

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ОСАЖИВАНИЯ СОСТАВНЫХ ЦИЛИНДРОВ

А.М. ЛОКОЩЕНКО

Научно-исследовательский институт механики Московского государственного
университета имени М.В. Ломоносова; Москва

e-mail: loko@imec.msu.ru

Рассматривается осаживание составного цилиндра, состоящего из сплошного внутреннего цилиндра и окаймляющего его полого цилиндра, высоты обоих цилиндров совпадают. Установившаяся ползучесть обоих цилиндров описывается степенными соотношениями с одинаковыми значениями показателя степени и различными коэффициентами. Принимается, что оба цилиндра деформируются без бочкообразования, трение торцов цилиндров с плоскостями пресса описывается законом Кулона. Основным интерес представляет значение работы внешней сжимающей силы на перемещениях торцов цилиндра. Рассматривается осаживание составного цилиндра на одну и ту же величину за одну и ту же длительность с помощью различных программ нагружения. Рассмотрены кинематическая программа (при постоянной скорости сближения торцов цилиндра) и силовая программа (при постоянной внешней сжимающей силе). Показано, что по энергетическим затратам кинематическая программа осаживания эффективнее, чем силовая. С помощью вариационного подхода определена оптимальная программа осаживания, при которой работа внешней силы минимальна. Вычисления показали, что соответствующая работа внешней силы отличается от работы, затраченной при кинематической программе, на сотые и тысячные доли

процента. Поэтому в технологических процессах осадки цилиндров целесообразно использовать кинематическую программу нагружения.

Ключевые слова: составной цилиндр, осаживание, ползучесть, работа внешней силы, различные программы нагружения, энергетический подход.

1. Введение. Технологические процессы (осадка, штамповка, прессование и др.) осуществляются, как правило, при комнатной температуре. Для уменьшения сопротивления металлов необратимому деформированию обычно используют их горячую обработку.

Испытания сплошных и полых цилиндров при высоких температурах (вплоть до 1200°C) при различных соотношениях геометрических параметров проводились многими отечественными и зарубежными учеными ([1-9] и др.), при описании полученных результатов, как правило, используются уравнения жестко-пластического деформирования или уравнения теории ползучести. В классической монографии [10] приведены решения цикла задач об осадке сплошных и полых цилиндров в условиях ползучести при различных граничных условиях.

В последние годы в Институте механики МГУ имени М.В. Ломоносова проведен цикл исследований осадки сплошных и полых цилиндров в условиях ползучести, основные результаты этих исследований опубликованы в монографии [11]. В этих работах изучена осадка сплошных цилиндров с учетом бочкообразования и без его учета, рассмотрена ползучесть полых цилиндров в свободных и стесненных условиях, **изучено влияние трения** на исследуемые процессы. Теоретические исследования дополнены экспериментальным исследованием осадки сплошных цилиндров в условиях высокотемпературной ползучести, в этих испытаниях с помощью специальной оптической системы наблюдается постепенное образование бочкообразной формы цилиндров в процессе осадки. Получено хорошее соответствие теоретических и экспериментальных значений компонент тензора деформаций ползучести.

В механике деформируемого твердого тела некоторые исследования проводятся с использованием энергетического подхода. Так, например, в [12] рассматриваются процессы необратимого деформирования металлов, в которых заданный уровень деформации достигается за определенное время с

наименьшей затратой энергией, и определяются такие экспериментальные режимы деформирования.

В [13] приведены вычисления энергии, затрачиваемой на осаживание сплошных цилиндров при различных программах нагружения. В данной статье проведено обобщение полученных результатов на осаживание составных цилиндров.

2. Постановка задачи. Основные уравнения. Рассмотрим комбинацию сплошного цилиндра радиусом R_{10} (A) и окаймляющего его полого цилиндра с радиусами R_{10} и R_{20} (B), высота каждого цилиндра равна $2H_0$ (фиг. 1). В данной статье рассматривается осаживание этого составного цилиндра в условиях ползучести в предположении отсутствия его бочкообразования. В качестве характеристик ползучести обоих цилиндров примем модель установившейся ползучести с одинаковыми показателями степени n и различными значениями коэффициентов: Equation Section 2

$$\left\{ \begin{array}{l} A: \dot{p}_u = \frac{1}{t_{01}} \cdot \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_0} \right)^n \\ B: \dot{p}_u = \frac{1}{t_{02}} \cdot \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_0} \right)^n \end{array} \right. \quad k = \frac{t_{02}}{t_{01}} \quad (2.1)$$

под σ_u и $\dot{p}_u$ понимаются интенсивности напряжений и скоростей деформаций ползучести соответственно, σ_0 , t_{01} , t_{02} - константы.

В качестве осевой деформации ползучести p_z примем логарифм отношения текущей высоты H к ее начальному значению H_0 :

$$p_z = \ln \frac{H}{H_0}, \quad \text{т.е.} \quad \dot{p}_z = \frac{\dot{H}}{H} = -\frac{w}{H} \quad (2.2)$$

(под $2w(t)$ понимается скорость сближения торцов цилиндра при его осаживании, точка означает дифференцирование по времени t). Как обычно, в

качестве скоростей **радиальной** $\dot{p}_r$ и поперечной $\dot{p}_\theta$ скоростей деформаций ползучести примем соотношения

$$\dot{p}_r = \frac{du}{dr}, \quad \dot{p}_\theta = \frac{u}{r}$$

где r - текущий радиус, $u(r, t)$ - скорость радиального перемещения точек цилиндра. Из условия несжимаемости

$$\dot{p}_r + \dot{p}_\theta + \dot{p}_z = \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} - \frac{w}{H} = 0$$

получаем:

$$u = \frac{wr}{2H} + \frac{C(t)}{r}$$

Из граничного условия $u(r=0, t) = 0$ получаем, что $C(t) \equiv 0$. Отсюда

$$u = \frac{wr}{2H}, \quad \dot{p}_r = \dot{p}_\theta = \frac{w}{2H} \quad (2.3)$$

