

# Учет влияния дифракционной расходимости и неидеальности отражения от металлического рефлектора при градуировке пьезоэлектрического преобразователя методом самовзаимности

А. А. Дорофеева,<sup>\*</sup> О. А. Сапожников<sup>†</sup>

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Статья поступила 30.06.2017; Подписана в печать 12.09.2017)

Одним из методов градуировки пьезоэлектрических ультразвуковых преобразователей является метод самовзаимности. В этом методе в среде напротив исследуемого преобразователя устанавливается эталонный акустический рефлектор. Преобразователь используется и для излучения ультразвукового импульса, и для приема соответствующего отраженного сигнала (эхо-импульсный режим). Из сравнения характеристик электрического сигнала на этапах излучения и приема находится эффективность электроакустического преобразования и, тем самым, производится градуировка преобразователя. Наиболее просто провести градуировку в приближении плоских волн. На практике это условие нарушается, что может привести к заметным погрешностям. Для повышения точности метода необходимо построить численную модель, описывающую дифракционную расходимость излучаемого акустического пучка и неидеальность его отражения от рефлектора. Построение такой модели является предметом настоящей работы.

PACS: 43.58.Vb, 43.38.Fx, 43.30.Zk.

УДК: 534.621.5, 534-8.

Ключевые слова: ультразвуковой преобразователь, калибровка преобразователя, метод самовзаимности, угловой спектр, численное моделирование.

## ВВЕДЕНИЕ

Во многих приложениях ультразвука важно знать, каким является уровень излучаемого акустического давления при подаче на пьезоэлектрический источник заданного электрического напряжения или тока. Существует несколько методов соответствующей градуировки преобразователей. Одним из них является метод самовзаимности [1, 2]. В этом методе излученный импульсный сигнал возвращается от рефлектора обратно к преобразователю, который после завершения процесса излучения переключается на прием собственного сигнала. Сравнение принимаемого сигнала с излученным позволяет провести градуировку. Для повышения точности метода необходимо учитывать дифракционную расходимость и закономерности процесса отражения от рефлектора.

В данной работе были исследованы различные факторы, влияющие на точность градуировки плоского круглого пьезокерамического преобразователя с помощью плоского латунного рефлектора. Параметры были выбраны в применении к созданной экспериментальной установке. Был развит численный алгоритм, в котором на основе вычисления углового спектра акустического давления в излучаемом ультразвуковом пучке рассчитывается распределение акустического давления и колебательной скорости на поверхности рефлектора. Затем с использованием выражений для коэффициента отражения плоских волн можно рассчитать распреде-

ление акустического давления в отраженном пучке на поверхностях рефлектора и преобразователя. Промоделирован случай поршневого излучателя, расположенного в воде напротив рефлектора и посылающего радиоимпульсы с частотой заполнения 1 МГц. В качестве параметра градуировки был выбран коэффициент, равный отношению усредненного по площади преобразователя давления, измеренного на этапе приема сигнала, к среднему давлению на преобразователе на этапе излучения сигнала.

## 1. УГЛОВОЙ СПЕКТР ИЗЛУЧЕНИЯ КРУГЛОГО ПОРШНЕВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

По условию задачи имеется круглый поршневой излучатель радиуса  $a$ , ограниченный жестким непроницаемым экраном. Излучатель находится в неограниченной жидкой среде, имеющей плотность  $\rho_0$  и скорость звука  $c_0$ . Гармонические колебания поверхности поршня происходят вдоль оси  $Oz$  с круговой частотой  $\omega$ . На некотором расстоянии  $l$  параллельно плоской поверхности излучателя соосно с ним расположен круглый твердотельный отражатель радиуса  $b$ , который характеризуется скоростями продольных и поперечных волн  $c_l$  и  $c_t$ , соответственно, и плотностью  $\rho$ .

