) переход от детерминированной к вероятностной постановке задачи.

Первый аспект учитывается посредством исключения ограничений (13). Второй аспект сопряжен с введением вероятностных характеристик как расположения цели, так и технических возможностей наблюдателей.

Вероятностная постановка задачи

В излагаемой вероятностной постановке задачи распределения поисковых ресурсов считаются заданными априорные вероятности нахождения цели в выделенных зонах поиска и условные вероятности обнаружения целей в этих зонах используемыми средствами поиска.

Введем обозначения:

- w_i - вероятность нахождения цели в зоне Ω_i $(i=1:n)$;
- w_{ij} - вероятность обнаружения цели в случае, когда она находится в зоне Ω_i, а поиск в этой зоне осуществляет наблюдатель M_j, т.е. $x_{ij}=1$;
- $\mathbf{w}_{З} = \|w_i\|_{1\times n}$, $\mathbf{W}_{З/Н} = \|w_{ij}\|_{n\times m}$;
- $P(\mathbf{X})$ - полная вероятность обнаружения цели для принятого плана назначений поисковых ресурсов.

Ситуации нахождения цели в одной из зон образуют полную группу несовместных событий, поэтому согласно формуле сложения вероятностей

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1.$$

Утверждение. Вероятность обнаружения цели вычисляется по формуле

$$P(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p_{ij} x_{ij}, \qquad (15)$$

где

$$p_{ij} = w_i w_{ij}. \qquad (16)$$

*Доказательство***.** Пусть распределение наблюдателей по зонам описывается функцией (9). Согласно формуле полной вероятности

$$P = \sum_{i=1}^{n} w_i \, w_{i,\mu(i)} \qquad (17)$$

Очевидно,

$$w_{i,\mu(i)} = \sum_{j=1}^{m} w_{ij} x_{ij}. \qquad (18)$$

Подстановка (18) в (17) с учетом обозначения (16) дает (15). ■

Пусть задана нижняя граница вероятности обнаружения цели $\underline{p}$:

$$P(\mathbf{X}) \geq \underline{p}. \qquad (19)$$

Вероятностную постановку задачи распределения поисковых средств с целевой функцией (12) дает экстремальная задача (10)–(15), (19).

Дуальная постановка задачи - вводится ограничение на затраты:

$$C(\mathbf{X}) \leq \bar{c}, \qquad (20)$$

и ищется матрица назначений $\mathbf{X}$, обеспечивающая максимум вероятности обнаружения цели:

$$P(\mathbf{X}) \to \max. \qquad (21)$$

Рассматриваемые задачи условной оптимизации (12), (19) и (21), (20) не могут быть решены венгерским методом и требуют привлечения других - более общих методов решения задач булева линейного программирования.

В следующих модельных примерах предполагается применение БПЛА для визуального поиска пропавшего объекта на местности (в частности, это может быть потерпевший аварию спортивный планер), осуществляемого с помощью технических средств дистанционного видеомониторинга.

Пример 1. Топографическая карта района поиска в масштабе 1:200000 представлена на рис. 1. Район разбит на $n = 6$ равновеликих зон. Площадь каждой зоны 36 кв. км. (6×6 кв. км).

Поиск осуществляется тремя группами однотипных мобильных средств (МС) соответственно с номерами: 1) M_1, M_2; 2) M_3, M_4, M_5; 3) M_6. Таким образом, всего МС $m = 6$.