При учете (2.2) и (2.3) получаем выражение для интенсивности скоростей деформаций ползучести:

$$\dot{p}_u = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[(\dot{p}_r - \dot{p}_\theta)^2 + (\dot{p}_\theta - \dot{p}_z)^2 + (\dot{p}_z - \dot{p}_r)^2 \right]^{0.5} = \frac{w}{H}$$

С помощью (2.1) получим выражения для интенсивностей напряжений во внутреннем (A) и внешнем (B) цилиндрах:

$$A: \quad \sigma_u = \sigma_0 t_0^{\frac{1}{n}} \left(\frac{w}{H} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad B: \quad \sigma_u = \sigma_0 t_0^{\frac{1}{n}} \left(\frac{w}{H} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot k^{\frac{1}{n}}$$

Связь компонентов тензоров напряжений σ_{ij} и скоростей деформаций ползучести $\dot{p}_{ij}$ представим в следующем виде:

$$\dot{p}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\dot{p}_u}{\sigma_u} (\sigma_{ij} - \sigma), \quad \sigma = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 \sigma_{jj}, \quad (\sigma_{ij} - \sigma) = \frac{2}{3} \frac{\sigma_u}{\dot{p}_u} \dot{p}_{ij}$$

отсюда

$$(\sigma_z - \sigma_r) = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_u}{\dot{p}_u} (\dot{p}_z - \dot{p}_r) = -\frac{2}{3} \sigma_u \left(\frac{w}{H} \right)^{-1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{w}{H} = -\sigma_u$$

Так как согласно (2.3) скорости деформаций ползучести $\dot{p}_z$ и $\dot{p}_\theta$ равны, то равны также напряжения σ_z и σ_θ . В дальнейшем рассмотрении будут использоваться следующие безразмерные переменные:

$$\bar{t} = \frac{t}{t_0}, \quad \bar{H} = \frac{H}{H_0}, \quad a_1 = \frac{R_{20}}{H_0}, \quad a_2 = \frac{R_{10}}{R_{20}}, \quad \bar{r} = \frac{r}{R_{20}}, \quad \bar{R}_1 = \frac{R_1}{R_{20}}, \quad \bar{R}_2 = \frac{R_2}{R_{20}}, \quad \bar{u} = \frac{t_{01}}{H_0} u,$$

$$\bar{w} = \frac{t_{01}}{H_0} w, \quad \bar{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0}, \quad \bar{q} = \frac{q}{\sigma_0}, \quad \bar{\tau}_{\max} = \frac{\tau_{\max}}{\sigma_0}, \quad \bar{P} = \frac{P}{\pi R_{20}^2 \sigma_0}, \quad \bar{V} = \frac{V}{\pi R_{20}^2 H_0 \sigma_0}$$

где q - интенсивность сил трения, $\tau_{\max}$ - максимальное касательное напряжение, P - сжимающая внешняя сила, V - работа этой силы на осевом перемещении торцов цилиндра. Далее черточки над всеми переменными опустим.

Из условия несжимаемости определим связь текущей радиальной координаты цилиндра в исходном состоянии (r_0) и после осаживания (r) и затем выражения для R_1 и R_2 :

$$H_0 r_0^2 = H r^2, \quad \frac{r}{r_0} = H^{-0.5}, \quad \frac{R_1}{R_{10}} = \frac{R_2}{R_{20}} = H^{-0.5}, \quad R_1 = R_{10} H^{-0.5}, \quad R_2 = H^{-0.5}$$

Пусть в соответствии с законом трения Кулона интенсивность сил трения на торцах цилиндра q пропорциональна величине нормального напряжения:

$$q = -\mu \sigma_z, \quad \mu - \text{коэффициент трения (фиг. 2).}$$

Сначала рассмотрим уравнение равновесия внешнего цилиндра (B):

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \frac{a_1 q}{H} = -\frac{a_1 \mu \sigma_z}{H} = -\frac{a_1 \mu}{H} (\sigma_r - \sigma_u),$$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{a_1 \mu \sigma_r}{H} = \frac{a_1 \mu}{H} \left(\frac{w}{H} \right)^{\frac{1}{n}} k^{\frac{1}{n}}, \quad \sigma_r(R_2) = 0 \quad (2.4)$$

Решение линейного дифференциального уравнения (2.4) первой степени имеет следующий вид:

$$B: \sigma_r(r) = k^{\frac{1}{n}} \left(\frac{w}{H} \right)^{\frac{1}{n}} \left[1 - \exp \left(\frac{a_1 \mu (R_2 - r)}{H} \right) \right], \quad R_1 \leq r \leq R_2 \quad (2.5)$$

На границе обоих цилиндров значения $\sigma_r(R_1)$ должны совпадать:

$$\sigma_r(R_1) = k^{\frac{1}{n}} \left(\frac{w}{H} \right)^{\frac{1}{n}} \left[1 - \exp \left(\frac{a_1 \mu (R_2 - R_1)}{H} \right) \right] = \left(\frac{w}{H} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot G,$$

$$G = k^{\frac{1}{n}} \cdot \left[1 - \exp \left(\frac{a_1 \mu (R_2 - R_1)}{H} \right) \right]$$

Переходя к внутреннему цилиндру (A), по аналогии с (2.4) записываем уравнение равновесия:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{a_1 \mu \sigma_r}{H} = \frac{a_1 \mu}{H} \left(\frac{w}{H} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad \sigma_r(r = R_1) = \left(\frac{w}{H} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot G$$

Решение этого уравнения имеет следующий вид:

$$A: \sigma_r(r) = \left(\frac{w}{H} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[1 - (1 - G) \cdot \exp \left(\frac{a_1 \mu (R_1 - r)}{H} \right) \right], \quad 0 \leq r \leq R_1 \quad (2.6)$$