В случае рассматриваемого поршневого излучателя распределение комплексной амплитуды  $z$ -компоненты колебательной скорости на поверхности излучателя имеет вид:

$$v_z|_{z=0} = \begin{cases} v_0, & x^2 + y^2 \leq a^2 \\ 0, & x^2 + y^2 > a^2 \end{cases} \quad (1)$$

Для описания гармонических процессов будем

<sup>\*</sup>E-mail: aa.dorofeeva@physics.msu.ru

<sup>†</sup>E-mail: oleg@acs366.phys.msu.ru

использовать комплексное представление вида  $\sim \exp(-i\omega t)$ . При этом линеаризованные уравнения гидродинамики связывают акустическое давление  $p$  и колебательную скорость  $v$  следующим образом [3]:

$$\nabla p = i\omega\rho_0 \mathbf{v}. \quad (2)$$

Распределение акустического давления  $p$  на плоскости  $(x, y)$  на расстоянии  $z$  от излучателя можно представить как преобразование Фурье от углового спектра  $S_p$  по компонентам волнового вектора  $k_x, k_y$ , что является разложением поля по плоским волнам:

$$p(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y S_p(k_x, k_y) \times e^{ik_x x + ik_y y + i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} z}, \quad (3)$$

где  $k = \frac{\omega}{c_0}$ . Тогда из (2) и (3) может быть получено выражение для для комплексной амплитуды  $z$ -компоненты колебательной скорости  $v_z$ :

$$v_z(x, y, z) = \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}} \times S_p(k_x, k_y) e^{ik_x x + ik_y y + i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} z} dk_x dk_y. \quad (4)$$

Зная распределение  $z$ -компоненты скорости на поверхности излучателя (1), возможно рассчитать угловой спектр  $S_p(k_x, k_y)$ :

$$S_p(k_x, k_y) = \frac{\rho_0 c_0 v_0}{\sqrt{1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}}} \times \iint_{x^2 + y^2 \leq a^2} dx dy e^{-ik_x x - ik_y y}. \quad (5)$$

Можно показать [3], что вычисление интеграла (5) приводит к следующему результату:

$$S_p(k_x, k_y) = \pi a^2 \frac{\rho_0 c_0 v_0}{\sqrt{1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}}} \frac{2J_1\left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} a\right)}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2} a}. \quad (6)$$

## 2. ГРАДУИРОВКА ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

В качестве параметра градуировки преобразователя было выбрано отношение усредненных по площади излучателя распределений давления в момент приема отраженного сигнала  $p^{refl}(x, y, 0)$  и излучения прямого  $p(x, y, 0)$ :

$$\eta = \frac{\int_{x^2 + y^2 \leq a^2} p^{refl}(x, y, 0) dx dy}{\int_{x^2 + y^2 \leq a^2} p(x, y, 0) dx dy}. \quad (7)$$

Методом углового спектра с помощью (6) можно рассчитать распределение акустического давления  $p$

и нормальной компоненты скорости  $v_z$  по плоскости  $(x, y)$  на некотором расстоянии  $z$  от излучателя параллельно плоскости преобразователя:

$$p(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_p(k_x, k_y) \times e^{\{ik_x x + ik_y y + i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} z\}} dk_x dk_y. \quad (8)$$

$$v_z(x, y, z) = \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}} S_p(k_x, k_y) \times e^{ik_x x + ik_y y + i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} z} dk_x dk_y. \quad (9)$$

Для расчета поля, отраженного от рефлектора, который находится на расстоянии  $z=l$  от излучателя, необходимо учитывать зависимость коэффициента отражения на границе двух сред от угла падения плоских составляющих. Использовался коэффициент отражения  $R$ , который известным образом зависит от угла падения, а также параметров сред  $\rho_0, c_0, \rho, c_l$  и  $c_t$  [3]. Тогда, если угловой спектр падающей волны на плоскости рефлектора равен

$$\tilde{S}_p(k_x, k_y) = \frac{\rho_0 c_0}{\sqrt{1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}}} \iint_{x^2 + y^2 \leq b^2} v_z(x, y, l) \times e^{-ik_x x - ik_y y} dx dy,$$