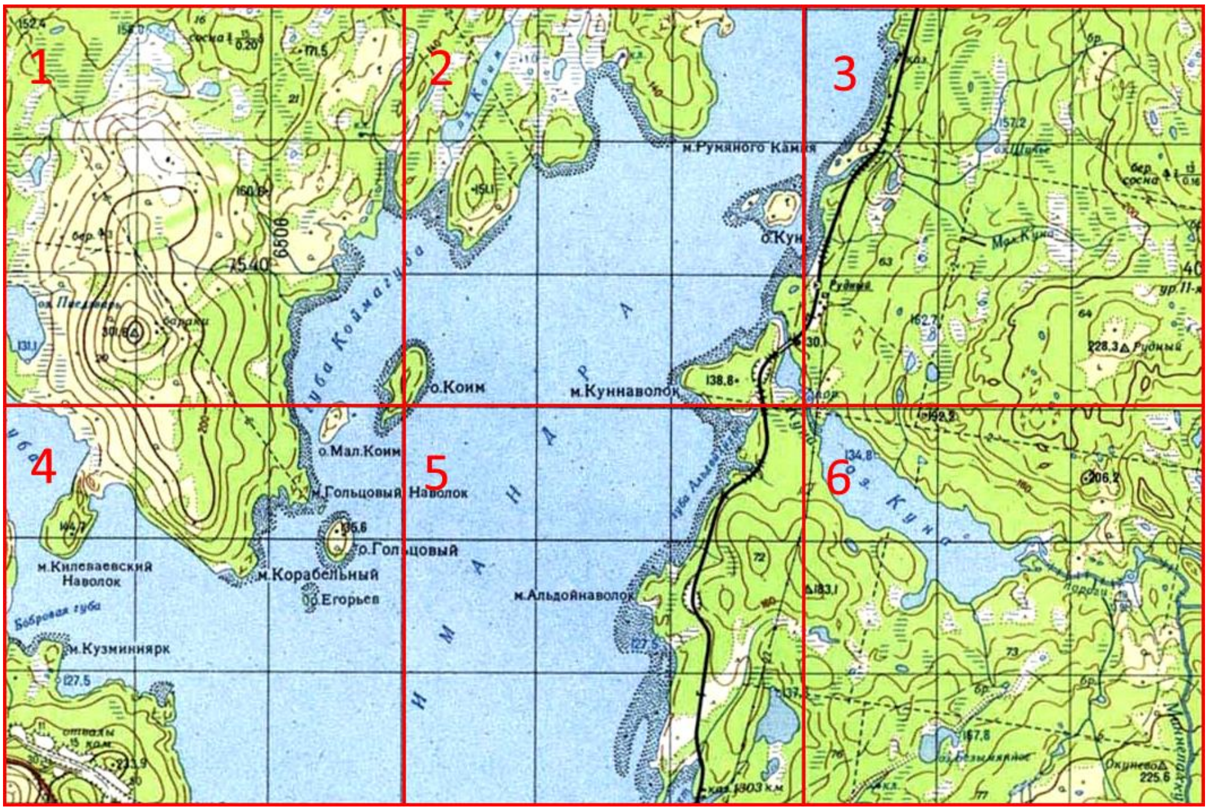

Рис. 1. Разбиение области поиска на зоны

Матрица относительных (топливно-временных) затрат при облете зон в процессе их сканирования:

$$C = \|c_{ij}\|_{6\times 6} = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 5 & 5 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1.5 \\ 3 & 3 & 4 & 4 & 4 & 2 \\ 1.5 & 1.5 & 2.5 & 2.5 & 2.5 & 2 \\ 1.5 & 1.5 & 2.5 & 2.5 & 2.5 & 1.5 \\ 3 & 3 & 4 & 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Для решения задачи воспользуемся средствами математического пакета MATLAB. Венгерский метод реализуется библиотечной функцией munkres().

Код соответствующего m-скрипта:

```
[Y,Q] = munkres(C');
```

```
X=Y';
[W,J]=find(Y);
disp(X);
disp(J'); %jobs
disp(M'); % means
```

Здесь J и M - соответственно массивы номеров работ (зон) и приписанных им исполнителей (наблюдателей) в полученном решении.

Результат решения ЗН представлен в таблице 1.

Таблица 1

Решение ЗН - минимизация суммарных затрат

J	1	2	3	4	5	6
M	5	4	3	2	1	6

Оптимальные суммарные затраты Q = 16.

Пример 2. Включим вероятностные факторы в постановку задачи распределения поисковых ресурсов из примера 1.