Полученные выражения для радиального напряжения σ_r справедливы при условии, что интенсивность сил трения не больше максимального касательного напряжения $\tau_{\max}$ ($q \leq \tau_{\max}$), которое может быть приближенно выражено через интенсивность напряжений [14]:

$$\tau_{\max} = \left(2 / (2 + \sqrt{3}) \right) \sigma_u = 0.535 \sigma_u$$

Если такое неравенство в некоторой части цилиндра нарушается, то в полученном решении в этой области цилиндра следует заменить интенсивность сил трения на поверхностях соприкосновения цилиндра с плитами прессы величиной максимального касательного напряжения. Зависимости $q(r_0)$ и $\tau_{\max}(r_0)$ имеют следующий вид:

$$q = -\mu\sigma_z = \begin{cases} \mu\left(\frac{w}{H}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot (1-G) \cdot \exp\left(\frac{a_1\mu(R_1 - r_0H^{-0.5})}{H}\right) & \text{при } 0 \leq r_0 < 0.5 \quad (A), \\ \mu\left(\frac{w}{H}\right)^{\frac{1}{n}} k^{\frac{1}{n}} \cdot \exp\left(\frac{a_1\mu(R_2 - r_0H^{-0.5})}{H}\right) & \text{при } 0.5 < r_0 \leq 1 \quad (B), \end{cases}$$

$$\tau_{\max} = \begin{cases} 0.535\left(\frac{w}{H}\right)^{\frac{1}{n}} & \text{при } 0 \leq r_0 < 0.5 \quad (A), \\ 0.535\left(\frac{w}{H}\right)^{\frac{1}{n}} k^{\frac{1}{n}} & \text{при } 0.5 < r_0 \leq 1 \quad (B) \end{cases}$$

3. Различные программы осаживания составного цилиндра. Рассмотрим три программы нагружения цилиндра, приводящие к его осаживанию от $H = 1$ до $H = H_1$ за одно и то же заданное время t_1 , и сравним величины работы внешней силы P , соответствующие этим программам нагружения. Для определенности рассмотрим значения $H_1 = 0.9$ при $t_1 = 0.5$ и $H_1 = 0.8$ при $t_1 = 1.0$. В качестве первой программы рассмотрим кинематическое нагружение, при котором скорость сближения плит пресса постоянна ($w(t) = w_0$), в качестве второй программы – силовое нагружение, при этом осевая сжимающая сила постоянна ($P(t) = P_0 = \text{const}$). В качестве третьей программы рассмотрим нагружение, приводящее к минимальному значению работы V внешней сжимающей силы P на перемещениях торцов цилиндра. В качестве примера в п. 3 рассмотрено осаживание цилиндра со следующими значениями параметров: $a_1 = 1$, $a_2 = 0.5$, $\mu = 0.3$, $n = 3$, $w_0 = 0.2$, $k = 0.2, 0.5, 1, 2, 5$.

Equation Section 3

Перейдем к вычислению сжимающей силы P и ее зависимости от H .

$$P = -\int_0^{R_1} (\sigma_z)_A r dr - \int_{R_1}^{R_2} (\sigma_z)_B r dr, \quad (3.1)$$

$$(\sigma_z)_A = (\sigma_r)_A - (\sigma_u)_A = -\left(\frac{w}{H}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot (1-G) \cdot \exp\left(\frac{a_1 \mu (R_1 - r)}{H}\right), \quad (3.2)$$

$$(\sigma_z)_B = (\sigma_r)_B - (\sigma_u)_B = -k^{\frac{1}{n}} \left(\frac{w}{H}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \exp\left(\frac{a_1 \mu (R_2 - r)}{H}\right) \quad (3.3)$$

$P = (w)^{\frac{1}{n}} \cdot \Phi(H)$, где

$$\Phi(H) = \left\{ (1-G) \cdot \int_0^{R_1} \exp\left(\frac{a_1 \mu (R_1 - r)}{H}\right) r dr + k^{\frac{1}{n}} \cdot \int_{R_1}^{R_2} \exp\left(\frac{a_1 \mu (R_2 - r)}{H}\right) r dr \right\} (H)^{-\frac{1}{n}} \quad (3.4)$$

Работа V силы P , обеспечивающая осаждение цилиндра от высоты $H = 1$ до $H = H_1$, вычисляется согласно следующему равенству:

$$V = \int_{H_1}^1 P dH \quad (3.5)$$

3.1. Кинематическая программа нагружения

Рассмотрим процесс осаждения цилиндра при постоянной скорости $w(t) = w_0$. В качестве примера проверим, выполняется ли неравенство $q \leq \tau_{\max}$ при постоянном значении $w_0 = 0.2$ и при значениях H : $H = 1.0, 0.9, 0.8$. Вычисления показали, что при всех рассмотренных значениях отношения k неравенство $q(r) < \tau_{\max}$ выполняется. На фиг. 3 а, б приведены зависимости $q(r_0)$ и $\tau_{\max}(r_0)$ при крайних рассмотренных значениях k : $k = 0.2(a)$ и $k = 5(b)$.

В связи с выполнением неравенства $q(r) < \tau_{\max}$ использование в качестве радиальных напряжений σ_r соотношений (2.5) - (2.6) следует считать обоснованным.

На фиг. 4 приведены распределения радиального напряжения вдоль радиуса цилиндра при значениях высоты цилиндра $H = 1$ и $H = 0.8$ и при трех значениях k : $k = 0.2, 1.0$ и 5.0 . Естественно, что при $k \neq 1$ зависимости $\sigma_r(r_0)$

Фиг.

3 а, б

Фиг. 4

на границе внутреннего и внешнего цилиндров ($r_0 = 0.5$) имеют излом, а при $k = 1$ этот излом отсутствует.

Фиг. 5

Подставим (3.2) и (3.3) при $w_0 = 0.2$ в (3.1), в результате получим зависимости $P(H)$ при различных значениях k . На фиг. 5 представлены зависимости $P(H)$ при различных значениях k . Осаживание при H от $H(t=0)=1$ до $H_1(t_1)=0.9$ при использовании значения $w_0 = 0.2$ происходит в течение времени $t_1 = 0.5$, а осаживание от $H(t=0)=1$ до $H_1 = H(t_1) = 0.8$ - в течение времени $t_1 = 1$. Из фиг. 5 следует, что если материал внешнего полого цилиндра согласно соотношениям (2.1) характеризуется большей жесткостью, чем материал внутреннего сплошного цилиндра (т.е. при $k > 1$), то необходимая сила P больше, чем в случае $0 < k < 1$. Из (3.4) - (3.5) следует

$$V_1 = (w_0)^{\frac{1}{n}} \cdot \int_{H_1}^1 \Phi(H) dH \quad (3.6)$$

3.2. Силовая программа нагружения.

