

М. И. Грицевич¹

В работе [1] был предложен метод определения динамических параметров метеорных тел по данным наблюдений. При решении задачи использовался первый интеграл основных дифференциальных уравнений метеорной физики, составляющих динамическую систему третьего порядка, фазовыми переменными которой являются масса тела $M(t)$, его высота над поверхностью планеты $h(t)$ и скорость $\vec{V}(t)$. Вместе с тем, к автору поступил ряд вопросов, адресованных к постановке самой задачи. Поэтому в настоящем кратком изложении мы сосредоточимся на некоторых неочевидных аспектах, подтверждающих адекватность исходного уравнения движения и обосновывающих его применение для класса рассматриваемых задач.

Как известно, второй закон Исаака Ньютона гласит: скорость изменения импульса тела равна сумме внешних сил, действующих на тело:

$$\frac{dM\vec{V}}{dt} = \vec{F} \quad (1)$$

Для тела постоянной массы, эта формулировка эквивалентна общепринятому уравнению движения:

$$M \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}, \quad (2)$$

которое, на первый взгляд, едва ли применимо для описания движения тела переменной массы. Между тем, для корректной записи закона сохранения импульса следует детально рассмотреть процесс уноса массы метеорного вещества. Сначала выберем систему координат, связанную с Землей. Пусть в момент времени t тело имеет массу M и движется со скоростью \vec{V} . По истечении малого промежутка времени Δt , в момент $t+\Delta t$, скорость рассматриваемого тела изменится на $\Delta\vec{V}$, а масса будет равной $M-\Delta M$. Обозначим через \vec{U} относительную скорость отделившейся от тела массы ΔM . Тогда в исходной системе координат импульс массы, унесенной за время Δt , будет равен $\Delta M(\vec{V} + \vec{U})$. Полагая метеорное тело и отделившуюся от него массу замкнутой системой, выразим изменение импульса системы, произошедшее за время Δt :

$$\Delta M\vec{V} = \left[(M - \Delta M)(\vec{V} + \Delta\vec{V}) + \Delta M(\vec{V} + \vec{U}) \right] - M\vec{V} \quad (3)$$

Тогда

$$\frac{dM\vec{V}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta M\vec{V}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M\Delta\vec{V} + \Delta M\vec{U}}{\Delta t} \quad (4)$$

Заметим, что соотношение (4) можно было выписать и сразу, рассматривая задачу в системе координат, движущейся с постоянной скоростью \vec{V} . Фактически это соотношение использовалось при выводе эпохального уравнения Мещерского для движения тела переменной массы, полученного им еще в 1897 году. Та же идея была положена в основу устройства реактивных двигателей, позволивших привести в движение самолеты, ракеты и космические аппараты, создавая тяговое усилие за счёт взаимодействия с рабочим телом, без опоры или контакта с другими поверхностями. При этом второе слагаемое в правой части (4) обычно обозначают реактивной силой, тем самым сохраняя уравнение движения в форме (2). Для разгона рабочего тела *до большой скорости* используется расширение газа, нагретого до высокой температуры (тепловые реактивные двигатели), либо другие физические принципы: истечение квантов электромагнитного излучения или фотонов (фотонный двигатель), ускорение заряженных частиц в электростатическом поле (ионный двигатель) и др.

¹Грицевич Мария Игоревна, к.ф.-м.н., н.с. НИИ механики МГУ им. М.В.Ломоносова

Однако природа метеорных явлений совсем иная. При входе в атмосферу геоцентрическая скорость метеора находится в пределах от 11 до 72 км/с, при этом *относительная скорость отделяющейся от метеороида массы* (\vec{U}) *очень невелика*. Таким образом, изменение импульса системы в данном случае происходит благодаря изменению скорости основного тела, т.е.

$$\frac{dM\vec{V}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta M\vec{V}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M\Delta\vec{V} + \Delta M\vec{U}}{\Delta t} = M \frac{d\vec{V}}{dt}$$

Теперь рассмотрим проекцию уравнения Ньютона (2) на касательную к траектории при движении метеора вдоль светящегося участка траектории:

$$M \frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2} c_d \rho_a V^2 S + Mg \sin \gamma \quad (5)$$

Здесь c_d - коэффициент сопротивления, ρ_a - плотность атмосферы, S - площадь миделева сечения тела, g - ускорение свободного падения, γ - местный угол траектории с горизонтом. В уравнении (5) гравитационное поле считается однородным. Более того, для большинства метеороидов выполняется условие:

$$M \ll \frac{c_d \rho_a V^2 S}{2g \sin \gamma}$$

Ограничимся рассмотрением примера крупных метеорных тел. Так, одним из наиболее ярких и хорошо задокументированных событий стал болид Бенешов, зарегистрированный Европейской болидной сетью 7 мая 1991 года. При практически вертикальном входе в атмосферу начальная скорость была оценена в 21,1234 км/с. Анализ видимой части траектории, проведенный наблюдателями, позволил восстановить значения высоты и скорости полета в 46-ти отдельных точках, соответствующих участку от 53,4029 до 19,3564 км по высоте. Эти данные использовались в работе [1] при аппроксимации зависимости $y(v)$. Согласно модели стандартной атмосферы плотность атмосферы Земли на высоте 60 км над уровнем моря составляет 0,00039 кг/м³. Считая, что $S \sim (M / \rho_m)^{2/3}$, $c_d \sim 1$, $\rho_m \sim 3500$ кг/м³, $\sin \gamma \sim 1$, стандартное значение ускорения свободного падения 9,81 м/с², получим, что силой притяжения в уравнении (5) можно пренебречь, полагая

$$M \ll \left(\frac{c_d \rho_a V^2}{2g \sin \gamma \rho_m^{2/3}} \right)^3, \quad (6)$$

где правая часть (6) для приведенного примера составляет порядка 57 тонн. Очевидно, что если метеорное тело в действительности имело плотность меньшую, чем плотность обычных хондритов эта оценка будет еще выше. Напомним, что динамическая оценка начальной массы болида Бенешов в предположении сферической начальной формы тела составила 28 кг [2].

Таким образом, использование уравнения движения в форме

$$M \frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2} c_d \rho_a V^2 S$$

совершенно законно и может быть применено для широкого класса задач, исследующих торможение метеорных тел в атмосфере.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 07-01-00009-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грицевич М.И. Идентификация динамических параметров болидов. Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1, Математика. Механика. 2008, № 1, стр. 38-42.
2. Барри Н.Г., Стулов В.П. Особенности дробления болида Бенешов. Астрон. вестн. 2003, т. 37, № 4, стр. 332-335.