Вектор априорных вероятностей нахождения цели в зонах:

$$\mathbf{w}_3 = \| w_i \|_{1\times 6} = (0.08, 0.22, 0.08, 0.30, 0.20, 0.12).$$

Матрица условных вероятностей обнаружения целей:

$$\mathbf{W}_{3/\text{H}} = \| w_{ij} \|_{6\times 6} = \begin{bmatrix} 0.55 & 0.55 & 0.50 & 0.50 & 0.50 & 0.70 \\ 0.85 & 0.85 & 0.75 & 0.75 & 0.75 & 0.90 \\ 0.70 & 0.70 & 0.60 & 0.60 & 0.60 & 0.75 \\ 0.75 & 0.75 & 0.75 & 0.75 & 0.75 & 0.90 \\ 0.75 & 0.75 & 0.70 & 0.70 & 0.70 & 0.90 \\ 0.70 & 0.70 & 0.55 & 0.55 & 0.55 & 0.75 \end{bmatrix}.$$

Для решения задачи в среде пакета MATLAB воспользуемся библиотечной функций bintprog(), предназначенной для решения задач булева линейного программирования.

Размерность решаемой оптимизационной задачи

$$N = n \times m = 36.$$

Для применения функции bintprog() необходимо преобразовать матрицу переменных $\mathbf{X} \in \mathbf{B}^{n\times m}$ в вектор-столбец $\mathbf{x} \in \mathbf{B}^{N}$, а также соответственно изменить форму представления функций (11), (15) и уравнений (13), (14).

Положим, что вектор неизвестных переменных $\mathbf{x}$ является вертикальной конкатенацией вектор-столбцов матрицы $\mathbf{X}$. Построим векторы $\mathbf{c}, \mathbf{p} \in \mathbf{B}^{N\times 1}$ посредством операции вертикальной конкатенации вектор-столбцов соответственно матриц $\mathbf{C}$ и $\mathbf{P}$. В системе MATLAB данная операция выполняется функцией reshape():

```
c=reshape(C,N,1); p=reshape(P,N,1);
```

Для замены в уравнениях (13) и (14) матрицы $\mathbf{X}$ на вектор $\mathbf{x}$ перепишем данные уравнения в другой векторно-матричной форме:

$$\mathbf{A}_1\mathbf{x}=\mathbf{b}_1, \quad \mathbf{A}_2\mathbf{x}=\mathbf{b}_2, \tag{20}$$

где

$$\mathbf{A}_1=\mathbf{J}_{1,m}\otimes\mathbf{E}_n,\ \mathbf{b}_1=\mathbf{J}_{n\times 1};\ \mathbf{A}_2=\mathbf{E}_m\otimes\mathbf{J}_{1,n},\ \mathbf{b}_2=\mathbf{J}_{m\times 1}.$$

Здесь символ $\otimes$ обозначает кронекерово умножение матриц; $\mathbf{E}_k$ - единичная матрица k-го порядка, а $\mathbf{J}_{k,l}$ - матрица единиц размера $k\times l$ - ее каждый элемент равен единице.

Объединим уравнения (20):

$$\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{b}.$$

Здесь матрица $\mathbf{A}$ образована вертикальной конкатенацией матриц $\mathbf{A}_1$ и $\mathbf{A}_2$, а вектор $\mathbf{b}$ образована вертикальной конкатенацией векторов $\mathbf{b}_1$ и $\mathbf{b}_2$

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_1\\ \hdashline \mathbf{A}_2\end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_1\\ \hdashline \mathbf{b}_2\end{bmatrix}.$$

Соответствующий фрагмент кода на MATLAB:

```
A1=kron(ones(1,m),eye(n,n)); b1=ones(n,1);
A2=kron(eye(m,m),ones(1,n)); b2=ones(m,1);
A=[A1;A2]; b=[b1;b2];
```

Наконец, для решения задачи (12), (19) исполняются команды

```
[x,Fval] = bintprog(c,-p',-Pl,A,b);
P = Fval;
```

а задачи (21), (20) - команды

```
[x,Fval] = bintprog(-p,c',Cu,A,b);
Pval = -Fval;
```

Приведем результаты решения трех вариантов постановки задачи оптимизации поисковых ресурсов:

1. Решение задачи из примера 1, оптимальное по критерию стоимости поисковых работ, дает вероятность обнаружения цели $P_1=0.7180$.

2. В случае отсутствия ограничений на стоимость работ, получаем предельную вероятность обнаружения объекта $P_{\max}=0.7690$.

Результат решения задачи представлен в таблице 2.

Таблица 2
Решение ЗН - максимизация вероятности обнаружения цели

J	1	2	3	4	5	6
M	5	2	3	6	4	1

Плановые затраты на поисковые работы: $C = 17.5$.