Перейдем к исследованию осаживания цилиндра в результате силовой программы нагружения $P(t) = P_0$. Для этого необходимо определить значение постоянной силы P_0 , которая приводит к осаживанию цилиндра на ту же величину H_1 за то же время t_1 . Подставим (3.2) и (3.3) в (3.1) при неизвестной функции $w(t)$:

$$P_0 = w^{\frac{1}{n}} \cdot \Phi(H) \quad (3.7)$$

Из (3.7) с учетом (3.4) получаем:

$$w = -\frac{dH}{dt} = \left[\frac{P_0}{\Phi(H)} \right]^n \quad (3.8)$$

Отсюда зависимость $H(t)$ определяется следующим уравнением:

$$t = \frac{1}{(P_0)^n} \cdot \int_H^1 [\Phi(H)]^n \cdot dH \quad (3.9)$$

Сила $P_0 = \text{const}$, обеспечивающая осаживание до величины H_1 за время t_1 , скорость $w(H)$ и величина работы V_2 этой силы P_0 в результате осаживания равны

$$P_0 = \left[\frac{1}{t_1} \cdot \int_{H_1}^1 [\Phi(H)]^n \cdot dH \right]^{\frac{1}{n}}, \quad w = \frac{\int_{H_1}^1 [\Phi(H)]^n \cdot dH}{t_1 [\Phi(H)]^n}, \quad V_2 = P_0 (1 - H_1) \quad (3.10)$$

Фиг. 6

На фиг. 6 приведены зависимости $w(H)$ при $H_1 = 0.9$ ($t_1 = 0.5$) и $H_1 = 0.8$ ($t_1 = 1.0$), которые практически не зависят от величины k . Вычисления показали, что в случае силовой программы осаживания неравенство $q < \tau_{\max}$ выполняется при всех рассматриваемых значениях параметров.

3.3. Оптимальная программа осаживания.

В общем случае нагружения

$$V_3(t_1) = \int_{H_1}^1 P(H) dH = \int_{H_1}^1 (w)^{\frac{1}{n}} \Phi(H) dH = \int_{t_1}^0 (-\dot{H})^{\frac{1}{n}} \Phi(H) \dot{H} dt \quad (3.11)$$

Допустим, что показатель степени n можно представить в виде отношения двух нечетных чисел, тогда из выражения (3.11) следует

$$V_3 = V_3(t_1) = \int_0^{t_1} (\dot{H})^{\frac{n+1}{n}} \Phi(H) dt \quad (3.12)$$

Для определения необходимого условия экстремума функционала

$$V_3(t_1) = \int_0^{t_1} F[t, H(t), \dot{H}(t)] dt$$

при

$$F[t, H(t), \dot{H}(t)] = (\dot{H})^{\frac{n+1}{n}} \Phi(H) \quad (3.13)$$

воспользуемся уравнением Эйлера [15]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{H}} \right) - \frac{\partial F}{\partial H} = 0, \quad H(t=0)=1, \quad H(t=t_1)=H_1 \quad (3.14)$$

Из равенств (3.13) и (3.14) имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \dot{H}} &= \frac{(n+1)}{n} \cdot (\dot{H})^{\left(\frac{1}{n}\right)} \Phi(H), \quad \frac{\partial F}{\partial H} = (\dot{H})^{\left(\frac{n+1}{n}\right)} \Phi'(H), \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{H}} \right) &= \frac{(n+1)}{n^2} \cdot (\dot{H})^{\left(\frac{n-1}{n}\right)} \cdot \ddot{H} \cdot \Phi(H) + \frac{(n+1)}{n} \cdot (\dot{H})^{\left(\frac{n+1}{n}\right)} \Phi'(H) \end{aligned}$$

Подставим эти выражения в уравнение (3.14) и получим:

$$\ddot{H} = -\frac{n}{(n+1)} \cdot (\dot{H})^2 \cdot \frac{\Phi'(H)}{\Phi(H)} \quad (3.15)$$

Из равенств (3.12) и (3.15) составим систему трех обыкновенных дифференциальных уравнений относительно $H(t)$, $\dot{H}(t)$ и $V_3(t)$:

$$\begin{cases} \frac{dH}{dt} = \dot{H} \\ \frac{d\dot{H}}{dt} = -\frac{n}{(n+1)} \cdot (\dot{H})^2 \cdot \frac{\Phi'(H)}{\Phi(H)}, \\ \frac{dV_3}{dt} = (\dot{H})^{\left(\frac{n+1}{n}\right)} \cdot \Phi(H) \end{cases} \quad (3.16)$$

Для первого и третьего уравнений системы (3.16) известны начальные значения: $H(t=0)=1$, $V_3(t=0)=0$. Кроме того, известно граничное условие $H(t=t_1)=H_1$.

4. Результаты сравнения величин $V_1(t_1)$, $V_2(t_1)$ и $V_3(t_1)$. В табл. 1 приведены результаты вычислений величин V_1 , V_2 и V_3 при $t=t_1$ в случаях $H_1=0.9$ ($t_1=0.5$) и $H_1=0.8$ ($t_1=1.0$). В этой таблице для определенности использованы значения $\mu=0.3$, $a_1=1$, $a_2=0.5$, $n=3$, $k=0.2, 0.5, 1, 2, 5$.

Представляет интерес сравнить значения V_1 и V_2 , а также эти значения со значениями V_3 , характеризующими оптимальную программу осаживания цилиндра. С этой целью рассмотрим следующие отношения:

$$\Delta_1 = \frac{(V_1 - V_3)}{V_3}, \quad \Delta_2 = \frac{(V_2 - V_3)}{V_3}, \quad \Delta_3 = \frac{(V_2 - V_3)}{(V_1 - V_3)} = \frac{\Delta_2}{\Delta_1}, \quad \Delta_4 = \frac{(V_2 - V_1)}{V_1} = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{1 + \Delta_1}$$

Табл. 2

В табл. 2 приведены эти значения при $n = 3, 5, 7, 9, 11$. Следует отметить, что величины $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ практически не зависят от величины k . Из табл. 2 следует, что при всех рассматриваемых параметрах $V_2 > V_1$, при этом относительное превышение V_2 над V_1 (Δ_4) невелико, оно составляет десятые доли процента и единицы процентов.

