

Аляутдинов А. Р., Кошель С. М.

Географический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова
Кафедра картографии и геоинформатики

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ ЦИФРОВЫХ КАРТОГРАФИЧЕСКИХ ДАННЫХ ПО ОПОРНЫМ ТОЧКАМ

На протяжении всей истории картографии вопрос о согласовании картографических изображений всегда оставался одним из наиболее важных вопросов, так как при создании карт практически всегда используются разные картографические источники, в том числе и карты, составленные в разных проекциях. В наше время, когда, благодаря развитию компьютерной картографии, наряду с "традиционными" бумажными картами стали появляться и широко использоваться электронные карты и геоинформационные системы (ГИС), задача геометрической трансформации проекций картографических источников получила "второе дыхание". Это связано с тем, что, благодаря внедрению мощной вычислительной техники во все этапы проектирования, создания и использования карт, резко возросли возможности картографии и, в частности, математической картографии. С другой стороны, появление ГИС способствовало повышению спроса на задачи геометрической трансформации.

Геометрическая трансформация данных, полученных по картографическим источникам в разных проекциях, является важнейшим этапом при создании ГИС. Поскольку обычно базовая проекция, в которой отображаются слои ГИС, выбирается самим пользователем и все ее параметры известны, то достаточно осуществить трансформацию прямоугольных координат всех других картографических источников в геодезические координаты. В случае, когда проекция источника известна, преобразование проводится по обратным формулам проекции (если они существуют). Интерес может представлять только возможная коррекция оцифрованных координат с целью уменьшения ошибок, связанных с искажениями, возникающими при печати карт, и погрешностями цифрования. К сожалению, на практике довольно часто встречаются ситуации, когда параметры проекции картографического источника неизвестны, либо обратных формул не существует (например, проекция задана с помощью координат узлов градусной сетки с некоторым шагом, полученных численными методами). В этом случае приходится выполнять трансформацию координат источника по опорным точкам.

В качестве таких опорных точек могут выступать узлы градусной сетки или, при их отсутствии, некоторые характерные точки картографического изображения, (например, места слияния рек, пересечения дорог и др.), геодезические координаты которых можно определить тем или иным способом.

Существующие методы (см., например, [2]), использовавшиеся еще в "доцифровую" эпоху картографии при ручной трансформации и базирующиеся на кусочно-аффинных и кусочно-проективных преобразованиях, обладают существенными недостатками. В частности, отсутствует возможность экстраполяции, то есть трансформировать можно только объекты, находящиеся внутри выпуклой оболочки множества опорных точек. Кроме того, такие преобразования не являются гладкими на границах областей разбиения - треугольников в случае кусочно-аффинного, и четырехугольников (обычно трапеций градусной сетки) в случае кусочно-проективного преобразования. Гораздо более привлекательными выглядят методы, обычно используемые для моделирования геополей [4]. Кстати, кусочно-аффинное преобразование получается, если использовать метод линейной интерполяции на базе триангуляции Делоне, построенной по опорным точкам. В данной работе мы рассмотрим метод интерполяции с помощью радиальных функций (радиальной интерполяции), с нашей точки зрения наиболее подходящий, при соответствующем подборе параметров, для интерполяции гладких функций, какими обычно являются функции преобразования проекций. Название "*радиальные функции*" было предложено в работе [9]. Ознакомиться подробнее с методом радиальной интерполяции можно в работах [6,8], где предлагаются различные варианты радиальных функций и разбираются условия существования решения задачи интерполяции. Отметим, что такие хорошо известные и популярные интерполяционные функции как мультиквадрики Харди [7] и сплайны Дюшона [5] являются частными случаями радиальной интерполяции. В данной работе мы приведем только необходимые для вычислений формулы.

Обозначим через X и Y прямоугольные координаты картографического источника, а через B и L – геодезические координаты (широта, долгота). Пусть опорные точки P_i имеют координаты (X_i, Y_i) , $i = 1, \dots, N$, соответствующие им геодезические координаты обозначим (B_i, L_i) , $i = 1, \dots, N$. Преобразование прямоугольных координат можно представить в виде двух функций от двух переменных: $B = F_B(X, Y)$,

$L = F_L(X, Y)$. Таким образом, задача трансформации сводится к классической задаче моделирования функций от двух переменных по данным в нерегулярно расположенных опорных точках, где в качестве значений функций выступают геодезические координаты. В дальнейшем мы будем приводить формулы только для одной из этих функций, так как вычисления для второй производятся аналогично. Пользуясь методом радиальной интерполяции, искомые функции можно представить в форме

$$F_b(P) = \sum_{i=1}^N b_i \gamma(P - P_i) + p_m(P),$$

где $P = (X, Y)$, γ - функция одной переменной, называемая *радиальной*, p_m - полином от двух переменных степени m . Коэффициенты b_i и коэффициенты полинома p_m определяются из условий интерполяции $F_b(P_i) = B_i, i = 1, \dots, N$ и дополнительного требования $\sum_{i=1}^N b_i q(P_i) = 0$ для всех полиномов q степени не выше m . Указанные требования приводят к системе линейных уравнений с симметричной матрицей. Для $m=1$ (в этом случае мы получаем аффинное преобразование с некоторыми добавками в виде суммы радиальных функций) система выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1N} & 1 & X_1 & Y_1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2N} & 1 & X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{N1} & \gamma_{N2} & \dots & \gamma_{NN} & 1 & X_N & Y_N \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ X_1 & X_2 & \dots & X_N & 0 & 0 & 0 \\ Y_1 & Y_2 & \dots & Y_N & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \\ \mu \\ \alpha_x \\ \alpha_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_N \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $\gamma_{ij} = \gamma(P_i - P_j)$, а μ, α_x, α_y - коэффициенты полинома первой степени $\mu + \alpha_x X + \alpha_y Y$.