то угловой спектр отраженной волны можно найти по следующей формуле:

$$\tilde{S}_p^{refl}(k_x, k_y) = \tilde{S}_p(k_x, k_y) R(k_x, k_y). \quad (10)$$

Здесь аргументы  $k_x, k_y$  в выражении для  $R$  учитывают зависимость коэффициента отражения от угла падения. Аналогично (8) и (9), можно рассчитать распределения давления и нормальной компоненты скорости отраженной волны в плоскости излучателя:

$$p^{refl}(x, y, 0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_p^{refl}(k_x, k_y) \times e^{\{ik_x x + ik_y y - i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} l\}} dk_x dk_y, \quad (11)$$

$$v_z^{refl}(x, y, 0) = \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}} \tilde{S}_p^{refl}(k_x, k_y) \times e^{ik_x x + ik_y y - i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} l} dk_x dk_y. \quad (12)$$

Таким образом, рассчитав распределение давления отраженной волны в плоскости излучателя методом углового спектра с учетом коэффициента отражения, можно определить коэффициент градуировки  $\eta$ , который учитывает дифракционную расходимость пучка и потери при отражении.

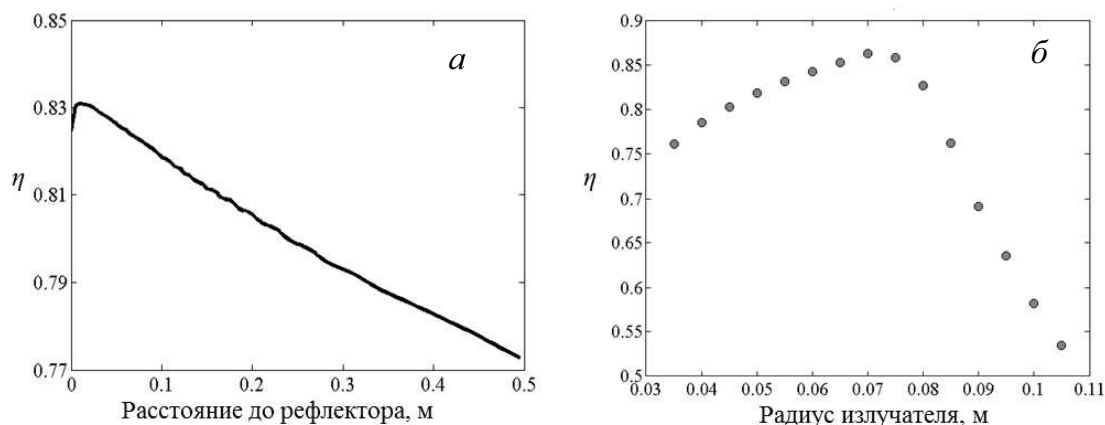


Рис. 1: Зависимость коэффициента градуировки  $\eta$  от  $a$  — расстояния между излучателем и рефлектором,  $b$  — радиуса излучателя при постоянном радиусе рефлектора  $b = 7.5$  см

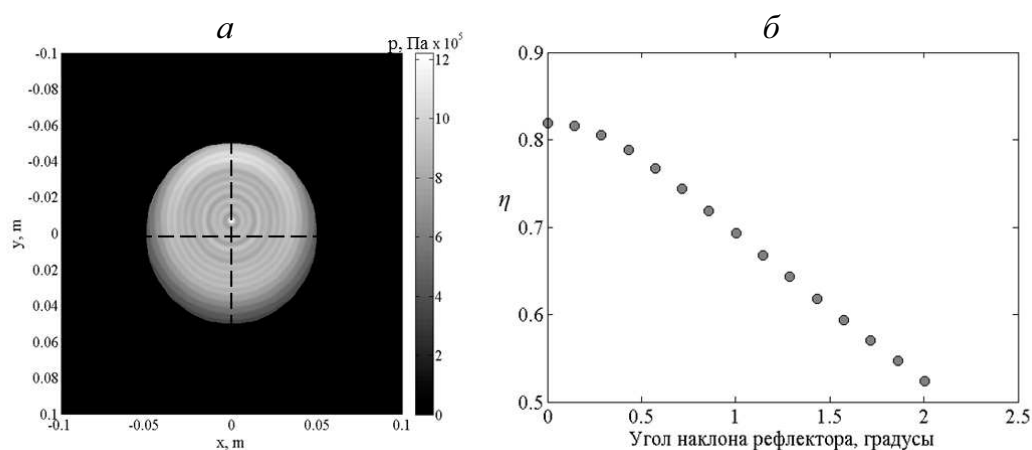


Рис. 2:  $a$  — распределение  $p^{refl}(x, y, 0)$  при угле наклона рефлектора  $\alpha = 2^\circ$ ,  $b$  — зависимость коэффициента градуировки  $\eta$  от угла наклона рефлектора  $\alpha$