Несмотря на незначительное превышение V_2 над V_1 , относительные превышения V_1 и V_2 над V_3 (Δ_1 и Δ_2) различаются в 10-100 раз. При различных значениях величины H_1 при возрастании n от $n=3$ до $n=11$ отношения Δ_3 монотонно увеличиваются от 9 до 116 - 121. Такие достаточно большие значения Δ_3 означают, что оптимальная программа осаживания приводит к очень незначительному уменьшению величины работы внешней силы по сравнению с кинематической программой. Поэтому при реализации осаживания цилиндров в условиях ползучести следует рекомендовать кинематическую программу осаживания, тем более, что кинематическая программа обеспечивается с помощью использования стандартного оборудования (в отличие от оптимальной программы).

Все представленные до сих пор расчеты проводились при одной и той же геометрии начальных размеров составного осаживаемого цилиндра: радиус внутреннего сплошного цилиндра R_{10} в два раза меньше внешнего радиуса полого цилиндра R_{20} ($a_2 = 0.5$), кроме того, величина $2R_{20}$ равна высоте цилиндра $2H_0$ ($a_1 = 1$). Представляет интерес оценить значения Δ_i ($i = 1 - 4$) при других значениях a_1 и a_2 (при постоянном значении $\mu = 0.3$ и различных

значениях k , n и H_1). С этой целью были проведены вычисления величин Δ_i ($i=1-4$) в широком диапазоне изменения геометрических и механических параметров. Рассмотрение осаживания низких цилиндров, при значениях $a_1 = R_{20} / H_0$, равных 5 и 10, показало, что и в этих случаях следует рекомендовать кинематическую программу осаживания.

Заключение

Проведено исследование осаживания составных цилиндров в условиях ползучести при различных программах нагружения. Принято, что уравнения установившейся ползучести внутреннего сплошного цилиндра и внешнего полого цилиндра описываются степенными моделями с одинаковым показателем степени и различными значениями коэффициентов. Предполагается, что осаживание **при наличии трения** происходит без образования бочкообразования формы обоих цилиндров.

Сравнение программ осадки цилиндров на определенную величину за заданное время показало, что по энергетическим затратам осадка цилиндра с постоянной скоростью сближения сжимающих плит эффективнее осадки с постоянной силой нагружения.

На основе вариационного подхода определена оптимальная программа осаживания цилиндра при минимально возможной работе внешней сжимающей силы. Установлено, что работа, затраченная при оптимальной программе нагружения, отличается от соответствующей работы, затраченной при кинематической программе, на десятые и сотые доли процента. Поэтому в технологических процессах осадки целесообразнее использовать кинематическую программу нагружения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №17-08-00210).

Список литературы

1. Тарновский И.Я., Леванов А.Н., Поксеваткин М.И. Контактные напряжения при пластической деформации // М.: Металлургия, 1966. 280 с.
2. Сивак И.О., Огородников В.А., Сырнев Б.В. Расчет предельного формоизменения заготовок из труднодеформируемого сплава при осесимметричной осадке // Кузнечно-штамповочное производство. 1980. №2. С. 2-5.
3. Буров Ю.Г. Метод расчета температуры металла заготовки при горячей осадке // Кузнечно-штамповочное производство. 1984. №11. С. 14.
4. Арчаков А.Т., Некрасов В.А. Экспериментальные исследования процесса осадки с кручением // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. 2003. №3. С. 21-26.
5. Антощенко Ю.М., Таупек И.М. Особенности моделирования осесимметричной осадки // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. 2014. №10. С. 42-49.
6. Lin Z.C., Lin Z.C. An investigation of a coupled analysis of a thermo-elastic-plastic model during warm upsetting // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 1990. Vol. 30. Issue 4. P. 599-612.
7. Lin S.Y. Investigation of the effect of dissimilar interface frictional properties on the process of hollow cylinder upsetting// Journal of Materials Processing Technology. April 1997. Vol. 66. Issues 1-3. P. 204-215.
8. Thiebaut C., Bonnet C., Morey J.M. Evolution of the friction factor of a molybdenum work piece during upsetting tests at different temperatures// Journal of Materials Processing Technology. 1 May 1998. Vol. 77. Issues 1-3. P. 240-245.

9. Lin S.Y., Lin F.C. Influences of the geometrical conditions of die and workpiece of the barreling formation during forging extrusion process // Journal of Materials Processing Technology. September 2003. Vol. 140. P. 54-58.
10. Малинин Н.Н. Ползучесть в обработке металлов // М.: Машиностроение, 1986. 216 с.
11. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов. - М.: Физматлит, 2016. 504 с.
12. Кротов В.Ф., Бровман М.Я. Экстремальные процессы пластического деформирования металлов // Известия АН СССР. ОН. Механика и машиностроение. 1962. №3. С. 148-153.
13. Локощенко А.М. Определение оптимальной программы осаживания цилиндров с учетом трения // Вестник машиностроения. 2016. №9. С. 44-48.
14. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. - М.: Машиностроение, 1975. 400 с.
15. Краснов М.Л., Макаренко Г.И., Киселев А.И. Вариационное исчисление, задачи и упражнения. М.: Наука, 1973. 190 с.

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова

А.М. Локощенко - заведующий лабораторией ползучести и длительной прочности

E-mail: loko@imec.msu.ru.