Серии практических экспериментов, проведенных над картографическими источниками, выполненными в разных проекциях, показали, что наилучший результат достигается при использовании $\gamma(t) = t^2 \ln t^2$ (что соответствует сплайнам Дюшона) и $m=1$. Теория в этом случае гарантирует невырожденность матрицы системы уравнений на неизвестные коэффициенты, то есть, существование и единственность решения. Очевидно, что точность трансформации зависит от количества опорных точек: чем точек больше, тем выше точность трансформации. Повысить точность преобразования можно также с помощью следующего приема. Трансформация выполняется не в геодезические координаты, а в координаты некоторой известной проекции того

же типа, а затем геодезические координаты вычисляются по формулам обратной проекции.

В таблице 1 приведены результаты численного эксперимента, из которых хорошо видно, что использование при трансформации некоторой известной проекции в качестве промежуточной позволяет на порядок повысить точность. В эксперименте использовались две проекции:

Проекция 1. Нормальная коническая равнопромежуточная, базовый меридиан 46° , главные широты 44° и 46° , масштаб 1:2500000.

Проекция 2. Нормальная коническая равноугольная, базовый меридиан 50° , главные широты 45° и 48° , масштаб 1:5000000.

Трансформируемый участок представляет собой трапецию от 40° до 52° восточной долготы и от 40° до 52° северной широты. Опорные точки для трансформации выбирались в узлах градусной сетки, шаг которой указан в колонке "шаг сетки". В колонке "N" указано соответствующее количество опорных точек. Выполнялось два вида трансформации. В первом случае вычислялись преобразование из Проекции 1 в геодезические координаты по опорным точкам, во втором из Проекции 1 в Проекцию 2 по опорным точкам, а затем по формулам в геодезические координаты. Результаты вычислений проверялись по 10000 контрольным точкам, равномерно распределенным внутри области трансформации. Колонки dmax1 и dmax2 содержат максимальное отклонение положения вычисленных точек от их истинного положения в градусах (евклидово расстояние в координатах L и B), колонки davr1 и davr2 соответственно - средние отклонения по всем контрольным точкам для первого и второго вида трансформации.

Таблица 1.

шаг сетки	N	dmax1°	dmax2°	davr1°	davr2°
6°	9	0.07	0.0048	0.034	0.0029
4°	16	0.043	0.002	0.013	0.00078
3°	25	0.031	0.0013	0.007	0.00045
2°	49	0.018	0.00073	0.0024	0.00015
1°	169	0.007	0.00026	0.00035	0.00002

Описанный выше метод на протяжении нескольких лет проходил апробацию на кафедре Картографии и Геоинформатики Географического факультета МГУ и зарекомендовал себя с самой лучшей стороны. С использованием предлагаемой методики по данным в атласе картографических проекций [3], была построена поликоническая проекция ЦНИИГАиК 1949 года для

карт мира, созданная в 1949 году на основе численных методов. Метод также нашел большое применение при разработке международного проекта по созданию ГИС "Черное море" [1], где приходилось выполнять большой объем работ по преобразованию картографических изображений, присланных участниками проекта из разных стран, в единую систему координат.

В заключение заметим, что предлагаемый метод может быть также использован и для трансформации снимков в проекцию карты (или векторной информации с карт в координаты снимка) и работает он намного лучше традиционно используемых для этих целей полиномиальных преобразований.

Литература

1. Берлянт А.М., Мамаев В.О., Мусин О.Р., Аляутдинов А.Р., Калинин И.В., Кошель С.М. Реализация проекта ГИС "Черное море". // Геодезия и картография. – 1997. – N6. – с.34-40.
2. Бугаевский Л.М. Математическая картография: Учебник для вузов. – М.: Златоуст, 1998. – 400 с.

3. Гинзбург Г.А., Салманова Т.Д. Атлас для выбора картографических проекций. // Труды ЦНИИГАиК., вып.110, Геоиздат, 1957. – 240 с.
4. Сербенюк С.Н., Кошель С.М., Мусин О.Р. Методы моделирования геополей по данным в нерегулярно расположенных точках. // Геодезия и картография. – 1990. – N7. – с.31-35.
5. Duchon J. Interpolation des Fonctions de deux variables suivant le principe de la flexion de plaques minces // R.A.I.R.O. Analyse Numeriques, N10, 1976, pp.5-12.
6. Dyn D. Interpolation of scattered data by radial functions. // in *Topics in Multivariate Approximation*. Academic Press, New York, 1986, pp.47-61.
7. Hardy R.L. Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces // J.Geophysycal Res., N76, 1971, pp.1905-1915.
8. Micchelli C.A. Interpolation of scattered data: distance matrices and conditionally positive definite functions. // Constr. Approx., N2, 1986, pp.11-22.
9. Rippa S. Interpolation and smoothing of scattered data by radial basis functions. // M. Sc. Thesis, Tel Aviv University, 1984.