3. Решим задачу минимизации затрат (12) при ограничении снизу (19) на вероятность обнаружения цели. Полагаем $\underline{p} = 0.99 P_{\max} = 0.7613$.

Оптимальные назначения представлены в таблице 3.

Таблица 3
Решение ЗН - оптимизация затрат с учетом допустимой вероятности обнаружения цели

J	1	2	3	4	5	6
M	5	2	4	3	6	1

Затраты $C = 17.0$. Вероятность обнаружения $P = 0.7640$.

Заключение

Работа посвящена проблеме оптимального распределения ресурсов в задачах пространственного поиска объектов. Изложены общие положения классической теории поиска. Дана характеристика задачам дискретного поиска - их важнейшим методологическим аспектом является возможность применения концептуального и математического аппарата теории расписаний, сводящего решаемую задачу к задачам комбинаторной оптимизации. Предложена формализация задач оптимального распределения поисковых ресурсов в детерминированной и вероятностной постановке. Приведены примеры решения задачи оптимального распределения поисковых ресурсов с применением стандартных инструментальных средств математического пакета MATLAB.

Список литературы

1. **Абчук В.А., Суздаль В.Г**. Поиск объектов. М.: Сов. радио, 1977. -334 с.
2. **Головинский О.Б., Лавинский Г.В.** Поисковые системы. К.: Техніка, 1979. - 103 с.
3. **Морз Ф.** Теория поиска / Исследование операций. Т. 1. М.: Мир. 1981. - С. 549-629.
4. **Хеллман О.** Введение в теорию оптимального поиска. М.: Наука, 1985. - 248 с.
5. **Ким Д.П.** Методы поиска и преследования подвижных объектов М.: Наука,

1989.

6. **Беседин В. М., Крамарчук М. Г.** Оптимальный взаимный поиск в системе управления роботами // Управление в робототехнических комплексах и гибких автоматизированных производствах: Межвуз. сб. науч. трудов. М.: МИРЭА, 1987. - С. 151-156.

7. **Строцев А.А.** Оптимальный поиск неподвижной цели многопозиционной информационной системой // Журнал радиоэлектроники. 2004. № 4. - С. 1.

8. **Савич А.В., Кириллов И.Г. Бурковский С.И.** Оптимизация автономного поиска целей многофункциональной РЛС многоканального зенитно-ракетного комплекса средней дальности // Системи обробки інформації, 2004. Вип. 9 (37). - С. 158-163.

9. **Маркушин Н.А.** Использование имитационного моделирования для поиска морских подвижных объектов // Сб. докл. Третьей всерос. науч.-практ. конф. «Имитационное моделирование. Теория и практика». Т. II. СПб.: ЦНИИ технологии судостроения, 2007. - С. 124-129.

10. **Кокуев А.А., Ктитров С.В.** Оптимизация способов свободного поиска воздушных целей истребителями в заданном районе // Военная мысль. 2013. № 11. - С. 54-60.

11. **Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б., Тихонов В.Ю.** Планирование операций в задачах пространственного поиска объектов// Известия ЮФУ. Технические науки. Темат. выпуск «Перспективные системы и задачи управления». 2017. № 1-2. - С. 185-197.

12. **Sarris Z.** Survey of UAV applications in civil markets. June 2001 [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://med.ee.nd.edu/MED9/Papers/Aerial_vehicles/med01-164.pdf/

13. **Абдулов Р.Н., Абдуллаев Н.А., Асадов Х.Г.** Вопросы оптимизации применения БПЛА для поиска и слежения объектов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 1 (83). - С.45-49.

14. **Конвей Р.В., Максвелл В.Л., Миллер Л.В.** Теория расписаний. М.: Наука, 1975. - 360 с.

15. **Корте Б., Фиген И.** Комбинаторная оптимизация. Теория и алгоритмы. М.: МЦНМО, 2015. - 720 с.

16. **Лазарев А.А., Гафаров Е.Р.** Теория расписаний. Задачи и алгоритмы. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2011. - 222 с.

17. **Таха Х.А.** Задача о назначениях. В кн.: Введение в исследование операций. Гл. 5, п. 5.4. М.: Изд. дом «Вильямс», 2001. – С. 206-213.