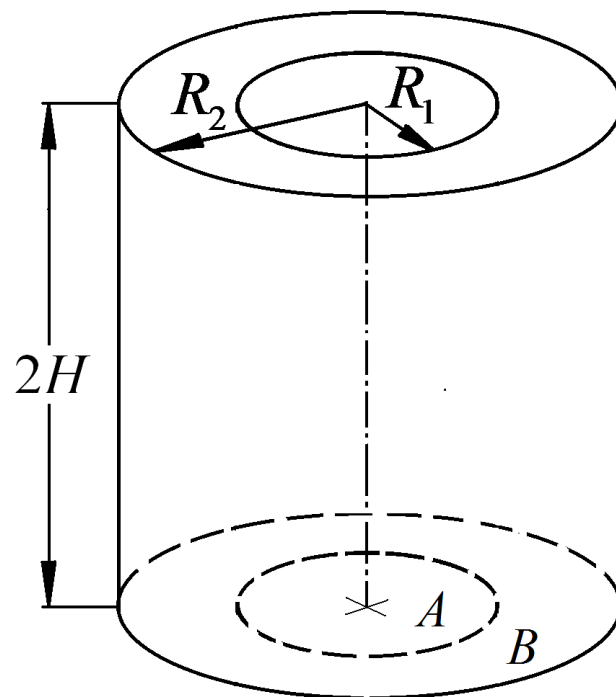
Телефоны: (495)9395308 (раб.), (499)1216272 (дом.) (903)5848278 (моб.).

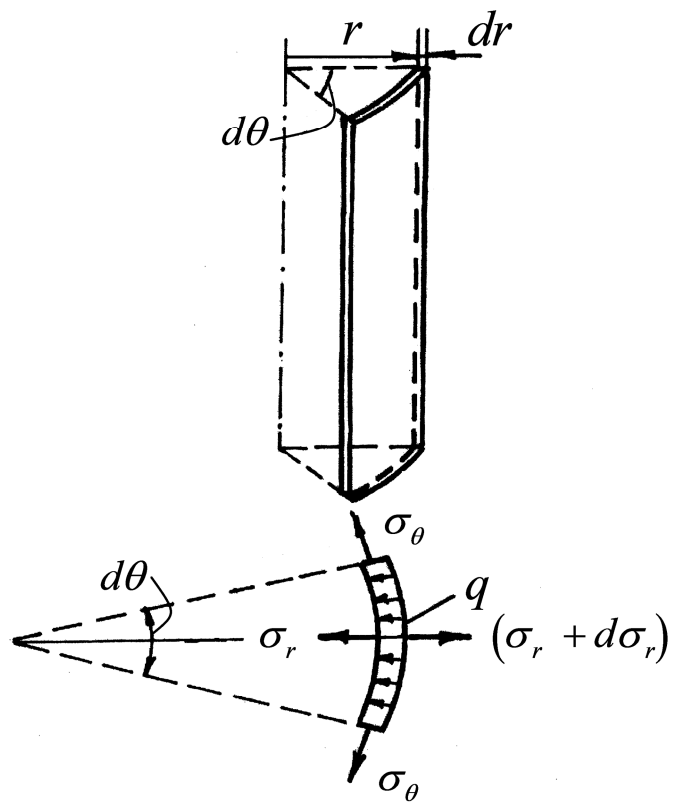
Таблица 1. Значения $V_1(t_1)$, $V_2(t_1)$ и $V_3(t_1)$ при $H_1 = 0.9$ ($t_1 = 0.5$) и $H_1 = 0.8$ ($t_1 = 1.0$), $n = 3$, $\mu = 0.3$, $a_1 = 1$, $a_2 = 0.5$.

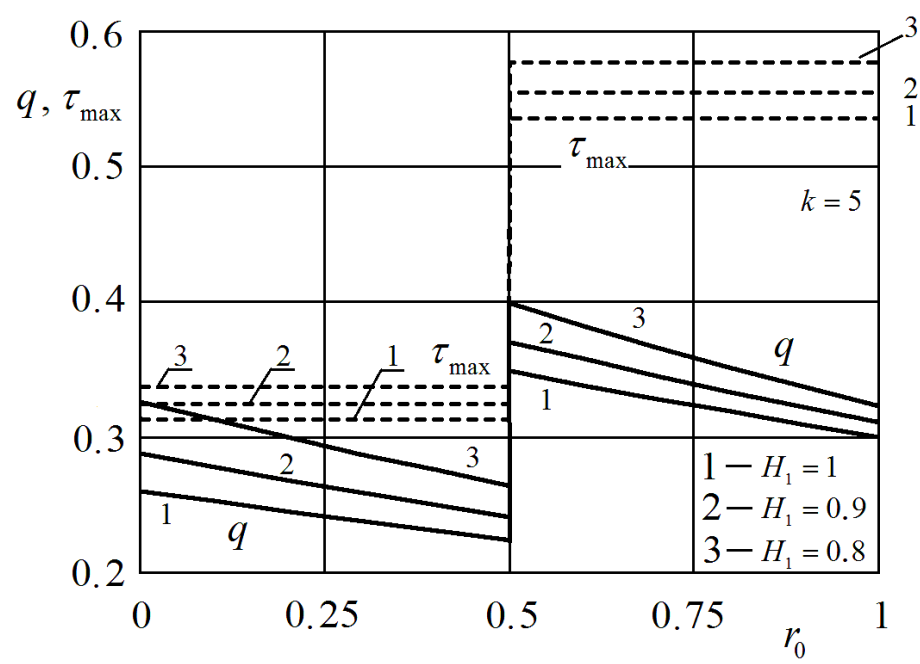
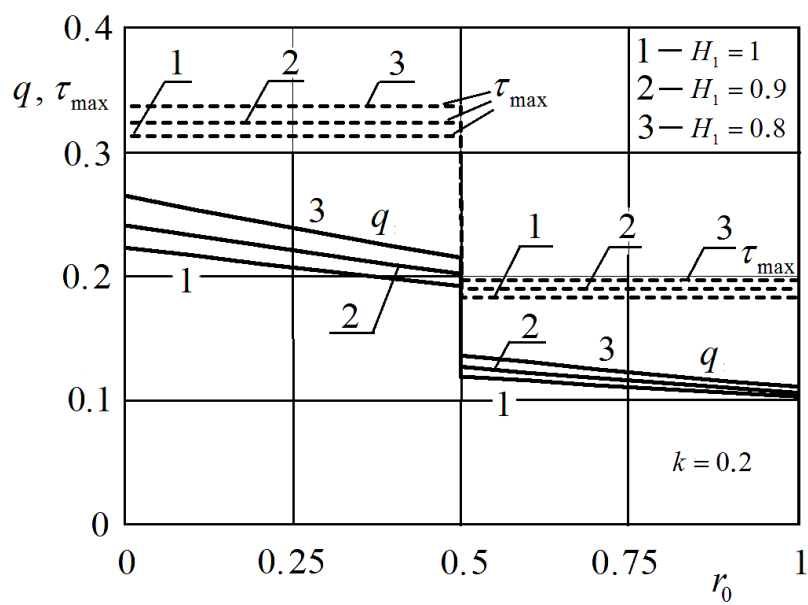
k	$V_1(H_1 = 0.9)$	$V_1(H_1 = 0.8)$	$V_2(H_1 = 0.9)$	$V_2(H_1 = 0.8)$	$V_3(H_1 = 0.9)$	$V_3(H_1 = 0.8)$
0.2	0.0239354	0.0522529	0.0239847	0.0527466	0.0239292	0.0521912
0.5	0.0295271	0.0644923	0.0295886	0.0651085	0.0295195	0.0644155
1.0	0.0350493	0.0765796	0.0351228	0.0773167	0.0350402	0.0764877
2.0	0.0420069	0.0918086	0.0420954	0.0926980	0.0419958	0.0916977
5.0	0.0540539	0.1181778	0.0541686	0.1193310	0.0540396	0.1180339