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для определения коэффициента градуировки  $\eta$  было проведено численное моделирование акустического поля. Изучались зависимости коэффициента  $\eta$  от существенных параметров и определялся диапазон наиболее эффективного отражения. Были приняты следующие эталонные величины: радиус излучателя  $a = 5$  см, радиус рефлектора  $b = 7.5$  см, расстояние между ними  $l = 10$  см, частота модуляции импульсного сигнала  $f = 1$  МГц, плоскости рефлектора и излучателя параллельны. Величины скорости звука и плотности в среде и в рефлекторе были взяты из табличных данных для воды и латуни соответственно. В проводимых расчетах изменялся только один из параметров, остальные сохранялись постоянными.

На рис. 1,  $a$  показана зависимость коэффициента градуировки  $\eta$  от расстояния  $l$  между преобразователем и рефлектором. Небольшой рост графика на расстоя-

нии до 2 см обусловлен тем, что метод углового спектра не учитывает неоднородные волны (эванесцентные моды), которые оказываются существенными лишь при очень малых расстояниях  $l$ . При  $l > 2$  см с увеличением дистанции коэффициент  $\eta$  уменьшается. Это позволяет сделать вывод о том, что наиболее для эффективной градуировки следует располагать преобразователь и рефлектор достаточно близко. Также видно, что спад зависимости с расстоянием является монотонным и относительно медленным, что позволяет на практике учесть соответствующую поправку для конкретного расстояния  $l$ .

Не менее важным вопросом является соотношение размеров излучателя и рефлектора. На рис. 1,  $b$  построена зависимость коэффициента  $\eta$  от радиуса излучателя  $a$  при постоянном радиусе рефлектора  $b$ . Из графика видно, что при  $a < b$  коэффициент градуировки  $\eta$  плавно увеличивается и достигает максимума при достижении излучателем размеров рефлекто-

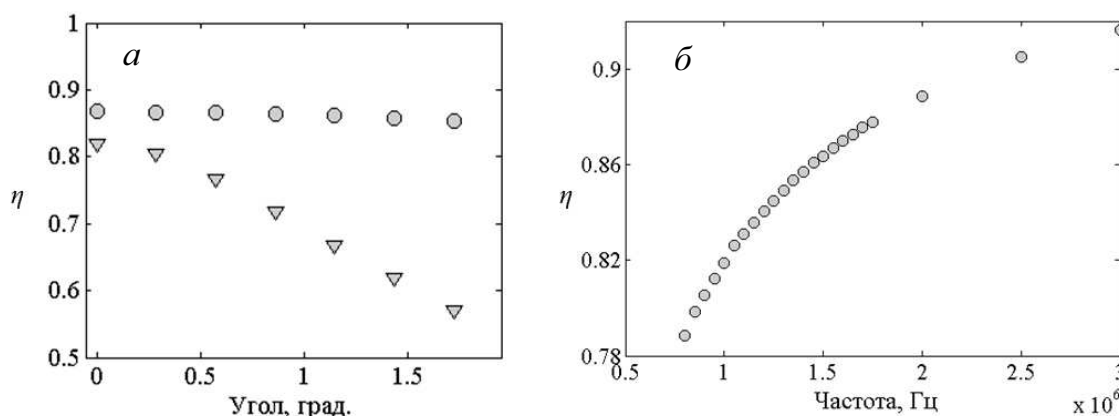


Рис. 3: Зависимость коэффициента градуировки  $a$  — от угла наклона рефлектора с учетом (треугольники) и без учета (кружки) сдвиговой упругости рефлектора,  $b$  — от частоты сигнала

ра. При  $a > b$  зависимость резко спадает. Это связано с увеличивающимися потерями на излучение за пределы рефлектора. Таким образом, для корректной градуировки преобразователя рекомендуется выбирать рефлектор, превышающий его по размеру.