18. **Kuhn H.W.** The Hungarian for the Assigment Problem // Naval Research logistics Quarterly, 1955. Vol. 2. - P. 83-97.

19. **Аркин В.И.** Задачи оптимального распределения поисковых усилий // Теория вероятностей и её применения. 1964. Т. 9, № 1. - С. 179-180.

A. B. Filimonov, dr. of eng. sc.; professor, filimon_ab@mail.ru
Moscow Technological University, 78, Vernadsky Avenue, Moscow, 119454, Russia
N. B. Filimonov, dr. of eng. sc.; professor, nbfilimonov@mail.
M.V. Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia
V. Yu. Tikhonov, research assistant
The centre for educational development and international activities,
8, Bolshoi Chudov per., Moscow, 119021, Russia

Optimization of the Resources Distribution in the Problems of Space Search Objects

One of the most important areas of modern science and technology is the space of object. The task of search arises when it is required to determine the position of some object (goal) being in the given area of physical space with the help of search means. The theory of search is one of the sections of the operations theory. The subject of its study are the mathematical models of search processes, methods of organization and optimal planning of search operations, providing the detection of goals with minimal time and resource inputs.

The general positions of the classical theory of search are presented in the paper. The term «observers» is admissible for subjects fulfilling the search. It is noted the specific character of tasks discrete search of objects. In the continual tasks of search the kinematics of the motion of the observer in the physical space is investigated. In the problems of discrete search the investigated area is represented as the rotation of the investigation of chosen zones by having means of observation.

The important advantage of the discrete search problems is the possibility of the application to them the methodology and mathematical device of scheduling theory, reducing the solved problem to the problems of the combinatorial optimization.

The problems of optimal distribution of search resources by the distinguished areas of search is considered. The given problems belong to class of the assignment problems. Their formalization in the determined and probability formulations is proposed. The model examples of the optimization of the distribution of search resources with use of standard instrumental software of the problems of Boolean linear programming are reduced.

Keywords**:** *space object search, discrete search, planning search operations, assignment problems, optimal distribution of search resources, probabilistic models for planning purposes.*

References

1. Abchuk V.A., Suzdal' V.G. Poisk ob"ektov (Search of objects). Moscow: Sov. radio, 1977. –334 p.

2. Golovinskij O.B., Lavinskij G.V. Poiskovye sistemy (Search systems). Kiev: Tekhnika, 1979. – 103 p.
3. Morz F. Teoriya poiska / Issledovanie operatsij (Theory of search) / Survey operations]. v. 1. Moscow: Mir. 1981, pp. 549–629.
4. Khellman O. Vvedenie v teoriyu optimal'nogo poiska (Introduction to the theory of optimal search). Moscow: Nauka, 1985. 248 p.
5. Kim D.P. Metody poiska i presledovaniya podvizhnykh ob"ektov (Methods of search and pursuit of moving objects). Moscow: Nauka, 1989. – 336 p.
6. Besedin V.M., Kramarchuk M.G. Optimal'nyj vzaimnyj poisk v sisteme upravleniya robotami (Optimal mutual search system robot control) // Upravlenie v robototekhnicheskikh kompleksakh i gibkikh avtomatizirovannykh proizvodstvakh: Mezhvuz. sbornik nauch. trudov. Moscow: MIEHRA, 1987. - P. 151-156.
7. Strotsev A.A. Optimal'nyj poisk nepodvizhnoj tseli mnogopozitsionnoj informatsi-onnoj sistemoj (Optimal search for a stationary target multi-position information system) // Zhurnal radioehlektroniki. 2004. № 4. – P. 1.
8. Savich A.V., Kirillov I.G. Burkovskij S.I. Optimizatsiya avtonomnogo poiska tselej mnogofunktsional'noj RLS mnogokanal'nogo zenitno-raketnogo kompleksa srednej dal'nosti (Optimization of Autonomous search for targets multi-function radar multi-channel anti-aircraft missile complex medium-range) // Sistemi obrabki informatsiï, 2004. Vip. 9 (37). - P. 158-163.
9. Markushin N.A. Ispol'zovanie imitatsionnogo modelirovaniya dlya poiska morskikh podvizhnykh ob"ektov (The use of simulation to search for sea mobile objects) // Sbornik dokl. Tret'ej vseross. nauch.-prakt. ronf. «Imitatsionnoe modelirovanie. Teoriya i praktika». V. II. Saint Petersburg: TSNII tekhnologii sudostroenie, 2007. – P. 124-129.
10. Kokuev A.A., Ktitrov S.V. Optimizatsiya sposobov svobodnogo poiska vozdushnykh tselej istrebitelyami v zadannom rajone (Optimization methods free search of air targets by fighters in a given area) // Voennaya mysl'. 2013. № 11. – P. 54-60.
11. Filimonov A.B., Filimonov N.B., Tihonov V.YU. Planirovanie operacij v zadachah prostranstvennogo poiska ob"ektov (Operations scheduling in tasks spatial search objects) // Izvestiya YUFU. Tekhnicheskie nauki. Temat. vypusk «Perspektivnye sistemy i zadachi upravleniya». 2017. № 1-2. - S. 185-197.
12. Sarris Z. Survey of UAV applications in civil markets. June 2001 [Electronic resource].
13. Abdulov R.N., Abdullaev N.A., Asadov KH.G. Voprosy optimizatsii primeneniya BPLA dlya poiska i slezheniya ob"ektov (The optimization of the use of drones for search and tracking of objects) // Nauchno-tekhnicheskij vestnik informatsionnykh tekhnologij, mekhaniki i optiki. 2013. No 1 (83). – P. 45-49.
14. Konvej R.V., Maksvell V.L., Miller L.V. Teoriya raspisanij (Theory of scheduling). Moscow: Nauka, 1975. – 360 p.
15. Korte B., Figen I. Kombinatornaya optimizatsiya. Teoriya i algoritmy (Combinatorial optimization. Theory and algorithms). Moscow: MTSNMO, 2015. – 720 p.
16. Lazarev A.A., Gafarov E.R. Teoriya raspisanij. Zadachi i algoritmy (Theory. Problems and algorithms). Moscow: MGU im. M.V. Lomonosova, 2011. – 222 p.
17. Takha Kh.A. Zadacha o naznacheniyakh (Task assignment). V kn.: Vvedenie v issledo-