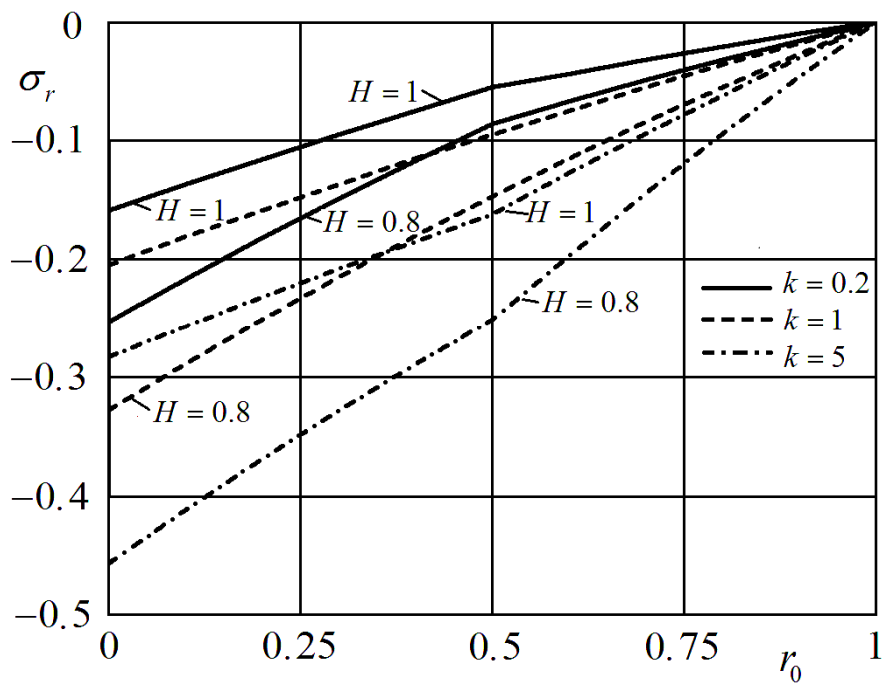
Таблица 2. Результаты применения трех программ осаживания при $\mu = 0.3$, $a_1 = 1$, $a_2 = 0.5$.

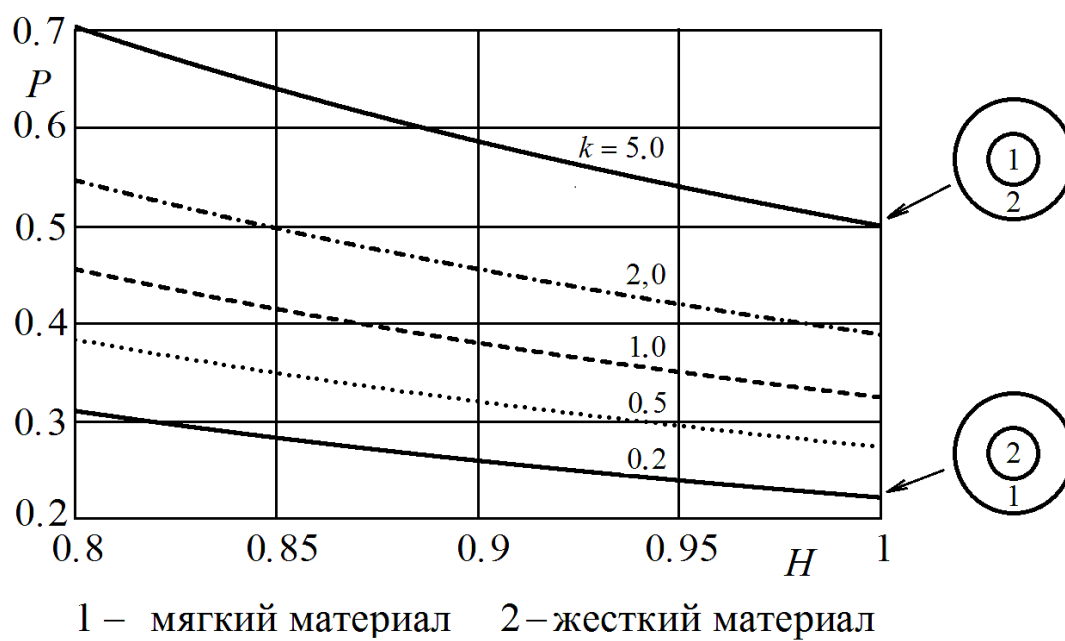
H_1	t_1		$n = 3$	$n = 5$	$n = 7$	$n = 9$	$n = 11$
0.9	0.5	$\Delta_1 \%$	0.026	0.014	0.010	0.008	0.006
		$\Delta_2 \%$	0.24	0.36	0.49	0.61	0.74
		Δ_3	9.1	25.2	49.0	82.0	121.4
		$\Delta_4 \%$	0.21	0.35	0.48	0.61	0.73
0.8	1.0	$\Delta_1 \%$	0.120	0.067	0.046	0.035	0.028
		$\Delta_2 \%$	1.08	1.66	2.23	2.77	3.29
		Δ_3	9.0	25.0	48.5	79.1	116.4
		$\Delta_4 \%$	0.96	1.60	2.18	2.74	3.26