В дальнейших расчетах учитывалось влияние непараллельности между преобразователем и рефлектором. На рис. 2,а показано распределение давления отраженной волны на поверхности преобразователя при угле наклона рефлектора  $\alpha = 2^\circ$ , а на рис. 2,б показана зависимость коэффициента  $\eta$  от угла наклона. Из рисунка видно, что коэффициент градуировки быстро спадает даже при небольших углах  $\alpha$ . Поэтому для высокоточной калибровки преобразователя необходимо обеспечить строгую параллельность излучателя и рефлектора.

Также было исследовано влияние на  $\eta$  величины частоты сигнала и сдвиговой упругости. Было показано (рис. 3,а), что учет сдвиговой упругости является существенным фактором при расчете коэффициента отражения, так как в случае «жидкого» рефлектора пропадает сильная зависимость коэффициента  $\eta$  от степени непараллельности преобразователя и рефлектора. Расчеты показали, что наблюдается медленный рост коэффициента  $\eta$  с увеличением частоты (рис. 3,б).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе были изучены факторы, влияющие на коэффициент градуировки пьезокерамического

круглого преобразователя. Исследование было проведено с помощью разработанного численного алгоритма, в котором на основе вычисления углового спектра акустического давления в излучаемом ультразвуковом пучке с использованием выражений для коэффициента отражения плоских волн рассчитывалось распределение акустического давления в отраженном пучке на поверхности рефлектора. Затем угловой спектр отраженного поля использовался для построения распределения акустического давления на поверхности преобразователя, откуда и рассчитывался коэффициент градуировки  $\eta$ . Расчеты показали, что рассматриваемая система калибровки по методу самовзаимности предъявляет высокие требования к параллельности преобразователя и рефлектора, порядка долей градуса. При этом учет сдвиговой упругости в материале рефлектора является принципиальным. Также были изучены зависимости коэффициента градуировки в зависимости от расстояния между преобразователем и рефлектором, частоты сигнала и размера излучателя, были даны рекомендации диапазонов для наиболее эффективной градуировки преобразователя.

Работа поддержана грантом РФФИ № 17-02-00261 и грантом Президента РФ по программе поддержки ведущих научных школ № НШ-7062.2016.2.

- [1] Shou W., Duan S., He S., Xia R., and Qian D. IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr. 2006. **53**, N 3. P. 564.  
[2] Shou W., Yan J., Wang H., Qian D. Chin. Phys. Lett. 2002.

- 19**, N 8. P. 1131.  
[3] Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973.

## Accounting for the effect of diffraction divergence and non-ideal reflection from a metal reflector when calibrating a piezoelectric transducer by the self-reciprocity method

A. A. Dorofeeva<sup>a</sup>, O. A. Sapozhnikov<sup>b</sup>

*Department of acoustics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>aa.dorofeeva@physics.msu.ru, <sup>b</sup>oleg@acs366.phys.msu.ru*

One of the methods for calibrating of piezoelectric ultrasonic transducers is the self-reciprocity method. In this approach, a reference acoustic reflector is installed in the medium opposite to the transducer. The transducer is used to emit an ultrasonic pulse and also to receive the corresponding reflected signal (pulse-echo mode). From the comparison of the characteristics of the electrical signal at the stages of radiation and reception, the efficiency of the electroacoustic conversion is found and, thereby, the transducer is calibrated. It is most simple to carry out such calibration in the approximation of plane waves. In practice, however, this condition is violated, which can lead to significant errors. To increase the accuracy of the method, it is necessary to construct a numerical model describing the diffraction divergence of the emitted acoustic beam and the non-ideality of its reflection from the reflector. The construction of such a model is the subject of this work. PACS: 43.58.Vb, 43.38.Fx, 43.30.Zk.

*Keywords:* ultrasonic transducer, transducer calibration, self-reciprocity method, angular spectrum, numerical simulation.

*Received 30 June 2017.*

### Сведения об авторах

1. Дорофеева Алиса Александровна — магистрант; e-mail: aa.dorofeeva@physics.msu.ru.
2. Сапожников Олег Анатольевич — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел. (495) 939-29-52, e-mail: oleg@acs366.phys.msu.ru.