vanie operatsij. Ch. 5, p. 5.4. Moscow: Izd. dom «Vil'yams», 2001. – P. 206-213.
18. Kuhn H.W. The Hungarian for the Assigment Problem // Naval Research logistics Quarterly, 1955. V. 2. – P. 83–97.
19. Arkin V.I. Zadachi optimal'nogo raspredeleniya poiskovykh usilij (The problem of optimal distribution of search efforts) // Teoriya veroyatnostej i eyo primeneniya. 1964. V. 9, No 1. – P. 179-180.

Одно из важнейших направлений современной науки и технике является пространственный поиск объектов. Задача поиска возникает тогда, когда требуется определить положение некоторого объекта (цели), находящегося в заданной области физического пространства, с помощью поисковых средств. Теория поиска является одним из разделов теории операций: предметом ее изучения являются математические модели процессов поиска, методы организации и оптимального планирования поисковых операций, обеспечивающие обнаружение целей при минимальных временных или ресурсных затратах.

В работе излагаются общие положения классической теории поиска. Для выполняющих поиск субъектов приемлем термин - наблюдатели. Отмечается специфика задач дискретного поиска объектов. В континуальных задачах поиска исследуется кинематика движения наблюдателя в физическом пространстве. В задачах дискретного поиска обследуемая область представляется в виде совокупности зон, причем кинематические аспекты поиска в них не рассматриваются, а процесс поиска представляется как чередование обследования выделенных зон имеющимися средствами наблюдения.

Важным преимуществом задач дискретного поиска является возможность применения к ним методологии и математического аппарата теории расписаний, сводящего решаемую задачу к задачам комбинаторной оптимизации.

Рассматриваются задачи оптимального распределения поисковых ресурсов по выделенным зонам поиска. Данные задачи относятся к классу задач о назначениях. Предложена их формализация в детерминированной и вероятностной постановках. Приведены модельные примеры оптимизации распределения поисковых ресурсов с применением стандартных инструментальных программных средств решения задач булева линейного программирования

Ключевые слова: *пространственный поиск объектов, дискретный поиск, планирование поисковых операций, задача о назначениях, оптимальное распределение ресурсов, вероятностные модели планирования назначений.*