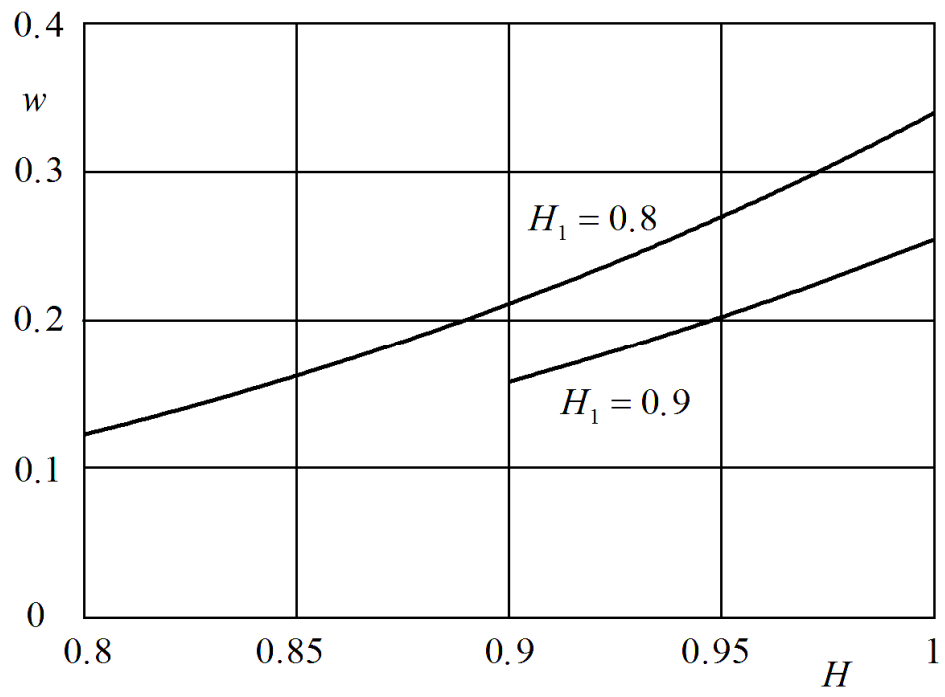












ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ОСАЖИВАНИЯ СОСТАВНЫХ ЦИЛИНДРОВ

А.М. ЛОКОЩЕНКО

Научно-исследовательский институт механики Московского государственного
университета имени М.В.Ломоносова; Москва

e-mail: loko@imec.msu.ru

Подписи к рисункам

Фиг. 1. Составной цилиндр.

Фиг. 2. К составлению уравнения равновесия элемента, вырезанного из
цилиндра, при учете трения.

Фиг. 3 *a*. Распределения $q(r_0)$ и $\tau_{\max}(r_0)$ при $k = 0.2$.

Фиг. 3 *b*. Распределения $q(r_0)$ и $\tau_{\max}(r_0)$ при $k = 5$.

Фиг. 4. Распределение радиальных напряжений в цилиндре при двух значениях
высоты ($H = 1$ и $H = 0.8$).

Фиг. 5. Зависимость $P(H)$ в случае кинематической программы нагружения
($n = 3$, $\mu = 0.3$, $a_1 = 1$, $a_2 = 0.5$, $k = 0.2, 0.5, 1, 2, 5$).

Фиг. 6. Зависимости $w(H)$ при $H_1 = 0.9$ и $H_1 = 0.8$ ($\mu = 0.3$)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ОСАЖИВАНИЯ СОСТАВНЫХ ЦИЛИНДРОВ

А.М. ЛОКОЩЕНКО

Научно-исследовательский институт механики Московского государственного
университета имени М.В.Ломоносова; Москва

e-mail: loko@imec.msu.ru

Аннотация

Исследована осадка составного цилиндра в условиях ползучести при учете трения с помощью энергетического подхода. Рассмотрены три программы нагружения цилиндра, приводящие к его осаживанию на одну и ту же величину за одно и то же время. На основании вариационного анализа сделан вывод, что в технологических процессах целесообразно использовать кинематическую программу нагружения.

Ключевые слова: составной цилиндр, осадка, ползучесть, энергетический подход, вариационное исчисление.

DEFINITION OF OPTIMAL UPSETTING PROGRAM OF COMPOUND CYLINDERS BY USING OF ENERGETIC APPROACH

A. M. LOKOSHCHENKO

Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University
Michurinskii pr. 1, Moscow, 119192 Russia

e-mail: loko@imec.msu.ru

Summary

The upsetting of a compound cylinder under creep conditions is studied with the account for friction with the help of the energy approach. Three programs of cylinder deforming are considered, which lead to upsetting on the same value for the same time. Variational analysis showed, that in technological processes it is reasonable to use the kinematical deforming program.

Keywords: composite cylinder, upsetting, creep, energetical approach, variational method.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ОСАЖИВАНИЯ СОСТАВНЫХ ЦИЛИНДРОВ

А.М. ЛОКОЩЕНКО

Научно-исследовательский институт механики Московского государственного
университета имени М.В.Ломоносова; Москва

e-mail: loko@imec.msu.ru

Сведения об авторе

Локощенко Александр Михайлович

Lokoshchenko Alexander Mikhailovich

Доктор физико-математических наук

Профессор

Заведующий лабораторией ползучести и длительной прочности

Научно-исследовательский институт механики Московского государственного
университета имени М.В. Ломоносова

Служебный адрес 119192 Москва Мичуринский проспект дом 1

Домашний адрес 117461 Москва Керченская ул. 10-4-131

Телефоны: (495)9395308 (раб.), (499)1216272 (дом.) (903)5848278 (моб.).

Факс: (495)9390165

E-mail: loko@imec.msu.ru.

Лауреат Государственной премии РСФСР. Почетный работник науки и техники РФ. Член Российского национального комитета по теоретической и прикладной механике. Действительный член РАЕН. Автор более 200 научных работ, в том числе 5 монографий и учебных пособий. Область научных интересов – механика деформируемого твердого тела.